

**ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ  
ТЕОРИЯ ПРОЦЕССОВ ОБРАБОТКИ  
МАТЕРИАЛОВ И ТЕХНОЛОГИИ  
МАШИНОСТРОЕНИЯ**

*В десяти томах  
под общей редакцией  
Ф.В. Новикова и А.В. Якимова*

**Том 2**  
**Теплофизика  
резания материалов**

**Одесса 2003**

УДК 621. 963

ББК 30.61

Н 73

Рецензенты: докт. техн. наук, проф. зав. кафедрой Севастопольского Национального технического университета Новоселов Ю.К.

докт. техн. наук, проф. зав. кафедрой Национального технического университета «ХПИ» Морачковский О.К.

докт. техн. наук, проф. Харьковского государственного технического университета сельского хозяйства Коломиец В.В.

**Рекомендовано к печати Ученым советом Одесского Национального политехнического университета.**

Протокол № 10 от 26 апреля 2002 г.

Авторский коллектив: **Новиков Ф.В.**, д.т.н. – введение, гл.2; **Якимов А.В.**, д.т.н., проф. – гл.4; **Новиков Г.В.**, к.т.н. – гл.1; **Якимов А.А.**, к.т.н., доц. – гл.5; **Остафьев В.А.**, д.т.н., проф. – гл.3; **Кривошапка Ю.Н.**, к.э.н. – гл.1; **Усов А.В.**, д.т.н., проф. – гл.7; **Лебедев В.Г.**, д.т.н., проф. – гл.8; **Худобин Л.В.**, д.т.н., проф. – гл.6; **Хусаинов А.Ш.**, к.т.н., доц. – гл.6; **Ларшин В.П.**, д.т.н., проф. – гл.9; **Сизый Ю.А.**, д.т.н., проф. – гл.10; **Слободяник П.Т.**, к.т.н., доц. – гл.4.

**Н 73 Физико-математическая теория процессов обработки материалов и технологии машиностроения / Под общей редакцией Ф.В. Новикова и А.В. Якимова. В десяти томах. – Т. 2. “Теплофизика резания материалов” – Одесса: ОНПУ, 2003.– 625 с.**

Рассмотрены тепловые процессы при резании, шлифовании и обработке материалов трением. Теоретически и экспериментально обоснованы основные направления снижения теплонапряженности процессов резания и выбора оптимальных условий обработки по температурному критерию.

Для специалистов машиностроительных предприятий, преподавателей и студентов высших учебных заведений.

Ил. 360, табл.51, библиогр.203 наим.

Розглянуто теплові процеси при різанні, шліфуванні й обробці матеріалів тертям. Теоретично й експериментально обґрунтовані основні напрямки зниження теплонапруженості процесів різання і вибору оптимальних умов обробки за температурним критерієм.

Для фахівців машинобудівних підприємств, викладачів і студентів вищих навчальних закладів.

Іл. 360, табл.51, бібліогр.203 найм.

**ББК 30.61**

ISBN 966 – 7810 – 33 – X

ISBN 966 – 7810 – 45 – 3

© Новиков Ф.В.

Якимов А.В.

Новиков Г.В. и др.

2003

## ВВЕДЕНИЕ

Процесс резания материала основан на механическом разрушении поверхностного слоя обрабатываемой заготовки. Исходя из этого, все основные технико-экономические показатели обработки должны определяться силовым фактором. Однако, как показывает практика, при резании выделяется большое количество тепла, которое отрицательно сказывается на режущей способности инструмента и качестве обработки – износ инструмента резко увеличивается, а в поверхностном слое обрабатываемой заготовки возникают температурные дефекты (прижоги, микротрещины и т.д.). В этих условиях температурный фактор становится определяющим. Режимы резания и производительность обработки ограничиваются температурой резания.

Чтобы уменьшить отрицательную роль температурного фактора в процессе резания, прибегают к различным технологическим средствам: применяют эффективные смазочно-охлаждающие жидкости и другие технологические среды, снижают трение в зоне резания, применяют инструментальные материалы, характеризующиеся высокой теплостойкостью и теплопроводностью и т.д. В настоящее время накоплен большой опыт управления теплонапряженностью процесса резания. Однако в полной мере проблема не решена, в особенности при резании труднообрабатываемых материалов. Этим объясняются многочисленные теоретические и экспериментальные исследования тепловых процессов при резании, а также то, что теплофизика резания из всех разделов теории резания материалов наиболее математически формализована. Основу теплофизики резания составляют фундаментальные решения дифференциального уравнения теплопроводности. Большое внимание уделено решению уравнения теплопроводности применительно к процессам шлифования, исследованию термодинамических циклов при шлифовании. Заслуживает особого внимания полученное проф. Якимовым А.В. теоретическое решение, состоящее в возможности исключения теплового насыщения поверхностного слоя обрабатываемой детали и снижения температуры за счет применения кругов с прерывистой рабочей поверхностью. Данное решение получило широкое практическое применение в новых конструкциях абразивных и алмазно-абразивных инструментов с прерывистой рабочей поверхностью.

Теплофизике резания посвящены монографии и учебники. Осо-

бенностью настоящего издания является теоретическое обоснование путей снижения температуры резания для повышения качества, производительности и экономичности обработки лезвийными и абразивными инструментами. Учитывая сложность теоретического анализа тепловых процессов при резании, предложен системный подход, реализующий принцип – от простого к сложному. Первоначально рассмотрены упрощенные тепловые задачи в одномерной постановке, затем – в двух- и трехмерной постановках. Это позволило методически правильно решить поставленные задачи, приблизить математические модели к реальным, достаточно точно рассчитать температуру резания и другие параметры обработки, обусловленные температурным фактором.

Соединяя решения теплофизики и механики резания, получены аналитические зависимости для определения температуры резания при лезвийной и абразивной обработке с учетом режимов резания, характеристик инструмента и обрабатываемой детали, что открывает новые возможности оптимизации процессов резания по температурному критерию. В частности, приведены новые решения относительно эффективного применения глубинного и прерывистого методов шлифования, исключения нежелательных растягивающих напряжений в поверхностном слое детали и т.д.

Дан глубокий анализ современных методов математической физики, используемых для решения дифференциального уравнения теплопроводности. Отражены последние достижения в области решения уравнения теплопроводности применительно к процессам резания, шлифования и обработки трением. Теоретически и экспериментально обоснованы связи температуры резания со стойкостью режущего инструмента и параметрами качества. Приведены алгоритмы расчета на ЭВМ оптимальных условий резания с учетом температурного фактора. Большое внимание уделено экспериментальным методам исследования температуры резания. Приведены новые подходы экспериментального определения температуры при шлифовании. Обстоятельно рассмотрены актуальные проблемы теплофизики шлифования клиновидных и тонкостенных заготовок.

Издание подготовлено в рамках Международной научно-технической конференции “Физические и компьютерные технологии в народном хозяйстве”, проходящей в г. Харькове на базе Харьковской научно-производственной корпорации “ФЭД” два раза в год.

## ГЛАВА 1

### ТЕПЛОВЫЕ ПРОЦЕССЫ ПРИ РЕЗАНИИ МАТЕРИАЛОВ

#### 1.1. УПРОЩЁННЫЙ ПОДХОД К РАСЧЁТУ И АНАЛИЗУ ТЕМПЕРАТУРЫ ПРИ РЕЗАНИИ МАТЕРИАЛОВ

Затрачиваемая при резании материала работа идёт на нагревание образующейся стружки, обрабатываемой детали, инструмента и охлаждающей жидкости, рис.1.1. Для расчёта теплового баланса процесса резания рассмотрим упрощённую расчётную схему. Предположим, что работа резания  $A=P_z \cdot l$  (равная количеству выделенной при резании теплоты) идёт на нагревание определённых объёмов обрабатываемого материала  $V_1$  (включая объём стружки), инструмента  $V_2$  и охлаждающей жидкости  $V_3$  до температуры  $\theta$  ( $P_z$ —тангенциальная составляющая силы резания, Н;  $l$ — длина пути резания, м), то есть

$$A = (m_1 \cdot c_1 + m_2 \cdot c_2 + m_3 \cdot c_3) \cdot \theta, \quad (1.1)$$

где  $m_1$ ,  $m_2$ ,  $m_3$  — определённые массы обрабатываемого материала, инструмента и охлаждающей жидкости, нагретые до температуры  $\theta$ ;

$$m_1 = \rho_1 \cdot V_1; \quad m_2 = \rho_2 \cdot V_2; \quad m_3 = \rho_3 \cdot V_3;$$

$\rho_1$ ,  $c_1$ ,  $\rho_2$ ,  $c_2$ ,  $\rho_3$ ,  $c_3$  — соответственно плотности и удельные теплоёмкости обрабатываемого и инструментального материалов и охлаждающей жидкости.

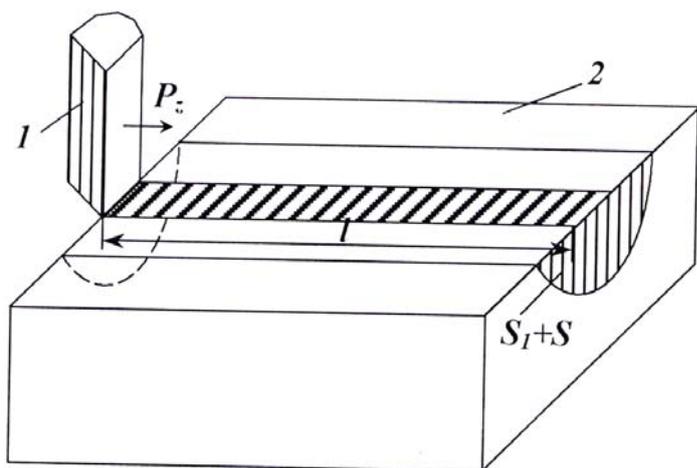


Рис.1.1. Упрощенная схема процесса резания:  
1 — резец; 2 — деталь.

В пределе масса  $m_1$  равна массе обрабатываемой детали, масса  $m_2$  — массе инструмента, масса  $m_3$  с течением времени обработки  $\tau$  неограниченно увеличивается. Очевидно, по мере увеличения  $\tau$  работа резания  $A$  (за счёт роста  $l$ ) также увеличивается. Это ведёт к росту температуры при резании  $\theta$ ,

так как выражение в скобках увеличивается менее интенсивно, чем  $\theta$ .

Чем больше массы  $m_1$  и  $m_2$ , тем больше интенсивность роста температуры резания  $\theta$  с увеличением  $A$ . Для того, чтобы уменьшить

температуру необходимо увеличить интенсивность подачи охлаждающей жидкости (увеличить массу  $m_3$ ). Учитывая то, что с течением времени обработки  $\tau$  массы  $m_1$  и  $m_2$  неизменны, а масса  $m_3$  – неограниченно увеличивается, зависимость (1.1) примет вид

$$A = m_3 \cdot c_3 \cdot \theta.$$

Так как  $A \cong \tau$ ;  $m_3 \cong \tau$ , то температура  $\theta$  после определённого времени обработки будет оставаться почти постоянной.

Если  $m_3=0$ , то согласно зависимости (1.1), температура  $\theta$  с увеличением работы  $A$  будет пропорционально возрастать. Чем больше массы  $m_1$  и  $m_2$ , тем меньше  $\theta$ .

Одну и ту же температуру  $\theta$  (при условии  $\tau = \text{const}$ ) с увеличением  $m_1$  можно достичь при меньших значениях  $m_3$ , то есть обработка деталей небольшой массы  $m_1$  требует более интенсивной подачи охлаждающей жидкости (массы  $m_3$ ).

Полученные теоретические решения согласуются с экспериментальными данными. Например, установлено, что обработка небольших по массе деталей без применения охлаждающей жидкости приводит к их сильному нагреву, тогда как обработка на тех же режимах резания более массивных деталей характеризуется меньшими температурами. Проблема снижения нагрева деталей чрезвычайно актуальна в условиях обработки, когда деталь удерживается в руках рабочего или когда нагретую деталь приходится извлекать из зоны обработки вручную.

Основным путём уменьшения  $\theta$  в этом случае является уменьшение работы резания  $A$  или же применение охлаждающей жидкости (увеличение массы  $m_3$ ). Уменьшение  $A$  предполагает уменьшение силы резания  $P_z = \sigma \cdot S$  за счёт уменьшения условного напряжения резания  $\sigma$  и площади поперечного сечения среза, определяющего производительность обработки. Уменьшение  $\sigma$  требует применения более прогрессивных инструментов, процессов обработки, технологического оборудования, технологических сред и т. д.

Приведённое теоретическое решение использовано нами для совершенствования процесса снятия заусенца и формирования фасок на торце стального кольца после шлифования. Операция производилась на сверлильном станке с применением обычной шлифовальной ленты для сухой обработки. В процессе кратковременной обработки кольцо значительно нагревалось, а шлифовальная лента в месте контакта с кольцом теряла режущую способность вследствие повышенной тем-

пературы. Нагрев кольца чрезвычайно затруднял оценку качества его обработки на рабочем месте, в результате операция оказалась весьма трудоёмкой.

Применение водостойкой шлифовальной ленты из электрокорунда нормального зернистостью 10 позволило уменьшить мощность резания и соответственно условное напряжение резания  $\sigma$  за счёт более высокой режущей способности шлифовальной ленты. Это обеспечило существенное снижение температуры резания и кольцо сразу после обработки можно было удерживать в руках при осмотре сформированных фасок. Улучшилось качество обработки.

Объём  $V_1$  представим в виде

$$V_1 = l \cdot (S + S_1), \quad (1.2)$$

где  $S_1$  – площадь поперечного сечения объёма  $V_1$  детали без учёта площади поперечного сечения среза  $S$ , рис.1.1.

После несложных преобразований, получим

$$\theta = \frac{\sigma}{\left[ \rho_1 \cdot c_1 \cdot \left( 1 + \frac{S_1}{S} \right) + \rho_2 \cdot c_2 \cdot \frac{V_2}{V} + \rho_3 \cdot c_3 \cdot \frac{V_3}{V} \right]}, \quad (1.3)$$

где  $\sigma = P_z / S$  – условное напряжение резания, Н/м<sup>2</sup>;

$V = l \cdot S$  – объём срезаемого материала, м<sup>3</sup>.

Зависимость (1.3) позволяет в общем виде проанализировать условия уменьшения температуры при резании  $\theta$ . Очевидно, наибольшее влияние на  $\theta$  оказывает условное напряжение резания  $\sigma$ . Следовательно, основной путь уменьшения  $\theta$  – это уменьшение  $\sigma$  за счёт повышения режущей способности инструмента, уменьшения сил трения в процессе резания.

Уменьшить  $\theta$  можно также увеличением параметров  $\rho_1$ ,  $c_1$ ,  $\rho_2$ ,  $c_2$ ,  $\rho_3$ ,  $c_3$ ,  $S_1$ ,  $V_2$ ,  $V_3$ , то есть, чем больше суммарный объём  $(V_1 - V) + V_2 + V_3$ , тем ниже температура при резании. Самостоятельное влияние на  $\theta$  оказывает отношение  $S_1/S$ . С его увеличением температура  $\theta$  уменьшается.

Зависимость (1.3) не учитывает теплопроводность материала, то есть возможность постепенного распространения теплоты в материале от мест, более нагретых, к местам менее нагретым. По сути, зависимость (1.3) определяет максимально возможную температуру резания. Увеличение площади поперечного сечения среза  $S$  и объёма срезаемого материала  $V$  способствуют увеличению температуры при резании.

Рассмотрим частные случаи. Предположим, работа резания  $A$  затрачивается лишь на нагревание образующейся стружки (срезанного материала объёмом  $V$ ) и смазочно-охлаждающей жидкости объёмом  $V_3$ , которая подаётся в зону резания, до температуры  $\theta$ . Тогда  $S_1=0$ ,  $V_2=0$  и зависимость (1.3) примет вид

$$\theta = \frac{\sigma}{\rho_1 \cdot c_1} \cdot \left( \frac{1}{1 + \frac{\rho_3 \cdot c_3 \cdot V_3}{\rho_1 \cdot c_1 \cdot V}} \right). \quad (1.4)$$

Температура  $\theta$  зависит от двух соотношений  $\frac{\sigma}{\rho_1 \cdot c_1}$  и  $\frac{\rho_3 \cdot c_3 \cdot V_3}{\rho_1 \cdot c_1 \cdot V}$ .

Чем меньше первое и больше второе, тем меньше температура.

При резании без использования смазочно-охлаждающей жидкости ( $V_3=0$ ) второе слагаемое в (1.4) отсутствует и температура  $\theta$  определяется лишь соотношением  $\frac{\sigma}{\rho_1 \cdot c_1}$ .

Чем больше параметры  $\rho_3$ ,  $c_3$ ,  $V_3$  в зависимости (1.4), тем меньше температура  $\theta$ . Теплоёмкость воды, используемой обычно в качестве охлаждающей жидкости, приблизительно в 10 раз больше теплоёмкости обрабатываемой стали, а  $V_3 > V$ . Следовательно, наличие второго слагаемого в знаменателе зависимости (1.4) указывает на то, что за счёт применения охлаждающей жидкости можно на порядок уменьшить температуру резания  $\theta$ . С увеличением интенсивности съёма материала (что пропорционально увеличению объёма материала  $V$ ) для выполнения условия  $\theta = \text{const}$  интенсивность подачи охлаждающей жидкости должна возрасти, то есть увеличиться объём  $V_3$ .

Произведём количественную оценку полученного теоретического решения. Определим температуру при резании  $\theta$  по зависимости

$$\theta = \frac{\sigma}{\rho_1 \cdot c_1}. \quad (1.5)$$

С учётом полученной нами зависимости  $\sigma = \sigma_{сж} / 2 \cdot \text{tg}\beta$ , где  $\sigma_{сж}$  - предел прочности обрабатываемого материала на сжатие, Н/м<sup>2</sup>;  $\beta$  - угол сдвига при резании.

Тогда имеем

$$\theta = \frac{\sigma_{сж}}{2 \cdot \operatorname{tg}\beta \cdot \rho_1 \cdot c_1}. \quad (1.6)$$

Предположим, обрабатывается быстрорежущая закаленная сталь Р18:  $\sigma_{сж} = 360 \text{ кГс/мм}^2 = 36 \cdot 10^8 \text{ Н/м}^2$ ;  $\rho_1 = 8,6 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ ;  $c_1 = 0,09 \text{ кал/Г} \cdot \text{град} = 0,38 \cdot 10^3 \text{ Дж/кг} \cdot \text{град}$ .

Рассчитанное по формуле значение температуры  $\theta$  для  $\operatorname{tg}\beta = 1$  равно  $\theta = 550^\circ \text{ С}$ , а для  $\operatorname{tg}\beta = 0,1$  ( $\beta = 6^\circ$ ) -  $\theta = 5500^\circ \text{ С}$ . Таким образом, с учетом реальных значений угла сдвига материала  $\beta$  температура  $\theta$  изменяется в пределах  $550^\circ - 5500^\circ \text{ С}$ . Судя по известным экспериментальным данным, температура при резании, как правило, не превышает  $1000^\circ \text{ С}$ . Расхождение расчетных и экспериментальных значений температуры может быть обусловлено различными факторами. Например, тем, что с увеличением температуры предел прочности обрабатываемого материала на сжатие  $\sigma_{сж}$  существенно уменьшается. С учетом сказанного, параметр  $\sigma_{сж}$  представим в виде

$$\sigma_{сж} = \sigma_{сж0} \cdot \left( \frac{\theta_0}{\theta} \right)^n, \quad (1.7)$$

где  $\sigma_{сж0}$  - предел прочности обрабатываемого материала на сжатие при небольшой начальной температуре  $\theta_0$  ( $\theta_0 = 100^\circ \text{ С}$ ).

Подставим зависимость (1.7) в (1.6) и разрешим ее относительно  $\theta$

$$\theta = \left( \frac{\sigma_{сж}}{2 \cdot \operatorname{tg}\beta \cdot \rho_1 \cdot c_1} \right)^{\frac{1}{1+n}} \cdot \theta_0^{\frac{n}{1+n}}. \quad (1.8)$$

Экспериментально установлено, что показатель  $n$  изменяется в пределах  $0 < n < 1$  ( $\theta_0 \approx 100^\circ \text{ С}$ ). Тогда для  $n = 1$  и  $\operatorname{tg}\beta = 1$  температура  $\theta = 230^\circ \text{ С}$ , для  $\operatorname{tg}\beta = 0,1$  -  $\theta = 742^\circ \text{ С}$ .

Этим показано, что уменьшение предела прочности обрабатываемого материала  $\sigma_{сж}$  в связи с увеличением температуры может быть одним из факторов, приводящим в соответствие теоретические и экспериментальные значения температуры резания. Рассчитанное по зависимости (1.6) максимальное значение температуры стружки  $\theta$  может быть также уменьшено за счет второго множителя зависимости (1.4), заключенного в круглые скобки (который меньше единицы).

Определим из зависимости (1.5) условное напряжение резания  $\sigma$  с учетом температурного фактора, для чего температуру стружки  $\theta$  выразим зависимостью (1.8), тогда

$$\sigma = \left( \frac{\sigma_{сж}}{2 \cdot \operatorname{tg}\beta} \right)^{\frac{1}{1+n}} \cdot (\rho_1 \cdot c_1 \cdot \theta_0)^{\frac{n}{1+n}}. \quad (1.9)$$

Зависимость (1.9) отличается от аналогичной приведенной выше зависимости тем, что в нее входят дополнительные параметры  $n$ ,  $\rho_1$ ,  $c_1$ ,  $\theta_0$ . Чем больше  $n$ , тем значительнее роль температурного фактора в формировании условного напряжения резания  $\sigma$ .

Условно зависимость (1.9) можно представить произведением двух множителей, заключенных в круглые скобки. Для того, чтобы оценить роль температурного фактора, произведем расчет двух множителей для быстрорежущей закаленной стали Р18. С учетом приведенных выше значений  $\sigma_{сж0} = 36 \cdot 10^8 \text{ Н/м}^2$ ,  $\rho_1$ ,  $c_1$ ,  $\theta_0 = 100^\circ\text{С}$ ,  $\operatorname{tg}\beta = 1$

$$n=1, \text{ имеем: } \left( \frac{\sigma_{сж}}{2 \cdot \operatorname{tg}\beta} \right)^{\frac{1}{1+n}} = 4,24 \cdot 10^4; \quad (\rho_1 \cdot c_1 \cdot \theta_0)^{\frac{n}{1+n}} = 1,81 \cdot 10^4.$$

Как видим, второй множитель приблизительно в два раза меньше первого. Следовательно, температурный фактор играет важную роль в формировании силовой напряженности процесса резания, обобщенно определяемой параметром  $\sigma$ .

Рассчитанное по зависимости (1.9) значение  $\sigma$  равно  $\sigma = 7,67 \cdot 10^8 \text{ Н/м}^2$ , а рассчитанное по зависимости (1.53) -  $\sigma = 18 \cdot 10^8 \text{ Н/м}^2$ , т.е. температурный фактор способствует уменьшению условного напряжения резания  $\sigma$  более чем в 2 раза. Это приближает расчетные значения  $\sigma$  к экспериментально установленным.

Рассчитаем  $\sigma$  для наименьшего значения угла сдвига  $\beta$ , при котором реализуется процесс резания. Судя по экспериментальным данным, приведенным в научно-технической литературе, наименьшее значение  $\beta$  равно приблизительно  $6^\circ$ , т.е.  $\operatorname{tg}\beta \approx 0,1$ . Тогда первый множитель зависимости (1.9) равен  $13,42 \cdot 10^4$ , что в 7,4 раза больше множителя ( $1,81 \cdot 10^4$ ). Таким образом, показано, что в общем случае первый множитель больше второго в 2...7,4 раза, учитывая изменение угла сдвига  $\beta$  в пределах  $6 \dots 45^\circ$ .

При  $\beta = 6^\circ$  параметр  $\sigma$ , рассчитанный по зависимости (1.9), равен  $\sigma = 24,29 \cdot 10^8 \text{ Н/м}^2$ , а рассчитанный по зависимости (1.53) -  $\sigma = 180 \cdot 10^8 \text{ Н/м}^2$ . В данном случае за счет действия температурного фактора условное напряжение резания  $\sigma$  уменьшилось в 7,4 раза.

Следовательно, для более точного расчета параметра  $\sigma$  необходимо учитывать температурную зависимость предела прочности обрабатываемого материала на сжатие  $\sigma_{сж}$  (или предела прочности материала на сдвиг  $\tau_{сдв}$  и т.д.). Тогда параметр  $\sigma$  будет зависеть не только от механических характеристик обрабатываемого материала  $\sigma_{сж}$ ,  $\tau_{сдв}$  и других, но и от теплоемкости материала  $c_1$  и его плотности  $\rho_1$ . Исходя из зависимости (1.9), параметр  $\sigma$  определяется произведением трех характеристик обрабатываемого материала  $\sigma$ ,  $\rho_1$ ,  $c_1$ . Этим можно объяснить то, что обрабатываемость материала определяется не только его механическими, но и теплофизическими характеристиками.

## 1.2. РАСЧЕТ ТЕМПЕРАТУРЫ ПРИ РЕЗАНИИ С УЧЕТОМ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ МАТЕРИАЛА

Приведенные зависимости не учитывают теплопроводности обрабатываемого и инструментального материалов, то есть возможность постепенного распространения теплоты в веществе от мест более нагретых к местам менее нагретым. Как отмечалось выше, приведенные зависимости определяют максимально возможную температуру при резании. Из курса физики известно, что количество протекшего через стенку тепла при установившемся тепловом потоке определяется

$$Q = \lambda \cdot F \cdot \frac{\theta_1 - \theta_2}{h} \cdot \tau, \quad (1.10)$$

где  $\lambda$  – коэффициент теплопроводности;  $F$  – поверхность стенки;  $\theta_1$ ,  $\theta_2$  – установившиеся температуры той и другой поверхности стенки;  $h$  – толщина стенки;  $\tau$  – время, в течение которого перемещалось тепло.

Рассматривая схему резания, когда инструмент перемещается по нормали к условной стенке (рис.1.2) со скоростью  $V_{рез}$ , зависимость (1.5) с учётом  $Q = A = P_y \cdot V_{рез} \cdot \tau$ ;  $P_y = P_z / k_{рез}$ ,  $\theta = \theta_0$  (где  $P_y$  – радиальная составляющая силы резания;  $k_{рез}$  – коэффициент резания;  $V_{рез}$  – скорость подачи инструмента) примет вид

$$\theta = \frac{P_z \cdot V_{рез} \cdot h}{\lambda \cdot k_{рез} \cdot F}. \quad (1.11)$$

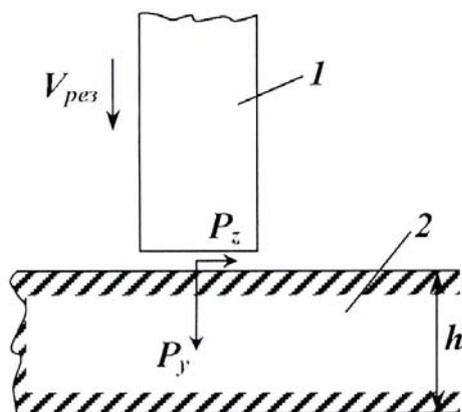


Рис.1.2. Расчетная схема процесса резания: 1 – инструмент; 2 – деталь.

Температура при резании  $\theta$  тем меньше, чем меньше сила резания  $P_z$ , скорость резания  $V_{рез}$ , толщина стенки  $h$  (толщина обрабатываемой детали) и чем больше параметры  $k_{рез}$ ,  $\lambda$ ,  $F$ . Уменьшение  $P_z$  и увеличение  $k_{рез}$  может быть обусловлено повышением режущей способности инструмента.

Глубина распространения тепла при резании не всегда равна толщине стенки  $h$ . Данное условие выполняется лишь при обработке тонкостенных деталей. Тепло, образующееся при резании, как правило, концентрируется в

поверхностном слое обрабатываемой детали. Обозначим условно толщину этого слоя через  $h$ . Для определения  $h$  составим условие

$$Q = m_1 \cdot c_1 \cdot \theta, \quad (1.12)$$

где  $m_1 = \rho_1 \cdot F \cdot h$ ;  $F$  – площадь контакта инструмента с обрабатываемым материалом;  $Q = P_y \cdot V_{рез} \cdot \tau$ .

Из (1.12) следует

$$h = \frac{P_z \cdot V_{рез} \cdot \tau}{F \cdot k_{рез} \cdot \rho_1 \cdot c_1 \cdot \theta}. \quad (1.13)$$

Подставим (1.13) в зависимость (1.11)

$$\theta = \frac{P_z \cdot V_{рез}}{F \cdot k_{рез}} \cdot \sqrt{\frac{\tau}{\lambda \cdot c_1 \cdot \rho_1}}, \quad (1.14)$$

тогда

$$h = \sqrt{\frac{\lambda \cdot \tau}{\rho_1 \cdot c_1}}. \quad (1.15)$$

Температура при резании  $\theta$  тем меньше, чем меньше параметры  $P_z$ ,  $V_{рез}$ ,  $\tau$  и больше  $F$ ,  $k_{рез}$ ,  $\lambda$ ,  $c_1$ ,  $\rho_1$ . Глубина распространения тепла  $h$  однозначно определяется временем обработки  $\tau$ : с увеличением  $\tau$  толщина  $h$  увеличивается.

Средняя скорость распространения тепла  $V_T$  равна:

$$V_T = \frac{h}{\tau} = \sqrt{\frac{\lambda}{\rho_1 \cdot c_1 \cdot \tau}}. \quad (1.16)$$

С течением времени обработки  $\tau$  скорость  $V_T$  уменьшается.

Для схемы резания (показанной на рис.1.3), рассматривая  $\tau$  как время, за которое тепловой источник плотностью  $q$  и длиной  $L$  переместится на величину  $L$ , параметр  $\theta$  по приведенной выше методике определится ( $Q = P_z \cdot V_{рез} \cdot \tau$ ,  $P_z = \sigma \cdot S$ ):

$$\theta = \sigma \cdot V_{рез} \cdot \frac{S}{F} \cdot \sqrt{\frac{\tau}{\rho_1 \cdot c_1 \cdot \lambda}}, \quad (1.17)$$

где  $V_{рез}$  – скорость резания;  $S$  – площадь поперечного сечения среза;  $\sigma$  – условное напряжение резания.

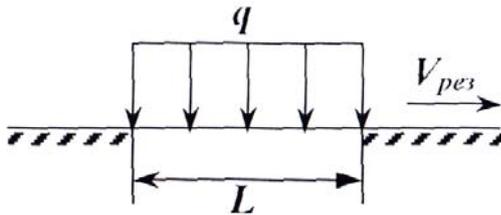


Рис.1.3. Расчетная схема процесса резания.

В отличие от аналогичной зависимости (1.4) при условии  $V_3=0$ , зависимость (1.17) содержит новые переменные  $V_{рез}$ ,  $S$ ,  $F$ ,  $\lambda$ , обусловленные теплопроводностью материала. Представим (1.17) в виде

$$\theta = \frac{\sigma}{\rho_1 \cdot c_1} \cdot \left( V_{рез} \cdot \frac{S}{F} \cdot \sqrt{\frac{\rho_1 \cdot c_1 \cdot \tau}{\lambda}} \right). \quad (1.18)$$

С учётом (1.16) зависимость (1.18) выразится

$$\theta = \frac{\sigma}{\rho_1 \cdot c_1} \cdot \frac{S}{F} \cdot \frac{V_{рез}}{V_T}. \quad (1.19)$$

Первый множитель  $\frac{\sigma}{\rho_1 \cdot c_1}$  определяет максимально возможную

температуру поверхности детали, а второй и третий  $\frac{S}{F}$  и  $\frac{V_{рез}}{V_T}$  множители – безразмерные величины, которые по физической сути должны понижать температуру вследствие теплопроводности обрабатываемого материала. Величина  $\frac{S}{F} \cdot \frac{V_{рез}}{V_T}$  определяет отношение производительности обработки к скорости изменения объёма материала, нагретого до температуры  $\theta$ .

Для точения  $S=a \cdot b$ ,  $F=L \cdot b$  (где  $a$ ,  $b$  – толщина и ширина среза),  $\tau = L / V_{рез}$ , тогда

$$\theta = \frac{\sigma}{\rho_1 \cdot c_1} \cdot \sqrt{\frac{\rho_1 \cdot c_1 \cdot V_{рез} \cdot a^2}{\lambda \cdot L}}. \quad (1.20)$$

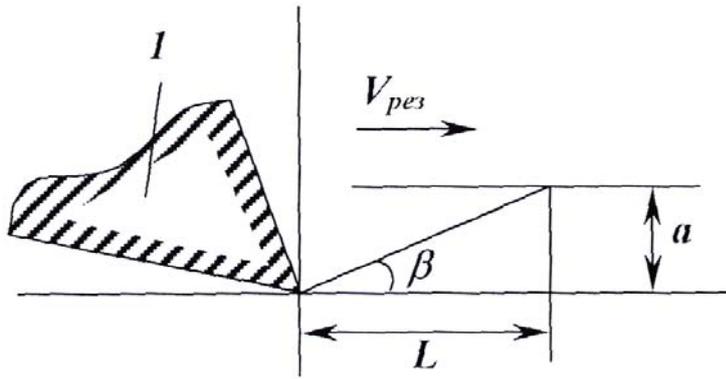


Рис. 1.4. Расчётная схема угла сдвига  $\beta$ :  
1-резец.

В первом приближении  $L$  можно рассматривать как длину контакта резца с обрабатываемым материалом, то есть  $L \rightarrow 0$ . В уточнённом представлении параметр  $L$  следует рассматривать как длину зоны резания, охваченную сдвиговыми деформациями обрабатываемого материала, то есть определяемую

положением условной плоскости сдвига материала (её проекция на обрабатываемую поверхность). Исходя из рис.1.4, справедливо соотношение  $a / L = \operatorname{tg}\beta$  (где  $\beta$  – условный угол сдвига материала).

С учётом  $V_{рез} \cdot a = Q_{уд}$  (где  $Q_{уд}$  – удельная производительность обработки, приходящаяся на единицу ширины среза) зависимость (1.20) примет вид

$$\theta = \frac{\sigma}{\rho_1 \cdot c_1} \cdot \sqrt{\frac{\rho_1 \cdot c_1 \cdot Q_{уд} \cdot \operatorname{tg}\beta}{\lambda}}. \quad (1.21)$$

Для определения угла сдвига материала  $\beta$  можно воспользоваться формулой, полученной проф. Зворыкиным К. А.

$$\beta = 45^\circ + \frac{\gamma - \varphi}{2}, \quad (1.22)$$

где  $\gamma$  – передний угол инструмента;

$\varphi$  – угол трения на передней поверхности инструмента,  $\operatorname{tg}\varphi = f$  – коэффициент трения.

По нашим данным, условное напряжение резания  $\sigma$  связано с углом сдвига  $\beta$  соотношением

$$\sigma = \frac{\sigma_{сж}}{2 \cdot \operatorname{tg}\beta}, \quad (1.23)$$

где  $\sigma_{сж}$  – предел прочности обрабатываемого материала на сжатие.

Подставляя (1.23) в зависимость (1.21), имеем

$$\theta = \frac{\sigma_{сж}}{2 \cdot \rho_1 \cdot c_1} \cdot \sqrt{\frac{\rho_1 \cdot c_1 \cdot Q_{уд}}{\lambda \cdot \operatorname{tg}\beta}}. \quad (1.24)$$

Температура поверхности детали  $\theta$  тем меньше, чем меньше параметры  $\sigma_{сж}$ ,  $Q_{уд}$  и больше угол сдвига  $\beta$ . Исходя из зависимости (1.22), увеличить угол  $\beta$  можно увеличением переднего угла  $\gamma$  инструмента (резца) и уменьшением коэффициента трения  $f$  на его передней поверхности.

Полученное теоретическое решение соответствует многочисленным экспериментальным данным [2, 7, 12, 14, 15, 16], согласно которым с увеличением скорости резания  $V_{рез}$  и толщины среза  $a$  (то есть с увеличением удельной производительности обработки  $Q_{уд}$ ), а также с уменьшением положительного переднего угла резца и увеличением коэффициента трения на его передней поверхности происходит увеличение температуры поверхности детали. Применение эффективных технологических сред, нанесение износостойких покрытий на переднюю поверхность лезвийных инструментов способствует уменьшению коэффициента трения и температуры поверхности детали.

В работе [155] показано, что с учётом действия на передней поверхности инструмента распределённой нагрузки условный угол сдвига материала  $\beta$  определяется зависимостью  $tg\beta = \frac{a}{l} \cdot \frac{\tau_{сдв}}{HV}$ , где  $a$  - толщина среза, м;  $l$  - длина контакта стружки с передней поверхностью резца, м;  $HV$ ,  $\tau_{сдв}$  - соответственно твердость и предел прочности обрабатываемого материала на сдвиг, Н/м<sup>2</sup>.

Подставляя её в (1.24), принимая при этом  $l = a \cdot \alpha$ ,  $HV = \alpha_1 \cdot \tau_{сдв}$  (где  $\alpha$ ,  $\alpha_1 > 1$ ), имеем

$$\theta = \frac{\sigma_{сж}}{\rho_1 \cdot c_1} \cdot \sqrt{\frac{\rho_1 \cdot c_1 \cdot Q_{уд} \cdot a \cdot \alpha_1}{\lambda}}. \quad (1.25)$$

Чем больше коэффициенты  $\alpha$  и  $\alpha_1$ , тем больше температура  $\theta$ . Поскольку коэффициент  $\alpha_1$  характеризует свойства обрабатываемого материала и задан, уменьшить  $\theta$  можно уменьшением коэффициента  $\alpha$  до значения  $\alpha < 1$ .

Это может быть достигнуто различными методами, например, переводом деформируемых слоёв обрабатываемого материала из пластического в хрупкое состояние, уменьшением пластических и упругих деформаций материала за счёт уменьшения коэффициента трения на передней поверхности инструмента, дроблением образующейся стружки с помощью вибраций и ультразвуковых колебаний и т. д.

Преобразуем зависимость (1.18) применительно к процессу плоского шлифования (принимая  $V_{рез}=V_{кр}$ ;  $S = \frac{Q}{V_{кр}} = \frac{B \cdot V_{дет} \cdot t}{V_{кр}}$ ;  $F=B \cdot l$ ;

$$l = \sqrt{2t \cdot R_{кр}}; \tau = \frac{l}{V_{дет}}$$

$$\theta = \frac{\sigma}{\rho_1 \cdot c_1} \cdot \sqrt{\frac{\rho_1 \cdot c_1 \cdot Q_{уд}}{\lambda}} \cdot \sqrt{\frac{t}{2 \cdot R_{кр}}}, \quad (1.26)$$

где  $V_{дет}$ ,  $V_{кр}$  – соответственно скорости детали и круга (рис.1.5);  $t$  – глубина шлифования;  $S$ – мгновенная суммарная площадь поперечного сечения среза всеми одновременно работающими зёрнами;  $Q$ – производительность обработки;  $B$ – ширина шлифования;  $l$ – длина дуги контакта с обрабатываемым материалом;  $R_{кр}$  – радиус круга;  $Q_{уд}=V_{дет} \cdot t$  – удельная производительность обработки, приходящаяся на единицу ширины круга.

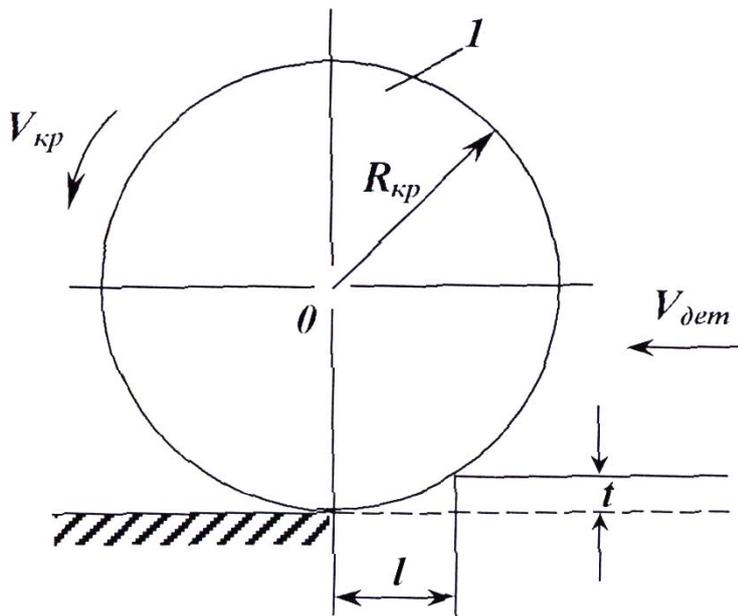


Рис. 1.5. Расчётная схема процесса шлифования: 1-шлифовальный круг.

Температура поверхности детали  $\theta$  тем меньше, чем меньше параметры  $t$ ,  $Q_{уд}$  и больше  $R_{кр}$ , то есть эффективно обработку вести по схеме многопроходного шлифования (увеличивая  $V_{дет}$  и уменьшая  $t$ ). Основным условием уменьшения температуры  $\theta$  следует рассматривать уменьшение условного напряжения резания  $\sigma$ , которое из всех переменных параметров

входит в зависимость (1.26) с наибольшей степенью. Для этого необходимо поддерживать в процессе шлифования высокую режущую способность круга, снижать силы трения.

На основе полученной зависимости (1.24) можно определить максимально возможную удельную производительность обработки  $Q_{уд}$ , обусловленную температурным фактором:

$$Q_{yd} = c_1 \cdot \rho_1 \cdot \lambda \cdot \operatorname{tg} \beta \cdot \left( \frac{\theta}{\sigma_{сж}} \right)^2. \quad (1.27)$$

Производительность  $Q_{yd}$  тем больше, чем больше параметры  $\rho_1$ ,  $c_1$ ,  $\lambda$ ,  $\beta$ ,  $\theta$  и меньше  $\sigma_{сж}$ . Значение температуры  $\theta$  может быть ограничено параметрами качества обработки и т. д. Поэтому предположим, что существуют предельные или оптимальные значения  $\theta$ , которые необходимо поддерживать в процессе резания. Исходя из этого, переменным параметром, входящим в зависимость (1.27), является лишь условный угол сдвига материала  $\beta$ . Все остальные параметры при резании конкретного материала остаются неизменными.

Следовательно, повысить  $Q_{yd}$  можно за счёт увеличения угла  $\beta$ , увеличивая угол инструмента  $\gamma$  и уменьшая коэффициент трения  $f$  на его передней поверхности (исходя из зависимости (1.22)).

Добиться заданного значения  $Q_{yd} = V_{рез} \cdot a$  можно различными сочетаниями скорости резания  $V_{рез}$  и толщины среза  $a$ . Увеличение  $V_{рез}$  предполагает уменьшение  $a$  и наоборот. В отличие от скорости резания  $V_{рез}$ , толщина среза  $a$ , как известно, ограничена прочностью инструмента. Следовательно, выбор  $a$  необходимо производить из условия обеспечения прочности инструмента, а выбор  $V_{рез}$  – из условия  $V_{рез} = Q_{yd} / a$ , где  $Q_{yd}$  определяется из зависимости (1.27).

Экспериментально установлено [144], что при фиксированной температуре  $\theta$  произведение скорости резания и подачи (независимо от сочетания режимов) имеет примерно одинаковую величину. Это согласуется с зависимостью (1.27).

Из проведенного анализа следует чрезвычайно важный вывод, состоящий в том, что основным ограничением увеличения производительности процесса резания является температурный фактор, а вспомогательным (определяющим предельную толщину среза  $a$ ) – механический, обусловленный прочностью режущего инструмента. Этим можно объяснить то, что выбор оптимальных режимов резания на практике обусловлено главным образом температурным фактором.

### 1.3. РАСЧЕТ ТЕПЛООВОГО БАЛАНСА ПРИ РЕЗАНИИ МАТЕРИАЛОВ

Располагая теоретическими решениями, учитывающими теплопроводность материала, можно подойти к количественной оценке теплового баланса при резании. Предположим, что работа резания

идет на нагревание образующейся стружки и поверхностного слоя обработанного материала детали. Нагревание режущего инструмента первоначально учитывать не будем. Тогда зависимость (1.1) примет вид:

$$A = m_1 \cdot c_1 \cdot \theta, \quad (1.28)$$

где  $m = \rho_1 \cdot l \cdot b \cdot (a + h)$  – суммарная масса образующейся стружки и нагретого объема поверхностного слоя обработанной поверхности детали толщиной  $h \cdot b$ , длиной  $l$  (рис.1.1);  $a$  и  $b$  – толщина и ширина среза,  $n$ . Принимая  $A = P_z \cdot l = \sigma \cdot a \cdot b \cdot l$  с учетом зависимости (1.28), имеем

$$\sigma = \rho \cdot c \cdot \theta \cdot \left(1 + \frac{h}{a}\right), \quad (1.29)$$

где  $\rho = \rho_1$ ;  $c = c_1$ .

Исходя из зависимости (1.29), условное напряжение резания  $\sigma$  определяется двумя слагаемыми. Первое слагаемое эквивалентно работе, затрачиваемой на нагревание до температуры  $\theta$  образующейся стружки, второе – работе, затрачиваемой на нагревание до той же температуры поверхностного слоя обработанного материала детали толщиной  $h$ .

Из (1.29) вытекает зависимость для расчета температуры при резании  $\theta$ , которая учитывает тепло, уходящее в стружку и деталь:

$$\theta = \frac{\sigma}{\rho \cdot c} \cdot \frac{1}{\left(1 + \frac{h}{a}\right)}. \quad (1.30)$$

Структурно зависимость (1.30) аналогична зависимости (1.4), полученной с учетом тепла, уходящего в обрабатываемый материал и охлаждающую жидкость. Для определения  $h$  преобразуем зависимость (1.10), рассматривая распространение тепла в деталь и срезаемый слой материала толщиной  $a$

$$Q = \lambda \cdot F \cdot \theta \cdot \tau \cdot \left(\frac{1}{h} + \frac{1}{a}\right).$$

Тогда с учетом  $Q = P_z \cdot V_{рез} \cdot \tau$ ,  $F = L \cdot b$ ,  $P_z = \sigma \cdot a \cdot b$ ,  $L = a / \operatorname{tg} \beta$  и зависимости (1.30), имеем

$$\theta = \frac{\sigma}{\rho \cdot c} \cdot \left( \frac{1}{1 + \frac{\lambda}{\rho \cdot c \cdot V_{рез} \cdot a \cdot \operatorname{tg} \beta}} \right). \quad (1.31)$$

Сравнивая зависимости (1.30) и (1.31), нетрудно видеть, что

$$\frac{h}{a} = \frac{\lambda}{\rho \cdot c \cdot a \cdot V_{рез} \cdot \operatorname{tg} \beta}, \quad (1.32)$$

где  $\beta$  - условный угол сдвига материала.

Зная угол  $\beta$  для заданных условий обработки ( $\lambda$ ,  $\rho$ ,  $c$ ,  $a$ ,  $V_{рез}$ ), можно по зависимости (1.32) определить соотношение  $h/a$ . По физической сути это соотношение определяет долю работы резания (количества тепла), которое затрачивается на нагревание до температуры  $\theta$  поверхностного слоя обрабатываемого материала детали толщиной  $h$ .

При резании быстрорежущей закаленной стали P18 ( $\lambda = 0,058$  кал/см $\cdot$ с $\cdot$ град;  $c = 0,09$  кал/г $\cdot$ град;  $\rho = 8,6$  г/см $^3$  [17]) с режимом:  $a = 0,01$  см;  $V_{рез} = 100$  см/с;  $\operatorname{tg} \beta = 1$  соотношение  $h/a$ , исходя из (1.32), равно 0,075.

Следовательно, доля тепла, затрачиваемого на нагревание стружки, равна 93%, а доля тепла, затрачиваемого на нагревание детали, равна всего 7%.

Таблица 1.1.

Расчетное значение  $h/a$ .

$\beta$ , град	45	30	20	10
$h/a$	0,075	0,13	0,2	0,43

С уменьшением угла сдвига  $\beta$  соотношение  $h/a$  увеличивается, табл. 1.1. При  $\beta = 10^\circ$  в стружку и деталь соответственно уходит  $\approx 60\%$  и  $40\%$  тепла. Как видим, в стружку уходит больше тепла, чем в деталь (в широком диапазоне изменения условий обработки). Это согласуется с экспериментальными данными, например, данными Даниеляна А. М. [34], приведенными в табл. 1.2.

Таблица 1.2.

Общее количество выделяемого тепла, средняя температура стружки и распределение тепла между стружкой, деталью и инструментом при точении ( $t = 1,5$  мм;  $S = 0,12$  мм/об;  $V = 100$  м/мин).

Материал обрабатываемой детали	Общее кол-во тепла в ккал/мин	Средняя температура стружки в $^\circ\text{C}$	Количество тепла в %		
			В стружке	В детали	В резце
Сталь 40X	12,9	420	71	29	1,9
Чугун (НВ 207)	13	290	42	50	1,5
Алюминий	8,7	140	21	73	2,2

Исходя из табл. 1.2, наибольшее количество тепла при резании стали 40X уходит в стружку, а наименьшее - в резец. При резании чугуна наибольшее количество тепла уходит в деталь, что связано с отсутствием образования сплошной стружки. При резании алюминия вследствие его высокой теплопроводности наибольшее количество тепла уходит в деталь.

Во всех трех рассмотренных случаях количество тепла, уходящего в резец, ничтожно мало и, следовательно, в расчетах его можно не учитывать.

Зависимость (1.32) представим в виде

$$\frac{h}{a} = \frac{\lambda}{\rho \cdot c \cdot Q_{y\partial} \cdot \operatorname{tg}\beta},$$

где  $Q_{y\partial} = a \cdot V_{рез}$  – удельная производительность обработки,  $\text{м}^3/(\text{с} \cdot \text{м})$ .

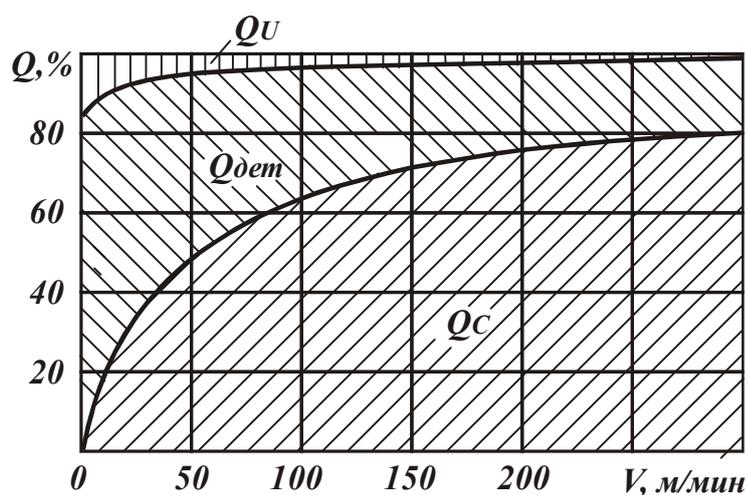


Рис. 1.6. Распределение тепла  $Q$  между стружкой, инструментом и деталью при точении стали 40X резцом из твердого сплава Т60К6 ( $t=1,5$  мм;  $S=0,12$  мм/об).

ла, уходящего в деталь, уменьшается приблизительно от 80% (при  $V_{рез} \rightarrow 0$ ) до 20% (при  $V_{рез}=300$  м/мин).

Выражая в (1.30) условное напряжение резания  $\sigma$  зависимостью

$\sigma = \frac{\sigma_{сж}}{2 \operatorname{tg}\beta}$ , приведенной в работе [155], приходим к решению:

$$\theta = \frac{\sigma_{сж}}{2 \cdot \rho \cdot c \cdot \operatorname{tg}\beta} \cdot \frac{1}{\left(1 + \frac{h}{a}\right)}. \quad (1.33)$$

Как видим, чем больше  $Q_{y\partial}$ , тем меньше соотношение  $h/a$  и меньшее количество тепла уходит в деталь. Основное количество тепла уходит в стружку. Это подтверждается экспериментальными данными, рис. 1.6. [34].

С увеличением скорости резания количество тепла, уходящего в стружку, увеличивается до 80%, а количество теп-

Принимая исходные данные:  $\sigma_{сж} = 36 \cdot 10^8 \text{ Н/м}^2$ ;  $\rho = 8,6 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ ;  $c = 0,38 \cdot 10^3 \text{ Дж/кг} \cdot \text{град}$ ;  $\text{tg } \beta = 1$ , а также установленное выше значение  $h/a = 0,075$  (для быстрорежущей стали Р18), из зависимости (1.33) определим температуру  $\theta$ , которая равна  $512,3^\circ\text{C}$ .

Если не учитывать в зависимости (1.33) множитель  $(1+h/a)=1,075$ , то температура  $\theta$  будет равна  $559,8^\circ\text{C}$ . Как видим, различие значений температуры для двух рассмотренных случаев не столь существенно и поэтому для определенных условий обработки долю тепла, уходящего в деталь, можно при расчетах не учитывать. В этом случае справедлива упрощенная зависимость:

$$\theta = \frac{\sigma}{\rho \cdot c}. \quad (1.34).$$

При резании с использованием смазочно-охлаждающей жидкости расчет температуры  $\theta$  необходимо производить по зависимости (1.4). За счет второго слагаемого, заключенного в круглые скобки (которое меньше единицы), температура  $\theta$  уменьшится. Чем больше соотношения  $c_3/c_l$  и  $V_3/V$ , тем значительнее снижение температуры при резании.

#### 1.4. ПРИБЛИЖЕННЫЙ РАСЧЕТ ТЕМПЕРАТУРЫ РЕЗАНИЯ

Как установлено экспериментально, наибольшая температура при резании достигается на передней поверхности инструмента в результате ее трения с образующейся стружкой. В связи с этим в теории резания температуру, образующуюся на контактирующих поверхностях, принято называть температурой резания.

Для анализа температуры резания рассмотрим упрощенную расчетную схему, рис.1.7, в которой режущую часть инструмента (резца)

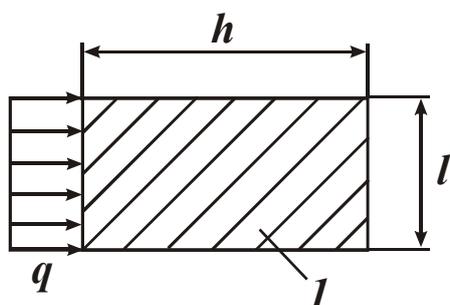


Рис.1.7. Расчетная схема процесса резания: 1 – пластина.

представим прямоугольной пластинкой толщиной  $h$ , контактирующей передней поверхностью со сходящей со скоростью  $V_{сmp}$  стружкой.

Пусть на передней поверхности инструмента действует тепловой поток

плотностью  $q' = \frac{N}{F} = \frac{P_y \cdot V_{сmp}}{b \cdot l}$ , где  $N$  – мощность теплового потока, Вт;

$P_y = P_z \cdot f$  – радиальная составляющая силы резания, Н;  $P_z$  – тангенциальная составляющая силы резания, Н;  $f$  – коэффициент трения на передней поверхности инструмента;  $F$  – площадь контакта образующей стружки с передней поверхностью инструмента, м<sup>2</sup>;  $b$  и  $l$  – соответственно ширина и длина контакта стружки с передней поверхностью инструмента, м.

Количество тепла  $Q$ , протекающего через пластинку толщиной  $h$ , определяется зависимостью (1.10). Тогда с учетом  $Q = A = N \cdot \tau + P_y \cdot V_{стр} \cdot \tau$  и  $\theta_2 = 0$ , температура резания  $\theta = \theta_1$  аналитически описывается

$$\theta = \frac{P_z \cdot f \cdot V_{стр} \cdot h}{\lambda \cdot b \cdot l}, \quad (1.35)$$

где  $\lambda$  – коэффициент теплопроводности инструментального материала.

Представим  $P_z = \sigma \cdot S = \sigma \cdot a \cdot b$ ,  $V_{стр} = \frac{V_{рез}}{k_L}$ , где  $V_{рез}$  – скорость резания, м/с;  $k_L$  – коэффициент усадки стружки.

Согласно известной формулы проф. Тиме, для переднего угла резца, равного нулю,  $k_L = \frac{1}{\operatorname{tg}\beta}$ , где  $\beta$  – угол сдвига материала.

После преобразований зависимость (1.35) примет вид

$$\theta = \frac{\sigma \cdot a \cdot f \cdot V_{рез} \cdot \operatorname{tg}\beta \cdot h}{\lambda \cdot l}. \quad (1.36)$$

Условное напряжение резания  $\sigma$  выразим зависимостью  $\sigma = \frac{\sigma_{сж}}{2 \cdot \operatorname{tg}\beta}$ , а соотношение  $a/l$  – зависимостью  $\operatorname{tg}\beta = a/l$ , тогда

$$\theta = \frac{\sigma_{сж} \cdot f \cdot V_{рез} \cdot \operatorname{tg}\beta \cdot h}{2 \cdot \lambda}. \quad (1.37)$$

С увеличением скорости резания  $V_{рез}$  температура резания  $\theta$  увеличивается. Однако, не по линейному закону, так как одновременно происходит уменьшение параметров  $\sigma_{сж}$  и  $f$  (в связи с увеличением температуры) и увеличение угла сдвига материала  $\beta$  (как установлено экспериментально, рис. 1.5).

Данная зависимость согласуется с аналогичными зависимостями, установленными экспериментально многими исследователями. Например, в работе Т.Н. Лоладзе [87] показано, что с увеличением

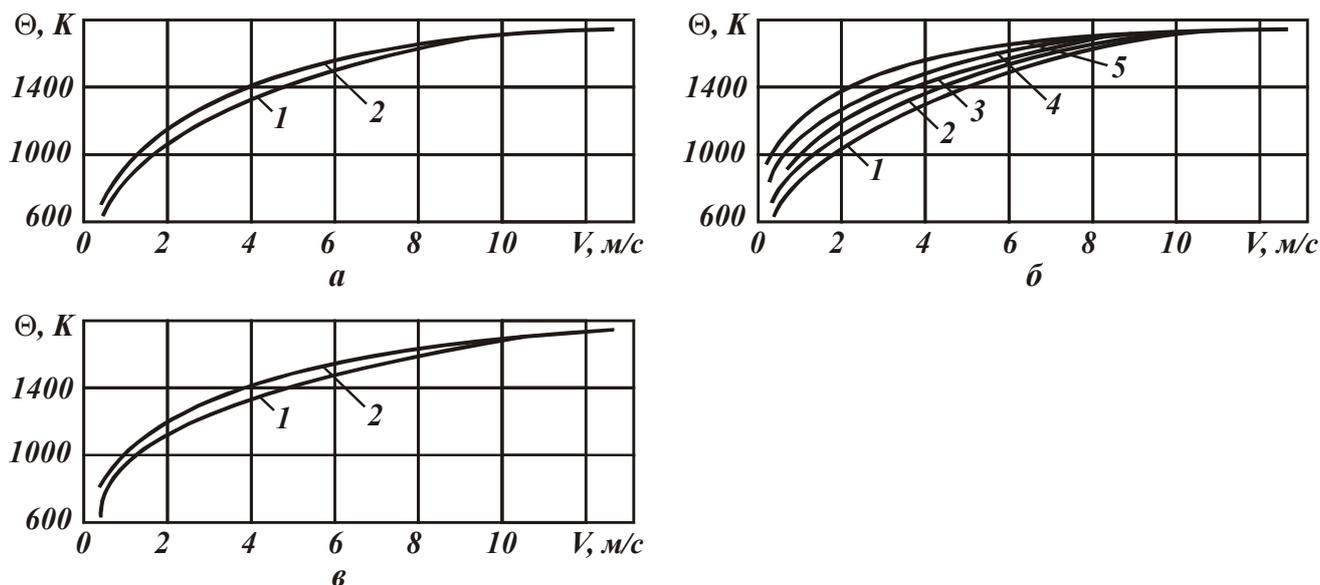


Рис.1.8. Изменение температуры резания стали 40 в зависимости от скорости [87] ( $\sigma_B=617$  МПа;  $\gamma=-4^0$ ;  $\alpha=10^0$ ;  $\varphi=45^0$ ): а – Т5К10 – сталь 40; б – Т15К6 – сталь 40; в – Т30К4 – сталь 40; 1 –  $S=0,21$  мм/об; 2 –  $S=0,3$  мм/об; 3 –  $S=0,42$  мм/об; 4 –  $S=0,6$  мм/об; 5 –  $S=0,84$  мм/об.

скорости резания температура резания непрерывно увеличивается, причем, при небольших скоростях резания – более интенсивно, рис.1.8. Исходя из зависимости (1.37), нелинейный характер изменения температуры резания от скорости резания может быть обусловлен уменьшением  $\sigma_{сж}$  и  $f$  в связи с увеличением температуры.

Толщина среза  $a$  в явном виде в зависимость (1.37) не входит. Она влияет на  $\theta$  посредством изменения угла сдвига материала  $\beta$ . Например, экспериментально установлено, что с увеличением толщины среза угол сдвига  $\beta$  и температура резания  $\theta$  увеличиваются, что соответствует зависимости (1.37). Однако, влияние толщины среза  $a$  на температуру резания  $\theta$  меньше влияния скорости резания. Это вытекает из зависимости (1.37) и подтверждается экспериментальными исследованиями.

Исходя из полученной зависимости (1.37), существенное влияние на  $\theta$  оказывают коэффициент трения  $f$  на передней поверхности инструмента, что также хорошо согласуется с экспериментальными данными. Уменьшая  $f$ , можно значительно уменьшить температуру резания. С увеличением  $\sigma_{сж}$  и уменьшением  $\lambda$  температура резания  $\theta$  увеличивается.

В работе [34] приводятся температурные зависимости (полученные А.М. Даниеляном) для различных процессов резания стали 5140 инструментами из стали P18. Например,

при точении:

$$\theta = \frac{c_{\theta} \cdot V^{0,4} \cdot S^{0,24} \cdot t^{0,1} \cdot (\sin \varphi)^{0,26}}{r^{0,11} \cdot U^{0,06}}, \quad (1.38)$$

где  $V$  - скорость резания, м/мин;  $S$  - подача, мм/об;  $t$  - глубина резания, мм;  $\varphi$  - угол резца в плане;  $r$  - радиус округления вершины инструмента;  $U$  - площадь поперечного сечения державки резца;

при строгании:

$$\theta = C_{\theta} \cdot V^{0,29} \cdot S^{0,2} \cdot t^{0,08}. \quad (1.39)$$

Как видим, из всех входящих в зависимости (1.38) и (1.39) параметров режимов резания наибольшее влияние на температуру резания оказывает скорость резания  $V$ , затем в порядке убывания –  $S$  и  $t$ .

С учетом температурной зависимости (1.9) для определения условного напряжения резания  $\sigma$  температура резания  $\theta$ , определяемая зависимостью (1.37), примет вид (для  $n=1$ ):

$$\theta = \left(0,5 \cdot \sigma_{сж0} \cdot \rho \cdot c \cdot \theta_0\right)^{0,5} \cdot \frac{f \cdot V_{рез} \cdot tg^{1,5} \beta \cdot h}{\lambda}. \quad (1.40)$$

В данной зависимости влияние угла сдвига  $\beta$  на  $\theta$  усиливается по сравнению с зависимостью (1.37). Задавая предельное значение температуры резания, например, из зависимостей (1.37) или (1.40), можно определить предельное значение скорости резания  $V_{рез}$ . Как отмечалось в параграфе 1.2, предельное значение толщины среза  $a$  устанавливается из условия прочности инструмента. В данном случае производительность обработки  $\theta = a \cdot b \cdot V_{рез}$  неоднозначно зависит от температуры резания, так как параметры  $a$  и  $V_{рез}$  не взаимосвязаны в отличие от зависимости (1.27), где удельная производительность  $\theta_{уд} = a \cdot V_{рез}$  вполне однозначно зависит от температуры поверхности детали при резании.

## 1.5. ВЗАИМОСВЯЗЬ СТОЙКОСТИ ИНСТРУМЕНТА С ПРОИЗВОДИТЕЛЬНОСТЬЮ И СЕБЕСТОИМОСТЬЮ ОБРАБОТКИ

С температурой резания связан такой важнейший параметр как стойкость инструмента. Поэтому проведем анализ связи стойкости инструмента с основными показателями обработки.

Используя результаты многофакторного планирования эксперимента, получена зависимость для определения стойкости инструмента  $T$  [15]:

$$T = \frac{C_4}{V_{рез}^{m_1} \cdot t^q \cdot S^p}, \quad (1.41)$$

где  $C_4$ ,  $m_1$ ,  $q$ ,  $p$  – постоянные для определённых условий обработки;  $t$  – глубина резания;  $S$  – продольная подача за одно вращение детали;  $m_1 > q > p$ ;  $m_1 > 1$ .

Произведение  $t \cdot S$  при продольном точении равно площади поперечного сечения среза  $S_0$ , производительность обработки  $Q$  равна  $Q = V_{рез} \cdot S_0 = V_{рез} \cdot t \cdot S$ , тогда

$$T = \frac{C_4}{V_{рез}^{m_1 - p} \cdot t^{q - p} \cdot Q^p}. \quad (1.42)$$

Разрешая (1.42) относительно  $Q$ , имеем

$$Q = \left( \frac{C_4 \cdot t^{q - p}}{V_{рез}^{m_1 - p} \cdot T} \right)^{\frac{1}{p}}. \quad (1.43)$$

Увеличить  $Q$  при  $T = \text{const}$  можно уменьшением скорости резания  $V_{рез}$  и увеличением глубины резания  $t$ . Параметр  $t$  влияет на  $Q$  значительно меньше, чем  $V_{рез}$ . Следовательно, основным условием повышения  $Q$  необходимо рассматривать уменьшение  $V_{рез}$ . Однако, это

приведёт к увеличению площади поперечного

сечения среза  $S_0 = \frac{Q}{V_{рез}}$ ,

которая связана с толщиной  $a$  и шириной среза  $b$  соотношением  $S_0 = a \cdot b$ . Так как толщина среза  $a$  ограничена прочностью инструмента, увеличить  $S_0$  можно за счёт увеличения ши-

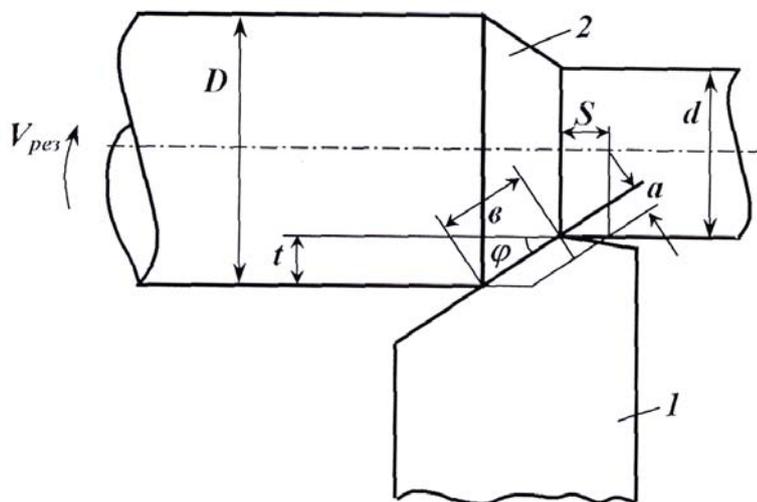


Рис.1.9. Расчетная схема продольного точения: 1 – резец; 2 – деталь.

рины среза  $b = \frac{t}{\sin \varphi}$  (где  $\varphi$  – угол резца в плане, рис.1.9), то есть за счёт увеличения глубины резания  $t$ .

Исходя из этого, глубина резания  $t$  должна принимать максимально возможное значение, равное в пределе величине снимаемого припуска.

Зная  $t$ , определяется ширина среза  $b = \frac{t}{\sin \varphi}$  и площадь поперечного среза

за  $S_0 = a \cdot b = \frac{t \cdot a}{\sin \varphi}$ , где толщина среза  $a$  определяется из условия обеспечения прочности инструмента. Представляя зависимость (1.41) в виде

$$T = \frac{C_4 \cdot t^{q-p}}{V_{рез}^{m_1} \cdot S_0^p}, \quad (1.44)$$

для заданных значений  $T$ ,  $C_4$ ,  $t$ ,  $S_0$  из (1.44) определяется скорость резания  $V_{рез}$ :

$$V_{рез} = \left( \frac{C_4 \cdot t^{q-p}}{T \cdot S_0^p} \right)^{\frac{1}{m_1}}. \quad (1.45)$$

Подставляя (1.45) в зависимость (1.43), определяется максимально возможная производительность обработки  $Q$

$$Q = \left( \frac{C_4 \cdot t^{q-p}}{T} \right)^{\frac{1}{m_1}} \cdot S_0^{1-\frac{p}{m_1}}. \quad (1.46)$$

С учётом  $S_0 = \frac{t \cdot a}{\sin \varphi}$  окончательно имеем

$$Q = \left( \frac{C_4}{T} \right)^{\frac{1}{m_1}} \cdot t^{1-\frac{q}{m_1}} \cdot \left( \frac{a}{\sin \varphi} \right)^{1-\frac{p}{m_1}}. \quad (1.47)$$

Производительность обработки  $Q$  тем больше, чем больше параметры  $t$ ,  $a$  и меньше  $T$ ,  $\varphi$ . Учитывая то, что  $T \sim 1/Q$ , эффективно обработку вести с максимально возможной температурой резания  $\theta$ .

Подача  $S$  выбирается из условия  $S = S_0 / t$ .

Нетрудно видеть различие аналогичных зависимостей (1.27) и (1.47). Если зависимость (1.27) содержит температуру резания  $\theta$  и не содержит параметры режима резания, то зависимость (1.47), наоборот, содержит и стойкость инструмента  $T$  и параметры режима резания  $t$ ,  $a$ . Это свидетельствует о том, что стойкость инструмента  $T$

неоднозначно зависит от температуры резания  $\theta$  в связи с различным влиянием на  $T$  скорости резания и подачи. За счёт уменьшения стойкости инструмента ( $T \rightarrow 0$ ) можно в более широких пределах изменять производительность обработки, чем за счёт изменения температуры резания  $\theta$  в зависимости (1.27), где величина  $\theta$  – ограничена.

Важнейшим показателем процесса резания является объём снятого материала  $\mathcal{G} = Q \cdot t$  за период стойкости инструмента  $T$ . С учётом зависимости (1.47), имеем

$$\mathcal{G} = C_4^{\frac{1}{m_1}} \cdot T^{1-\frac{1}{m_1}} \cdot t^{1-\frac{q}{m_1}} \cdot \left( \frac{a}{\sin \varphi} \right)^{1-\frac{p}{m_1}}. \quad (1.48)$$

Увеличить  $\mathcal{G}$  можно увеличением стойкости инструмента  $T$ , что равносильно увеличению скорости резания  $V_{рез}$ , исходя из зависимости (1.45), и уменьшению производительности обработки  $Q$ , исходя из зависимости (1.47).

Учитывая противоположное влияние стойкости инструмента  $T$  на  $\mathcal{G}$  и  $Q$ , рассмотрим себестоимость обработки  $C$ , включающую две изменяющихся статьи затрат, связанные с заработной платой рабочего и стоимостью инструментов, необходимых для обработки  $N$  деталей (суммарного съёма материала объёмом  $\mathcal{G}_0$ ). Количество инструментов, необходимых для суммарного съёма материала объёмом  $\mathcal{G}_0$ , равно

$$n = \frac{\mathcal{G}_0}{\mathcal{G}}, \quad (1.49)$$

где  $\mathcal{G}$  – объём материала, снимаемый одним инструментом за период его стойкости.

Тогда

$$C = n \cdot T \cdot Z_{час} \cdot k + n \cdot Ц, \quad (1.50)$$

где  $Z_{час}$  – часовая тарифная ставка рабочего;  $k$  – коэффициент, учитывающий всевозможные начисления на заработную плату рабочего;  $Ц$  – цена инструмента.

После преобразований зависимость (1.50) примет вид

$$C = \frac{\mathcal{G}_0 \cdot T^{\frac{1}{m_1}} \cdot Z_{час} \cdot k}{C_4^{\frac{1}{m_1}} \cdot t^{1-\frac{q}{m_1}} \cdot \left( \frac{a}{\sin \varphi} \right)^{1-\frac{p}{m_1}}} + \frac{\mathcal{G}_0 \cdot Ц}{C_4^{\frac{1}{m_1}} \cdot T^{1-\frac{1}{m_1}} \cdot t^{1-\frac{q}{m_1}} \cdot \left( \frac{a}{\sin \varphi} \right)^{1-\frac{p}{m_1}}}. \quad (1.51)$$

Как видим, стойкость инструмента  $T$  неоднозначно влияет на себестоимость обработки  $C$ . Существует экстремальное значение  $T$ . Для его определения продифференцируем функцию  $C$  по  $T$  и полученное выражение примем равным нулю, т. е. применим необходимое условие существования экстремума (минимума). В результате, имеем:

$$T = \frac{Ц \cdot (m - 1)}{З_{час} \cdot k}. \quad (1.52)$$

Оптимальная стойкость инструмента  $T$  не зависит от режимов резания, а определяется экономическими параметрами  $Ц$ ,  $З_{час}$ ,  $k$  и показателем степени  $m$ , обусловленным свойствами инструментального и обрабатываемого материалов.

Минимальное значение себестоимости обработки  $C$  определяется путём подстановки в зависимость (1.51) выражения (1.52). Поскольку оптимальное значение  $T$  не зависит от режимов резания, то характер влияния параметров  $t$ ,  $a$ ,  $\varphi$  на минимальное значение  $C$  определяется зависимостью (1.51). Уменьшить  $C_{min}$  можно увеличением  $t$  и  $a$ .

## 1.6. РАСЧЕТЫ ТЕМПЕРАТУРНЫХ ПОЛЕЙ В РЕЖУЩЕМ КЛИНЕ ИНСТРУМЕНТА

При резании металлов тепло, возникающее в зоне резания, перераспределяется между деталью, стружкой и инструментом. При резании неметаллических материалов теплоотвод осуществляется в основном режущим инструментом, что приводит к существенному повышению температуры и интенсивному износу инструмента.

Одним из эффективных путей снижения температуры может быть нанесение на рабочие поверхности инструмента износостойкого покрытия. В результате появляется возможность снижения температуры как за счет уменьшения работы трения, так и за счет тепло отвода износостойким покрытием инструмента.

Для расчета температуры в режущем клине инструмента применим системный подход: рассмотрим математические модели в одно-, двух- и трех координатных системах.

Расчетную схему представим в виде режущего клина инструмента (с углом заострения  $90^\circ$ , рис. 1.10), на задней поверхности которого действует тепловой поток интенсивностью

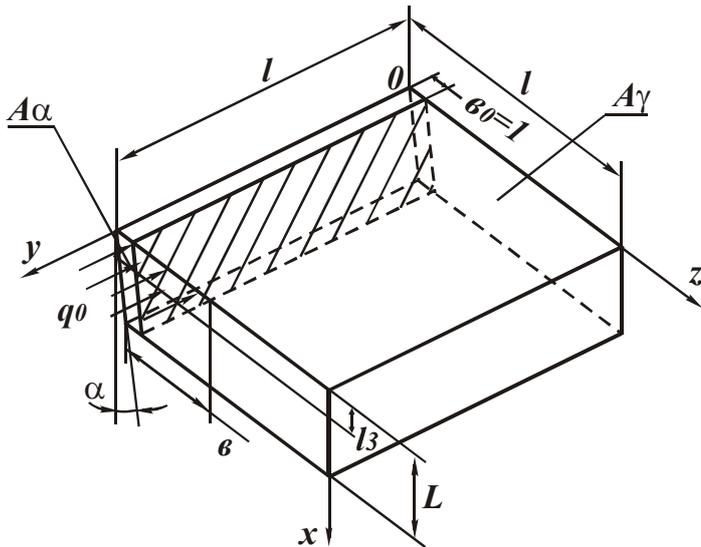


Рис.1.10. Расчетная схема температуры в режущем клине инструмента.

$$q_0 = \frac{Q}{F},$$

где  $Q = 3,9 \cdot P_z \cdot V_{рез}$  – мощность теплового источника, Вт;  $P_z$  – тангенциальная составляющая силы резания, Н;  $V_{рез}$  – скорость резания, м/мин;  $F = b \cdot l_3$  – номинальная площадь контакта с деталью, м<sup>2</sup>;  $B = t / \sin \varphi$  – ширина среза, м;  $l_3$  – длина контакта по задней поверхности инструмента с деталью, м;  $t$  – глубина резания, м;  $\varphi$  – угол резца в плане.

Для решения задачи воспользуемся дифференциальным уравнением теплопроводности для стационарного (установившегося) процесса, т.е. уравнением Лапласа

$$\frac{d^2\theta}{dx^2} + \frac{d^2\theta}{dy^2} + \frac{d^2\theta}{dz^2} = 0, \quad (1.54)$$

где  $\theta$  – температура в теле инструмента.

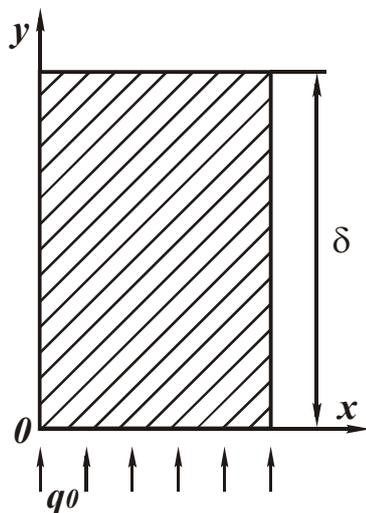


Рис.1.11. Расчетная схема в одномерной системе.

Расчетная схема в одномерной постановке показана на рис. 1.11. Ее физический смысл состоит в следующем. Пусть на однородную стенку толщиной  $\delta$  действует тепловой поток плотностью  $q_0$  ( $y=0$ ). На противоположной стороне поддерживается постоянная температура, равная температуре окружающей среды (примем условно равной нулю). Тогда дифференциальное уравнение (1.54) опишется

$$\frac{d^2\theta}{dy^2} = 0. \quad (1.55)$$

Граничные условия

$$\begin{cases} q(y=0) = q_0 \\ \theta(y=\delta) = 0 \end{cases}. \quad (1.56)$$

После двойного интегрирования уравнения (1.55) получим,

$$\theta = C_1 \cdot y + C_2. \quad (1.57)$$

Известно, что  $q = -\lambda \cdot \frac{d\theta}{dy}$ , где  $\lambda$  - коэффициент теплопроводности, Вт/м·К.

Тогда  $q_0 = -\lambda \cdot C_1$  и  $C_1 = \frac{q_0}{\lambda}$ ;  $C_1 \cdot \delta + C_2 = 0$  и  $C_2 = -C_1 \cdot \delta = \frac{q_0 \cdot \delta}{\lambda}$ .

