УДК 621.923

В.Г. ШКУРУПИЙ, канд. техн. наук, ХНЭУ, Харьков; **Ф.В. НОВИКОВ**, докт. техн. наук, ХНЭУ, Харьков; **А.Г. КРЮК**, канд. техн. наук, ХНЭУ, Харьков

ОЦЕНКА ВЛИЯНИЯ ЗЕРНИСТОСТИ АБРАЗИВА НА ШЕРОХОВАТОСТЬ ПОВЕРХНОСТИ ПРИ АБРАЗИВНОЙ ОБРАБОТКЕ

В работе с позиции теории вероятностей получены аналитические зависимости для определения параметров шероховатости поверхности при абразивной обработке, рассматривая режущие зерна в форме сферы. Произведена оценка влияния зернистости абразивных зерен на шероховатость поверхности. Теоретически установлено, что с уменьшением зернистости абразивного порошка параметры шероховатости поверхности уменьшаются фактически по линейной зависимости. Это указывает на возможность фактически неограниченного уменьшения шероховатости поверхности с уменьшением зернистости абразивного порошка. Установлено также существенное влияние скорости радиальной подачи на шероховатость поверхности.

Ключевые слова: абразивная обработка, абразивное зерно, зернистость, шероховатость поверхности, скорость радиальной подачи.

Введение. Как известно, шероховатость поверхности при обработке свободным абразивом зависит в основном от зернистости абразива: чем она меньше, тем меньше высота образующихся микронеровностей на обрабатываемой поверхности. Этим обусловлено широкое применение абразивной обработки на финишных операциях с целью достижения высоких показателей шероховатости поверхности. Вместе с тем, при этом важно знать предельные возможности уменьшения высоты микронеровностей на обрабатываемой поверхности с уменьшением зернистости абразива, т.е., по сути, границы применимости методов обработки свободным абразивом, что требует проведения дальнейших исследований.

Анализ последних достижений и литературы. В работах [1 – 3] предложен теоретико-вероятностный подход к математическому описанию параметров шероховатости поверхности при абразивной обработке, включая процессы шлифования, доводки и т.д. Получены расчетные зависимости для определения основных параметров шероховатости поверхности при обработке свободным абразивом, однако в них отсутствует такой параметр, как зернистость

абразива, что не позволяет выявить и обосновать условия уменьшения шероховатости поверхности. В связи с этим, представляется актуальной задача разработки новой математической модели определения параметров шероховатости поверхности с позиции теории вероятностей с учетом зернистости абразива.

Цель работы, постановка проблемы. Целью работы является теоретическое определение условий уменьшения шероховатости поверхности при абразивной обработке с учетом зернистости абразива. Это позволит оценить роль зернистости абразива в формировании шероховатости поверхности и условий ее уменьшения.

Материалы исследования. Как показывает практика абразивного полирования, зернистость абразивных зерен оказывает доминирующее влияние на параметры шероховатости поверхности. Поэтому важно оценить роль зернистости абразивных зерен в формировании шероховатости поверхности. Для этого необходимо моделировать абразивные зерна в форме сферы. Тогда профиль проекции абразивного зерна на плоскость обрабатываемого образца будет описываться окружностью с радиусом *R* (рис. 1), уравнение которой в системе координат x'oy' имеет вид: $x'^2 + {y'}^2 = R^2$. Длина проекции абразивного зерна равна: $2x' = 2 \cdot \sqrt{R^2 - {y'}^2}$. Соответственно элементарная функция $\Phi_i(y')$, определяющая вероятность неудаленного с обрабатываемой поверхности металла (оставшегося в виде микронеровностей) опишется (рис. 2) [4]:

$$\Phi_i(y') = 1 - \frac{2 \cdot \sqrt{R^2 - {y'}^2}}{B}.$$
 (1)



Рис. 1 – Положение окружности с радиусом *R*



Рис. 2 – Схемы наложения проекций зерен на плоскость обрабатываемого образца при скорости радиальной подачи S_{pad} =0 (а) и при S_{pad} >0 (б)