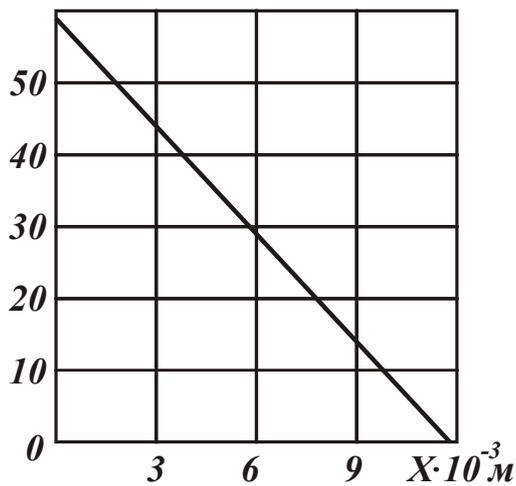


Рис.1.12. Изменение температуры.

Подставляя значения  $C_1$  и  $C_2$  в уравнение (1.57), получим

$$\theta = \frac{q_0}{\lambda} \cdot (\delta - y). \quad (1.58)$$

Характер изменения температуры  $\theta$  по координате  $y$  показан на рис. 1.12. Исходные данные для расчета:  $V=5,8$  м/с;  $P_z=39,2$  Н;  $t=1$  мм;  $\varphi=45^\circ$ ;  $l_3=0,1$  мм;  $\lambda = 54,34$  Вт/м·К;  $\delta = 1,2 \cdot 10^{-2}$  м.

Изменение температуры происходит по линейному закону. Максимальное значение  $\theta$  достигается на контактной поверхности инструмента и составляет  $59000^\circ$  С. Экспериментальное значение  $\theta$  для тех же исходных данных равно  $270^\circ$  С. Значительное расхождение расчетных и экспериментальных данных  $\theta$  обусловлено весьма упрощенной расчетной схемой, не учитывающей теплоотвод в тангенциальном направлении.

Изменение температуры происходит по линейному закону. Максимальное значение  $\theta$  достигается на контактной поверхности инструмента и составляет  $59000^\circ$  С. Экспериментальное значение  $\theta$  для тех же исходных данных равно  $270^\circ$  С. Значительное расхождение расчетных и экспериментальных данных  $\theta$  обусловлено весьма упрощенной расчетной схемой, не учитывающей теплоотвод в тангенциальном направлении.

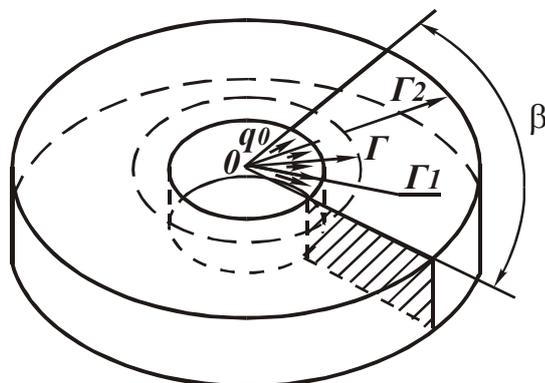


Рис.1.13. Расчетная схема в двухмерной системе.

Рассмотрим условия теплоотвода в двухмерной системе. С целью получения решения в аналитическом виде воспользуемся известным решением уравнения теплопроводности для бесконечно длинной однородной трубы. Из трубы, внутренний диаметр которой  $d_1$ , а наружный  $d_2$ , вырежем кольцо единичной толщины. Выделим из кольца сектор с углом  $\beta=90^\circ$ , рис. 1.13. Считаем, что

сектор определяет модель режущего инструмента, для чего внутренний радиус  $r_1$  примем бесконечно малым, соизмеримым с радиусом

округления вершины инструмента (обратным  $r_1$ ).

Со стороны внутреннего радиуса  $r_1$  на сектор действует тепловой поток интенсивностью  $q_0$ . Дифференциальное уравнение теплопроводности в полярной системе координат имеет вид

$$\frac{d^2\theta}{dr^2} + \frac{1}{r} + \frac{d\theta}{dr} = 0. \quad (1.59)$$

Граничные условия:

$$\begin{cases} q(r = r_1) = q_0; \\ \theta(r = r_2) = 0 \end{cases}.$$

После двойного интегрирования уравнения (1.59), получим

$$\theta = C_1 \cdot \ln r + C_2. \quad (1.60)$$

Подчиняя (1.60) граничным условиям с учетом  $q = -\lambda \cdot \frac{d\theta}{dr}$ , имеем

$$C_1 = -q_0 \cdot \frac{r_1}{\lambda}; \quad C_2 = \frac{q_0 \cdot r_1}{\lambda} \cdot \ln r_2.$$

Тогда

$$\theta = \frac{q_0 \cdot r_1}{\lambda} \cdot \ln\left(\frac{r}{r_2}\right). \quad (1.61)$$

В зависимости (1.61) остается неопределенным параметр  $r_1$ . Его определим из условия

$$\frac{1}{4} \cdot 2\pi \cdot r_1 = l_3,$$

откуда

$$r_1 = \frac{2 \cdot l_3}{\pi}. \quad (1.62)$$

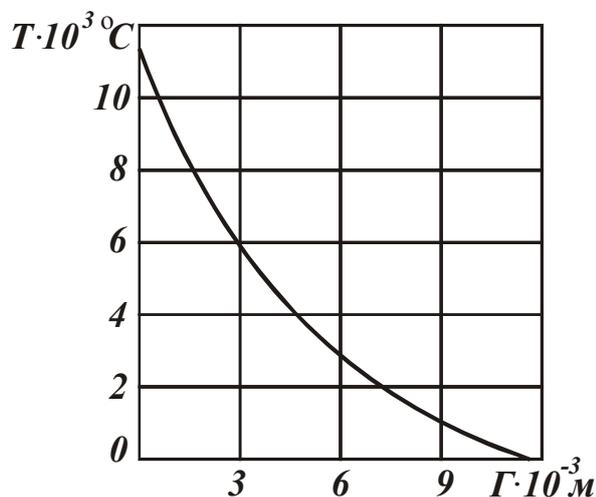


Рис.1.14. Изменение температуры.

Для расчета примем исходные данные  $V_{рез}=5,8$  м/с;  $P_z=39,2$  Н;  $t=1$ мм;  $\varphi=45^\circ$ ;  $r_1 = 8 \cdot 10^{-3}$  м;  $\lambda = 54,34$ Вт/м·К;  $r_2 = 1,2 \cdot 10^{-2}$  м.

Из расчетной зависимости (рис. 1.14.) следует нелинейный характер изменения  $\theta$  от  $r$ . Максимальное значение  $\theta$  достигается при  $r = r_1$  и равно  $1132^\circ\text{C}$ . Данное значение  $\theta$  меньше

предыдущего ( $59000^{\circ}\text{C}$ ), однако существенно отличается от экспериментального ( $270^{\circ}\text{C}$ ).

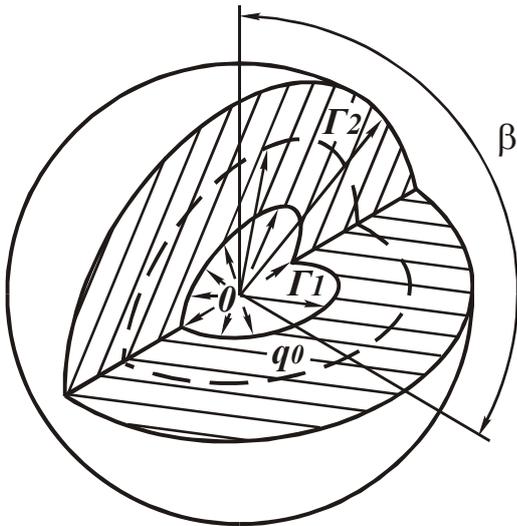


Рис.1.15. Расчетная схема в трехмерной системе.

Решим задачу теплоотвода в трехмерной системе. С целью получения решения в аналитическом виде воспользуемся известным решением теплоотвода в полном шаре, внутренний радиус которого  $r_1$ , а наружный  $r_2$ , рис. 1.15. Разобьем шар на четыре одинаковых сектора и рассмотрим один из них. Тепло отвод будет осуществляться в направлении трех координат, что соответствует тепло отводу в рассматриваемом инструменте.

Пусть на внутреннюю поверхность радиуса  $r_1$  действует тепловой поток интенсивностью  $q_0$ . На внешней поверхности шара  $r_2$  поддерживается температура окружающей среды, условно равная нулю.

Дифференциальное уравнение теплопроводности в сферических координатах

$$\frac{d^2\theta}{dr^2} + \frac{2}{r} \cdot \frac{d\theta}{dr} = 0. \quad (1.63)$$

Граничные условия:

$$\begin{cases} q(r = r_1) = q_0; \\ \theta(r = r_2) = 0 \end{cases} \quad (1.64)$$

После двойного интегрирования уравнения (1.63), имеем

$$\theta = C_2 - \frac{C_1}{r}. \quad (1.65)$$

Постоянные  $C_1$  и  $C_2$  определим из граничных условий (1.65)

$$C_1 = -\frac{q_0 \cdot r_1^2}{\lambda}; \quad C_2 = \frac{q_0}{\lambda} \cdot \frac{r_1^2}{r_2}.$$

Подставляя  $C_1$  и  $C_2$  в зависимость (1.65), получим

$$\theta = \frac{q_0 \cdot r_1^2}{\lambda} \cdot \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{r_2} \right). \quad (1.66)$$

Характер распределения температуры (для прежних исходных данных) показан на рис.1.16. Полученная расчетная зависимость имеет нелинейный вид. Максимальная температура имеет место при

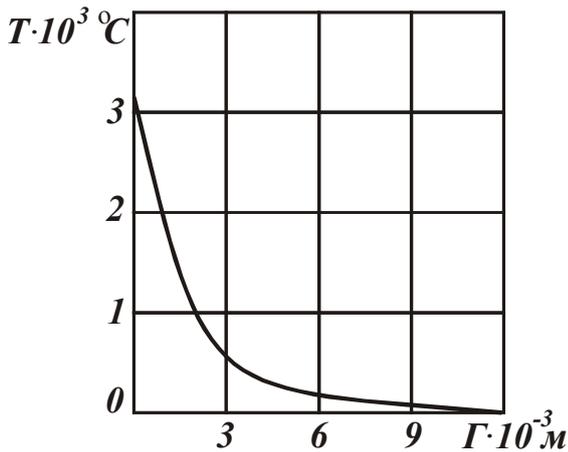


Рис.1.16. Изменение температуры.

$r = r_1$  и равна  $3000^\circ\text{C}$ . Это меньше, чем в предыдущем случае, однако на порядок больше экспериментального значения. Расхождение расчетных и экспериментальных данных обусловлено тем, что в расчетной схеме упрощен характер контакта инструмента с обрабатываемым материалом.

Контакт должен осуществляться по прямой линии. Следовательно, тепловой поток также должен быть приложен к прямолинейной границе, а не по радиусу (тем более, противоположного направления). По-видимому, в области вершины инструмента имеет место высокий градиент температур и поэтому форма контакта, а не форма режущей части инструмента оказывает основное влияние на теплоотвод и формирование теплового поля. Следовательно, в расчетной схеме необходимо учитывать реальную форму контакта и форму режущего клина инструмента.

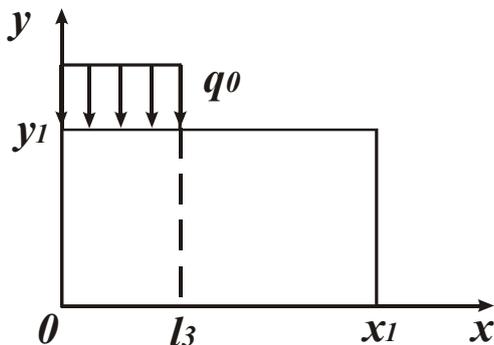


Рис.1.17. Расчетная схема режущей пластинки.

Решим дифференциальное уравнение теплопроводности применительно к режущей пластинке, рис.1.17. Длина контакта режущей кромки с деталью равна  $b$ . Разобьем режущую пластинку в пределах  $b$  на множество бесконечно тонких пластинок и будем считать, что они характеризуются приблизительно одинаковыми тепловыми полями. На выделенную пластинку в пределах контакта  $b$  направлении  $l_3$  будет действовать постоянный тепловой поток интенсивностью  $q_0$ , рис.1.17.

Предположим, что на границах пластинки ( $x=0$ ;  $x=x_1$ ;  $y=0$ ) температура равна нулю. Приходим к решению задачи теплоотвода в двумерной системе. Уравнение Лапласа (1.54) принимает вид

$$\frac{d^2\theta}{dx^2} + \frac{d^2\theta}{dy^2} = 0. \quad (1.67)$$

Граничные условия:

$$\begin{cases} \theta(x=0) = 0; \\ \theta(x=x_1) = 0; \\ \theta(y=0) = 0; \\ q(y=y_1) = q(x), \end{cases} \quad (1.68)$$

где  $q(x)$ - заданная функция плотности теплового потока, рис.1.18.

Решение дифференциального уравнения (1.67) будем искать методом Фурье разделения переменных. Искомое решение представляется в виде произведения двух функций  $X$  и  $Y$ , где  $X$  - зависит только от координаты  $x$ , а  $Y$  - от координаты  $y$ .

Подставляя функцию  $\theta(x, y) = X \cdot Y$  в (1.67), имеем

$$\frac{1}{x} \cdot \frac{d^2 X}{dx^2} = -\frac{1}{Y} \cdot \frac{d^2 Y}{dy^2} = -\eta^2, \quad (1.69)$$

где  $\eta$  - некоторая постоянная.

В тождестве (1.69) левая часть не зависит от  $Y$ , а правая – от  $X$ .

Из (1.69) следуют два обыкновенных линейных дифференциальных уравнения

$$\begin{cases} \frac{d^2 X}{dx^2} + \eta^2 \cdot X = 0, \\ \frac{d^2 Y}{dy^2} - \eta^2 = 0, \end{cases} \quad (1.70)$$

решения которых общеизвестны:

$$X = C_1 \cdot \cos \eta x + C_2 \cdot \sin \eta x, \quad (1.71)$$

$$Y = C_3 \cdot \exp(\eta y) + C_4 \cdot \exp(-\eta y). \quad (1.72)$$

Неизвестные постоянные  $C_1, C_2, C_3, C_4$ , определяются из граничных условий. С учетом (1.71) и (1.72) искомое решение  $\theta(x, y)$  принимает вид

$$\theta(x, y) = (C_1 \cdot \cos \eta x + C_2 \cdot \sin \eta x) \cdot [C_3 \cdot \exp(\eta y) + C_4 \cdot \exp(-\eta y)]. \quad (1.73)$$

Постоянные  $C_1$  и  $C_2$  определим, используя первое и второе граничные условия (1.68). Откуда  $C_1=0$ ;  $C_2 = \sin \eta x_1=0$ . При  $C_2=0$  функция  $\theta(x, y)$  тождественно равна нулю. Следовательно, должно выполняться условие  $\sin \eta x_1$  или

$$\eta = \frac{k \cdot \pi}{x_1}, \quad (1.74)$$

где  $k=1; 2; 3, \dots$ - целые числа.

Подчиняя  $\theta(x, y)$  третьему граничному условию, имеем  $C_3 = -C_4$ . Подставляя  $C_1, C_2, C_3$  в (1.74), получим

$$\theta(x, y) = C \cdot \left[ \exp\left(\frac{k \cdot \pi}{x_1} \cdot y\right) - \exp\left(-\frac{k \cdot \pi}{x_1}\right) \right] \cdot \sin \frac{k \cdot \pi x}{x_1}, \quad (1.75)$$

где  $C = C_2 \cdot C_3$ .

Сумма функций  $\theta(x, y)$  по параметру  $k$  также будет решением уравнения (1.67)

$$\theta(x, y) = \sum_{k=1}^{\infty} C_k \cdot \left[ \exp\left(\frac{k \cdot \pi y}{x_1}\right) - \exp\left(-\frac{k \cdot \pi y}{x_1}\right) \right] \cdot \sin \frac{k \cdot \pi x}{x_1}. \quad (1.76)$$

Плотность теплового потока

$$\begin{aligned} q(x, y) &= -\lambda \cdot \frac{d\theta}{dy} = \\ &= -\lambda \cdot \sum_{k=1}^{\infty} C_k \cdot \frac{k \cdot \pi}{x_1} \cdot \left[ \exp\left(\frac{k \cdot \pi y}{x_1}\right) + \exp\left(-\frac{k \cdot \pi y}{x_1}\right) \right] \cdot \sin \frac{k \cdot \pi x}{x_1}. \end{aligned} \quad (1.77)$$

Подчиним (1.77) четвертому граничному условию (1.68):

$$-q(x) = \lambda \cdot \sum_{k=1}^{\infty} C_k \cdot \frac{k \cdot \pi}{x_1} \cdot \left[ \exp\left(\frac{k \cdot \pi y_1}{x_1}\right) + \exp\left(-\frac{k \cdot \pi y_1}{x_1}\right) \right] \cdot \sin \frac{k \cdot \pi x}{x_1}.$$

Полученное равенство является разложением функции  $q(x)$  в ряд Фурье по синусам.

Коэффициент ряда Фурье выразится

$$\begin{aligned} \lambda \cdot C_k \cdot \frac{k \cdot \pi}{x_1} \cdot \left[ \exp\left(\frac{k \cdot \pi y_1}{x_1}\right) + \exp\left(-\frac{k \cdot \pi y_1}{x_1}\right) \right] &= \\ &= \frac{2}{x_1} \cdot \int_0^{x_1} q(x) \cdot \sin \frac{k \cdot \pi x}{x_1} \cdot dx. \end{aligned} \quad (1.78)$$

С учетом функции  $q(x)$ , рис.1.18, коэффициент  $C_k$  определится

$$C_k = \frac{2 \cdot q_0 \cdot x_1}{k^2 \cdot \pi^2 \cdot \lambda} \cdot \frac{\left(1 - \cos \frac{k \cdot \pi \cdot l_3}{x_1}\right)}{\left[ \exp\left(\frac{k \cdot \pi y_1}{x_1}\right) + \exp\left(-\frac{k \cdot \pi y_1}{x_1}\right) \right]}. \quad (1.79)$$

Подставляя (1.79) в (1.76), получим

$$\theta(x, y) = \frac{2 \cdot q_0 \cdot x_1}{\pi^2 \cdot \lambda} \times \sum_{k=1}^{\infty} \left\{ \frac{\left(1 - \cos \frac{k \cdot \pi \cdot l_3}{x_1}\right) \cdot \left[ \exp\left(\frac{k \cdot \pi y}{x_1}\right) - \exp\left(-\frac{k \cdot \pi y}{x_1}\right) \right]}{k_2 \cdot \left[ \exp\left(\frac{k \cdot \pi y_1}{x_1}\right) + \exp\left(-\frac{k \cdot \pi y_1}{x_1}\right) \right]} \cdot \sin \frac{k \cdot \pi x}{x_1} \right\}. \quad (1.80)$$

Как видим, ряд сходящийся, так как функция  $\sin x$  ограничена в пределах  $-1$ , а функция  $1/k^2$  -убывающая.

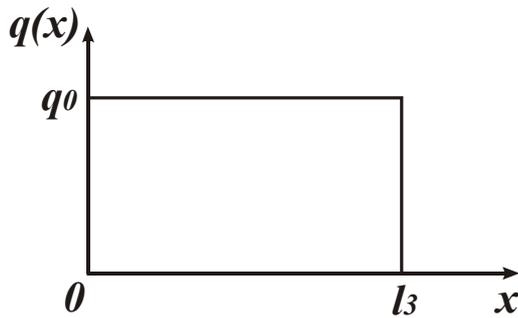


Рис.1.18. Изменение функции плотности теплового потока.

Порядок расчета согласно зависимости (1.80) следующий. Первоначально задаются значения  $q_0$ ,  $\lambda$ , геометрические размеры пластинки и  $l_3$ . Затем производится разбиение пластинки сеткой с заданным размером ячейки  $\Delta x$  и  $\Delta y$ . Задается начальная координата  $x = 0$  и для нее просчитываются все значения температуры при

переменной координате  $y$  с шагом  $\Delta y$ .

Затем изменяется координата  $x$  на величину  $\Delta x$  и расчет повторяется.

Расчет температуры для конкретных значений  $x$  и  $y$  следующий. Задается нулевое значение  $\theta_0$ . По зависимости (1.80) для  $k = 1$  определяется величина температуры. Найденное значение суммируется с нулевым значением температуры, после чего аналогичным образом определяется значение температуры для  $k = 2$ .

Это значение суммируется с предыдущим и т.д. Расчет производится до тех пор, пока сумма членов ряда станет постоянной.

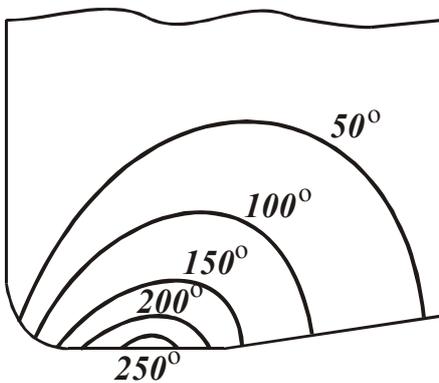


Рис.1.19. Температурное поле пластинки.

Выполненные расчеты показали, что приведенный ряд Фурье медленно сходящийся, достаточное число членов ряда составляет  $k = 200$ . Для одного значения  $x$  определена температура в 40 точках  $y$ . На рис.1.19. показаны температурное поле и изотермы для исходных данных:  $x_1 = 1,2 \cdot 10^{-2}$  м;  $\lambda = 54,34$  Вт/м·К;  $l_3 = 10^{-4}$  м;  $y_1 = 4 \cdot 10^{-3}$  м.

По мере удаления от зоны контакта наблюдается резкое снижение температуры, т.е. имеет место высокий градиент температуры. Например, при удалении от вершины пластины на 0,5 мм, температура уменьшается в 52 раза: с 266<sup>0</sup>С до 5<sup>0</sup>С. Наибольшая температура достигается на линии контакта задней поверхности пластинки с деталью и равна 266<sup>0</sup>С. Это практически совпадает с экспериментальным значением температуры 270<sup>0</sup>С.

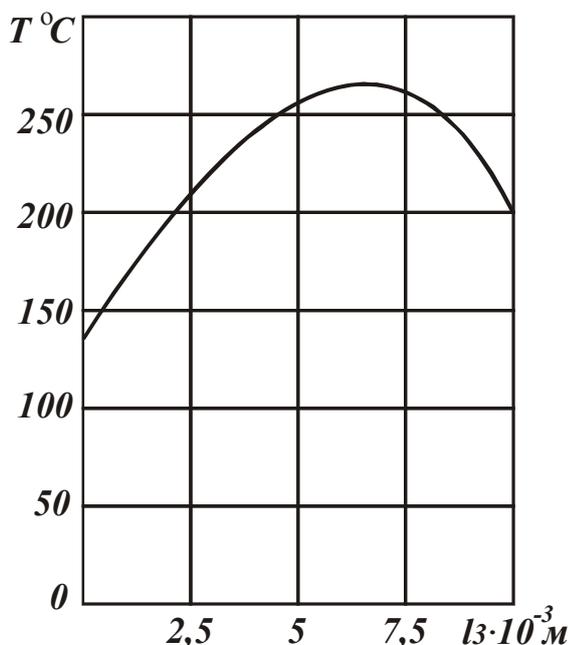


Рис.1.20. Изменение температуры по линии контакта задней поверхности пластинки с обрабатываемым материалом.

На рис.1.20. показано изменение температуры по линии контакта задней поверхности пластинки с деталью. Максимальная температура достигается не в вершине резца, а на некотором расстоянии от нее (0,07 мм).

По сравнению с аналитическим решением, описываемым зависимостью (1.61), полученное решение привело к уменьшению температуры от 11320<sup>0</sup>С до 266<sup>0</sup>С. Следовательно, не форма инструмента, а форма контакта инструмента с деталью определяет температуру резания.

По сравнению с решением, описываемым зависимостью

(1.58) для одномерной системы, полученное решение привело к уменьшению температуры в 221 раза. Это объясняется тем, что в одномерной системе теплоотвод осуществляется небольшим участком режущего клина, равным длине контакта инструмента с деталью.

Зависимость (1.80) указывает на пропорциональную связь между температурой резания, тепловым потоком  $q_0$  и соответственно силой резания  $P_z$ , согласно - зависимости (1.53). Это позволяет по экспериментальным данным  $P_z$  определить температуру резания, не прибегая к ее сложному экспериментальному определению.

Исходя из зависимости (1.80), уменьшить температуру можно уменьшением  $q_0$  и увеличением коэффициента теплопроводности  $\lambda$ . Уменьшить  $q_0$  можно уменьшением параметров  $P_z$ ,  $V$  и увеличением  $F$ , согласно (1.53)

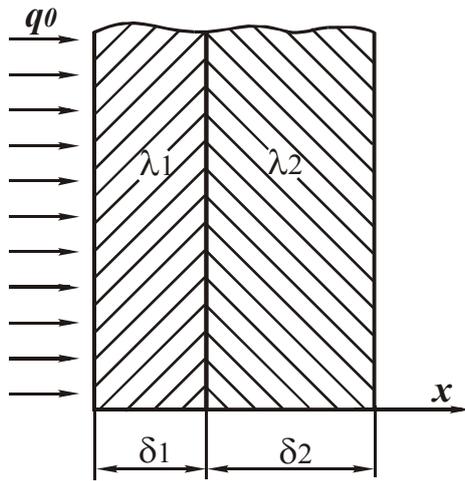


Рис.1.21. Расчетная схема.

Для оценки роли износостойкого покрытия инструмента в тепло отводе из зоны резания, рассмотрим расчетную схему, рис.1.21. Схема представляет собой двухслойную стенку с общей толщиной  $\delta = \delta_1 + \delta_2$ . Коэффициент теплопроводности покрытия -  $\lambda_1$ , твердого сплава  $\lambda_2$ ,  $\lambda_1 > \lambda_2$ . Пусть со стороны стенки  $x=0$  на композицию "покрытие-твердый сплав" действует тепловой поток интенсивностью  $q_0$ . На противоположной стороне стенки  $x = \delta_1 + \delta_2$  под-

держивается постоянная температура, условно равная нулю. Следует установить распределение температуры внутри двухслойной стенки. Уравнение теплопроводности запишется в виде:

$$\frac{d^2\theta}{dx^2} = 0. \quad (1.81)$$

Граничные условия:

$$\begin{cases} q(x=0) = q_0; \\ \theta(x=\delta_1) = \theta_k; \\ \theta(x=\delta_1) = \theta_k; \\ \theta(x=\delta_1 + \delta_2) = \theta. \end{cases} \quad (1.82)$$

Установим температуру в слое покрытия. Решая уравнение (1.81), имеем

$$\theta_1 = C_1 \cdot x + C_2. \quad (1.83)$$

Подчиним зависимость (1.83) граничному условию

$$q(x=0) = q_0 = -\lambda_1 \cdot \frac{d\theta_1}{dx}, \text{ тогда } C_1 = \frac{q_0}{\lambda_1},$$

$$\theta_1 = -\frac{q_0}{\lambda_1} \cdot x + C_2. \quad (1.84)$$

В решение входит неизвестная постоянная интегрирования  $C_2$ . Решение уравнения теплопроводности для твердого сплава опишется:

$$\theta_2 = C_3 \cdot x + C_4. \quad (1.85)$$

Подчиним (1.85) граничному условию  $\theta(x = \delta_1 + \delta_2) = 0$ , тогда  $C_4 = -C_3 \cdot (\delta_1 + \delta_2)$ ,

$$\theta_2 = C_3 \cdot (x - \delta_1 - \delta_2). \quad (1.86)$$

Неизвестные  $C_2$  и  $C_3$  определим из двух условий: значения температуры и интенсивности потока на стыке ( $x = \delta_1$ ) равны для покрытия и твердого сплава, т.е.

$$\begin{cases} \theta_1 = \theta_2(x = \delta_1) \\ q_1 = q_2(x = \delta_1) = q_0 \end{cases} \quad (1.87)$$

Тогда

$$q_1 = -\lambda_1 \cdot \frac{d\theta_1}{dx} = q_0, \quad q_2 = -\lambda_2 \cdot \frac{d\theta_2}{dx} = -\lambda_2 \cdot C_3, \quad q_0 = -\lambda_2 \cdot C_3.$$

Откуда

$$C_3 = -\frac{q_0}{\lambda_2}; \quad C_2 = \frac{q_0}{\lambda_1} \cdot \delta_1 + \frac{q_0}{\lambda_2} \cdot \delta_2.$$

Окончательно зависимости для определения температуры покрытия и твердого сплава примут вид:

$$\theta_1 = q_0 \cdot \left( \frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} \right) - \frac{q_0}{\lambda_1} \cdot x, \quad (1.88)$$

$$\theta_2 = q_0 \cdot \left( \frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} \right) - \frac{q_0}{\lambda_2} \cdot x. \quad (1.89)$$

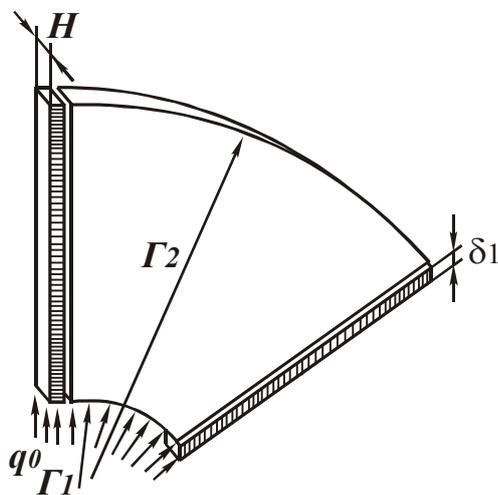


Рис.1.22. Расчетная схема к определению доли теплоты, отводимой покрытием и твердосплавной пластинкой инструмента.

Расчеты показали, что изменение температуры в пределах слоя покрытия весьма незначительно (составляет  $150^\circ\text{C}$ ). Следовательно, покрытие не решает проблемы улучшения теплоотвода, что обусловлено небольшой толщиной слоя покрытия по сравнению с толщиной твердосплавной пластинки.

Произведем оценку теплоотвода покрытием в несколько иной постановке.

Пусть теплоотвод осуществляется непосредственно режущим клином инструмента и покрытием толщиной  $\delta_1$ , нанесенным на боковые грани режущего клина, рис.1.22. Расчет произведем из условия, что площади входа тепла в пленку покрытия и режущий клин одинаковы. Представим количество тепла, отводимого покрытием, в виде

Рис.1.22. Расчет произведем из условия, что площади входа тепла в пленку покрытия и режущий клин одинаковы. Представим количество тепла, отводимого покрытием, в виде

$$\theta_1 = 2 \cdot \lambda_1 \cdot \Delta\theta \cdot H \cdot \frac{\delta_1}{r_2}. \quad (2.90)$$

Количество тепла, отводимое твердым сплавом

$$\theta_2 = \lambda_2 \cdot \Delta\theta \cdot \frac{\pi \cdot H}{2} \cdot \frac{1}{\ln \frac{\pi \cdot r_2}{2 \cdot \delta_1}}. \quad (2.91)$$

Соотношение количества тепла, отводимого покрытием и твердым сплавом, равно

$$\frac{\theta_2}{\theta_1} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \cdot \frac{\pi \cdot r_2}{\delta_1} \cdot \frac{1}{\ln \frac{\pi \cdot r_2}{2 \cdot \delta_1}}. \quad (2.92)$$

Для исходных данных:  $\delta_1 = 10^{-5}$  м;  $\delta_2 = 1,2 \cdot 10^{-2}$  м;  $\lambda_1 = 145,3$  Вт/м · К;  $\lambda_2 = 54,34$  Вт/м · К имеем:

$$\frac{\theta_2}{\theta_1} = 21.$$

Чтобы повысить роль покрытия в теплоотводе, согласно зависимости (1.92), необходимо увеличить коэффициент теплопроводности  $\lambda_1$  и толщину покрытия  $\delta_1$ , т.е. создавая покрытия с заранее заданными свойствами, можно улучшить теплоотвод из зоны резания.

Однако, существенного эффекта от этого ожидать нельзя. Основной эффект применения покрытия состоит в повышении износостойкости инструмента, возможности интенсификации режимов резания.

## 1.7. УТОЧНЕННЫЙ РАСЧЕТ ТЕМПЕРАТУРЫ РЕЗАНИЯ

Проведем анализ температуры резания, возникающей на задней поверхности резца, используя зависимость (1.80). Плотность теплового потока  $q_0$  представим в виде

$$q_0 = \frac{P_z \cdot V_{рез}}{l_3}, \quad (1.93)$$

где  $l_3$ -длина контакта задней поверхности резца с обрабатываемым материалом.

Тангенциальную составляющую силы резания, приходящуюся на единицу ширины среза,  $P_z$  выразим  $P_z = f \cdot P_y$ , где  $f$  - коэффициент

трения на задней поверхности резца;  $P_y \cong HV \cdot l_3$  – радиальная составляющая силы резания, приходящаяся на единицу ширины среза;  $HV$  – твердость обрабатываемого материала (по Виккерсу), Н/м<sup>2</sup>.

После преобразований зависимости (1.93), получим

$$q_0 = f \cdot HV \cdot V_{рез}. \quad (1.94)$$

Плотность теплового потока  $q_0$  тем меньше, чем меньше коэффициент трения  $f$ , твердость обрабатываемого материала  $HV$  и скорость резания  $V_{рез}$ . Учитывая то, что уменьшение  $V_{рез}$  связано с уменьшением производительности обработки, уменьшить  $q_0$  можно за счет снижения коэффициента трения  $f$ . Это достигается применением эффективных технологических сред, а также нанесением на рабочие поверхности инструмента специальных покрытий, снижающих коэффициент трения.

Исходя из зависимости (1.80), уменьшить температуру резания можно путем оптимизации геометрических параметров твердосплавной пластинки режущего инструмента  $x_1$ ,  $y_1$  и уменьшения  $l_3$ .

Применим полученное решение (1.80) для анализа температуры резания, возникающей на передней поверхности резца. Для этого будем считать, что на участке передней поверхности длиной  $l_3$  действует тепловой поток плотностью

$$q_0 = \frac{P_y \cdot V_{смп}}{l_3},$$

где  $P_y = f \cdot P_z$ ;  $V_{смп} = \frac{V_{рез}}{k_L} = V_{рез} \cdot \operatorname{tg} \beta$ ;  $k_L$  – коэффициент усадки стружки;  $\beta$  – угол сдвига резания материала инструментом с нулевым передним углом.

Представим тангенциальную составляющую силы резания  $P_z$ , приходящуюся на единицу ширины среза, в виде:  $P_z = \sigma \cdot a$ ;  $\sigma$  – условное напряжение резания, Н/м<sup>2</sup>;  $a$  – толщина среза, м;  $\sigma = \frac{\sigma_{сж}}{2 \cdot \operatorname{tg} \beta}$ .

Тогда плотность теплового потока  $q_0$  с учетом зависимости  $\operatorname{tg} \beta = \frac{a}{l}$  определится

$$q_0 = 0,5 \cdot \sigma_{сж} \cdot V_{рез} \cdot f \cdot \operatorname{tg} \beta. \quad (1.95)$$

Соответственно температура резания, определяемая зависимостью (1.80), примет вид

$$\theta = \frac{\sigma_{сж} \cdot V_{рез} \cdot f \cdot tg\beta \cdot x_1}{\pi^2 \cdot \lambda}, \quad (1.96)$$

где  $A$  - максимальное значение суммы сходящегося ряда, которое для исходных данных, принятых в предыдущем параграфе, равно 0,02.

Окончательно температура резания опишется

$$\theta = \frac{2 \cdot 10^{-3} \cdot \sigma_{сж} \cdot V_{рез} \cdot f \cdot tg\beta \cdot x_1}{\lambda}. \quad (1.97)$$

Данная зависимость совпадает с приближенной зависимостью (1.37), в которой параметр  $h$  выполняет роль параметра  $x_1$ . Две зависимости отличаются лишь численным коэффициентом. В зависимости (1.97) он равен  $2 \cdot 10^{-3}$ , в зависимости (1.37) - 0,5, т.е. отличие составляет 500 раз.

Для исходных данных:  $\sigma_{сж} = 36 \cdot 10^8$  Н/м<sup>2</sup>;  $\lambda = 0,058$  кал/см · с · град = 24,24 Дж/м · с · град;  $f = 0,3$ ;  $tg\beta = 1$ ;  $V_{рез} = 1$  м/с;  $h = 12 \cdot 10^{-3}$  м (обрабатываемый материал-сталь Р18) температура резания  $\theta$ , рассчитанная по зависимости (1.37), равна  $267,3 \cdot 10^3$  градусов.

Температура резания, рассчитанная по зависимости (1.97) для тех же исходных данных при  $x_1 = h$ , равна 534,6 градусов.

Очевидно, зависимость (1.97) позволяет получить значения температуры, близкие к реальным. Следовательно, зависимость (1.97) необходимо рассматривать уточненной, а зависимость (1.37) приближенной. Таким образом, для правильного расчета температуры резания необходимо использовать уравнение Лапласа, описывающее распределение температуры в заданной области.

С увеличением длины контакта обрабатываемого материала с передней поверхностью резца параметр  $A$  увеличивается, табл.1.3.

Таблица 1.3

Значения параметра $A$			
$l_3 \cdot 10^3$ , м	0,1	1,0	10,0
$A$	0,02	0,28	2,8

Следовательно, уменьшается отличие зависимостей (1.96) и (1.37). При  $l_3 = x_1 = 10 \cdot 10^{-3}$  м параметр  $A$  равен 2,8 и отличие коэффициентов в двух рассматриваемых зависимостях составляет 3,6 раз.

На рис.1.23 приведены данные численных расчетов тепловых полей в твердосплавной пластинке для заданной длины контакта обрабатываемого материала с передней поверхностью резца  $l_3$ . Темпе-

ратура на передней поверхности изменяется по экстремальной зависимости. Максимум температуры достигается примерно в конечной точке пластического контакта обрабатываемого материала с резцом, т. е. в точке  $x = l_3$ , табл. 1.4.

Таблица 1.4

Расчетные значения  $x_2$  и  $\theta_{max}^{\circ C}$

$l_3$ , мм	0,1	1,0	10,0
$x_2$ , мм	0,09	0,7	6,0
$\theta_{max}^{\circ C}$	3,297	37,83	224,572

Здесь параметр  $x_2$  определяет положение точки на передней поверхности резца, в которой температура резания максимальна  $\theta_{max}$ .

Как следует из табл. 2.4, с уменьшением длины  $l_3$  значение  $x_2$  приближается к  $l_3$ . С увеличением  $l_3$  температура резания  $\theta_{max}$  увеличивается. Это связано с уменьшением участка  $l_3 - x_0$  (рис. 1.23), на который не действует тепловой источник, и следовательно, ухудшением условий теплоотвода.

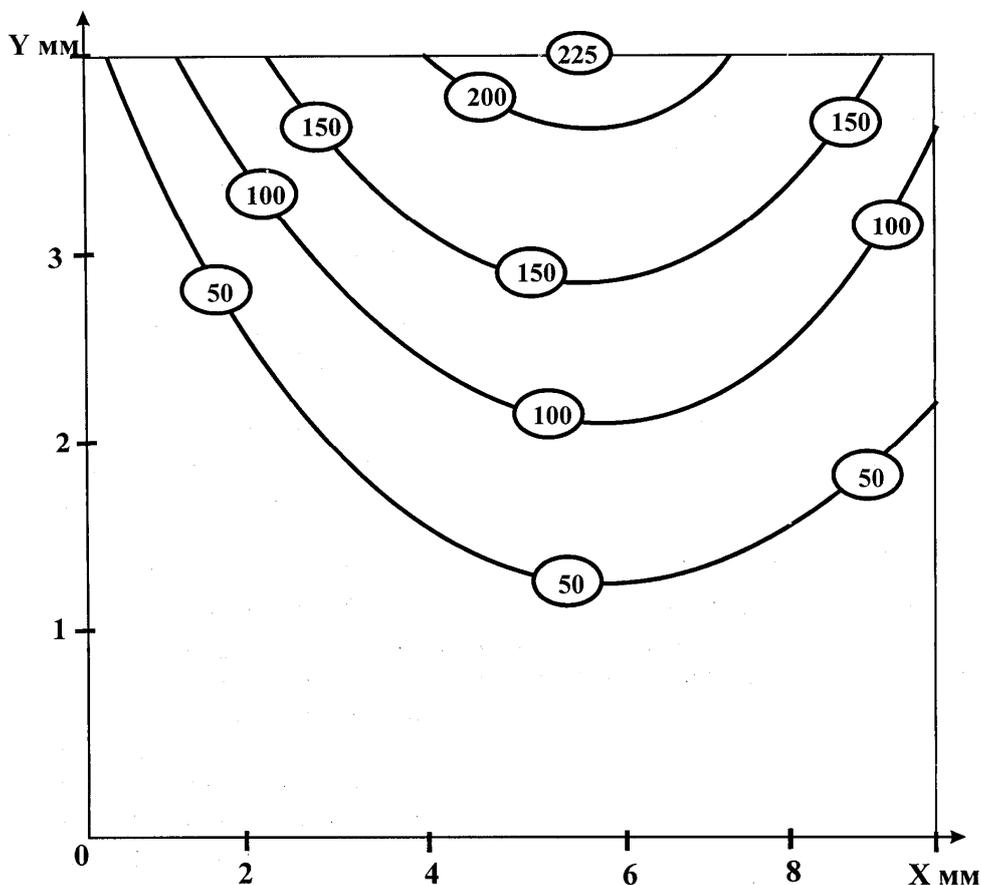


Рис.1.23. Температурное поле в пластинке.

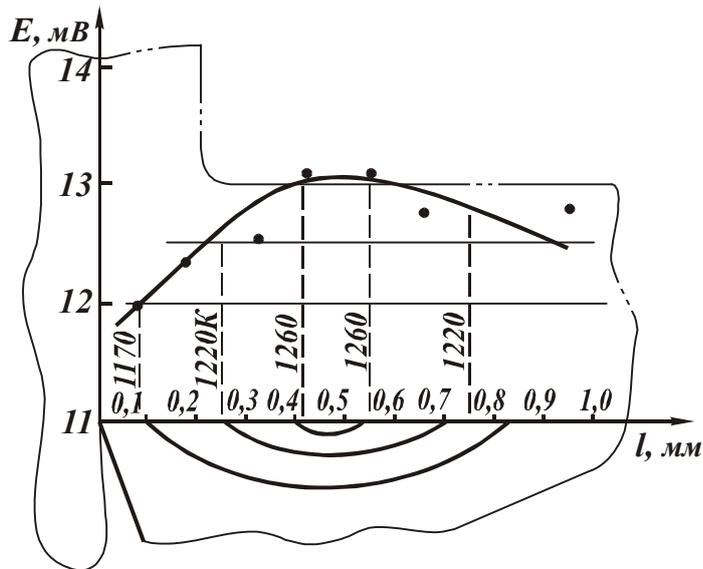


Рис.1.24. Изменение температуры по длине  $l$  контакта передней поверхности:  
 $V=3,47$  м/с,  $S=0,21$  мм/об.

и описывается уравнением теплопроводности Лапласа).

Зависимость (1.80) может быть использована для анализа различных процессов обработки. Например, применительно к процессу плоского шлифования (рис. 1.25) в зависимости (1.80) следует рассматривать параметр  $l_3$  как ширину шлифования, а  $x_1$  и  $y_1$  как размеры обрабатываемой заготовки. Зависимость (1.80) представим в виде

$$\theta = \frac{2 \cdot q_0 \cdot x_1}{\pi^2 \cdot \lambda} \cdot A. \quad (1.98)$$

Рассмотрим процесс алмазного шлифования твердосплавной пластинки ( $x_1=12 \cdot 10^{-3}$  м;  $y_1=4 \cdot 10^{-3}$  м;  $l_3=10 \cdot 10^{-3}$  м;  $A=2,8$ ). Коэффициент теплопроводности  $\lambda$  для твердого сплава ВК8 равен  $\lambda=58,6$

Дж/м·с·град. Экспериментально

установлено, что мощность шлифования  $N$  равна  $N = 2 \cdot 10^2$  Вт, а плотность теплового потока  $q_0 = \frac{N}{F} = 4 \cdot 10^6$  Вт/м<sup>2</sup>,

где  $F$ -площадь контакта при шлифовании круга с обраба-

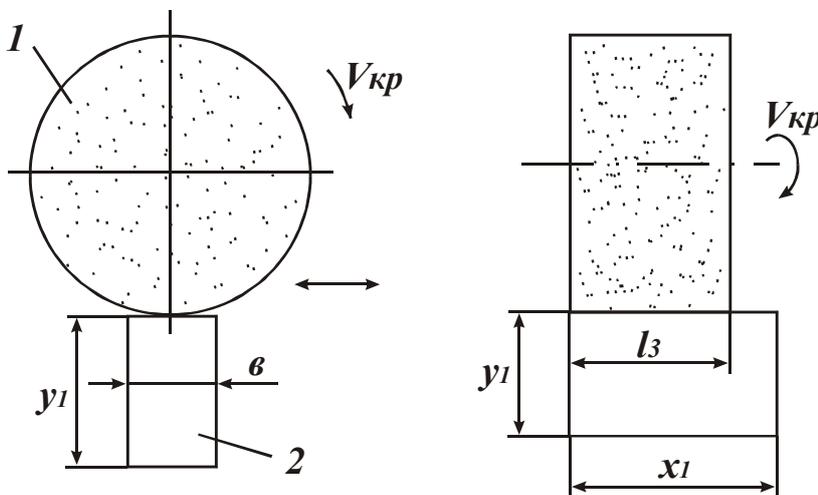


Рис.1.25. Расчетная схема шлифования: 1 – круг, 2- деталь

тываемой твердосплавной пластинкой.

Подставляя исходные данные в зависимость (1.48), имеем:  $\theta = 465,2^{\circ}\text{C}$ . Расчетное значение температуры шлифования приблизительно равно экспериментально полученному значению, что свидетельствует о достоверности математической модели, основанной на решении уравнения теплопроводности Лапласа.

Учитывая высокую эффективность решения уравнения Лапласа методом Фурье, ниже приведены примеры расчета температурных полей, а также методика получения в общем виде уравнения теплопроводности.

## 1.8. РАСЧЕТЫ ТЕМПЕРАТУРНЫХ ПОЛЕЙ МЕТОДОМ ФУРЬЕ РАЗДЕЛЕНИЯ ПЕРЕМЕННЫХ

### 1.8.1. УРАВНЕНИЕ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ

Для установления уравнения теплопроводности выделим в теле элементарный куб, грани которого параллельны координатным плоскостям, рис.1.26 [3]. Количество тепла, проходящее через левую грань справа налево за промежуток времени  $\Delta\tau$ , равно

$$\lambda \cdot \frac{\partial \theta}{\partial x}(x, y, z, \tau) \cdot \Delta y \cdot \Delta z \cdot \Delta \tau,$$

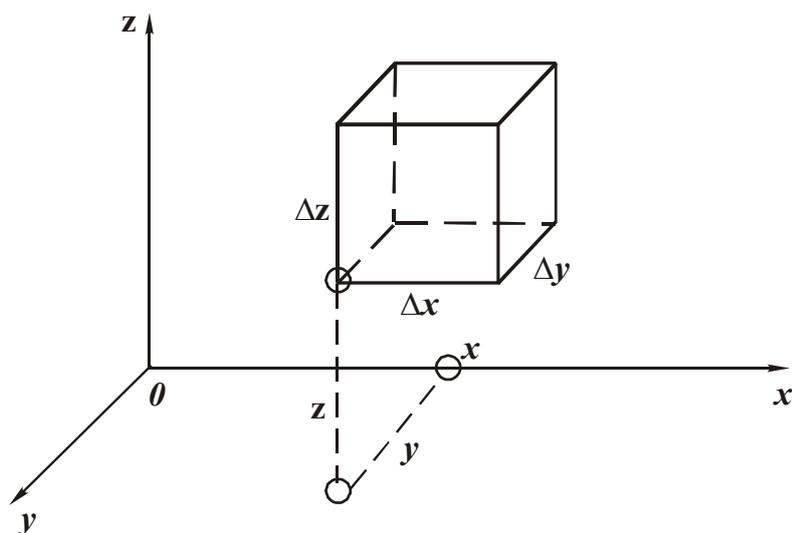


Рис.1.26. Положение элементарного куба в координатных плоскостях.

где  $\lambda$  - коэффициент теплопроводности тела;  $\theta$  - температура тела в точке с координатами  $x, y, z$ ;

$$q = -\lambda \cdot \frac{\partial \theta}{\partial x}(x, y, z, \tau) -$$

плотность теплового потока;  $\tau$  - время;  $\Delta y \cdot \Delta z$  - площадь грани куба.

Количество тепла, проходящее через правую грань куба справа налево

$$\lambda \cdot \frac{\partial \theta}{\partial x}(x + \Delta x, y, z, \tau) \cdot \Delta y \cdot \Delta z \cdot \Delta \tau.$$

Количество тепла, вошедшее в куб через левую и правую грани

$$\lambda \cdot \frac{\partial \theta}{\partial x}(x + \Delta x, y, z, \tau) \cdot \Delta y \cdot \Delta z \cdot \Delta \tau - \lambda \cdot \frac{\partial \theta}{\partial x}(x, y, z, \tau) \times \\ \times \Delta y \cdot \Delta z \cdot \Delta \tau \approx \lambda \cdot \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2}(x, y, z, \tau) \cdot \Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z \cdot \Delta \tau.$$

Общее количество тепла, вошедшее в куб за время  $\Delta \tau$  через все грани

$$\lambda \cdot \left( \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} \right) \cdot \Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z \cdot \Delta \tau. \quad (1.99)$$

С другой стороны, количество тепла, необходимое для нагрева элементарного куба до температуры  $\theta$  за время  $\Delta \tau$ , равно

$$C \cdot \frac{\partial \theta}{\partial \tau} \cdot \Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z \cdot \Delta \tau, \quad (1.100)$$

где  $C$  - удельная теплоемкость тела.

Сравнивая величины (1.99) и (1.100), получим уравнение теплопроводности, представляющее собой линейное дифференциальное уравнение в частных производных второго порядка

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} = a^2 \cdot \left( \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} \right), \quad (1.101)$$

где  $a^2 = \frac{\lambda}{C}$ .

Если температура тела  $\theta$  не зависит от времени  $\tau$ , то распределение тепла называется стационарным. Функция  $\frac{\partial \theta}{\partial \tau} = 0$  и уравнение (1.101) упрощается

$$\left( \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} \right) = 0. \quad (1.102)$$

Уравнение (1.102) называется уравнением Лапласа. В общем случае дифференциальное уравнение (1.101) имеет бесконечное множество решений, зависящих от начальных и граничных условий. Рассмотрим примеры решения уравнения (1.101), типичные для обработки материалов резанием и шлифованием.

## 1.8.2. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ В ПОЛУПЛОСКОСТИ

Примем  $\frac{\partial \theta}{\partial \tau} = 0$ . Распределение температуры в теле зависит от

положения точки с координатами  $x, y, z$  и не зависит от времени, т.е. подчиняется уравнению Лапласа (1.102). Получим решение уравнения (1.102) для полуплоскости ( $-\infty < x < \infty, y > 0$ ), удовлетворяющее граничному условию

$$\theta(x, y) = \varphi(x) \quad \text{при } -\infty < x < \infty, \quad (1.103)$$

где  $\varphi(x)$  - некоторая функция.

Решение будем искать методом Фурье разделения переменных.

Для этого искомое решение представим в виде произведения двух функций  $X$  и  $Y$ , где  $X$  - зависит только от координаты  $x$ , а  $Y$  - от координаты  $y$ .

Подставляя функцию  $\theta(x, y) = X \cdot Y$  в уравнение (1.102), получим

$$\frac{1}{x} \cdot \frac{\partial^2 X}{\partial x^2} = -\frac{1}{Y} \cdot \frac{\partial^2 Y}{\partial y^2}. \quad (1.104)$$

В тождестве (1.104) левая часть не зависит от  $y$ , а правая - от  $x$ , поэтому справедливо условие

$$\frac{1}{x} \cdot \frac{\partial^2 X}{\partial x^2} = -\frac{1}{Y} \cdot \frac{\partial^2 Y}{\partial y^2} = -\eta^2, \quad (1.105)$$

где  $\eta$  - некоторая постоянная.

Из (1.105) следуют два обыкновенные линейные дифференциальные уравнения

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 X}{\partial x^2} + \eta^2 \cdot X = 0, \\ \frac{\partial^2 Y}{\partial y^2} - \eta^2 \cdot Y = 0, \end{cases} \quad (1.106)$$

решения которых общеизвестны

$$X = C_1 \cdot \cos \eta x + C_2 \cdot \sin \eta x, \quad (1.107)$$

$$Y = C_3 \cdot e^{\eta y} + C_4 \cdot e^{-\eta y}. \quad (1.108)$$

Неизвестные постоянные  $C_1, C_2, C_3, C_4$  определяются из граничных условий. С учетом (1.107) и (1.108) искомое решение  $\theta(x, y)$  примет вид

$$\theta(x, y) = (C_1 \cdot \cos \eta x + C_2 \cdot \sin \eta x) \cdot (C_3 \cdot e^{\eta y} + C_4 \cdot e^{-\eta y}). \quad (1.109)$$

Предположим, что функция  $\theta(x, y)$  при  $y \rightarrow \infty$  принимает значение  $\theta(x, y) = 0$ , тогда  $Y = 0$  имеем. Из (1.108) следует  $C_3 = 0$  и зависимость (1.109) описывается

$$\theta(x, y) = (C_{/} \cdot \cos \eta x + C_{//} \cdot \sin \eta x) e^{-\eta y}, \quad (1.110)$$

где  $C_{/} = C_1 \cdot C_4$ ;  $C_{//} = C_2 \cdot C_4$

Таким образом получено частное решение уравнения Лапласа.

Очевидно, сумма функций  $\theta(x, y)$  и интеграл по параметру  $\eta$  также будут решениями уравнения (1.102). В последнем случае справедливо

$$\theta(x, y) = \int_0^{\infty} [C_{/} \cdot \cos \eta x + C_{//} \cdot \sin \eta x] \cdot e^{-\eta y} \cdot d\eta. \quad (1.111)$$

Постоянные  $C_{/}$  и  $C_{//}$  определяются из граничного условия (1.103), которое с учетом зависимости (1.111) примет вид

$$\theta(x, 0) = \int_0^{\infty} [C_{/} \cdot \cos \eta x + C_{//} \cdot \sin \eta x] \cdot d\eta = \varphi(x). \quad (1.112)$$

Представим разложение функции  $\varphi(x)$  интегралом Фурье

$$\begin{aligned} \varphi(x) = \int_0^{\infty} \left\{ \left[ \frac{1}{\pi} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(\xi) \cdot \cos \eta \xi \cdot d\xi \right] \cdot \cos \eta x + \right. \\ \left. + \left[ \frac{1}{\pi} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(\xi) \cdot \sin \eta \xi \cdot d\xi \right] \cdot \sin \eta x \right\} \cdot d\eta, \end{aligned} \quad (1.113)$$

где  $\xi$  - новая переменная.

Сравнивая зависимости (1.112) и (1.113), имеем

$$C_{/} = \frac{1}{\pi} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(\xi) \cdot \cos \eta \xi \cdot d\xi; \quad C_{//} = \frac{1}{\pi} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(\xi) \cdot \sin \eta \xi \cdot d\xi. \quad (1.114)$$

Подставляя постоянные  $C_{/}$  и  $C_{//}$  в (1.111), получим

$$\theta(x, y) = \frac{1}{\pi} \cdot \int_0^{\infty} e^{-\eta y} \cdot \left[ \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(\xi) \cdot \cos \eta(\xi - x) \cdot d\xi \right] \cdot d\eta.$$

Поменяем местами интегралы

$$\theta(x, y) = \frac{1}{\pi} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(\xi) \cdot \left[ \int_0^{\infty} e^{-\eta y} \cdot \cos \eta(\xi - x) \cdot d\eta \right] \cdot d\xi. \quad (1.115)$$

С учетом табличного интеграла

$$\int_0^{\infty} e^{-a \cdot S} \cdot \cos Sx \cdot dx = \frac{a^2}{a^2 + x^2}, \quad (a > 0)$$

решение (1.115) примет вид

$$\theta(x, y) = \frac{1}{\pi} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(\xi) \times \frac{y d\xi}{[y^2 + (\xi - x)^2]} \quad (1.116)$$

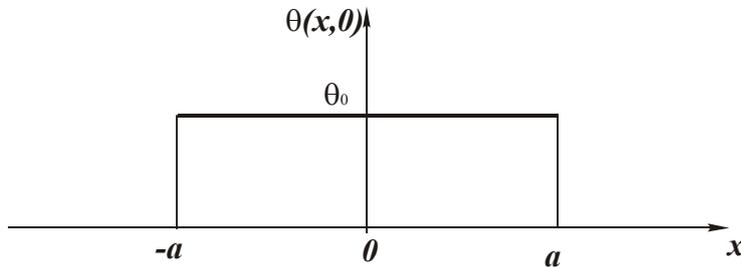


Рис. 1.27. Вид функции  $\theta(x, 0)$ .

Для граничных усло-

вий (рис. 1.27)

$$\begin{cases} \theta(x, 0) = \theta_0 & \text{при } -a < x < a, \\ \theta(x, 0) = 0 & \text{при } |x| \geq a, \end{cases}$$

зависимость (1.116) выразится

$$\theta(x, y) = \frac{1}{\pi} \cdot \int_{-a}^a \theta_0 \cdot \frac{y d\xi}{[y^2 + (\xi - x)^2]} = \frac{\theta_0}{\pi} \cdot \left[ \operatorname{arctg} \frac{(a-x)}{y} + \operatorname{arctg} \frac{(a+x)}{y} \right] \quad (1.117)$$

С учетом известного тригонометрического преобразования

$$\operatorname{arctg} \alpha_1 - \operatorname{arctg} \alpha_2 = \operatorname{arctg} \frac{(\alpha_1 - \alpha_2)}{(1 + \alpha_1 \cdot \alpha_2)} \quad (1.118)$$

зависимость (1.117) опишется

$$\theta(x, y) = \frac{\theta_0}{\pi} \cdot \operatorname{arctg} \left[ \frac{2a \cdot y}{y^2 - (a^2 - x^2)} \right] \quad (1.119)$$

или

$$\operatorname{tg} \left[ \frac{\theta(x, y)}{\theta_0} \cdot \pi \right] = \left[ \frac{2a \cdot y}{y^2 - (a^2 - x^2)} \right] \quad (1.120)$$

Обозначая

$$\operatorname{tg} \left[ \frac{\theta(x, y)}{\theta_0} \cdot \pi \right] = C, \quad (1.121)$$

после преобразований (1.120) приходим к уравнению окружности

$$x^2 + \left( y - \frac{a}{C} \right)^2 = a^2 \cdot \left( 1 + \frac{1}{C^2} \right) \quad (1.122)$$

или

$$x^2 + (y - b)^2 = R^2, \quad (1.123)$$

где  $b = \frac{a}{C}$ ;  $R = a \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{C^2}}$  - радиус окружности.

В каждой точке окружности температура  $\theta(x, y)$  постоянна. Окружность определяет положение изотермы, рис. 1.28.

При  $y=0$  значение  $x$  равно

$$x = \pm \sqrt{R^2 - b^2} = \pm \sqrt{a^2 \cdot \left(1 + \frac{1}{C^2}\right) - \frac{a^2}{C^2}} = \pm a. \quad (1.124)$$

Следовательно, все окружности проходят через точки  $x = \pm a$ . С

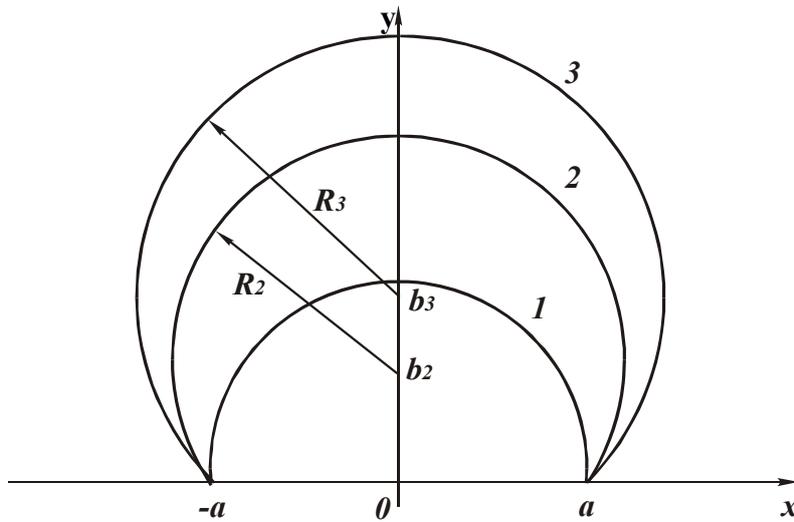


Рис.1.28. Температурное поле в изотермах ( $c_1 > c_2 > c_3$ ,  $v_1=0$ ).

уменьшением параметра  $c$  радиусы окружностей  $R = a \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{C^2}}$  увеличиваются,

а их центры смещаются в область больших значений  $v = a/C$ . Уменьшение параметра  $c$ , согласно зависимости (1.121), предполагает уменьшение температуры

$\theta(x, y)$  при заданном значении  $\theta_0$ . Следовательно, чем больше радиус окружности  $R$ , тем меньше температура  $\theta(x, y)$ . Наибольшая температура достигается на границе полуплоскости и равна  $\theta_0$ . Параметр  $v$  всегда положительный. При  $C \rightarrow \infty$  он стремится к нулю ( $v \rightarrow 0$ ), т.е. наименьший радиус  $R \rightarrow a$ . Большому значению  $a$  соответствуют большие значения  $v$  и  $R$ .

Величина  $v+R = \frac{a}{C} \cdot (1 + \sqrt{1 + C^2})$  определяет максимальное расстояние от точки  $O$  до точки, в которой температура принимает заданное значение  $\theta(0, y)$ , соответствующее  $c = \text{const}$ . Уменьшить величину  $(v + R)$  при  $c = \text{const}$  (при заданных значениях  $\theta$  и  $\theta_0$ ) можно лишь уменьшением  $a$ . Геометрический смысл решения (1.117) состоит в следующем. Исходя из рис. 1.29, справедливы соотношения

$$\frac{x - a}{y} = \text{tg } \beta_2; \quad \frac{x - (-a)}{y} = \frac{x + a}{y} = \text{tg } \beta_1. \quad (1.125)$$

Подставляя их в зависимость (1.117), имеем

$$\theta(x, y) = \frac{\theta_0}{\pi} \cdot [\operatorname{arctg}(\operatorname{tg} \beta_2) - \operatorname{arctg}(\operatorname{tg} \beta_1)] = \frac{\theta_0}{\pi} \cdot (\beta_2 - \beta_1). \quad (1.126)$$

Функция  $\theta(x, y)$  однозначно определяется разностью  $(\beta_2 - \beta_1)$ .

Чем больше  $(\beta_2 - \beta_1)$ , тем больше  $\theta(x, y)$ . Разность углов  $(\beta_2 - \beta_1)$

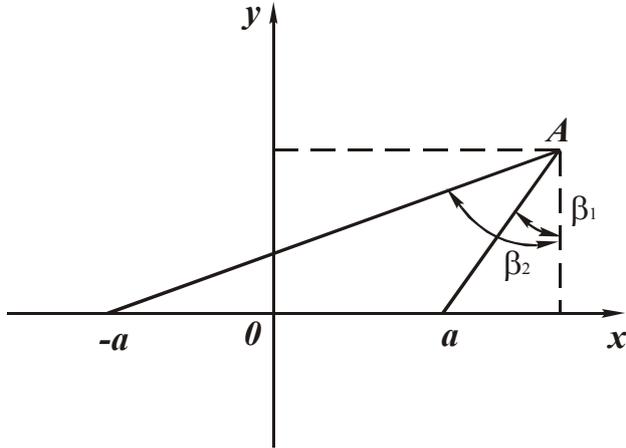


Рис.1.29. Положение углов  $\beta_1$  и  $\beta_2$ .

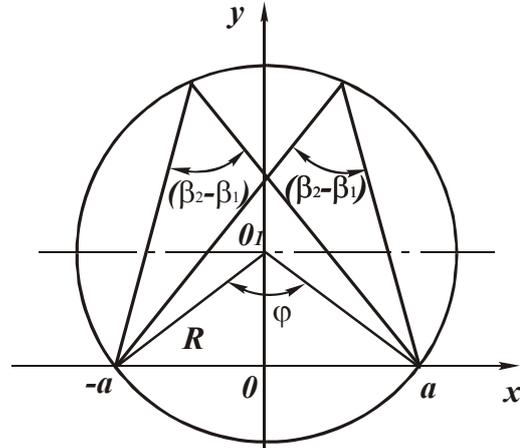


Рис.1.30. Положение угла  $(\beta_2 - \beta_1)$ .

может изменяться в пределах  $0 < (\beta_2 - \beta_1) < \pi$ . Поэтому при  $(\beta_2 - \beta_1) \rightarrow 0$  справедливо  $\theta(x, y) \rightarrow 0$ , а при  $(\beta_2 - \beta_1) \rightarrow \pi$  (на границе полуплоскости) - условие  $\theta(x, y) \rightarrow \theta_0$ .

Из планиметрии известно, что все вписанные в окружность углы, опирающиеся на данную дугу, равны между собой и составляют половину центрального угла  $\varphi$ , опирающегося на ту же дугу, рис.

1.30. Следовательно,  $\varphi = 2 \cdot (\beta_2 - \beta_1)$ ,  $\frac{a}{R} = \sin(\beta_2 - \beta_1)$ . Принимая в первом приближении  $\sin(\beta_2 - \beta_1) \approx (\beta_2 - \beta_1)$  и подставляя в (1.126), получим

$$\theta(x, y) = \frac{\theta_0}{\pi} \cdot \frac{a}{R}, \quad (1.127)$$

где  $R$  - радиус окружности.

При заданных значениях  $\theta_0$  и  $a$  температура  $\theta(x, y)$  зависит лишь от радиуса  $R$ . Чем больше  $R$ , тем меньше  $\theta(x, y)$ . При  $R \rightarrow \infty$  температура  $\theta(x, y) \rightarrow 0$ . При  $R = a$  температура  $\theta(x, y) = \frac{\theta_0}{\pi} < \theta_0$ .

Заслуживает внимания анализ подинтегральной функции в (1.116). Исходя из рис. 1.31, справедливо условие  $[y^2 + (\xi - x)^2] = d_1^2$ , где  $d_1$  - расстояние от точки  $A$  до точки  $B$ . С учетом  $\frac{y}{d_1} = \cos \gamma$  и  $\frac{d_1}{\cos \gamma}$

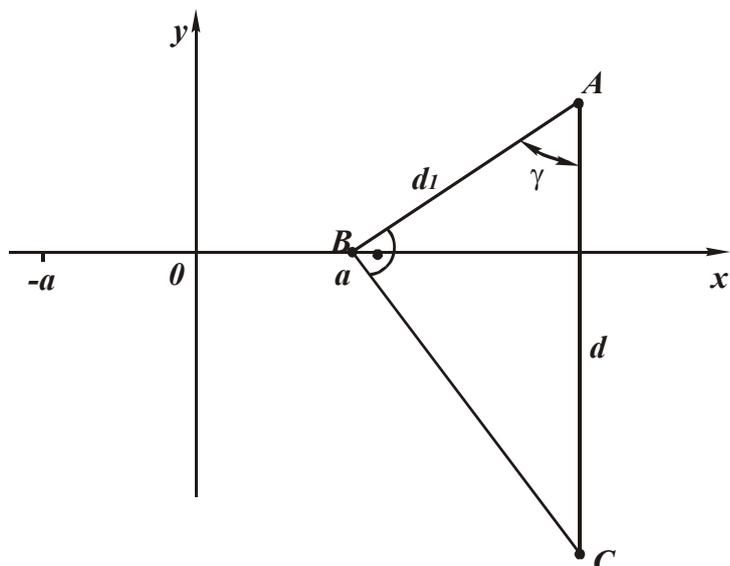


Рис.1.31. Расчетная схема параметра  $d_1$ .

$= d$  (где  $d$  - расстояние от точки  $A$  до точки  $C$ ), подинтегральная функция в (1.116) равна  $\varphi(\xi) \cdot \frac{1}{d}$ .

Параметр  $d$  зависит от угла  $\gamma$ . Чем он больше по абсолютной величине, тем больше  $d$ . При  $|\gamma| \rightarrow \frac{\pi}{2}$  параметр  $d \rightarrow \infty$ , а подинтегральная функция стремится к нулю.

При изменении угла  $\gamma$  в ограниченных пределах, соответствующих изменению  $-a < x < a$ , подинтегральная функция принимает ограниченные значения.

С геометрической точки зрения параметр  $d$  представляет собой диаметр окружности, проведенной через три точки  $A$ ,  $B$  и  $C$ . По условию построения, окружность должна касаться прямой  $y = \text{const}$  в точке  $A$ .

Пределы изменения диаметра окружности  $d$  дают наглядное геометрическое представление об изменении подинтегральной функции и собственно интеграла (1.116).

### 1.8.3. ИЗМЕНЕНИЕ ПЛОТНОСТИ ТЕПЛОВОГО ПОТОКА

С учетом решения (1.119) плотность теплового потока  $q_y(x, y) = -\lambda \cdot \frac{\partial \theta}{\partial y}$  выразится

$$q_y(x, y) = -\frac{2a \cdot \lambda \cdot \theta_0}{\pi} \cdot \frac{(-y^2 - a^2 + x^2)}{(y^2 - a^2 + x^2)^2 + 4a^2 \cdot y^2}. \quad (1.128)$$

Проведем теоретический анализ зависимости (1.128), для чего упростим ее, вводя новую переменную  $z^2 = x^2 - a^2$  при условии  $|x| \geq a$ ,

тогда  $q_y(x, y) = \frac{2a \cdot \lambda \cdot \theta_0}{\pi} \cdot \frac{(y^2 - z^2)}{(y^2 + z^2)^2 + 4a^2 \cdot y^2}$ .

Перейдем к полярной системе координат:  $y = r \cdot \sin \alpha$ ,  $z = r / \cos \alpha$

$$q(r, \alpha) = \frac{2a \cdot \lambda \cdot \theta_0}{\pi} \cdot \frac{-\cos 2\alpha}{(r^2 + 4a^2 \cdot \sin^2 \alpha)}.$$

Обозначая  $c = \frac{\pi \cdot q(r, \alpha)}{2a \cdot \lambda \cdot \theta_0}$ , получим

$$r = \sqrt{-\frac{1}{C} \cdot \cos 2\alpha - 4a^2 \cdot \sin^2 \alpha}. \quad (1.129)$$

При  $z = 0$  координата  $x = \pm a$ . Следовательно, с учетом  $|x| \geq a$  зависимость (1.129) справедлива для  $0 < \alpha < 90^\circ$  ( $x \geq a$ ).

В пределах  $0 < \alpha < 45^\circ$  функция  $\cos 2\alpha$  положительна, подкоренное выражение отрицательно и решение возможно при  $c < 0$ . Это указывает на то, что при  $0 < \alpha < 45^\circ$  плотность теплового потока отрицательная величина и имеет место отвод тепла из полуплоскости, поскольку произведение  $2a \cdot \lambda \cdot \theta_0$  - положительная величина.

При  $45^\circ < \alpha < 90^\circ$  функция  $\cos 2\alpha < 0$ , тогда  $1/C > 0$ ,  $q > 0$  и имеет место подвод тепла в полуплоскость.

В общем виде зависимость (1.129) выразится

$$R = \sqrt{\frac{1}{C} \cdot \cos 2\alpha - 4a^2 \cdot \sin^2 \alpha}. \quad (1.130)$$

При  $\alpha > 0^\circ$  радиус  $r = \sqrt{\frac{1}{C}} = \sqrt{\frac{2a \cdot \lambda \cdot \theta_0}{\pi \cdot q(r, \alpha)}}$ . Большему значению  $q(r, \alpha)$

$\alpha$ ) соответствует меньшее значение  $r$ . При  $q(r, \alpha) \rightarrow \infty$  радиус  $r \rightarrow 0$ . При  $q(r, \alpha) \rightarrow 0$  радиус  $r \rightarrow \infty$ . С увеличением угла  $\alpha$  в пределах  $0 < \alpha < 45^\circ$  первое слагаемое в (1.130) уменьшается до нуля, а второе возрастает. При определенном значении угла  $\alpha = \alpha_*$  радиус  $r = 0$ .

Следовательно, радиус  $r$  с увеличением угла  $\alpha$  уменьшается от значения  $r = \sqrt{\frac{1}{C}}$  при ( $\alpha = 0^\circ$ ) до  $r = 0$  (при  $\alpha = \alpha_*$ ). Угол  $\alpha_*$  определяется из условия

$$\operatorname{tg}^2 \alpha_* = \frac{1}{(1 + 4a^2 \cdot C)} = \frac{1}{(1 + \frac{2a \cdot \pi \cdot q}{\lambda \cdot \theta_0})}. \quad (1.131)$$

Чем больше плотность теплового потока  $q$ , тем меньше  $\alpha_*$ . При  $q \rightarrow \infty$  угол  $\alpha_* \rightarrow \infty$ . При  $q \rightarrow 0$  угол  $\alpha_* \rightarrow 45^\circ$ . Характер изменения функции  $r = r(\alpha)$  для  $0 < \alpha < 45^\circ$  показан на рис 1.32.а.

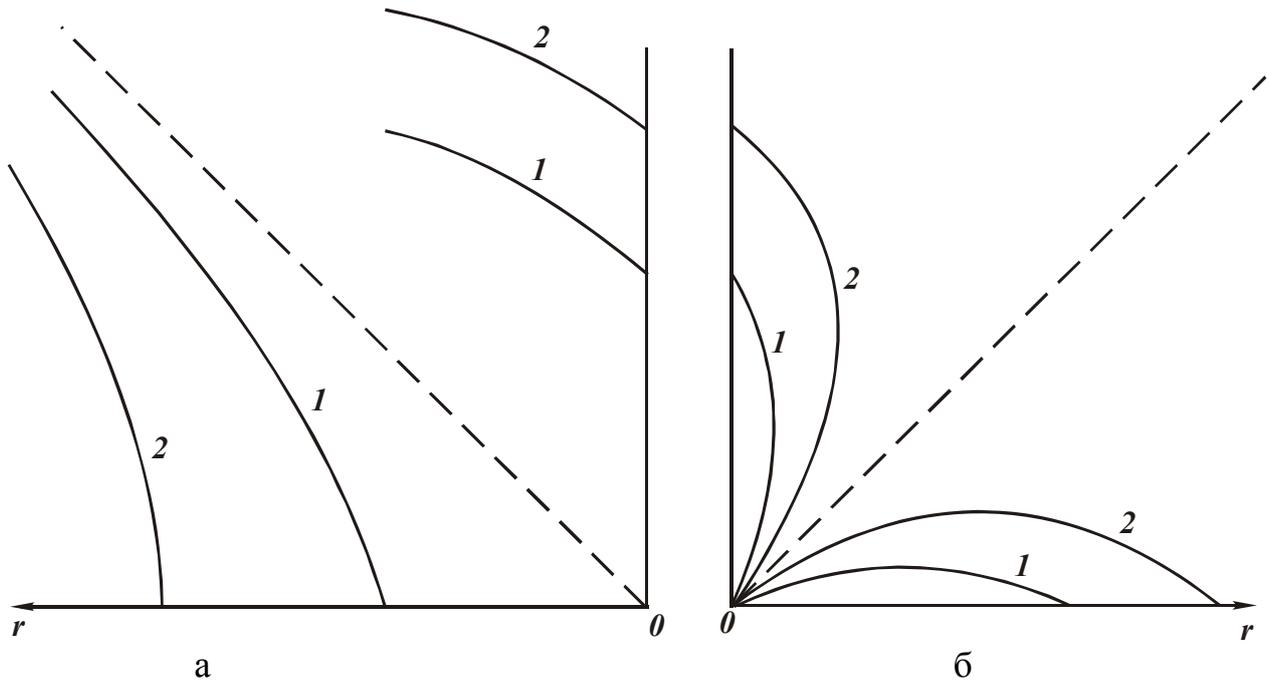


Рис.1.32. Положения линий  $q(r, \alpha) = \text{const}$ ,  $q_1(r, \alpha) > q_2(r, \alpha)$ .

С увеличением угла  $\alpha$  в пределах  $45^\circ < \alpha < 90^\circ$  функция  $|\cos 2\alpha|$  в (1.130) возрастет от нуля до единицы, а функция  $\sin \alpha$  возрастет от  $\sqrt{2}/2$  до единицы.

Очевидно, при  $\alpha = 45^\circ$  решения не существует, т.к. подкоренное выражение отрицательно.

При определенном значении угла  $\alpha_* > 45^\circ$  радиус  $r = 0$ . При дальнейшем увеличении угла  $\alpha > 45^\circ$  радиус  $r$  будет возрастать за счет более интенсивного роста первого слагаемого.

При  $\alpha = 90^\circ$  радиус  $r = \sqrt{\frac{1}{C} - 4a^2}$ , т.е.  $\frac{1}{C} > 4a^2$  или  $q < \frac{\lambda \cdot \theta_0}{2 \cdot \pi \cdot a}$ .

Следовательно, плотность теплового потока  $q$  при изменении  $45^\circ < \alpha < 90^\circ$  ограничена. Графически функция  $r(\alpha)$  показана на рис. 1.32, а.

Проведем анализ зависимости (1.128) в пределах  $-a < x < a$ , для чего введем новую переменную  $z^2 = a^2 - x^2$ . Значение  $z^2$  для данных значений  $x$  всегда положительно. Тогда зависимость (1.128)

$$\text{примет вид } q_y(x, y) = -\frac{2a \cdot \lambda \cdot \theta_0}{\pi} \cdot \frac{(-y^2 - z^2)}{(y^2 - z^2)^2 + 4a^2 \cdot y^2}.$$

Перейдем к полярной системе координат:  $y = r \cdot \sin \alpha$ ,  $z = r \cdot \cos \alpha$

$$q(r, \alpha) = \frac{2a \cdot \lambda \cdot \theta_0}{\pi} \cdot \frac{1}{(r^2 \cdot \cos^2 2\alpha + 4a^2 \cdot \sin^2 \alpha)}.$$

С учетом  $C = \frac{\pi \cdot q(r, \alpha)}{2 \cdot a \cdot \lambda \cdot \theta_0}$ , получим

$$r = \sqrt{\frac{1}{\cos^2 2\alpha} \cdot \left( \frac{1}{C} - 4a^2 \cdot \sin^2 \alpha \right)}. \quad (1.132)$$

Подкоренное выражение положительно при  $c > 0$ . Следовательно, при  $90^\circ < \alpha < 180^\circ$  плотность теплового потока  $q(r, \alpha) > 0$  и имеет место подвод тепла в полуплоскость.