После замены координаты y' на y = R - y' (рис. 2,а) получено:

$$\Phi_i(y) = 1 - \frac{2 \cdot R \cdot \sqrt{1 - \left(1 - \frac{y}{R}\right)^2}}{B}.$$
(2)

Суммарная вероятностная функция $\Phi(y)$ опишется зависимостью [4]:

$$\Phi(y) = \prod_{i=1}^{n} \Phi_{i}(y) = \left[1 - \frac{2 \cdot R \cdot \sqrt{1 - \left(1 - \frac{y}{R}\right)^{2}}}{B}\right]^{n} = e^{-\frac{2 \cdot R \cdot n}{B} \cdot \sqrt{1 - \left(1 - \frac{y}{R}\right)^{2}}} = e^{-N \cdot \sqrt{1 - \left(1 - \frac{y}{R}\right)^{2}}}, (3)$$

© В.Г. Шкурупий, Ф.В. Новиков, А.Г. Крюк, 2014 ISSN 2079-0023. Вісник НТУ «ХПІ». 2014. № 44(1087)

где $N = \frac{2 \cdot R \cdot n}{B}$ – число, определяющее во сколько раз суммарная длина оснований проекций *n* зерен на вертикальную плоскость $2 \cdot R \cdot n$ будет больше ширины обрабатываемого образца *B* на уровне *y* = *R*.

Расчетные значения функции $\Phi(y)$ для различных значений N приведены на рис. 3. Как видно, с увеличением величины y/R функция $\Phi(y)$ уменьшается тем интенсивнее, чем больше число N.



Рис. 3 – Характер изменения функции $\Phi(y)$ для различных значений N:

$$1 - N = 1; 2 - N = 3; 3 - N = 4$$

Положение средней линии y = a, которая разделяет микропрофиль обработанной поверхности на две части таким образом, что заштрихованные на рис. 4 площади F_1 и F_2 равны между собой, определяется зависимостью [4]:

$$a = \int_{0}^{R_{max}} \Phi(y) \cdot dy = \int_{0}^{R_{max}} e^{-\frac{2 \cdot R \cdot n}{B} \cdot \sqrt{1 - \left(1 - \frac{y}{R}\right)^2}} \cdot dy.$$
(4)

Наибольшая впадина микропрофиля соответствует значению y=0, а наибольший выступ микропрофиля соответствует значению $y=R_{max}$.

Параметр шероховатости поверхности R_a (рис. 4) определяется:

$$R_a = 2 \cdot \int_{a}^{R_{max}} \Phi(y) \cdot dy = 2 \cdot \int_{a}^{R_{max}} e^{-\frac{2 \cdot R \cdot n}{B} \cdot \sqrt{1 - \left(1 - \frac{y}{R}\right)^2}} \cdot dy.$$
(5)



Рис. 4 – Расчетная схема параметра шероховатости поверхности R_a .

Однако, вычислить интегралы (4) и (5) сложно. Поэтому расчет параметров *a* и R_a следует произвести численным методом с учетом того, что параметр *a* определяется из условия равенства площадей $F_1 = F_2$ (рис. 4), а параметр R_a определяется зависимостью $R_a = 2 \cdot F_2$, где $F_2 = \int_a^{R_{max}} \Phi(y) \cdot dy$. Отсчет площади F_1 следует производить в направлении оси *oy* (рис. 4), а площади F_2 – в обратном направлении, начиная с $y/R_{max}=1$. Площади F_1 и F_2 необходимо определять по зависимостям: $F_1 = \sum_{i=1}^{10} [1 - \Phi_i(y)] \cdot dy$; $F_2 = \sum_{j=1}^{10} \Phi_j(y) \cdot dy$, где $dy = 0, 1 \cdot R$ – интервал разбиения по координате y; j = 10 - i – количество разбиений; значения функции $\Phi_i(y)$ принимаются из рис. 3.