С увеличением угла  $\alpha$  в пределах  $90^\circ < \alpha < 135^\circ$  функция  $|\cos 2\alpha|$  уменьшается от единицы до нуля, а функция  $\sin \alpha$  - уменьшается от единицы до значения  $\sqrt{2}/2$ . При  $\alpha = 90^\circ$  радиус  $r = \sqrt{\frac{1}{C} - 4 \cdot a^2}$ , т.е. значения  $r$  при  $\alpha = 90^\circ$ , полученные по зависимостям (1.130) и (1.132), равны.

Очевидно, с увеличением  $\alpha$  в пределах  $90^\circ < \alpha < 135^\circ$  функция  $\sin \alpha$  изменяется мало и радиус  $r$  будет зависеть в основном от функции  $1/\cos 2\alpha$ , которая возрастает от единицы до бесконечности, рис. 1.32.б. С увеличением  $\alpha$  в пределах  $135^\circ < \alpha < 180^\circ$  функция  $|\cos 2\alpha|$  возрастает от нуля до единицы, а функция  $\sin \alpha$  - уменьшается от значения  $\sqrt{2}/2$  до нуля. Радиус  $r$  уменьшается от бесконечности до значения  $r = \sqrt{\frac{1}{C}}$  (при  $\alpha = 180^\circ$ ), рис.1.32.б. Учитывая симметричность решения относительно оси  $oy$ , общий характер положения линии  $C = \text{const}$  при  $0 < \alpha < 180^\circ$  показан на рис. 1.33. Вместо значений  $r = \sqrt{\frac{1}{C}}$  при  $\alpha = 0^\circ$  и  $\alpha = 180^\circ$  следует рассматривать значения:

$$x = \sqrt{z^2 + a^2} = \sqrt{\cos 2\alpha \left( \frac{1}{C} \cdot \cos^2 \alpha + a^2 \cdot \cos 2\alpha \right)} \text{ при } \alpha = 0^\circ \text{ или } |x| \geq a;$$

$$x = \sqrt{a^2 - z^2} = \sqrt{\frac{1}{\cos^2 2\alpha} \cdot \left( a^2 - \frac{1}{C} \cdot \cos^2 \alpha \right)} \text{ при } \alpha = 180^\circ \text{ или } |x| < a.$$

В первом случае  $x = \sqrt{\frac{1}{C} + a^2}$ . Во втором случае  $x = \sqrt{a^2 - \frac{1}{C}}$ .

Следовательно, при  $|x| \geq a$  значения  $x$  равны  $\pm \sqrt{\frac{1}{C} + a^2}$ , при  $|x| < a$  -

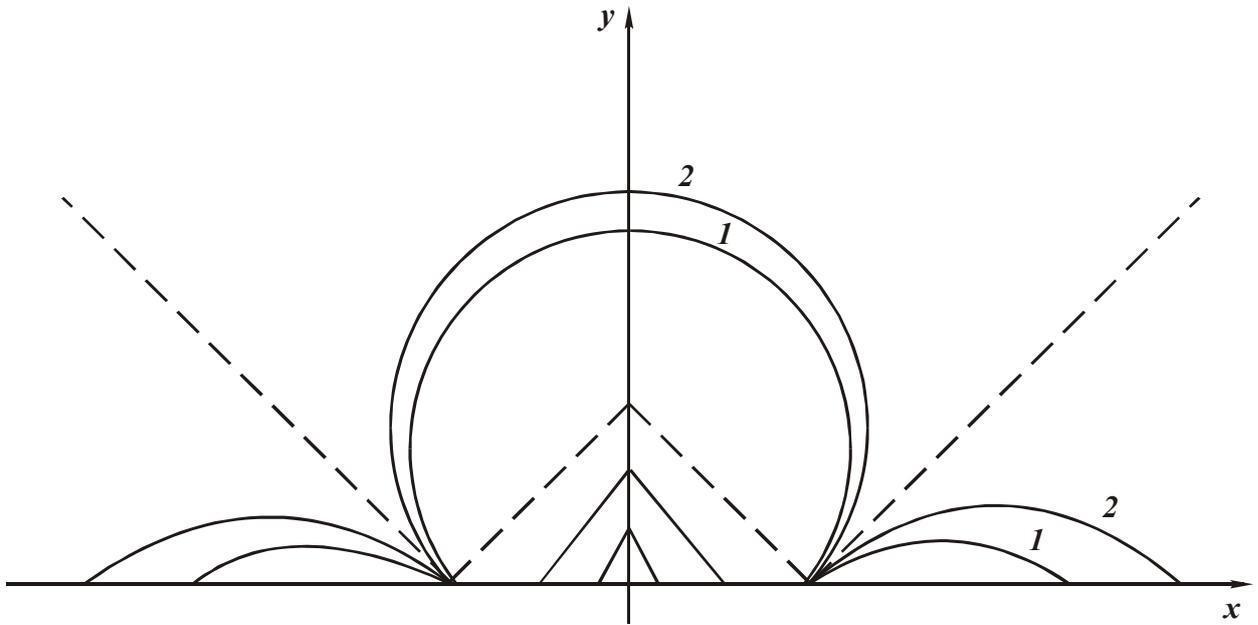


Рис.1.33. Общий вид линий  $q(r, a) = \text{const}$ ,  $q_1(r, a) > q_2(r, a)$ .

$x = \sqrt{a^2 - \frac{1}{C}}$ . Отсюда вытекает, что при  $x = 0$  справедливо:  $C = \frac{1}{a^2}$ ,  
 т.е.  $q = -\frac{2 \cdot \lambda \cdot \theta_0}{\pi}$ .

При  $x = \pm a$  справедливо:  $1/C = 0$  или  $q \rightarrow \infty$ . При  $x \rightarrow \pm \infty$  справедливо:  $C \rightarrow \infty$  или  $q \rightarrow 0$ . Аналогичное решение вытекает из зависимости (1.128) при  $y = 0$

$$q_y(x, 0) = -\frac{2 \cdot \lambda \cdot \theta_0 \cdot a}{\pi \cdot (x^2 - a^2)} \quad (1.133)$$

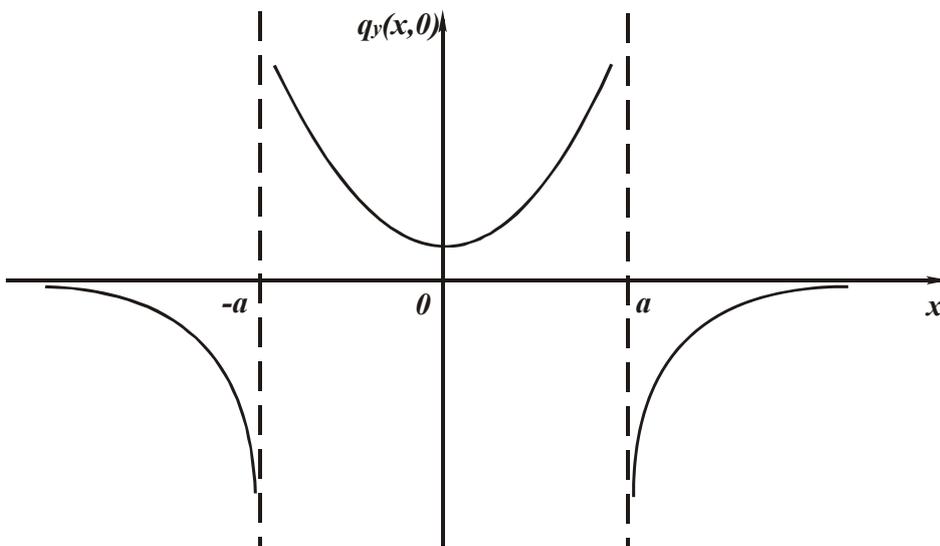


Рис.1.34. Изменение функции  $q_y(x, 0)$ .

График изменения функции  $q_y(x, 0)$  показан на рис. 1.34. При  $x = \pm a$  функция  $q_y(x, 0) \rightarrow \infty$ . Минимум  $q_y(x, 0)$  достигается при  $x = 0$ . Следовательно, наибольший подвод тепла в

тело осуществляется при  $x=\pm a$ , а наименьший - при  $x = 0$ .

При  $|x| \geq a$  плотность теплового потока  $q_y(x, 0)$  отрицательная величина, имеет место отвод тепла из тела. Наибольший отвод происходит при  $x = \pm a$ .

Проанализируем изменение плотности теплового потока в направлении оси  $ox$

$$q_y(x,0) = -\lambda \cdot \frac{\partial \theta}{\partial x} = \frac{4 \cdot a \cdot \lambda \cdot \theta_0}{\pi} \cdot \frac{x \cdot y}{[y^2 - (a^2 - x^2)]^2 + 4a^2 \cdot y^2}. \quad (1.134)$$

Перейдем к полярной системе координат:  $y = r \cdot \sin \alpha$ ,  $x = r \cdot \cos \alpha$ . Тогда (1.134) примет вид

$$q(r, \alpha) = \frac{4 \cdot a \cdot \lambda \cdot \theta_0}{\pi} \cdot \frac{0,5 \cdot r^2 \cdot \sin 2\alpha}{(r^2 - a^2)^2 + 4a^2 \cdot r^2 \cdot \sin^2 \alpha}. \quad (1.135)$$

С учетом  $C = \frac{\pi \cdot q(r, \alpha)}{4 \cdot a \cdot \lambda \cdot \theta_0}$ , получим уравнение

$$r^4 + r^2 \cdot (4a^2 \cdot \sin^2 \alpha - 2a^2 - \frac{1}{2C} \cdot \sin 2\alpha) + a^4 = 0 \quad (1.136)$$

или

$$\left[ (r^2 + a^2) - r \cdot \sqrt{2a^2 - D} \right] \cdot \left[ (r^2 + a^2) + r \cdot \sqrt{2a^2 - D} \right] = 0,$$

где  $D = 4a^2 \cdot \sin^2 \alpha - 2a^2 - \frac{1}{2C} \cdot \sin 2\alpha$ .

Решение уравнения

$$r = \sqrt{a^2 + z} + \sqrt{z}, \quad (1.137)$$

где  $z = -a^2 \cdot \sin^2 \alpha + \frac{1}{8 \cdot C} \cdot \sin 2\alpha. \quad (1.138)$

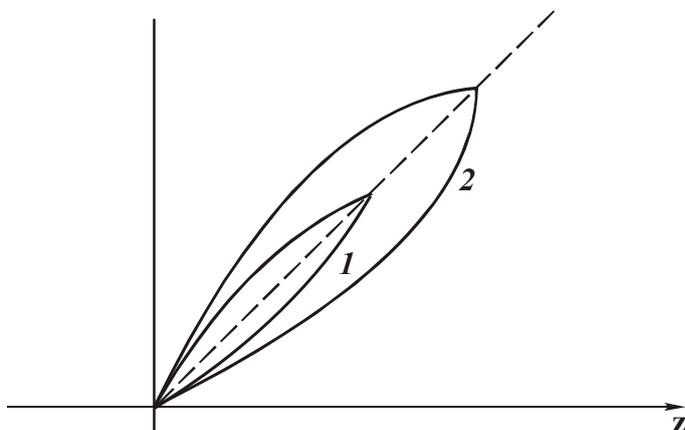


Рис.1.35. Изменение функции  $z$  при  $0 < \alpha < 90^\circ$ ,  $C_1 > C_2$ .

График изменения функции  $z$  в пределах  $0 < \alpha < 90^\circ$  показан на рис. 1.35. Значения угла  $\alpha$ , соответствующие максимальным значениям  $z$ , определяются из условия экстремума функции  $r$ . Тогда

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{1}{4 \cdot a^2 \cdot C}. \quad (1.139)$$

При  $C \rightarrow 0$  (или  $q \rightarrow 0$ ) угол  $\alpha = 45^\circ$ . При  $C \rightarrow \infty$  (или  $q \rightarrow \infty$ ) угол  $\alpha = 0$ . Параметр  $z$  может принимать значения  $z \geq 0$ . Условие  $z = 0$  выполняется при

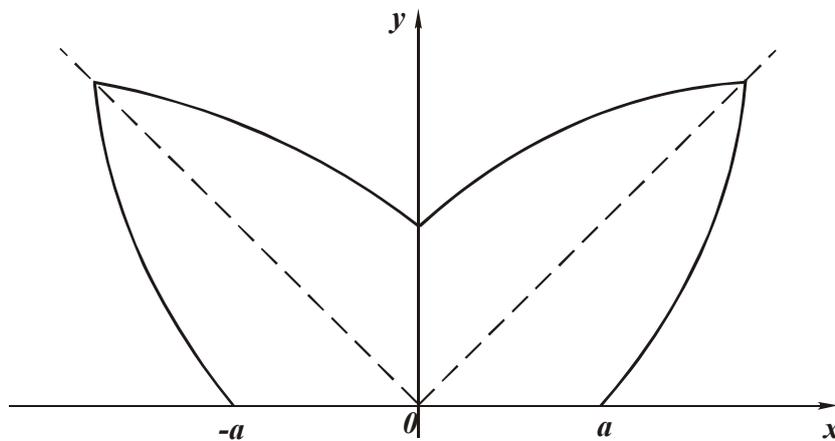


Рис.1.36. Общий вид линии  $q_x(x, y) = \text{const}$ .

$$\text{tg}\alpha = \frac{1}{4 \cdot a^2 \cdot C}.$$

Угол  $\alpha$  изменяется в пределах  $0 < \alpha < 90^\circ$ . Значение  $\alpha \rightarrow 0^\circ$  достигается при  $C \rightarrow \infty$  ( $q \rightarrow \infty$ ), а значение  $\alpha \rightarrow 90^\circ$  - при  $C \rightarrow 0$  ( $q \rightarrow 0$ ). При  $r < a$  решение отсутствует.

Учитывая симметричность решения относительно оси  $oy$ , на рис. 1.36 показан общий вид зависимости  $r(\alpha)$  в координатах  $x, y$ .

#### 1.8.4. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ В БЕСКОНЕЧНОЙ ПОЛОСЕ

Получим решение уравнения (1.102) для бесконечной полосы  $-\infty < x < \infty$ ,  $0 < y < y_1$ , удовлетворяющее граничным условиям

$$\begin{cases} \theta(x, y_1) = \varphi(x), & \text{при } -\infty < x < \infty \\ \theta(x, 0) = 0. \end{cases} \quad (1.140)$$

Решение будем искать в виде, описанном зависимостью (1.109). Подчиняя (1.109) второму граничному условию (1.140), имеем  $C_4 = -C_3$ . Тогда решение в виде интеграла функции  $\theta(x, y)$  по параметру  $\eta$  запишется

$$\theta(x, y) = \int_0^\infty (C_{/} \cdot \cos \eta x + C_{//} \cdot \sin \eta x) \cdot (e^{\eta y} - e^{-\eta y}) \cdot d\eta, \quad (1.141)$$

где  $C_{/} = C_1 \cdot C_3$ ;  $C_{//} = C_2 \cdot C_3$ .

Подчиним (1.141) первому граничному условию (1.140)

$$\theta(x, y_1) = \int_0^\infty (C_{/} \cdot \cos \eta x + C_{//} \cdot \sin \eta x) \cdot (e^{\eta y_1} - e^{-\eta y_1}) \cdot d\eta = \varphi(x). \quad (1.142)$$

По аналогии с решением (1.112) - (1.114), постоянные  $C_{/}$  и  $C_{//}$  определяются

$$C_{/} = \frac{1}{\pi} \cdot \frac{1}{(e^{\eta y_1} - e^{-\eta y_1})} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(\xi) \cdot \cos \eta \xi \cdot d\xi;$$

$$C_{//} = \frac{1}{\pi} \cdot \frac{1}{(e^{\eta y_1} - e^{-\eta y_1})} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(\xi) \cdot \sin \eta \xi \cdot d\xi.$$

Подставляя постоянные  $C_{/}$  и  $C_{//}$  в (1.141), получим

$$\begin{aligned} \theta(x, y) &= \frac{1}{\pi} \cdot \int_0^{\infty} \frac{(e^{\eta y} - e^{-\eta y})}{(e^{\eta y_1} - e^{-\eta y_1})} \cdot \left[ \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(\xi) \cdot \cos \eta(\xi - x) d\xi \right] \cdot d\eta = \\ &= \frac{1}{\pi} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(\xi) \cdot \left[ \int_0^{\infty} \frac{(e^{\eta y} - e^{-\eta y})}{(e^{\eta y_1} - e^{-\eta y_1})} \cdot \cos \eta(\xi - x) \cdot d\eta \right] \cdot d\xi. \end{aligned}$$

С учетом преобразований

$$\frac{(e^{\eta y} - e^{-\eta y})}{(e^{\eta y_1} - e^{-\eta y_1})} = e^{-\eta(y_1 - y)} = \frac{(1 - e^{-2\eta y})}{(1 - e^{-2\eta y_1})},$$

$$e^{-2\eta y} = 1 - \frac{2 \cdot \eta \cdot y}{1!} + \frac{(2 \cdot \eta \cdot y)^2}{2!} - \dots,$$

ограничиваясь в разложении функции  $e^{-2\eta y}$  в ряд первыми двумя слагаемыми, получим

$$\theta(x, y) = \frac{1}{\pi} \cdot \frac{y}{y_1} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(\xi) \cdot \left[ \int_0^a e^{-\eta(y_1 - y)} \cdot \cos \eta(\xi - x) d\eta \right] \cdot d\xi. \quad (1.143)$$

Принимая граничные условия рис. 1.37

$$\begin{cases} \varphi(\xi) = \theta_0 & \text{при } -a < \xi < a, \\ \varphi(\xi) = 0 & \text{при } |\xi| \geq a, \end{cases}$$

имеем

$$\theta(x, y) = \frac{\theta_0}{\pi} \cdot \frac{y}{y_1} \cdot \left\{ \operatorname{arctg} \frac{2a \cdot (y_1 - y)}{[(y_1 - y)^2 - (a^2 - x^2)]} \right\} \quad (1.144)$$

или

$$(y_1 - y)^2 - (a^2 - x^2) = \frac{2a \cdot (y_1 - y)}{C}, \quad (1.145)$$

где  $C = \operatorname{tg} \left( \pi \cdot \frac{\theta}{\theta_0} \cdot \frac{y_1}{y} \right)$ .

Обозначим  $(y_1 - y) = \Delta y$  и преобразуем (1.145) к виду

$$\left( \Delta y - \frac{a}{C} \right)^2 + x^2 = a^2 \cdot \left( 1 + \frac{1}{C^2} \right). \quad (1.146)$$

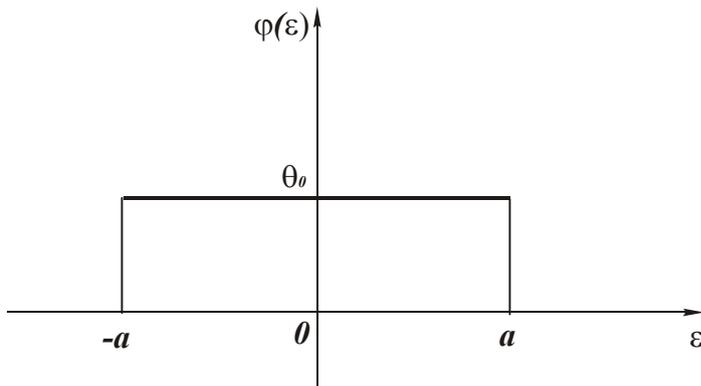


Рис.1.37. Вид функции  $\varphi(\xi)$ .

Получено уравнение окружности радиусом  $R = a \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{C^2}}$ , центр которой смещен по оси  $oy$  относительно точки  $y = y_1$ , на величину  $b = \frac{a}{C}$ .

Величины  $b$  и  $R$  переменны в силу переменности параметра  $C$ . С

уменьшением  $y$  от  $y_1$  до нуля параметр  $C$  неограниченно возрастает и приводит к уменьшению параметров  $b$  и  $R$  ( $b \rightarrow 0$ ,  $R \rightarrow a$ ).

Проанализируем данное решение. Из рис. 1.38 получим соотношения

$$\frac{(x - a)}{(y_1 - y)} = \operatorname{tg} \beta_1; \quad \frac{(x + a)}{(y_1 - y)} = \operatorname{tg} \beta_2. \quad (1.147)$$

Подставляя (1.147) в первое выражение, получим

$$\theta(x, y) = \frac{\theta_0}{\pi} \cdot \frac{y}{y_1} \cdot [\operatorname{arctg}(\operatorname{tg} \beta_2) - \operatorname{arctg}(\operatorname{tg} \beta_1)] = \frac{\theta_0}{\pi} \cdot \frac{y}{y_1} \cdot (\beta_1 - \beta_2). \quad (1.148)$$

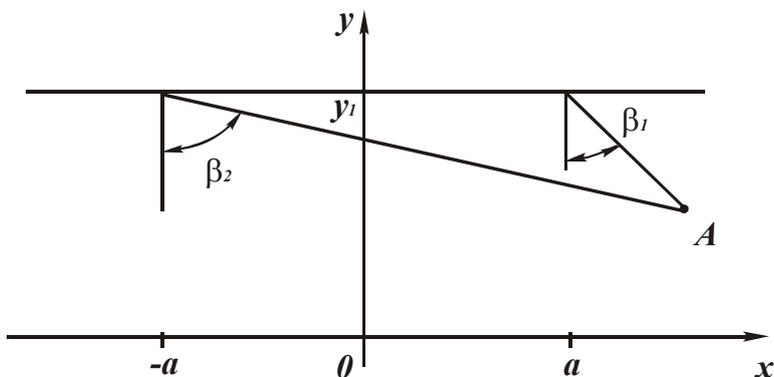


Рис.1.38. Положение углов  $\beta_1$  и  $\beta_2$ .

Положение изотерм  $\theta(x, y) = \operatorname{const}$  зависит от разности углов  $(\beta_1 - \beta_2)$  и соотношения  $y/y_1$ . Постоянство величины  $(\beta_1 - \beta_2)$  соответствует постоянству радиуса окружности  $R$ . С уменьшением  $y$  от  $y_1$  до нуля соотношение  $y/y_1$  уменьшается от 1 до 0.

Следовательно, для обеспечения условия  $\theta(x, y) = \operatorname{const}$  величина  $(\beta_1 - \beta_2)$  должна увеличиваться, что ведет к уменьшению радиуса окруж-

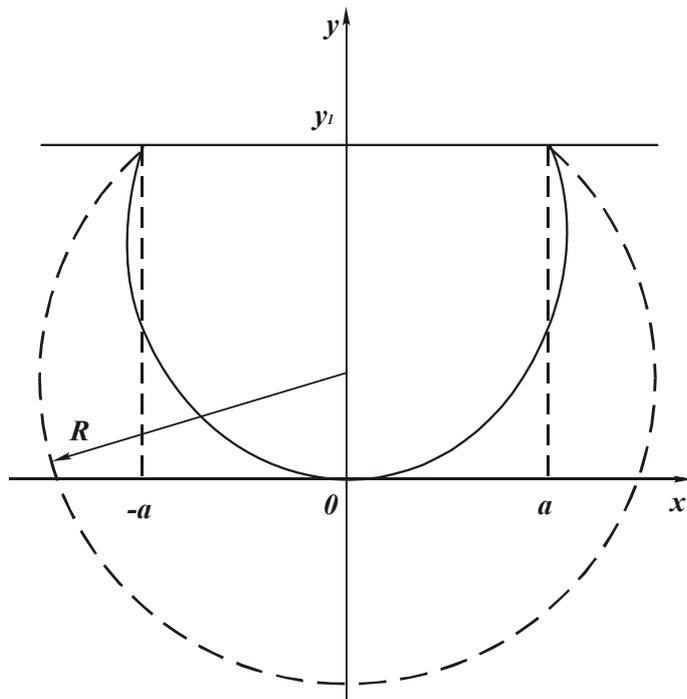


Рис.1.39. Положение изотермы.

исходной окружности неравномерна по координате  $y$ .

Плотность теплового потока  $q_y(x, y) = -\lambda \cdot \frac{\partial \theta}{\partial y}$  определяется зави-

симостью

$$q_y(x, y) = -\frac{\lambda \cdot \theta_0}{\pi \cdot y_1} \left\{ \operatorname{arctg} \frac{2a \cdot (y_1 - y)}{[(y_1 - y)^2 - (a^2 - x^2)]} + y \cdot \left[ \frac{(a - x)}{(y_1 - y)^2 + (a - x)^2} + \frac{(a + x)}{(y_1 - y)^2 + (a - x)^2} \right] \right\}. \quad (1.149)$$

При  $y = y_1$

$$q_y(x, y_1) = \frac{2a \cdot \lambda \cdot \theta_0}{\pi \cdot (x^2 - a^2)}. \quad (1.150)$$

В положительном направлении оси  $oy$  при  $|x| < a$  функция  $q_y(x, y_1) < 0$  и имеет место подвод тепла, при  $|x| > a$  - отвод тепла. В отрицательном направлении оси  $oy$ , наоборот. Следовательно, характер изменения  $q_y(x, y_1)$  такой же, как и для полуплоскости определяемой зависимостью (1.133).

При  $y = 0$  справедливо

$$q_y(x, y) = -\frac{\lambda \cdot \theta_0}{\pi \cdot y_1} \cdot \operatorname{arctg} \frac{2a \cdot y_1}{[x^2 + (y_1^2 - a^2)]}. \quad (1.151)$$

ности  $R$  и деформированию окружности в кривую, показанную на рис. 1.39 сплошной линией.

Таким образом, переход от полуплоскости (где координата  $y$  неограничена) к полосе ограниченной ширины, равной  $y_1$ , приводит к “сжатию” окружностей (которые определяют положение изотерм) по координате  $y$ .

Приведенные кривые отличны от формы эллипса, т.к. степень деформирования

### 1.8.5. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ В КЛИНЕ

Требуется найти решение уравнения Лапласа в области  $0 < x < \infty$ ,  $0 < y < \infty$ , удовлетворяющее граничным условиям

$$\begin{cases} \theta(x, 0) = \varphi(x) & \text{при } 0 < x < a, \\ \theta(x, 0) = 0 & \text{при } x \geq a, \\ \theta(0, y) = 0. \end{cases} \quad (1.152)$$

Решение будем искать в виде, описанном зависимостью (1.110). В нем учтено условие  $\theta(x, y \rightarrow \infty) = 0$ .

Подчиняя (1.110) граничному условию  $\theta(0, y) = 0$ , имеем  $C_1 = 0$ . Тогда

$$\theta(x, y) = \int_0^{\infty} C_{//} \cdot \sin \eta x \cdot e^{-\eta y} \cdot d\eta. \quad (1.153)$$

Подчиняя (1.153) первому граничному условию (1.152), получим

$$\theta(x, 0) = \int_0^{\infty} C_{//} \cdot \sin \eta x \cdot d\eta = \varphi(x). \quad (1.154)$$

Постоянная  $C_{//}$  определяется по зависимости (1.114).

$$C_{//} = \frac{1}{\pi} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(\xi) \cdot \sin \eta \xi \cdot d\xi.$$

Подставляя  $C_{//}$  в (1.153) с учетом  $\varphi(\xi) = \theta_0$ , имеем

$$\begin{aligned} \theta(x, 0) &= \frac{1}{\pi} \cdot \int_0^{\infty} e^{-\eta y} \cdot \sin \eta x \cdot \left[ \int_0^a \varphi(\xi) \cdot \sin \eta \xi \cdot d\xi \right] \cdot d\eta = -\frac{\theta_0}{2 \cdot \pi} \times \\ &\times \int_0^a \left\{ e^{-\eta \cdot y} \cdot [\cos \eta(\xi + x) - \cos \eta(\xi - x)] \cdot d\eta \right\} \cdot d\xi = -\frac{\theta_0}{2 \cdot \pi} \times \end{aligned} \quad (1.155)$$

$$\times \left[ \operatorname{arctg} \frac{(a+x)}{y} - \operatorname{arctg} \frac{x}{y} \right] + \frac{\theta_0}{2 \cdot \pi} \cdot \left[ \operatorname{arctg} \frac{(a+x)}{y} - \operatorname{arctg} \frac{-x}{y} \right].$$

С учетом формулы (1.118), получим

$$\theta(x, 0) = \frac{\theta_0}{2 \cdot \pi} \cdot \operatorname{arctg} \frac{2 \cdot a^2 \cdot x \cdot y}{[(y^2 + x^2)^2 - x^2 \cdot a^2 + y^2 \cdot a^2]} \quad (1.156)$$

или 
$$\operatorname{tg}[2\pi \cdot \frac{\theta(x, y)}{\theta_0}] = \frac{2 \cdot a^2 \cdot x \cdot y}{[(y^2 + x^2)^2 - x^2 \cdot a^2 + y^2 \cdot a^2]} = C. \quad (1.157)$$

Перейдем к полярной системе координат :  $y = r \cdot \sin \alpha$ ,  $x = r \cdot \cos \alpha$ .

Уравнение (1.157) примет вид

$$r = a \cdot \sqrt{\cos 2\alpha + \frac{1}{C} \cdot \sin 2\alpha}. \quad (1.158)$$

Положение изотермы ( $C = \text{const}$ ) показано на рис. 1.40.

Значение угла  $\alpha$ , определяющее максимальное значение  $r$  при  $C = \text{const}$ , получим из условия экстремума функции  $r$ :

$$r'_\alpha = a \cdot (\cos 2\alpha + \frac{1}{C} \cdot \sin 2\alpha)^{-0,5} \cdot (-\sin 2\alpha + \frac{1}{C} \cdot \cos 2\alpha) = 0.$$

Откуда

$$\text{tg } 2\alpha = \frac{1}{C}. \quad (1.159)$$

Чем меньше  $C$ , тем больше  $\alpha$ . При  $C \rightarrow 0$  угол  $\alpha \rightarrow 45^\circ$ . При  $C \rightarrow \infty$  угол  $\alpha \rightarrow 0$ . Плотность теплового потока с учетом зависимости (1.156) выразится

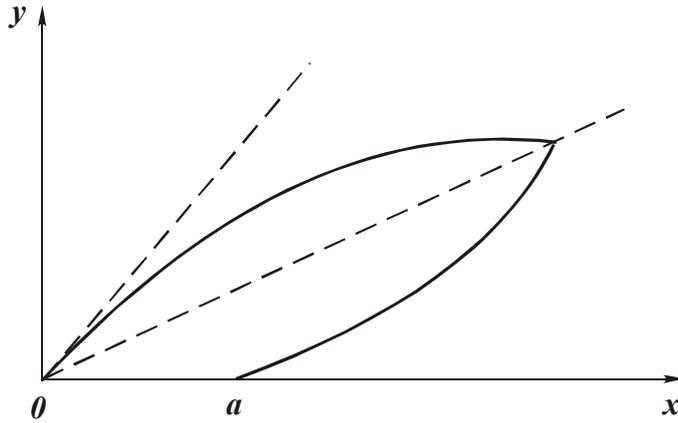


Рис.1.40. Положение изотермы при  $C = 1$ .

$$q_y(x, y) = -\frac{\lambda \cdot \theta_0}{\pi} \times$$

$$\times \frac{a^2 x [(y^2 + x^2)^2 - x^2 a^2 - y^2 a^2 - 4y^2 (y^2 + x^2)]}{[(y^2 + x^2)^2 - x^2 a^2 + y^2 a^2]^2 + 4a^4 x^2 y^2}. \quad (1.160)$$

При  $y = 0$ :

$$q_y(x, 0) = \frac{\lambda \cdot \theta_0}{\pi} \cdot \frac{a^2}{x(a^2 - x^2)}. \quad (1.161)$$

При  $x = 0$  и  $x = \pm a$  плотность теплового потока принимает бесконечные значения. Минимум функции  $q_y(x, 0)$  достигается при  $x = \frac{a}{\sqrt{3}}$ . Следовательно, функции  $q_y(x, 0)$  для полуплоскости и клина

отличаются лишь положением точки минимума.

Плотность теплового потока в направлении оси  $ox$  определяется

$$q_x(x, y) = -\frac{\lambda \cdot \theta_0}{\pi} \times$$

$$\times \frac{a^2 y^2 [(y^2 + x^2)^2 + x^2 a^2 + y^2 a^2 - 4x^2 (y^2 + x^2)]}{[(y^2 + x^2)^2 - x^2 a^2 + y^2 a^2]^2 + 4a^4 x^2 y^2}. \quad (1.162)$$

При  $x = 0$

$$q_y(0, y) = \frac{-\lambda \cdot a^2 \cdot \theta_0}{\pi \cdot y \cdot (y^2 + a^2)}. \quad (1.163)$$

Функция  $q_y(0, y)$  отрицательна для  $y > 0$ . Следовательно, при  $x = 0$  имеет место отвод тепла из клина.

### 1.8.6. ДЕЙСТВИЕ ТЕПЛОВОГО ИСТОЧНИКА НА НЕКОТОРОМ УДАЛЕНИИ ОТ ВЕРШИНЫ КЛИНА

Получим решение уравнения Лапласа при следующих граничных условиях

$$\begin{cases} \theta(x, 0) = \varphi(x) & \text{при } x_1 < x < x_2, \\ \theta(x, 0) = 0 & \text{при } 0 < x < x_1, x_2 < x < \infty, \\ \theta(0, y) = 0. \end{cases} \quad (1.164)$$

Решение аналогично предыдущему, отличаются лишь пределы интегрирования в (1.155)

$$\theta(x, y) = \frac{1}{\pi} \cdot \int_0^\infty e^{-\eta y} \cdot \sin \eta x \cdot \left[ \int_{x_1}^{x_2} \varphi(\xi) \cdot \sin \eta \xi \cdot d\xi \right] \cdot d\eta.$$

С учетом  $\varphi(\xi) = \theta_0$ , получим

$$\begin{aligned} \theta(x, y) = \frac{\theta_0}{2\pi} \cdot \operatorname{arctg} \frac{(x_2 - x_1) \cdot y}{[y^2 + (x_2 - x) \cdot (x_1 - x)]} - \\ - \frac{\theta_0}{2\pi} \cdot \operatorname{arctg} \frac{(x_2 - x_1) \cdot y}{[y^2 + (x_2 + x) \cdot (x_1 + x)]}. \end{aligned} \quad (1.165)$$

Плотность теплового потока  $q_y(x, y)$  равна

$$\begin{aligned} q_y(x, y) = \frac{\lambda \cdot \theta_0}{2 \cdot \pi} \times \left\{ \frac{(x_2 - x_1) \cdot [(x_2 + x) \cdot (x_1 + x) - y^2]}{[y^2 + (x_2 + x) \cdot (x_1 + x)]^2 + (x_2 - x_1)^2 y^2} - \right. \\ \left. - \frac{(x_2 - x_1) \cdot [(x_2 - x) \cdot (x_1 - x) - y^2]}{[y^2 + (x_2 - x) \cdot (x_1 - x)]^2 + (x_2 - x_1)^2 \cdot y^2} \right\}. \end{aligned} \quad (1.166)$$

При  $y = 0$

$$q_y(x, 0) = -\frac{\lambda \cdot \theta_0}{\pi} \cdot \frac{x \cdot (x_2^2 + x_1^2)}{(x_2^2 - x^2) \cdot (x_1^2 - x^2)}. \quad (1.167)$$

При  $x_1 = 0$  и  $x_2 = a$  приходим к зависимости (1.161).

При  $x = x_1$  и  $x = x_2$  плотность теплового потока обращается в бесконечность, т.е. решение (1.167) аналогично (1.161).

При  $x_2 = x_1 + a$  зависимость (1.167) выразится

$$q_y(x, 0) = -\frac{\lambda \cdot \theta_0}{\pi} \cdot \frac{a \cdot (2x_1 + a) \cdot x}{(x_2^2 - x^2) \cdot (x_1^2 - x^2)}. \quad (1.168)$$

Чем больше  $x_1$  и соответственно  $x$ , тем больше должна быть плотность теплового потока, обеспечивающая заданную температуру  $\theta_0$  на границе,  $y = 0$ ,  $x_1 < x < x_1 + a$ . Следовательно, с увеличением  $x_1$  улучшается теплоотвод и уменьшается температура в клине.

### 1.8.7. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ В ПОЛУБЕСКОНЕЧНОЙ ПОЛОСЕ

Получим решение уравнения Лапласа при следующих граничных условиях

$$\begin{cases} \theta(x, 0) = \varphi(x) & \text{при } x_1 < x < x_2, \\ \theta(x, 0) = 0 & \text{при } x < x_1, x > x_2, \\ \theta(0, y) = 0, \\ \theta(x_3, 0) = 0. \end{cases} \quad (1.169)$$

Решение будем искать в виде, описанном зависимостью (1.110), удовлетворяющем условию  $\theta(x, y \rightarrow \infty) = 0$ .

Подчиняя зависимость (1.110) граничным условиям  $\theta(0, y) = 0$  и  $\theta(x_3, 0)$ , имеем  $C_{\perp} = 0$ ;  $C_{\parallel} \cdot \sin \eta x_3 = 0$ .

При нетривиальном решении (не равном тождественно нулю) должно выполняться условие

$$C_{\parallel} \neq 0; \quad \sin \eta x_3 = 0.$$

Тогда  $\eta x_3 = k \cdot \pi$ , где  $k = 0; 1; 2; 3; \dots$  - целые числа. Откуда

$$\eta = \frac{k \cdot \pi}{x_3}. \quad (1.170)$$

С учетом (1.170) зависимость (1.110) примет вид

$$\theta_k(x, y) = C_{\parallel} \cdot \sin \frac{k \cdot \pi \cdot x}{x_3} \cdot e^{-\frac{k \cdot \pi}{x_3} \cdot y}. \quad (1.171)$$

Числа  $k$  называются собственными значениями, а соответствующее каждому из них решение  $\theta_k(x, y)$  - собственной функцией.

Сумма бесконечного ряда

$$\theta(x, y) = \sum_{k=1}^{\infty} C_{//} \cdot \sin \frac{k \cdot \pi \cdot x}{x_3} \cdot e^{-\frac{k \cdot \pi}{x_3} \cdot y} \quad (1.172)$$

также является решением уравнения Лапласа.

Постоянная  $C_{//}$  определяется с использованием первого граничного условия (1.169)

$$\theta(x, 0) = \varphi(x) = \sum_{k=1}^{\infty} C_{//} \cdot \sin \frac{k \cdot \pi \cdot x}{x_3}. \quad (1.173)$$

Приведенное равенство есть разложение функции  $\varphi(x)$  в ряд Фурье по синусам. Тогда при  $\varphi(x)\theta_0$  получим

$$\begin{aligned} C_{//} &= \frac{2}{(x_2 - x_1)} \cdot \int_{x_1}^{x_2} \theta_0 \cdot \sin \frac{k \cdot \pi \cdot \xi}{x_3} \cdot d\xi = \\ &= \frac{2\theta_0}{(x_2 - x_1)} \cdot \frac{x_3}{k \cdot \pi} \cdot \left( \cos \frac{k \cdot \pi \cdot x_1}{x_3} - \cos \frac{k \cdot \pi \cdot x_2}{x_3} \right). \end{aligned} \quad (1.174)$$

Подставляя (1.174) в (1.172), имеем

$$\begin{aligned} \theta(x, y) &= \frac{2\theta_0 \cdot x_3}{\pi \cdot (x_2 - x_1)} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[ \frac{1}{k} \cdot \left( \cos \frac{k \cdot \pi \cdot x_1}{x_3} - \cos \frac{k \cdot \pi \cdot x_2}{x_3} \right) \times \right. \\ &\quad \left. \times \sin \frac{k \cdot \pi \cdot x}{x_3} \cdot e^{-\frac{k \cdot \pi}{x_3} \cdot y} \right]. \end{aligned} \quad (1.175)$$

Данный ряд сходящийся, поскольку функция  $\sin \frac{k \cdot \pi \cdot x}{x_3}$  ограничена в пределах  $-1 \dots 1$ , а функция  $1/k$  - убывающая. Параметр  $x_3$  определяет ширину полубесконечной полосы, а  $(x_2 - x_1)$  - протяженность теплового источника. Температура зависит от  $x_1$ ,  $x_2$ ,  $x_3$  и  $(x_2 - x_1)$ .

### 1.8.8. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ В ПРЯМОУГОЛЬНОЙ ПЛАСТИНЕ

Получим решение уравнения Лапласа при граничных условиях (рис. 1.41)

$$\begin{cases} \theta(x, y_1) = \varphi(x) & \text{при } x_1 < x < x_2, \\ \theta(x, y_1) = 0 & \text{при } x < x_1, x > x_2, \\ \theta(0, y) = 0, \\ \theta(x_3, y) = 0, \\ \theta(x, 0) = 0. \end{cases} \quad (1.176)$$

Решение будем искать в виде (1.109). Подчиняя (1.109) граничному условию  $\theta(x, 0) = 0$ , имеем  $C_4 = -C_3$ . Тогда (1.109) запишется

$$\theta(x, y) = (C_{\setminus} \cdot \cos \eta x + C_{//} \cdot \sin \eta x) \cdot (e^{\eta y} - e^{-\eta y}), \quad (1.178)$$

где  $C_{\setminus} = C_1 \cdot C_3$ ;  $C_{//} = C_2 \cdot C_3$ .

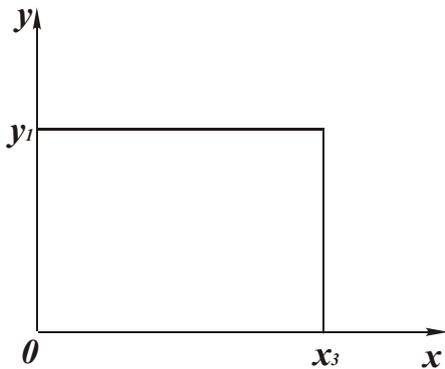


Рис.1.41. Положение прямоугольной пластины в осях координат.

Подчиняя (1.177) граничным условиям  $\theta(0, y) = 0$ ;  $\theta(x_3, y) = 0$ , получим

$$C_{\setminus} = 0, \quad (1.179)$$

$$C_{//} \cdot \sin \eta x_3 = 0. \quad (1.180)$$

При  $C_{//} = 0$  решение будет тождественно равно нулю. Поэтому необходимо принять  $\sin \eta x_3 = 0$ , откуда  $\eta x_3 = k \cdot \pi$ , где  $k = 0; 1; 2; 3; \dots$

$$\text{или} \quad \eta = \frac{k \cdot \pi}{x_3}. \quad (1.181)$$

С учетом (1.178) и (1.180) решение (1.177) можно представить в виде бесконечного ряда

$$\theta(x, y) = \sum_{k=1}^{\infty} C_{//} \cdot \sin \frac{k \cdot \pi \cdot x}{x_3} \cdot \left( e^{\frac{k \cdot \pi \cdot y}{x_3}} - e^{-\frac{k \cdot \pi \cdot y}{x_3}} \right). \quad (1.182)$$

Для определения постоянной  $C_{//}$  подчиним (1.181) первому граничному условию (1.176)

$$\theta(x, y_1) = \sum_{k=1}^{\infty} C_{//} \cdot \sin \frac{k \cdot \pi \cdot x}{x_3} \cdot \left( e^{\frac{k \cdot \pi \cdot y_1}{x_3}} - e^{-\frac{k \cdot \pi \cdot y_1}{x_3}} \right) = \varphi(x).$$

Данное равенство есть разложение функции  $\varphi(x)$  в ряд Фурье по синусам. При  $\varphi(x) = \theta_0$  справедливо

$$C_{//} = \frac{2 \cdot \theta_0 \cdot x_3 \cdot \left( \cos \frac{k\pi}{x_3} x_1 - \cos \frac{k\pi}{x_3} x_2 \right)}{k \cdot \pi \cdot (x_2 - x_1) \cdot \begin{pmatrix} \frac{k \cdot \pi}{x_3} \cdot y_1 & -\frac{k \cdot \pi}{x_3} \cdot y_1 \\ e^{\frac{k \cdot \pi}{x_3}} & -e^{-\frac{k \cdot \pi}{x_3}} \end{pmatrix}}$$

Подставляя  $C_{//}$  в (1.181), получим, решение в виде бесконечного ряда для двух переменных  $x$  и  $y$ , описывающее распределение температуры для граничных условий (1.176)

$$\theta(x, y) = \frac{2 \cdot \theta_0 \cdot x_3}{\pi \cdot (x_2 - x_1)} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\left( \cos \frac{k \cdot \pi}{x_3} x_1 - \cos \frac{k \cdot \pi}{x_3} x_2 \right)}{\begin{pmatrix} \frac{k \cdot \pi}{x_3} \cdot y_1 & -\frac{k \cdot \pi}{x_3} \cdot y_1 \\ e^{\frac{k \cdot \pi}{x_3}} & -e^{-\frac{k \cdot \pi}{x_3}} \end{pmatrix}} \times \\ \times \sin \frac{k \cdot \pi \cdot x}{x_3} \cdot \begin{pmatrix} \frac{k \cdot \pi}{x_3} \cdot y & -\frac{k \cdot \pi}{x_3} \cdot y \\ e^{\frac{k \cdot \pi}{x_3}} & -e^{-\frac{k \cdot \pi}{x_3}} \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{k}. \quad (1.183)$$

Аналогично (1.175), ряд (1.182) сходящийся, позволяет установить распределение температуры в замкнутой области (прямоугольной формы) при различном положении и протяженности теплового источника.

## ГЛАВА 2

### ОПТИМИЗАЦИЯ УСЛОВИЙ ОБРАБОТКИ ПО ТЕМПЕРАТУРНОМУ КРИТЕРИЮ

#### 2.1. УПРОЩЕННОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ОБ ОБРАЗОВАНИИ ТЕМПЕРАТУРНЫХ ОСТАТОЧНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ В ПОВЕРХНОСТНОМ СЛОЕ ОБРАБОТАННОЙ ДЕТАЛИ

В процессе резания часть выделяющегося тепла уходит на нагревание обрабатываемой детали. Это приводит к образованию в поверхностном слое материала температурных напряжений, которые, как показывает опыт, отрицательно влияют на эксплуатационные свойства детали. Для раскрытия механизма образования температурных напряжений рассмотрим упрощенную расчетную схему, рис.2.1,а. Представим поверхностный слой обрабатываемой детали в виде множества прилегающих друг к другу бесконечно тонких полос длиной  $l$ . Очевидно, температура нагрева этих полос в процессе резания будет не одинакова: верхние полосы будут более нагретыми.

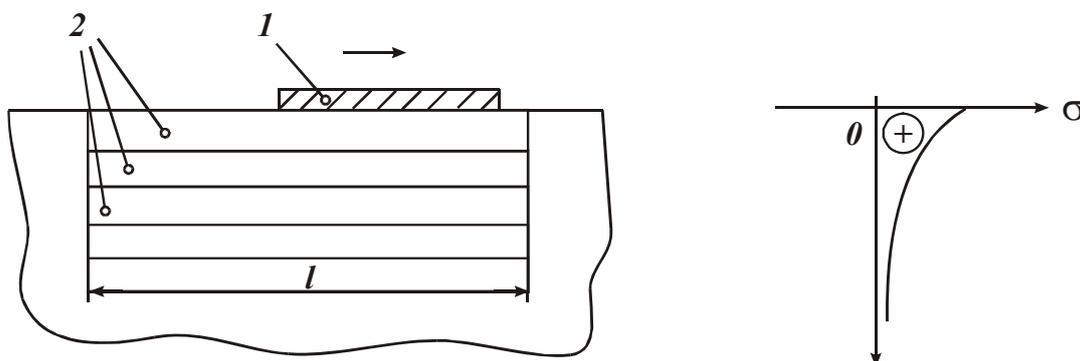


Рис.2.1 Расчетная схема (а) и эпюра напряжений (б):  
1 - тепловой источник; 2 - тонкие полосы.

В результате нагрева полосы должны удлиниться на величину

$$\Delta l = \varepsilon \cdot l = \alpha \cdot \theta \cdot l, \quad (2.1)$$

где  $\varepsilon$  - деформация материала в продольном направлении;  $\alpha$  - коэффициент линейного расширения материала, 1/град;  $\theta$  - температура полосы, град.

Однако тепловому расширению материала будут препятствовать границы I и II ненагретого материала, что приведет к образованию в полосах продольных сжимающих температурных напряжений величиной

$$\sigma = \varepsilon \cdot E = \alpha \cdot \theta \cdot E, \quad (2.2)$$

где  $E$  - модуль упругости материала, Н/м<sup>2</sup>.

Как видим, напряжение  $\sigma$  вполне однозначно определяется температурой  $\theta$ . При определенном значении  $\theta$  напряжение  $\sigma$  может достичь предела пластичности материала, что приведет к его пластическому деформированию. В этом случае после остывания исходная длина полосы  $l$  уменьшится приблизительно на величину теплового расширения  $\Delta l' < \Delta l$ . В результате в полосе возникнут остаточные растягивающие напряжения

$$\sigma' = \varepsilon' \cdot E', \quad (2.3)$$

где  $\varepsilon' = \Delta l' / l$ .

Если напряжение  $\sigma$  превысит предел прочности материала на растяжение – возможно разрушение поверхностного слоя материала в виде образующихся микротрещин.

Таким образом, из предложенного механизма следует, что образование остаточных растягивающих напряжений произойдет в том случае, когда возникнут пластические деформации материала от действия сжимающих напряжений, вызванных нагревом. Если материал рассматриваемой полосы будет подвергаться лишь упругому деформированию от действия сжимающих напряжений, то после остывания полоса возвратится в исходное состояние и остаточных растягивающих напряжений не будет.

Из сказанного вытекает, что наибольшие остаточные растягивающие напряжения будут достигаться в полосе, прилегающей к тепловому источнику (инструменту). По мере удаления полосы от теплового источника растягивающие напряжения в ней будут уменьшаться вплоть до нуля, рис.2.1,б.

В табл. 2.1 приведены значения температуры  $\theta$ , рассчитанные по зависимости (2.2), при которой сжимающие напряжения достигают предела пластичности обрабатываемого материала.

Таблица 2.1

Значение  $E$ ,  $\sigma_{сж}$ ,  $\alpha$ ,  $\theta$

Материал	$E \cdot 10^5$ , МПа	$\sigma_{сж} \cdot 10^3$ , МПа	$\alpha \cdot 10^{-6}$ , 1/град	$\theta$ , град
Сталь Р18	2,2	3,6	11	1487
Твердый сплав Т15К6	5,2	4	6	1282
Твердый сплав ВК8	5,4	4,5	5	1666

Для того, чтобы устранить остаточные растягивающие напряжения и тем самым повысить качество обработки, необходимо уменьшить температуру  $\theta$  ниже приведенных в табл.2.1 значений.

Следует отметить, что рассчитанные значения  $\theta$  превышают экспериментально установленные. Это связано с уменьшением предела прочности на сжатие обрабатываемого материала  $\sigma_{сж}$  в процессе резания под действием температуры. Например, известно, что  $\sigma_{сж}$  может изменяться по закону  $\sigma_{сж} \approx 1/\theta$ . Представим

$\sigma_{сж} = \sigma_{сж0} \left( \frac{150^\circ}{\theta} \right)$ , где  $\sigma_{сж0}$  - предел прочности на сжатие обрабатываемого материала при температуре 150°C. Тогда с учетом зависи-

мости (2.2), имеем  $\theta = 12 \cdot \sqrt{\frac{\sigma_{сж0}}{E \cdot \alpha}} = 12 \cdot \sqrt{\theta_*}$ , где  $\theta_*$  - значения темпе-

ратуры, приведенные в табл. 2.1. Рассчитанное по формуле значение  $\theta$  для быстрорежущей стали Р18 равно 468°C, для твердого сплава Т15К6 – 432°C, для твердого сплава ВК8 – 492°C. Как видим,  $\theta < \theta_*$ , т.е. учет теплового изменения параметра  $\sigma_{сж}$  позволяет приблизить расчетные значения предельной температуры  $\theta$  к экспериментально установленным значениям.

Для расчета температуры  $\theta$  при резании лезвийными и абразивными инструментами можно использовать приближенные зависимости (1.20), (1.21), (1.24), (1.25), (1.26). Например, из зависимости (1.24), полученной для процесса резания лезвийным инструментом, следует, что температура  $\theta$  определяется всего двумя переменными величинами – удельной производительностью обработки  $Q_{y\partial}$  и углом сдвига материала  $\beta$ . Чем больше  $\beta$  и меньше  $Q_{y\partial}$ , тем меньше температура  $\theta$  и соответственно остаточные растягивающие напряжения, определяемые зависимостью (2.3). Данный вывод справедлив для значений  $\theta$ , превышающих предельные значения температуры (приведенные в табл.2.1), когда в поверхностном слое обрабатываемого материала возникают пластические деформации.

При упругом деформировании материала, как отмечалось выше, остаточных растягивающих напряжений “в идеале” не должно быть.

При плоском шлифовании периферией круга температура  $\theta$  описывается зависимостью (1.26), в которую входят три переменные величины – условное напряжение резания  $\sigma$ , удельная производительность обработки  $Q_{y\partial}$  и глубина шлифования  $t$ . С их уменьшением температура  $\theta$  уменьшается, что хорошо согласуется с практикой шлифования. Наибольшее влияние на  $\theta$  и остаточные напряжения оказывает параметр  $\sigma$ . Режимы резания влияют на температуру и

остаточные напряжения в меньшей мере. Следовательно, добиться повышения качества обработки (по температурному критерию) можно прежде всего за счет уменьшения условного напряжения резания  $\sigma$ , например, обеспечивая высокую режущую способность инструмента (высокую остроту режущей кромки инструмента) и т.д.

При плоском шлифовании торцом круга температура  $\theta$  определяется из зависимости (1.18) при следующих условиях:  $V_{рез} = V_{кр}$ ,  $S = Q / V_{кр}$ ,  $Q = b \cdot V_{дет} \cdot t$ ,  $F = L \cdot b$ ,  $L = B$

$$\theta = \frac{\sigma \cdot t}{\rho_1 \cdot c_1} \cdot \sqrt{\frac{c_1 \cdot \rho_1 \cdot V_{дет}}{\lambda \cdot B}}, \quad (2.4)$$

где  $V_{кр}$  - скорость круга, м/с;  $S$  - мгновенная суммарная площадь поперечного сечения среза всеми одновременно работающими зёрнами, м<sup>2</sup>;  $Q$  - производительность обработки, м<sup>3</sup>/с;  $b$  - ширина шлифования (ширина обрабатываемой детали), м;  $V_{дет}$  - скорость детали, м/с;  $t$  - глубина шлифования, м;  $F$  - площадь контакта круга с деталью, м<sup>2</sup>;  $L$  - длина теплового источника (ширина круга  $B$ ), м;  $\rho_1$ ,  $c_1$ ,  $\lambda$  - соответственно плотность, теплоемкость и теплопроводность обрабатываемого материала.

В приведенной зависимости (2.4) условное напряжение резания

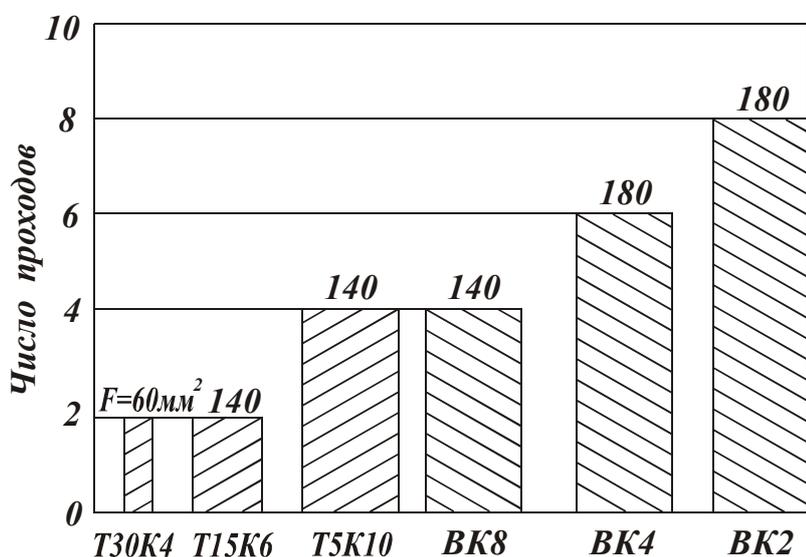


Рис.2.2. Термостойкость различных марок твердого сплава при алмазном шлифовании кругом АС2 160/125 Б1 – 25%.

$\sigma$  и глубина шлифования  $t$  в одинаковой степени влияют на температуру поверхностного слоя материала. С уменьшением параметров  $\sigma$ ,  $t$ ,  $V_{дет}$  и увеличением  $B$  температура  $\theta$  и соответственно остаточные напряжения уменьшаются. Это согласуется с экспериментальными данными, например, приведенными в работе [ 108 ]. Так, экспериментально

установлено, что термостойкость твердых сплавов группы ТК при их обработке шлифованием ниже, чем группы ВК, рис.2.2. Исходя из за-

висимости (2.4), это может быть связано с увеличением температуры  $\theta$  по причине увеличения условного напряжения резания, т.к. известно, что обрабатываемость твердых сплавов группы ТК ниже.

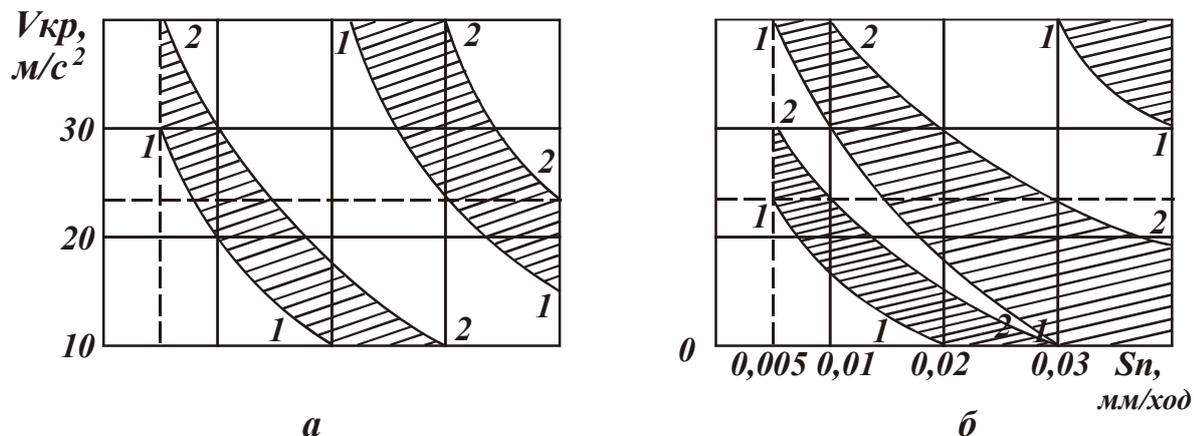


Рис.2. 3. Термостойкость твердого сплава Т30К4 при шлифовании ( $S_{np}=1,0$  м/мин, без охлаждения) кругами зернистостью АС2 40/28 (а) и АС2 100/80 (б) на связке Б1 различной концентрации: I – 25%, II – 100%, III – 200%.

Как следует из рис. 2.3 [108], термостойкость твердого сплава Т30К4 практически определяется произведением скорости круга  $V_{кр}$  и поперечной подачи  $S_n$  (глубины шлифования  $t$ ). Скорость круга в явном виде не входит в зависимость (2.4). Она влияет на температуру  $\theta$  через изменение условного напряжения резания  $\sigma$ . Чем больше  $V_{кр}$ , тем больше  $\sigma$ .

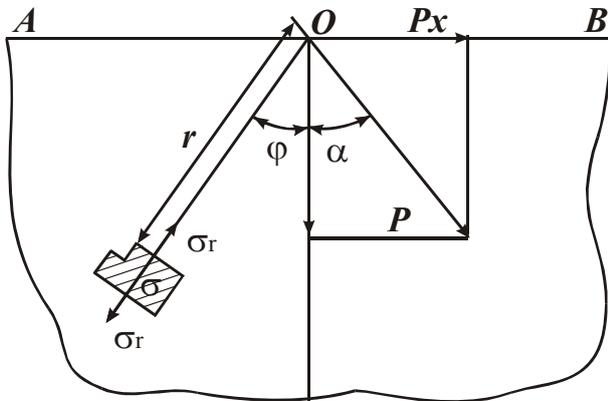
Следовательно, при заданном произведении  $V_{кр} \cdot t$  температура  $\theta$  и термостойкость твердого сплава будут оставаться почти постоянными, что подтверждается экспериментальными данными. На рис.2.3 изображены зоны трещинообразования при обработке сплава Т30К4. Заштрихованная зона между линиями 1 – 1 и 2 – 2 характеризует появление трещин только на отдельных обрабатываемых образцах. Выше линии 2 – 2 на всех обрабатываемых образцах образуются трещины или сколы.

## 2.2. ФОРМИРОВАНИЕ ПОВЕРХНОСТНОГО СЛОЯ МАТЕРИАЛА ПОД ВОЗДЕЙСТВИЕМ СИЛОВОГО ФАКТОРА

В процессе резания формирование остаточных напряжений в поверхностном слое обрабатываемого материала происходит под воздействием теплового и силового факторов. В предыдущем разделе

рассмотрено воздействие теплового фактора. Ниже показана роль силового фактора.

Рассмотрим напряженно-деформированное состояние поверхностного слоя материала под воздействием сосредоточенной силы  $P$



(приложенной под углом  $\alpha$ ), возникающей в процессе резания, рис.2.4. В работе [160] получена аналитическая зависимость для определения в полуплоскости нормальной компоненты напряжения в радиальном направлении

$$\sigma_r = -\frac{2 \cdot P}{\pi \cdot r} \cdot \cos(\alpha + \varphi), \quad (2.5)$$

Рис.2.4. Расчетная схема напряженно-деформированного состояния поверхностного слоя материала.

где  $P$  - сила, приходящаяся на единицу ширины среза, Н/м;  $r$  -

расстояние от точки приложения силы  $P$  до рассматриваемой точки  $S$  полуплоскости ( $r > 0$ ), м;  $\varphi$  - угол, отсчитываемый от вертикальной оси.

Анализируя зависимость (2.5), нетрудно видеть, что при  $\alpha = 90^\circ$  и  $\varphi = 0$  напряжение  $\sigma_r = 0$ , т.е. в левой части полуплоскости ( $\varphi > 0$ ) возникают растягивающие напряжения ( $\sigma_r > 0$ ), а в правой части полуплоскости ( $\varphi < 0$ ) - сжимающие напряжения ( $\sigma_r < 0$ ), рис.2.5,а.

При  $\alpha = 0$  напряжение  $\sigma_r$  в левой ( $\varphi > 0$ ) и правой ( $\varphi < 0$ ) частях полуплоскости принимает отрицательное значение, т.е. является напряжением сжатия, рис.2.5,б.

Условие  $\sigma_r = 0$  выполняется при  $\varphi = 45^\circ$ . При  $\varphi > 45^\circ$  возникают

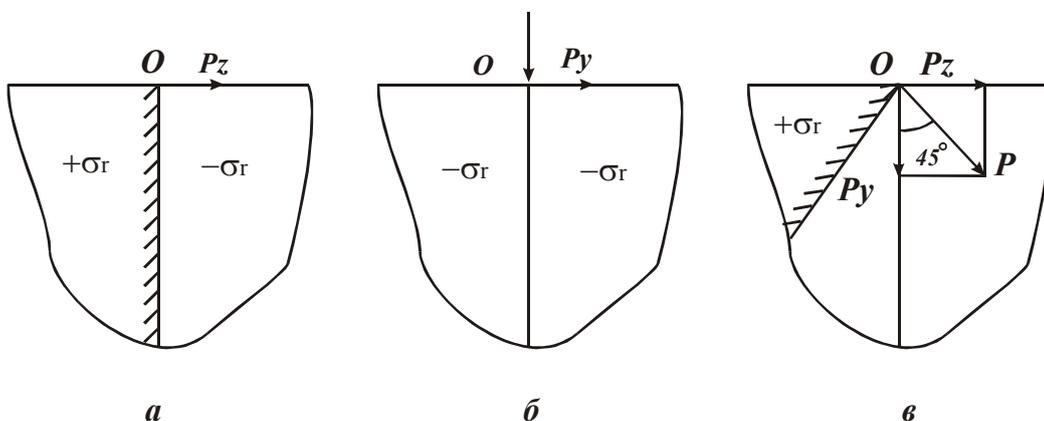


Рис.2.5. Характер изменения напряжения  $\sigma_r$  в зависимости от направления действия силы.

растягивающие напряжения ( $\sigma_r > 0$ ), а при  $\varphi < 45^\circ$  - сжимающие напряжения ( $\sigma_r < 0$ ), рис.2.5,в.

Таким образом, показано, что под зоной резания и впереди зоны резания под действием силы  $P$  возникают сжимающие напряжения, а за зоной резания – растягивающие.

При  $\varphi = 90^\circ$  напряжение за зоной резания можно определить из выражения

$$\sigma_r = -\frac{2 \cdot P}{\pi \cdot r} \cdot \sin \alpha. \quad (2.6)$$

Для уменьшения  $\sigma_r$  необходимо уменьшать  $P$  и  $\alpha$ . Угол  $\alpha$  определяется из соотношения

$$\sin \alpha = \frac{P_z}{P}, \quad (2.7)$$

где  $P_z$  - тангенциальная составляющая силы резания, Н/м.

С учетом известного соотношения для шлифования  $P_z = \sigma \cdot \frac{Q}{V_{кр}}$

напряжение  $\sigma_r$  выразится

$$\sigma_r = -\frac{2 \cdot \sigma}{\pi \cdot r} \cdot \frac{Q}{V_{кр}}. \quad (2.8)$$

Как видим, с уменьшением условного напряжения резания  $\sigma$  и производительности обработки  $Q$  и увеличением скорости круга  $V_{кр}$  напряжение  $\sigma_r$  уменьшается. Следовательно, для обеспечения требуемого качества поверхностного слоя (с минимальной силовой напряженностью) необходимо шлифование осуществлять с минимально возможными значениями  $\sigma$  и  $Q$ .

Уменьшение условного напряжения резания  $\sigma$  достигается повышением режущей способности шлифовальных кругов. Это предопределяет применение прерывистых кругов или эффективных методов правки, обеспечивающих поддержание в процессе обработки высокой режущей способности кругов.

Преобразуем зависимость (2.5), принимая  $r = d \cdot \cos(\alpha + \varphi)$

$$\sigma_r = -\frac{2 \cdot P}{\pi \cdot d}, \quad (2.9)$$

где  $d$  - диаметр окружности, проходящей через точку  $O$ , с центром, расположенным на линии действия силы  $P$ , рис.2.6.

Исходя из полученной зависимости (2.9), напряжения  $\sigma_r$  во всех точках окружности одинаковы за исключением точки приложения силы, где  $\sigma_r \rightarrow \infty$ . Чем больше диаметр окружности  $d$ , тем меньше  $\sigma_r$ . Внутри окружности напряжения больше, чем снаружи.

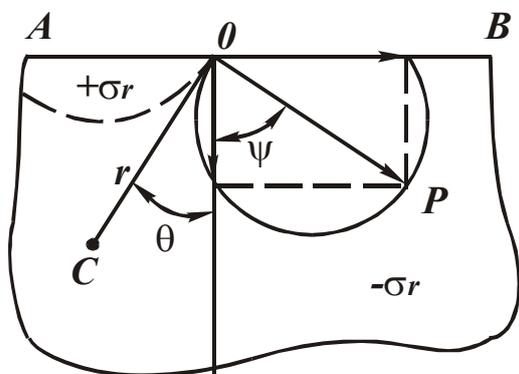


Рис. 2.6. Расчетная схема напряжений

Как показано выше, под действием силы резания  $P$  формируются сжимающие и растягивающие напряжения  $\sigma_r$ . С учетом зависимости (2.9) их можно представить двумя одинаковыми окружностями, центры которых расположены на линии действия силы  $P$ , рис.2.6. Нижняя окружность определяет область сжимающих напряжений,

а верхняя – область растягивающих напряжений. Очевидно, сжимающие напряжения охватывают большую часть полупространства и достигают больших значений, чем растягивающие напряжения. Поэтому, под действием силы  $P$  (силы резания) в поверхностном слое обрабатываемого материала будут образовываться остаточные сжимающие напряжения. Как показывает практика, они положительно влияют на эксплуатационные свойства детали.

Из этого можно заключить, что под воздействием силового фактора в поверхностном слое обрабатываемого материала образуются благоприятные остаточные сжимающие напряжения, а под действием теплового фактора – неблагоприятные остаточные растягивающие напряжения (по данным, приведенным в предыдущем разделе). Очевидно, при обработке необходимо стремиться к формированию остаточных сжимающих напряжений, т.е. к преобладанию в процессе резания силового фактора.

Для количественной оценки остаточных напряжений нами выполнены рентгенографические исследования поверхностного слоя обработанных пластин из твердого сплава ВК8, шлифованных на оптимальных режимах, которые соответствовали условиям минимума удельного расхода алмаза. Измерение параметров качества обработки производилось по известным методикам [ ].

Основными количественными критериями приняты параметры  $(\sigma_1 + \sigma_2)$  - сумма главных напряжений первого рода и  $L$ , - размер об-

ластей когерентного рассеивания (о.к.р.). Для высококачественной обработки характерно возникновение упрочненного поверхностного состояния с достаточно низкими значениями  $L_s$ , а так же возрастание уровня микронапряжений. Последние препятствуют развитию трещиноватости, уменьшают глубину нарушенного слоя и повышают износостойкость деталей. Данные, приведенные в табл.2.2, свидетельствуют о том, что в поверхностных слоях исследованных образцов изменения уровня микронапряжений ограничены в пределах  $\pm 500$  МПа, что соответствует погрешности в определении величины  $(\sigma_1 + \sigma_2)$ .

Таблица 2.2

Параметры кристаллической структуры и напряженного состояния поверхностных слоев твердого сплава ВК8

(алмазный круг 1А1 300x25x5 АС6 250/200 М1-01 4,  $V_{кр} = 35$  м/с)

$V_{дет}$ , м/мин	$t$ , мм/ход	$L_s$ , НМ	$(\sigma_1 + \sigma_2)$ , МПа
1	0,5	17,7	2600
2	0,25	16,8	3000
4	0,125	14,9	3400
6	0,08	15,6	3200
10	0,05	16,9	2500

Установленные результаты показывают, что независимо от сочетания параметров режима шлифования сумма главных напряжений первого рода  $(\sigma_1 + \sigma_2)$  всегда имеет знак “минус”, что свидетельствует о незначительном влиянии теплового фактора при алмазном шлифовании. Такой вывод позволяет рекомендовать для практического применения оптимальные режимы алмазного высокопроизводительного глубинного шлифования, которые в обобщенном виде представлены в табл.2.3.

Таблица 2.3

Рекомендуемые условия обработки

Характеристика круга	1А1 300x25x75 АС6 160/125...250/200 – 4			
Связка		МВ1	МО4	МО16
Обрабатываемый материал ВК8, ВК15, Т5К10	$V_{дет}$ , м/мин	1-6	2-8	2-10
	$S_{пр}$ , м/мин	0,045-0,270	0,09-036	0,09-0,45
	$t$ , мм/ход	0,15-0,6	0,1-0,6	0,1-0,6
	$Q$ , мм <sup>3</sup> /мин	14000-18000	22000-28000	24000-30000

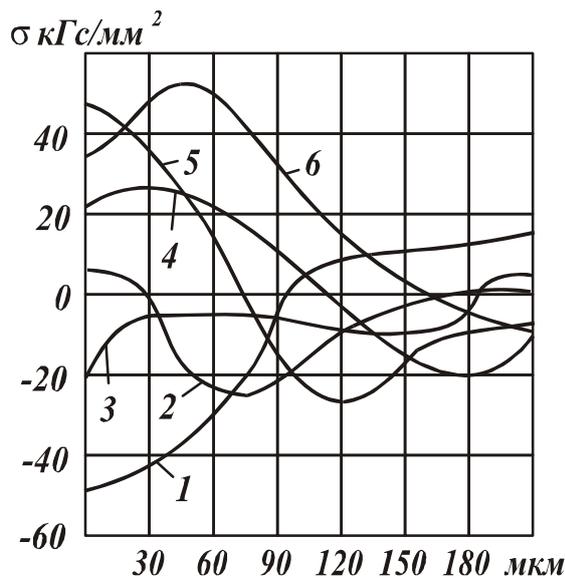


Рис.2.7. Кривые распределения остаточных напряжений в поверхностных слоях зубьев после зубошлифования.

величины (20 – 60 кгс/мм<sup>2</sup>). На секторе, состоящем из 3-х зубьев, в том числе на зубе 6, обнаружены прижоги и шлифовочные трещины, расположенные перпендикулярно траектории движения круга.

При шлифовании обычными абразивными кругами в поверхностном слое обрабатываемой детали, как правило, формируются остаточные растягивающие напряжения, рис.2.7 [156]. Представленные кривые распределения остаточных напряжений по глубине поверхностных слоев получены после шлифования зубьев одного того же колеса из стали 12Х2Н4А (HRC=64-65). На одном из зубьев (кривая 3) обнаружены сжимающие напряжения (20кгс/мм<sup>2</sup>), в других (кривые 2, 4, 6) – растягивающие, но разной

### 2.3. УСЛОВИЯ УМЕНЬШЕНИЯ ТЕМПЕРАТУРЫ И ОСТАТОЧНЫХ РАСТЯГИВАЮЩИХ НАПРЯЖЕНИЙ В ПОВЕРХНОСТНОМ СЛОЕ ОБРАБАТЫВАЕМОГО МАТЕРИАЛА

В общем виде зависимость (1.17) можно представить

$$\theta = \frac{P_z \cdot V_{рез}}{F} \cdot \sqrt{\frac{\tau}{\rho_1 \cdot c_1 \cdot \lambda}}, \quad (2.10)$$

где  $P_z = P_{z_{тр}} + P_{z_{рез}}$  - тангенциальная составляющая силы резания, Н;  $P_{z_{тр}}$ ,  $P_{z_{рез}}$  - составляющие силы  $P_z$ , обусловленные трением и резанием, Н;  $P_{z_{рез}} = \sigma \cdot S$ ;  $\sigma$  - условное напряжение резания, Н/м<sup>2</sup>;  $S$  - площадь поперечного сечения среза, м<sup>2</sup>.

После преобразований зависимость (2.10) примет вид

$$\theta = \frac{P_{z_{тр}} \cdot V_{рез}}{F} \cdot \sqrt{\frac{\tau}{\rho_1 \cdot c_1 \cdot \lambda}} + \frac{\sigma \cdot S \cdot V_{рез}}{F} \cdot \sqrt{\frac{\tau}{\rho_1 \cdot c_1 \cdot \lambda}}. \quad (2.11)$$

Первое слагаемое определяет температуру, возникающую от трения задней поверхности режущего инструмента с обрабатываемым

мым материалом, а второе слагаемое определяет температуру, возникающую в процессе среза материала. В начальный момент обработки острозаточенным инструментом, очевидно, сила  $P_{zmp}$  небольшая и температура  $\theta$  будет определяться вторым слагаемым. По мере затупления инструмента (увеличения площадки износа на его задней поверхности) сила  $P_{zmp}$  будет возрастать и первое слагаемое в зависимости (2.11) станет преобладающим. Это в конечном итоге приведет к достижению предельных температур, при которых появляются прижоги, микротрещины и глубокие структурные превращения в обрабатываемом материале.

Следовательно, при резании необходимо в первую очередь снизить роль силы  $P_{zmp}$  в силовой напряженности процесса обработки. Это обеспечивается повышением износостойкости режущих поверхностей инструмента и снижением коэффициента трения инструмента с обрабатываемым материалом, регулированием степени затупления инструмента и т.д.

При шлифовании важно уменьшить трение связки круга с обрабатываемым материалом и образующимися стружками, не допуская засаливания и затупления круга. Это обеспечивается за счет увеличенного выступания зерен над уровнем связки круга, своевременным удалением с рабочей поверхности круга затупленных зерен и продуктов обработки путем применения оптимальных характеристик кругов и эффективных методов их правки.

Применительно к процессу шлифования зависимость (2.11) с учетом  $S = Q / V_{кр}$ ,  $V_{рез} = V_{кр}$  примет вид

$$\theta = \frac{P_{tmp} \cdot V_{кр}}{F} \cdot \sqrt{\frac{\tau}{\rho_1 \cdot c_1 \cdot \lambda}} + \frac{\sigma \cdot Q}{F} \cdot \sqrt{\frac{\tau}{\rho_1 \cdot c_1 \cdot \lambda}} \quad (2.12)$$

Зависимость (2.12) явно (в первом слагаемом) содержит скорость круга  $V_{кр}$ , т.е.  $V_{кр}$  влияет на температуру  $\theta$  через интенсивность процесса трения. Чем больше  $V_{кр}$ , тем больше  $\theta$ . В случае, если первое слагаемое преобладает, между скоростью круга  $V_{кр}$  и температурой  $\theta$  существует почти линейная связь, что подтверждается экспериментальными данными, рис.2.8 [94]. Устраняя первое слагаемое, можно исключить отрицательное влияние скорости круга  $V_{кр}$  на температуру  $\theta$ .

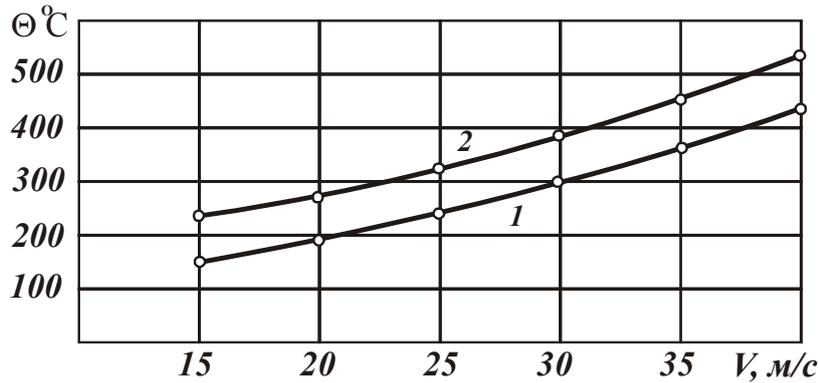


Рис.2.8. Влияние скорости резания на среднюю контактную температуру алмазно-электроэрозионного шлифования: условия шлифования - круг 12A2-45<sup>0</sup> AC6 100/80 M1-01 4,  $P_n=1,0$  МПа, обрабатываемый материал: 1 – Т15К6-сталь 45, 2 – ТН-20-сталь 45.

Второе слагаемое зависимости (2.12) можно уменьшить за счет уменьшения условного напряжения резания  $\sigma$ , производительности обработки  $Q$ , времени контакта круга с фиксированным сечением обрабатываемой детали  $\tau$  и увеличения площади контакта круга с деталью  $F$ .

Условное напряжение резания  $\sigma$  при шлифовании описывается зависимостью

$$\sigma = 3 \cdot \sqrt[3]{HV \cdot \tau_{сдв}^2 \cdot \frac{\rho}{a_z}}, \quad (2.13)$$

где  $\rho$  - радиус округления вершины режущего зерна, м;  $a_z$  - толщина среза, м;  $HV$ ,  $\tau_{сдв}$  - соответственно твердость (по Виккерсу) и предел прочности обрабатываемого материала на сдвиг, Н/м<sup>2</sup>.

Как видим, параметр  $\sigma$  однозначно определяется соотношением  $a_z / \rho$ . С его увеличением  $\sigma$  - уменьшается.

Толщина среза отдельным зерном  $a_z$  при шлифовании описывается зависимостью [52]

$$a_z = \frac{315 \cdot \pi \cdot \bar{X}^3 \cdot V_{дет} \cdot \sqrt{t \cdot \left( \frac{1}{R_{кр}} + \frac{1}{R_{дет}} \right)}}{m \cdot V_{кр} \cdot \rho^2}, \quad (2.14)$$

где  $\bar{X}$  - зернистость круга, м;  $m$  - объемная концентрация зерен в круге;  $R_{кр}$ ,  $R_{дет}$  - соответственно радиусы круга и детали, м.

Тогда соотношение  $a_z / \rho$  выразится

$$\frac{a_z}{\rho} = \frac{315 \cdot \pi \cdot \bar{X}^3 \cdot V_{дет} \cdot \sqrt{t \cdot \left( \frac{1}{R_{кр}} + \frac{1}{R_{дет}} \right)}}{m \cdot V_{кр} \cdot \rho^3}. \quad (2.15)$$

Наибольшее влияние на  $a_z / \rho$  оказывает параметр  $\rho$ . С его уменьшением соотношение  $a_z / \rho$  увеличивается, что ведет к уменьшению условного напряжения резания  $\sigma$  и улучшению условий стружкообразования при резании.

Преобразуем второе слагаемое зависимости (2.12) с учетом  $Q = B \cdot V_{дет} \cdot t$ ,  $\tau = l / V_{дет}$ ,  $l = \sqrt{2t / (1/R_{кр} + 1/R_{дет})}$ ,  $F = B \cdot l$ :

$$\theta = \frac{P_{t_{mp}} \cdot V_{кр}}{F} \cdot \sqrt{\frac{\tau}{\rho_1 \cdot c_1 \cdot \lambda}} + \sigma \cdot \sqrt{\frac{V_{дет} \cdot t}{\rho_1 \cdot c_1 \cdot \lambda}} \cdot \sqrt{\frac{t}{2} \cdot \left( \frac{1}{R_{кр}} + \frac{1}{R_{дет}} \right)}, \quad (2.16)$$

где  $B$  - ширина шлифования, м;  $l$  - длина контакта круга с деталью, м.

Разрешим зависимость (2.14) относительно  $V_{дет}$  и подставим ее в (2.16) с учетом зависимости (2.13)

$$\theta = \frac{P_{t_{mp}} \cdot V_{кр}}{F} \cdot \sqrt{\frac{\tau}{\rho_1 \cdot c_1 \cdot \lambda}} + 3 \sqrt{HV \cdot \tau_{сдв}^2 \cdot \frac{\rho}{a_z}} \cdot \sqrt{\frac{m \cdot V_{кр} \cdot t \cdot \rho^2 \cdot a_z}{50 \cdot \pi \cdot \bar{X}^3 \cdot \rho_1 \cdot c_1 \cdot \lambda}}. \quad (2.17)$$

Из всех входящих во второе слагаемое зависимости (2.17) параметров, наибольшее влияние на температуру  $\theta$  оказывают зернистость круга  $\bar{X}$  и радиус округления вершины режущего зерна  $\rho$ . Увеличивая  $\bar{X}$  и уменьшая  $\rho$ , можно добиться существенного снижения температуры  $\theta$ .

Толщина среза  $a_z$  мало влияет на  $\theta$  - по зависимости  $\theta \approx a_z^{0,17}$ . Уменьшение  $a_z$  предполагает уменьшение по зависимости (2.14) скорости детали  $V_{дет}$ .

Увеличение параметров  $m$ ,  $V_{кр}$ ,  $t$  однозначно ведет к увеличению температуры  $\theta$ .

Рассмотрим влияние соотношения  $a_z / \rho$  на  $\theta$ , для чего преобразуем зависимость (2.17):

$$\theta = \frac{P_{t_{mp}} \cdot V_{кр}}{F} \cdot \sqrt{\frac{\tau}{\rho_1 \cdot c_1 \cdot \lambda}} + 3 \sqrt{HV \cdot \tau_{сдв}^2} \times \sqrt{\frac{m \cdot V_{кр} \cdot t \cdot \rho^3}{50 \cdot \pi \cdot \bar{X}^3 \cdot \rho_1 \cdot c_1 \cdot \lambda}} \cdot \left( \frac{a_z}{\rho} \right)^{0,17}. \quad (2.18)$$

Как видим, для того чтобы уменьшить температуру, необходимо уменьшить соотношение  $a_z / \rho$  до минимально возможного значения, при котором процесс микрорезания переходит в процесс упруго-

пластического деформирования материала без образования микро-стружки. По данным ряда авторов, минимальное значение  $a_z / \rho$ , установленное экспериментально, колеблется в пределах 0,04-0,17. Уменьшать соотношение  $a_z / \rho$  необходимо за счет уменьшения толщины среза  $a_z$ , т.к. параметр  $\rho$  входит самостоятельно во второе слагаемое зависимости (2.18) и его увеличение ведет к существенному увеличению температуры.

Из зависимости (2.18) вытекает, что, если рассматривать параметр  $\rho$  как радиус режущего зерна  $\bar{X}/2$ , то  $\rho/\bar{X}=2$  и  $\rho$  и  $\bar{X}$  практически не влияют на температуру  $\theta$ . Если же параметры  $\rho$  и  $\bar{X}$  рассматривать не взаимосвязанными, то из (2.18) вытекает значительное влияние  $\rho$  и  $\bar{X}$  на  $\theta$ . Случай  $\rho=\bar{X}/2$  возможен в начальный момент обработки острыми зернами круга. По мере затупления зерен радиусы округления их вершин увеличиваются. Это ведет к увеличению соотношения  $\rho/\bar{X}$  и температуры  $\theta$ , что подтверждается многочисленными экспериментальными исследованиями, результаты которых опубликованы в научно-технической литературе.

Таким образом, обеспечить снижение температуры  $\theta$  при шлифовании можно в первую очередь снижением степени затупления режущих зерен, своевременно удаляя затупившиеся зерна с рабочей поверхности круга. Эффективным методом в этом плане следует рассматривать процесс алмазного – электроэрозионного шлифования, который обеспечивает поддержание на алмазном круге на металлической связке развитого режущего рельефа и снижение трения связки круга с обрабатываемым материалом. В результате происходит уменьшение температуры  $\theta$  за счет уменьшения двух слагаемых зависимости (2.18).

Выразим в зависимости (2.18) соотношение  $a_z / \rho$ , используя зависимость (2.15):

$$\theta = \frac{P_{t_{mp}} \cdot V_{кр}}{F} \cdot \sqrt{\frac{\tau}{\rho_1 \cdot c_1 \cdot \lambda}} + \frac{\rho}{X} \cdot \left( \frac{6,3 \cdot t}{\rho_1 \cdot c_1 \cdot \lambda} \right)^{0,5} \times \left( \frac{m \cdot V_{кр} \cdot HV \cdot \tau_{сдв}^2}{315 \cdot \pi} \right) \cdot V_{дет}^{0,17} \cdot \left[ t \cdot \left( \frac{1}{R_{кр}} + \frac{1}{R_{дет}} \right) \right]^{0,08}. \quad (2.19)$$

Из (2.19) следует, что наибольшее влияние на  $\theta$  оказывают параметры  $\rho$  и  $\bar{X}$ . Затем в порядке убывания – параметры  $t$ ,  $V_{кр}$ ,  $m$ , и

$V_{дет}$ , т.е. из параметров режима шлифования в большей степени на температуру  $\theta$  влияет глубина шлифования. Следовательно, для того что бы уменьшить  $\theta$ , необходимо применять многопроходное шлифование с небольшой глубиной  $t$ . Применение глубинного шлифования требует уменьшения скорости детали  $V_{дет}$  и скорости круга  $V_{кр}$ , а так же уменьшение соотношения  $\rho / \bar{X}$ , т.к. влияние  $V_{дет}$  и  $V_{кр}$  на  $\theta$  незначительно.

Таким образом, теоретически обоснованы возможности снижения температуры  $\theta$  за счет оптимизации режимов шлифования и характеристик круга.

Важным фактором уменьшения  $\theta$ , исходя из зависимости (2.12), может быть уменьшение времени контакта круга с фиксированным сечением обрабатываемой детали  $\tau$ . В общем случае  $\tau = l / V_{дет}$ , т. е. уменьшить  $\tau$  можно уменьшением длины дуги контакта круга с деталью  $l$  и увеличением  $V_{дет}$ . Однако, увеличение  $V_{дет}$  ведет к увеличению производительности обработки  $Q$  и соответственно температуры  $\theta$ . Уменьшение  $l$  ведет к уменьшению параметра  $F$  и, в конечном счете, к увеличению  $\theta$ .

Очевидно, эффект от уменьшения времени  $\tau$  может быть достигнут, если исключить прямую связь  $\tau$  с параметрами режима шлифования. Одним из путей решения данной задачи может быть применение шлифовального круга с прерывистой рабочей поверхностью (состоящей из чередующихся рабочих выступов и впадин). В этом случае круг будет периодически контактировать с фиксированным сечением обрабатываемой детали. Общее время контакта  $\tau$  равно  $\tau = i \cdot (\tau_1 + \tau_2)$ , где  $i$  - число контактов рабочих выступов круга с фиксированным сечением детали;  $\tau_1$  - время контакта одного выступа круга с сечением детали;  $\tau_2$  - время прохождения впадины круга через фиксированное сечение детали. Следовательно, время контакта рабочих выступов круга с деталью  $i \cdot \tau_1$  меньше общего времени  $\tau$  на величину  $i \cdot \tau_2$ . Чем больше  $\tau_2$ , тем меньше  $\tau_1$  и, согласно зависимости (2.12), меньше  $\theta$ .

Однако, при этом необходимо иметь ввиду то, что с уменьшением  $\tau_1$  увеличивается объем материала, который должен быть срезан одним рабочим выступом круга, т.е. по сути увеличивается фактическая глубина шлифования. Это ведет к увеличению фактической производительности обработки  $Q$  (в момент контакта рабочего выступа круга с деталью) и температуры  $\theta$ , поскольку параметр  $Q$  входит в

зависимость (2.12) в степени 1, а параметр  $\tau$  - в степени 0,5. Чтобы усилить роль параметра  $\tau = i \cdot \tau_1$  (входящего в зависимость (2.12)), необходимо обеспечить баланс тепла, подводимого в деталь в момент прохождения рабочего выступа круга и отводимого из детали в момент прохождения впадины круга. Тогда в течении всего времени  $\tau$  температура  $\theta$  будет оставаться почти постоянной и меньше температуры, достигаемой при обычном шлифовании, рис.2.9. Естественно, наименьшую температуру можно получить, стабилизируя тепловой процесс сразу после контакта первого выступа круга с деталью. Для этого необходимо создать условия интенсивного охлаждения зоны шлифования в момент прохождения впадины круга (за счет интенсивной подачи охлаждающей жидкости, “прокачки” воздуха рабочими выступами круга и т.д.). В “идеале” время  $\tau = \tau_1$ . В этом случае можно обеспечить достаточно существенное снижение температуры при шлифовании.

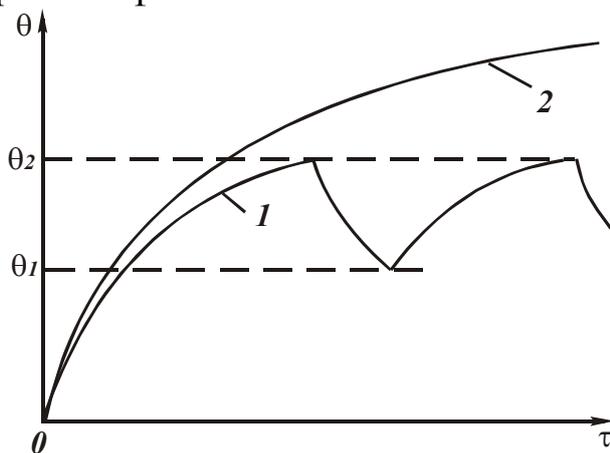


Рис.2.9. Зависимость температуры резания от времени обработки при шлифовании прерывистым (1) и сплошным (2) кругом.

Физическая идея прерывистого шлифования получила широкое практическое применение. Родоначальником теории прерывистого шлифования является проф. Якимов А.В. На основе глубоких теоретических и экспериментальных исследований термомеханических циклов им разработаны инженерные методы по расчету характеристик прерывистых кругов, режимов прерывистого шлифования и т.д.

Реализация прерывистого шлифования привела к новым физическим эффектам обработки, связанным в первую очередь с повышением режущей способности прерывистых кругов за счет ударного характера взаимодействия рабочих выступов круга с обрабатываемой деталью. Иными словами, наблюдается двойной эффект прерывистого шлифования, состоящий в снижении температуры и повышении режущей способности круга [181, 182, 186].

Для более полного представления о возможностях процесса прерывистого шлифования, рассмотрим динамическое состояние технологической системы в результате действия повторных импуль-

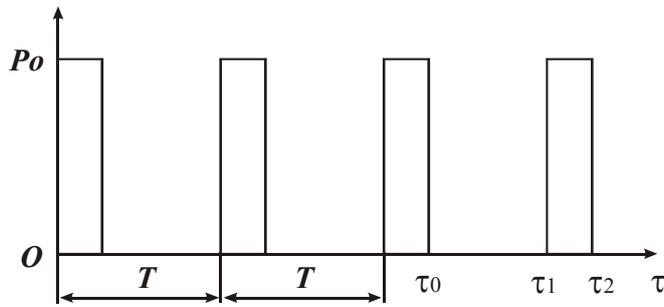


Рис.2.10. Изменение силы  $P(\tau)$ .

диальном направлении определяется

$$A = \frac{S}{\left[ 2m \cdot p \cdot \left| \sin\left(\frac{\pi \cdot p}{\omega}\right) \right| \right]}, \quad (2.20)$$

где  $S$  - импульс силы;  $p$  - собственная частота системы;  $\omega$  - частота следований импульсов силы;  $m$  - приведенная масса круга.

Здесь выражение  $S/(m \cdot p)$  определяет максимальное значение амплитуды, вызванное однократным импульсом силы. Коэффициент

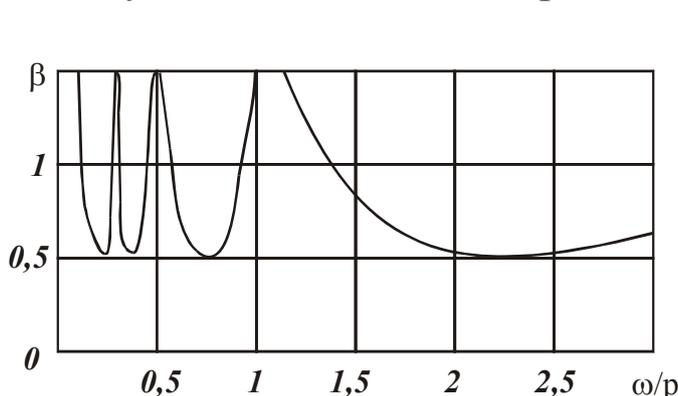


Рис.2. 11. Зависимость коэффициента  $\beta$  от  $\omega/p$ .

сов силы, рис. 2.10. В работе [157] приведено теоретическое решение данной задачи с использованием подхода проф. Пановко Я.Г. [109].

Амплитуда  $A$  вынужденных установившихся колебаний прерывистого круга в радиальном направлении определяется

$$\beta = \frac{1}{\left[ 2 \cdot \left| \sin\left(\frac{2 \cdot p}{\omega}\right) \right| \right]} \quad \text{отражает}$$

влияние повторяемости импульсов, рис.2.11. При совпадении частот колебаний  $p$  и  $\omega$  или их кратности возникает резонанс. Наименьшее значение амплитуды  $A$  достигается при  $\beta = 0,5$ , т. е.

$$A_{min} = A_{cm} \cdot \frac{\pi \cdot \tau}{T}, \quad (2.21)$$

где  $A_{cm} = P_0/c$  - перемещение массы  $m$ , соответствующее статическому приложению силы  $P_0$ ;  $c$  - жесткость технологической системы;  $\tau$  - время действия силы;  $T$  - период собственных колебаний технологической системы.

Значение  $A_{min}$  зависит от соотношения  $\pi \cdot \tau/T$ . При малой жесткости технологической системы период собственных колебаний системы  $T$  относительно большой. Следовательно, уменьшая

$\tau$  (для  $\pi \cdot \tau / T \ll 1$ ), можно существенно уменьшить амплитуду колебаний  $A_{min}$ . Это эквивалентно повышению динамической жесткости системы. Значит, при кратковременном действии импульсов определенной продолжительности  $\tau$  можно практически исключить упругие перемещения системы, приблизив фактическую производительность шлифования к номинальной. При этих условиях режущие зерна внедряются в металл на большую глубину. Создаются условия ударно-циклического взаимодействия связки круга с металлом, что способствует протеканию процесса самозатачивания и повышению стойкости и режущей способности прерывистого круга. Длину рабочего выступа прерывистого круга следует выбирать в соответствии с длительностью контакта  $\tau$ , вытекающего из зависимости (2.21).

Повышение режущей способности прерывистого круга позволяет дополнительно снизить температуру шлифования. Следовательно, уменьшение температуры достигается двумя путями: за счет периодичности процесса (т.е. уменьшения  $\tau$  в зависимости (2.12)) и повышения режущей способности круга, проявляющейся в уменьшении условного напряжения резания  $\sigma$  и силы трения  $P_{z_{тр}}$  зерен и связки круга с обрабатываемым материалом.

Более глубокие исследования тепловых явлений при прерывистом шлифовании приведены в главе 4.

## 2.4. УСЛОВИЯ УМЕНЬШЕНИЯ ТЕМПЕРАТУРЫ ПРИ ГЛУБИННОМ ШЛИФОВАНИИ

В расчетной схеме (рис.2.12) обрабатываемую деталь представим в виде бесконечного множества адиабатических стержней длиной  $l$  и площадью поперечного сечения  $S$ , расположенных по нормали к обрабатываемой поверхности. При глубинном шлифовании необходимо учитывать перерезание части адиабатического стержня (длиной  $l_1 = t$ ) со скоростью

$$V_{рез} = V_{дет} \cdot \sqrt{\frac{t}{D_{кр}}} \quad (2.22)$$

Это эквивалентно перемещению теплового источника по нормали к обрабатываемой поверхности со скоростью  $V_{рез}$ .

Количество тепла  $Q_1$ , которое уходит на нагревание стержня за время его перерезания, равно

$$Q_1 = S \cdot t \cdot \rho_m \cdot c \cdot \theta + 0,5 \cdot S \cdot l \cdot \rho_m \cdot c \cdot \theta. \quad (2.23)$$

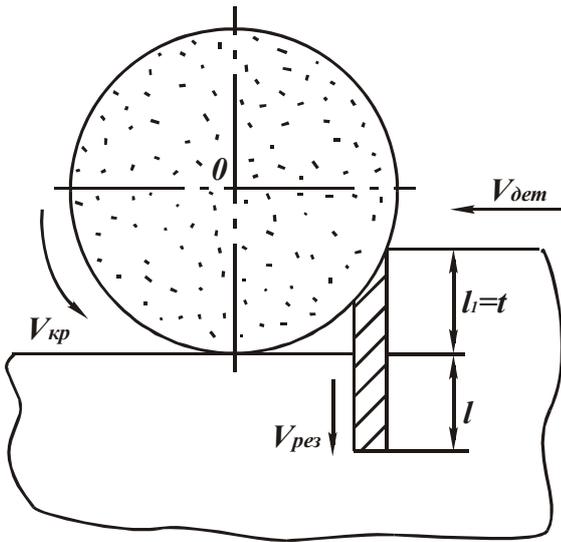


Рис.2.12. Расчетная схема температуры глубинного шлифования.

Первое слагаемое в (2.23) определяет количество тепла, которое уходит на нагревание части стержня длиной  $t$ , а второе - количество тепла, которое уходит на нагревание части стержня длиной  $l$ .

Коэффициент 0,5 учитывает неравномерность нагрева нижней части стержня по длине  $l$ .

Количество тепла  $Q_2$ , которое получит часть стержня длиной  $l$  за время действия теплового источника  $\tau$  равно

$$Q_2 = \lambda \cdot S \cdot \frac{\theta}{l} \cdot \tau. \quad (2.24)$$

С учетом  $Q_2 = q \cdot S \cdot \tau$  и зависимости

(2.24), длина  $l$  выражается

$$l = \frac{\lambda \cdot \theta}{q}. \quad (2.25)$$

Подставляя (2.24) в (2.23), получено квадратное уравнение относительно температуры  $\theta$

$$\theta^2 + \frac{2 \cdot q \cdot t}{\lambda} \cdot \theta - \frac{2 \cdot q^2 \cdot \tau}{\lambda \cdot c \cdot \rho_m} = 0, \quad (2.26)$$

где  $\tau = \frac{t}{V_{рез}}$ .

Решение уравнения

$$\theta = \frac{2 \cdot q}{c \cdot \rho_m \cdot V_{дет}} \cdot \sqrt{\frac{D_{кр}}{t}} \cdot \frac{1}{\left[ \sqrt{1 + \frac{2 \cdot \lambda \cdot \sqrt{D_{кр}}}{c \cdot \rho_m \cdot V_{дет} \cdot t^{1,5}} + 1} \right]}. \quad (2.27)$$

С учетом  $q = \frac{P_z \cdot V_{кр}}{F} = \frac{\sigma \cdot Q}{B \cdot \sqrt{t \cdot D_{кр}}}$ , (2.28)

где  $\sigma$  - условное напряжение резания;  $Q$  - производительность обработки, зависимость (2.27 4.18) примет вид

$$\theta = \frac{\sigma}{c \cdot \rho_m} \cdot \frac{2}{\left[ \sqrt{1 + \frac{2 \cdot \lambda \cdot \sqrt{D_{кр}}}{c \cdot \rho_m \cdot V_{дет} \cdot t^{1,5}} + 1} \right]} \quad (2.29)$$

Характер изменения  $\theta$  от  $V_{дет}$  и  $t$  определяется величиной

$$\alpha = \frac{2 \cdot \lambda \cdot \sqrt{D_{кр}}}{c \cdot \rho_m \cdot V_{дет} \cdot t^{1,5}} \quad (2.30)$$

При  $\alpha > 1$  (при небольших значениях  $V_{дет}$  и  $t$ ) зависимость (2.29) приближенно определится

$$\theta = \sigma \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot V_{дет} \cdot t^{1,5}}{\lambda \cdot c \cdot \rho_m \cdot \sqrt{D_{кр}}}} \quad (2.31)$$

С увеличением  $V_{дет}$  и  $t$  температура шлифования  $\theta$  возрастает.

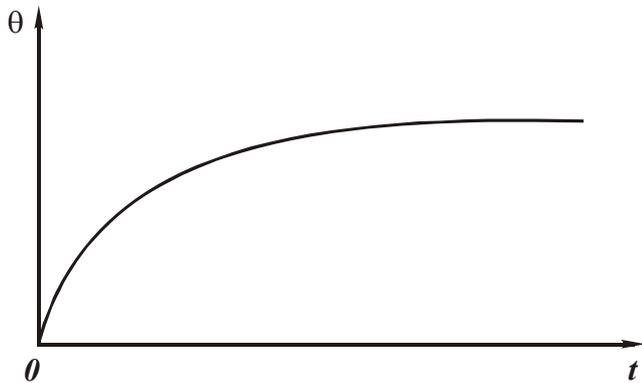


Рис.2.13. Зависимость температуры  $\theta$  от глубины шлифования  $t$ .

При  $\alpha < 1$  (при увеличенных значениях  $V_{дет}$  и  $t$ ) роль величины  $\alpha$  в изменении  $\theta$  незначительна. Следовательно, после достижения определенного значения  $t$  температура  $\theta$  остается почти постоянной, рис.2.13.

Это чрезвычайно важный результат, который открывает широкие перспективы эффективного использования глубинного шлифования с точки зрения возможности повышения производительности обработки без увеличения температуры шлифования.

При  $Q = B \cdot V_{дет} \cdot t = \text{const}$  зависимость (2.29) принимает вид

$$\theta = \frac{\sigma}{c \cdot \rho} \cdot \frac{2}{\left[ \sqrt{1 + \frac{2 \cdot B \cdot \lambda \cdot \sqrt{D_{кр}}}{c \cdot \rho_m \cdot Q \cdot t^{0,5}} + 1} \right]} \quad (2.32)$$

С увеличением глубины шлифования  $t$  до определенного значения температура шлифования  $\theta$  будет несущественно возрастать, а затем (при  $\alpha < 1$ ) – стабилизируется. Из этого вытекает, что при  $Q = \text{const}$  температура шлифования в широких пределах изменения глубины шлифования изменяется мало, т.е. эффективно обработку вести как при многопроходном, так и при глубинном шлифовании.

С увеличением  $Q$  при  $t = \text{const}$  до определенного значения температура шлифования будет возрастать достаточно интенсивно, после чего – стабилизируется, т.е. в области глубинного шлифования увеличение  $Q$  практически не приводит к росту  $\theta$ .

Согласно данному решению, основным параметром, определяющим  $\theta$  при глубинном шлифовании, является условное напряжение резания (равное энергоемкости шлифования)  $\sigma$ . Известно, что  $\sigma$  зависит от толщин срезов и остроты режущих зерен. Чем больше толщины срезов и выше острота зерен, тем больше  $\sigma$ . Для анализа  $\sigma$  рассмотрим расчетную зависимость для определения максимальной толщины среза  $a_{z_{max}}$  [101]:

$$a_{z_{max}} = \sqrt[3]{\frac{16,7 \cdot 10^2 \cdot V_{дет} \cdot \bar{X}^3 \sqrt{t \cdot \left( \frac{1}{D_{кр}} + \frac{1}{D_{дет}} \right)}}{m \cdot V_{кр}}}. \quad (2.33)$$

При условии  $Q = \text{const}$  зависимость (2.33) примет вид

$$a_{z_{max}} = \sqrt[3]{\frac{16,7 \cdot 10^2 \cdot Q \cdot \bar{X}^3 \sqrt{\frac{1}{t} \cdot \left( \frac{1}{D_{кр}} + \frac{1}{D_{дет}} \right)}}{B \cdot m \cdot V_{кр}}}. \quad (2.34)$$

Как видим, с увеличением глубины шлифования  $t$  при  $Q = \text{const}$  максимальная толщина среза  $a_{z_{max}}$  уменьшается. Следовательно, будет возрастать условное напряжение резания  $\sigma$ . Таким образом показано, что температура шлифования  $\theta$  в связи с ростом  $\sigma$  при глубинном шлифовании будет увеличиваться. Исходя из зависимости (2.34), добиться постоянства  $a_{z_{max}}$  с ростом  $t$  можно путем увеличения  $Q$  по закону  $Q \approx \sqrt{t}$  (уменьшая при этом  $V_{дет}$  по закону  $1/\sqrt{t}$ ). Тогда параметр  $\sigma$  с ростом  $t$  будет оставаться неизменным, что предопределил постоянство температуры шлифования (учитывая практически неизменность подкоренного выражения зависимости (2.31)).

При более интенсивном увеличении  $Q$  с ростом  $t$  (например, по зависимости  $Q \approx t$ ) максимальная толщина среза  $a_{z_{max}}$  будет возрастать и приведет к снижению  $\sigma$  и температуры шлифования  $\theta$  (опять -

же с учетом того, что  $\frac{2 \cdot B \cdot \lambda \cdot \sqrt{D_{кр}}}{c \cdot \rho_m \cdot Q \cdot t^{0,5}} < 1$ ).

Таким образом показано, что чем больше глубина шлифования  $t$  и производительность обработки  $Q$  при глубинном шлифовании, тем меньше температура шлифования  $\theta$ , т.е. добиться уменьшения температуры шлифования можно как в условиях многопроходного, так и глубинного шлифования. Однако при глубинном шлифовании это сопровождается возможностью роста производительности обработки, что усиливает эффект применения глубинного шлифования. Этим объясняется тот факт, что широко используемое за рубежом глубинное шлифование выполняется с весьма большими глубинами шлифования (до 50 мм при прорезке пазов, профильном шлифовании и т.д.), чрезвычайно низкими значениями скорости детали (с так называемой “ползущей” продольной подачей, составляющей 10...30 мм/мин и ниже) и большой производительностью обработки  $Q$ . Как следует из зависимостей (2.31) и (2.34), эти условия обработки создают предпосылки для снижения условного напряжения резания  $\sigma$  и температуры шлифования  $\theta$ . Уменьшить  $\sigma$  и, соответственно,  $\theta$  при глубинном шлифовании можно за счет применения кругов на самозатачивающихся связках, обеспечивающих сохранение длительное время высокой режущей способности круга, и эффективных комбинированных процессов алмазного шлифования, основанных на электрофизикохимическом воздействии на рабочую поверхность алмазного круга на металлической связке.

Важным условием снижения  $\sigma$  и  $\theta$  при глубинном шлифовании, согласно зависимости (2.34), является увеличение  $a_{z_{max}}$  при  $Q = \text{const}$  путем уменьшения скорости круга  $V_{кр}$ . При этом, чем больше входящий в зависимость множитель  $\sqrt{t}$ , тем меньше должна быть скорость круга  $V_{кр}$ .

Полученное теоретическое решение, определяемое зависимостью (2.31), позволяет проанализировать изменение толщины прогретого слоя обработанной детали  $l_1$ . В соответствии с зависимостью (2.25), с учетом (2.27), параметр  $l_1$  определится

$$\theta = \frac{2 \cdot \lambda}{c \cdot \rho_m \cdot V_{дет}} \cdot \sqrt{\frac{D_{кр}}{t}} \cdot \frac{1}{\left[ \sqrt{1 + \frac{2 \cdot \lambda \cdot \sqrt{D_{кр}}}{c \cdot \rho_m \cdot V_{дет}} \cdot t^{1,5}} + 1 \right]}. \quad (2.35)$$

При  $\alpha > 1$  с увеличением глубины шлифования  $t$  параметр  $l_1$  будет оставаться почти постоянным (в связи с противоположным влиянием на  $l_1$  глубины шлифования  $t$ , входящей в два множителя зависи-

мости). При  $\alpha < 1$  роль подкоренного выражения в изменении параметра  $l_1$  будет незначительна и он с увеличением  $t$  будет уменьшаться.

Важно проанализировать зависимость (2.35) при  $Q = \text{const}$ . Для этого преобразуем ее к виду

$$\theta = \frac{2 \cdot \lambda \cdot B}{c \cdot \rho_m \cdot Q} \cdot \sqrt{t \cdot D_{кр}} \cdot \frac{1}{\left[ \sqrt{1 + \frac{2 \cdot \lambda \cdot B \cdot \sqrt{D_{кр}}}{c \cdot \rho_m \cdot Q \cdot t^{0,5}} + 1} \right]} \quad (2.36)$$

Из зависимости (2.36) следует, что с увеличением  $t$  параметр  $l_1$  возрастает, т.е. тепло концентрируется в большем объеме поверхностного слоя детали. С увеличением производительности обработки  $Q$  при  $t = \text{const}$  параметр  $l_1$  уменьшается в большей мере при глубинном шлифовании, когда роль слагаемого  $\frac{2 \cdot B \cdot \lambda \cdot \sqrt{D_{кр}}}{c \cdot \rho_m \cdot Q \cdot t^{0,5}}$  ниже. Следо-

вательно, переход в область высокопроизводительного глубинного шлифования позволяет уменьшить как температуру поверхностного слоя обрабатываемого материала (в соответствии с зависимостью (2.31)), так и толщину прогретого слоя  $l_1$ , что будет положительно отражаться на качестве обработанной поверхности.

Рассмотрим закономерности формирования температуры резания при плоском шлифовании торцом круга с заборным конусом, охватывающим всю высоту рабочей части круга. Для этого решение уравнения (2.27) представим в виде:

$$\theta = \frac{2 \cdot q \cdot \tau}{c \cdot \rho_m \cdot t} \cdot \frac{1}{\left[ \sqrt{1 + \frac{2 \cdot \lambda \cdot \tau}{c \cdot \rho_m \cdot t^2} + 1} \right]}, \quad (2.37)$$

где  $\tau = H / V_{дет}$ ,  $H$  - высота рабочей части круга, м.

С учетом  $q = \frac{\sigma \cdot Q}{H \cdot B}$  зависимость (2.37) опишется

$$\theta = \frac{\sigma}{c \cdot \rho_m} \cdot \frac{2}{\left[ \sqrt{1 + \frac{2 \cdot \lambda \cdot H}{c \cdot \rho_m \cdot t^2 \cdot V_{дет}} + 1} \right]} \quad (2.38)$$

С увеличением параметров режима шлифования  $t$  и  $V_{дет}$  температура резания возрастает приблизительно по тому же закону, что и

при шлифовании периферией круга. Аналогичный характер изменения  $\theta$  при условии  $Q = B \cdot V_{дет} \cdot t = \text{const}$ , т.е. применение глубинного шлифования торцом круга (за счет уменьшения слагаемого  $\frac{2 \cdot \lambda \cdot H}{c \cdot \rho_m \cdot t^2 \cdot V_{дет}} < 1$ ) позволяет увеличить производительность обработки без повышения температуры шлифования. Увеличение  $H$  ведет к снижению  $\theta$ .

При врезном шлифовании торцом круга прямолинейного образца, т.е. с подачей по нормали к кругу, что имеет место при шлифовании по упругой схеме твердосплавных пластин, вставок из поликристаллических синтетических алмазов для лезвийных инструментов и т.д., температура резания  $\theta$  опишется зависимостью (2.37). Параметр  $t$  в ней определяет толщину сошлифованного материала по нормали к кругу, время  $\tau = t / V_{дет}$ . Тогда зависимость (2.37) примет вид

$$\theta = \frac{\sigma}{c \cdot \rho_m} \cdot \frac{2}{\left[ \sqrt{1 + \frac{2 \cdot \lambda}{c \cdot \rho_m \cdot t \cdot V_{дет}}} + 1 \right]} \quad (2.39)$$

При  $\alpha = \frac{2 \cdot \lambda}{c \cdot \rho_m \cdot t \cdot V_{дет}} > 1$  зависимость (2.39) приближенно описывается

$$\theta = \sigma \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot V_{дет} \cdot t}{\lambda \cdot c_1 \cdot \rho_1}} \quad (2.40)$$

С ростом толщины снятого материала  $t$  и скорости детали  $V_{дет}$  (по нормали к рабочей поверхности круга) температура шлифования возрастает. При  $\alpha < 1$  роль величины  $\alpha$  в изменении  $\theta$  незначительна и, в соответствии с зависимостью (2.39), температура шлифования с ростом  $t$  и  $V_{дет}$  практически не будет изменяться. Это означает то, что до определенного значения  $t$  температура резания возрастает, затем стабилизируется. Следовательно уменьшить  $\theta$  можно за счет уменьшения  $t$ , т.е. съема небольших припусков.

С увеличением величины снимаемого припуска скорость детали  $V_{дет}$  необходимо уменьшить. Длина прогретой части детали  $l$  определится из зависимости (2.25) с учетом (2.37) при  $\tau = t / V_{дет}$

$$l_1 = \frac{\lambda}{c \cdot \rho_m \cdot V_{дет}} \cdot \frac{2}{\left[ \sqrt{1 + \frac{2 \cdot \lambda}{c \cdot \rho_m \cdot t \cdot V_{дет}}} + 1 \right]} \quad (2.41)$$

В начальный момент обработки при  $t \rightarrow 0$  ( $\alpha > 1$ ) зависимость (2.41) примет вид

$$l_1 = \sqrt{\frac{2 \cdot \lambda \cdot t}{c_1 \cdot \rho_1 \cdot V_{дет}}}. \quad (2.42)$$

С увеличением  $t$  длина  $l_1$  возрастает. После достижения определенного значения  $t$ , в силу условия  $\alpha < 1$ , длина  $l_1$  с увеличением  $t$  остается постоянной, равной:

$$l_1 = \frac{\lambda}{c_1 \cdot \rho_1 \cdot V_{дет}}. \quad (2.43)$$

Таким образом, длина прогретой части обрабатываемого материала определяется физико-механическими свойствами материала и скоростью детали  $V_{дет}$ . Увеличение  $V_{дет}$  способствует снижению длины  $l_1$ .

## 2.5. РАСЧЕТЫ ТЕМПЕРАТУРНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ ПРИ РЕЗАНИИ МАТЕРИАЛОВ МЕТОДАМИ ТЕОРИИ УПРУГОСТИ

Выделяющееся в процессе резания тепло идет на нагревание обрабатываемой детали, инструмента, технологической оснастки, элементов станка, что вызывает их деформирование и снижение точности и качества обработки. Для управления температурными деформациями элементов технологической системы необходимо знать законы изменения температурных напряжений. Рассчитать температурные напряжения в телах сложной формы с помощью элементарных методов не представляется возможным. Необходимо применять методы теории упругости, математически описывающие поля напряжений в двух- и трехмерных задачах. В качестве примеров ниже приведены решения задач распределения температурных напряжений в шлифовальном (алмазном отрезном) круге, имеющем стальной корпус в виде диска, и в поверхностном слое обрабатываемого материала.

### 2.5.1. ТЕМПЕРАТУРНЫЕ НАПРЯЖЕНИЯ, ВОЗНИКАЮЩИЕ В ОТРЕЗНОМ АЛМАЗНОМ КРУГЕ

Нагрев отрезного алмазного круга вызывает появление в нем напряжений и его деформацию. Деформация круга увеличивает силы резания и вызывает заклинивание и разрушение круга. Для управле-

ния процессом обработки важно знать количественный уровень возникающих тепловых напряжений и технические возможности их уменьшения.

Исходя из теории упругости [160], радиальные  $\sigma_r$  и тангенциальные  $\sigma_\varphi$  напряжения удовлетворяют условию равновесия

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{\sigma_r - \sigma_\varphi}{r} = 0. \quad (2.44)$$

Касательные напряжения  $\tau_{r\varphi}$  равны нулю ввиду симметрии поля деформаций, рис.2.14. Для решения уравнения (2.44) примем соотношения между деформациями и напряжениями в виде

$$\varepsilon_r - \alpha \cdot \theta = \frac{1}{E} \cdot (\sigma_r - \nu \cdot \sigma_\varphi), \quad (2.45)$$

$$\varepsilon_\varphi - \alpha \cdot \theta = \frac{1}{E} \cdot (\sigma_\varphi - \nu \cdot \sigma_r), \quad (2.46)$$

где  $\varepsilon_r$ ,  $\varepsilon_\varphi$  - соответственно радиальная и тангенциальная деформация;  $E$  - модуль упругости;  $\nu$  - коэффициент Пуассона;  $\alpha$  - коэффициент теплового расширения материала;  $\theta$  - температура тела.

Определив из зависимостей (2.45) и (2.46) напряжения  $\sigma_r$  и  $\sigma_\varphi$ , после подстановки их в уравнение (2.44), получим

$$r \cdot \frac{d}{dr} (\varepsilon_r + \nu \cdot \varepsilon_\varphi) + (1 - \nu) \cdot (\varepsilon_r - \varepsilon_\varphi) = (1 - \nu) \cdot \alpha \cdot r \cdot \frac{d\theta}{dr}. \quad (2.47)$$

Если через  $U$  обозначить радиальное перемещение, то величины деформаций будут иметь вид

$$\varepsilon_r = \frac{dU}{dr}; \quad \varepsilon_\varphi = \frac{U}{r}. \quad (2.48)$$

После подстановки (2.48) в (2.47), получим

$$\frac{d^2U}{dr^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{dU}{dr} - \frac{U}{r^2} = (1 + \nu) \cdot \alpha \cdot \frac{d\theta}{dr}. \quad (2.49)$$

После упрощения, имеем

$$\frac{d}{dr} \left[ \frac{1}{r} \cdot \frac{d(r \cdot U)}{dr} \right] = (1 + \nu) \cdot \alpha \cdot \frac{d\theta}{dr}. \quad (2.50)$$

После интегрирования уравнения (2.50), определим перемещение

$$U = (1 + \nu) \cdot \alpha \cdot \frac{1}{r} \cdot \int_0^r \theta \cdot r \cdot dr + C_1 \cdot r + \frac{C_2}{r}, \quad (2.51)$$

где  $C_1$  и  $C_2$  - постоянные, определяются из граничных условий.

Подставляя (2.51) в зависимости (2.48), а затем в выражения (2.45) и (2.46), получим

$$\sigma_\varphi = \alpha \cdot E \cdot \frac{1}{r^2} \cdot \int_0^r \theta \cdot r \cdot dr - \alpha \cdot E \cdot \theta + \left( \frac{E}{1-\nu^2} \right) \times \left[ C_1 \cdot (1+\nu) + C_2 \cdot (1-\nu) \cdot \frac{1}{r^2} \right]. \quad (2.52)$$

$$\sigma_r = -\alpha \cdot E \cdot \frac{1}{r^2} \cdot \int_0^r \theta \cdot r \cdot dr + \left( \frac{E}{1-\nu^2} \right) \cdot \left[ C_1 \cdot (1+\nu) + C_2 \cdot (1-\nu) \cdot \frac{1}{r^2} \right]. \quad (2.53)$$

После интегрирования зависимость (2.51) примет вид

$$U = (1+\nu) \cdot \frac{\alpha \cdot \theta}{2r} \cdot (r^2 - a^2) + C_1 \cdot r + \frac{C_2}{r}. \quad (2.54)$$

Предположим, что перемещение  $U$  на внутреннем и наружном контурах диска, т.е. при  $r = a$  и  $r = b$ , равны нулю, рис.2.14. Это обусловлено тем, что перемещение  $U$  внутреннего контура отрезного круга ограничивает посадочный диаметр вала, а перемещение  $U$  на внешнем контуре – сила резания, которая сжимает круг. Таким образом граничные условия имеют вид

$$U \Big|_{r=a} = U \Big|_{r=b} = 0. \quad (2.55)$$

Подчиняя зависимость (2.54) граничным условиям (2.55), определяются постоянные  $C_1$  и  $C_2$ . На основании полученных решений в табл.2.4 приведены расчетные значения параметров  $U$ ,  $\sigma_r$ ,  $\sigma_\varphi$  в зависимости от значения радиуса  $r$  для исходных данных:  $a=12$  мм,  $b=120$  мм,  $\nu=0,3$  (для стали),  $E = 2,1 \cdot 10^4$  кГ/мм<sup>2</sup>,  $\alpha = 0,12 \cdot 10^4$  1/град,  $\theta = 1000^\circ\text{C}$ .

Таблица 2.4

Расчетные значения  $U$ ,  $\sigma_r$ ,  $\sigma_\varphi$

$r$ , мм	12	50	100	120
$U$ , мм	0	0	0	0
$\sigma_r$ , кГ/мм <sup>2</sup>	-360	-360	-360	-360
$\sigma_\varphi$ , кГ/мм <sup>2</sup>	-360	-360	-360	-360

Как видно, перемещение  $U$  во всех точках отрезного круга равно нулю, т.е. контуры круга жестко защемлены. Напряжения  $\sigma_r$  и  $\sigma_\varphi$  -

сжимающие, равны между собой во всех точках диска (отрезного круга) и принимают значения, превышающие предельно допустимые напряжения. Высокий уровень напряжения указывает на то, что диск будет деформироваться в поперечном направлении, принимая самые разнообразные формы. На практике, как правило, наблюдается деформирование диска круга в форме волны вдоль его рабочей поверхности. Как отмечалось выше, это приводит к отрицательным последствиям в плане снижения качества обработки и работоспособности круга.

Отрезные круги с прерывистой рабочей поверхностью, с радиальными пазами, работают более стабильно со значительно меньшими деформациями в поперечном направлении. Для оценки степени уменьшения напряжения в диске за счет наличия радиальных пазов, уравнение (2.44) решим для условия, когда  $\sigma_\varphi$  не

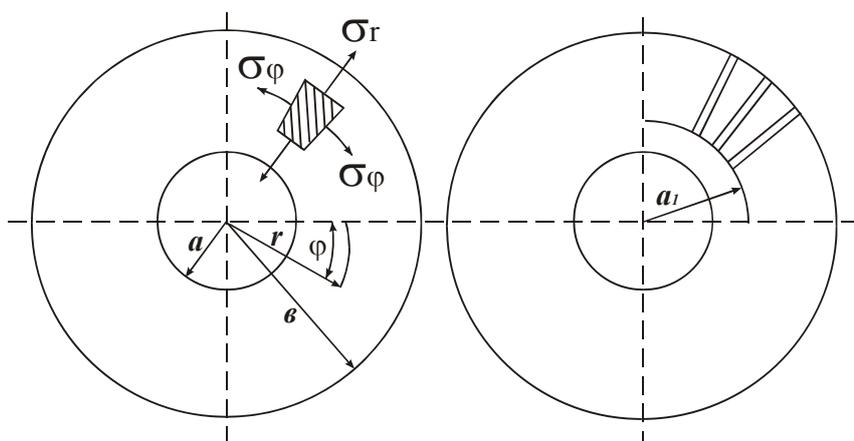


Рис.2.14. Расчетная схема напряжения в диске круга.

зависит от угла  $\varphi$  в диске, рис.2.14. Решая уравнение (2.44) аналогично предыдущему случаю, получим зависимости для определения перемещения  $U$  и напряжения  $\sigma_r$

$$U = \int_0^r \alpha \cdot \theta \cdot dr + C_3 \cdot \ln r + C_4, \quad (2.56)$$

$$\sigma_r = E \cdot \frac{C_3}{r}. \quad (2.57)$$

Данное решение справедливо при  $a_1 < r < b$ . При  $b < r < a_1$  справедливы предыдущие решения (2.51), (2.52), (2.53).

Для определения постоянных коэффициентов  $C_1, C_2, C_3, C_4$  воспользуемся двумя граничными условиями

$$U_1 \Big|_{r=a} = 0, \quad U_2 \Big|_{r=b} = 0 \quad (2.58)$$

(где  $U_1$  и  $U_2$  - соответственно значения параметра  $U$  сплошного и прерывистого отрезных кругов) и двумя условиями совместности при  $r = a_1$

$$\begin{aligned} U_1 \Big|_{r = a_1} &= U_2 \Big|_{r = a_1}, \\ \sigma_{r1} \Big|_{r = a_1} &= \sigma_{r2} \Big|_{r = a_1}. \end{aligned} \quad (2.59)$$

Подчиняя соответствующие зависимости для определения  $U$  и  $\sigma_r$  граничным условиям (2.58) и условиям совместности (2.59), определены параметры  $C_1, C_2, C_3, C_4$  и напряжения  $\sigma_r, \sigma_\varphi$  для случая  $r = a_1 = 20$  мм.

Таблица 2.5

Расчетные значения  $\sigma_r, \sigma_\varphi$

$r, \text{ мм}$	12	20	120
$\sigma_r, \text{ кГ/мм}^2$	-725	-640	-107
$\sigma_\varphi, \text{ кГ/мм}^2$	-470	0	0

В табл.2.5 приведены значения напряжений  $\sigma_r, \sigma_\varphi$  в отрезном круге с параметрами  $a = 12$  мм,  $a_1 = 20$  мм,  $b = 120$  мм.

Напряжение  $\sigma_r$  увеличивается по мере уменьшения радиуса. На внешнем контуре прерывистого отрезного круга напряжение  $\sigma_r = -170$  кГс/мм<sup>2</sup>, а в диске без продольных пазов  $\sigma_r = -360$  кГс/мм<sup>2</sup>. Таким образом, наличие пазов позволяет уменьшить напряжения в отрезном круге в области его рабочей зоны. Это уменьшает поперечные деформации круга, исключая заклинивание его в процессе работы круга. Однако следует заметить, что наличие радиальных пазов не устраняет напряжения, а перераспределяет их в пределах контура круга. Увеличение напряжения  $\sigma_r$  и  $\sigma_\varphi$  до  $(-725 \text{ кГс/мм}^2)$  и  $(-470 \text{ кГс/мм}^2)$  соответственно так же не желательно, т.к. это может вызвать в процессе работы разрыв круга.

В табл.2.6 приведены значения напряжений  $\sigma_r$  и  $\sigma_\varphi$  в отрезном круге с параметрами  $a = 12$  мм,  $a_1 = 40$  мм,  $b = 120$  мм.

Таблица 2.6

Расчетные значения  $\sigma_r, \sigma_\varphi$

$r, \text{ мм}$	12	40	120
$\sigma_r, \text{ кГ/мм}^2$	-460	-425	-142
$\sigma_\varphi, \text{ кГ/мм}^2$	-393	0	0

С уменьшением длины радиальных пазов на прерывистом круге напряжение  $\sigma_r$  на внешнем контуре возрастает, на внутреннем – уменьшается. Уменьшается так же значение  $\sigma_\varphi$ .

В табл.2.7 приведены значения напряжений в прерывистом круге с параметрами  $a=12$  мм,  $a_1=100$  мм,  $b=120$  мм.

Таблица 2.7

$r$ , мм	12	100	120
$\sigma_r$ , кг/мм <sup>2</sup>	-188	-247	-206

С уменьшением длины радиальных пазов напряжение  $\sigma_r$  на внешнем контуре круга увеличивается, а на внутреннем – уменьшается.

Следовательно, оптимизация конструкции прерывистых отрезных кругов создает условие для рационального использования кругов. Уменьшение температуры в зоне резания способствует снижению общего уровня напряжений  $\sigma_r$  и  $\sigma_\varphi$ .

Приведенные решения имеют важное значение для совершенствования технологии изготовления алмазных отрезных кругов. При спекании алмазоносного слоя, при условии высоких температур и давлений, возникает коробление круга, которое, как правило, не исправляется при правке. Наличие продольных пазов на круге позволяет управлять короблением круга в процессе термообработки его алмазоносного слоя на стадии изготовления.

### 2.5.2. ТЕМПЕРАТУРНЫЕ НАПРЯЖЕНИЯ, ВОЗНИКАЮЩИЕ В ПОВЕРХНОСТНОМ СЛОЕ ОБРАБАТЫВАЕМОГО МАТЕРИАЛА

Применим приведенное выше решение для расчета температурных (термоупругих) напряжений в поверхностном слое обрабатываемого материала. Для этого условно разобьем рассмотренный диск с внутренним отверстием на две одинаковые части. Будем считать, что диаметральной плоскостью определяет обрабатываемую поверхность детали в центре которой действует тепловой источник длиной, равной диаметру внутреннего отверстия. Примем в первом приближении, что тепловой источник действует по контуру внутреннего отверстия, распределение напряжений  $\sigma_r$  и  $\sigma_\varphi$  симметрично. Наружный

радиус будем считать границей обрабатываемого материала, где температура равна нулю.

Рассмотрим плоское напряженное состояние тела с учетом температурных деформаций. Если через  $\varepsilon_r$  обозначить полную радиальную деформацию, а через  $\varepsilon_r - \alpha \cdot \theta$  - ее составляющую, обусловленную действием напряжения ( $\alpha$  - коэффициент линейного расширения, 1/град;  $\theta$  - температура, град), то закон Гука [160] выразится зависимостями (2.45), (2.46)

Разрешая (2.45) и (2.46) относительно  $\sigma_r$ , имеем

$$\sigma_r = \left( \frac{E}{1-\nu^2} \right) \cdot [\varepsilon_r + \nu \cdot \varepsilon_\theta - (1+\nu) \cdot \alpha \cdot \theta]. \quad (2.60)$$

Деформации  $\varepsilon_r$  и  $\varepsilon_\theta$  для осесимметричного поля деформаций опишутся

$$\varepsilon_r = \frac{dU}{dr}, \quad \varepsilon_\theta = \frac{U}{r}. \quad (2.61)$$

Для упрощения решений с определенными допущениями примем  $\sigma_\theta = 0$ .

Тогда с учетом (2.60) и (2.61) уравнение равновесия (2.44) примет вид

$$\frac{d^2U}{dr^2} + \frac{(1+\nu)}{r} \cdot \frac{dU}{dr} = (1+\nu) \cdot \alpha \cdot \left[ \frac{d\theta}{dr} + \frac{\theta}{r} \right]. \quad (2.62)$$

Обозначим  $z = \frac{dU}{dr}$ , тогда

$$\frac{dz}{dr} + \frac{(1+\nu)}{r} \cdot z = (1+\nu) \cdot \alpha \cdot \left[ \frac{d\theta}{dr} + \frac{\theta}{r} \right] \quad (2.63)$$

или

$$\frac{dz}{dr} + P(r) \cdot z = Q(r). \quad (2.64)$$

Общее решение данного дифференциального уравнения [35]

$$z = \left[ \int dr \cdot Q(r) \cdot e^{\int P(r) \cdot dr} + C_1 \right] \cdot e^{-\int P(r) \cdot dr}. \quad (2.65)$$

После преобразований для  $\theta = \text{const}$ , имеем  $z = \alpha \cdot \theta + C_1 \cdot r^{-(1+\nu)}$ ,

$$U = \alpha \cdot \theta \cdot r - \frac{C_1}{\nu \cdot r^\nu} + C_2, \quad (2.66)$$

где  $C_1, C_2$  - неизвестные постоянные.

Напряжение  $\sigma_r$  выражается

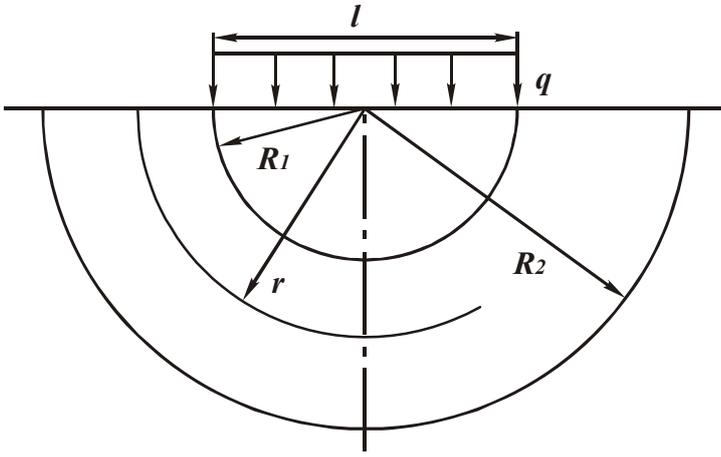


Рис. 2.15. Расчетная схема деформаций от нагрузки  $q$ .

$$\sigma_r = \left( \frac{E}{1-\nu^2} \right) \cdot \frac{\nu \cdot C_2}{r} \quad (2.67)$$

Для определения постоянных  $C_1$  и  $C_2$  примем граничные условия (рис.2.15)

$$U \Big|_{r=R_1}^{r=R_2} = 0 \quad (2.68)$$

Тогда

$$C_1 = - \frac{\alpha \cdot \theta \cdot \nu \cdot (R_2 - R_1)}{\left( \frac{1}{R_1^\nu} - \frac{1}{R_2^\nu} \right)}$$

$$C_2 = -\alpha \cdot \theta \cdot R_1 \cdot \left[ \frac{\left( \frac{R_2}{R_1} - 1 \right)}{\left( 1 - \frac{R_1^\nu}{R_2^\nu} \right)} + 1 \right]$$

Напряжение  $\sigma_r$  окончательно выразится

$$\sigma_r = - \frac{E \cdot \alpha \cdot \nu \cdot \theta \cdot R_1}{(1-\nu^2) \cdot r} \cdot \left[ \frac{\left( \frac{R_2}{R_1} - 1 \right)}{\left( 1 - \frac{R_1^\nu}{R_2^\nu} \right)} + 1 \right] \quad (2.69)$$

Если  $R_2 \gg R_1$ , то 
$$\sigma_r = - \frac{E \cdot \alpha \cdot \nu \cdot \theta \cdot R_2}{(1-\nu^2) \cdot r} \quad (2.70)$$

Из зависимости (2.70) следует рост  $\sigma_r$  с увеличением параметров  $E$ ,  $\alpha$ ,  $\nu$ ,  $\theta$  и соотношения  $R_2/r$ .

При  $\sigma_r = \sigma_{сж}$  возможно разрушение материала в точках полуокружности диаметром  $D = l$ . Исходя из зависимости (2.69), определяется предельная температура  $\theta$  при  $R_1 = r$  (знак “минус” опускаем)

$$\theta = \frac{(1-\nu^2) \cdot \sigma_{сж}}{E \cdot \nu \cdot \alpha} \cdot \frac{1}{\left[ \frac{\left( \frac{R_2}{R_1} - 1 \right)}{\left( 1 - \frac{R_1^\nu}{R_2^\nu} \right)} + 1 \right]} \quad (2.71)$$

При  $R_2 \gg R_1$ , имеем

$$\theta = \frac{(1 - \nu^2) \cdot \sigma_{сж}}{E \cdot \nu \cdot \alpha} \cdot \frac{R_1}{R_2}. \quad (2.72)$$

Температура  $\theta$  тем больше, чем меньше  $R_2$  и больше  $R_1$ .

Отношение  $\sigma_{сж}/E$  определяет упругую деформацию материала  $\varepsilon_{упр}$ . Следовательно, чем больше  $\varepsilon_{упр}$ , тем больше должна быть температура  $\theta$ , обеспечивающая выполнение условия  $\sigma_r = \sigma_{сж}$ .

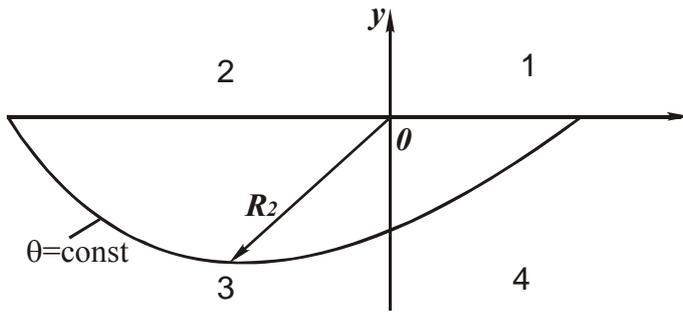


Рис.2.16. Положение изотермы в обрабатываемом материале.

Исходя из этого, хрупкие материалы, характеризующиеся меньшими значениями  $\varepsilon_{упр}$ , в большей степени подвержены разрушению от действия термоупругих напряжений. Например, значение  $\varepsilon_{упр} = \sigma_{сж}/E$  для алмаза равно 0,002; для твердых сплавов – 0,009; для быстрорежущих сталей – 0,016.

– 0,009; для быстрорежущих сталей – 0,016.

Применительно к процессу резания (рис.2.16), напряжения  $\sigma_r$ , возникающие в точках полуокружности диаметром  $D = l$  (1 четверть), определяются суммой напряжений, вызванных силовым и тепловым фактором (при  $R_1 = r$ )

$$\sigma_r = -\frac{2 \cdot q}{\pi} = -\frac{E \cdot \nu \cdot \alpha \cdot \theta}{(1 - \nu^2)} \cdot \left[ \frac{\left( \frac{R_2}{R_1} - 1 \right)}{\left( 1 - \frac{R_1^\nu}{R_2^\nu} \right)} + 1 \right]. \quad (2.73)$$

При  $\sigma_r = \sigma_{сж}$  справедливо равенство

$$\sigma_{сж} = -\frac{2 \cdot q}{\pi} - \frac{E \cdot \nu \cdot \alpha \cdot \theta}{(1 - \nu^2)} \cdot \left[ \frac{\left( \frac{R_2}{R_1} - 1 \right)}{\left( 1 - \frac{R_1^\nu}{R_2^\nu} \right)} + 1 \right]. \quad (2.74)$$

При  $R_2 \gg R_1$

$$\sigma_{сж} = -\frac{2 \cdot q}{\pi} - \frac{E \cdot \nu \cdot \alpha \cdot \theta \cdot R_2}{(1 - \nu^2) \cdot R_1}. \quad (2.75)$$

С учетом  $q = \frac{P}{l} = \frac{P}{2 \cdot R_1}$ , имеем

$$\sigma_{сж} = \frac{1}{R_1} \cdot \left[ \frac{P}{\pi} + \frac{E \cdot v \cdot \alpha \cdot \theta \cdot R_2}{(1 - v^2)} \right]. \quad (2.76)$$

Чем больше параметры  $\theta$  и  $R_2$ , тем меньше сила  $P$ , обеспечивающая разрушение материала. Термоупругие напряжения  $\sigma_r$ , определяемые зависимостью (2.70), зависят от  $R_2$ . Принципиально температурное поле (положение изотермы  $\theta = \text{const}$ ) при резании имеет вид, рис.2.16.

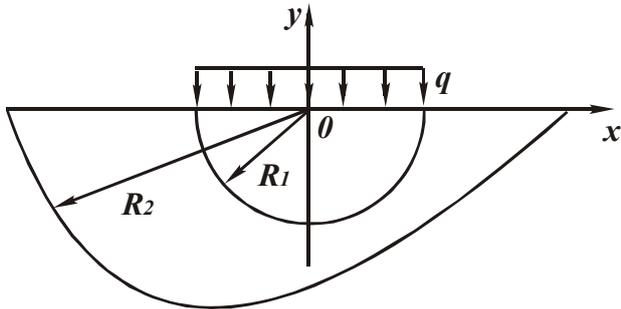


Рис.2.17. Расчетная схема термоупругих напряжений при шлифовании.

Следовательно, в 3 четверти параметр  $R_2$  существенно больше, чем в 4 четверти. Это предопределяет более высокие значения  $\sigma_r$  в 3 четверти и условия разрушения поверхностных слоев материала. Уменьшить термоупругие напряжения в 3 четверти, согласно (2.70), можно уменьшением параметров  $\theta$  и  $R_2$ , в том числе путем применения охлаждающей жидкости.

При шлифовании (рис.2.17) термоупругие напряжения, описываемые зависимостью (2.70), при  $r = R_1$  определяются

$$\sigma_r = - \frac{E \cdot v \cdot \alpha \cdot \theta \cdot R_2}{(1 - v^2) \cdot R_1}. \quad (2.77)$$

Чем больше отношение  $R_2 / R_1$ , тем больше  $\sigma_r$ . Очевидно, в 3 четверти напряжение  $\sigma_r$  больше, чем в 4 четверти, так как температурное поле охватывает большую область. Наибольшее значение  $R_2$  достигается на поверхности обработанного материала, что может стать причиной разрушения поверхностных слоев материала.

Длина контакта круга с обрабатываемым материалом равна  $2 \cdot R_1$ . Поэтому  $\sigma_r$  зависит от отношения толщины прогретого слоя материала  $R_2$  и длины контакта круга с материалом  $2 \cdot R_1$ . Очевидно, при глубинном шлифовании параметры  $R_2$  и  $R_1$  больше, чем при обычном многопроходном шлифовании. Однако, из этого еще не следует увеличение  $\sigma_r$  при глубинном шлифовании, так как отношение  $R_2 / R_1$  и средняя температура  $\theta$  в диапазоне  $R_1 \dots R_2$  могут быть меньше, чем

при многопроходном шлифовании. Этим, в частности можно объяснить повышение качества обработки при глубинном шлифовании [107]. При  $\sigma_r = \sigma_{сж}$  приходим к зависимости (2.72). С учетом  $\varepsilon_{упр} = \sigma_{сж}/E$  она принимает вид

$$\theta = \frac{(1-v^2) \cdot \varepsilon_{упр} \cdot R_1}{v \cdot \alpha \cdot R_2}. \quad (2.78)$$

Температура  $\theta$  уменьшается с уменьшением  $\varepsilon_{упр}$ . Это требует значительного снижения температуры при шлифовании, например, твердых сплавов, алмазов и т.д., характеризующихся относительно небольшими значениями  $\varepsilon_{упр}$ . Эффективно увеличение соотношения  $R_1/R_2$  (при  $\theta = \text{const}$ ).

Определим напряженно – деформированное состояние тела при изменении температуры по закону  $\theta = A/r^n$ , где  $A, n$  - некоторые постоянные.

Решая дифференциальное уравнение (2.62), имеем

$$U = \frac{\alpha \cdot (1+v) \cdot A}{(1+v-n)} \cdot r^{1-n} - \frac{C_1}{v} \cdot r^{-v} + C_2. \quad (2.79)$$

Постоянные  $C_1$  и  $C_2$  определяются из граничных условий

$$U(r = R_1) = U(r = R_2) = 0.$$

Напряжение  $\sigma_r$  описывается зависимостью (2.67) с учетом

$$C_2 = -\frac{\alpha \cdot (1+v) \cdot A}{(1+v-n)} \cdot \left\{ \frac{\left[ \left( \frac{R_2}{R_1} \right)^{1-n} - 1 \right]}{\left( 1 - \frac{R_1^v}{R_2^v} \right)} + 1 \right\} \cdot R_1^{1-n}. \quad (2.80)$$

При  $n = 0$  приходим к решению (2.73).

При  $n = 1$ :

$$C_2 = -\alpha \cdot A \cdot \frac{(1+v)}{v}, \quad (2.81)$$

$$\sigma_r = -\frac{E \cdot \alpha \cdot A}{(1-v) \cdot r} = -\frac{E \cdot \alpha \cdot \theta}{(1-v)}. \quad (2.82)$$

Напряжение  $\sigma_r$  изменяется по закону  $\theta(r)$ . Уменьшить  $\sigma_r$  можно лишь уменьшением  $\theta(r)$ .

Максимальное значение  $\sigma_r = \sigma_{сж}$  достигается при  $r = R_1$

$$\sigma_{сж} = -\frac{E \cdot \alpha \cdot A}{(1 - \nu) \cdot R_1}, \quad (2.83)$$

откуда параметр  $A$ , пропорциональный температуре  $\theta$ , равен

$$A = -\frac{(1 - \nu) \cdot \sigma_{сж} \cdot R_1}{E \cdot \alpha}. \quad (2.84)$$

Параметр  $A$  тем больше, чем больше длина контакта обрабатываемого материала с передней поверхностью резца  $2 \cdot R_1$ . Следовательно, увеличение  $2 \cdot R_1$  предполагает увеличение параметра  $A$  (или  $\theta$ ) для выполнения условия  $\sigma_r = \sigma_{сж}$ . В зависимости (2.83) параметр  $R_2$  отсутствует. Максимальное значение  $\sigma_r$  зависит лишь от  $R_1$ , т.е. механизмы формирования термоупругих напряжений при  $n = 0$  и  $n = 1$  различны.

## ГЛАВА 3

### ТЕПЛОФИЗИКА ПРОЦЕССА РЕЗАНИЯ ЛЕЗВИЙНЫМ ИНСТРУМЕНТОМ

#### 3.1. ТЕПЛОВЫЙ БАЛАНС ПРИ РЕЗАНИИ И ПОДХОДЫ К РАСЧЕТУ ТЕМПЕРАТУРЫ РЕЗАНИЯ

Исследования в области резания материалов показали, что практически вся энергия обработки переходит в тепло. Возникающая в зоне резания температура играет значительную роль для стружкообразования, контактных процессов на гранях режущего инструмента и на формирование обработанной поверхности.

Рост температуры вызывает сложные физические явления приводящие, например, и к росту износа и к его уменьшению в зависимости от диапазона увеличения температуры. Поэтому точное определение температуры является одним из необходимых условий для

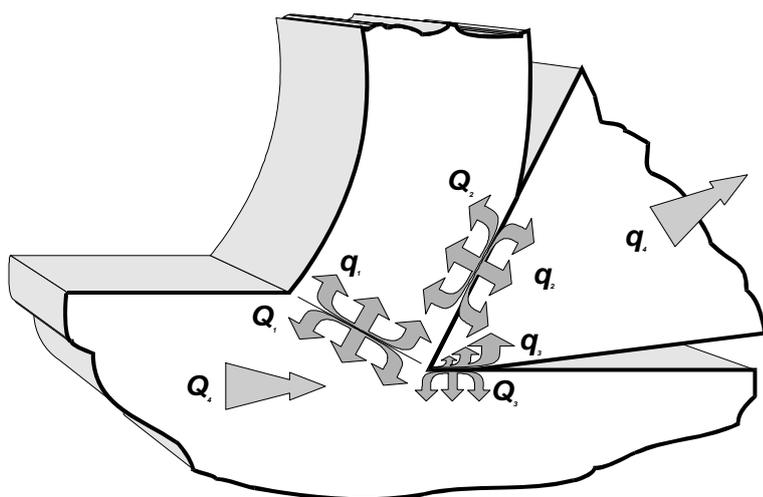


Рис. 3.1. Основные источники тепла в процессе резания.

эффективной обработки деталей резанием. Исследование температуры резания началось еще в 1799г. Румфордом в Баварии при расточке стволов орудий, когда теплота рассматривалась как растекающаяся в теле жидкость, называемая “калорией”, и еще более интенсивно продолжается в наши дни. В процессе резания существуют два основных источника тепла (рис. 3.1): деформация материала в зоне стружкообразования и трение на режущих гранях инструмента. Тепловой баланс резания выглядит следующим образом:

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4 = q_1 + q_2 + q_3 + q_4,$$

где  $Q_1$  - тепловой поток от стружкообразования;  $Q_2$  - тепловой поток, создаваемый силой трения на передних гранях режущего инструмента;  $Q_3$  - тепловой поток, создаваемый силой трения на задней грани,  $Q_4$  - теплота заготовки;  $q_1$  - отвод теплоты в стружку;  $q_2$  - отвод теп-

лоты в инструмент;  $q_3$  - отвод теплоты в заготовку;  $q_4$  - отвод теплоты в окружающую среду.

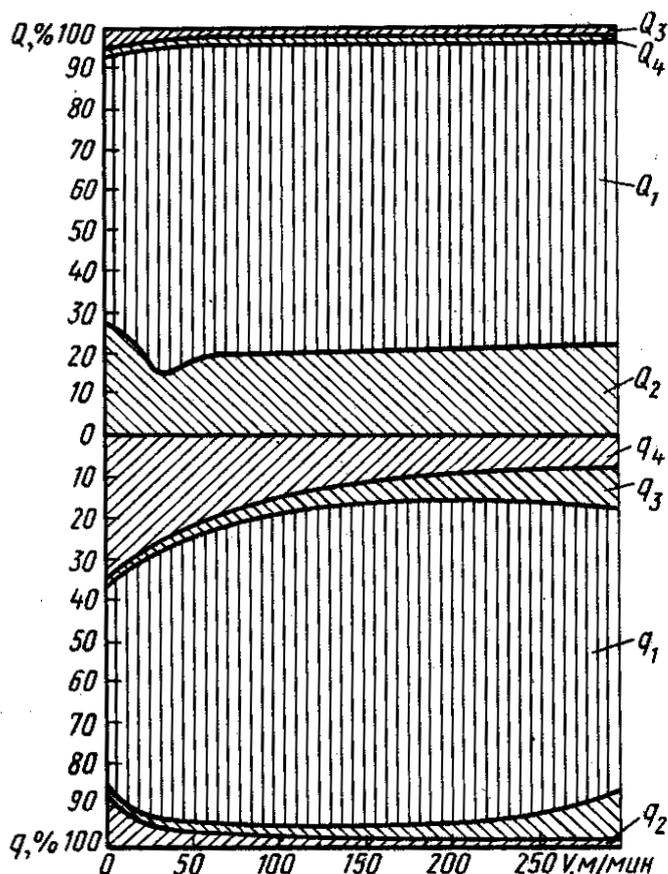


Рис. 3.2. Зависимость соотношения слагаемых теплового баланса от скорости резания.

Соотношение тепловых потоков зависит от условий резания. Зависимость соотношения слагаемых теплового баланса от скорости резания представлен на рис. 3.2 [31] при точении стали 45 резцом, оснащенный твердосплавной пластиной Т15К6. Как видно из рисунка, пластическая деформация стружки  $Q_1$  дает подавляющее значение теплового баланса (75-80%) в пределах всего изменения скорости резания. Второй по значимости источник тепла - трение на передней грани режущего инструмента (19-22%) и доля его возрастает с ростом скорости резания. Наличие пика в этой составляющей при скоростях 25-35 м/мин объясняется интенсивным наростообразованием на режущей кромке, приводящим к увеличению переднего угла инструмента.

В расходной части теплового баланса наибольшее количество теплоты уносит стружка (68-77%), а доля теплового потока, уходящего в режущий инструмент  $q_2$ , составляет всего 2-5%, уменьшающегося при увеличении скорости резания, хотя его абсолютная величина значительно возрастает.

Вторым по значению отвода тепла является излучение в окружающую среду  $q_4$  - от 10 до 25%, причем относительно уменьшающееся с ростом скорости резания. Для того, чтобы уменьшить тепловой поток  $q_2$  в режущий инструмент, увеличивают термосопротивление его граней путем нанесения покрытий. Изменение теплового баланса процесса продольного точения стали 45 (180НВ) инструментом с различными покрытиями приведены в табл. 3.1 [23].

Таблица 3.1

Результаты исследования теплового баланса процесса продольного точения стали 45 (180 НВ) инструментом с различными покрытиями ( $t=2,0$  мм).

V, м/мин.	S, мм/об	Инстр. ма- териал, по- крытие	Общее ко- личество теплоты, Дж	Тепловой баланс, %		
				Стружка	Заготовка	Инструмент
20	0,15	P6M5	268,5	31,18	61,91	6,91
30			389,0	33,56	60,3	6,14
50			683,5	44,26	50,87	4,87
80			129,0	50,07	45,98	3,45
50	0,08		332,2	35,63	56,59	7,78
	0,25		840,2	64,8	30,71	4,46
	0,34		996,9	68,27	28,07	3,66
20	0,15		P6M5-TiN КИБ	260,9	33,02	60,09
30		339,0		38,73	55,56	5,71
50		477,8		44,9	51,48	4,62
80		113,3		54,22	42,13	3,65
50	0,08	341,9		30,91	60,74	7,35
	0,25	795,2		46,54	49,62	3,84
	0,34	876,6		58,63	38,08	3,29
60	0,15	498,2		47,36	47,96	4,68
	0,25	521,4	46,29	49,45	4,26	
150	0,45	ВК6 ВК6- TiC ГТ	1504	45,4	37,95	16,65
		ВК6-TiN	1214	52,4	37,8	9,8
		КИБ	1185	54,2	35,6	10,2

Анализ данных показывает, что различные виды ионно-плазменных покрытий не только снижают тепловой поток в режущий инструмент и заготовку, но и увеличивают количество теплоты в стружке, приводя к повышению температуры в зоне сдвига и разупрочнению обрабатываемого материала. Нанесение покрытий показывает, что даже небольшое перераспределение тепловых потоков и температуры приводит к существенному эффекту в процессе резания, значительно увеличивая производительность обработки. Учитывая такое большое влияние температуры на процесс резания, много внимания уделялось методам расчета тепловых потоков и возникающей в зоне резания температуре.

Тепловые потоки имеют очень большую плотность и вызывают высокие температуры в зоне резания, расчет которых производится двумя методами:

- 1) аналитическим;
- 2) численным.

Наиболее важные аналитические методы расчета температуры выполнены Н.П.Мазуром, А.Н. Резниковым, С.С. Силиным, А.Н. Кушником, Н.В. Талановым, Ф.Я. Якубовым, Б.Т. Чао и К.Д. Триггером, М. С. Шоу, М. Кроненбергом и др.

При аналитическом методе расчета температуры предполагается, что на передней грани режущего инструмента на площадке контакта стружка - резец размером  $2a \times 2c$  (рис.3.3) действует скользящий равномерный тепловой источник величины  $Q$ .

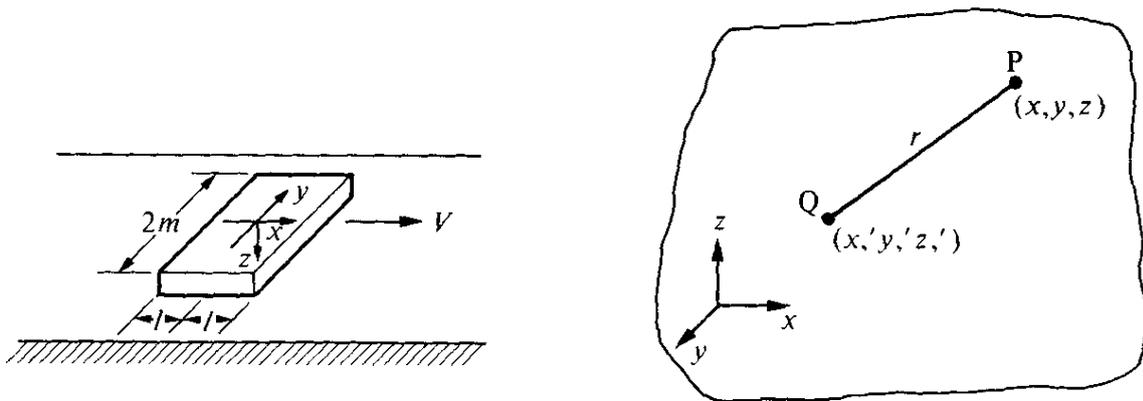


Рис. 3.3. Схема теплопередачи при движении элемента стружки по передней поверхности резца и внутри режущего инструмента из точки  $Q$  в точку  $P$ .

Резец рассматривается как полупространство, изолированное от окружающей среды. Для определения температуры в любой точке с координатами  $x, y, z$  необходимо решить дифференциальное уравнение теплопроводности:

$$\frac{k}{\rho c} \left( \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} \right) + \frac{Q}{\rho c} = \frac{d\theta}{dt}. \quad (3.1)$$

Когда тепловой поток  $Q$  попадает в режущий инструмент из точки с координатами  $x_1, y_1, z_1$  и достигает точки  $x, y, z$  через время  $t$ , температура в ней определяется:

$$\theta(x, y, z, t) = \left[ \frac{Q \cdot K}{8 \cdot k \cdot (\pi \cdot K \cdot t)^{3/2}} \right] e^{-r^2 / 4Kt}, \quad (3.2)$$

где  $r = (x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 + (z - z_1)^2$ .