Результаты исследований. В табл. 1 приведены расчетные значения площадей F_1 и F_2 для $R_{max} = R$. Из условия их равенства определена величина y = a. Установлено, что при N=1 площади F_1 и F_2 равны между собой при значении y/R=0,45. Следовательно, a/R=0,45; $R_a = 2 \cdot F_2 = 2 \cdot 0,2 \cdot R = 0,4 \cdot R$.

В табл. 2 и табл. 3 приведены расчетные значения площадей F_1 и F_2 для случаев N=3 и N=4. Значения функции $\Phi_i(y)$ принимались из рис. 3. Как следует из табл. 2, при y/R=0,15 значения площадей F_1 и F_2 равны между собой, тогда a/R=0,15; $R_a=2\cdot F_2=2\cdot 0,09\cdot R=0,18\cdot R$.

y / R	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
$\Phi(y)$	1	0,65	0,549	0,491	0,45	0,423	0,4	0,386	0,375	0,371
$1 - \Phi(y)$	0	0,35	0,451	0,509	0,55	0,577	0,6	0,614	0,625	0,629
F_1	0	0,035	0,08	0,131	0,186	0,244	0,3	0,365	0,427	0,49
F_2	0,508	0,4	0,344	0,29	0,24	0,195	0,153	0,113	0,074	0,037

Таблица 1 – Значения функций $\Phi(y)$, 1 – $\Phi(y)$ и площадей F_1 и F_2 для N=1

Таблица 2 – Значения функций $\Phi(y)$, 1 – $\Phi(y)$ и площадей F_1 и F_2 для N=3

y / R	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
$\Phi(y)$	1	0,272	0,165	0,117	0,09	0,075	0,064	0,057	0,053	0,051
$1 - \Phi(y)$	0	0,728	0,835	0,883	0,91	0,925	0,936	0,943	0,947	0,949
F_1	0	0,073	0,156	0,24	0,335	0,428	0,521	0,616	0,71	0,8
F_2	0,194	0,094	0,067	0,05	0,038	0,029	0,022	0,015	0,01	0,005

Таблица 3 – Значения функций $\Phi(y)$, 1 – $\Phi(y)$ и площадей F_1 и F_2 для N = 4

y / R	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
$\Phi(y)$	1	0,175	0,09	0,057	0,04	0,031	0,025	0,022	0,02	0,0186
$1 - \Phi(y)$	0	0,825	0,97	0,947	0,96	0,969	0,975	0,978	0,98	0,981
F_1	0	0,082	0,179	0,273	0,369	0,466	0,564	0,662	0,76	0,858
F_2	0,147	0,047	0,03	0,021	0,015	0,011	0,008	0,006	0,004	0,002

При N=4 (табл. 3) площади F_1 и F_2 равны между собой при значении y/R=0,05, т.е. a/R=0,05. Соответственно $R_a=2\cdot F_2=2\cdot 0,05\cdot R=0,1\cdot R$.

С увеличением числа N отношения a / R и R_a / R уменьшаются (табл. 4), что связано с увеличением количества абразивных зерен, участвующих в формировании шероховатости поверхности. С учетом $R = R_{max}$ справедливо $\frac{R_a}{R} = \frac{R_a}{R_{max}}$. Как следует из рис. 5, с увеличением числа N отношение R_{max} / R_a увеличивается. Традиционные для абразивной обработки значения $R_{max} / R_a = 4...6$ достигаются при N = 2...3.