Для стандартного теплового процесса, когда  $t \rightarrow \infty$ , приращение температуры рассчитывается

$$\Delta\theta = \frac{Q}{2\pi r} \int_{-a}^a dx_1 \int_{-c}^c \frac{1 dy_1}{r}. \quad (3.3)$$

Средняя температура на контактной поверхности определяется

$$\theta_{\psi} = \frac{\int_{-c}^c \int_{-a}^a \Delta T \cdot dx \cdot dy}{4 \cdot a \cdot c}. \quad (3.4)$$

Максимальная температура  $\theta_{max}$  на контактной поверхности рассчитывается

$$\theta_{max} = \frac{Q \cdot d}{r} \cdot A \cdot m, \quad (3.5)$$

где  $A m = \frac{2}{\pi} \left( \ln \frac{2t}{d} + 1 \right)$ .

Окончательное решение этих уравнений наиболее эффективно достигается с помощью безразмерного параметра  $L$

$$L = \frac{v \cdot a}{2K}. \quad (3.6)$$

В этом случае

$$\theta_{c p} = 0,754 \frac{Q \cdot a}{r \cdot \sqrt{L}}, \quad (3.7)$$

$$\theta_{max} = 1,130 \frac{Q \cdot a}{r \cdot \sqrt{L}}. \quad (3.8)$$

Одной из главных проблем остается распределение теплового потока на передней грани между стружкой и режущим инструментом. Это распределение определяется коэффициентом  $R$

$$R = \frac{1}{1 + \frac{0,754(r / K_{\alpha})}{A\sqrt{L}}}. \quad (3.9)$$

В этом случае

$$\theta_{-p} = \frac{0,754 \cdot R \cdot Q \cdot a}{r \cdot \sqrt{L}}. \quad (3.10)$$

Аналитический метод имеет очень важное значение, так как дает возможность априорно рассчитать температуру. Однако он основан

на большом количестве допущений, не учитывающих такие факторы, как неравномерность распределения тепловых источников в зоне резания, нелинейность теплофизических свойств, термосопротивление износостойких покрытий, неравномерность оттока тепла в окружающую среду, и так далее, что приводит к низкой точности расчета.

В связи с этим появились численные методы расчета температур, среди которых конечно - разностный метод граничных элементов и наиболее часто применяемый метод конечных элементов (МКЭ). Этот метод дает возможность исключить многие допущения аналитического метода и тем самым существенно увеличить точность расчета распределения температуры в зоне резания. Однако и этот метод не может достаточно точно рассчитать температуру по предварительным условиям обработки и требует необходимых экспериментов для данной пары материалов инструмент - заготовка, геометрии инструмента и режимов резания. Так, например, распределение тепловых источников на передней грани резца в зоне контакта определяется только экспериментальным путем [118]. Это связано с тем, что прирезцовый контактный слой стружки согласно исследованию Зорева Н.Н., может иметь различное физическое состояние:

- 1) только скольжение;
- 2) пластическую деформацию, при которой скорость движения прирезцового слоя меньше скорости стружки;
- 3) достижение жидкого состояния при контактной температуре, превышающей температуру плавления материала стружки.

Для определения распределения тепловых источников в зоне стружкообразования, наиболее широко применяемым методом является нанесение микросеток на заготовку и получение корней стружки с помощью устройств, внезапно прерывающих процесс резания. Так как эксперименты показывают большие величины пластических деформаций, МКЭ основан на методе Лагранжа с Эйлеровским нелинейным соотношением напряжения - деформаций и учетом несжимаемости материала заготовки, что математически выражается как

$$\{F_N\} = \{[K] + [KG] + [KF]\} \cdot \{V_N\}, \quad (3.11)$$

где  $F_N$  и  $V_N$  - величины силы и скорости, действующие на элемент;  $[K]$  - матрица жесткости, которая решает соотношение напряжение - деформация и скорости;  $[KG]$  - геометрическая матрица и  $[KF]$  - матрица коррекции нагрузки.

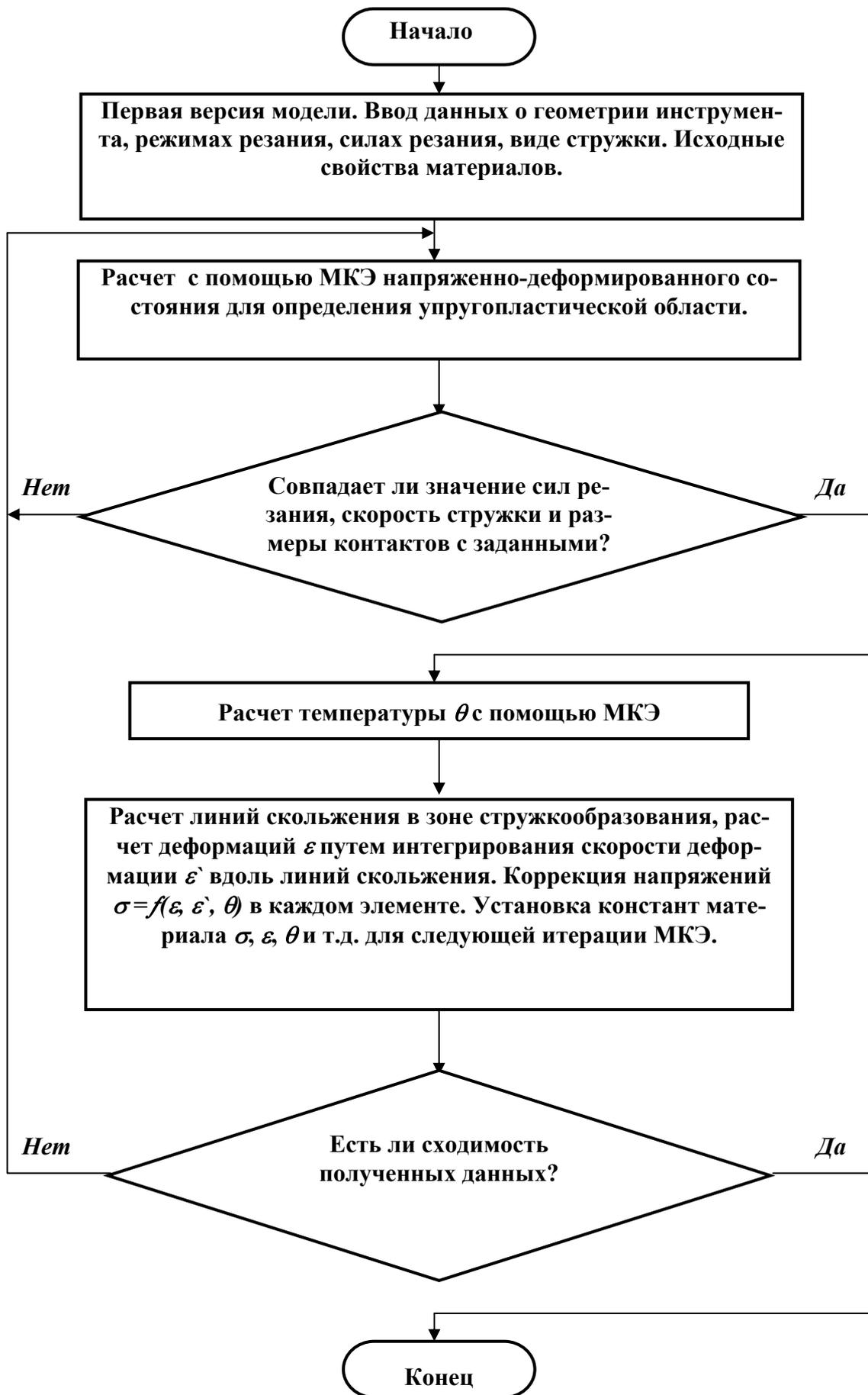


Рис. 3.4. Блок схема расчета температуры при помощи МКЭ

Стационарное температурное поле рассчитывается точно таким же методом с учетом энергетических затрат в зоне резания:

$$\{ [K \cdot a(\varepsilon)] + [K \cdot a] \} \cdot \{\theta \cdot n\} = \{Q\}, \quad (3.12)$$

где  $[Ka(\varepsilon)]$  – матрица тепловой конвекции;  $[Ka]$  – матрица теплопроводности,  $\theta n$  – температура элемента и  $\{Q\}$  – вектор теплового потока, определяемый упруго - пластической деформацией.

Для ускорения процесса счета используется метод итеративной сходимости [11]. Блок - схема расчета показана на рис.3.4. Метод рассчитывает величины деформации, скорости деформаций, напря-

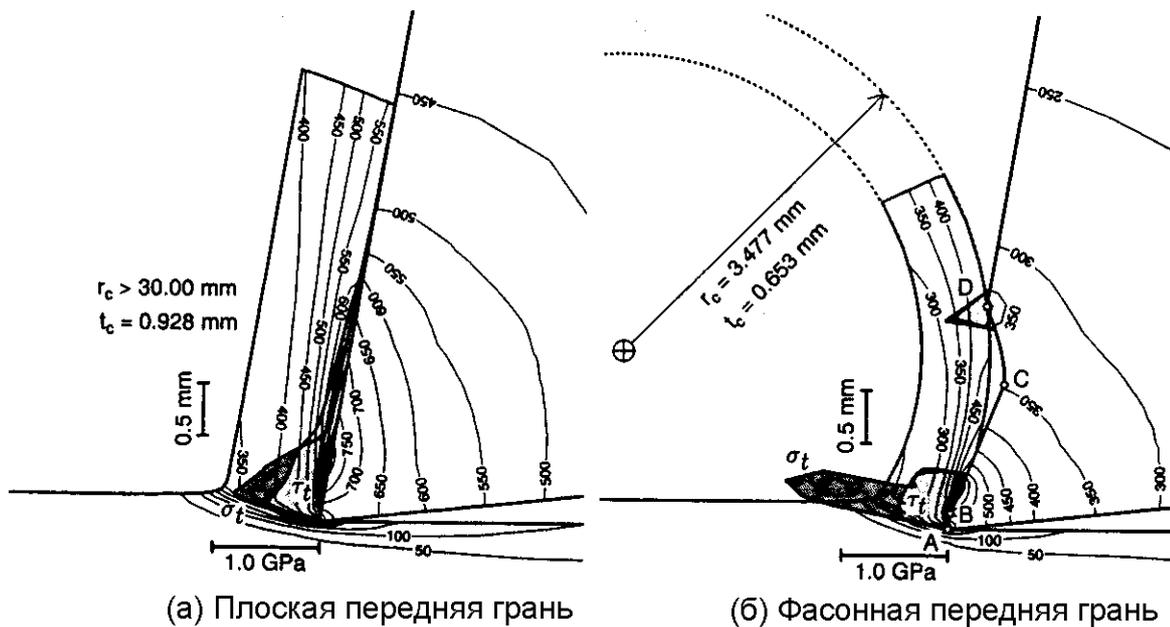


Рис. 3.5. Влияние формы передней грани на температуру.

жения, температуру в каждом элементе модели, затем вносит коррекцию в свойства и деформационно - напряженные зависимости модели. Расчеты продолжают до тех пор, пока модернизация модели зоны стружкообразования не сходится с ее заданными граничными условиями, согласно принятым критериям.

Расчеты температуры можно проводить для инструментов самой различной сложности и формы (рис. 3.5) и режимов резания (рис.3.6).

Однако МКЭ имеет ряд недостатков, главные из которых - это необходимость точного задания всех граничных условий, которые в настоящее время могут быть определены только после серии экспериментов. В связи с этим возникает вопрос о создании нового численного метода расчета температуры, значительно упрощающего процесс счета, и сходимость которого должна быть основана на самоопределении теплоизлучения в окружающую среду.

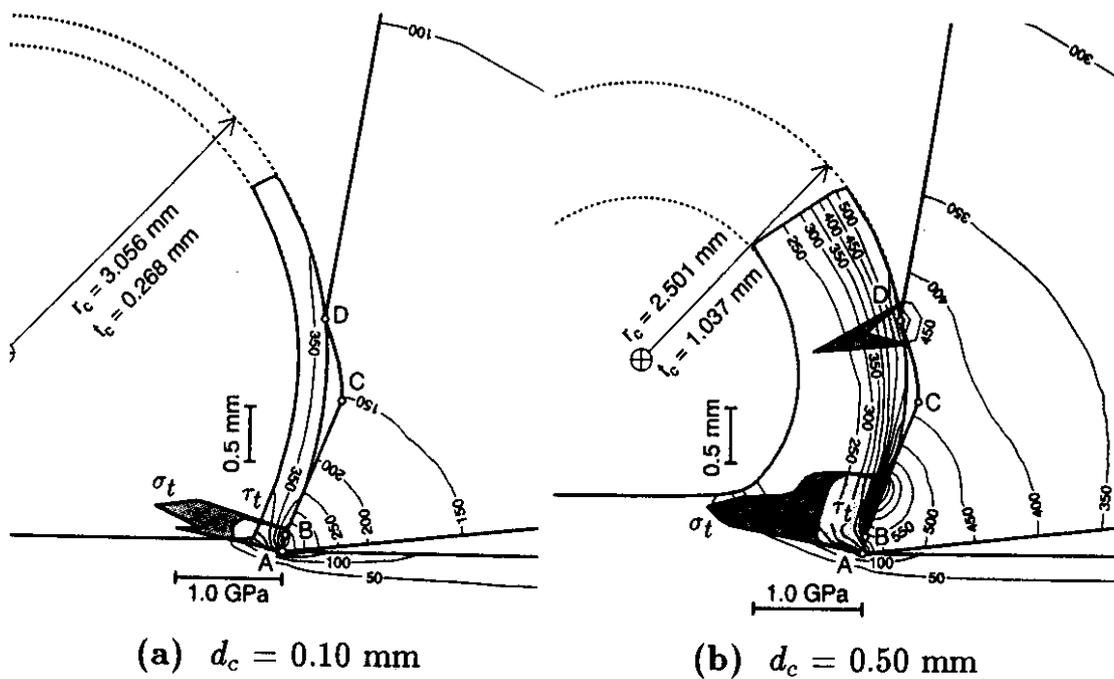


Рис. 3.6. Влияние глубины резания на температуру.

Температура оказывает сильное и неоднозначное влияние как на производительность процесса резания, так и на качество обработки. Производительность процесса резания в первую очередь определяется стойкостью - износом режущего инструмента, который особенно интенсивен при обработке жаропрочных сталей, сплавов с высокой твердостью, композиционных материалов. Анализируя физические причины износа режущего инструмента, следует отметить, что основными его видами являются: абразивный, адгезионный, диффузионный, химический, окислительный и др. Вид износа зависит от условий резания (рис. 3.7), одним из основных параметров которых является температура контактных поверхностей.

Ряд исследователей отмечает возникновение пластической деформации режущего клина при высокой температуре и пластическое течение поверхностных слоев материалов инструмента, приводящее к потере его работоспособности, особенно при небольших величинах длин контактов у инструмента. Пластическая деформация прежде всего возникает у быстрорежущих сталей при увеличении температуры до  $670^{\circ}\text{C}$ , а затем и у твердых сплавов Т15К6 при температуре  $1130^{\circ}\text{C}$ , и металлокерамики при  $1380^{\circ}\text{C}$ .

Анализ интегральной кривой износа режущего инструмента показывает ее сложное изменение от температуры, которое можно разбить на три диапазона. В первом и третьем - интенсивность износа

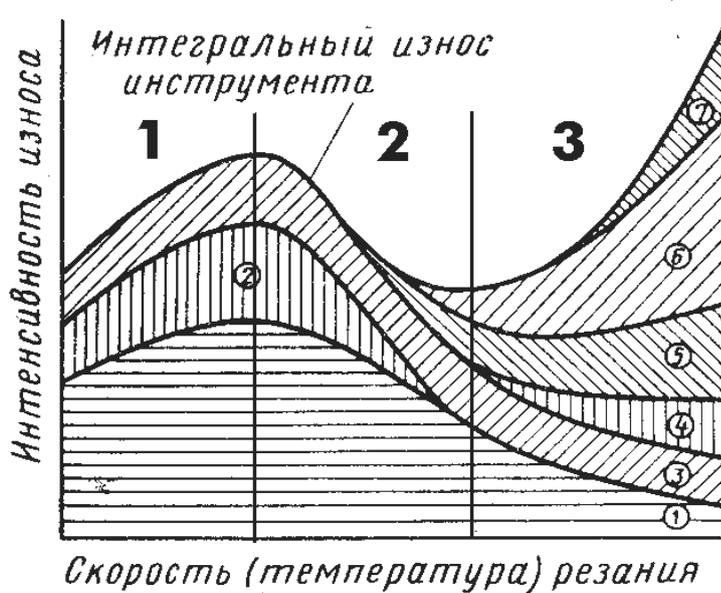


Рис. 3.7. Влияние скорости и температуры резания на интенсивность износа режущего инструмента: 1 — адгезия, 2 — усталостный износ, 3 — абразивный износ, 4 — термоусталое разрушение, 5 — окисление, 6 — диффузионные процессы, 7 — пластическое течение.

параллельно с определением температуры резания. Так, зависимость скорости резания от пути резания при точении деталей различного диаметра и сплава X77ТЮР резцом из сплава ВК6М имеет тот же сложный

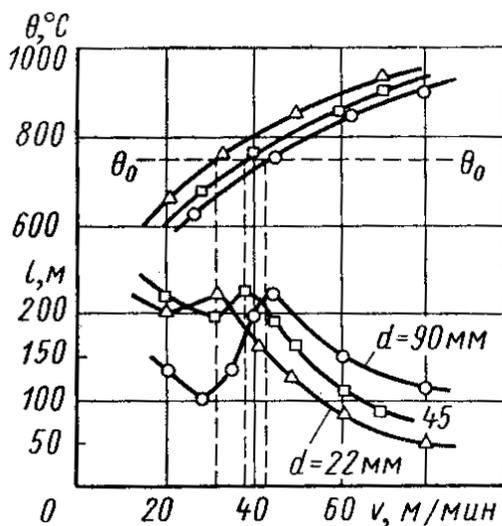


Рис. 3.8. Влияние скорости резания на температуру резания и путь резания при точении деталей различного диаметра из сплава X77ТЮР резцом из сплава ВК6М:  $t=0,25$  мм,  $S=0,09$  мм/об.

возрастает с увеличением температуры, а во втором — падает. Это подчеркивает необходимость знания температуры резания для эффективного выбора и реализации условий процесса резания.

Поэтому, рассмотрение влияния геометрии режущей части инструмента, скорости резания, глубины резания и подачи на износ инструмента, необходимо вести, как показывают исследования [31, 93], параллельно с определением температуры резания.

Так, зависимость скорости резания от пути резания при точении деталей различного диаметра и сплава X77ТЮР резцом из сплава ВК6М имеет тот же сложный характер, несмотря на монотонное возрастание температуры (рис. 3.8). Анализ этих зависимостей показывает, что влияние практически любого из параметров процесса резания на износ режущего инструмента и независимо от сочетания режимов резания оптимальные условия определяется его воздействием на температуру резания. Его реализация определяется одной определенной величиной температуры.

В. Рейхелем сформулировал принцип, который сводится к тому, что определенному периоду стойкости резца для заданной пары ин-

струмент – деталь соответствует одна и та же температура, не зависящая от комбинаций режимов резания. Результаты многих экспериментов, особенно в фундаментальных исследованиях В. С. Кушнера [67], подтверждают этот принцип. Он показал, что износ инструмента  $h$  рассчитывается довольно точно на основании температуры резания  $\theta$  как

$$h = K \left( \frac{\theta \cdot h_{кр}}{\theta_{зм}} \right). \quad (3.13)$$

Однако и ряд исследований [23, 31] показывает, что в широком диапазоне изменения температур этот принцип не всегда подтверждается. Очевидно это связано со сложным влиянием температуры на износ резца. В связи с этим необходимо фундаментальное исследование, чтобы определить в каком диапазоне температур и при каких условиях принцип В. Рейхеля является правильным.

В этом случае при разработке достаточно достоверного метода для расчета температур можно предложить ускоренный метод определения стойкости, позволяющий значительно уменьшить трудоемкость экспериментальных стойкостных исследований на основании физического обоснования изнашивания инструмента при резании.

### 3.2. ЧИСЛЕННЫЙ МЕТОД РАСЧЕТА ТЕМПЕРАТУРЫ РЕЗАНИЯ

Для повышения точности расчета предлагается численный метод расчета 3-х мерной температурной задачи. В предлагаемом способе основное внимание уделяется созданию метода, существенно повышающего точность определения тепловых потоков и температурных полей в режущем инструменте. Проверка точности расчета тепловых полей производится с помощью специальных экспериментов, результаты которых сравниваются с распределением температуры, полученной согласно, предлагаемого нового метода расчета. Получение достоверной информации при помощи эксперимента представляет собой очень сложную задачу в связи с тем, что наиболее распространенные методы определения температурных полей (измерения при помощи термопар, инфракрасной камеры) не позволяют определить распределение температуры в зоне контакта режущего инструмента с деталью и нуждаются в специальной калибровке. Измерение температур, в особенности с использованием термокрасок и металлических покрытий, дает возможность наиболее достоверного

определения температуры в зоне контакта режущего инструмента с деталью, но требует дальнейшего развития для измерения температур внутри резца без нарушения его теплопроводности.

Как и в большинстве моделей, для расчета температурных полей при рассмотрении такой задачи используются следующие допущения:

Стружка всегда сливная, в процессе резания не образуется нарост и зона сдвига может быть рассмотрена как плоскость сдвига.

Движение стружки рассматривается как движение твердого тела по отношению к инструменту.

Тепловой поток является статическим в режущем инструменте и квазистатическим в стружке и детали.

Тепловой поток, выходящий из плоскости сдвига, равномерно распределен по всей плоскости.

Распределение теплового потока по ширине контактной зоны является равномерным и линейно убывает по длине контактной поверхности до нуля в плоскости отрыва стружки от передней поверхности инструмента.

Толщина стружки, по нормали к передней поверхности, является постоянной.

Направления силы сдвига в плоскости сдвига и тангенциальной силы на передней поверхности резца являются коллинеарными к направлению вектора скорости сдвига и вектора скорости движения стружки соответственно.

При рассмотрении такой задачи приращение температуры  $\Delta\theta_1$  от энергии стружкообразования на передней поверхности режущего инструмента может быть представлено в следующем виде

$$\Delta\theta_1 = \frac{q_{t1} \cdot b \cdot F_s}{\pi \cdot k_T}, \quad (3.14)$$

где  $b$  - ширина срезаемого слоя;  $F_s$  - поверхностный фактор;  $k_T$  - теплопроводность материала режущего инструмента;  $q_{t1}$  - тепловой поток в зоне стружкообразования,

$$q_{t1} = \frac{\Delta\theta_{sc}}{\left( \frac{b \cdot F_s}{\pi \cdot k_T} + \frac{4\sqrt{Pe}}{\rho \cdot c \cdot v_c \cdot 3\sqrt{\pi}} \right)}, \quad (3.15)$$

$\Delta\theta_{sc}$  - температура стружки;  $\rho$  и  $c$  - плотность и теплоемкость материала стружки;  $v_c$  - скорость движения стружки;  $Pe$  - число Пекле;

$$\Delta\theta_{sc} = \frac{(P_h - P_f)B_1}{\rho \cdot c \cdot v_c \cdot l_s \cdot b}; \quad (3.16)$$

$P_h$  - мощность процесса резания, конвертируемая в тепло;  $P_f$  - мощность, затрачиваемая на трение стружки;  $B_1$  - часть тепла, поступающая в стружку из зоны сдвига;  $l_s$  - длина плоскости сдвига.

Приращение температуры  $\Delta\theta_2$  от процесса трения может быть представлено

$$\Delta\theta_2 = \frac{4q_{t2} \cdot b \cdot F_s}{\pi \cdot k_T}, \quad (3.17)$$

где  $q_{t2}$  - тепловой поток, входящий в режущий инструмент из зоны трения,

$$q_{t2} = \frac{P_f}{b \cdot l_c} \left( 1 - \frac{1}{\frac{\sqrt{\pi \cdot Pe \cdot k_T}}{\rho \cdot c \cdot v_c \cdot 3b \cdot F_s} + 1} \right). \quad (3.18)$$

Следовательно, средняя температура  $\theta_c$  на контактной поверхности передней грани определяется

$$\theta_c = \Delta\theta_1 + \Delta\theta_2 + \theta_0, \quad (3.19)$$

где  $\theta_0$  - начальная температура резца.

Следовательно, и общий тепловой поток, входящий в режущий инструмент  $q_r$ , определяется

$$q_r = q_{t1} + q_{t2}. \quad (3.20)$$

Необходимые для расчета величины теплового потока, входящего в режущий инструмент по передней поверхности  $q_r$ , параметры (усадка стружки, силы резания, размеры контактной зоны, условия резания и теплофизические свойства материала) могут быть относительно легко установлены при помощи экспериментов.

Для экспериментальной проверки данной модели распределения тепла в режущем инструменте необходимы достоверные и точные результаты экспериментов в виде температурных полей. Эти результаты могут быть получены при проведении исследований при помощи термокрасок или методом металлических покрытий. Сравнение распределения температуры в режущем инструменте, рассчитанные при помощи моделирования распределения тепловых потоков, с экспериментально полученными данными поможет определить наиболее удовлетворительные параметры модели.

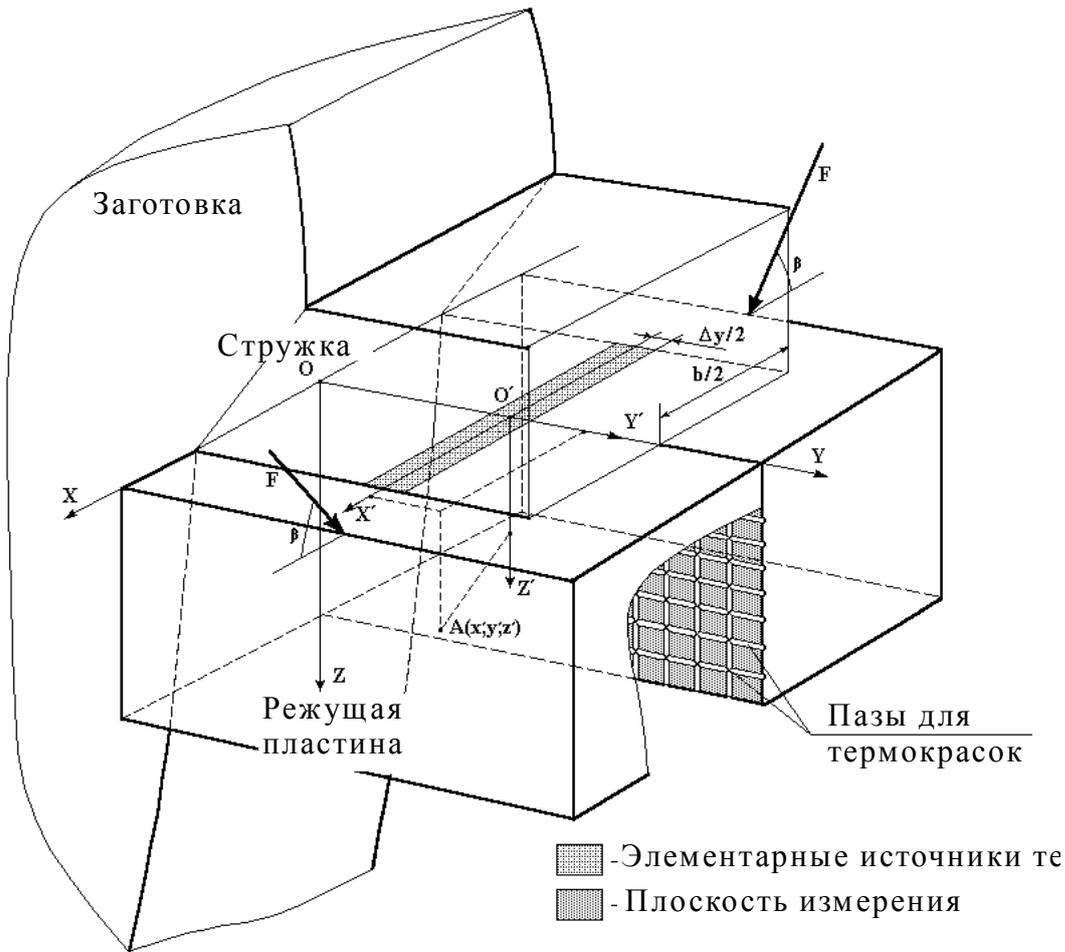


Рис. 3.9. Геометрия режущей пластины и схема расчета температуры.

Предлагаемый метод расчета объемной температурной задачи рассматривает поверхности режущего инструмента как две координатные плоскости  $XOZ$  и  $XOY$  (рис. 3.9), которые разбиваются на  $i$  единичных прямоугольных элементов со стороной  $\Delta y = l_c / i$ . Каждый единичный элемент представляет собой площадку с равномерным распределением теплового потока. В любой точке  $A(x', y', z')$ , находящейся внутри режущего инструмента с относительными координатами  $x', y', z'$ , исходя из элементарных источников тепла, температуру можно рассчитать, интегрируя уравнение Кельвина по длине  $b$  элементарного источника тепла:

$$\theta(x', y', z') = \frac{q \Delta l}{2\pi \cdot k_T} \ln \frac{0,5b + x' + \sqrt{(0,5b + x')^2 + y'^2 + z'^2}}{x' - 0,5b + \sqrt{(x' - 0,5b)^2 + y'^2 + z'^2}} \quad (3.21)$$

для  $x' \geq 0,5b$  и

$$\theta(x', y', z') = \frac{q \Delta y}{2\pi \cdot k_T} \left\{ \ln \left[ \left( 0,5b + x' + \sqrt{(0,5b + x')^2 + y'^2 + z'^2} \right) \times \right. \right.$$

$$\times (0,5b - x' + \sqrt{(0,5b - x')^2 + y'^2 + z'^2}) - \ln(y'^2 + z'^2) \} \quad (3.21)$$

для  $0 \leq x' \leq 0,5b$ ,

где  $q$  - независящий от времени тепловой поток, входящий в инструмент от элементарного источника.

Для того, чтобы найти температуру на поверхности контакта, производится расчет температуры для точек, находящихся на глубине 0,0001 мм под поверхностью резца, допуская, что распределение и величины температур на поверхности и на глубине 0,0001 мм одинаковы. Это допущение необходимо, так как формулы (3.20) и (3.21) не дают правильного результата при  $x' = y' = z' = 0$ . Эти формулы могут быть использованы не только для расчета температуры, вызванной источниками тепла на передней поверхности резца, но и для расчета температур на задней поверхности. Для высокой точности расчета температур в формулах (3.20) и (3.21) необходимо учесть отражение тепловых потоков от граней режущей пластины. Для этого вводятся коэффициенты отражения  $R_r$ ,  $R_c$  и  $R_s$  для учета отражения от передней и задней граней и боковых поверхностей соответственно. Коэффициент отражения показывает, какая часть тепла отразилась от поверхностей режущей пластины, а какая перешла во внешнее пространство в виде теплового излучения. Например, если коэффициент отражения равен 0, то это значит, что вся тепловая энергия излучается во внешнее пространство, а если равен 1 – то вся тепловая энергия остается в резце.

Естественно, что в реальных условиях резания коэффициент отражения имеет какое-то промежуточное значение между 1 и 0. Для того, что бы реализовать этот процесс в алгоритме расчета, отражение тепловых потоков было представлено в виде дополнительных источников тепла (рис. 3.10), расположенных вне материала режущей пластины:  $q_r R_c$  для расчета отражения теплового источника, расположенного на передней поверхности от задней поверхности и  $q_c R_r$  для представления отражения теплового источника на задней поверхности от передней поверхности режущей пластины. Коэффициент отражения тепла от боковых поверхностей режущей пластины  $R_s$  ( $R_{ls}$  для отражения тепла от левой стенки и  $R_{rs}$  - от правой, если есть различие в их значениях) берется в расчет с таким условием, чтобы представить пять дополнительных источников тепла, расположенных

пропорционально расстоянию от рассматриваемого сечения до края режущей пластины.

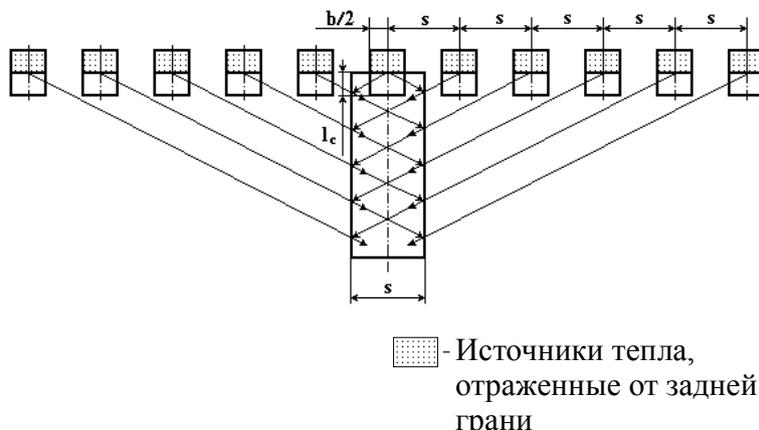


Рис. 3.10. Источники тепла контактной зоны, отраженные от граней резца.

Такое количество отражений является достаточным, исходя из условий точности, так как наблюдается сильное уменьшение приращения температуры от отраженных источников тепла с увеличением расстояния. Задняя и нижняя грани режущей пластины находятся в тесном контакте с материалом державки и поэтому отражения тепловых потоков практически не происходит. Влияние отражений тепловых потоков на приращение температуры принимается в расчет при расчете температур по формулам (3.20) и (3.21) при суммировании приращений температур, вызванных тепловыми источниками со значениями:

- $q_r$  – тепловой поток, входящий в инструмент по передней грани;
- $q_r R_{ls}$  – тепловой поток, первый раз отразившийся от левой стенки режущей пластины;
- $q_r R_{rs}$  – тепловой поток, первый раз отразившийся от правой стенки режущей пластины;
- $q_r R_{ls} R_{rs}$  – тепловой поток, первый раз отразившийся от правой стенки режущей пластины и первый раз отразившийся от левой стенки режущей пластины;
- $q_r R_{rs} R_{ls}$  – тепловой поток, первый раз отразившийся от правой стенки режущей пластины и первый раз отразившийся от левой стенки режущей пластины;
- $q_r R_{rs}^2 R_{ls}$  – тепловой поток, отразившийся от правой стенки режущей пластины, отразившийся от левой стенки и опять от правой стенки режущей пластины;





- $q_c R_c R_{rs} R_{ls}^2$  – тепловой поток, входящий в инструмент по задней грани, отразившийся от задней грани, от левой стенки, от правой стенки и от левой стенки режущей пластины;
- $q_c R_c R_{rs}^2 R_{ls}$  – тепловой поток, входящий в инструмент по задней грани, отразившийся от задней грани, от левой стенки, от правой стенки и от левой стенки режущей пластины;
- $q_c R_c R_{rs}^2 R_{ls}^2$  – тепловой поток, входящий в инструмент по задней грани, отразившийся от задней грани, от левой стенки, от правой стенки, от левой стенки и от правой стенки режущей пластины;
- $q_c R_c R_{rs}^2 R_{ls}^2$  – тепловой поток, входящий в инструмент по задней грани, отразившийся от задней грани, от левой стенки, от правой стенки, от левой стенки и от правой стенки режущей пластины;
- $q_c R_c R_{rs}^3 R_{ls}^2$  – тепловой поток, входящий в инструмент по задней грани, отразившийся от задней грани, от левой стенки, от правой стенки, от левой стенки, от правой стенки и от левой стенки режущей пластины;
- $q_c R_c R_{rs}^2 R_{ls}^3$  – тепловой поток, входящий в инструмент по задней грани, отразившийся от задней грани, от правой стенки, от левой стенки, от правой стенки, от левой стенки, и от правой стенки режущей пластины.

Указанные величины и позиции отраженных источников тепла справедливы только для режущей пластины с внешними плоскостями прямоугольной формы и при использовании этих данных для других видов режущих пластин поверхности необходимо аппроксимировать до прямоугольных. Так же необходимо учесть влияние температуры на теплофизические свойства резца.

Эта зависимость может быть представлена в виде:

$$k_T = k_0 + k_1 \cdot \theta. \quad (3.22)$$

Теперь температура в точке  $A(x', y', z')$ , рассчитанная по формулам (3.20) и (3.21), представляет собой функцию тепловых свойств, которые не являются температурой как таковой

$$\varphi(x, y, z) = \int_0^T k_T \cdot d\theta. \quad (3.23)$$

Используя преобразование Лапласа и используя выражение (3.22), формулу (3.23) можно записать как

$$\theta \cdot k_0 + 0,5\theta^2 \cdot k_1 = \varphi(x, y, z), \quad (3.24)$$

откуда следует

$$\theta = \begin{cases} -\frac{k_0}{k_1} + \sqrt{\left(\frac{k_0}{k_1}\right)^2 + \frac{2\phi(x,y,z)}{k_1}} & k_1 > 0, \\ -\frac{k_0}{k_1} - \sqrt{\left(\frac{k_0}{k_1}\right)^2 + \frac{2\phi(x,y,z)}{k_1}} & k_1 < 0. \end{cases} \quad (3.25)$$

Для определенного распределения  $\phi(x, y, z)$ , распределение температур из уравнения(3.25) численно дифференцируется по нормали к интересующей поверхности, после чего производная умножается на теплопроводность из уравнения (3.14). Следовательно, расчет температур производится нелинейно через определение функции  $\phi(x, y, z)$  с учётом зависимости теплопроводности от температуры материала резца и отражения тепловых потоков от граней резца.

Результаты расчёта были сравнены с результатами эксперимента и для коррекции модели, представленной выражениями(3.14) –(3.20), был введён фактор теплопередачи  $F_{ht}$

$$F_{ht} = \frac{(\Delta\theta_1 + \Delta\theta_2) \cdot \pi \cdot \tilde{k}_T}{4q_r \cdot b \cdot F_s}. \quad (3.26)$$

При помощи этого фактора коррекция модели может быть осуществлена через обычную замену предыдущего  $F_s$  на новое значение  $F_{ht}$ .

Данная модель распространения тепловых потоков в режущем инструменте была реализована на языке программирования *Microsoft Visual Basic 5.0*. Этот язык программирования был выбран из соображения актуальности, так как он позволяет создавать программное обеспечение для операционной системы *Windows'95* и из соображений быстродействия, так как *Microsoft Visual Basic 5.0* является 32<sup>-X</sup> битным продуктом, что позволяет использовать почти все аппаратные средства для решения задач.

Данная модель решается итерационным методом. Определение фактора теплопередачи  $F_{ht}$  сводится к последовательности итераций, и при достижении совпадения рассчитанных средних температур по двум вариантам с удовлетворительной точностью происходит расчет температурного поля внутри режущей пластины.

Исходными данными для расчета распространения тепловых потоков в режущей пластине являются: силы резания ( $P_z$ ,  $P_x$ , и  $P_y$ ), скорость резания ( $v$ ), глубина резания ( $a$ ), длина контактной зоны ( $l_c$ ), ширина контактной зоны ( $b$ ), длина контактной зоны по задней по-

верхности ( $h$ ), угол наклона плоскости сдвига ( $\varphi$ ) или коэффициент усадки стружки ( $r$ ), теплопроводность материала режущей пластины ( $k_T$ ), коэффициент, показывающий изменение теплопроводности материала режущей пластины с повышением температуры ( $k_1$ ), теплопроводность материала заготовки ( $k_c$ ), теплоемкость материала заготовки ( $c_c$ ), плотность материала заготовки ( $\rho_c$ ), коэффициент, определяющий какая часть всей энергии, затрачиваемая на обработку, преобразуется в тепло ( $B_0$ ), коэффициент, определяющий какая часть тепла, выделяющаяся в зоне сдвига, уходит в стружку ( $B_1$ ), температура окружающей среды ( $\theta_0$ ), температура материала заготовки возле зоны резания ( $\theta_{add}$ ), толщина режущей пластины ( $S$ ), ширина режущей пластины ( $S_1$ ).

Расчет фактора теплопередачи  $F_{ht}$  производится при определении средней температуры на поверхности контактной зоны. Для первого расчета берется произвольное значение фактора теплопередачи  $F_{ht}$  (по умолчанию в программе принимается  $F_{ht} = 0,3$ ) и производится определение средней температуры на поверхности контактной зоны по следующей схеме:

Общая энергия, затрачиваемая на процесс резания

$$E = P_z \cdot v, \quad (3.27)$$

где  $v$  – скорость резания.

Энергия, затрачиваемая на деформацию материала в стружку

$$E_l = E \cdot B_0. \quad (3.28)$$

Следовательно, энергию, преобразованную в тепло, можно представить в виде

$$E_h = E - E_l. \quad (3.29)$$

Это вся тепловая энергия, которая выделяется как в зоне сдвига при деформации материала, так и на контактной поверхности в результате трения стружки о инструмент. Тогда энергию, преобразованную в тепло, можно выразить через сумму тепловой энергии, выделяющейся в зоне сдвига, и тепловой энергии, выделяющейся в результате трения на контактной поверхности:

$$E_h = E_f + E_{sh}, \quad (3.30)$$

где  $E_f$  – энергия, выделяющаяся на контактной поверхности в результате трения стружки об инструмент;  $E_{sh}$  – энергия, выделяющаяся в зоне сдвига.

В свою очередь энергию  $E_f$  можно представить

$$E_f = P_f \cdot v_c, \quad (3.31)$$

где  $P_f$  – сила трения (при ортогональном резании  $P_f = P_y$ );  $v_c$  – скорость скольжения стружки по передней поверхности резца.

Подставляя выражение (3.31) в формулу (3.30), получаем значение  $E_{sh}$ . Далее при помощи коэффициента  $B_1$  вычисляем, какая часть энергии, выделяющаяся в зоне сдвига, уходит в стружку

$$E_c = E_{sh} \cdot B_1. \quad (3.32)$$

Тепловой поток, входящий в стружку, определяется

$$q_{sc} = \frac{E_c}{b \cdot l_s}. \quad (3.33)$$

Приращение температуры стружки после прохождения зоны сдвига, вызванное тепловым потоком  $q_{sc}$ , рассчитывается по зависимости

$$\Delta\theta_{sc} = \frac{q_{sc}}{c_c \cdot \rho_c \cdot v}. \quad (3.34)$$

После этого температура стружки определяется

$$\theta_s = \Delta\theta_{sc} + \theta_0 + \theta_{add}. \quad (3.35)$$

Тепловой поток, генерируемый в зоне контакта стружки и режущей пластины, рассчитывается

$$q_r = \frac{E_f}{b \cdot l_c}. \quad (3.36)$$

Часть теплового потока, уходящая в стружку, определяется при помощи коэффициента  $B_2$

$$q_{rc} = q_r \cdot B_2. \quad (3.37)$$

После этого по последовательности формул (3.14), (3.15), (3.16), (3.17), (3.18), (3.19) и (3.20) производится расчет средней температуры на поверхности контакта стружки с режущей пластиной и суммарного теплового потока, входящего в инструмент.

На основе полученных результатов происходит расчет температурного поля по формулам (3.21) и (3.22) непосредственно под контактной поверхностью, принимая допущение, что температуры точек, лежащих на контактной поверхности и непосредственно под ней, – эквивалентны. Затем температура рассчитанных точек усредняется и сравнивается со средней температурой, рассчитанной по предыдущему алгоритму.

Если величины рассчитанных средних температур совпадают, удовлетворяя поставленное условие точности, то по формулам (3.20)

и (3.21) происходит дальнейший расчет температурных полей внутри всего объема режущей пластины.

Если рассчитанные величины средних температур не удовлетворяют условию точности, то происходит перерасчет фактора теплопередачи по формуле (3.17) с подстановкой последних рассчитанных значений средней температуры на поверхности контакта и теплового потока. После этого вышеописанные расчеты повторяют до тех пор, пока не выполнится условие совпадения расчетных температур.

Основная часть программы, непосредственно связанная с определением фактора теплопередачи, расчетом температурных полей и выводом результатов на экран монитора, состоит из главной программы и четырех подпрограмм – *Flux*, *Exsp*, *Gn5* и *Culc*. Блок-схема программ представлена на рис. 3.11 – 3.14.

В главной программе производится ввод всех необходимых исходных данных, вызов подпрограмм, проверка условия сходимости и вывод данных на дисплей. После завершения процесса ввода исходных данных в главной программе происходит вызов подпрограммы *Flux*, которая рассчитывает среднюю температуру на поверхности контакта и тепловой поток, входящий в инструмент, исходя из режимов резания, теплофизических характеристик материала и, для первого раза произвольно взятого, фактора теплопередачи. После возврата в основную программу происходит вызов подпрограммы *Exsp*. Исходными данными для этой подпрограммы служат: величина теплового потока на передней поверхности (рассчитанная в подпрограмме *Flux*), теплофизические характеристики материала режущего инструмента и стружки и геометрия режущей пластины. Расчет средней температуры на поверхности контакта происходит для каждой отдельно взятой точки, находящейся непосредственно под поверхностью контакта, по формулам (3.21) – (3.25). Расчет отражений тепловых потоков от граней режущей пластины производит подпрограмма *Culc*. Эта подпрограмма считает для каждой точки суммарный отраженный тепловой поток после отражения от всех предусмотренных в модели граней.

После завершения расчета температур точек под контактной поверхностью путем нахождения среднего арифметического для всех рассчитанных температур. Исходя из этих данных, по формуле (3.30) рассчитывается новое значение фактора теплопередачи и происходит возврат в основную программу.

В основной программе сравниваются значения средних температур, полученные при расчете подпрограммами *Flux* и *Exsp*.

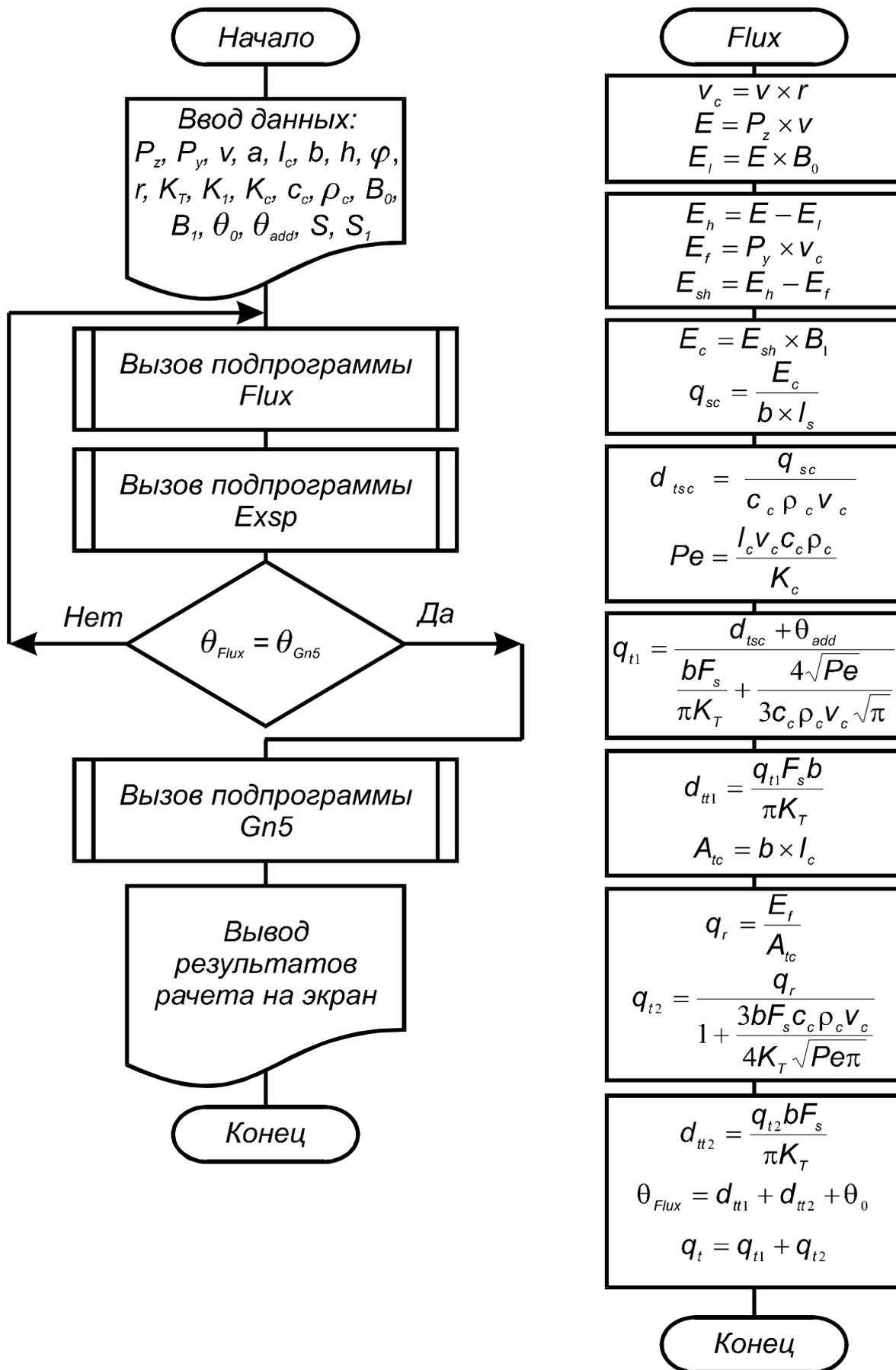


Рис. 3.11. Блок-схема основной программы и подпрограммы Flux.

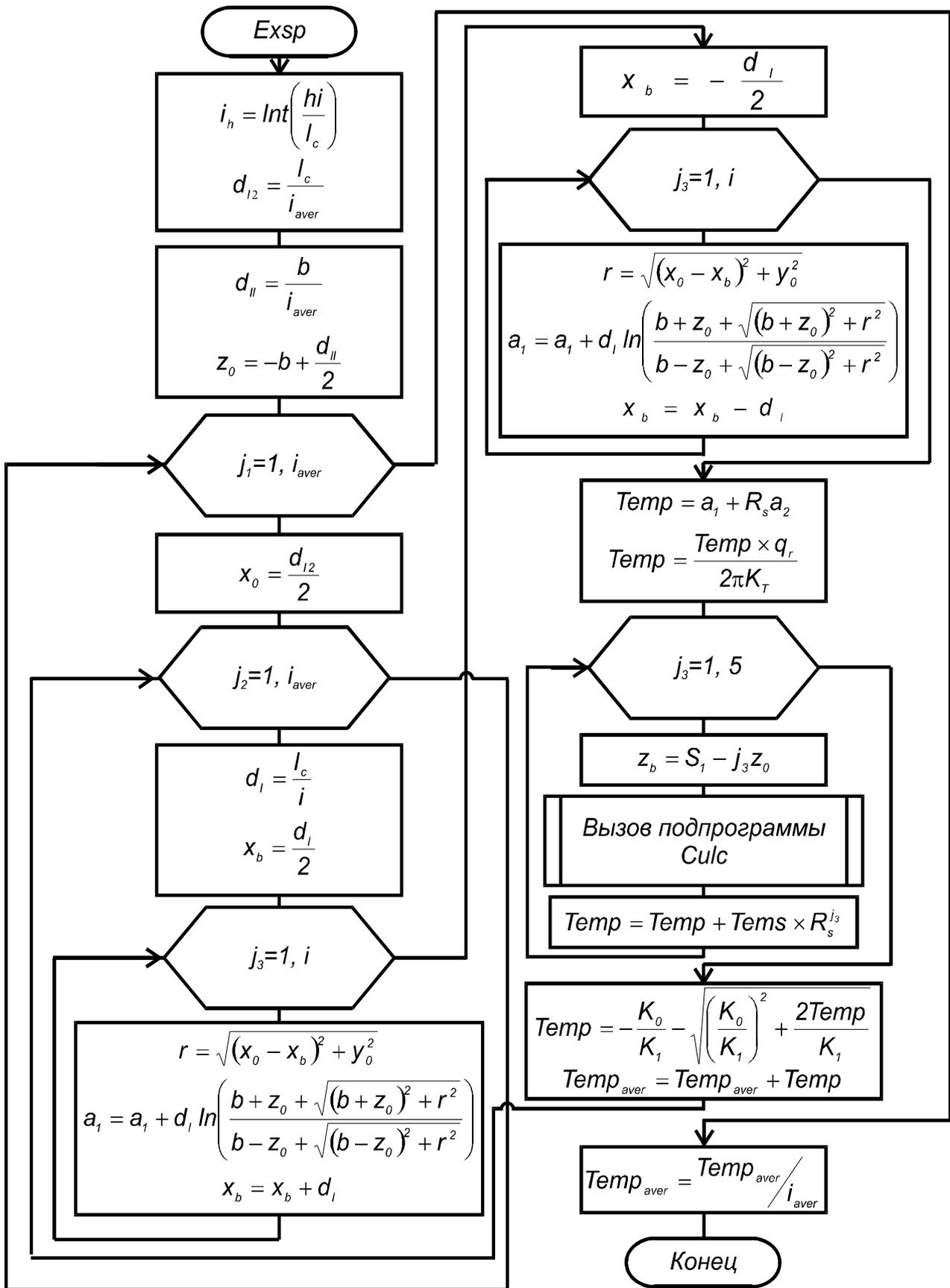


Рис. 3.12. Блок-схема подпрограммы *Exsp*.

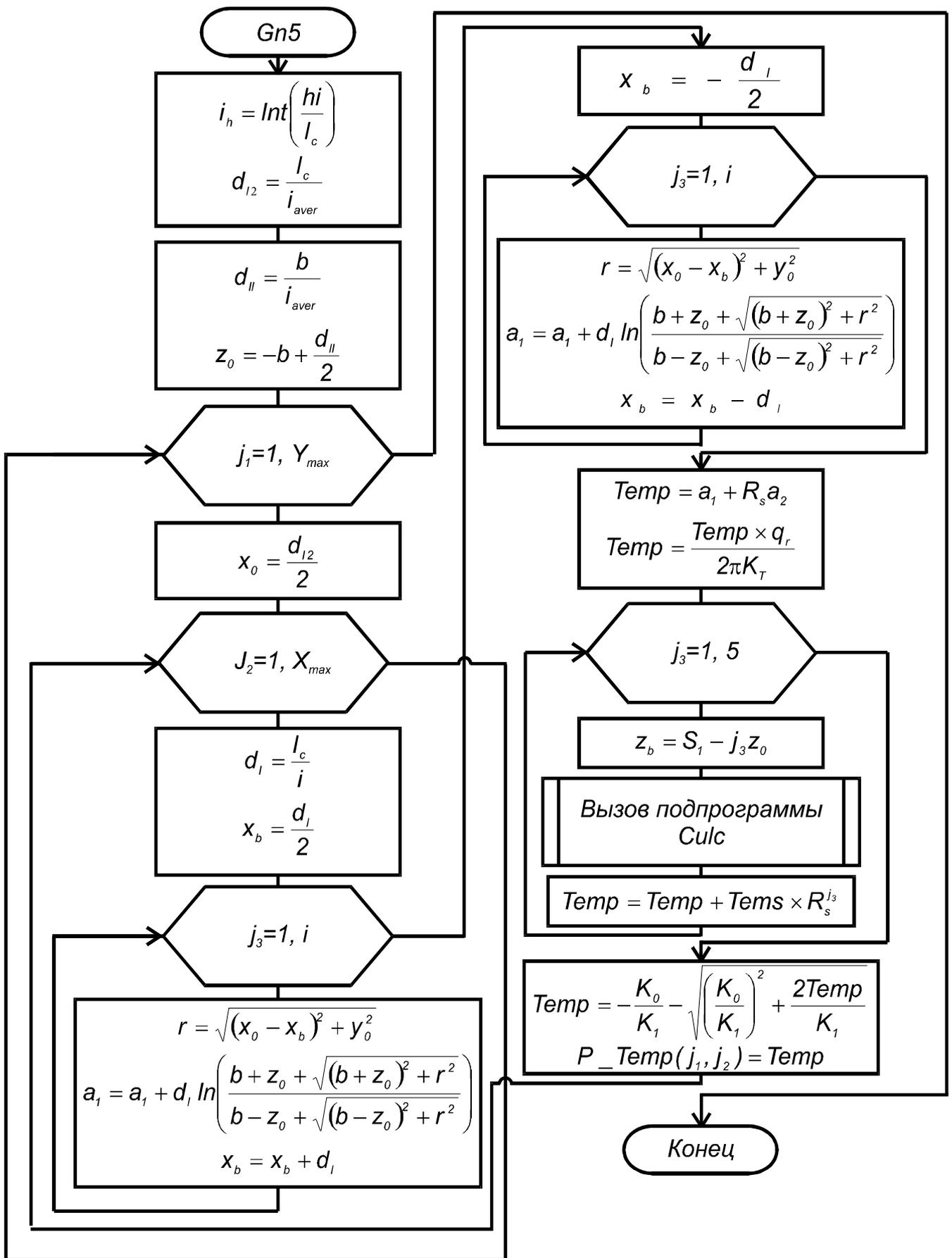


Рис. 3.13. Блок-схема подпрограммы **Gn5**.

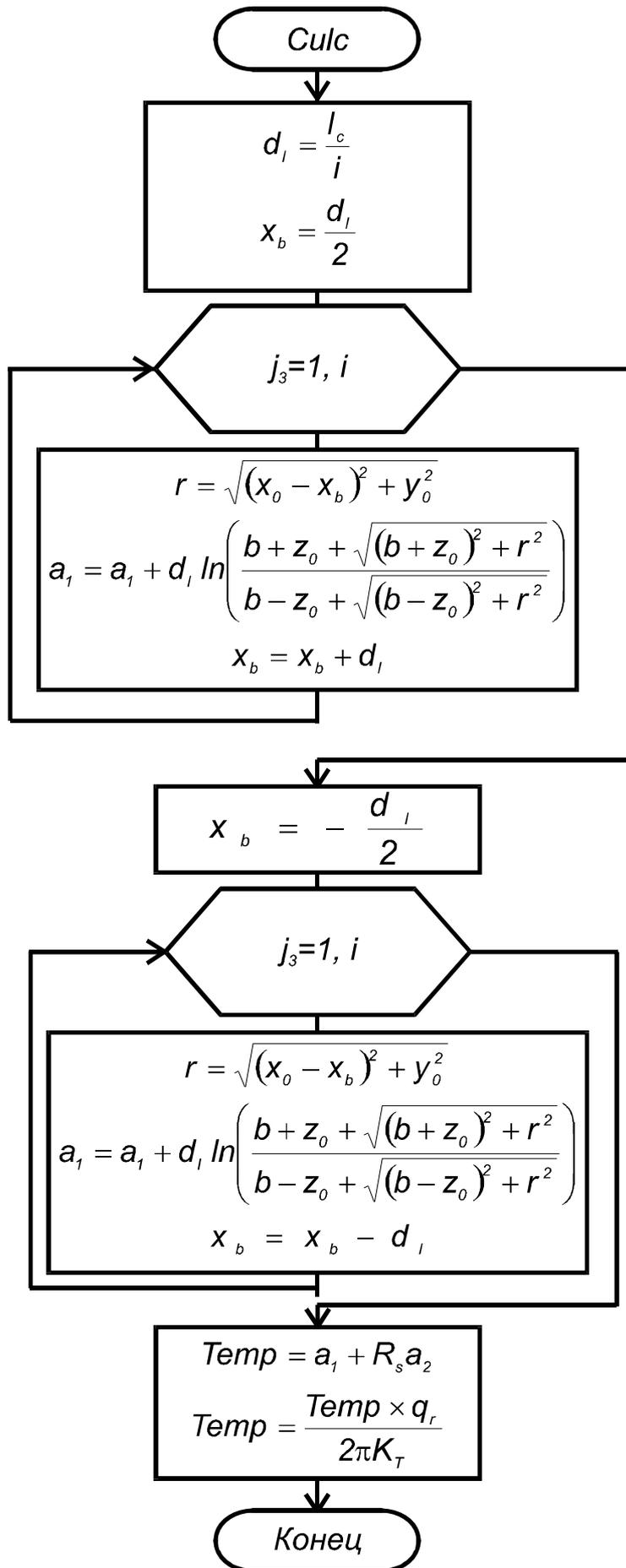


Рис. 3.14. Блок-схема подпрограммы *Culc*.

Если рассчитанные средние температуры не удовлетворяют поставленным условиям совпадения, то опять происходит вызов подпрограммы *Flux* и расчет ведется с учетом нового значения фактора теплопередачи, а затем и подпрограммы *Exsp*. Если рассчитанные средние температуры совпали, то происходит вызов подпрограммы *Gn5*, которая ведет расчет по аналогичной схеме, что и *Exsp*, но расчет температур точек ведется по всему объему режущей пластины и результаты расчета заносятся в трехмерный массив. После завершения расчета температуры для всех точек режущей пластины опять происходит возврат в основную программу и вывод данных расчета в виде графической информации на экран. В программе так же предусмотрена возможность записи данных на магнитные носители в виде текстовых файлов последовательной записи и чтения.

Таблица 3.2

Результаты расчетов температуры резания

Расчет №	1	2	3	4	5	6	7
$Q_r, \text{Вм/мм}^2$	24.0	41.2	42.3	45.8	47.1	67.9	93
$\Delta\theta_1, ^\circ\text{C}$	269	569	590	681	717	727	722
$\Delta\theta_2, ^\circ\text{C}$	362	514	523	523	523	595	568
$\Delta\theta_{max}, ^\circ\text{C}$	702	1189	1220	1320	1357	1408	1538
$\theta_c, ^\circ\text{C}$	651	1103	1133	1224	1260	1342	1441
$l_c, \text{мм}$	1.2					0.7	0.5
$Y_{Tmax}, \text{мм}$	0.6					0.35	0.25
$\rho, \text{г/см}^3$	7.8		7.5				
$c, \text{Дж/кг}^\circ\text{C}$	1000	450					
$k_c, \text{Вт/м}^\circ\text{C}$	22						
$k_T, \text{Вт/м}^\circ\text{C}$	30						
$B_0$	0.1			0			
$B_1$	0.95				1		
$F_{ht}$	0.31					0.23	0.18

Данные эксперименты проводились при точении стали 45 резцом Т15К6 ( $\gamma = -5^\circ$  и  $\alpha = 7^\circ$ ) со скоростью резания 100 м/мин, подаче 0,1 мм/об и глубине резания 2 мм. Сила трения имела величину  $P_F = 670$  Н, а нормальная сила была равна  $P_N = 770$  Н, температура окружающей среды  $\theta = 25^\circ\text{C}$ .

Для того чтобы оценить точность предложенного метода расчета температурных полей необходимо сравнить результаты расчета с экспериментальными данными. Экспериментальные данные были получены по методике, изложенной ниже.

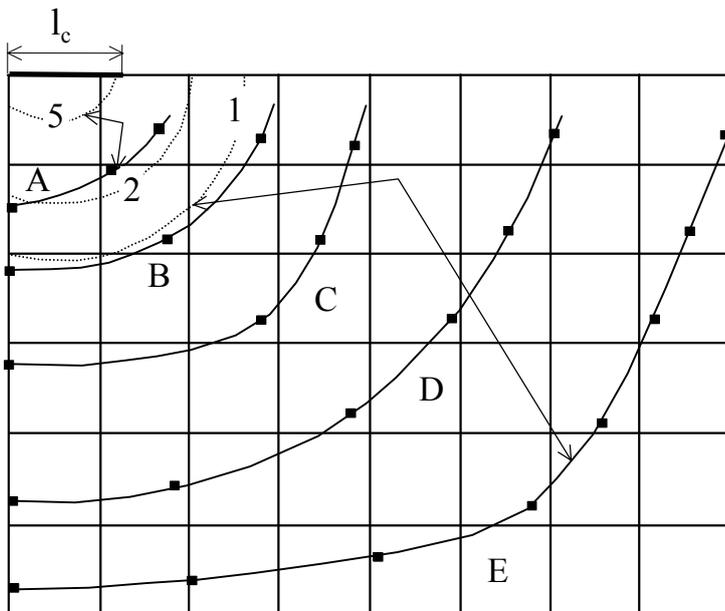


Рис. 3.15. Результаты расчета температур при  $q_r=32,7 \text{ Вт/мм}^2$ ,  $l_c=0,7 \text{ мм}$ .

Влияние исходных данных на результаты расчета предложенного метода по расчету распределения температуры в режущем инструменте представлены в табл. 3.2.

Дальнейший расчет распределения температур по формулам (3.21) и (3.22) и сравнение полученных результатов с результатами эксперимента показало, что первый расчет температурных полей при полученном тепловом потоке, входящем

в инструмент,  $q_r = 17,0 \text{ Вт/мм}^2$  дал плохое совпадение с распределением температур, полученным экспериментально (рис.3.15). Для повышения точности совпадения расчетных температурных полей с экспериментальными было произведено итерационное изменение значения теплового потока  $q_r$  ( $34,7 \text{ Вт/мм}^2$ ) и длины контактной зоны  $l_c$  (расчеты 6 – 7 в табл. 3.2). Результаты расчета показаны на рис. 3.16,а и 3.16,б. Так, для достижения совпадения расчетной и экспериментальной изотерм со значением  $831^\circ\text{C}$  понадобилось повышение значения теплового потока  $q_r$  до  $42,5 \text{ Вт/мм}^2$  и длинны контактной

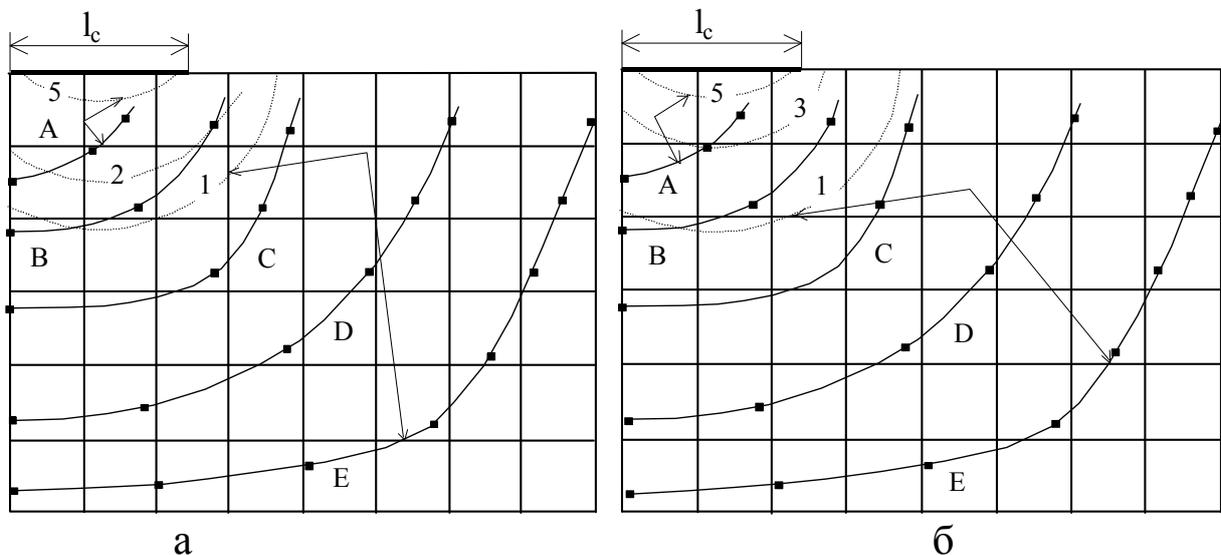


Рис. 3.16. Результаты расчетов температур при  $l_c=1,2 \text{ мм}$ .  
 а –  $q_r=34,7 \text{ Вт/мм}^2$       б –  $q_r=42,5 \text{ Вт/мм}^2$

зоны  $l_c = 1,2$  мм, но это привело к нереально высокой температуре на поверхности контакта:  $1762^{\circ}\text{C}$ . Данная температура приблизительно равна температуре плавления кобальта, содержащегося в материале режущей пластины.

Это показывает, что варьирование только величиной теплового потока и длиной контакта не приведет к совпадению всех расчетных изотерм с экспериментальными и для повышения точности модели необходимо рассмотреть влияние изменения распределения теплового потока вдоль длины контактной зоны, изменения коэффициентов отражения

от граней режущего инструмента, температуры заготовки, нелинейности теплофизических свойств материала режущего инструмента.

Таблица 3.3

Значения изотерм на диаграммах

Экспериментальные	Расчетные
A – $980^{\circ}\text{C}$	1 – $422^{\circ}\text{C}$
B – $831^{\circ}\text{C}$	2 – $567^{\circ}\text{C}$
C – $669^{\circ}\text{C}$	3 – $669^{\circ}\text{C}$
D – $567^{\circ}\text{C}$	4 – $831^{\circ}\text{C}$
E – $422^{\circ}\text{C}$	5 – $980^{\circ}\text{C}$
	6 – $1095^{\circ}\text{C}$
	7 – $1227^{\circ}\text{C}$
	8 – $1359^{\circ}\text{C}$
	9 – $1471^{\circ}\text{C}$
	10 – $1735^{\circ}\text{C}$

### 3.3. АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ ЧИСЛЕННЫХ РАСЧЕТОВ

Было проанализировано влияние изменения распределения теплового потока, отражения от граней режущего инструмента (рис. 3.17 и 3.18), температуры заготовки, нелинейности теплофизических свойств материала режущего инструмента (рис. 3.19).

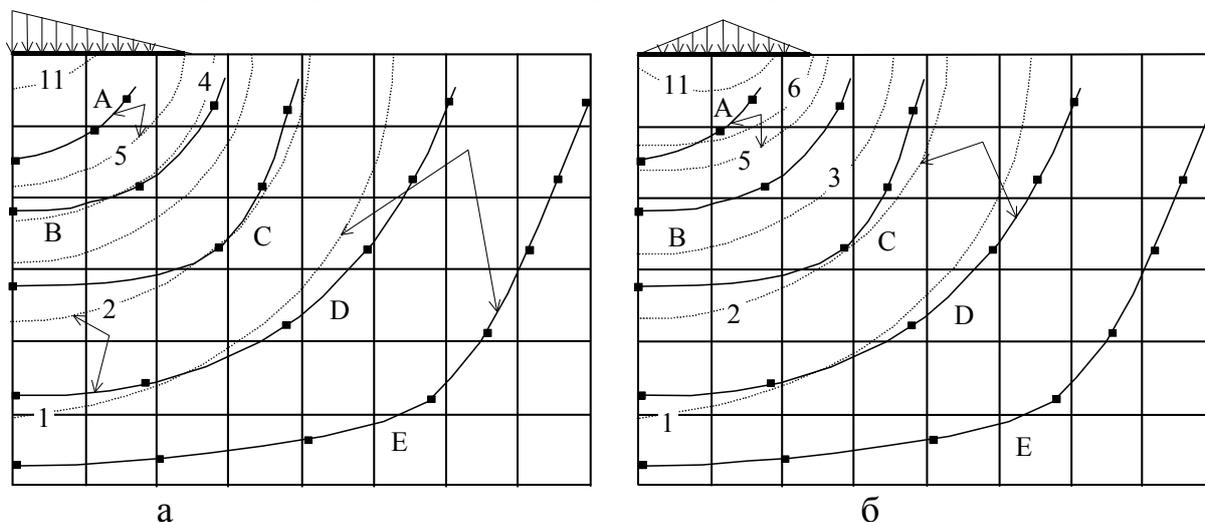


Рис. 3.17. Расчет температурных полей при различном распределении теплового потока вдоль длины контакта.

Влияние изменения распределения теплового потока вдоль длины контактной зоны на распределение температур внутри режущего инструмента оказалось незначительным и наиболее удовлетворительным оказалось равномерное распределение теплового потока вдоль длины контакта.

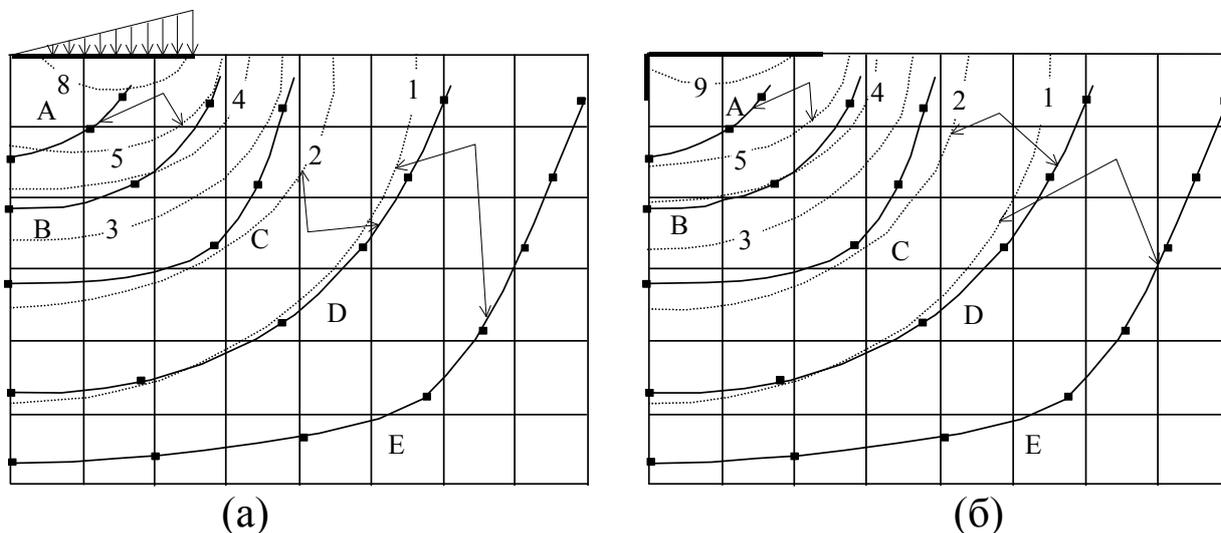


Рис. 3.18. Расчет температурных полей:  
 а - при различном распределении теплового потока вдоль длины контакта;  
 б - с учетом источника тепла на задней поверхности.

Изменение величины теплового потока  $q_h$ , входящего в инструмент по задней поверхности, не привело к совпадению всех расчетных изотерм с экспериментальными и оказало влияние лишь на положение максимума температур. Увеличение величины теплового потока приводит только к смещению максимума температур в направлении режущей кромки и увеличению расстояния между расчетной и экспериментальной изотермами для температуры  $980^{\circ}\text{C}$ . Величина

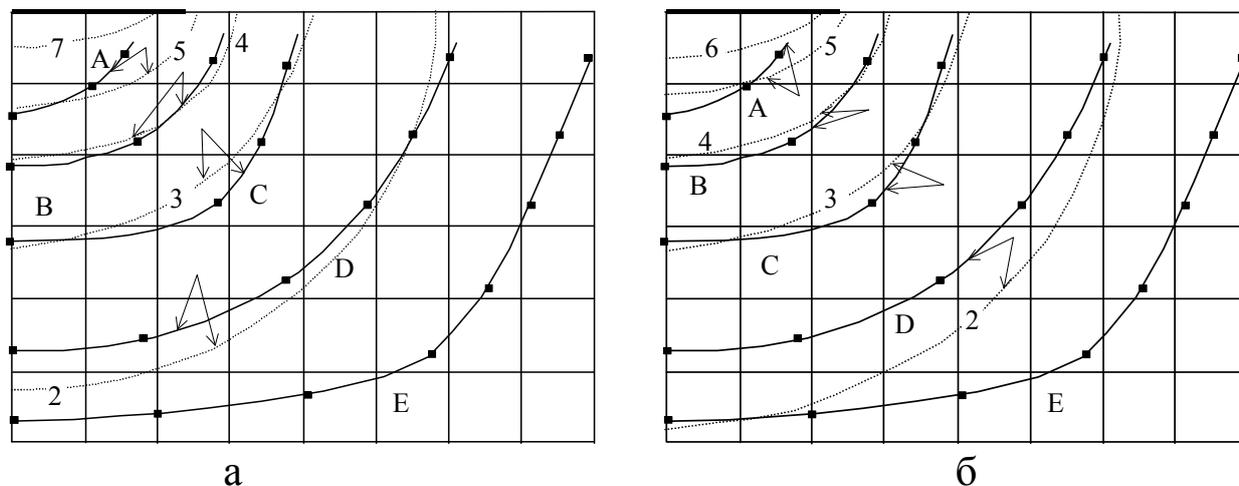


Рис. 3.19. Расчет температурных полей:  
 а - с учетом отражения тепловых потоков от граней резца;  
 б - с учетом нелинейности теплофизических свойств материала резца.

контактной поверхности на задней грани была принята 0,1 мм. Дальнейшие расчеты показали, что для достижения максимальной точности расчетов тепловой поток, входящий в режущий инструмент по задней грани, принимает отрицательное значение, то есть происходит отток тепла через контактную зону на задней поверхности. Однако, при увеличении износа инструмента тепловой источник на задней грани становится настолько мощным, что приводит к возрастанию теплового потока и притоку тепла в режущий инструмент, то есть значение теплового потока становится положительным.

Из всего вышесказанного следует, что изменение только величин тепловых потоков, входящих в инструмент по передней и задней поверхностям и их распределению вдоль длины контакта, не приводит к желаемому результату.

Следующие параметры, влияющие на распределение температур, это – коэффициенты отражения тепловых потоков от граней инструмента. Все предыдущие расчеты производились при  $R_p=R_c=1$ ,  $R_s=0$ , но как только были приняты в расчет коэффициенты отражения тепла от боковых граней ( $R_{ls}=R_{rs}=R_s=1$ ), степень совпадения расчетных температурных полей с экспериментальными сразу возросла и произошло уменьшение величины теплового потока, входящего в инструмент по задней поверхности. Небольшое несовпадение изотерм при низких температурах может быть объяснено охлаждающим влиянием державки.