Таблица 4 – Расчетные значения a / R и R_a / R

N	1	3	4
a / R	0,45	0,15	0,05
R_a / R	0,4	0,18	0,1



Рис. 5 – Зависимость R_{max} / R_a от N

Как установлено расчетами, параметр R_a связан с радиусом зерна R. Так, например, для N=4 получено $R_a = 0,1 \cdot R$. Поскольку R = D/2 (где D – диаметр абразивного зерна, м), то справедлива зависимость $R_a = 0,05 \cdot D$. В данном случае параметр R_a в 20 раз меньше диаметра абразивного зерна D (зернистости абразива). Исходя из этого, при обработке абразивными зернами диаметром D=1 мкм можно обеспечить параметр $R_a=0,05$ мкм. Однако, на параметр R_a существенное влияние оказывает скорость радиальной подачи, которая в данном расчете не учитывалась ($S_{pad}=0$). В связи с этим важно оценить характер изменения параметра R_a в зависимости от изменения скорости радиальной подачи S_{pad} . В этом случае вместо одновысотного расположения вершин абразивных зерен следует рассматривать разновысотное расположение вершин зерен. В качестве элементарной функции $\Phi_i(y)$ необходимо рассматривать преобразованную функцию $\Phi_i(y)$, описываемую зависимостью (рис. 2,6):

$$\Phi_{i}(y) = 1 - \frac{2 \cdot R \cdot \sqrt{1 - \frac{[R - (y - y_{i})]^{2}}{R^{2}}}}{B},$$
(6)

где y_i – координата вершины зерна, изменяющаяся в пределах 0...y.

Тогда суммарная вероятностная функция $\Phi(y)$ с учетом $dn_i = n \cdot f(y_i) \cdot dy_i; f(y_i) = 1/R$ определится (рис. 2,б):

$$\Phi(y) = \prod_{i=1}^{n} \Phi_i(y) = e^{-\frac{2 \cdot R}{B} \cdot \sum_{i=1}^{n} \sqrt{1 - \frac{[R - (y - y_i)]^2}{R^2}} \cdot dn_i} = e^{-\frac{2 \cdot n}{B} \cdot \int_0^y \sqrt{1 - \frac{[R - (y - y_i)]^2}{R^2}} \cdot dy_i}.$$
 (7)

Для вычисления интеграла $I = \int_{0}^{y} \sqrt{1 - \frac{[R - (y - y_i)]^2}{R^2}} \cdot dy_i$ необходимо пе-

рейти к новой переменной: $U = \frac{[R - (y - y_i)]}{R}$. Тогда $dy_i = R \cdot dU$ и

$$I = R \cdot \int_{U_0}^{1} \sqrt{1 - U^2} \cdot dU$$
, где $U_0 = 1 - y/R$. Для вычисления этого интеграла необ-

ходимо перейти к переменной $U = \cos \alpha$; $dU = -\sin \alpha \cdot d\alpha$:

$$I = -R \cdot \int \sin^2 \alpha \cdot d\alpha = -\frac{R}{2} \cdot \int (1 - \cos 2\alpha) \cdot d\alpha = -\frac{R}{2} \cdot \left(\arccos U - \sqrt{1 - U^2} \cdot U \right).$$
(8)

С учетом пределов интегрирования величины U (нижний предел $U_0 = 1 - y/R$, верхний предел U=1) интеграл (8) окончательно выразится:

$$I = \frac{R}{2} \cdot \left[\arccos\left(1 - \frac{y}{R}\right) - \left(1 - \frac{y}{R}\right) \cdot \sqrt{1 - \left(1 - \frac{y}{R}\right)^2} \right].$$
(9)

Подставляя выражение интеграла (9) в зависимость (7), получено:

$$\Phi(y) = e^{-\frac{R \cdot n}{B} \left[\arccos\left(1 - \frac{y}{R}\right) - \left(1 - \frac{y}{R}\right) \cdot \sqrt{1 - \left(1 - \frac{y}{R}\right)^2} \right]} = e^{-\frac{N}{2} \left[\arccos\left(1 - \frac{y}{R}\right) - \left(1 - \frac{y}{R}\right) \cdot \sqrt{1 - \left(1 - \frac{y}{R}\right)^2} \right]}.$$
 (10)



Рис. 6 – Характер изменения функции $\Phi(y)$ для различных N:

1 - N = 1; 2 - N = 3; 3 - N = 4

Как следует из рис. 6, функция $\Phi(y)$ с увеличением величины y/Rуменьшается, принимая большие значения по сравнению со значениями, полученными для $S_{pad} = 0$ [5]. Этим показано, что наличие радиальной подачи увеличивает значения $\Phi(y)$ и увеличивает параметры шероховатости поверхности. При моделировании абразивных зерен в виде сферы параметры шероховатости поверхности принимают меньшие значения по сравнению со случаем, когда абразивные зерна моделируются в виде конуса. Это приближает расчетные данные к практическим данным.