Для достижения наилучшего совпадения расчетных и экспериментальных температурных полей в модель были включены изменения теплофизических параметров материала режущей пластины с повышением температуры (рис. 3.19). Введение нелинейности теплофи-

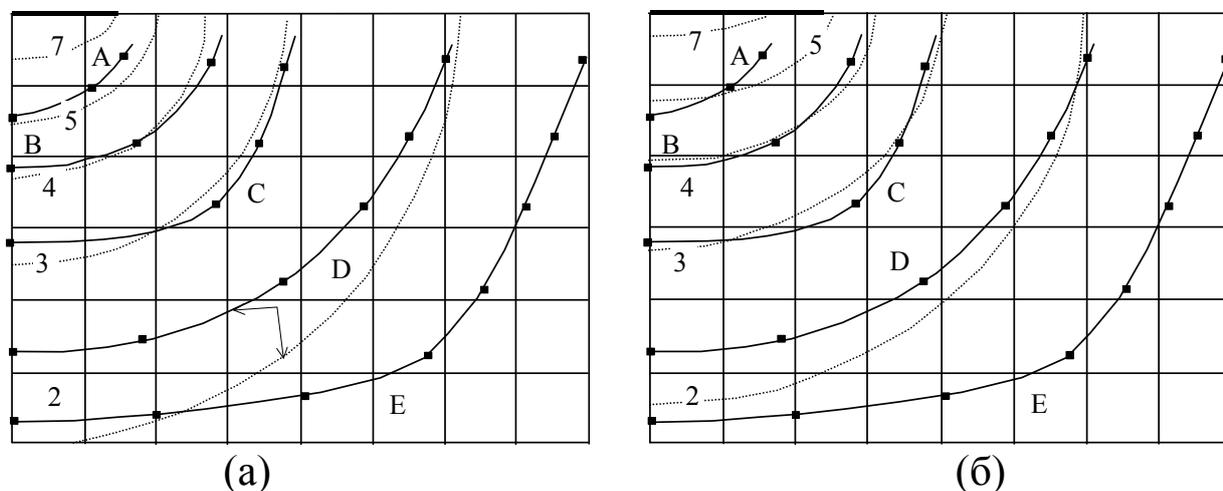


Рис. 3.20. Расчет температурных полей с учетом нагрева материала заготовки.

зических параметров не только увеличило точность расчетов, но и привело к понижению температуры на поверхности контакта до вполне приемлемых границ ( $\theta_c = 1171^\circ\text{C}$ ,  $\theta_{max} = 1300^\circ\text{C}$ ).

Так же для достижения наиболее полного представления теплофизических процессов, происходящих при обработке металлов резанием, в данной модели был введен еще один параметр – температура нагрева заготовки  $\theta_{add}$  (рис. 3.20,а). Этот параметр может оказывать серьезное влияние на конечный результат расчетов тем, что материал заготовки еще до прохождения зоны сдвига, уже нагрет до определенной температуры от предыдущего прохода (значительно превышающей температуру воздуха  $T_0$ ), что увеличивает среднюю температуру в зоне сдвига, тепловой поток входящий в стружку, а следовательно и тепловой поток, входящий в инструмент.

Учитывая влияние на модель по расчету температурных полей всех вышеописанных параметров, для достижения максимальной точности расчетов были использованы следующие значения:  $R_s = R_c = 0,7$ ,  $l_c = 1,2$  мм и  $T_{add} = 183^\circ\text{C}$  (рис. 3.20,б).

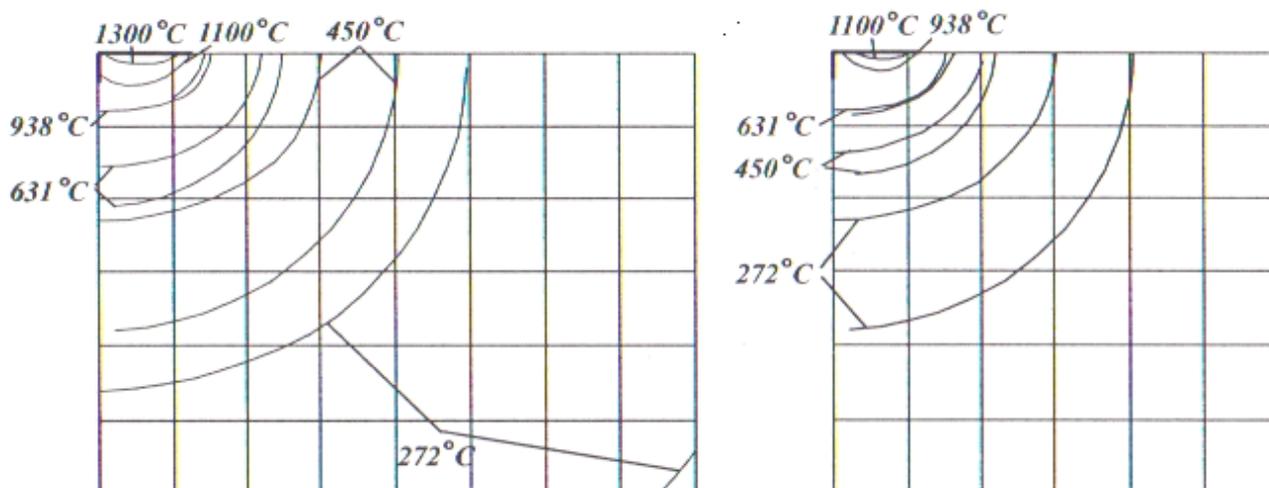


Рис. 3.21. Расчет температурных полей: а - TiC-WC-Co; б - Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>

Применение данного метода по расчету температурных полей можно показать на примере сравнения произведенных выше расчетов при резании твердосплавной (TiC-WC-Co) режущей пластиной (рис. 3.21,а) и минералокерамической (Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>) режущей пластиной (рис. 3.21,б). В расчетах были приняты следующие зависимости для представления нелинейности теплопроводности материала резцов:

$$K_T = 28,0 + 0,0054\theta \text{ Вт/м}^\circ\text{C} \text{ для TiC-WC-Co}$$

$$K_T = 28,0 + 0,0054\theta \text{ Вт/м}^\circ\text{C} \text{ для Al}_2\text{O}_3$$

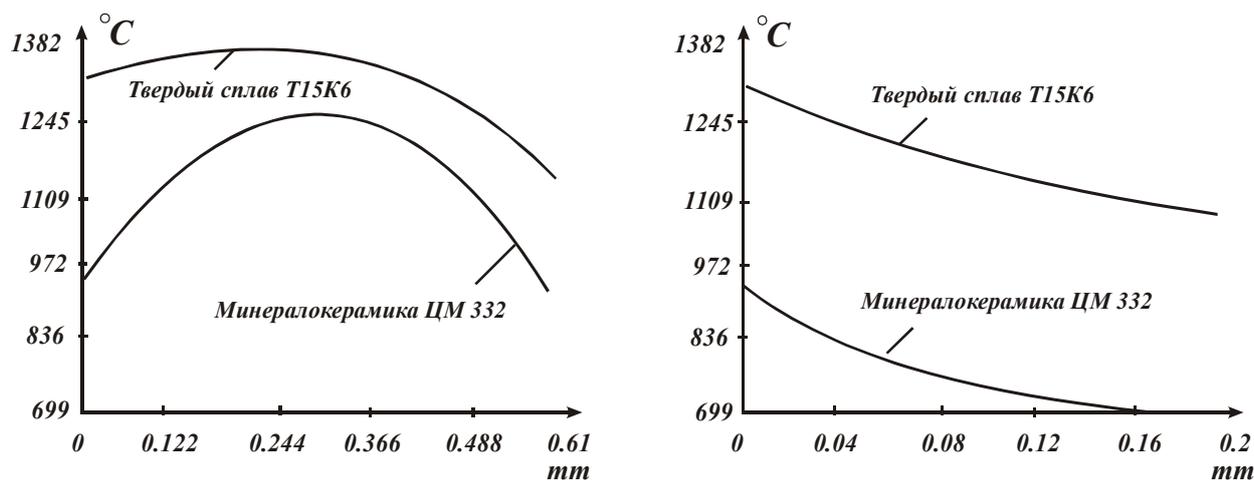


Рис. 3.22. Сравнение контактных температур:  
а - на передней поверхности; б - на задней поверхности.

Сравнение контактных температур на передней и задней поверхностях для двух материалов представлено на рис. 3.22, а,б. Значение фактора теплопередачи твердосплавной и минералокерамической режущей пластины равняется 0,818 и 1,086 соответственно.

Результаты расчетов показывают удовлетворительную степень совпадения расчетных и экспериментальных температурных полей,

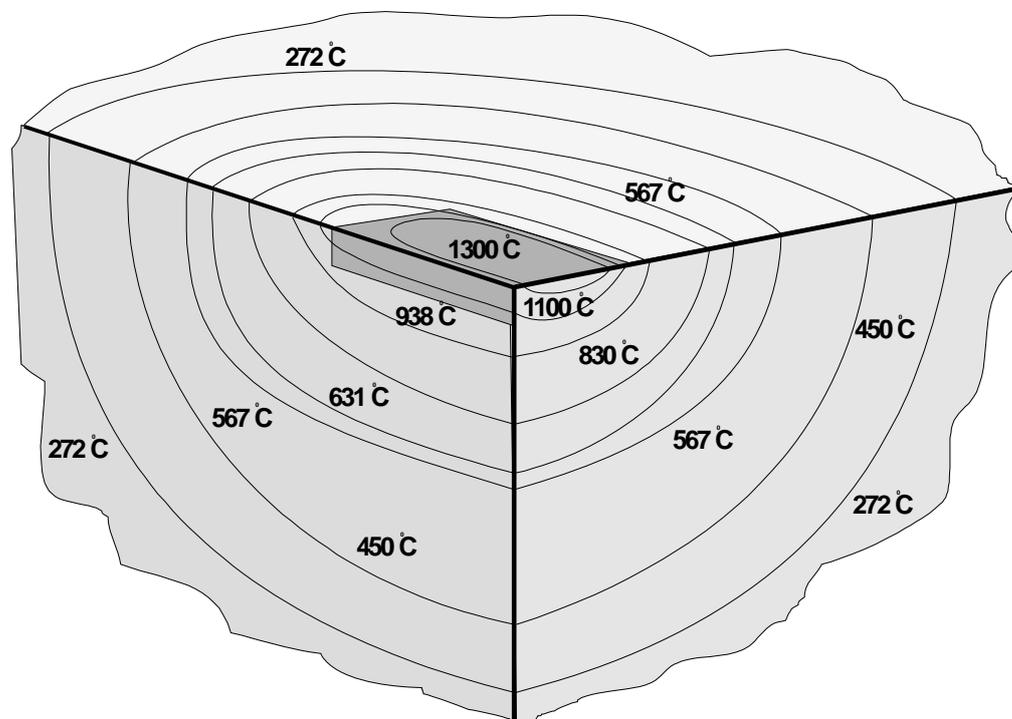


Рис. 3.23. Расчет температурных полей режущего инструмента в трехмерной координатной системе при точении стали 45 резцом Т15К6 ( $\gamma = -5^\circ$  и  $\alpha = 7^\circ$ ) со скоростью резания 100 м/мин, подаче 0,1 мм/об и глубине резания 2 мм. Сила трения имела величину  $P_F = 670$ Н, а нормальная сила была равна  $P_N = 770$ Н, температура окружающей среды  $\theta = 25^\circ$ С.

однако наблюдается некоторое несовпадение изотерм в районе около контактной поверхности. Это объясняется тем, что в реальных условиях тепловой поток не является стабильным и стационарным и тем, что в процессе резания происходит износ режущего инструмента. Но, не смотря на это, точность данного метода лежит в пределах 1 - 3 %.

Результаты расчета температуры в резце в трехмерном координатном пространстве представлены на рис. 3.23.

Для учета влияния вышеописанных параметров на расчет средней температуры на поверхности контакта по формулам (3.14) – (3.20) и (3.21) – (3.25), как описано выше, введен фактор теплопередачи  $F_{ht}$ .

Этот фактор учитывает суммарное влияние величин коэффициентов отражения и особенности теплопередачи в материале резца. При проведении расчетов было замечено, что при увеличении значения фактора теплопередачи происходит возрастание теплового потока и уменьшение средней температуры на поверхности контакта. Уменьшение значений коэффициентов отражения приводит к возрастанию величины фактора теплопередачи, а увеличение степени нелинейности приводит к уменьшению. Величина фактора теплопередачи колеблется от 1,5 до 0,1.

#### **3.4. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ТЕМПЕРАТУРЫ РЕЗАНИЯ РАЗЛИЧНЫМИ МЕТОДАМИ**

Проверка точности расчетов производится по результатам измерения температуры различными методами.

Среди термоэлектрических методов измерения температуры резания наибольшее распространение находит метод естественной термопары “деталь - инструмент” (Д-И). Если при других термоэлектрических методах измерения необходимы специальные приготовления, то метод естественной термопары характеризуется простотой осуществления.

Эксперименты проводились при точении и обрезке заготовок на станках. В качестве обрабатываемых материалов применялись стали и сплавы, физико-механические свойства которых приведены в табл. 3.4.

Выбор указанных материалов обусловлен необходимостью выяснить влияние на температуру резания различных механических и теплофизических характеристик.

Таблица 3.4

№	Материал	$\sigma_v$ , ГПа	$\delta$ , %	$l_{cp}$ , ГПа	$\lambda$ , Вт/м·к
1.	Ст 45	0,68	18	0,61	42
2.	Ст 48	0,75	12	0,63	38
3.	Ст 40Х	0,83	12	0,69	33
4.	Ст ХВГ	0,85	20	0,76	28
5.	Ст Р6М5	0,82	14	0,72	26
6.	Ст ШХ15	1,24	3,5	0,93	33
7.	Х18Н10Т	0,7	65	1,05	22
8.	Ст 65Г	0,9	12,5	0,76	35
9.	ХН70МВГЮЕ	1,22	25	1,18	18
10.	ХН70ВМТЮ	1,27	24	1,21	15

В качестве инструментальных материалов были выбраны твердые сплавы марок Т15К6, ВК8, Т5К10, развивающие различные ТЭДС в паре с обрабатываемыми материалами. В качестве режущих инструментов применялись резцы с наполненными пластинами и с механическим креплением пластин из твердого сплава.

Для изучения поведения термопары “Д-И” при резании с целью термостатирования холодного спая применялись цельные твердосплавные стержни-резцы. Эти же стержни были использованы в качестве термоэлектродов при тарировании.

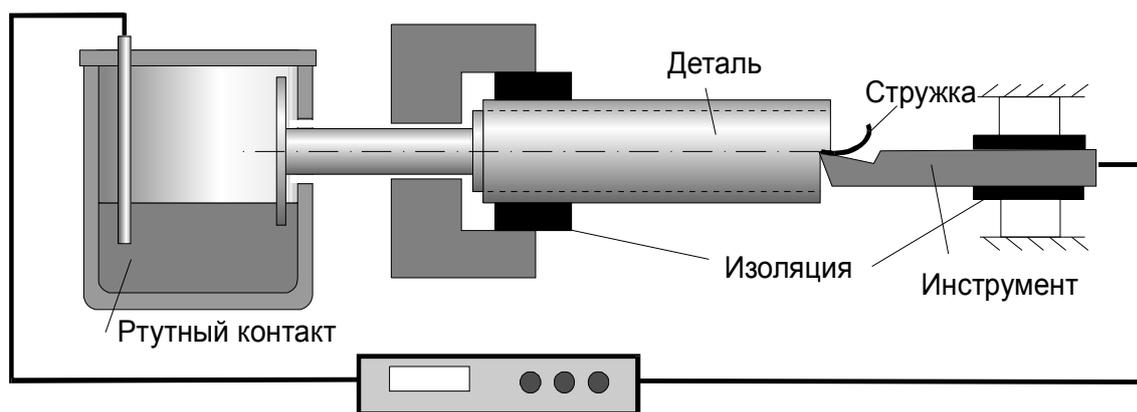


Рис. 3.24. Схема измерения ТЭДС.

Измерение ТЭДС при точении проведено по схеме, показанной на рис. 3.24 со встроенным токосъемником и без токосъемника путем прямого соединения заготовки с прибором, что позволило устранить возможное влияние искажений, вызванных токосъемником на измеряемую ТЭДС.

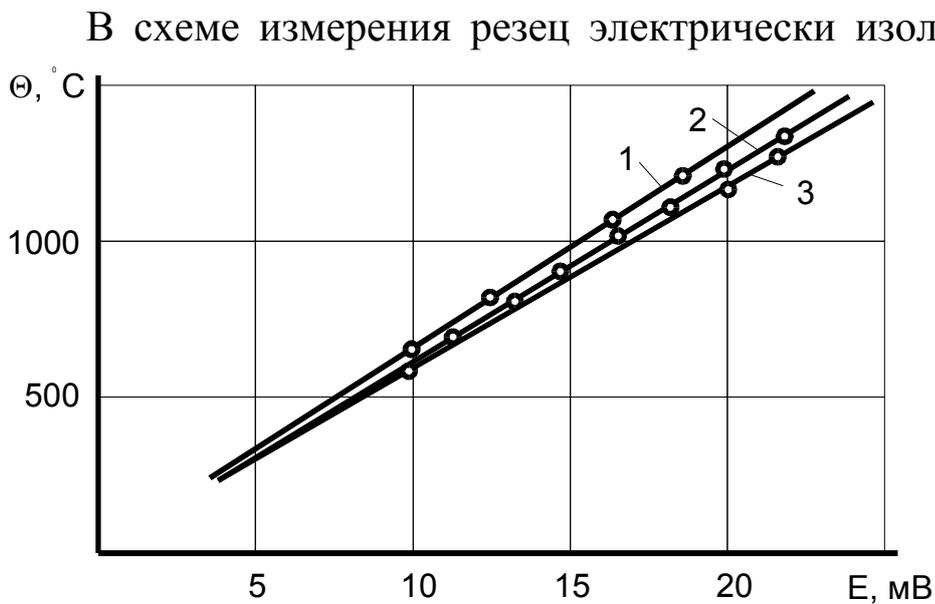


Рис. 3.25. Тарировочные кривые пар:  
1 – ст30ХГСН2А-Т5К10, 2 – ст12Х18Н10-ВК8,  
3 – стХ18Н10Т-ВК8.

В схеме измерения резец электрически изолировался от динамометра вкладышем из гетинакса. К концу одного из проводов, ведущих к регистрирующему прибору, была припаяна медная пластинка толщиной 0,15 мм, которая при креплении резца плотно прижималась к его хвостовику. При

каждой смене резца - и резец, и пластинка тщательно зачищались мелкой шлифовальной бумагой. Съём тока производился через ртутно-амальгамированный токосъёмник типа  $T_{рах-6}$ .

Сопоставление данных ТЭДС, измеренных токосъёмником и с прямым соединением, не приводило к существенному разбросу показаний. Разброс измеренных величин в диапазоне скоростей резания 0,66 ... 6 м/с не превышал 0,3 мВ.

В качестве измерительных приборов применялись цифровые вольтметры фирмы *Siemens* с высоким внутренним сопротивлением. Как известно, применение приборов с высоким внутренним сопротивлением, в данном случае, необходимо для устранения помех, связанных с возможным изменением внешних контактных сопротивлений цепи. При измерении температуры резания были учтены и такие факторы, влияющие на показания ТЭДС, как жест-

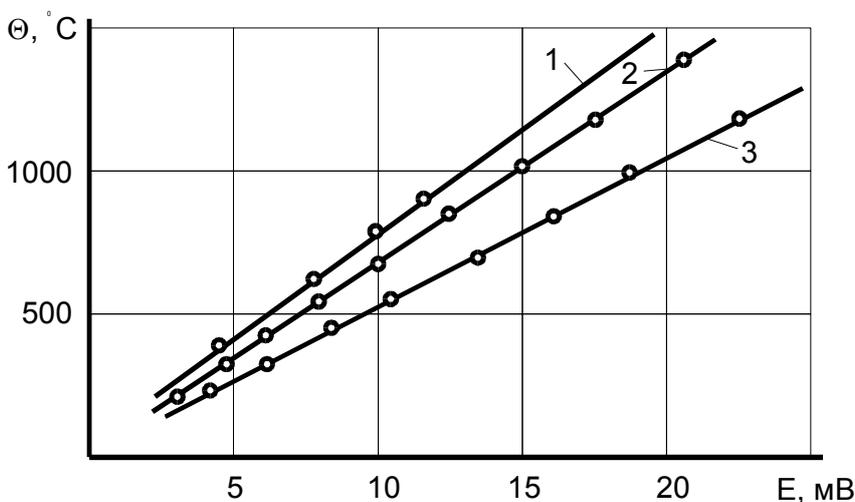


Рис. 3.26. Тарировочные кривые пар:  
1 – ст30ХГСН2А-Т15К10, 2 – ст45-Т15К6,  
3 – стХВГ-Т15К6.

костью, в данном случае, необходимо для устранения помех, связанных с возможным изменением внешних контактных сопротивлений цепи. При измерении температуры резания были учтены и такие факторы, влияющие на показания ТЭДС, как жест-

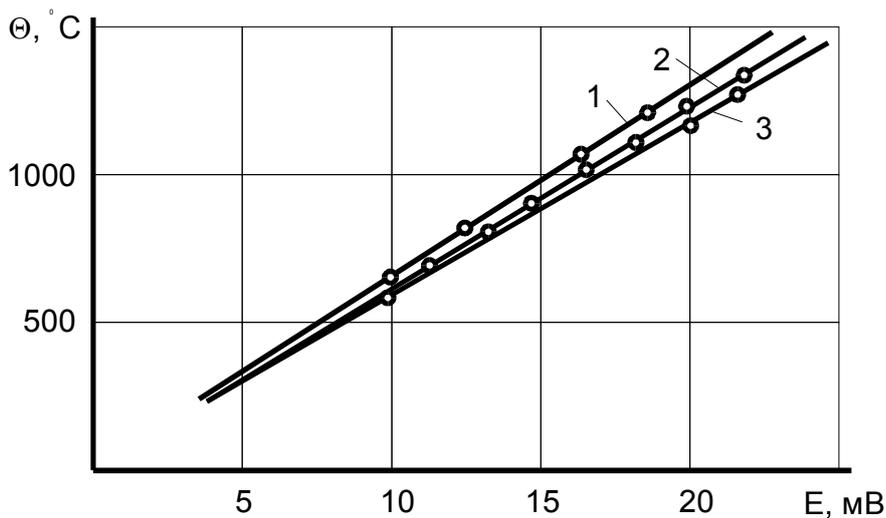


Рис. 3.27. Тарировочные кривые пар:  
 1 – ХН70ВМТЮ-ВК8, 2 – стШХ15-Т15К6,  
 3 – стР6М5- Т15К6.

кость системы ТОС и касание завивающейся стружки о деталь.

Известно, что на точность измеряемой с помощью естественной термопары температуры, наибольшее влияние оказывает неоднородность химического состава твердого сплава. Этот фактор может

оказать существенное влияние при определении величины температуры. В данном случае, когда принимаются во внимание приращения температур или ТЭДС, этот фактор не оказывает влияния на конечный результат. Что же касается методики измерения самих температур резания, то фактор неоднородности устраняется путем одного и того же термоэлектрода при резании и тарировании. Тарирование пар обрабатываемых и режущих материалов проводилось как в обычных условиях по методике, описанной в работах [23], [34], [110], так и в вакууме на установке, описанной работе [197]. Тарировочные кривые, полученные при тарировании различных пар обрабатываемых и режущих материалов, представлены на рис. 3.25-3.29.

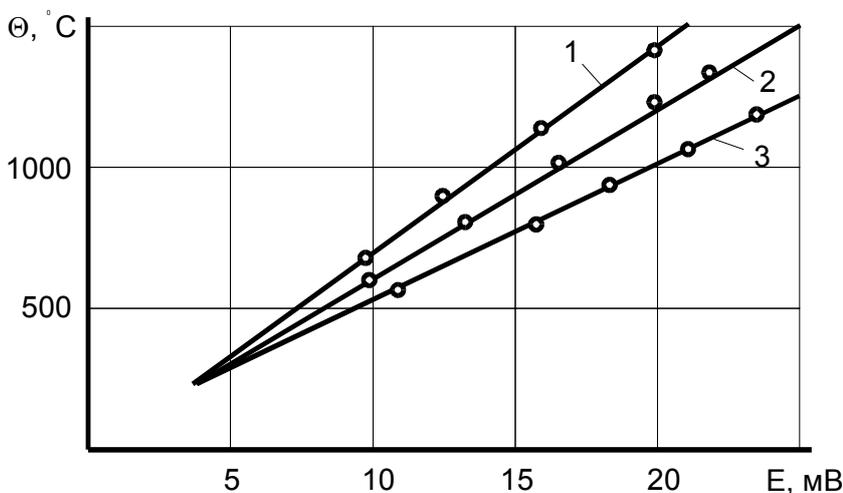


Рис. 3.28. Тарировочные кривые пар:  
 1 – ст45-Т15К6, 2 – ст45-Т5К10,  
 3 – ст45-ВК8.

Определение температуры, возникающей в процессе резания, в особенности в зоне контакта, является сложной экспериментальной задачей, так как ввиду малых размеров очагов ее образования и распределения не представляется возможным ввести элементы изме-

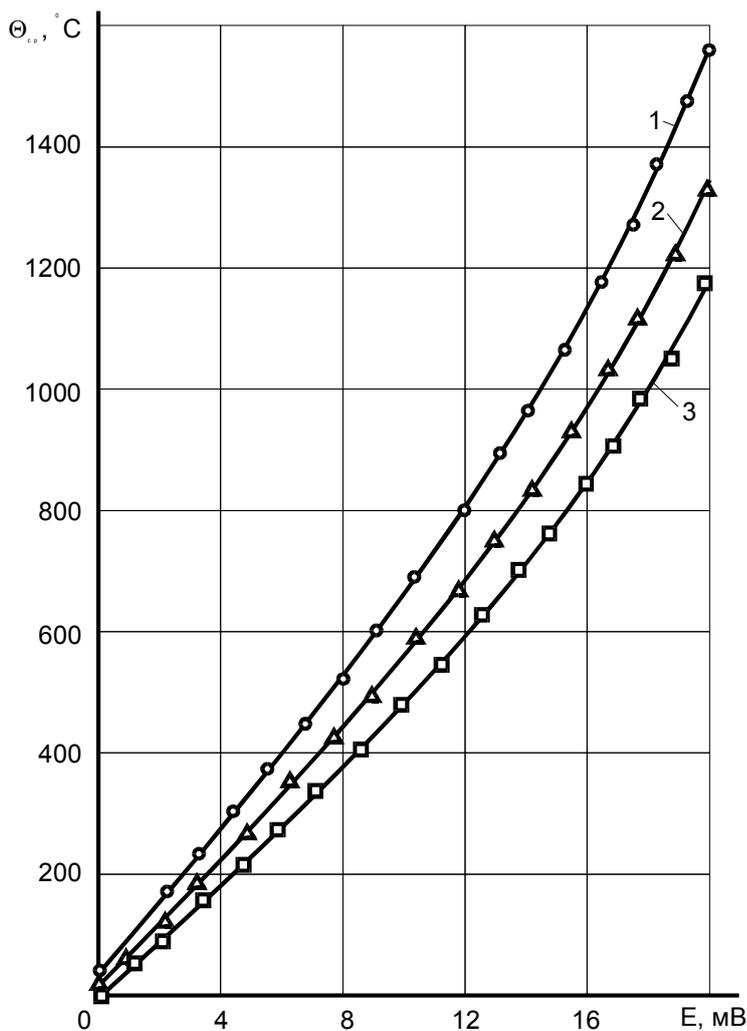


Рис. 3.29. Тарировочный график температуры термопар:  
 1 - Т15К6 – сталь У8А, 2 – Т15К6 - сталь 40Х, 3 - Т15К6 – сталь 20Х.

нительной аппаратуры непосредственно в интересующее нас место. В первую очередь встает вопрос, какую температуру измеряет естественная термопара “деталь-инструмент”. Рассмотрению этого вопроса посвящены работы многих исследователей [ 1 ]. Так как температура в различных местах зоны контакта различна, как показано ранее, то ТЭДС, развиваемые в различных точках соприкосновения резца со стружкой и обрабатываемой деталью, различны. Поэтому большинство исследований рассматривают термопару “Д-И” как термопару, состоящую из большого числа элементарных источников, параллельно подключенных к

милливольтметру. Поэтому ТЭДС, регистрируемая милливольтметром, представляет собой среднюю арифметическую ТЭДС, развиваемых в зоне контакта. В связи с этим важно выяснить, насколько отличается усредненная температура, измеренная милливольтметром, от максимальной температуры на передней поверхности резца.

Решить этот вопрос можно на основании расчетных данных путем сравнительного анализа, заключающегося в суммировании изотермических площадей температурного поля резца. Результаты сравнения с показаниями естественной термопары “деталь-инструмент” показали, что усредненная температура, измеренная естественной термопарой из-за большого перепада температур в зоне контакта по сравнению с максимальной температурой, развиваемой в отдельных участках зоны контакта, составляет 100...150°, и что эта

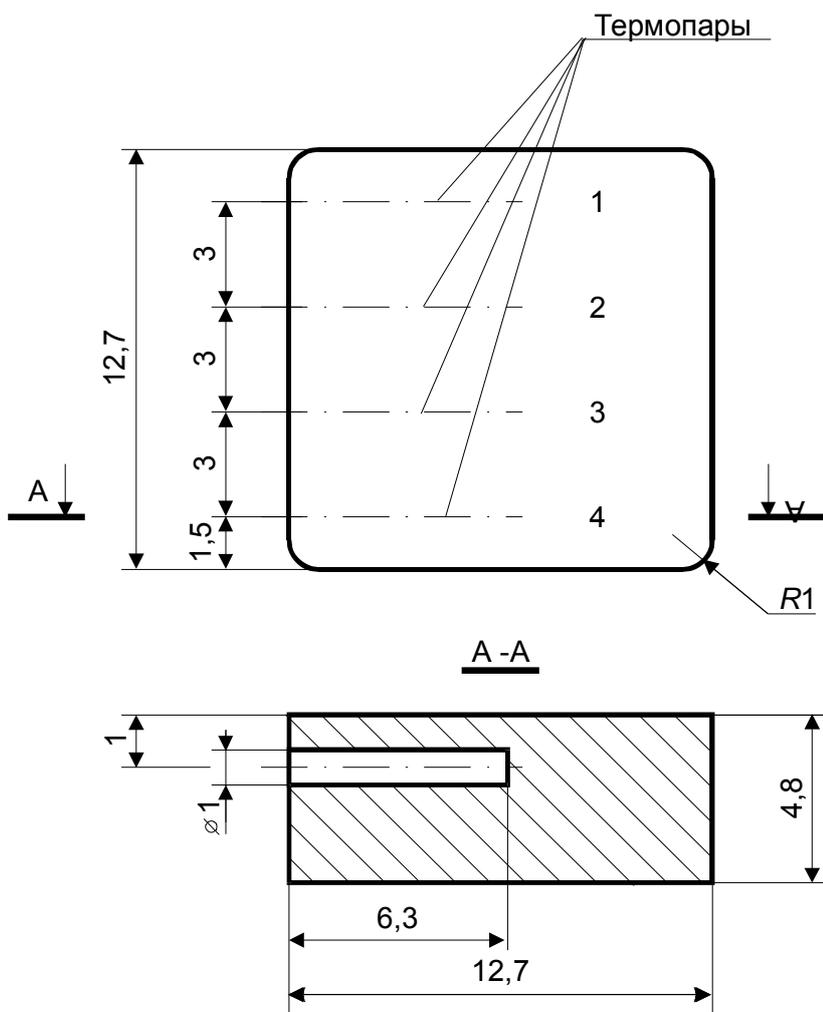


Рис. 3.30. Режущая пластина для проведения температурных измерений при помощи термопар.

разница уменьшается с увеличением скорости резания и с уменьшением толщины среза. Этот вывод согласуется также с данными других исследований, проведенных при помощи металлографического анализа [109]. Знание отличия усредненной температуры от максимальной дает возможность судить с помощью термопары “Д-И” о температуре в процессе резания.

Для проведения измерений температуры с помощью искусственной термопары была использована режущая пластина из инструментального материала ВК8. В этой пла-

стине были изготовлены электроэрозионным способом четыре отверстия диаметром 1 мм. Эти отверстия проходили на глубине 1 мм перпендикулярно режущей кромке от передней поверхности режущей

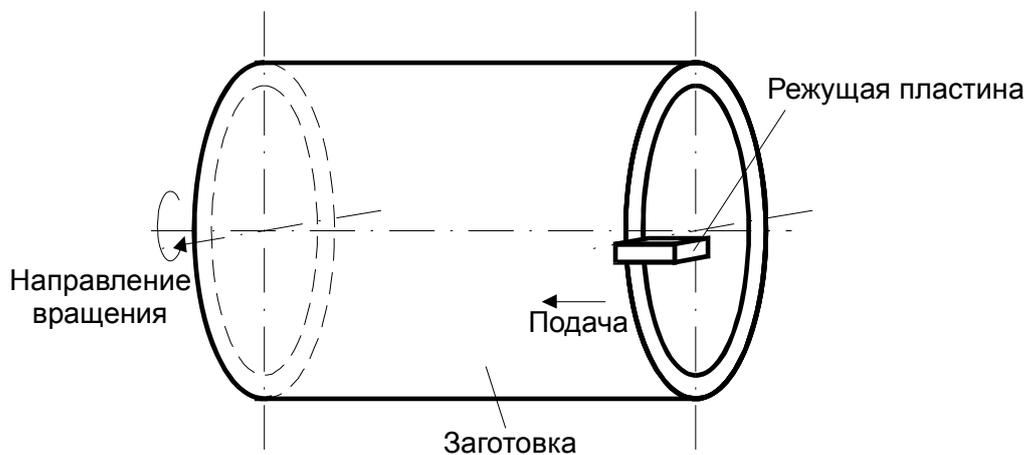


Рис. 3.31. Общая схема проведения температурных измерений.

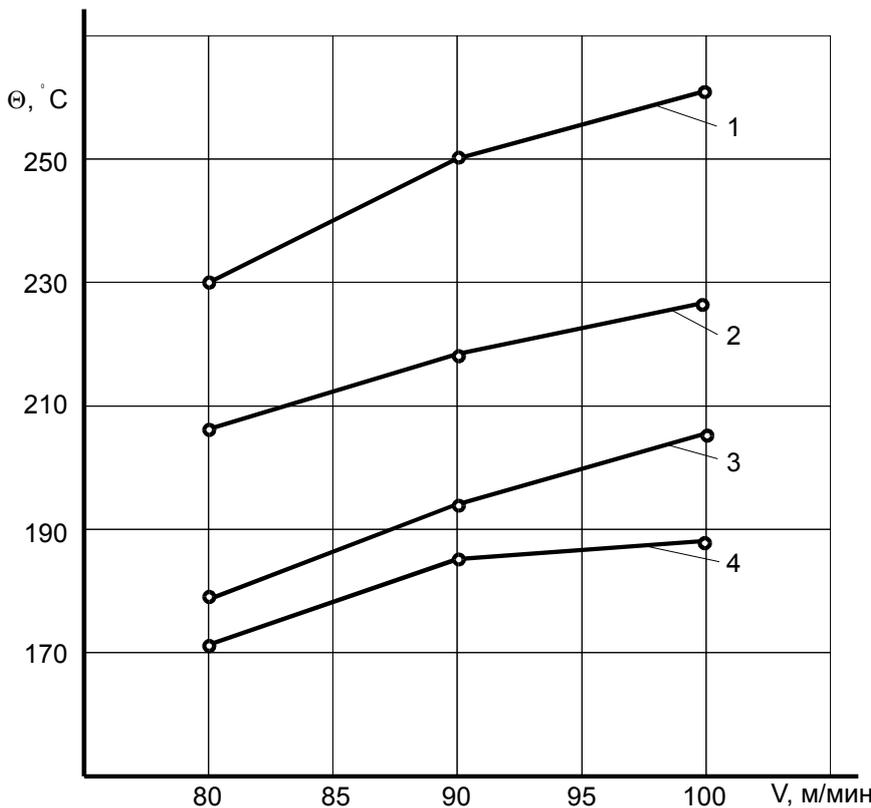


Рис. 3.32. Результаты измерения температуры при помощи искусственных термопар.

пластины (рис 3.30). Отверстия заканчивались под средней контактной зоны. При проведении опытов были использованы четыре искусственные термопары диаметром 1 мм. Материал термопар - никель и сплав никеля с хромом. Показания термопар фиксировались самописцем. Несмотря на то, что это были стандартные термопары, проводилась до-

полнительная

настройка измерительной системы по трем точкам: температуре замерзания воды 0°C, температуре воздуха 20°C, температуре кипения воды 100°C.

Для улучшения контакта поверхности отверстий с термопарами, отверстия были заполнены термопроводящей пастой. Эксперименты об измерении температуры проводились при ортогональном резании. Для исследований были выбраны скорости резания: 80 м/мин, 1,5 м/мин, 1,66 м/мин с подачей  $S=1$  мм/об. Заготовка имела форму трубы с толщиной стенок 2мм; внутренний диаметр заготовок - 60 мм и длина заготовки - 200 мм. Использовался материал заготовки - Ст 40Х (рис. 3.31.).

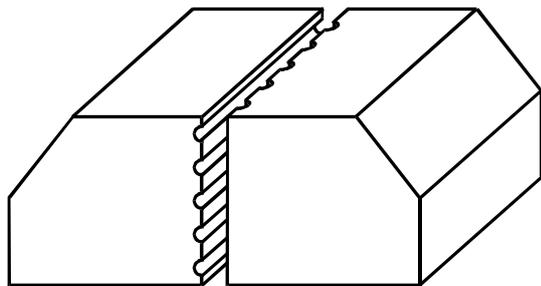


Рис 3.33. Режущая пластина для измерения температуры термокрасками.

Результаты опытов представлены на рис. 3.32.

Для измерения температуры термокрасками был использован новый оригинальный метод. Режущая пластина разрезалась на две части, которые тщательно шлифовались и притирались (рис. 3.33). На

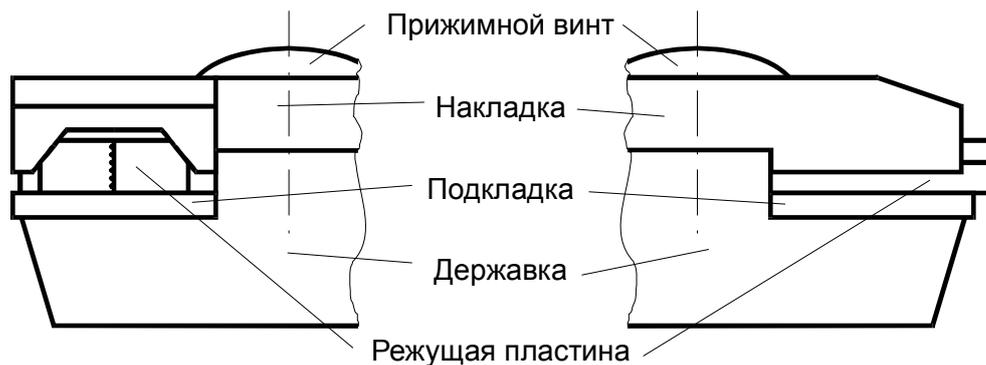


Рис. 3.34. Схема крепления режущей пластины при измерении температур термокрасками.

внутренней поверхности режущей пластинки выполнялись электроискровым методом тонкие канавки - 0,05 мм, на одинаковом расстоянии друг от друга, причем на одной поверхности пластины канавки выполнялись горизонтально, а на другой половине - вертикально. В канавки наносили тонким слоем термокраску. Затем обе части пластины соединялись в одно целое, и пластина крепилась механическим путем на резец (рис. 3.34). Крепление пластины производилось при помощи специальной накладки, которая зажимала пластину по фаскам и одновременно прижимала две части пластины друг к другу. Эксперименты по измерению температуры резания проводились при различных скоростях резания, а именно: 80 м/мин, 90 м/мин, 100 м/мин.

Измерялась температура резания в нескольких плоскостях пластины: перпендикулярных режущей кромке, плоскости, проходящей по центру контакта, а также плоскостях, проходящих от середины контакта на 1 мм и на 1,5 мм.

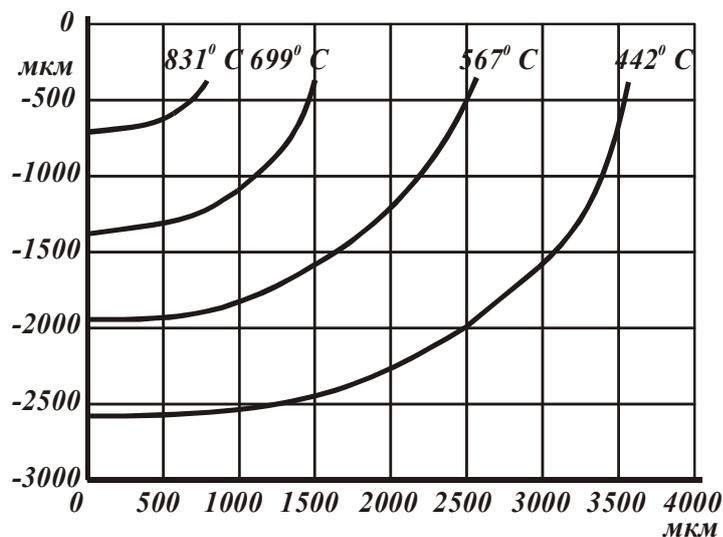


Рис. 3.35. Результаты измерения температуры термокрасками. Расстояние от центра контактной зоны 0 мм,  $V=90$  м/мин.

Результаты исследования представлены на рис. 3.35 – 3.42.

Для более точного определения зависимости стойкости инструмента от температуры было проведено дополнительное исследование. В первых экспериментах установлена зависимость изменения температуры резания

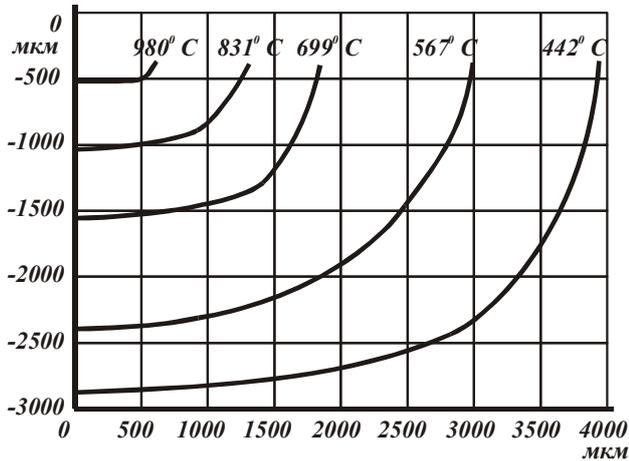


Рис. 3.36. Результаты измерения температуры термокрасками. Расстояние от центра контактной зоны 1 мм,  $V=100$  м/мин.

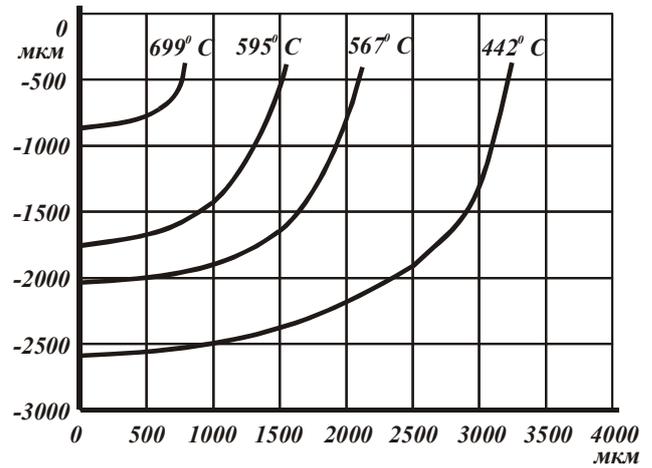


Рис. 3.37. Результаты измерения температуры термокрасками. Расстояние от центра контактной зоны 1,5 мм,  $V=100$  м/мин.

различных материалов разными инструментами, в зависимости от времени обработки при различных режимах резания: скоростях резания, подачах, глубинах резания и разных передних углах  $\gamma$ . На рис. 3.42 приведены результаты этих опытов. Первые две кривые были получены для пары Т15К6-сталь 65Г при следующих режимах резания:

кривая 1:  $V = 200$  м/мин,  $S = 0,06$  мм/об,  $t = 1$  мм

кривая 2:  $V = 2,3$  м/с,  $S = 0,12$  мм/об,  $t = 1$  мм.

Несмотря на одинаковую начальную температуру резания, характер этих зависимостей совершенно различен.

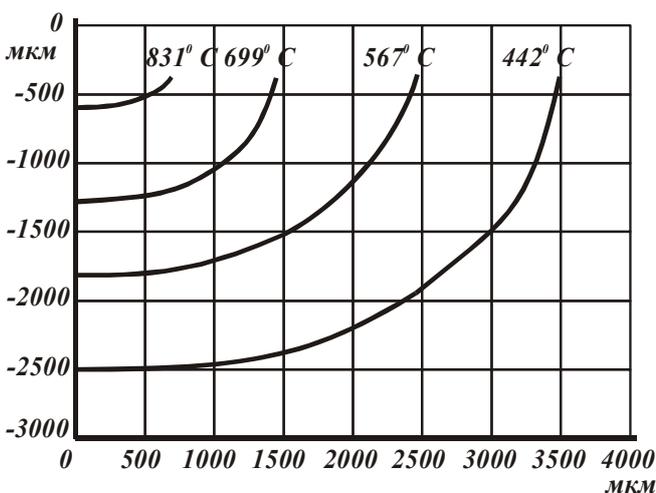


Рис. 3.38. Результаты измерения температуры термокрасками. Расстояние от центра контактной зоны 1 мм,  $V=90$  м/мин.

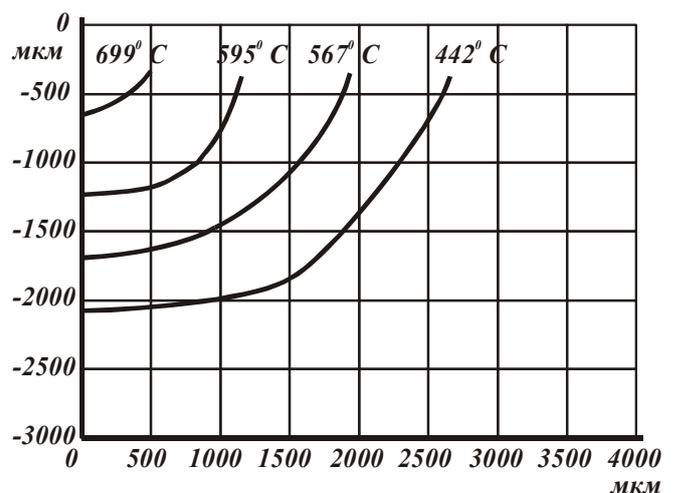


Рис. 3.39. Результаты измерения температуры термокрасками. Расстояние от центра контактной зоны 1,5 мм,  $V=90$  м/мин.

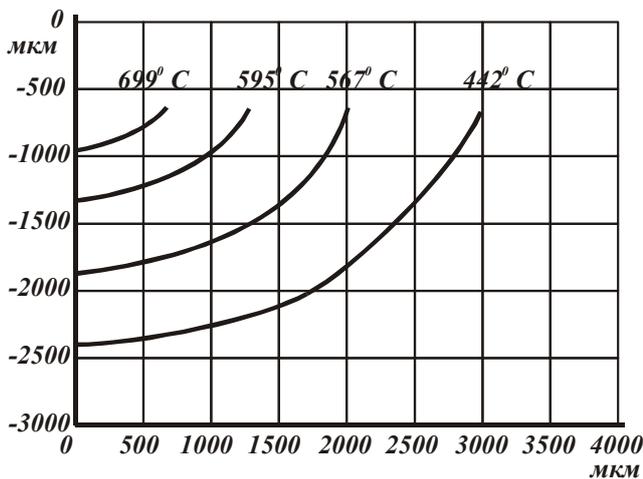


Рис. 3.40. Результаты измерения температуры термокрасками. Расстояние от центра контактной зоны 0 мм,  $V=80$  м/мин.

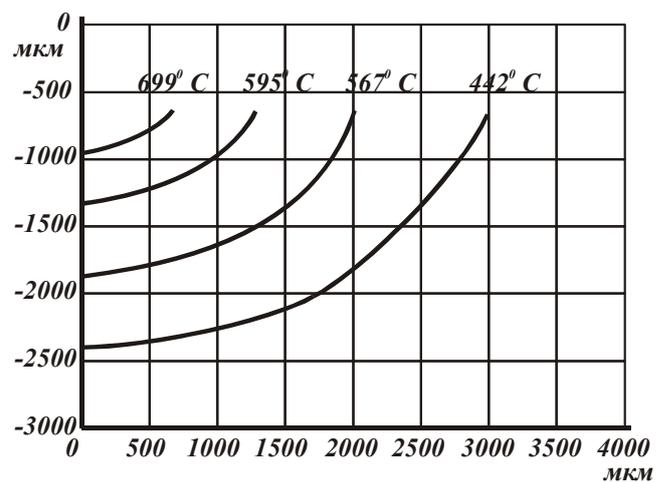


Рис. 3.41. Результаты измерения температуры термокрасками. Расстояние от центра контактной зоны 1 мм,  $V=80$  м/мин.

У кривой 1 при подаче  $S = 0,06$  мм/об вследствие ускоренного износа задней грани, температура непрерывно растет, однако, после определенного промежутка времени, темп роста несколько снижается, что связано с образованием лунки на передней поверхности. Далее наблюдается резкое возрастание температуры в связи с разрушением перемычки. При подаче  $S = 0,12$  мм/об также имеет место начальное плавное возрастание температуры, затем температура снижается и вновь возрастает. Аналогичный характер имеют зависимости температуры от износа режущего инструмента при резании таким же инструментом сталей У8 и сталей 40Х (рис. 3.43). Как видно из кривых

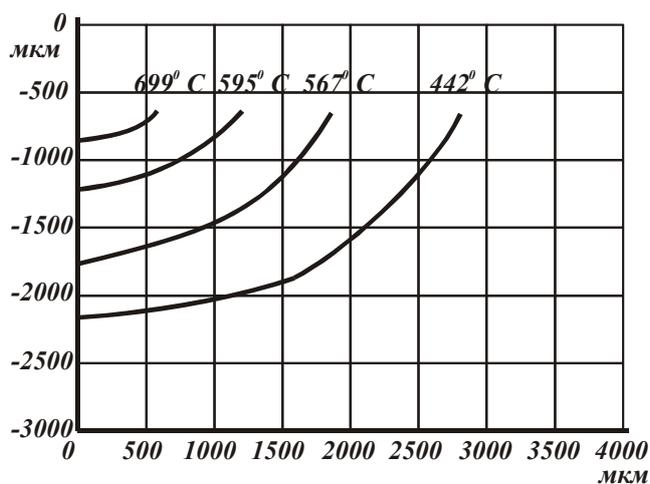


Рис. 3.42 Результаты измерения температуры термокрасками. Расстояние от центра контактной зоны 1,5 мм,  $V=80$  м/мин.

1 и 2, здесь имеет место начальное резкое возрастание температуры, затем в обоих случаях происходит ее снижение, затем у кривой 1 наблюдается опять возрастание температуры.

Кривые 3 и 4 на рис. 3.43 получены при одних и тех же режимах резания:  $V = 0,5$  м/с.,  $S = 0,06 \cdot 10^{-3}$  м/об,  $t = 1 \cdot 10^{-3}$  м и при различных передних углах  $\gamma = 0^\circ$  и  $\gamma = +10^\circ$ . Из представленных зависимостей следует, что при  $\gamma = 0^\circ$  (кривая 4) тем-

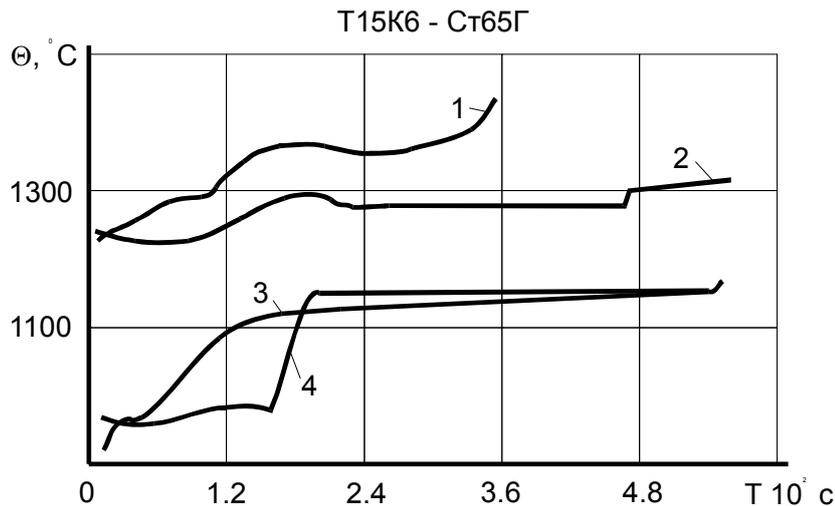


Рис. 3.43. Изменение температуры резания в зависимости от времени резания при: 1 -  $V=200$  м/мин,  $S=0,06$  мм/об,  $t=1$  мм,  $\gamma=0^0$ ; 2 -  $V=150$  м/мин,  $S=0,12$  мм/об,  $t=1$  мм,  $\gamma=10^0$ ; 3 -  $V=30$  м/мин,  $S=0,06$  мм/об,  $t=1$  мм,  $\gamma=0^0$ ; 4 -  $V=30$  м/мин,  $S=0,06$  мм/об,  $t=1$  мм,  $\gamma=10^0$ .

пература резания на протяжении 140 сек остается почти постоянной, а затем получается значительный скачок температуры, что может быть объяснено выкрашиванием режущего лезвия. Скачок происходит и при  $\gamma=0^0$  (кривая 3), однако не такой резкий, как у кривой 4.

Аналогичные опыты проведены были и для других пар материалов. Результаты представлены на рис. 3.45, 3.46. Однако в этих экспериментах использовались как цельные твердосплавные стержни марок Т15К6, ВК8, так и

резцы с механическим креплением твердосплавных пластин тех же марок. Обработывались материалы Ст ХВГ и Ст 12Х18Н10. Резание проводилось при следующих режимах:  $V=100$  м/мин;  $S=0,064$  мм/об;  $t=0,5$  мм.

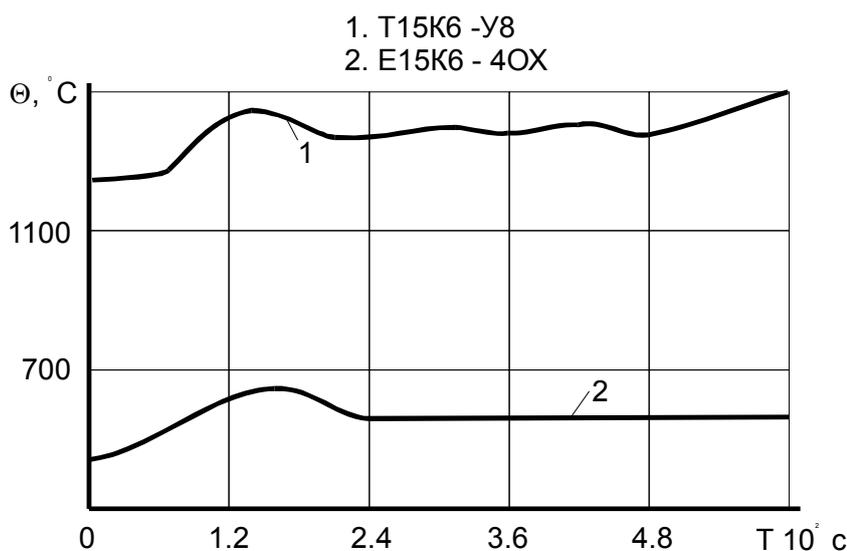


Рис. 3.44. Изменение температуры резания в зависимости от времени резания при: 1  $V=420$  м/мин,  $s=0,12$  мм/об,  $t=1$  мм; 2  $V=220$  м/мин,  $s=0,12$  мм/об,  $t=1$  мм.

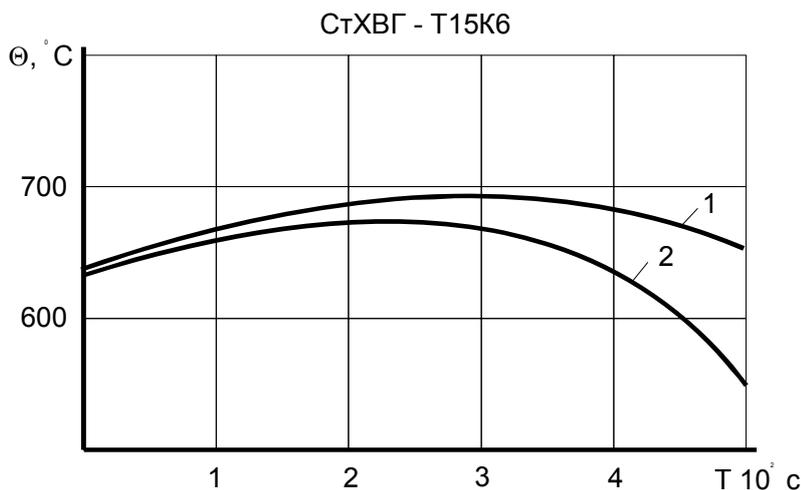


Рис. 3.45. Зависимость температуры от времени резания при  $V=100$  м/мин,  $S=0,064$  мм/об,  $t=0,5$  мм: 1 – цельный твердосплавный резец; 2 – составной резец.

мент происходит возрастание температуры, то затем, несмотря на интенсивный износ задней поверхности, в обоих случаях происходит снижение температуры, но в различные моменты времени.

Зависимости температуры резания от износа задней поверхности резца для различных пар обрабатываемых и режущих материалов,

полученных при различных скоростях резания в диапазоне подач (0,05 . . . 0,2) мм/об, представлены на рис. 3.47-3.54.

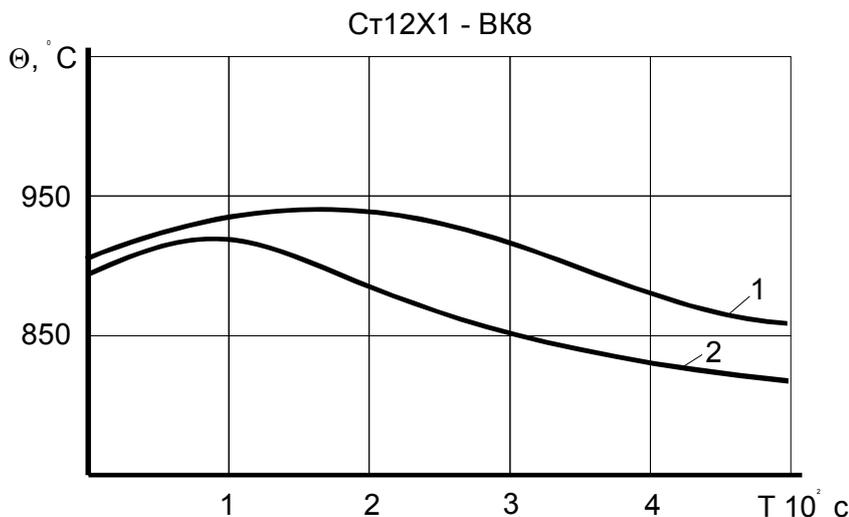


Рис. 3.46. Зависимость температуры от времени резания при  $V=100$  м/мин,  $S=0,064$  мм/об,  $t=0,5$  мм: 1 – цельный твердосплавный резец; 2 – составной резец.

Как следует из эксперимента, зависимость температуры резания от износа задней поверхности инструмента в исследуемом диапазоне подач носит примерно линейный характер. Можно заметить также, что приращение температуры от износа задней поверхности резца для разных пар обрабатываемых и режущих материалов также получается примерно одинаковой по величине и составляет  $100 \div 120^\circ$ .

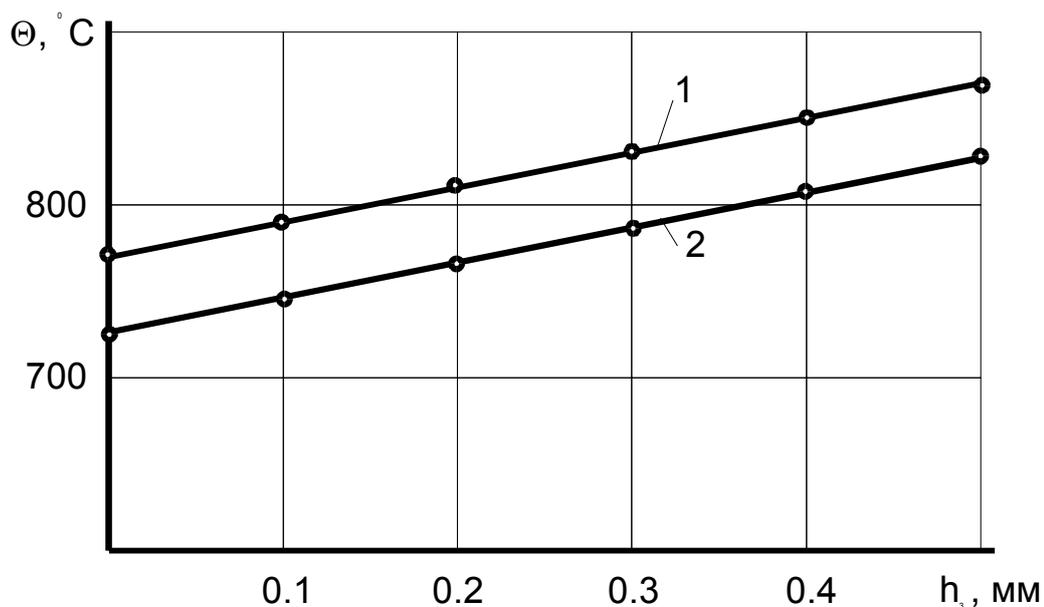


Рис. 3.47. Зависимость температуры резания от износа задней поверхности резца при точении стали 45 резцом Т5К10: 1 –  $V=300$  м/мин,  $S=0,064$  мм/об,  $t=0,5$  мм; 2 -  $V=180$  м/мин,  $S=0,109$  мм/об,  $t=0,5$  мм.

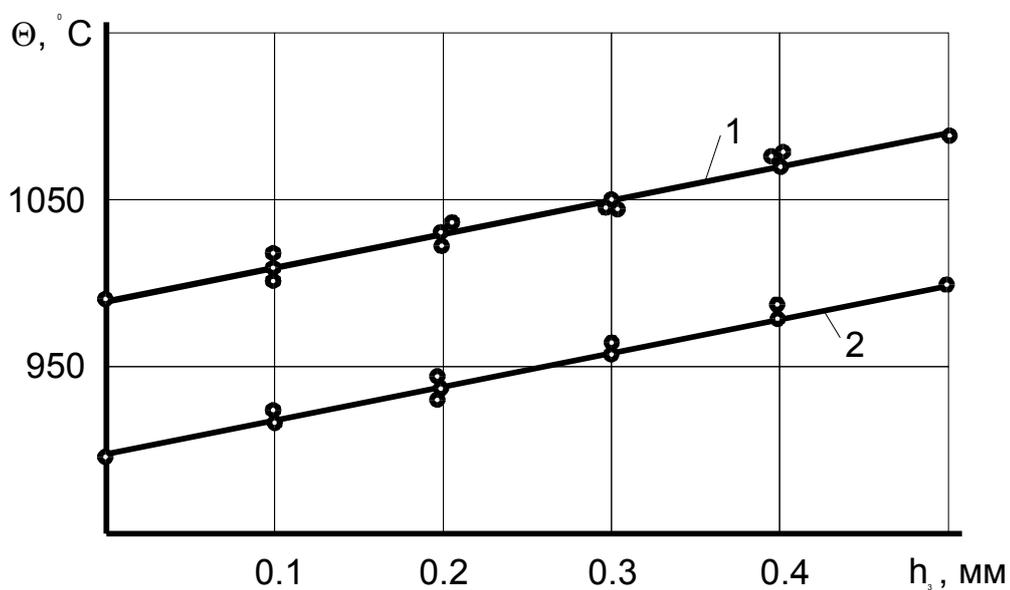


Рис. 3.48. Зависимость температуры резания от износа задней поверхности резца при точении стали 12X18H10 резцом ВК8: 1 –  $V=108$  м/мин,  $S=0,109$  мм/об,  $t=1$  мм; 2 -  $V=100$  м/мин,  $S=0,064$  мм/об,  $t=0,5$  мм.

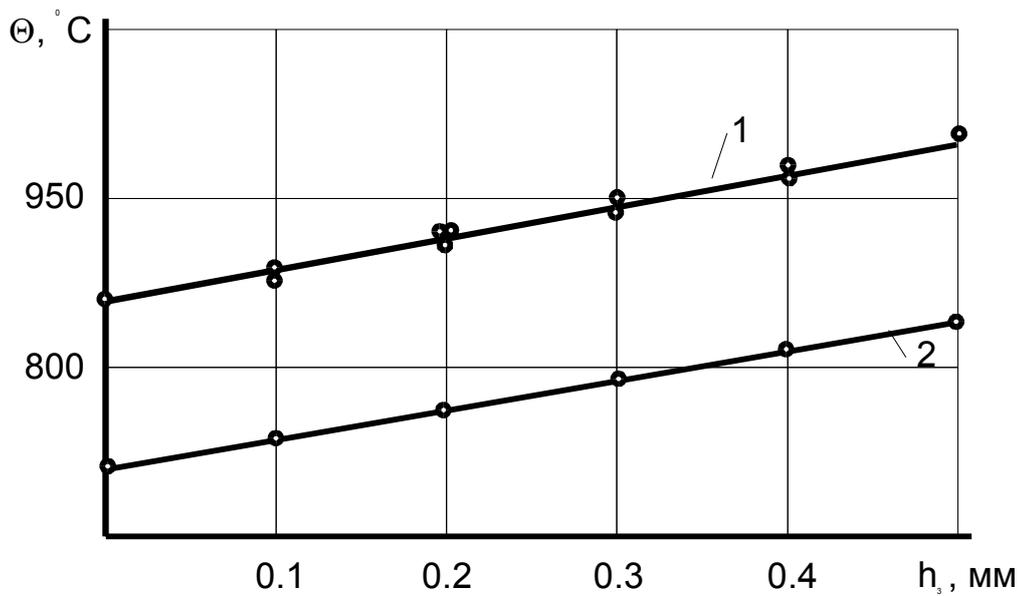


Рис. 3.49. Зависимость температуры резания от износа задней поверхности резца при точении стали 45 резцом Т15К6: 1 –  $V=360$  м/мин,  $S=0,064$  мм/об,  $t=1$  мм; 2 –  $V=180$  м/мин,  $S=0,064$  мм/об,  $t=1$  мм.

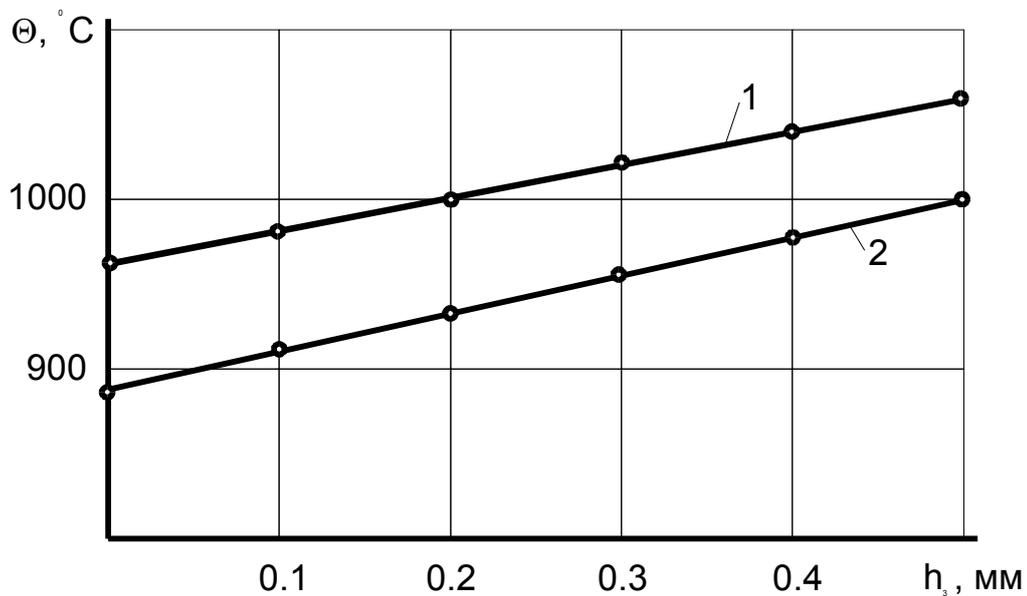


Рис. 3.50. Зависимость температуры резания от износа задней поверхности резца при точении стали X18H9T резцом ВК8: 1 –  $V=120$  м/мин,  $S=0,064$  мм/об,  $t=0,5$  мм; 2 –  $V=60$  м/мин,  $S=0,15$  мм/об,  $t=0,5$  мм.

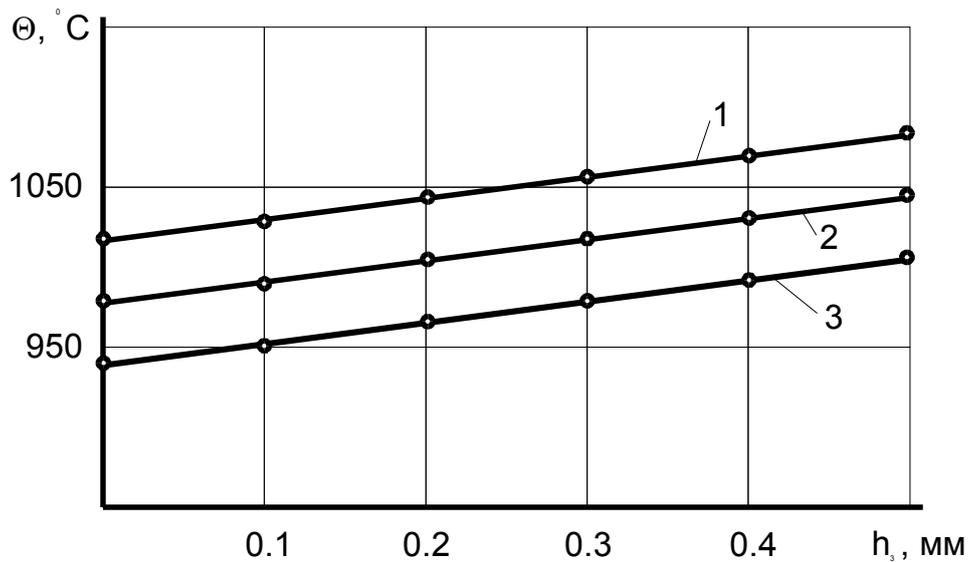


Рис. 3.51. Зависимость температуры резания от износа задней поверхности резца при точении стали 30ХГСН2А резцом Т15К6: 1 –  $V=180$  м/мин,  $S=0,15$  мм/об,  $t=1$  мм; 2 –  $V=180$  м/мин,  $S=0,12$  мм/об,  $t=1$  мм; 3 –  $V=180$  м/мин,  $S=0,109$  мм/об,  $t=1$  мм.

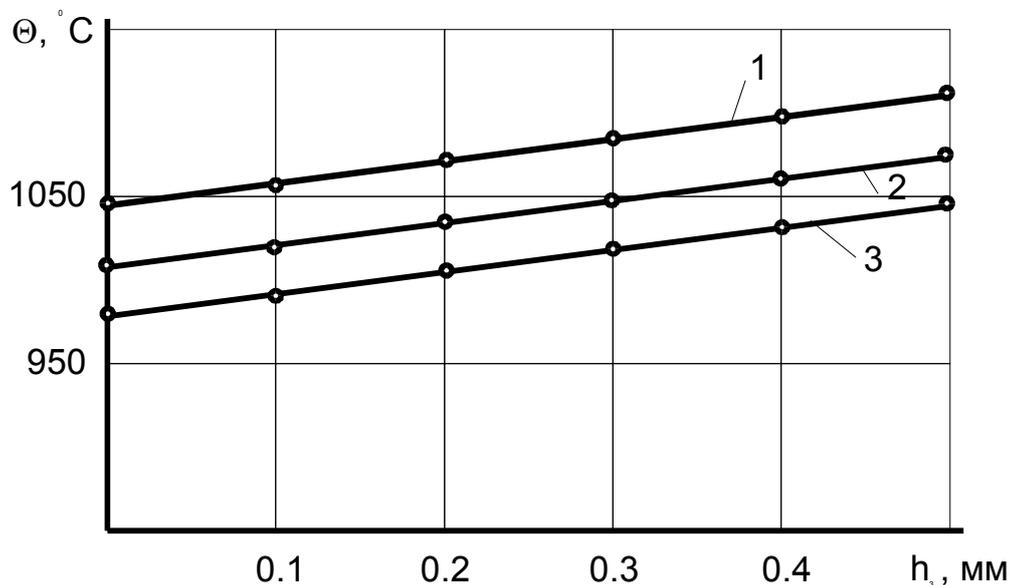


Рис. 3.52. Зависимость температуры резания от износа задней поверхности резца при точении стали 30ХГСН2А резцом Т15К6: 1 –  $V=360$  м/мин,  $S=0,064$  мм/об,  $t=1$  мм; 2 –  $V=300$  м/мин,  $S=0,064$  мм/об,  $t=1$  мм; 3 –  $V=240$  м/мин,  $S=0,064$  мм/об,  $t=1$  мм.

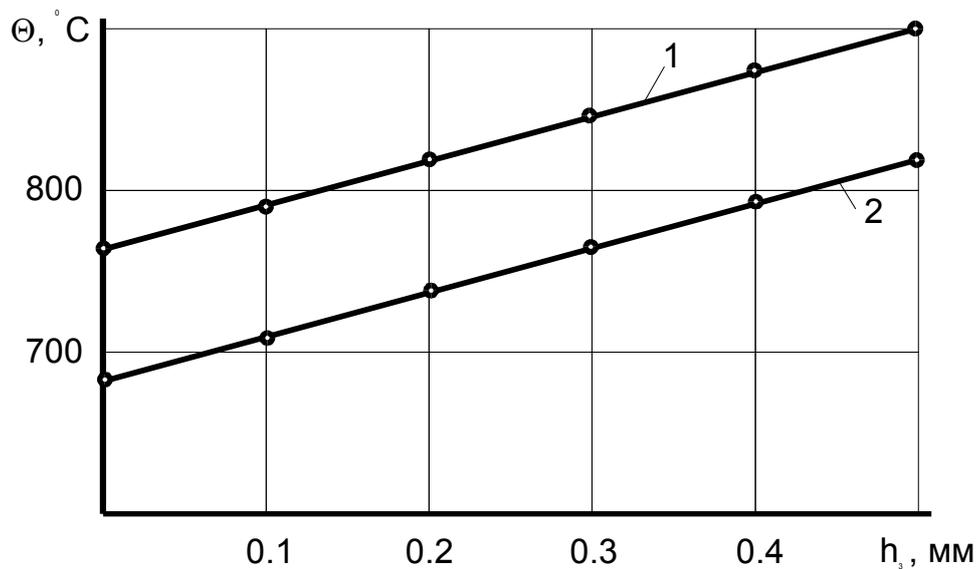


Рис. 3.53. Зависимость температуры резания от износа задней поверхности резца при точении стали ШХ15 резцом Т15К6: 1 –  $V=100$  м/мин,  $S=0,064$  мм/об,  $t=0,5$  мм; 2 –  $V=60$  м/мин,  $S=0,064$  мм/об,  $t=0,5$  мм.

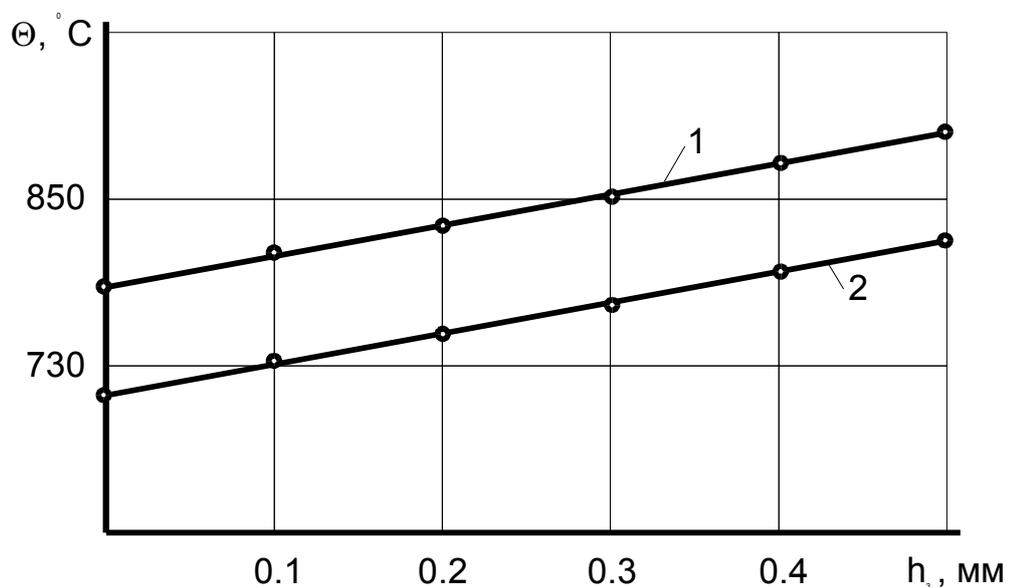


Рис. 3.54. Зависимость температуры резания от износа задней поверхности резца при точении стали Р6М5 резцом Т15К6: 1 –  $V=240$  м/мин,  $S=0,064$  мм/об,  $t=0,5$  мм; 2 –  $V=200$  м/мин,  $S=0,064$  мм/об,  $t=0,5$  мм.

### 3.5. СВЯЗЬ ТЕМПЕРАТУРЫ РЕЗАНИЯ СО СТОЙКОСТЬЮ ИНСТРУМЕНТА

Как отмечалось ранее, экспериментально была установлена [93] строгая зависимость между стойкостью инструмента и температурой резания для данной пары инструмент-заготовка. Это значит, что если получить одну экспериментальную зависимость между температурой, скоростью и стойкостью инструмента для данного обрабатываемого материала, то для любого нового сочетания режима резания по температуре резания можно определить стойкость инструмента. Таким образом, проведя один расчет температуры резания по изложенной методике и откорректировав фактор теплопередачи, согласно экспериментальным данным, для любого нового сочетания режимов резания рассчитывается температура и по ней определяется стойкость инструмента уже для этих режимов резания.

Для подтверждения этого положения был проведен ряд экспериментов для различных инструментальных и обрабатываемых материалов. На рис. 3.55 представлены результаты экспериментов при точении стали 45 резцом T15K6 без покрытия и с покрытием (TiC - TiCN - TiNGM). В результате экспериментов получены зависимости между стойкостью инструмента, скоростью и температурой резания.