Выводы. В работе с позиции теории вероятностей получены аналитические зависимости для определения параметров шероховатости поверхности при абразивной обработке, рассматривая режущие зерна в форме сферы. Произведена оценка влияния зернистости абразивных зерен на шероховатость поверхности. Теоретически установлено, что с уменьшением зернистости абразивного порошка параметры шероховатости поверхности уменьшаются фактически по линейной зависимости. Это указывает на возможность фактически неограниченного уменьшения шероховатости поверхности с уменьшением зернистости абразивного порошка. Установлено также существенное влияние скорости радиальной подачи на шероховатость обработанной поверхности.

Список литературы: 1. Королев А.А. Современная технология формообразующего суперфиниширования поверхностей деталей сложного профиля / А.А. Королев. – Саратов: Сарат. гос. техн. ун-т, 2001. – 156 с. 2. Королев А.А. Исследование процессов образования поверхностей инструмента и детали © В.Г. Шкурупий, Ф.В. Новиков, А.Г. Крюк, 2014 ISSN 2079-0023. Вісник НТУ «ХПІ». 2014. № 44(1087) при абразивной обработке / А.А. Королев. – Саратов: Изд-во Сарат. ун-та, 1975. – 212 с. **3**. Новоселов Ю.К. Динамика формообразования поверхностей при абразивной обработке / Ю.К. Новоселов. – Саратов, 1979. – 232 с. **4**. Новіков Ф.В. Математична модель визначення шорсткості поверхні при абразивній обробці / Ф.В. Новіков, В.В. Нежебовський, В.Г. Шкурулій // Вісник НТУ "ХПІ". Збірник наукових праць. Серія: Математичне моделювання в техніці та технологіях. – Х.: НТУ "ХПІ". – 2013. – № 5 (979). – С. 199-210. **5**. Шкурулій В. Г. Підвищення ефективності технології фінішної обробки світловідбиваючих поверхонь деталей із тонкого листа і стрічок: автореф. дис. … канд. техн. наук: спец. 05.02.08 "Технологія машинобудування"/ В.Г. Шкурулій. – Одеса, 2006. – 21 с.

Bibliography (transliterated): 1. *Korolev A.A.* Sovremennaya tekhnologiya formoobrazuyushego superfinishirovaniaya poverkhnostey detaley slozhnogo profilya / *A.A. Korolev.* – Saratov: Sarat. gos. tekhn. un-t, 2001. – 156 s. 2. *Korolev A.A.* Issledovanie protsessov obrazovaniya poverkhnostey instrumenta i detali pri abrazivnoy obrabotke / *A.A. Korolev.* – Saratov: Sarat. un-t, 1975. – 212 s. 3. *Novoselov Y.K.* Dinamika formoobrazovaniya poverkhnostey pri abrazivnoy obrabotke / *Y.K. Novoselov.* – Saratov: Sarat. un-t, 1979. – 232 s. 4. *Novikov F.V.* Matematichna model vyznachennia shorstkosti poverkhni pry abrazyvniy obrobtsi / *F.V. Novikov, V.V. Nezhebovskyi, V.G. Shkurupiy* // Visnyk NTU "KhPI". Zbirnyk naukovykh prats. Seriya: Matematychne modeliuvannia v tekhnitsi ta tekhnologiyakh. – Kh.: NTU "KhPI". – 2013. – № 5 (979). – S. 199-210. 5. *Shkurupiy V.G.* Pidvyshennia efektyvnosti tekhnologiy finishnoi obrobky svitlovidbyvaiuchykh poverkhon detaley iz tonkogo lysta i strichok: avtoref. dys. ... kand. tekhn. nauk: spets. 05.02.08 "Tekhnologiya mashynobuduvannia"/ *V.G. Shkurupiy.* – Odesa, 2006. – 21 s.