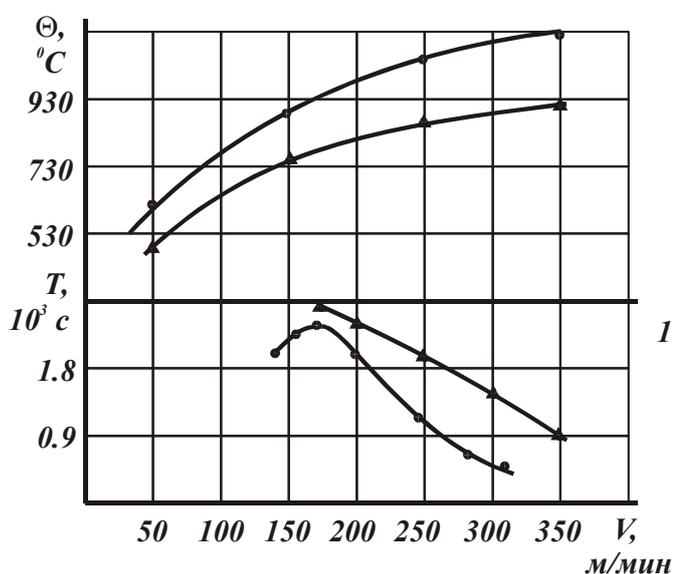


Рис. 3.55. Зависимость температуры резания и стойкости режущего инструмента от скорости резания при точении стали 45 резцом ( $S=0,21$  мм/об,  $t_d=1$  мм): - ▲ T15K6; - ● T15K6 с покрытием (TiC-TiCN-TiNGM).

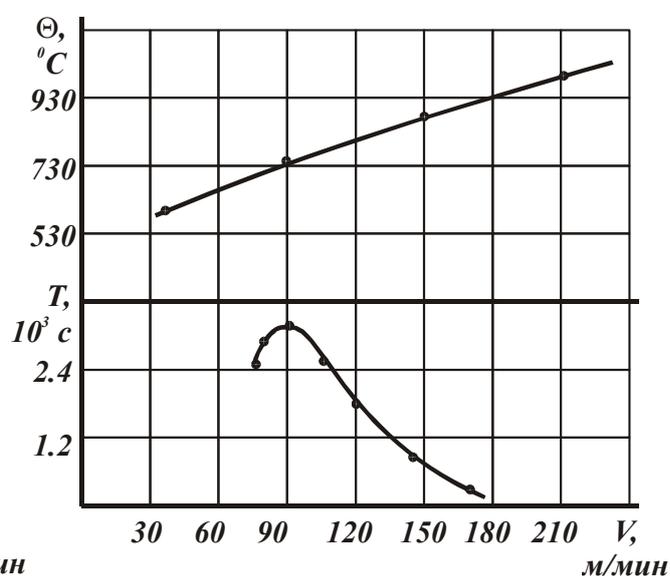


Рис. 3.56. Зависимость температуры резания и стойкости режущего инструмента от скорости резания при точении стали P6M5 резцом T15K6 ( $S=0,21$  мм/об,  $t=1$  мм).

Согласно этим тарировочным зависимостям, для данной пары материалов определяется, какая температура резания соответствует стойкости инструмента. Изменяя режим резания - скорость, подачу, глубину резания, велся расчет температуры, после чего по экспериментальной зависимости находилась соответствующая ей стойкость резания.

В табл. 3.5 и 3.6 представлены результаты расчетных и экспериментальных данных соответственно для стали 45-T15K6 и T15K6 с многослойным покрытием, которое на 80-160° уменьшает температуру и повышает стойкость инструмента в 3-5 раз.

Таблица 3.5

T15K6-сталь 45

№ п/п	$V$ , м/мин.	$S$ , мм/об	$T$ , мм	$\theta$ °С	$T_p$ , мин.	$T_{экс.}$ , мин.
1	300	0,21	1	1090	18	20
2	200	0,21	1	990	53	48
3	300	0,3	1	1060	11	14
4	300	0.21	1.5	1040	21	18

Таблица 3.6.

T15K6 с покрытием – сталь 45

№ п/п	$V$ , м/мин.	$S$ , мм/об	$T$ , мм	$\theta$ °С	$T_p$ , мин.	$T_{экс.}$ , мин.
1	350	0,21	1	910	42	35
2	250	0,21	1	850	50	57
3	300	0,3	1	840	45	38
4	300	0,21	1,5	820	56	52

Анализ результатов, представленный в табл. 3.5, показывает, что с помощью данной методики можно рассчитать стойкость инструмента достаточно точно для любого нового сочетания скорости, подачи, глубины резания на основании лишь одной экспериментальной зависимости. Для более глубокого подтверждения этой методики был проведен ряд экспериментов для самых различных пар инструментальных и обрабатываемых материалов. На рис. 3.56 представлены результаты экспериментов при точении стали Р6М5 резцом T15K6. На основании этих данных производился расчет стойкости режущего инструмента для других режимов резания (табл. 3.7), результаты которого показали хорошее совпадение с экспериментальными.

Таблица 3.7

Т15К6 – Р6М5

№ п/п	$V$ , м/мин.	$S$ , мм/об	$T$ , мм	$\theta$ °С	$T_p$ , мин.	$T_{экс}$ , мин.
1	90	0,21	1	735	42	50
2	150	0,21	1	870	15	11
3	150	0,30	1	910	13	9,5
4	150	0,21	1,5	900	14	10

Аналогичные эксперименты были проведены при точении сплава ЭИ598 резцами ВК8 без покрытия и с покрытием (Ti - Cr)НКИБ, (рис. 3.57), а также при точении стали 12Х18Н9Т (рис.3.58 ). На основании этих данных в табл. 3.8, 3.9 и 3.10 представлены результаты стойкости режущего инструмента.

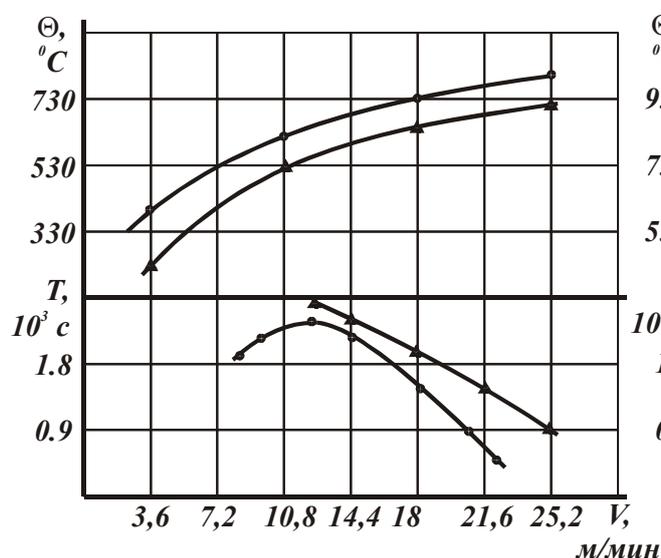


Рис. 3.57. Зависимость температуры резания и стойкости режущего инструмента от скорости резания при точении жаропрочного сплава ЭИ598 резцом ( $S=0,064$  мм/об,  $t=1$  мм):  $\circ$  - ВК8;  $\Delta$  - ВК8 с покрытием (Ti-Cr)N.

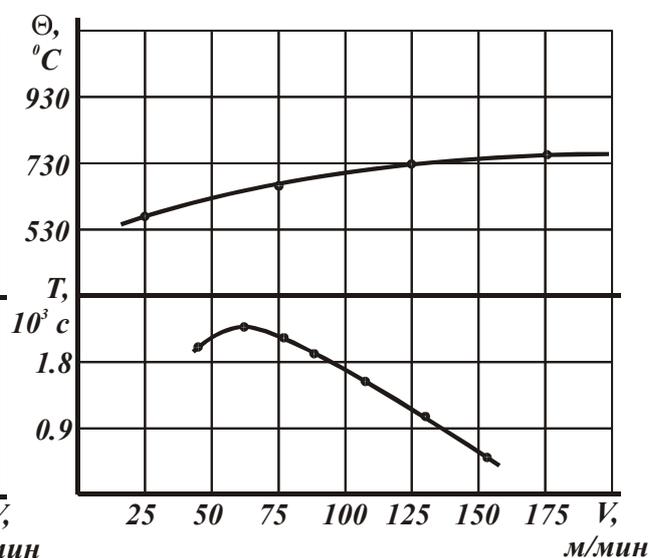


Рис. 3.58. Зависимость температуры резания и стойкости режущего инструмента от скорости резания при точении стали 12Х18Н9Т резцом ВК8 ( $S=0,064$  мм/об,  $t=1$  мм).

Таблица 3.8

ВК8 - ЭИ598

№ п/п	$V$ , м/мин.	$S$ , мм/об	$T$ , мм	$\theta$ °С	$T_p$ , мин.	$T_{экс}$ , мин.
1	15	0,064	1	710	31	24
2	18	0,064	1	735	15	12
3	18	0,10	1	780	13	10
4	18	0,064	1,5	775	12	11

Таблица 3.9

ВК с покрытием - ЭИ598

№ п/п	$V$ , м/мин.	$S$ , мм/об	$T$ , мм	$\theta$ °С	$T_p$ , мин.	$T_{экс}$ , мин.
1	18	0,064	1	680	19	25
2	24	0,064	1	710	14	17
3	18	0,1	1	695	17	23
4	18	0,064	1,5	690	22	21

Таблица 3.10

ВК8 – 12X1849Т

№ п/п	$V$ , м/мин.	$S$ , мм/об	$T$ , мм	$\theta$ °С	$T_p$ , мин.	$T_{экс}$ , мин.
1	100	0,064	1	680	42	50
2	200	0,064	1	750	15	11
3	200	0,1	1	778	13	9,5
4	200	0,064	1.5	770	14	10

Анализ всех полученных результатов показывает, что для любого сочетания режущего и обрабатываемого материалов может быть определена стойкость резца на основании расчетов температуры резания.

## ГЛАВА 4

### ТЕПЛООБМЕН ПРИ РЕЗАНИИ МАТЕРИАЛОВ ЛЕЗВИЙНЫМ ИНСТРУМЕНТОМ

#### 4.1. ТЕПЛОВОЙ БАЛАНС В ПРОЦЕССЕ РЕЗАНИЯ

Режущий клин, врезаясь в срезаемый слой, воздействует на него с силой  $R_1$  (рис. 4.1), называемой силой стружкообразования. При этом слой обрабатываемого материала, подлежащий удалению, находится в сложном напряженном состоянии. В этом слое протекают процессы упругопластического деформирования и превращения его в стружку. В упрощенной модели процесса стружкообразования, свойственной механической обработке многих материалов, образование стружки сосредоточено в тонком слое  $mt$ , получившем название условной плоскости сдвига (скальвания). В плоскости сдвига обрабатываемый материал подвергается пластической деформации и разрушению.

Образовавшаяся стружка перемещается по передней поверхности клина со скоростью  $v_c = v/K_i$  (м/с), где  $v$  - скорость резания;  $K_i$  - коэффициент укорочения стружки.

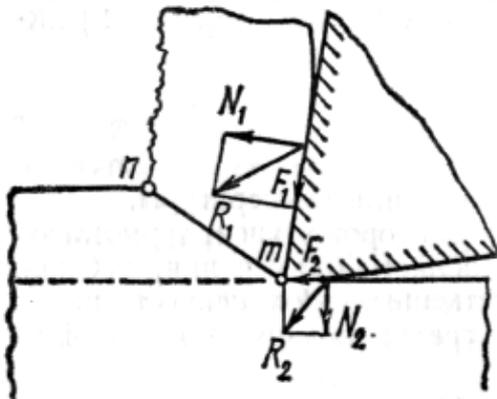


Рис. 4.1. Схема сил, действующих на срезаемый слой.

Между контактной стороной стружки и передней поверхностью клина возникают силы трения, препятствующие свободному сходу стружки  $F_1 = \mu_1 N_1$ , где  $\mu_1$  - средний коэффициент трения стружки по поверхности клина;  $N_1$  - нормальная сила, с которой клин воздействует на срезаемый слой.

Деформация срезаемого слоя при резании многих пластичных и вязких материалов не ограничивается зоной стружкообразования. При обработке этих материалов может происходить дополнительная деформация приконтактного слоя стружки. Причины деформации - значительные силы трения между стружкой и клином, которые приводят к образованию заторможенного слоя на передней поверхности клина. Об этом свидетельствуют корни стружек, полученные при мгновенном прекращении процесса резания. На микрофотографии (рис. 4.2) видна так называемая текстура стружки, представляющая

деформированные зерна обрабатываемого материала. Текстура стружки - результат деформации, при которой зерна, проходя зону стружкообразования, изменяют свою первоначальную форму и получают определенную ориентацию относительно плоскости сдвига. Однако, как следует из микрофотографии, деформация стружки не заканчивается в условной плоскости сдвига. Это подтверждают линии текстуры, сильно искривленные у контактной стороны стружки. Линии настолько искривляются, что становятся почти параллельными передней поверхности инструмента. Следовательно, приконтактный слой стружки дополнительно деформируется. Причем степень его деформации при определенных условиях может существенно превышать среднюю деформацию остальной части стружки. Таким образом, деформация и внутреннее трение между зернами обрабатываемого материала могут иметь место не только в условной плоскости сдвига, но и в приконтактном слое стружки.

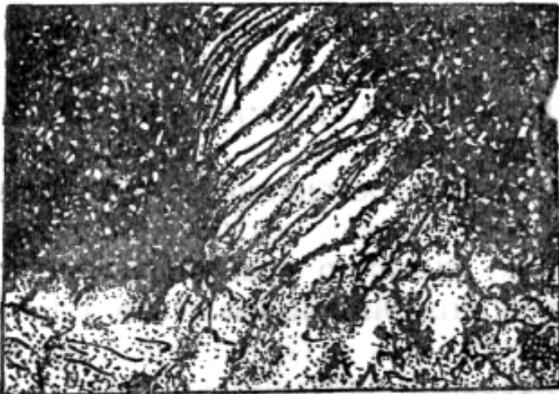


Рис. 4.2. Зона резания (X80) при точении стали X18H10T резцом BK8.



Рис. 4.3. Микрофотография зоны резания при точении стали резцом BK8.

Со стороны задней поверхности клина на поверхность резания воздействует сила  $R_2$ . При перемещении клина в плоскости соприкосновения его с этой поверхностью возникают силы трения, которые стремятся затормозить клин,  $F_2 = \mu_2 N_2$ , где  $\mu_2$  - средний коэффициент трения по задней поверхности инструмента;  $N_2$  - нормальная сила, с которой клин воздействует на поверхность резания.

Помимо того силы, действующие на поверхность резания, деформируют слой материала, примыкающий к этой поверхности. Это подтверждается искривлением линий текстуры у поверхности резания (рис. 4.3). Линии изогнуты в сторону движения клина. Следует отметить, что изгиб линий текстуры существенно меньше, чем у стружки, а значит и деформация обрабатываемого материала в этой зоне меньше, чем контактного слоя стружки.

На деформирование срезаемого слоя и образование стружки, на обеспечение схода ее по передней поверхности инструмента и дополнительную деформацию, на перемещение клина относительно поверхности резания затрачивается механическая энергия. Причем на обрабатывание и сход стружки расходуется большая часть этой энергии.

Калориметрические исследования показывают, что практически вся механическая энергия, затрачиваемая на осуществление процесса резания, превращается в тепловую. Это положение было многократно подтверждено работами не только отечественных, но и зарубежных

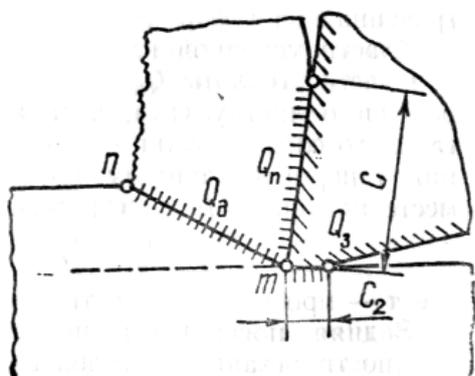


Рис. 4.4. Источники теплоты в процессе резания.

исследователей. Таким образом, можно записать, что  $E \approx Q$ , Дж.

Следует отметить, что незначительная часть механической энергии (не более 1 %) преобразуется в потенциальную энергию деформируемого металла. Однако в практических расчетах эту потерю энергии  $W_e$  учитывают, считая, что она полностью превращается в тепловую.

Таким образом, в процессе резания производится работа в трех характерных зонах (рис. 4.4):

1. В условной плоскости сдвига и в области, непосредственно к ней примыкающей.
2. В месте соприкосновения контактной стороны стружки с передней поверхностью инструмента.
3. В месте контакта поверхности резания с задней поверхностью инструмента.

В этих зонах генерируется теплота, которую называют теплотой резания. Другими словами, места расположения источников теплоты совпадают с зонами деформаций и трения.

Следовательно, первый теплообразующий источник - работа, затраченная на деформацию и разрушение обрабатываемого материала в области условной плоскости сдвига. Здесь выделяется наибольшее количество теплоты  $Q_d$ . Работа сил трения по передней поверхности режущего инструмента, а также по вторичной деформации приконтактного слоя стружки - второй источник теплообразования. Источник генерирует теплоту по передней поверхности инструмента, в месте контакта его со стружкой и в тонком приконтактном слое ее

$$Q_n = A_{mp1} = F_1 \left( \frac{v}{K_i} \right) \cdot \tau, \text{ Дж,}$$

где  $\tau$  - продолжительность процесса резания.

Задняя поверхность инструмента, перемещаясь относительно поверхности резания, преодолевает силы трения, возникающие между этими поверхностями. Работа сил трения по задней поверхности инструмента и деформирования материала под поверхностью резания является третьим источником теплоты. Источник распределен по контактной задней поверхности инструмента и по сравнению с остальными обладает наименьшей интенсивностью

$$Q_3 = A_{mp2} = F_2 v \tau$$

Как уже отмечалось, теплота резания, генерируемая в зоне обработки, пропорциональна работе резания. Работа деформирования и разрушения срезаемого слоя в области условной плоскости сдвига при обработке с обычной скоростью резания ( $v \leq 500$  м/мин) составляет основную часть (55-65 %) работы резания [15]. В связи с этим в указанной зоне выделяется наибольшее количество теплоты. Работа трения по передней поверхности инструмента существенно меньше работы деформирования и не превышает 30...35 % работы резания. Вполне естественно, что в этой зоне образуется и меньшее количество теплоты. Что же касается третьего теплообразующего источника, то он обладает наименьшей интенсивностью. Теплота, выделяющаяся по задней поверхности инструмента, составляет всего лишь 5...10% теплоты резания.

Однако следует отметить, что указанное положение не является общим правилом. Имеют место случаи, когда мощность тепловых источников изменяется коренным образом. Например, при скоростном резании конструкционных сталей основным источником тепловыделений становится уже работа сил трения, а не пластического деформирования. К этому можно добавить, что при изнашивании режущего инструмента начинает существенно возрастать мощность источника нагрева, действующего по задней поверхности.

Образовавшаяся в процессе резания теплота теплопроводностью, конвекцией и излучением распределяется между стружкой, инструментом, заготовкой и окружающей средой (рис. 4.5). Теплообмен между твердыми телами (стружкой, инструментом, заготовкой), находящимися в контакте, протекает в основном теплопроводностью. В окружающую среду теплоотдача осуществляется излучением и

конвекцией. Следует отметить, что при высокой температуре в зоне резания теплообмен излучением преобладает над конвекцией.

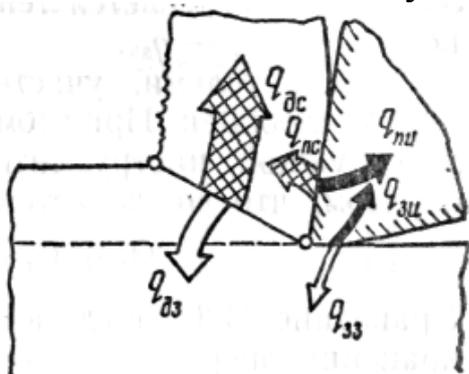


Рис. 4.5. Тепловые потоки в зоне резания.

Основная доля теплоты, выделившейся в области условной плоскости сдвига  $Q_d$ , поглощается стружкой  $q_{дс}$ , остальная часть  $q_{да}$  - заготовкой. Теплота деформации и трения по передней поверхности инструмента  $Q_n$  распределяется между стружкой  $q_{нс}$  и инструментом  $q_{ну}$ . Часть теплоты  $Q_3$ , образовавшаяся на задней поверхности инструмента, поступает в заготовку  $q_{зз}$ , остальная часть  $q_{зи}$  - в инструмент. Помимо этого имеет место теплообмен зоны резания с окружающей средой. При этом окружающая среда воспринимает теплоту  $q_{ос}$ .

Описанная картина распределения тепловых потоков между элементами технологической системы является упрощенной и не исчерпывает всего многообразия схем распределения теплоты в зоне резания. В некоторых случаях имеет место сложное переплетение маршрутов движения потоков теплоты. Однако приведенный выше характер распределения тепловых потоков не слишком уводит от реальной физики процесса резания и может быть принят для анализа.

Температура стружки определяется суммарным количеством поступившей в нее теплоты

$$q_c = q_{лс} + q_{нс}.$$

Температурное поле инструмента зависит от общего количества теплоты, воспринятой им,

$$q_u = q_{ну} + q_{зи}.$$

Заготовка нагревается теплотой, поступившей в нее от двух источников,

$$q_z = q_{дз} + q_{зз}.$$

Между телами, участвующими в процессе резания, непрерывно идет теплообмен. При этом генерируемая теплота распределяется между стружкой, инструментом, заготовкой и окружающей средой таким образом, что соблюдается условие:

$$Q_d + Q_n + Q_3 = q_c + q_u + q_z + q_{ос}. \quad (4.1)$$

Уравнение (4.1) представляет математическое выражение закона сохранения энергии при теплообмене в процессе резания материалов. Это уравнение называется уравнением теплового баланса.

Уравнение (4.1) устанавливает соотношение между количеством теплоты, образовавшейся в зоне резания, и теплотой, удаляемой из нее. В соответствии с уравнением в каждый момент времени при установившемся процессе резания соблюдается равенство между генерируемой и поглощаемой теплотой. Левая часть соотношения (4.1) представляет приходную, а правая - расходную часть его.

Необходимо отметить, что в процессе резания теплообмен теплопроводностью между соприкасающимися телами осуществляется через поверхности очень малых размеров. Это обстоятельство в сочетании с малым значением коэффициента теплопроводности обрабатываемых и инструментальных материалов обуславливает высокую концентрацию теплоты в местах их контакта. В результате на контактных площадках инструмента и заготовки возникают высокие температуры, которые, с одной стороны, существенно изменяют физико-механические свойства соприкасаемых материалов, а с другой стороны - влияют на процесс формирования качества обработанной поверхности детали. От этого, как известно, существенно зависят износ и стойкость режущего инструмента, а также эксплуатационные свойства деталей, т. е. характеристики, имеющие чрезвычайно важное практическое значение. В связи с этим для управления процессом теплообмена необходимо знать не только общее количество теплоты резания, но и закономерность распределения ее между стружкой, инструментом и заготовкой. Помимо этого необходимо располагать сведениями об изменении соотношения между составляющими расходной части уравнения теплового баланса при изменении условий резания.

Величина приходной части уравнения теплового баланса зависит главным образом от физико-механических свойств обрабатываемого материала и режимов резания. В значительной мере на тепловыделение в зоне резания влияют и геометрические параметры инструмента. Этими же факторами определяется соотношение между составляющими расходной части уравнения.

Влияние физико-механических свойств обрабатываемого материала на теплообразование в зоне резания, а также характер распределения теплоты резания между стружкой, заготовкой и инструментом сложны, а подчас и противоречивы (табл. 4.1). Это влияние может проявляться как непосредственно, так и косвенным образом. Косвенное влияние обнаруживается через явления, сопровождающие процесс резания: тип и усадку стружки, площадь контакта ее с перед-

ней поверхностью инструмента, трение по передней и задней поверхностям.

Таблица 4.1.

Тепловой баланс при точении некоторых материалов.

Обрабатываемый материал	Общий тепловой поток при $v = 50$ м/мин, Вт	Доля теплоты (%), поглощаемая		
		Стружкой	Заготовкой	Резцом
$v = 100$ м/мин, $S = 0,12$ мм/об, $t = 1,5$ мм				
Сталь 40 X	426	71	26	1,9
Чугун (НВ207)	561	42	50	1,5
Алюминий	321	21	73	2,2
$v = 10...50$ м/мин, $S = 0,2$ мм/об, $t = 1,5$ мм				
Сплавы				
BT2	401	35	40	20
ЭИ827, ЭИ857	-	45	35	20

Противоречивость же заключается в следующем. С увеличением прочности и твердости обрабатываемого материала, с одной стороны, возрастает напряжение на условной плоскости сдвига, что приводит к увеличению работы деформирования и тепловыделения. С другой стороны, с возрастанием прочностных характеристик материала заготовки снижается усадка стружки. Работа деформирования, а следовательно, и тепловыделение при этом уменьшаются. В зависимости от того, какой из указанных факторов преобладает с увеличением прочности и твердости обрабатываемого материала, количество генерируемой теплоты может как увеличиваться, так и уменьшаться. Например, при резании титанового сплава BT2 выделяется меньшее количество теплоты, чем при обработке стали 40X (табл. 4.1), несмотря на то, что прочность и твердость титанового сплава выше, чем стали. Обусловлено это преимущественным влиянием на процесс тепловыделения пластического деформирования срезаемого слоя. Как известно, деформация срезаемого слоя при обработке стали значительно выше, чем у титанового сплава.

Как показывают исследования, теплота резания неравномерно распределяется между стружкой, заготовкой и резцом (табл. 4.1). Наименьшее количество теплоты поступает в инструмент. Это положение является общим для всех материалов, обрабатываемых с любыми режимами резания. На неравномерность распределения теплоты резания обратил внимание еще Я. Г. Усачев (1915). В соответствии с его калориметрическими исследованиями общего количества

теплоты резания доля теплоты, остающейся в стальной стружке, составляет 60...80 % Из теплофизических свойств элементов технологической системы, находящихся в контакте (заготовка - инструмент), наибольшее влияние на характер распределения теплоты между ними оказывает теплопроводность. Это непосредственно вытекает из гипотезы Фурье. Так, высокая теплопроводность алюминия является причиной значительного количества теплоты (примерно 75 %), поглощаемой заготовкой. Напротив, при обработке малотеплопроводных титановых и жаропрочных сплавов в заготовке аккумулируется значительно меньшее количество теплоты. В этом случае возрастает доля теплоты (до 20 %), поступающей в инструмент (табл. 4.1).

Прежде чем проводить дальнейший анализ расходной части уравнения теплового баланса, укажем две важнейшие особенности, которые отчасти объясняют неравномерное распределение теплоты резания. Во-первых, стружка и заготовка движутся с большими скоростями относительно источников теплоты, тогда как инструмент неподвижен относительно этих источников. Во-вторых, специфичность процесса стружкообразования обуславливает непрерывное удаление из зоны резания теплообразующего источника наибольшей интенсивности. Последнее обстоятельство требует дополнительного объяснения. С этой целью рассмотрим процесс стружкообразования.

Материал заготовки попадая в плоскость сдвига (рис. 4.1), деформируется, разрушается и превращается в стружку. В плоскости сдвига происходит процесс преобразования механической энергии в тепловую, которая поглощается зернами обрабатываемого материала; зерна, нагретые до высокой температуры, после плоскости сдвига уже принадлежат стружке и уносятся из зоны резания. Описанный процесс непрерывно повторяется, так что в каждый момент времени в плоскость сдвига на смену зернам обрабатываемого материала, перешедшим в стружку, поступают новые, еще недеформированные зерна. Таким образом, теплообразующий источник находится в плоскости сдвига кратковременно. Он вместе со стружкой с большой скоростью уносится из зоны резания. Поскольку скорость распределения теплоты величина конечная, а скорость движения стружки значительна, то теплота деформации из плоскости сдвига лишь частично успевает перейти в заготовку и инструмент. Основная доля этой теплоты остается в стружке, причем тем большая, чем выше скорость резания. Следовательно, небольшое количество теплоты, поступающей в инструмент, обусловлено не только низкой теплопроводностью ин-

струментального материала, но и особенностями процесса стружкообразования.

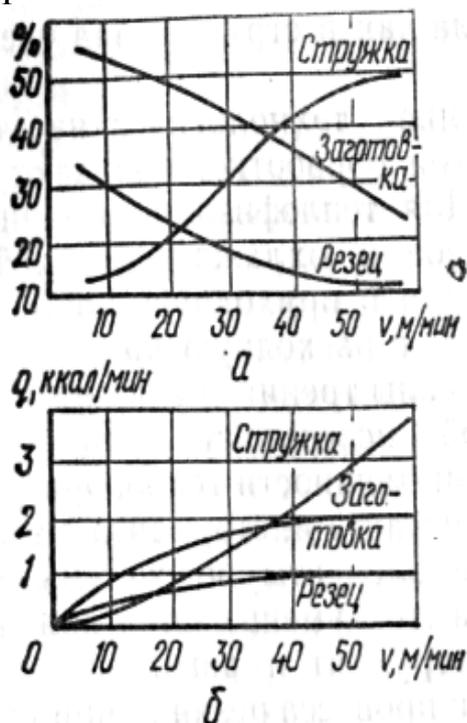


Рис. 4.6. Влияние скорости резания на относительное (а) и абсолютное (б) количество теплоты в стружке, заготовке и резце.

С учетом этих особенностей становятся понятными причины, по которым с увеличением скорости резания возрастает доля теплоты, остающаяся в стружке, и непрерывно уменьшается относительное количество теплоты, поступающей в заготовку и резец. Например, при точении титанового сплаве BT2 со скоростью резания 10 м/мин доля теплоты, поглощаемая стружкой, заготовкой и резцом составляет соответственно 13, 53, 30 % [35]. С увеличением скорости резания до 50 м/мин соотношения между относительным количеством теплоты коренным образом изменяются: в стружку поступает примерно - 48, в деталь - 30, в резец - 14 % (рис. 4.6, а). Некоторое несоответствие в суммарном проценте теплоты обусловлено погрешностью экспериментов.

Что же касается абсолютного количества теплоты, поступающей в каждый элемент подсистемы (стружку, заготовку, резец), то величина ее с возрастанием скорости резания непрерывно увеличивается (рис. 4.6, б).

Следует подчеркнуть, что закономерность распределения количества теплоты и его доли между стружкой, инструментом и заготовкой в зависимости от скорости резания является общей

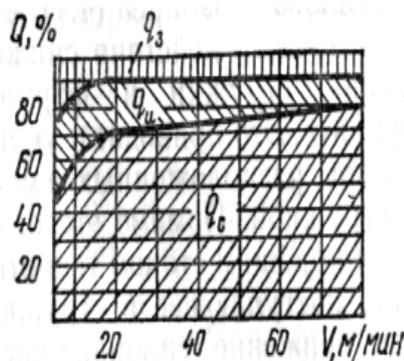


Рис. 4.7. Распределение теплоты между сверлом, заготовкой и стружкой в зависимости от скорости резания

не только для различных обрабатываемых материалов, но и для видов лезвийной обработки. Это относится и к сверлению спиральными сверлами - процессу, существенно отличающемуся от продольного точения. Особенности этого вида обработки, как известно, заключаются в конструкции инструмента и в протекании процесса резания. Тем не менее, калориметрические

исследования [194] показывают, что и в этом случае преобладающая часть теплоты резания уносится стружкой (рис. 4.7). Остальная, незначительная доля ее, распределяется между сверлом и заготовкой. Причем в инструмент поступает несколько большая часть теплоты резания. Например, при скорости резания 50 м/мин в стружку поступает примерно 75 % теплоты резания, в инструмент - 15 %, а в заготовке остается лишь 10 %. С увеличением скорости резания часть теплоты, поглощаемая стружкой, непрерывно возрастает, тогда как доля ее в заготовке остается практически неизменной. Что же касается сверла, то с возрастанием скорости резания в него поступает все меньшая часть теплоты резания. С увеличением подачи количество теплоты, удерживаемое в стружке, заготовке и резце, возрастает. Однако доля теплоты, поступающая в заготовку и резец уменьшается, тогда как в стружке она увеличивается.

Современные смазочно-охлаждающие технологические среды (СОТС), применяемые при механической обработке, обладают совокупностью положительных свойств. Для теплофизики резания заслуживают особого внимания смазочное и охлаждающее действие СОТС. Первое из них вносит изменения в приходную часть уравнения теплового баланса (4.1), второе - в расходную часть. Вследствие смазочного действия снижаются силы трения и адгезии при перемещении стружки и формируемой поверхности относительно инструмента. Это приводит к уменьшению мощности теплообразующих источников, расположенных в местах контакта инструмента с заготовкой и стружкой. Помимо этого, омывая элементы подсистемы, СОТС является хорошим стоком теплоты. При этом уменьшается количество теплоты, поступающее в стружку, инструмент и заготовку. Таким образом, снижение теплонапряженности процесса резания при использовании СОТС обусловлено двумя причинами: во-первых - уменьшением интенсивности теплообразующих источников, во-вторых - эффективным поглощением теплоты резания.

## **4.2. ТЕМПЕРАТУРА В ЗОНЕ РЕЗАНИЯ**

### **4.2.1. ТЕМПЕРАТУРА РЕЗАНИЯ**

Температура - физическая величина, характеризующая тепловое состояние тела. По величине температуры судят о степени нагретости тела. В теплофизике резания тепловое состояние элементов системы

оценивают средней температурой контакта, а также распределением температуры, как по поверхностям тела, так и внутри него. Средняя температура контакта - это усредненная температура по поверхности соприкосновения стружки и поверхности резания с передней и задней поверхностями инструмента. Эта температура получила название температуры резания.

В соответствии с определением температура резания

$$\theta_p = \iint_s \frac{\theta_1(\rho, \varphi) d\rho d\varphi}{S_1} + \iint_s \frac{\theta_2(\rho, \varphi) d\rho d\varphi}{S_2},$$

где  $\theta_1(\rho, \varphi)$ ,  $\theta_2(\rho, \varphi)$ , - закономерности изменения температуры по передней и задней поверхностям режущего инструмента;  $S_1$ ,  $S_2$  - площадь контакта инструмента со стружкой и заготовкой.

После интегрирования, получим

$$\theta_p = \theta_{cn} \frac{S_1}{S_1} + \theta_{cz} \frac{S_2}{S_2},$$

где  $\theta_{cn}$ ,  $\theta_{cz}$  - средние значения температуры по передней и задней поверхностям инструмента.

Таким образом, температуру резания можно определить не только непосредственным измерением, но и используя закономерность распределения температуры по поверхностям режущего клина. Однако этот способ нахождения температуры резания сопряжен с трудностью установления закона изменения температуры по поверхностям инструмента. Поэтому, как правило, температуру резания определяют опытным путем. Температура резания является важнейшей характеристикой процесса резания. Она оказывает существенное влияние не только на износ и стойкость режущего инструмента, но и на качество и точность изделий. Все это в сочетании с относительно простым методом измерения температуры резания обусловило широкое практическое использование ее в качестве критерия регулирования при адаптивном резании, для ускоренного определения стойкостных зависимостей и т. д.

Роль температуры как параметра регулирования значительно возросла после того, как было установлено положение о постоянстве оптимальной температуры резания. Сущность положения: для заданных обрабатываемого и инструментального материалов существует такое значение температуры резания, соблюдение которого обеспечивает оптимальные условия обработки. Эта температура резания по-

лучила название оптимальной. При оптимальной температуре резания наблюдается наименьшая интенсивность изнашивания инструментов и получаются наилучшие характеристики качества поверхностного слоя детали. Для выбранной пары «обрабатываемый - инструментальный материалы» оптимальная температура резания остается неизменной при изменении условий обработки, сечения срезаемого слоя, скорости резания, геометрических параметров инструмента и т. д.

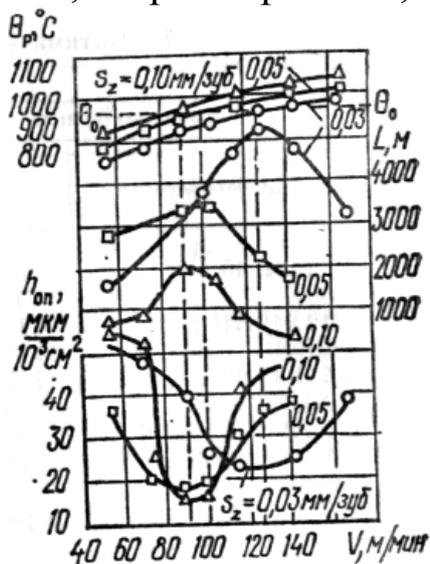


Рис. 4.8. Зависимость средней температуры контакта, пути резания и поверхностного относительного износа от скорости резания при торцовом фрезеровании.

Следовательно, для заданной пары «деталь - инструмент» оптимальная температура резания является их физической константой. На рис. 4.8 показано влияние скорости резания на среднюю температуру контакта, путь резания, поверхностный относительный износ при торцовом фрезеровании (Т15К6) стали 5ХНВ (HRC 45). Результаты исследований показывают, что при изменении условий обработки ( $v$ ,  $S_z$ ) изменяется путь резания и поверхностный относительный износ, однако их экстремальные значения соответствуют одному и тому же уровню температуры резания, равному примерно  $950\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Наибольший путь резания и наименьший относительный износ инструмента имеют место при оптимальной температуре резания. Кон-

кретные значения оптимальной температуры резания зависят от свойств обрабатываемого и инструментального материалов, вида операций и других условий обработки. В табл. 4.2 приведены значения оптимальной температуры резания для различных комбинаций обрабатываемого и инструментального материалов.

Положение о постоянстве оптимальной температуры резания было установлено в результате всестороннего исследования характеристик процесса резания. Точению подвергалась обширная группа обрабатываемых материалов (более 20 марок сталей и сплавов) резцами из твердых сплавов. Позднее это положение было подтверждено А. Д. Макаровым и другими исследователями не только для точения, но и для других видов обработки с использованием других инструментальных материалов. Зная конкретное значение оптимальной температуры резания, можно управлять явлениями в процессе обработки.

В этом заключается практическая ценность выдвинутого положения: оптимальный режим обработки можно осуществлять, поддерживая на постоянном уровне оптимальную температуру резания, соответствующую данной паре “деталь – инструмент”. Изменение условий обработки, следствием которого является отклонение температуры резания от оптимального значения в любую сторону, приводит к ухудшению условий обработки.

Таблица 4.2

Оптимальные температуры при лезвийной обработке

Марка материала		Операция	$Q_p$ °C
обрабатываемого	режущего		
Сталь 45	T5K10	Точение	850
40X	T15K6	-	950
12X18H10T	T15K6	-	900
ШХ15	T14K8	-	750
14X17H2	T15K6	-	740
ХН77ТЮР	BK6M	-	720
ХН51ВМТЮКФР	BK6M	-	850
11X11H2B2MФ	T15K6	-	850
BT3- 1	BK8	-	850
Сталь 50	Сталь P6M3	Сверление	270
15X18H12C4TЮ	Сталь P18		480
5ХНВ	T15K6	Фрезерование	950
40X	T15K6	Зубофрезерование	750
40X	Сталь P18		320-350
12X18H9T	BK60M	Резьбонарезание	760

Для практических расчетов температуры резания используют в основном эмпирические формулы степенного вида. Такие формулы установлены, например, для определения средней температуры рабочих поверхностей инструментов с внутренним охлаждением. Формулы имеют вид:

- 1) при чистовом точении труднообрабатываемых материалов резцами, оснащенными пластинками твердого сплава BK8

$$\theta_p = C v^p S^n t^m \exp\left(q \frac{(\theta_u - 193)}{100}\right); \quad (4.2)$$

- 2) при обработке сверлами из стали P6M5

$$\theta_p = C D^m S^n \exp(pv), \quad (4.3)$$

где  $\theta_u$  - температура, до которой охлаждался резец.

Числовые значения коэффициентов и показателей степеней к

формулам представлены в табл. 4.3.

Необходимо отметить, что эмпирические формулы (4.2), (4.3) могут быть использованы только в той области изменения независимых переменных, для которой они установлены. Применение формул за пределами этой области недопустимо, так как может привести к ошибкам.

Таблица 4.3

Значение постоянных величин и показателей степеней к формулам

Обрабатываемый материал	Точение					Сверление			
	$C \cdot 10^3$	$p$	$n$	$m$	$q$	$C \cdot 10$	$p$	$n$	$m$
12X12H10T	3,92	0,201	0,109	0,08	0,013	12,37	1,83	0,196	0,09
BT5	9,62	0,278	0,167	0,106	0,058	-	-	-	-
BT3	-	-	-	-	-	0,98	5,89	0,212	-0,36

С увеличением скорости резания и размеров срезаемого слоя температура резания, как правило, возрастает (табл. 4.3). Но влияние этих параметров неодинаково. Температура резания в большей мере зависит от скорости резания. С возрастанием скорости резания сред-

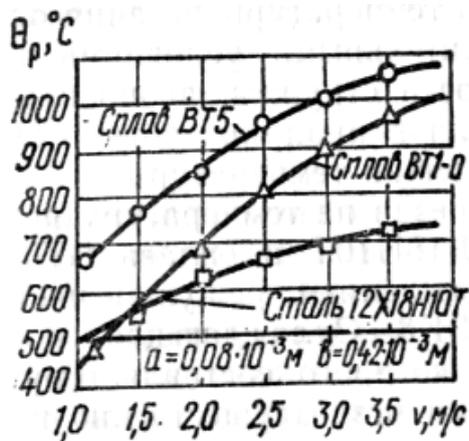


Рис. 4.9. Изменение температуры резания в зависимости

средняя температура контакта монотонно повышается (рис. 4.9), асимптотически приближаясь к значению, примерно равному температуре плавления обрабатываемого материала. Следует отметить, что в подавляющем большинстве случаев обработки материалов резанием имеет место соотношение  $p > n > m$ . Поскольку величина и знак показателей степеней характеризуют меру и направление воздействия параметров, то из приведенного неравенства следует, что глубина резания оказывает наименьшее

влияние на температуру. Правда, из общего правила имеется исключение. При сверлении труднообрабатываемых материалов с возрастанием диаметра сверла температура резания уменьшается (табл. 4.3) несмотря на то, что работа резания, а следовательно, и тепловыделение при этом увеличиваются, поскольку половина диаметра сверла представляет глубину резания. Обусловлено это улучшением условий теплоотвода из зоны резания в тело сверла. Таким образом, с увеличением диаметра сверла интенсифицируется теплообмен между эле-

ментами системы. Это одна из причин, по которой допускаемая скорость резания при сверлении увеличивается с ростом диаметра сверла (по данным Самофалова Е.И.).

СОТС интенсифицирует теплообмен в зоне обработки, снижает силы трения и прочность на сдвиг обрабатываемого материала (эффект П. А. Ребиндера), понижая тем самым уровень температуры резания. Эффективность СОТС зависит не только от ее теплофизических свойств. Важное значение в улучшении условий теплообмена приобретают способ подвода среды в зону обработки, а также скорость и направление потока, омывающего элементы системы. Один из рациональных способов подвода СОТС - подача ее по внутренним каналам, выполненным в теле инструмента. При этом обеспечивается надежный подвод охлаждающей среды к режущим кромкам инструмента. Это особенно важно при обработке осевыми инструментами (сверлами, зенкерами, развертками и др.), так как в этом случае чрезвычайно затруднен доступ среды в зону резания.



Рис. 4.10. Влияние глубины отверстия и способа подвода СОТС на температуру резания.

Исследованиями установлено, что при обработке спиральными сверлами с внутренним охлаждением температура резания практически не зависит от глубины сверления (рис. 4.10). Это обусловлено беспрепятственным поступлением среды в зону резания и вымывающими свойствами струи жидкости, исключая забивание стружки в канавках сверла. При подаче СОТС поливом величина  $\theta_p$  начинает существенно возрастать уже после достижения глубины отверстия, равной  $2D$ . Подобная зависимость температуры резания от глубины сверления объясняется затруднительными условиями тепло отвода. Движущаяся навстречу жидкости стружка, забивание ее в стружкоотводящих каналах препятствуют проникновению СОТС в зону резания, что способствует увеличению температуры. Влияние температуры охлаждения резца на температуру резания исследовалось при точении стали 12Х18Н10Т и сплава ВТ5 [148]. Применялись резцы с внутренним охлаждением, режущая часть которых оснащалась твердым сплавом ВК8. Охлаждающая среда - жидкий азот, температура испарения которого составляет примерно - 196 °С. При глубоком охла-

ждения резца на температуру резания исследовалось при точении стали 12Х18Н10Т и сплава ВТ5 [148]. Применялись резцы с внутренним охлаждением, режущая часть которых оснащалась твердым сплавом ВК8. Охлаждающая среда - жидкий азот, температура испарения которого составляет примерно - 196 °С. При глубоком охла-

ждения резца на температуру резания исследовалось при точении стали 12Х18Н10Т и сплава ВТ5 [148]. Применялись резцы с внутренним охлаждением, режущая часть которых оснащалась твердым сплавом ВК8. Охлаждающая среда - жидкий азот, температура испарения которого составляет примерно - 196 °С. При глубоком охла-

ждении резца существенно возрастает температурный напор между его контактными поверхностями и СОТС. Повышение градиента температуры сопряжено с увеличением теплового потока, отводимого в охлаждающую среду. В результате процесс теплообмена между элементами системы интенсифицируется. Это приводит к значитель-

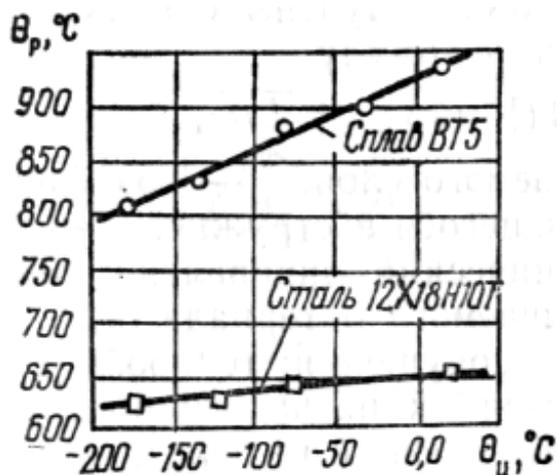


Рис. 4.11. Зависимость температуры резания от степени охлаждения резца.

ному снижению средней температуры контакта. Так, при обработке сплава ВТ5 без применения СОТС температура резания составляет примерно  $940^\circ\text{C}$ , в то время как при охлаждении резца до  $-100^\circ\text{C}$  наблюдается снижение ее до  $850^\circ\text{C}$  (рис. 4.11).

Следует отметить, что внутреннее охлаждение инструментов весьма эффективно и целесообразно при резании труднообрабатываемых материалов. В этом случае, как известно, существенно возраста-

ют доля и количество теплоты, поступающей в инструмент (табл. 4.1). Вполне естественно, что возрастает значение этой части теплоты в формировании средней температуры контакта. Поэтому интенсивный отвод теплоты от инструмента в охлаждающую среду существенно снижает температуру резания. Об этом свидетельствует показатель экспоненты  $q$  в формуле (4.2), по величине которого можно судить о влиянии охлаждения на температуру резания. При точении титановых сплавов указанный показатель более чем в 4 раза превосходит аналогичный показатель при обработке стали (табл. 4.3).

Температура резания существенно зависит от физико-механических свойств обрабатываемого материала. Наибольшее влияние на среднюю температуру контакта оказывают прочность, твердость и теплопроводность материала. С увеличением прочности, твердости и с уменьшением теплопроводности температура резания возрастает. Так, при точении титановых сплавов температура резания в среднем на  $200^\circ\text{C}$  превышает температуру, возникающую при обработке стали 12Х18Н10Т (рис. 4.11). Однако столь значительная разница обусловлена не только тем, что титановые сплавы мало-теплопроводны и прочнее стали, но и особенностями процесса резания. Обработка титановых сплавов сопряжена с незначительной пло-

щадью контакта стружки с передней поверхностью инструмента и малой, а в некоторых случаях и отрицательной усадкой стружки. В то время как первый фактор приводит к концентрации теплоты на площадках ограниченных размеров, второй - к высокой скорости скольжения стружки по передней поверхности инструмента. Оба фактора способствуют увеличению температуры резания.

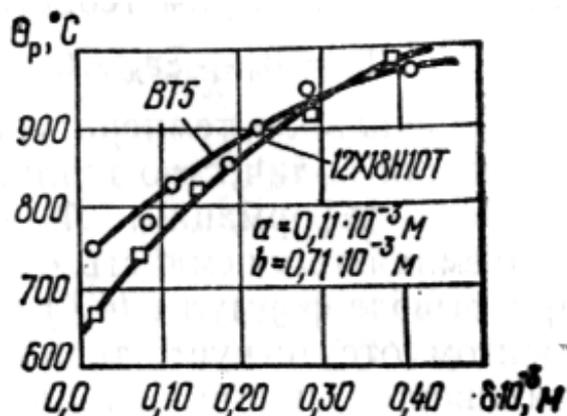


Рис. 4.12. Влияние износа инструмента на температуру резания.

В процессе резания инструмент непрерывно изнашивается. Режущая кромка притупляется, теряет свою остроту. Изменяется первоначальная форма передней и задней поверхностей инструмента. На задней поверхности появляется площадка износа, размеры которой постоянно увеличиваются. Это приводит к уменьшению заднего угла, который в пределах площадки износа становится равным нулю.

В результате возрастают силы трения между задней поверхностью инструмента и поверхностью резания. Площадка износа становится дополнительным источником тепловыделения достаточно большой мощности. Инструмент и обрабатываемая заготовка начинают сильно нагреваться. Температура монотонно возрастает (рис. 4.12). В некоторых случаях уровень нагрева инструмента и детали служит критерием, по достижении которого процесс обработки прекращают, а инструмент с целью восстановления его режущей способности направляют на переточку.

Для расчета температуры резания помимо эмпирических зависимостей получены теоретические формулы. Однако формулы не отличаются высокой точностью, так как они получены с целым рядом допущений. Рассмотрим теоретическую формулу

$$\theta_p = \theta_0 + \frac{\xi \cdot e_d}{A \cdot C} + 0,754 \cdot \left( \sqrt{\frac{a}{\lambda}} \right) \cdot q_{mn} \cdot \sqrt{\frac{L}{\lambda_c}}, \quad (4.4)$$

где  $\theta_0$  — начальная температура срезаемого слоя;  $\xi$  — коэффициент, учитывающий количество тепла, остающегося в стружке;  $e_d$  — удельная работа деформации;  $A$  — механический эквивалент теплоты;  $C$  — объемная теплоемкость обрабатываемого материала [15].

При выводе формулы (4.4) сделаны допущения: теплообмен с

инструментом отсутствует; тепловой источник на задней поверхности не учитывается; источник теплоты, действующий на передней поверхности инструмента, распределен равномерно. Указанные предположения привели к тому, что расчетные значения температуры резания не только количественно, но и качественно плохо согласуются с экспериментальными данными. Более точную формулу предложил А. Н. Резников [129]. Тем не менее, при выводе формулы были приняты допущения, которые не позволяют использовать ее для расчета температуры резания при тонком точении, а также при работе затупившимся инструментом.

#### 4.2.2. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ ПО ПОВЕРХНОСТЯМ ИНСТРУМЕНТА

Изнашивание режущего инструмента тесно связано с температурой его поверхностей. Однако температура резания не в состоянии объяснить неодинаковую интенсивность изнашивания различных участков поверхности режущего клина. В связи с этим возникает

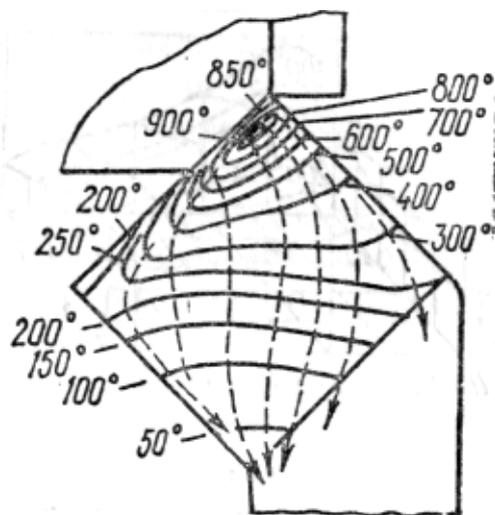


Рис. 4.13. Распределение температуры по поверхностям инструмента.

необходимость установления закономерности изменения температуры по длине контакта инструмента со стружкой и поверхностью резания.

Температура по передней и задней поверхностям инструмента распределяется неравномерно (рис. 4.13). Об этом свидетельствуют результаты как теоретических (кривая 5), так и экспериментальных (кривые 1 и 2) исследований, полученных при точении титановых сплавов [129; 166] и стали 40 [87] резцами, оснащенными твердыми сплавами.

Как видно из исследований (рис. 4.13), непосредственно на режущей кромке резца температура достигает значительной величины. Далее по мере перемещения от режущей кромки температура возрастает, достигая наибольшего значения примерно в средней части площадки контакта стружки с передней поверхностью.

Затем температура начинает уменьшаться и в месте отрыва

стружки от резца становится равной температуре прирезцовой стороны стружки. Такое изменение температуры обусловлено механизмом образования и условиями взаимодействия стружки с передней поверхностью инструмента. Стружка, образовавшаяся в плоскости сдвига, подходит к режущей кромке и начинает соприкасаться с передней поверхностью резца, будучи уже достаточно разогретой. Двигаясь по передней поверхности, стружка продолжает деформироваться и выделяющая при этом теплота вызывает дополнительный нагрев контактных слоев ее. При дальнейшем перемещении стружки происходит изменение условий контакта ее с передней поверхностью: зона пластического контакта уступает зоне упругого контакта. В этой зоне деформация контактного слоя стружки прекращается. Внутреннее трение, которое имело место в зоне пластического контакта между стружкой и заторможенным слоем, заменяется внешним - между контактной стороной стружки и передней поверхностью резца. Тепловыделение при этом уменьшается, что влечет за собой понижение температуры.

Несмотря на то, что закономерность изменения температуры по поверхностям установлена принципиально разными методами - расчетным и экспериментальными - при обработке различных материалов с неодинаковыми режимами резания, тем не менее можно отметить сходный характер распределения температуры. Как видно из представленных графиков (рис. 4.13), наибольший нагрев наблюдается на передней поверхности. Задняя поверхность нагревается значительно меньше.

Интересное аналитическое исследование распределения температуры по передней поверхности инструмента проведено А. Н. Резниковым [123].

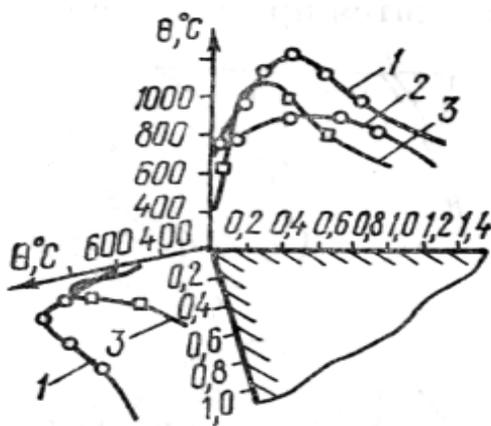


Рис. 4.14. Распределение температуры по передней поверхности резца.

результаты исследования показывают, что передняя поверхность нагревается неравномерно (рис. 4.14). Наибольшая температура возникает в области, которая находится на некотором расстоянии от режущей кромки. Изотермы (сплошные линии) представляют замкнутые линии ова-

лообразной формы. Причем большая ось овала вытянута вдоль главной режущей кромки и расположена почти параллельно ей. Форма изотермы как бы напоминает контуры лунки износа. Следовательно, между геометрией, механизмом изнашивания инструмента и характером распределения температуры по его поверхности имеется аналогия. Наибольшему изнашиванию подвержены участки поверхности, на которых развивается максимальная температура. Так, наибольшая глубина лунки износа, как и максимальная температура, находится примерно на середине площадки контакта стружки с резцом. Таким образом, знание законов распределения температуры позволяет объяснить причины неравномерного изнашивания инструментов.

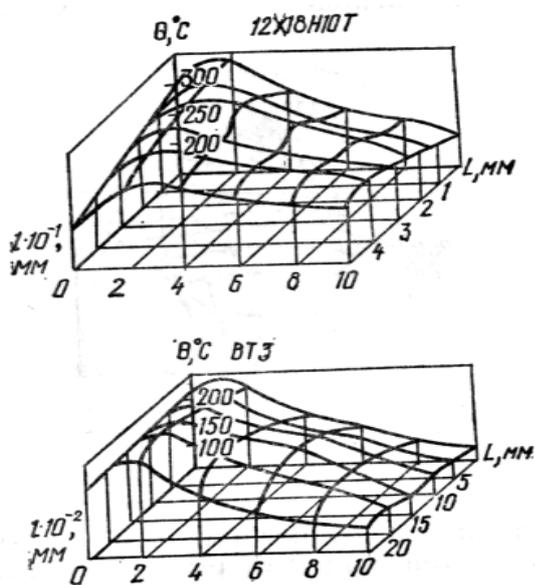


Рис. 4.15. Распределение температуры по главным режущим кромкам и задней поверхности сверл с внутренним охлаждением.

Неравномерное распределение температуры по контактным поверхностям инструмента имеет место не только при точении, но и при сверлении (рис. 4.15). Закономерность изменения температуры по длине главных режущих кромок сверла и по его задней поверхности установлена при обработке стали 12X18H10T и сплава BT3. Применялись сверла диаметром 10...22мм (P6M5) с каналами для подвода СОТС. В качестве охлаждающей среды служила 5 %-ная эмульсия. Температурное поле построено в системе прямоугольных координат, центр которой расположен на

уголке сверла. Оси  $L$  лежат в плоскости контакта задней поверхности сверла с поверхностью резания, который обусловлен упругим восстановлением последней. Незначительные размеры площадки контакта позволяют аппроксимировать ее плоскостью  $L$  направлена вдоль главной режущей кромки сверла.

Исследования показывают (рис. 4.15), что, начиная от ленточек, вдоль главных режущих кромок температура резко возрастает и на расстоянии примерно  $0,95D$  от оси сверла достигает наибольшего значения. Затем, по мере приближения к оси сверла, температура монотонно снижается. Таким образом, кривая распределения температуры по режущим кромкам сверла имеет максимум. Такое изменение

температуры предопределяется неодинаковым тепловыделением и различными условиями тепло отвода вдоль режущих кромок сверла. Максимальное количество теплоты выделяется на периферийных участках сверла, поскольку здесь имеет место наибольшая скорость резания. Вместе с этим происходит интенсивный теплообмен между этими участками и стенками обработанного отверстия. Следовательно, на уголке сверла действуют в противоположных направлениях два конкурирующих фактора. В результате такого воздействия непосредственно на уголке сверла температура ниже, чем на расстоянии 1,5...2,0 мм от него.

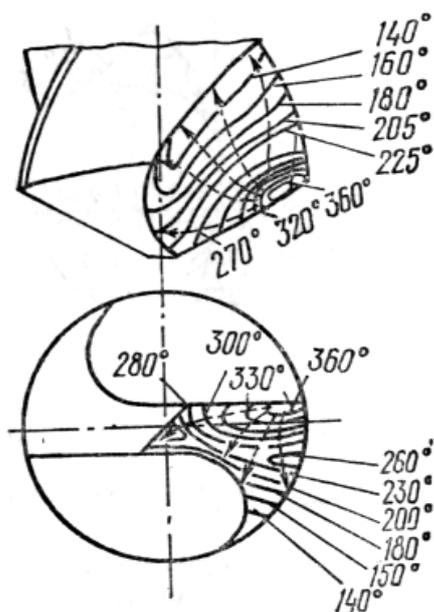


Рис. 4.16. Распределение температуры по передней и задней поверхностям сверла.

Подробное исследование распределения температуры по поверхности сверла проведено [177] при обработке стали 45. В опыте использовались быстрорежущие сверла диаметром 30 мм. Обработка проводилась с  $v = 25$  м/мин,  $S_0 = 0,11$  мм/об без охлаждения зоны резания. В результате экспериментов построены изотермы (сплошные линии) и установлены направления тепловых потоков (штриховые линии) в зубе сверла (рис. 4.16). Сопоставление температурных полей резцов и сверл обнаруживает мно-

го общего в расположении изотерм. Температура вдоль главных режущих кромок сверла изменяется аналогично изменениям в резцах. По направлению от оси инструмента к периферии она монотонно повышается и достигает наибольшего значения в точках, расположенных на расстоянии  $0,7...0,9D$  от оси. Затем температура снижается. Подобное изменение температуры обусловлено, вероятно, двумя факторами: во-первых, интенсивным теплообменом ленточек сверла со стенками отверстия; во-вторых, благоприятной геометрией режущего клина на уголке сверла. Участки поверхностей с максимальной температурой удалены как от периферии, так и от режущей кромки сверла. Точки с наибольшей температурой находятся на некотором расстоянии от режущей кромки.

### 4.2.3. ТЕМПЕРАТУРНОЕ ПОЛЕ В ИНСТРУМЕНТЕ

Теплота, поглощаемая инструментом, распространяется внутри него, вызывает повышение температуры. Температурное поле в режущем клине формируют тепловые потоки  $q_{ни}$  и  $q_{зи}$ , поступающие со стороны передней и задней поверхностей. Графически температурное поле изображается совокупностью изотерм, которые нигде не пересекают друг друга. Распределение температуры внутри неохлаждаемого резца и в резце с внутренним охлаждением установлено методом интегральных преобразований Меллина [166]. Задача решалась в соответствии с методикой, изложенной ранее. Инструмент представлялся в виде полубесконечного клина. Поверхности, ограничивающие клин, - плоские. Фаски и канавки, расположенные на передней поверхности, не учитывались, что позволило упростить форму клина. В центре клина, на расстоянии  $a$  от его вершины находится сток теплоты постоянной интенсивности. Теплофизические свойства инструментального материала не зависят от температуры.

Дифференциальное уравнение теплопроводности в полярной системе координат с непрерывно действующим, сосредоточенным стоком теплоты имеет вид

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \cdot \left( \frac{\partial \theta}{\partial \rho} \right) + \frac{1}{\rho^2} \cdot \left( \frac{\partial^2 \theta}{\partial \varphi^2} \right) = q \left[ \frac{\delta(\rho - a)}{\lambda \rho} \right] \cdot \delta(\varphi), \quad (4.5)$$

$$(0 \leq \rho \leq \infty, \quad -\beta \leq \varphi \leq \beta),$$

где  $\lambda$  - коэффициент теплопроводности инструментального материала;  $a$  - расстояние стока теплоты  $q$  от вершины резца;

$$\delta(\rho - a) = \begin{cases} 0 & \text{при } \rho \neq a \\ \infty & \text{при } \rho = a \end{cases} \text{ - дельта-функция Дирака.}$$

Распределение температуры по контактным поверхностям резца (граничные условия I рода) можно, как показывают исследования с использованием перерезаемых термодпар, представить выражениями вида

$$\begin{aligned} \theta(\rho, \beta) &= \theta_0 + \beta_1 \rho^2 \exp(-C_1 \rho) \\ \theta(\rho, \beta) &= \theta_0 + \beta_2 \rho^2 \exp(-C_2 \rho) \end{aligned} \quad (4.6)$$

Решение уравнения теплопроводности (4.5) выполнено методом интегральных преобразований Меллина, который весьма эффективен для клиновидной области и по сравнению с классическим методом

источников обладает рядом преимуществ:

1) по поверхностям режущего клина задается закономерность изменения температуры, устанавливаемая непосредственными измерениями, тогда как при использовании метода источников должен быть известен характер распределения по этим поверхностям интенсивности источников теплоты, описываемый приближенно на основании косвенных измерений;

2) угол заострения режущего клина может принимать любые значения, в то время как для применимости метода источников указанный угол должен удовлетворять условию  $\beta = 2\pi/n$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ), что в действительности не всегда выполняется. Помимо этого, если даже это условие имеет место, то необходимо, чтобы закон распределения мощности источников по граням клина был одинаков. В противном случае следует потребовать, чтобы  $n$  было четным числом;

3) решение получается в виде ряда, численная реализация которого не вызывает затруднений.

Умножим уравнение (4.5) и граничные условия (4.6) на ядро преобразования  $\rho^{p-1}$  [39] и затем проинтегрируем полученные выражения по  $\rho$  в пределах от 0 до  $\infty$ . При этом считаем функцию  $\theta(\rho, \varphi)$  таковой, что  $\rho^{p+n} \left( \frac{\partial^n \theta}{\partial \rho^n} \right)$  ( $n=0, 1, 2, \dots$ ) и  $\rho^p \cdot \left( \frac{\partial^n \theta}{\partial \rho^n} \right)$  ( $n=1, 2$ ) стремятся к нулю, когда  $\rho$  стремится к бесконечности. Это предположение вытекает из физических соображений.

Для члена  $\rho \cdot \left( \frac{\partial \theta}{\partial \rho} \right)$  интегрирование по частям дает

$$\int_0^{\infty} \rho \left( \frac{\partial \theta}{\partial \rho} \right) \cdot \rho^{p-1} d\rho = \left[ \rho^p \cdot \theta \right]_0^{\infty} - p \int_0^{\infty} \theta(\rho) \cdot \rho^{p-1} \cdot d\rho = -p \cdot \theta(p, \varphi).$$

Для члена  $\rho^2 \cdot \left( \frac{\partial^2 \theta}{\partial \rho^2} \right)$  первое интегрирование по частям приводит к выражению

$$\int_0^{\infty} \rho^2 \left( \frac{\partial^2 \theta}{\partial \rho^2} \right) \cdot \rho^{p-1} d\rho = \left[ \rho^{p+1} \left( \frac{\partial \theta}{\partial \rho} \right) \right]_0^{\infty} - (p+1) \int_0^{\infty} \left( \frac{\partial \theta}{\partial \rho} \right) \cdot \rho^p \cdot d\rho.$$

Поскольку первый член правой части этого выражения обращается в нуль, то второе интегрирование по частям дает

$$\int_0^{\infty} \rho^2 \left( \frac{\partial^2 \theta}{\partial \rho^2} \right) \cdot \rho^{p-1} d\rho = p(p+1) \cdot \theta(p, \varphi).$$

Применяя преобразование Меллина к члену  $\frac{\partial^2 \theta}{\partial \varphi^2}$ , получим

$$\int_0^{\infty} \left( \frac{\partial^2 \theta}{\partial \varphi^2} \right) \cdot \rho^{p-1} d\rho = \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \int_0^{\infty} \theta(\rho, \varphi) \rho^{p-1} d\rho = \frac{\partial^2 \theta(p, \varphi)}{\partial \varphi^2}.$$

Аналогично преобразуем правую часть уравнения (4.5)

$$\int_0^{\infty} q \left[ \frac{\delta(\rho - a)}{\rho} \right] \cdot \delta(\varphi) \cdot \rho^2 \rho^{p-1} d\rho = q \cdot \delta(\varphi) \int_0^{\infty} \delta(\rho - a) \cdot \rho^p d\rho = qa^p \delta(\varphi)$$

Тогда уравнение изображений и граничные условия принимают вид

$$d^2 \theta \frac{(p, \varphi)}{d\varphi^2} + p^2 \theta(p, \varphi) = qa^p \cdot \delta(\varphi), \quad (4.7)$$

$$\begin{aligned} \theta(\rho, \beta) &= A_1 \cdot C_1^{-P} \cdot \Gamma(p+2) \\ \theta(\rho, -\beta) &= A_2 \cdot C_2^{-P} \cdot \Gamma(p+2) \end{aligned} \quad (4.8)$$

где  $\Gamma(p+2)$  - гамма-функция аргумента  $p$ ;  $A_n = \frac{B_n}{C_n^2}$  ( $n = 1, 2$ ).

Общий интеграл неоднородного уравнения (4.7) представляется как сумма какого-либо частного решения этого уравнения и общего решения соответствующего однородного уравнения, т. е.

$$\theta(p, \varphi) = C_1(p) \cdot \cos p\varphi + C_2 \cdot \sin p\varphi + \theta^*(p, \varphi),$$

где  $\theta^*(p, \varphi)$  - частное решение дифференциального уравнения (4.7).

Частное решение неоднородного дифференциального уравнения находим методом вариации произвольных постоянных

$$\theta^*(p, \varphi) = \frac{qa^p}{p} \int_0^{\varphi} \sin p(\varphi - t) \cdot \delta(t) \cdot dt = \begin{cases} 0 & -\beta \leq \varphi \leq 0 \\ \left( \frac{qa^p}{p} \right) \cdot \sin p\varphi & 0 \leq \varphi \leq \beta \end{cases}.$$

Произвольные постоянные  $C_1(p)$ ,  $C_2(p)$  определим, используя граничные условия (4.8)

$$C_1(p) = \frac{\left[ A_1 C_1^{-p} \Gamma(p+2) + A_2 C_2^{-p} \Gamma(p+2) - \left( \frac{qa^p}{p} \right) \sin p\beta \right]}{2 \cos p\beta},$$

$$C_2(p) = \frac{\left[ A_1 C_1^{-p} \Gamma(p+2) + A_2 C_2^{-p} \Gamma(p+2) - \left( \frac{qa^p}{p} \right) \sin p\beta \right]}{2 \cos p\beta}.$$

Тогда общий интеграл неоднородного уравнения (4.7) можно представить в виде

$$\theta(p, \varphi) = \left[ A_1 C_1^{-p} \sin p(\beta + \varphi) + A_2 C_2^{-p} \sin p(\beta - \varphi) \right] \cdot \frac{\Gamma(p+2)}{\sin 2p\beta} - \left( \frac{qa^p}{2p \cdot \cos p\beta} \right) \sin p(\beta - |\varphi|)$$

Решение поставленной задачи получим, применяя формулу обращения Меллина

$$\theta(p, \varphi) = \frac{1}{2} \pi i \int_{\gamma-i\infty}^{\gamma+i\infty} \theta(p, \varphi) \rho^{-p} dp. \quad (4.9)$$

Формула (4.9) удовлетворяет условиям на границе клина при  $R_{ep} = -2$ . Учитывая это, получим

$$\theta(\rho, \varphi) = \frac{1}{2\pi i} \int_{-2-i\infty}^{-2+i\infty} \left\{ \begin{array}{l} \left[ A_1 C_1^{-p} \sin p(\beta + \varphi) + \right. \\ \left. + A_2 C_2^{-p} \sin p(\beta - \varphi) \right] \times \\ \times \frac{\Gamma(p+2)}{\sin 2p\beta} - \\ \left. - \left( \frac{qa^p}{2p \cdot \cos p\beta} \right) \sin p(\beta - |\varphi|) \right\} \rho^{-p} dp.$$

Применяя основную теорему о вычетах, получим решение задачи о температурном поле в режущем клине с сосредоточенным стоком теплоты

$$\theta(p, \varphi) = \theta_0 + \sum_{n=2}^{\infty} \frac{A_1 C_1^n \sin(\beta + \varphi)n + A_2 C_2^n \sin(\beta - \varphi)n}{\sin 2\beta n} \times$$

$$\begin{aligned}
& \times \frac{(-1)^{n+2}}{(n-2)!} \rho^n + \sum_{n=2}^{\infty} \left[ A_1 C_1 \left( \frac{\pi}{2\beta} \right)^n \sin(\beta + \varphi) \left( \frac{\pi}{2\beta} \right)^{n+} \right. \\
& \quad \left. + A_2 C_2 \left( \frac{\pi}{2\beta} \right)^n \sin(\beta - \varphi) \left( \frac{\pi}{2\beta} \right)^n \right] \times \\
& \quad \times \Gamma \left( 2 - \frac{\pi n}{2\beta} \right) \left( \frac{(-1)^{n-1}}{2\beta} \right) \rho \left( \frac{\pi}{2\beta} \right)^n - \\
& \quad - \sum_{n=0}^{\infty} \frac{q \sin \left[ \frac{\pi}{2\beta} (1+2n)(\beta - |\varphi|) \right]}{\pi \lambda (1+2n)} \cdot \left( \frac{\rho}{a} \right)^{2\beta(1+2n)} (-1)^n.
\end{aligned} \tag{4.10}$$

Аналогично получена аналитическая формула, описывающая закономерность изменения температуры в неохлажденном резце (при  $q=0$ )

$$\begin{aligned}
\theta(\rho, \varphi) = & \theta_0 + B_1 \rho^2 \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^{n-2} (C_1 \rho)^{n-2}}{(n-2)!} \cdot \frac{\sin(\varphi - \alpha)n}{\sin(\delta - \alpha)n} + \\
& + B_2 \rho^2 \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^{n-2} (C_2 \rho)^{n-2}}{(n-2)!} \cdot \frac{\sin(\varphi - \delta)n}{\sin(\alpha - \delta)n} + \\
& + A_1 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\Gamma \left( 2 - \frac{n\pi}{(\delta - \alpha)} \right) (-1)^{n+1}}{\delta - \alpha} \times (C_1 \rho)^{\frac{n\pi}{(\delta - \alpha)}} \cdot \sin \left( n\pi \frac{\varphi - \alpha}{\delta - \alpha} \right) \\
& + A_2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\Gamma \left( 2 - \frac{n\pi}{(\alpha - \sigma)} \right) (-1)^{n+1}}{\delta - \alpha} \times (C_2 \rho)^{\frac{n\pi}{(\delta - \alpha)}} \cdot \sin \left( n\pi \frac{\delta - \varphi}{\delta - \alpha} \right).
\end{aligned} \tag{4.11}$$

Формулы (4.10) - (4.11) позволяют рассчитать температуру в любой точке инструмента. При этом нетрудно убедиться, что положив, например, в формуле (4.11)  $\varphi = \delta$ , получим закон изменения температуры по передней поверхности режущего клина  $\theta(\rho, \varphi) = \theta_0 + B_1 \rho^2 \exp(-C_1 \rho)$ . Аналогично при  $\varphi = \alpha$  формула (4.11) описывает характер изменения температуры по задней поверхности резца.

Число членов в рядах, входящих в выражения (4.10) - (4.11), определяется исходя из требуемой точности решения. При допускае-

мой погрешности, например, в 0,1 % число членов рядов формулы (4.11) находится из неравенства

$$\left| \frac{(C_1 \rho)^n}{(n-2)!} \times \frac{\sin(\varphi - \alpha)n}{\sin(\delta - \alpha)n} + \frac{\Gamma\left(2 - \frac{n\pi}{(\delta - \alpha)}\right)}{\delta - \alpha} \times \right. \\ \left. \times (C_1 \rho)^{\frac{n\rho}{(\delta - \alpha)}} \sin\left(n\pi \frac{\varphi - \alpha}{\delta - \alpha}\right) \right| \leq 0,1$$

По формулам (4.10)-(4.11) с помощью вычислительной техники рассчитаны температурные поля резца (ВК8) с внутренним охлаждением (рис. 4.17, а) и неохлаждаемого резца. Обрабатываемый материал - титановый сплав ВТ5. Как показывают исследования, температура внутри инструмента распределяется сложным образом. Различные участки режущего клина нагреты неравномерно, что обусловлено особенностями как скольжения стружки, так и теплообмена инструмента с остальными элементами системы. Обращает на себя внимание то обстоятельство, что значительные изменения температуры сосредоточены в сравнительно небольшом объеме режущего клина. Максимальная температура (около 1100°C) имеет место на расстоянии примерно 0,5 мм от режущей кромки, тогда как на режущей кромке она немногим превышает 600 °С. Такое распределение температуры

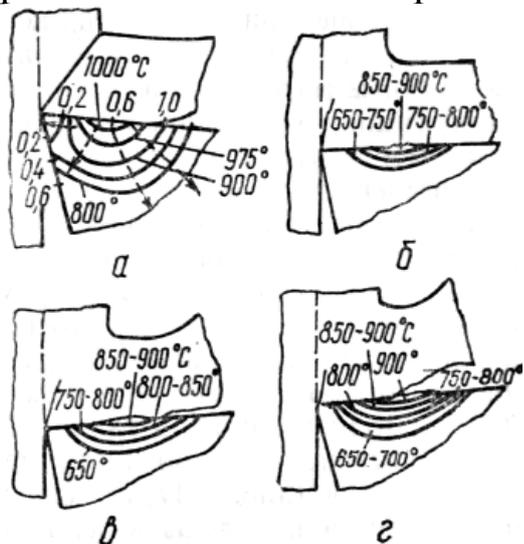


Рис. 4.17. Распределение температуры в инструменте: а - расчетное температурное поле; б, в, г - экспериментальные температурные поля.

свидетельствует не только о ее высоком уровне, но и о чрезвычайно больших градиентах.

Следует отметить, что характер распределения температуры в резце с внутренним охлаждением подобен температурному полю неохлажденного резца. В температурном поле резца с каналами для подвода СОТС можно выделить три типичных зоны (рис. 4.17, а). Первая зона - ядро нагрева - находится непосредственно под передней поверхностью, в средней части площадки контакта стружки с резцом. Здесь развивается наиболее высокая температура. Вторая зона примыкает к режущей кромке резца. Температура в этой зоне ниже,

чем в первой. Наконец, в третьей зоне, расположенной под передней поверхностью, в глубине режущего клина, температура изменяется более плавно, чем в первых двух. Степень нагрева этой зоны существенно ниже. Вместе с этим в температурных полях имеются и различия. В неохлажденном резце в первой половине контактной площадки изотермы имеют большую крутизну и соответствуют более высокому уровню температуры. Во второй половине площадки контакта в анализируемых полях температура изменяется более плавно.

На рисунках 4.17,а, в, г для сравнения показаны температурные поля, построенные по результатам опытов. Закономерность изменения температуры исследовалась в быстрорежущих резцах при точении ( $S_0 = 0,25$  мм/об) железа с различной скоростью резания ( $v = 152, 183, 213$  м/мин). Из сопоставления расчетного и экспериментальных полей нетрудно убедиться, что характер распределения температуры в первой зоне примерно одинаков. Таким образом, несмотря на то, что методика построения температурных полей разная, обрабатывались разные материалы в различных условиях резцами неодинаковой конструкции, оснащенными разными инструментальными материалами, тем не менее, наблюдается общая закономерность распределения температуры.

Температурное поле дает представление не только о наиболее нагретых участках инструмента, но и, что не менее важно, о направлении тепловых потоков. В то время как участки с максимальной температурой определяют работоспособность инструмента, объясняют механизм изнашивания его, сведения о направлении тепловых потоков позволяют обоснованно решать задачу о рациональном подводе СОТС в зону резания, а также сформулировать требования к конструктивному исполнению инструментов. Из представленного температурного поля (рис. 4.17, а), следует, что тепловые потоки (штриховые линии) направлены в тело инструмента и к его задней поверхности. Поэтому для снижения теплонапряженности процесса обработки смазочно-охлаждающую среду целесообразно подводить со стороны задней поверхности инструмента или же конструировать инструменты с внутренним охлаждением.

К этому следует добавить, что точность обработки тесно связана с температурными смещениями инструмента, величина и направление которых зависят от уровня и характера распределения температуры в клине. Таким образом, изучение температурного поля вносит вклад не только в общую теорию изнашивания инструментов, но и позволяет решать ряд важных практических задач.

#### 4.2.4. ТЕМПЕРАТУРНОЕ ПОЛЕ В ОБРАБАТЫВАЕМОЙ ЗАГОТОВКЕ

Обрабатываемая заготовка в процессе резания нагревается поступающим в нее тепловым потоком  $q_3$ . Как уже отмечалось, при любых видах обработки источники тепловыделений перемещаются относительно заготовок. Например, с некоторым приближением можно считать, что при продольном точении тепловой источник кольцевой формы медленно перемещается относительно оси заготовки со скоростью, равной минутной подаче. Это накладывает отпечаток на температурное поле, создаваемое подвижными источниками. Во-первых, поле сосредоточено на площадке ограниченных размеров и является таким образом местным или, как говорят, локальным. В этом поле развивается наибольшая температура. Во-вторых, поле все время перемещается по поверхности заготовки, являясь подвижным. Последнее обстоятельство чрезвычайно затрудняет его экспериментальное исследование.

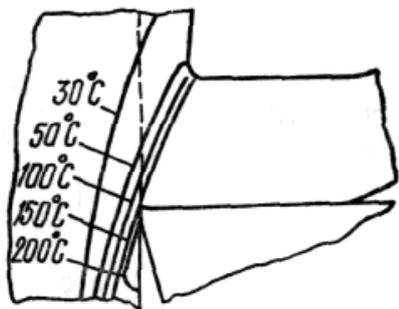


Рис. 4.18. Расчетное температурное поле в заготовке.

А. Н. Резников провел теоретическое изучение температурного поля, возникающего в заготовке при точении стали ШХ15 резцом с пластинкой из твердого сплава Т14К8. Считалось, что процесс резания ( $v = 78$  м/мин,  $S_0 = 0,5$  мм/об,  $t = 4,1$  мм) осуществляется без применения СОТС. Как следует из выполненных исследований (рис. 4.18), поверхностный слой заготовки нагревается неравномерно. Наибольшие температуры возникают в месте контакта поверхности резания с задней поверхностью инструмента. По мере перемещения в глубь заготовки температура монотонно снижается. Уменьшение температуры наблюдается и на участках удаленных от места контакта. Отметим, что уровень температур, возникающих в заготовке, существенно ниже, чем в режущем инструменте. Тем не менее, при чистовых операциях локальное поле в месте контакта заготовки с режущим инструментом играет важную роль в формировании качества поверхностного слоя (упрочнения, остаточных напряжений и др.). Что же касается температурного поля заготовки в целом, то оно оказывает влияние на точность размеров и формы обработанных поверхностей. Этот момент приобретает особое значение при обработке крупногабаритных тонкостенных заготовок, обладающих низкой жесткостью. Неравно-

мерный нагрев таких заготовок вызывает значительные термоупругие деформации (коробление). В таких случаях обработку целесообразно проводить с применением СОТС с тем, чтобы попытаться выровнять температурное поле.

#### 4.2.5. ТЕМПЕРАТУРНОЕ ПОЛЕ СТРУЖКИ

По сравнению с другими элементами системы в стружку поступает, как правило, значительно большая, а в некоторых случаях преобладающая часть теплоты резания (табл. 4.3). Причем доля и абсолютное количество теплоты, аккумулируемое стружкой, непрерывно возрастают с увеличением скорости резания. При этом происходит сильный разогрев стружки.

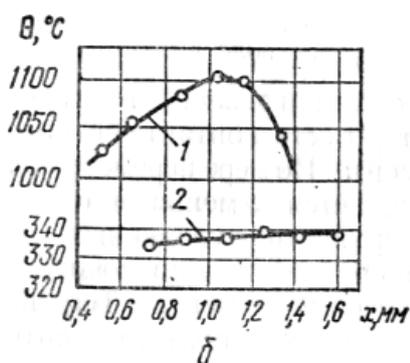
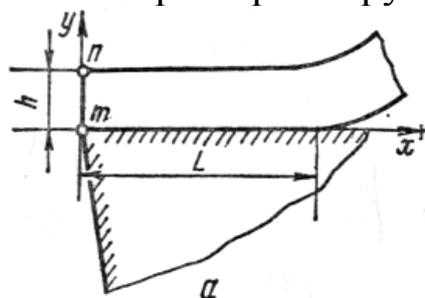


Рис. 4.19. Тепловая модель стружки (а) и распределение температуры по ее поверхностям.

С температурным полем стружки тесно связаны ее вторичная деформация, завивание и дробление. При высокой температуре (больше 900 °С) стружка приобретает свойства, подобные свойствам вязкой жидкости. При этом прочность и жесткость стружки значительно снижаются. Это усложняет и без того достаточно сложную проблему, связанную с дроблением стружки. Помимо этого стружка в таком состоянии способна прочно присоединяться к режущему инструменту и к деталям суппорта металлорежущего станка. Возникает задача удаления ее из зоны резания.

Желательно, чтобы температура стружки не превышала 900°С. Поэтому температурное поле стружки представляет практический интерес.

Задача о температурном поле стружки решалась аналитическим методом. При этом соблюдалась последовательность этапов, установленная ранее. Стружка представлялась в виде прямоугольника (двумерный случай), в котором отсутствуют источники (стоки) теплоты. Плоскость сдвига *тп* изотермическая ( $\theta_0 = \text{const}$ ) и расположена перпендикулярно к передней поверхности резца (рис. 4.19, а). Дифференциальное уравнение теплопроводности, описывающее темпера-

турное поле стружки, является частным случаем уравнения

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} - \left( \frac{v_c}{a_c} \right) \cdot \frac{\partial \theta}{\partial x} = 0, \quad (4.12)$$

$$(0 \leq x \leq L, \quad 0 \leq y \leq h),$$

где  $v_c$ ,  $a_c$  - средняя скорость и коэффициент теплопроводности стружки. Граничные условия I рода установлены на основе опытных данных. На условной плоскости сдвига температура считается постоянной

$$\theta = \theta_c = \text{const}. \quad (4.13)$$

Распределение температуры по остальным поверхностям, ограничивающим стружку, принимается (рис. 4.19, б):

1) линейным на свободной стороне стружки при  $y = h$

$$\theta = \frac{a_c \theta_c}{L} x + \theta_c; \quad (4.14)$$

2) параболическим на контактной стороне стружки при  $y = 0$

$$\theta = \theta_c - \frac{\theta_m - \theta_c}{x_m^2} \cdot x^2 - \frac{2(\theta_m - \theta_c)}{x_m} \cdot x, \quad (4.15)$$

где  $x_m$  - координата точки с максимальной температурой в зоне контакта.

Решение задачи проводится методом интегральных преобразований Лапласа. Для упрощения решения введем безразмерные координаты и температуру  $u = \frac{x}{l}$ ;  $v = \frac{y}{h}$ ;  $t = \frac{(\theta - \theta_c)}{\theta_c}$ . С учетом этого уравнение (4.12) и граничные условия (4.13)-(4.15) преобразуются и примут вид

$$\frac{\partial^2 t}{\partial v^2} - R^2 \left( \frac{\partial t}{\partial u} \right) = 0 \quad (4.16)$$

при  $u=0$ ;  $t=0$ .

$$v=0; \quad t = - \left( \frac{t_m}{u_m^2} \right) u^2 + 2 \left( \frac{t_m}{u_m} \right) u, \quad (4.17)$$

$$v=1; \quad t=au, \quad (4.18)$$

где  $R = \sqrt{\frac{h^2 v_c}{aL}}$ ;  $t_m = \theta_m - \frac{\theta}{\theta_c}$ ;  $u_m = \frac{x_m}{L}$ .

Умножая уравнение (4.16) и граничные условия (4.17)-(4.18) на ядро преобразования  $\exp(-su)$  [39], а затем интегрируя полученное

выражение по  $v$  и в пределах от  $0$  до  $\infty$ , получим

$$\frac{d^2 \bar{t}}{dv^2} - R^2 S \cdot \bar{t} = 0 \quad (4.19)$$

при  $v=0$ ;  $\bar{t} = \frac{-2 \left( \frac{t_m}{u_m^2} \right)}{S^3} + \frac{2 \left( \frac{t_m}{u_m} \right)}{S^2} = \bar{b}_0(S)$ ;  $v=1$ ;  $\bar{t} = \frac{a}{S^2} = \bar{b}_1(S)$ .

Общий интеграл уравнения (4.19) можно представить в виде

$$\begin{aligned} \bar{t}(b, S) = & \bar{b}_0(S) \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} \exp[-(2n+\nu)R\sqrt{S}] - \sum_{n=1}^{\infty} \exp[-(2n-\nu)R\sqrt{S}] \right\} + \\ & + \bar{b}_1(S) \sum_{n=0}^{\infty} \exp\{-[(2n+1)+\nu]R\sqrt{S}\} - \bar{b}_1(S) \sum_{n=0}^{\infty} \exp\{-[(2n-1)+\nu]R\sqrt{S}\} \end{aligned} \quad (4.20)$$

Применяя формулу обращения Лапласа

$$t(u, v) = \frac{1}{2} \pi i \int_{\gamma-i\infty}^{\gamma+i\infty} \bar{t}(v, s) \exp(su) ds,$$

произведем обратное преобразование выражения (4.20). Точное решение поставленной задачи получается в виде алгебраической суммы бесконечных рядов. Оставляя в каждом ряде только первый член, так как последующие его члены вносят несущественный вклад, окончательно получим

$$\begin{aligned} t(u, v) = & 4 \left( \frac{t_m}{u_m^2} \right) \cdot u^2 \cdot \left[ -81^4 \operatorname{erfc} \left( \left( \frac{\nu}{\sqrt{u}} \right) \cdot \frac{R}{2} \right) + \right. \\ & \left. + 81^4 \operatorname{erfc} \left( \left( \frac{2-\nu}{\sqrt{2}} \right) \cdot \frac{R}{2} \right) \right] + 2 \left( \frac{t_m}{u_m^2} \right) \cdot u \times \\ & \times \left[ 41^2 \operatorname{erfc} \left( \left( \frac{\nu}{\sqrt{u}} \right) \cdot \frac{R}{2} \right) - \right. \\ & \left. - 41^2 \operatorname{erfc} \left( \left( \frac{2-\nu}{\sqrt{u}} \right) \cdot \frac{R}{2} \right) \right] + au \left[ 41^2 \operatorname{erfc} \left( \left( \frac{1-\nu}{\sqrt{u}} \right) \cdot \frac{R}{2} \right) - \right. \\ & \left. - 41^2 \operatorname{erfc} \left( \left( \frac{1-\nu}{\sqrt{u}} \right) \cdot \frac{R}{2} \right) \right] \end{aligned} \quad (4.21)$$

По уравнению (4.21) установлено распределение температуры по толщине стружки в направлении, перпендикулярном передней поверхности резца (рис. 4.20). Температурное поле рассчитано в безразмерных координатах  $(t, v)$  для часто встречающегося случая обработки стали твердосплавными резцами. Скорость перемещения стружки по резцу составляла 77 м/мин, длина контакта ее с резцом -

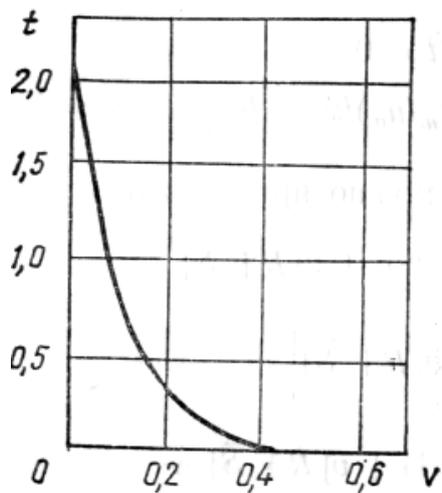


Рис. 4.20. Расчетное температурное поле в стружке.

0,13 см, толщина - 0,67, коэффициент температуропроводности -  $0,12 \text{ см}^2/\text{с} \cdot ^\circ\text{C}$ .

Расчет проводился при следующих значениях безразмерных величин  $t_m = 2,2$ ;  $u_m = 0,5$ ;  $a = 0,06$ . Как следует из расчета, наибольшему нагреву подвержен приконтактный слой стружки (рис. 4.20). В этом слое по направлению к свободной стороне стружки происходит резкое падение температуры. Однако, начиная с расстояния, примерно равного половине толщины стружки, изменение температуры прекращается, и она становится равной температуре свободной стороны ее.

О неравномерном нагреве стружки свидетельствуют и экспериментальные исследования. Наибольшая температура возникает на контактной стороне стружки (рис. 4.21).

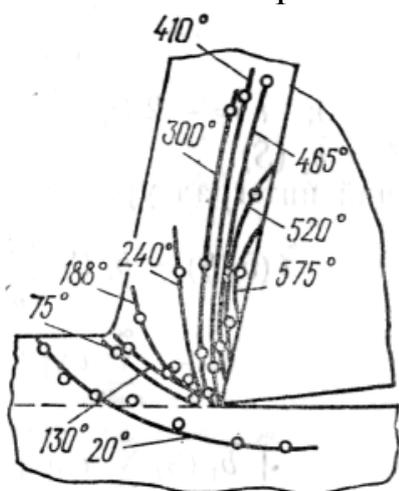


Рис. 4.21. Экспериментальное температурное поле в стружке.

Здесь приблизительно в средней части контакта стружки с инструментом имеет место максимальная температура. Степень нагрева этих слоев значительно превосходит температуру в условной плоскости сдвига. По мере удаления от середины контакта к вершине инструмента и в противоположном направлении, к месту отрыва стружки от передней поверхности инструмента температура различных слоев ее выравнивается.

### 4.3. ТЕМПЕРАТУРА В ЗОНЕ РЕЗАНИЯ И ТОЧНОСТЬ ОБРАБОТКИ

Температура, возникающая в зоне обработки, влияет на все стороны процесса резания. Без преувеличения можно сказать, что нет таких явлений, сопровождающих процесс механической обработки, которые бы в определенной мере не зависели от температуры. От термического режима в зоне резания зависит усадка стружки и наро-

стообразование, условия трения на контактных поверхностях инструмента и наклеп поверхностного слоя детали и т. д. Следует подчеркнуть, что в одних случаях уровень температуры незначителен и воздействие ее на процесс резания проявляется слабо. При других условиях обработки развивается настолько высокая температура, что приобретает решающее значение. Практический интерес представляет роль температуры в изнашивании и стойкости режущего инструмента, в формировании качества поверхностного слоя детали.

#### 4.3.1. ИЗНОСОСТОЙКОСТЬ РЕЖУЩИХ ИНСТРУМЕНТОВ

В процессе резания инструмент контактирует со стружкой и поверхностью резания в условиях очень высоких давлений и температуры. При этом стружка и заготовка с большой скоростью перемещаются относительно поверхностей инструмента. В результате трения, протекающего при экстремальных тепловых и динамических нагрузках, происходит интенсивное изнашивание инструмента. Изнашивание инструмента - явление чрезвычайно сложное. Здесь проявляется абразивное воздействие на инструмент частиц обрабатываемого материала и нароста, адгезионное взаимодействие и взаимное диффузионное растворение инструментального и обрабатываемого материалов, окислительные процессы и т. д.

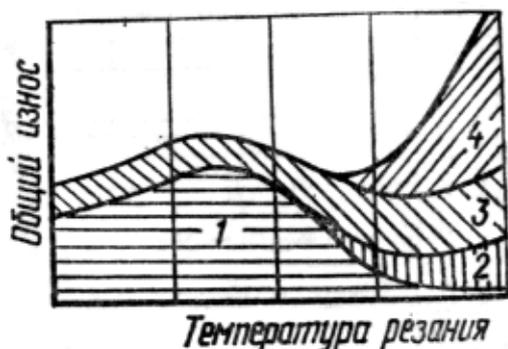


Рис. 4.22. Схема влияния температуры резания на интенсивность износа инструмента: 1 - адгезионное изнашивание; 2 - окисление; 3 - абразивное изнашивание; 4 - диффузионные процессы.

Остановимся лишь на исследовании зависимости износа инструментов от температуры в зоне резания. Изнашивание режущих инструментов может быть обусловлено одновременным действием абразивного, адгезионного, окислительного и диффузионного процессов (рис. 4.22).

Доля каждого вида износа в общем изнашивании инструмента зависит от условий обработки. Четких границ между видами износа не существует. Однако можно говорить о преобладающем влиянии какого-либо износа на общее изнашивание инструмента. Так, при

температуре резания, превышающей 900°С, доминирующим становится диффузионный износ, тогда как при более низких температурах превалирует адгезионный износ инструмента (рис. 4.22). Абразивное и адгезионное изнашивание инструмента проявляется во всем интервале изменения температуры резания, однако, в различной степени. Что же касается диффузионного и окислительного изнашивания, то их появление обусловлено высокой температурой. Диффузионному изнашиванию подвергаются в основном инструменты, оснащенные твердым сплавом или минералокерамикой, работающие с высокой скоростью (температурой) резания. Быстрорежущие инструменты используют при сравнительно низкой скорости резания, когда температура в зоне обработки не превышает 600 °С. В этом случае диффузия вряд ли может возникнуть. Поэтому основным видом износа стальных инструментов следует считать, по-видимому, абразивный и адгезионный.

Производительность механической обработки связана с увеличением скорости резания и сечения срезаемого слоя. Это неизбежно сопряжено с повышением средней температуры контакта. Если же обрабатываются высокопрочные материалы (например, сплавы на никелевой основе, титановые сплавы и т. д.) с использованием твер-

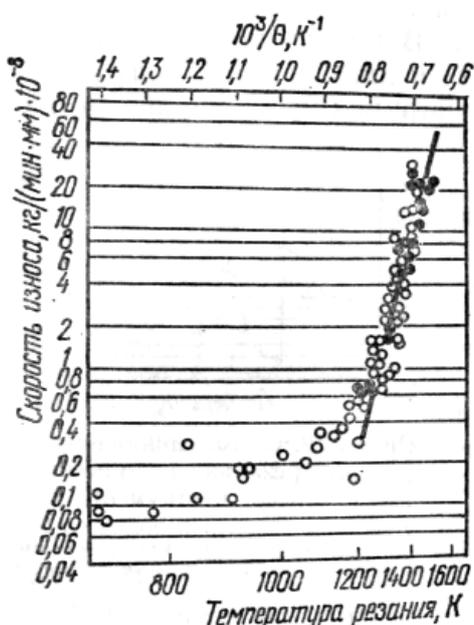


Рис. 4.23. Интенсивность износа задней поверхности инструмента в зависимости от температуры резания.

досплавных инструментов, то при этих условиях чрезвычайно активизируются диффузионные процессы, протекающие на поверхностях раздела. Причем, при повышении температуры на каждые 20°С скорость диффузии примерно удваивается. Инструмент при этом подвергается интенсивному изнашиванию. Вследствие неравномерного нагрева на передней поверхности появляется характерное углубление, так называемая лунка износа.

Форма и размеры лунки зависят от распределения температуры по передней поверхности. Наибольшая глубина лунки расположена в зоне максимальной температуры, а слабо изношенная площадка - непосредственно у режущей кромки. Бесперывно изнашивается и задняя поверхность инструмента. На этой поверхности

вдоль главной режущей кромки и вершины возникает изношенная площадка (фаска), как правило, переменной ширины. Сначала, с увеличением температуры резания ширина фаски незначительно возрастает. Затем, по мере дальнейшего увеличения температуры износ ускоряется. При достижении критической температуры (примерно 1200 К) интенсивность износа резко возрастает (рис. 4.23). Столь интенсивное развитие износа обусловлено процессом диффузии, который становится доминирующим механизмом износа. Инструмент быстро теряет режущие свойства. Следовательно, высокая температура является препятствием, ограничивающим повышение производительности обработки.

Теплофизический анализ позволяет, при определенных допущениях, прогнозировать лункообразный износ передней поверхности. Рассмотрим формулу для расчета глубины лунки в зависимости от координат и времени работы резца

$$h(x, \tau) = A \tau(X) \left( \frac{\nu}{K_t} \right) \tau \exp \left[ \frac{C}{\theta'} \cdot \left( 1 - \frac{\theta'}{\theta(x)} \right) \right], \quad (4.22)$$

где  $\tau(x)$ ,  $\theta(x)$  - законы распределения касательных напряжений и температуры по передней поверхности резца;  $\theta'$  - температура начала активных диффузионных процессов;  $\tau$  - время работы резца;  $A$ ,  $C$  - постоянные, определяемые из опытных данных.

Интенсивность изнашивания твердосплавного инструмента можно предсказать, используя уравнение, предложенное Куком и На-яком. Уравнение получено на основании рассмотрения механизма диффузии, однако без учета влияния на изнашивание скорости перемещения стружки и длины контакта ее с передней поверхностью инструмента, концентрации диффундирующего вещества, что является его существенным недостатком. Тем не менее уравнение так же, как и формула (4.22), может быть использовано для приближенной оценки скорости изнашивания твердосплавного инструмента. Уравнение имеет вид

$$\nu_u = \frac{D_0}{\alpha} \times \exp \left( \frac{-E}{R\theta} \right) \cdot \left[ \exp \left( \frac{u_p}{R\theta} \right) - 1 \right],$$

где  $u_p$  - работа пластической деформации на единицу веса стружки;  $R$  - универсальная газовая постоянная;  $D_0$  - величина, определяемая частотой колебаний атомов [6].

Из приведенных формул следует, что как глубина лунки износа, так и скорость изнашивания зависят от температуры на поверхности ре-

жущего инструмента. Причем, с увеличением температуры изнашивание инструмента интенсифицируется, а стойкость снижается. Поэтому с целью увеличения стойкости инструмента режим обработки необходимо назначать с учетом температуры в зоне резания. Исследования показывают, что путь резания за период стойкости существенно зависит от средней температуры контакта. Причем для каждой пары обрабатываемый - инструментальный материалы существует такое значение температуры

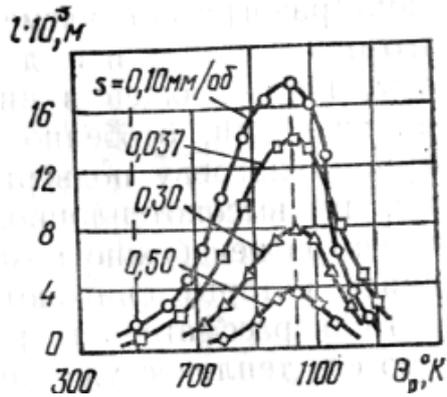


Рис. 4.24. Зависимость пути резания от средней температуры контакта.

резания, при которой путь резания оказывается наибольшим. Например, при точении стали 40Х резцом из твердого сплава Т15К6 наибольший путь резания достигается при средней температуре контакта, равной примерно 950 - 1000 °С (рис. 4.24). В качестве критерия притупления при этом был принят износ по задней поверхности  $\delta_z = 0,6$  мм. Следовательно, обработка материалов должна производиться с таким режимом, при котором обеспечивалась бы оптимальная температура в зоне резания. Значения оптимальной температуры резания при лезвийной обработке различных материалов представлены в табл. 4.2.

Известны и другие подходы к определению оптимального термического режима при механической обработке сталей, жаропрочных и других тугоплавких материалов, например, по предельной температуре резания. Некоторые специалисты рекомендуют оценивать режущую способность инструмента по величине коэффициента запаса пластической прочности

$$n_t = \frac{HV_u}{\sqrt{HV_c^2 + HV_k^2}},$$

где  $HV_u$  - твердость инструментального материала в контактных слоях при температуре резания;  $HV_c, HV_k$  - твердость обрабатываемого материала соответственно в зоне условной плоскости сдвига и в контактных слоях.

Коэффициент  $n_t$  зависит от температуры. Так, при  $n_t \leq 1$  происходит потеря формоустойчивости режущей части инструмента, тогда как при  $n_t > 1$  пластическая деформация режущей кромки не наблюдается. Следует подчеркнуть, что предельная температура резания, по

достижении которой режущая часть инструмента теряет первоначальную форму, существенно зависит от рода и свойств обрабатываемого материала. Так, при точении сталей 40, ШХ15, 12Х18Н9Т резцом Т15К6 предельная по  $n_t$  температура резания изменяется в интервале 1150...1250°С.

#### 4.3.2. ТОЧНОСТЬ РАЗМЕРОВ И ФОРМЫ ПОВЕРХНОСТЕЙ

Теплота резания, генерируемая в процессе обработки, существенно разогревает элементы технологической системы: инструмент, заготовку, станок и т. д. Несмотря на относительно малую долю теплоты, поступающей в инструмент, температура его достигает высоких значений, особенно при высокоскоростной обработке. Неравномерному нагреву подвергаются и заготовки, в частности, тонкостенные, из высокотеплопроводных материалов. В результате нагрева элементов неизбежно возникают их термоупругие деформации (удлинение), которые снижают точность обработки.

Если рассматривать режущий инструмент в виде стержня длиной  $l$ , то его тепловое удлинение можно рассчитать по формуле

$$\Delta l = \beta \int_0^l \theta(x) dx, \quad (4.23)$$

где  $\beta$  - температурный коэффициент линейного расширения материала;  $\theta(x)$  - распределение температуры по длине режущего инструмента;  $l$  - начальная длина инструмента;  $x$  - расстояние от начала координат (вершины инструмента) до рассматриваемого сечения.

Вполне понятно, что воспользоваться формулой (4.23) возможно только в том случае, если установлено распределение температуры по длине режущего инструмента.

Тепловое удлинение режущего инструмента зависит от теплофизических свойств ( $\beta, \lambda$ ) его материала и, конечно же, от температуры. Последняя определяется количеством теплоты, аккумулируемой инструментом в процессе обработки. Как известно, на долю теплоты, поглощаемой инструментом, во многом влияет его теплопроводность. Поэтому, хотя коэффициент теплопроводности и не входит в формулу (4.23), но с учетом особенностей механической обработки его воздействием на тепловое удлинение пренебрегать не следует.

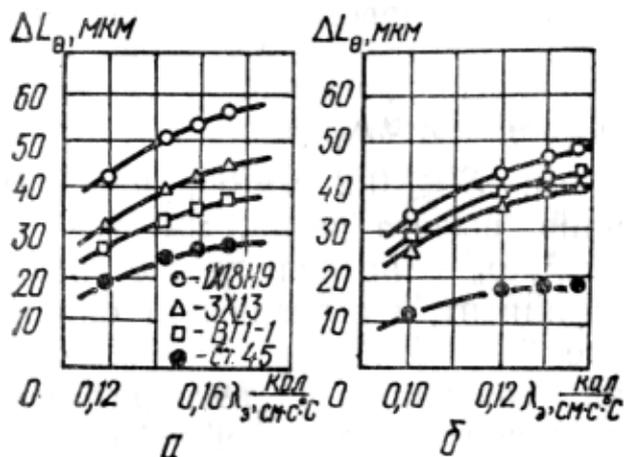


Рис. 4.25. Зависимость температурных деформаций резцов из сплавов ВК.8, ВК6, ВК8В (а); Т15К6, Т5КЮ, Т3ОК4 (б) от их теплопроводности.

Температурные деформации резцов возрастают с увеличением их эквивалентной теплопроводности (рис. 4.25). Явление температурных деформаций резцов имеет место при обработке всех материалов, но не в одинаковой мере. Линейные удлинения резцов тем значительнее, чем большее количество теплоты выделяется в зоне резания. В связи с этим наибольшие деформации наблюдаются при тчении труднообрабатываемой стали

1Х18Н9, наименьшие - при обработке стали 45. Вместе с тем на увеличение линейных размеров весьма сильно влияет материал державки резца. Чем выше коэффициент теплопроводности державки при одной и той же марке твердого сплава, тем больше удлинение резца. Так, при обработке стали 1Х18Н9Т резцом, оснащенным сплавом ВК6, и державкой из стали 40, температурная деформация составляет 38 мкм (рис. 4.25, а). При обработке той же стали резцами из тех же сплавов, но с державкой из стали 30 удлинение резца составляет 52 мкм. Аналогично изменяются температурные деформации резцов из твердых сплавов группы ТК (рис. 4.25, б)

Как известно, твердые сплавы вольфрамокобальтовой группы по сравнению со сплавами группы ТК обладают большей теплопроводностью. Поэтому резцы из одно-карбидных твердых сплавов в процессе обработки нержавеющей сталей при одинаковых условиях поглощают большее количество теплоты резания. Теплота, распространяясь, поступает в державки и вызывает их нагрев. Естественно, что державки резцов из одно-карбидных твердых сплавов подвергаются большему нагреву, чем аналогичные державки резцов титанокобальтовой группы. Этим, по-видимому, объясняется то обстоятельство, что резцы вольфрамокобальтовой группы подвержены большим температурным деформациям по сравнению с резцами из сплавов группы ТК (рис. 4.25).

Температурные деформации деталей по длине и диаметру зависят от коэффициента теплопроводности их материала [12]. Следует

отметить, что жаропрочные стали 1X18H9T менее теплопроводны, чем нержавеющие стали 3X13, 4X13 и сталь 45, однако они обладают примерно в 1,5 раза большим коэффициентом линейного расширения.

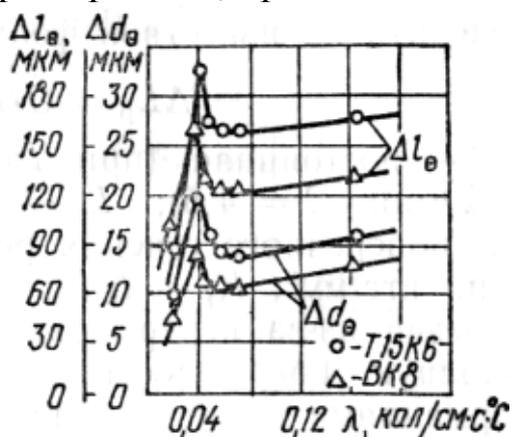


Рис. 4.26. Влияние коэффициента теплопроводности обрабатываемого материала на величину температурной деформации детали.

К этому необходимо добавить, что при обработке жаропрочных сталей в зоне резания возникают более высокие температуры. Последние обстоятельства являются решающими. Они и определяют склонность жаропрочных сталей к высоким температурным деформациям, превышающим деформации нержавеющей стали и стали 45 (рис. 4.26).

Температурные деформации деталей, обрабатываемых резцами группы ТК, превосходят аналогичные деформации деталей, обрабатываемых резцами из сплавов вольфрамокобальтовой группы (рис. 4.26). Это связано с влиянием теплопроводности инструментального материала на соотношение между составляющими расходной части уравнения теплового баланса (4.1). Чем выше теплопроводность инструментального материала, тем меньшая часть теплоты резания поступает в заготовку, поскольку значительная доля ее при этом транспортируется в инструмент. Степень нагрева детали при этом снижается. Таким образом, перераспределение теплоты резания между заготовкой и инструментом является основной причиной снижения температурных деформаций деталей, обрабатываемых резцами из одно-карбидных твердых сплавов.

Температурные деформации приводят к смещению вершины резца относительно оси вращения заготовки, т. е. к погрешности обработки. Определяющее влияние на точность оказывает деформация резца. Удлинение резца при установившемся тепловом состоянии можно определить по известной формуле

$$\Delta L_p = C \left( \frac{L_p}{F} \right) \cdot \sigma_b (t \cdot s)^{0,75} \sqrt{v} \cdot K_t,$$

где  $C$  - постоянная (при  $t = 1,5$  мм,  $S \leq 0,2$  мм/об,  $v = 100 \dots 200$  м/мин,  $C = 4,5$ );  $L_p$  - величина вылета резца, мм;  $F$  - площадь поперечного

сечения резца, мм<sup>2</sup>;  $\sigma_b$  - предел прочности заготовки, кгс/мм<sup>2</sup>;  $K_t = \frac{t_0}{t_{шт}}$  - коэффициент, учитывающий охлаждение резца из-за перерывов в работе.

Полную погрешность обработки, связанную с температурными деформациями элементов технологической системы, обычно определить не удастся. Для финишных операций приближенно принимают  $\sum \Delta_\theta = (0,1 \dots 0,4) \Delta_\Sigma$ . Причем при обработке лезвийными инструментами, с геометрически определенной режущей кромкой считают, что  $\sum \Delta_\theta$  не превышает 15 % суммарной погрешности  $\Delta_\Sigma$ , тогда как при шлифовании эти погрешности достигают 30...40 % суммарной погрешности.

Нагрев элементов упругой подсистемы оказывает влияние не только на точность размеров, но в некоторых случаях определяет погрешность формы обработанной поверхности. Примером может служить искажение формы после развертывания. Практика показывает, что профиль продольного сечения развернутых поверхностей довольно часто приобретает бочкообразную форму. Причем погрешность не удастся устранить даже после тщательной заточки и выверки биения зубьев развертки, надежного закрепления ее и детали.

Для выяснения причин погрешности был проведен теплофизический анализ процесса развертывания. С этой целью решена задача о температурном поле в зубе развертки, а также установлена закономерность распределения температуры в детали. Предполагалось, что диаметр развертки увеличивается только в результате линейного теплового расширения. Изменение диаметра вследствие термоупругих деформаций не учитывалось ввиду их незначительной величины. Как показали расчеты, развертка неравномерно нагревается по длине рабочей части. Вследствие этого линейное тепловое расширение развертки в каждом диаметральной сечении ее различно и может быть рассчитано по формуле

$$\Delta d(y) = 2\beta \int_0^{0,5d} \theta(r, y) dr,$$

где  $\beta$  - коэффициент линейного расширения;  $\theta(r, y)$  - температура развертки на расстоянии  $r$  от ее оси.

Изменение диаметра отверстия вследствие нагрева детали рассчитывалось по формуле  $\Delta d_0(y) = 2r_0 \varepsilon(r)$ , где  $\varepsilon(r)$  - относительная

радиальная деформация.

Результирующая погрешность диаметра отверстия

$$a(y) = \Delta d(y) - \Delta d_0(y) \quad (4.24)$$

в зависимости от соотношения величин  $\Delta d(y)$  и  $\Delta d_0(y)$  может быть как больше, так и меньше нуля.

Текущее изменение диаметра отверстия в направлении движения подачи, вдоль  $Oy$ , рассчитано в каждом диаметральном сечении по формуле (4.24). Значение погрешности  $a(y)$  в сечении  $A-A$ , на расстоянии  $y$  от верхнего торца заготовки показано на рис. 4.27. В начальный момент обработки вследствие интенсивного нагрева развертки происходит существенное расширение ее. Затем, по мере перемещения в направлении подачи, увеличение диаметра развертки протекает более медленно.

В результате формируется отверстие, профиль которого (кривая 5) существенно отличается от номинального (линия 1). Температурные деформации заготовки обуславливают искажение формы образующей отверстия (линия 4), которую она приняла бы после остывания, если бы на нее не влияла форма развертки. Действительная форма образующей отверстия (кривая 2) получается с учетом как температурного расширения развертки, так и тепловых деформаций деталей.

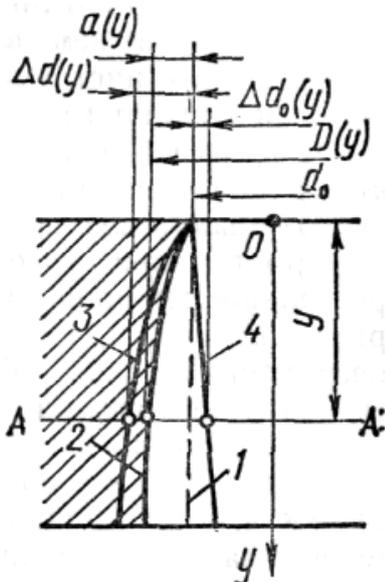


Рис. 4.27. Погрешности формы отверстия, обусловленные тепловыми деформациями.

В результате отверстие приобретает бочкообразную форму (рис. 4.27).

При обработке отверстий в малотеплопроводных материалах в инструмент поступает значительная доля теплоты резания. Происходит существенное тепловое расширение его. Погрешность  $\Delta d$  возрастает. Результирующая погрешность  $a(y)$  становится больше нуля и возникает разбивка отверстий. Для уменьшения разбивки желательно применять инструменты с внутренним охлаждением. При этом СОТС поглощает значительную часть теплоты резания в результате активного охлаждения зоны резания. Помимо этого жидкость вымывает стружку и предотвращает забивание ее в канавках инструмента. Это приводит к значительному ослаблению вто-

ричного теплообмена стружки с инструментом.

Высокотеплопроводные материалы (алюминий, медь и др.) при обработке поглощают существенную часть теплоты резания, что приводит к увеличению погрешности  $\Delta d_0$  по сравнению с погрешностью  $\Delta d$ . Возможно появление нежелательной усадки обработанного отверстия. Следует отметить, что некоторые материалы (титановые сплавы, жаропрочные стали и др.) проявляют склонность к упругому последействию. Это свойство обрабатываемого материала может оказать решающее влияние на усадку отверстия. В таких случаях для снижения погрешности обработки целесообразно применять инструменты с увеличенным наибольшим предельным размером и с высоким коэффициентом линейного расширения.

### 4.3.3. КАЧЕСТВО ПОВЕРХНОСТНОГО СЛОЯ ДЕТАЛИ

В процессе механической обработки поверхностный слой детали испытывает со стороны режущего инструмента силовое и тепловое воздействие. Происходит упругопластическое деформирование металла поверхностного слоя. При этом металл приобретает особые свойства, существенно отличающиеся от исходных. Он упрочняется (наклепывается), в нем возникают остаточные напряжения. Помимо этого режущий инструмент оставляет следы на обработанной поверхности. Возникают микронеровности (шероховатость) на поверхности, высота, форма и шаг которых зависят от многих факторов. Шероховатость поверхности, наклеп и остаточные напряжения определяют в совокупности сущность понятия «качество поверхностного слоя».

Формированию качества поверхностного слоя детали уделяется пристальное внимание. Обусловлено это тем, что разрушение деталей при эксплуатации, как правило, начинается с поверхности, так как поверхностные слои оказываются наиболее нагруженными и подвергаются неблагоприятному воздействию внешней среды. В связи с этим от состояния поверхностного слоя в значительной мере зависят эксплуатационные свойства детали: износостойкость, усталостная прочность, коррозионная стойкость и др. С увеличением глубины и степени наклепа повышаются износостойкость и усталостная прочность деталей машин, эксплуатируемых при нормальной температуре. Однако для деталей из жаропрочных сталей и сплавов (ЭИ617, ЭИ826, ЭИ929), например, лопаток газовых турбин, работающих при

высоких температурах ( $\geq 800^{\circ}\text{C}$ ), наклеп оказывается вредным, снижающим сопротивление усталости [154].

Что же касается остаточных напряжений, возникающих в процессе обработки в поверхностном слое деталей, то они не оказывают влияния на износостойкость. Не зависят от величины и знака остаточных напряжений и характеристики усталости деталей из жаропрочных сплавов, работающих при высоких температурах. Однако совсем иная роль остаточных напряжений в деталях, испытывающих циклически изменяющиеся во времени нагрузки при нормальной температуре. В этом случае при наличии в поверхностном слое детали остаточных напряжений сжатия предел выносливости ее увеличивается, тогда как напряжения растяжения снижают сопротивление усталости. Наконец высота шероховатости, направление штрихов обработки, форма и шаг неровностей, размеры опорной поверхности, т. е. параметры, определяющие микрорельеф обработанной поверхности, оказывают весьма сильное влияние на эксплуатационные свойства деталей машин и приборов.

В связи с этим технологический процесс изготовления деталей должен разрабатываться с учетом условий, в которых они в дальнейшем будут работать. При этом необходимо подбирать такие методы и режимы обработки, которые обеспечивали бы оптимальное, с точки зрения эксплуатационных свойств детали, качество поверхностного слоя. Параметры качества поверхностного слоя (глубина и степень наклепа, величина и знак остаточных напряжений) в значительной степени зависят от теплового фактора.

Микротвердость и толщина поверхностного слоя детали определяются процессами, сопутствующими механической обработке: упрочнением (наклепом) и разупрочнением (отдыхом, возвратом). Упрочнение - следствие воздействия сил на металл поверхностного слоя и его деформирования. Процесс упрочнения атермичен. Глубина залегания упрочненного слоя и степень наклепа тем выше, чем больше величина сил, продолжительность их воздействия и интенсивность пластической деформации металла. При упрочнении повышаются предел прочности, твердость, снижается пластичность, изменяются другие физические свойства металла. Одновременно с процессом упрочнения протекает противоположный ему процесс разупрочнения, который стремится вернуть металл поверхностного слоя в исходное, не наклепанное состояние. Интенсивность процесса разупрочнения полностью определяется значением температуры и

временем ее воздействия на металл поверхностного слоя. При высокой температуре в зоне резания и достаточно продолжительном ее воздействии процесс разупрочнения может быть настолько интенсивным, что наклеп в поверхностном слое полностью снимается. Таким образом, конечное состояние металла поверхностного слоя детали после ее механической обработки определяется количественным соотношением процессов упрочнения и разупрочнения.

Если режим резания или другие условия обработки изменяются таким образом, что количество теплоты, генерируемой в зоне резания, возрастает, то следует ожидать уменьшения степени и глубины наклепанного слоя. Это относится к металлам, при обработке которых структурные изменения в поверхностном слое не происходят.

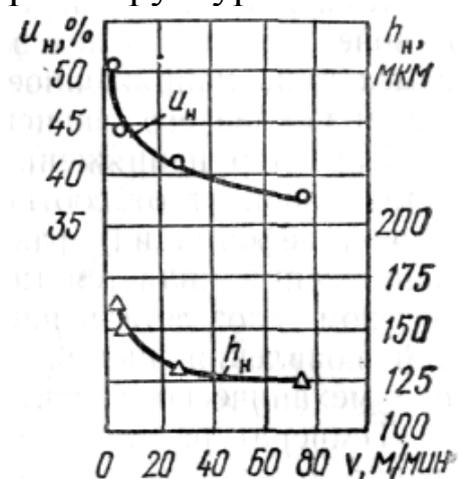


Рис. 4.28. Изменение глубины ( $h_n$ ) и степени ( $u_n$ ) наклепа от скорости резания.

Так, при точении сплава ЭИ437А с увеличением скорости резания от 2 до 5 м/мин глубина наклепанного слоя уменьшается от 141 до 97 мкм, а степень наклепа от 50 до 35 % (рис. 4.28). Объяснение этому вытекает из роли и значения температурно-силового фактора в образовании наклепанного слоя. С увеличением скорости резания повышаются температура на поверхности детали и скорость деформирования. Если же материал не склонен к наростообразованию, то при этом непрерывно снижаются усилия

резания и степень деформирования срезаемого слоя. Эти факторы способствуют снижению как глубины, так и степени наклепа.

Поверхностный слой детали после механической обработки находится в напряженном состоянии. В нем возникают остаточные растягивающие или сжимающие напряжения. Величина, знак и закономерность распределения напряжений зависят от свойств обрабатываемого материала, методов и режимов обработки.

Основные причины, обуславливающие появление напряжений - неравномерные деформация и нагрев поверхностного слоя детали. Степень деформации, как известно, зависит от величины усилий и продолжительности их воздействия на металл поверхностного слоя. На температуру же нагрева влияет количество теплоты, выделяющейся в зоне резания. Следовательно, в случае отсутствия структурных изменений, напряженное состояние в поверхностном слое так же, как

и наклеп его, зависит от температурно-силового фактора.

Характер напряженного состояния металла поверхностного слоя детали зависит от соотношения теплового и механического (пластической деформации) факторов. Если доминирующим в образовании напряжений является местный неравномерный нагрев, то в поверхностном слое детали наводятся растягивающие напряжения. Причиной появления напряжений сжатия является преобладающее влияние механического фактора.

Температура нагрева металла поверхностного слоя, при превышении которой в нем появляются тепловые растягивающие напряжения, зависит от свойств обрабатываемого материала и может быть определена по формуле

$$Q = \frac{\sigma_t}{\eta E},$$

где  $\sigma_t$  - предел текучести обрабатываемого материала с учетом возможного упрочнения при обработке;  $E$  - модуль упругости.

Расчеты по формуле (4.25) критической температуры показывают, что существуют материалы, проявляющие склонность к возникновению в поверхностном слое тепловых растягивающих напряжений. Так, для нержавеющей стали 1X18H10T эта температура составляет всего лишь 65°C, тогда как для титанового сплава BT5 - 790 °C.

Рассмотрим влияние теплового фактора на остаточное напряженное состояние поверхностного слоя детали. Точению ( $S_0 = 0,15$  мм/об,  $t = 0,5$  мм) подвергались образцы из стали 1 X18H 10T и сплава BT5. Обрабатываемые материалы существенно различаются физико-механическими свойствами. Использовались резцы (BK8) с внутренним охлаждением. Охлаждающая среда - жидкий азот. Температура резцов изменялась в широких пределах - от нормальной до 175°C.

Анализ экспериментальных данных показывает, что при точении без охлаждения в поверхностном слое обрабатываемой заготовки из стали 1X18H10T формируются растягивающие остаточные напряжения, максимальная величина которых достигает 18 кгс/мм и находится на глубине 5...15 мкм (рис. 4.29, а). Затем напряжения растяжения переходят в сжимающие, проникающие на глубину 140... 160 мкм. При точении стали глубоко охлажденным резцом уменьшается величина растягивающих остаточных напряжений, а глубина проникновения их в поверхностный слой остается неизменной. Это связано с понижением температуры резания и независимостью усилий резания

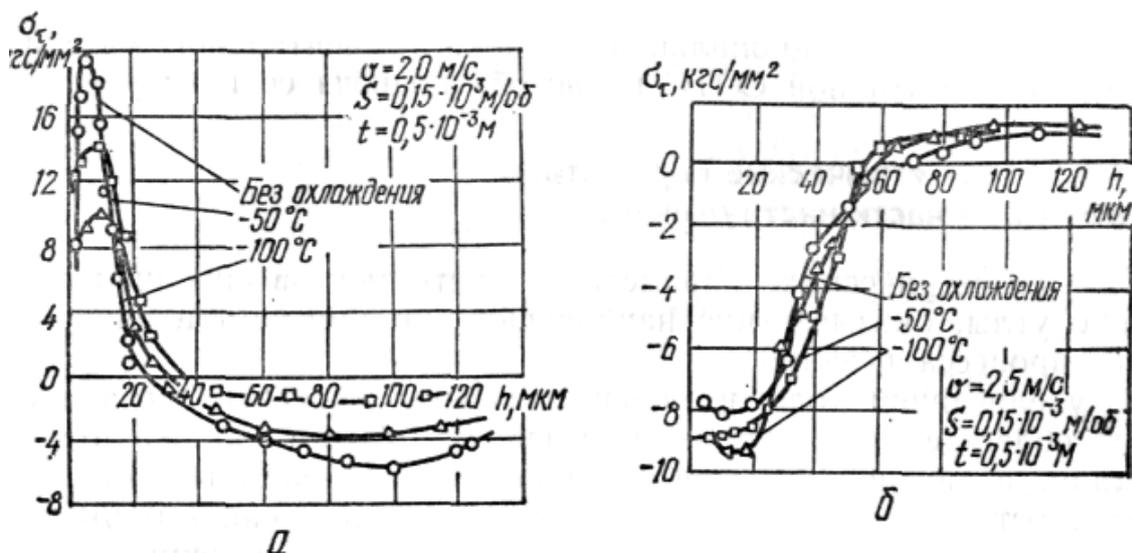


Рис. 4.29. Влияние температуры охлаждения резца на распределение тангенциальных остаточных напряжений при точении стали 1X18H10T (а) и сплава ВТ5 (б).

от степени охлаждения резцов.

Опытами установлено, что при точении сплава ВТ5, в отличие от стали 1X18H10T, на обработанной поверхности возникают сжимающие остаточные напряжения, увеличивающиеся (до 20 %) при глубоком охлаждении резца (рис. 4.29, б). Это обусловлено снижением теплонапряженности процесса резания. Глубина залегания напряжений в поверхностном слое, как и сила резания, не зависит от температуры охлаждения резца и составляет 100... 120 мкм.

Таким образом, остаточное напряженное состояние поверхностного слоя определяется физико-механическими свойствами обрабатываемого материала. Свойства стали 1X18H10T обуславливают низкую температуру начала термопластических деформаций, а свойства сплава ВТ5 - более высокую. Поэтому преобладающее влияние на величину, знак и характер эпюры остаточных напряжений при точении сталей 1X18H10T оказывает тепловой характер, в то время как при точении сплава ВТ5 - силовое поле.

#### 4.4. ПУТИ СНИЖЕНИЯ ТЕПЛОНАПРЯЖЕННОСТИ ПРОЦЕССА РЕЗАНИЯ

Высокая температура в зоне резания - фактор, препятствующий повышению производительности механической обработки и снижению себестоимости изделий в особенности из современных кон-

струкционных материалов. В связи с этим управление термическим режимом в зоне резания приобретает важное практическое значение, поскольку позволяет интенсифицировать процесс резания, получать наилучшие характеристики качества деталей. Снижения тепло напряженности процесса резания можно добиться двумя путями: 1) уменьшением мощности теплообразующих источников, при этом уменьшается величина приходной части уравнения теплового баланса (4.1); 2) интенсификацией процесса теплообмена между элементами технологической системы, в этом случае изменяется соотношение между составляющими расходной части уравнения теплового баланса. Оба пути позволяют понизить уровень температур, возникающих в зоне резания.

Термическим режимом при механической обработке можно управлять в определенной мере назначением оптимальных геометрических параметров инструментов, проектированием их рациональных конструкций, выбором рациональной марки инструментального материала, подбором эффективной СОТС и способа подвода ее в зону резания.

#### **4.4.1. ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ПАРАМЕТРЫ РЕЖУЩЕЙ ЧАСТИ ИНСТРУМЕНТОВ**

Из геометрических параметров инструментов проанализируем только углы, оказывающие наибольшее влияние на теплонапряженность процесса резания.

С увеличением положительного значения переднего угла инструмента облегчается внедрение его в срезаемый слой. Снижаются силы резания, а также работа деформирования и трения по контактными поверхностями инструмента. Это приводит к снижению температуры в зоне резания, поскольку снижается мощность источников тепловыделений, эквивалентная работе резания. Стойкость режущего инструмента при этом возрастает. Однако необходимо помнить, что при заданном заднем угле с увеличением переднего угла понижается прочность режущего клина, так как при этом уменьшается угол заострения. Помимо этого ухудшаются условия теплоотвода, поскольку уменьшается масса инструментального материала, примыкающего к главной режущей кромке. Все это в совокупности снижает стойкость режущего инструмента. Поэтому для заданной пары обрабатываемый

- инструментальные материалы установлены оптимальные передние углы. Оптимальными считаются такие значения угла, которые обеспечивают не только максимальную стойкость режущего инструмента, но и наилучшие результаты по точности размеров и формы поверхностей, а также характеристики качества поверхностного слоя детали. Поэтому оптимальные значения передних углов вытекают не столько из теплофизического анализа, сколько из условий удовлетворения прочности режущего клина и других требований, предъявляемых к технологической операции. Назначая оптимальный передний угол с учетом этих запросов, необходимо стремиться к тому, чтобы был обеспечен и рациональный термический режим в зоне обработки.

Что же касается спиральных сверл, то на их тепловое состояние из геометрических параметров в наибольшей мере влияет угол наклона винтовой канавки. Так, при обработке отверстий ( $D = 12,7$  мм,  $L=2D$ ) с увеличением угла наклона от  $14^\circ$  до  $34^\circ$  температура сверла снижается на  $29^\circ$  (с  $211$  до  $182^\circ\text{C}$ ). Улучшение термического режима процесса сверления обусловлено: во-первых, возрастанием передних углов вдоль главных режущих кромок, во-вторых, благоприятными условиями транспортировки стружки, что способствует ускоренному удалению ее из канавок сверла. А это, как известно, сопряжено с уменьшением как тепловыделения в зоне резания, так и вторичного теплообмена разогретой стружки со сверлом.

Величина главного угла в плане также оказывает влияние на температуру в зоне резания. Как известно, рабочая длина главной режущей кромки и угол при вершине инструмента зависят от значения главного угла в плане. С уменьшением угла  $\phi$  увеличивается активная часть главной режущей кромки, принимающая непосредственное участие в срезании припуска. Тепловой источник, действующий на передней поверхности инструмента, рассредоточивается, увеличивается его протяженность. Уменьшается удельная тепловая нагрузка на главное режущее лезвие.

Вместе с тем, с уменьшением главного угла в плане инструмента увеличивается угол при вершине его. Увеличивается масса инструментального материала, прилегающего к вершине инструмента. Улучшается теплоотвод от вершины наиболее уязвимого конструктивного элемента инструмента. В связи с этим с уменьшением угла  $\phi$  стойкость инструмента на первых порах возрастает. Однако дальнейшее уменьшение угла  $\phi$ , как того требует теплофизический анализ, может вступить в противоречие с другими, более важными тре-

бованиями, например, точностью обработки. Так, при продольном точении с уменьшением главного угла в плане сильно возрастает радиальная составляющая силы резания  $P_v$ . И если обрабатывается маложесткая заготовка (с большим отношением  $\frac{L}{D}$ ), закрепленная, например, в центрах, то возможен ее прогиб, что повлечет за собой погрешность формы поверхности - бочкообразность. Более того, при малых значениях угла  $\varphi$  возможно появление вибраций, что крайне нежелательно при обработке инструментами из материалов с низкой ударной вязкостью (твердых сплавов, минералокерамики и т. д.). Поэтому оптимальные значения главного угла в плане, полученные на основании теплофизического анализа, обязательно должны быть согласованы с другими требованиями, которые могут оказаться решающими, например, шероховатостью поверхности, точностью обработки и др.

#### 4.4.2. КОНСТРУКТИВНОЕ УСОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ РЕЖУЩИХ ИНСТРУМЕНТОВ

Термическим режимом в зоне резания можно управлять, изменяя искусственным путем размеры контактных поверхностей режущего инструмента. При обработке инструментами с укороченной передней поверхностью (рис. 4.30, а) процесс стружкообразования протекает с рядом особенностей: снижаются силы резания, уменьшается усадка стружки. При этом уменьшается тепловыделение на передней поверхности при одновременном ухудшении условий теплоотвода, поскольку часть передней поверхности удалена в связи с образованием канавки. Тем не менее уровень нагрева контактных поверхностей,

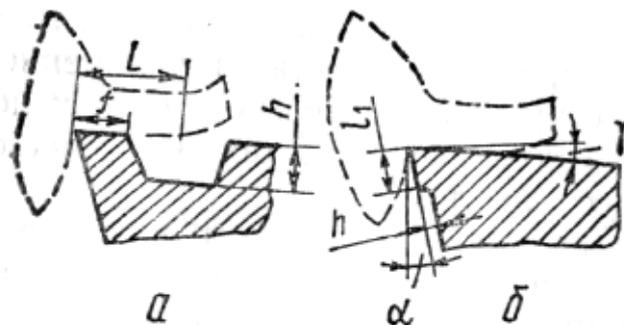


Рис. 4.30. Инструменты с укороченной передней (а) и задней (б) поверхностями.

в особенности передней, существенно снижается. Размеры канавки выбирают таким образом, чтобы исключить повторный контакт стружки с передней поверхностью инструмента.

Температурное поле в резцах с укороченной передней поверхностью исследо-

валось при прямоугольном точении ( $v - 125$  м/мин,  $S_0 = 0,25$  мм/об) стали твердосплавными резцами.

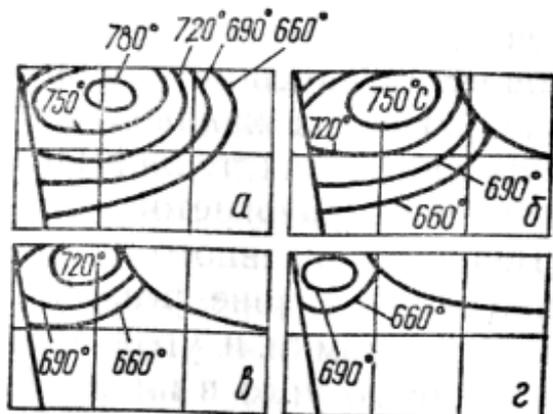


Рис. 4.31. Температурное поле в резцах с естественной (а) и ограниченной (б, в, г) длиной контакта стружки с передней поверхностью.

Естественная длина контакта стружки с передней поверхностью в этих условиях составляла 1,05 мм. Тепловое состояние резцов оценивалось по максимальной температуре, которая, как показывают многочисленные эксперименты, возникает на расстоянии  $(0,4...0,5) l$  от режущей кромки, т. е. примерно в средней части площади контакта. Для инструментов с гладкой передней поверхностью максимальная температура нагрева составляла  $790^\circ\text{C}$ . Что же касается резцов с укороченной поверхностью, то

степень нагрева их значительно ниже. Так, при длине контакта 0,93, 0,63, 0,44 мм максимальная температура достигает соответственно  $780, 750$  и  $720^\circ\text{C}$  (рис. 4.31).

Инструменты с укороченной передней поверхностью рекомендуется использовать в случае преобладающего изнашивания передней поверхности. Если же работоспособность инструмента лимитирует износ задней поверхности, то

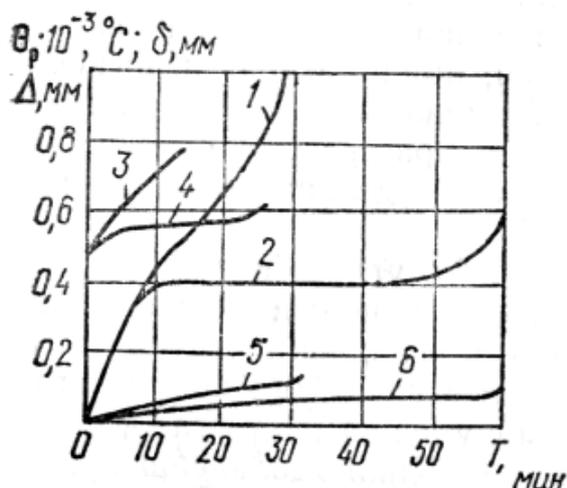


Рис. 4.32. Кривые износа и зависимость температуры резания от изнашивания резцов обычной конструкции и с укороченной задней поверхностью.

целесообразно применять инструменты с укороченной задней поверхностью (рис. 4.30, б). Это подтверждают результаты опытов, проведенных Р. А. Месила (Таллинский политехнический институт) при точении ( $v - 150$  м/мин;  $S_0 = 0,2$  мм/об;  $t = 2,5$  мм) чугуна СЧ21-40. Обработка осуществлялась резцами, оснащенными пластинками твердого сплава ВК8. В этих условиях, как известно, превалирует изнашивание задней поверхности инструмента.

Эксперименты показали

(рис. 4.32), что резцы с заранее ограниченной длиной контакта задней поверхности с поверхностью резания оказались более работоспособными, чем резцы обычной конструкции. При обработке резцами с укороченной задней поверхностью по мере достижения заданной ширины площадки износа ( $\delta=l_1$ ) начинает стабилизироваться, на достаточно продолжительное время, изнашивание задней поверхности и температура резания (кривые 2, 4). Совершенно другая картина изнашивания обычных резцов. Изнашивание этих резцов с течением времени непрерывно прогрессирует, а средняя температура контакта монотонно возрастает (кривые 1, 3). Если в качестве критерия затупления принять ширину площадки износа по задней поверхности, равную  $\delta=0,4$  мм, то стойкость резцов с ограниченными размерами контактной площадки превышает стойкость обычных резцов примерно в 5 раз (рис. 4.32). Следует отметить, что по сравнению с резцами с гладкой задней поверхностью резцы с укороченной задней поверхностью обладают и более медленным темпом нарастания размерного износа (кривые 5, 6). Это позволяет более длительное время выдерживать заданные размеры и форму обрабатываемых поверхностей.

#### 4.4.3. ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ИНСТРУМЕНТАЛЬНЫХ МАТЕРИАЛОВ

Интенсивность теплообмена между элементами технологической системы зависит от их теплофизических свойств, в первую очередь, от теплопроводности. Известно, что в соответствии с гипотезой Фурье плотность теплового потока, распространяющегося в теле, тем выше, чем больше коэффициент теплопроводности тела. Поэтому с увеличением теплопроводности инструментального материала следует ожидать улучшения теплоотвода от контактных поверхностей в тело режущего клина, что способствует снижению теплонапряженности процесса резания. В связи с этим теплообмен в зоне обработки можно активизировать выбором рациональной марки инструментального материала.

Теплопроводность инструментальных материалов зависит от их химического состава. Вольфрам и ванадий, легирующие элементы быстрорежущих сталей снижают их теплопроводность, в то время как молибден и особенно кобальт увеличивают ее (рис. 4.33). Тепловое состояние быстрорежущих сверл диаметром 9,8 мм в процессе обра-

ботки ( $v = 16$  м/мин,  $S_0 = 0,28$  мм/об) оценивалось по величине температуры резания.

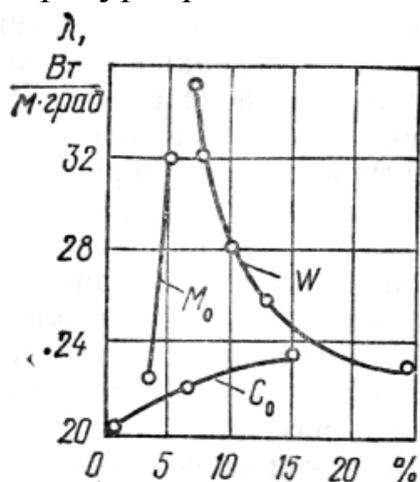


Рис. 4.33. Влияние легирующих элементов на теплопроводность быстрорежущих сталей.

Результаты хорошо согласуются с влиянием легирующих элементов на теплопроводность быстрорежущих сталей.

Исследования, проведенные А. Н. Резниковым, показали, что теплопроводность инструментальных материалов влияет не только на общее тепловое состояние зоны резания, но и оказывает направленное воздействие. С увеличением теплопроводности инструментального материала снижается температура, возникающая на передней поверхности инструмента. Однако при этом несколько повышается температура на задней поверхности, поскольку увеличивается мощность теплового потока, поступающего к ней через режущий клин со стороны передней поверхности. В связи с этим в случае преобладающего изнашивания передней поверхности целесообразно оснащать режущую часть инструмента высокотеплопроводным инструментальным материалом. Эти выводы хорошо согласуются с практикой механической обработки материалов.

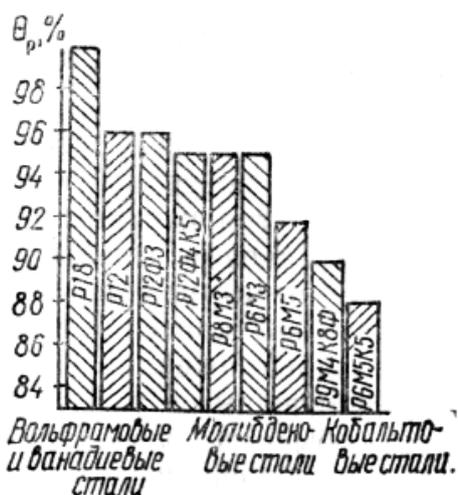


Рис. 4.34. Изменение температуры резания при работе сверлами из различных быстрорежущих сталей.

Как показали эксперименты (рис. 4.34), наиболее высокие температуры возникают при обработке сверлами из сталей вольфрамо-ванадиевой группы. Наиболее низкую температуру имеют сверла из кобальтовых быстрорежущих сталей. Что же касается сверл, изготовленных из молибденовых сталей, то они по уровню температуры занимают промежуточное положение. Следовательно, с повышением содержания вольфрама и ванадия в быстрорежущих сталях увеличивается температура резания, тогда как молибден и кобальт способствуют снижению ее. Эти результаты хорошо согласуются с влиянием легирующих элементов на теплопроводность быстрорежущих сталей.

Так, при обработке материалов низкой теплопроводности (титановых и жаропрочных сплавов), в особенности при черновых операциях, когда на перед-

ней поверхности возникают высокие температуры, рекомендуется оснащать инструмент твердым сплавом группы ВК, обладающим повышенной теплопроводностью среди металлокерамических сплавов (табл. 4.1). При чистовых операциях, когда лимитирующим является износ задней поверхности, часто используют инструменты из низко теплопроводных твердых сплавов группы ТК.

#### **4.4.4. СМАЗОЧНО-ОХЛАЖДАЮЩИЕ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЕ СРЕДЫ (СОТС)**

Давно известно, что некоторые жидкости, проникая в зону резания, облегчают процесс обработки. Более того, встречаются случаи, когда процесс механической обработки вообще невозможен без применения СОТС. В настоящее время общепризнано, что повысить производительность обработки и качество изделий можно не только внедрением высокоэффективного оборудования, инструментов, технологических процессов, но и применением рациональных марок СОТС.

В связи с большим многообразием составов СОТС их классифицируют на четыре большие группы.

1. Масляные эмульсии, представляющие дисперсные системы, состоящие из двух жидкостей - воды и масла, нерастворимых или малорастворимых друг в друге. Концентрат эмульсии, разбавленный водой, называют эмульсолом. Эмульсия обычно содержит 1,5...10% эмульсола. Основой эмульсола является масло. Для предотвращения слияния капель масла в сплошной слой в эмульсию добавляют в небольших количествах третий компонент - эмульгатор. Эмульгаторы - это поверхностно активные вещества, так называемые мыла, растворимые в воде. Присутствие масел в эмульсиях предохраняет от коррозии детали металлорежущего станка, инструменты и обрабатываемые заготовки. Смазочный же эффект достигается за счет мыла, создающего на поверхностях инструмента и заготовки смазочные пленки.

В практике механической обработки широкое распространение получили эмульсолы Укринол-1, Укринол-1М, Э-1, Э-2, Э-3, НГЛ-205, СДМУ-2, ЭГТ. Эмульсолы серии Укринол являются базовыми, используемыми для приготовления СОТС массового назначения.

2. Углеводородные среды представляют собой минеральные и

растительные масла. Минеральные масла («индустриальное 12», «индустриальное 20») в чистом виде обладают низкой эффективностью. Более эффективны масла растительного (подсолнечное, льняное и др.) и животного происхождения, например, рыбий жир. Однако они дороги и дефицитны. Поэтому минеральные масла легируют присадками органических соединений серы, хлора, фосфора. В качестве добавок могут быть использованы растительные и животные масла. Такие смеси называют компаундированными маслами. Распространение получили сульфифрезолы, масляные жидкости МР-1у, МР-7 и др. Среды серии МР являются базовыми.

3. Синтетические или химические жидкости на водной основе без масла или с небольшими добавками его. В эту группу входит много жидкостей - от растворов электролитов до многокомпонентных коллоидных растворов органических и неорганических веществ с присадками поверхностно активных веществ. Практическое применение нашли жидкости Аквол-10м, Аквол-11, которые являются базовыми.

4. Специальные среды. К ним можно отнести газовые среды, жидкометаллические расплавы легкоплавких веществ и др.

СОТС на водной основе по сравнению с масляными жидкостями имеют ряд преимуществ: более высокая охлаждающая способность, меньшая стоимость, пожарная и санитарно-гигиеническая безопасность (отсутствие дыма, масляного тумана, загрязнения рабочих мест), возможность наблюдать зону обработки. В связи с этим использование этих СОТС за последние годы неуклонно растет. Вместе с тем им присущи и недостатки: низкие смазочные свойства, невозможность применения в особо тяжелых условиях обработки.

СОТС в процессе обработки охлаждают зону резания, оказывают смазывающее действие, образуя твердые пленки на поверхностях инструмента, соприкасающихся со стружкой и обрабатываемой поверхностью. Помимо этого жидкости с поверхностно активными компонентами способны понизить прочность на сдвиг тонкого поверхностного слоя обрабатываемого материала и тем самым облегчить его деформирование (эффект П. А. Ребиндера). Эти свойства СОТС имеют первостепенное значение для теплофизики механической обработки. Вместе с этим жидкости обладают и моющими свойствами, удаляя стружку и продукты изнашивания из зоны резания. Роль СОТС как средства транспортирования стружки особенно возрастает при обработке осевыми инструментами, стружкоотвод у ко-

торых чрезвычайно затруднен.

Охлаждающее действие СОТС заключается в отборе теплоты от элементов технологической системы в результате конвективного теплообмена. Снижение температуры резания достигается в основном за счет активизации теплоотвода от участков инструмента, прилегающих к зоне резания, не прикрытых стружкой, заготовкой и доступных для охлаждающей жидкости. Эффект охлаждения зависит от теплофизических свойств СОТС и скорости смывания жидкостью элементов системы. Чем выше теплопроводность, теплоемкость, скрытая теплота парообразования и скорость потока жидкости относительно охлаждаемых элементов, тем интенсивнее теплообмен. Снижение температуры в зоне резания уменьшает интенсивность изнашивания инструментов, повышая их стойкость.

Вместе с тем следует отметить, что применение СОТС не всегда целесообразно. Охлаждающее воздействие жидкостей уменьшается с увеличением толщины срезаемого слоя и скорости резания. Так, при скорости резания, превышающей 150 м/мин, температура резания практически не зависит от использования СОТС. В этом случае жидкость может применяться только для стабилизации температуры заготовки с целью снижения погрешности формы, возникающей вследствие неравномерного нагрева обрабатываемой поверхности. Использование СОТС при прерывистых процессах обработки (торцовом фрезеровании, строгании) может оказаться не только не целесообразным, но и вредным из-за больших колебаний температуры на контактных поверхностях инструмента во время рабочего и холостого циклов. Возникающие при этом термические напряжения приводят к образованию усталостных трещин и последующему разрушению инструмента.

Смазочное действие СОТС изучено недостаточно. Оно проявляется в снижении сил трения и адгезионного взаимодействия между контактными поверхностями инструмента, стружкой и поверхностью резания. Считается, что при резании с подводом жидкости происходит проникновение ее в зону контакта и образование прочных пленок. Пленки полностью или частично исключают непосредственное соприкосновение поверхностей инструмента со стружкой и поверхностью резания. Следовательно, между трущимися парами появляется разделительный слой в виде прочной защитной пленки, выполняющей роль смазки. Необходимо отметить, что в настоящее время отсутствует единый взгляд на природу смазочного действия СОТС и

механизм проникновения ее в зону резания. Одно несомненно, что снижение сил трения и затухание явлений схватывания способствует уменьшению мощности теплообразующих источников и уровня нагрева зоны резания.

К снижению мощности источников, генерирующих теплоту, приводит и явление, известное под названием эффекта П. А. Ребиндера. Сущность явления заключается в следующем. В процессе резания формируются новые, не окисленные поверхности с высокой температурой на них. Поверхности в таком состоянии весьма чувствительны к адсорбции поверхностно активных веществ. Процесс адсорбции приводит к образованию тонких поверхностных слоев с низким пределом прочности на сдвиг, что облегчает деформирование срезаемого слоя и превращение его в стружку. В результате снижается работа резания, тепловыделение и температура в зоне обработки.

Номенклатура СОТС чрезвычайно обширна. В настоящее время применяется свыше 40 марок жидкостей, на состав и приготовление которых предусмотрены ГОСТы и технические условия. Однако этим ассортиментом СОТС не исчерпывается. Предложены сотни рецептов приготовления жидкостей, состав которых не регламентирован техническими условиями. Такое разнообразие СОТС не только усложняет хранение их, технику применения, но и затрудняет задачу технологом по выбору рациональной марки жидкости. А между тем практика подсказывает, что потребности металлообработки можно было бы удовлетворить 10... 12 составами эффективных, многократно апробированных жидкостей.

Выбор марки СОТС обусловлен процессами, протекающими на контактных поверхностях режущего инструмента. Действие СОТС весьма избирательно и зависит от вида выполняемой операции, свойств обрабатываемого и инструментального материалов. Жидкости, эффективные при обработке одних материалов могут оказаться совершенно бесполезными при обработке других материалов, казалось бы при не очень отличающихся условиях.

В связи с этим рациональную марку СОТС следует выбирать с учетом рекомендаций, приведенных в справочниках. В том случае, если конкретные рекомендации отсутствуют, то необходимо пользоваться правилами:

- 1) жидкости на водной основе применяются в зоне высоких скоростей резания на операциях точения, растачивания, фрезерования и др.;

2) жидкости на основе масла используются в зоне низких скоростей резания на операциях глубокого сверления, зенкерования, развертывания, нарезания резьбы и др. Учитывая то обстоятельство, что некоторые марки СОТС, особенно на водной основе, отличаются универсальностью, из приведенного правила могут быть и исключения.

Правило выбора рациональной марки СОТС соответствует основным положениям теплофизики резания. Известно, что с увеличением скорости резания возрастает количество теплоты, генерируемой в зоне резания. Уровень нагрева элементов подсистемы существенно возрастает. В этих условиях для снижения теплонапряженности процесса резания необходимо применять СОТС, обладающие высокими охлаждающими свойствами.

Эффективность оптимальной марки СОТС в немалой степени зависит от выбора объекта охлаждения и способа подачи жидкости в зону резания. Исследования показывают, что термический режим можно существенно улучшить, если объектом охлаждения служит режущий инструмент. Это положение и определяет направление, которого необходимо придерживаться при разработке способов подвода охлаждающей среды в зону резания.

В настоящее время практическое применение нашли следующие способы подачи СОТС в зону обработки.

1. Подача жидкости поливом (свободно падающей струей) сверху на переднюю поверхность инструмента и стружку. Такой системой охлаждения оснащено большинство металлорежущих станков. Расход жидкости зависит от вида обработки, марки СОТС и не превышает 30 л/мин. Способ наиболее прост и экономичен, однако не обеспечивает активного теплообмена из-за неустойчивого попадания жидкости на поверхности инструмента (в особенности задние) и низкой скорости движения среды относительно охлаждаемых поверхностей. В то время, как первая причина обуславливает случайный, вероятностный характер смывания жидкостью задних поверхностей, вторая - значительную толщину пограничного слоя. Обе причины ухудшают условия теплообмена.

2. Струйно-напорная подача жидкости заключается в направлении тонкой струи в зону контакта режущей кромки инструмента с обрабатываемой заготовкой со стороны задней поверхности. Различают подачу жидкости высоконапорной (1,5 МПа) и низконапорной (0,2 МПа) струей. Наибольший эффект достигается при скорости струи

$(2,5...3,5) \cdot 10^3$  м/мин.

Способ подвода СОТС напорной струей эффективнее, чем подача ее поливом, однако сложнее и дороже. Эффективность обусловлена улучшением условий конвективного теплообмена по двум причинам: во-первых, жидкость стабильно омывает заднюю поверхность инструмента, по направлению к которой движутся тепловые потоки (рис. 4.17, а); во-вторых, среда с высокой скоростью перемещается относительно охлаждаемой задней поверхности, что приводит к снижению толщины теплового пограничного слоя и, следовательно, термического сопротивления.

3. Подача жидкости в распыленном состоянии в виде струи воздушно-жидкостной смеси рекомендуется в случаях, когда подвод СОТС другими способами невозможен. Способ отличается чрезвычайно малыми расходами жидкости, не превышающими 0,5 л/час. В связи с этим отпадает необходимость сбора жидкости. При охлаждении воздушно-жидкостной струей изменяется механизм переноса тепла. В этом случае пограничный тепловой слой отсутствует. Мельчайшие капельки жидкости, попадая на поверхности инструмента, испаряются и интенсивно отбирают теплоту. Опыт показывает, что, применяя охлаждение распыленной жидкостью при точении жаропрочных сплавов и сталей, можно повысить скорость резания примерно на 30 %.

4. Способ подачи СОТС по внутренним каналам инструмента с выходом (или без выхода) в зону резания наиболее часто применяется при обработке осевыми инструментами: сверлами, зенкерами, развертками и др. Способ обеспечивает стабильный подвод жидкости к режущим кромкам инструмента, а при обработке отверстий решает задачу по удалению стружки из зоны резания. Это предотвращает забивание и пакетирование стружки в стружечных канавках инструмента. В связи с этим повышается стойкость осевого инструмента и улучшается качество отверстия. В инструментах с каналами для подвода СОТС без выхода ее в зону резания среда выполняет только функцию охлаждения. Инструменты такого конструктивного исполнения иногда используют на операциях точения чугунных заготовок, когда подача СОТС поливом приводит к сильному загрязнению рабочего места.

Следует упомянуть еще о двух способах подвода СОТС: периодической подаче ее на инструмент перед резанием и контактном смазывании. Способы применяют в единичных случаях, например, при

нарезании резьбы метчиками и плашками, а также при развертывании неглубоких отверстий.

#### **4.5. ИЗМЕРЕНИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ ПРИ МЕХАНИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКЕ**

Для повышения качества выпускаемых изделий необходим все более точный контроль протекающего технологического процесса. Значение контроля возрастает при автоматизации производства и особенно в условиях «безлюдной технологии». Среди величин, контролируемых в процессе механической обработки, важное место принадлежит температуре. Температура - физическая величина, не поддающаяся непосредственному измерению. Поэтому степень нагретости объекта определяют косвенно, используя такие свойства тел, которые однозначно изменяются под воздействием температуры и доступны прямому измерению, например, объемное расширение, электрическое сопротивление, термо-ЭДС и т. д.

Состояние режущего инструмента, качество и точность изделий, надежность функционирования такого элемента технологической системы, как металлорежущий станок, тесно связаны с температурой. Высокая температура при механической обработке - фактор, препятствующий повышению производительности процесса, снижению погрешности обработки и себестоимости изделий, в особенности из современных конструкционных материалов. В связи с этим высокоточное измерение температуры при механической обработке приобретает важное практическое значение. Без температурного контроля элементов технологической системы невозможно обеспечить микронную точность обработки. Особенно необходим контроль температуры при производстве деталей точных механизмов и приборов. Не менее важно управление термическим режимом обработки крупногабаритных деталей. При этом исключается коробление таких деталей и связанная с ним погрешность обработки.

Для решения задачи контроля температуры современная измерительная техника может предложить различные методы и множество приборов. Выбор методов и средств измерения в первую очередь обусловлен требуемой точностью, инерционностью, рабочим температурным интервалом и т. д. Помимо этого необходимо учитывать и особенности, свойственные элементам технологической системы:

подвижность, труднодоступность, незначительные размеры (например, абразивных зерен) и т. д. Поэтому для правильного назначения средств измерения необходимо располагать сведениями об их конструктивных особенностях, возможностях и пределах применимости.

#### 4.5.1. КЛАССИФИКАЦИЯ МЕТОДОВ И СРЕДСТВ ИЗМЕРЕНИЯ ТЕМПЕРАТУРЫ

В научно-исследовательских работах и в инженерной практике используются как контактные, так и бесконтактные методы измерения температуры. При механической обработке наиболее широкое распространение получил контактный способ, при котором чувствительный элемент непосредственно соприкасается с исследуемым объектом. Что же касается средств измерения температуры, то их можно классифицировать в зависимости от природы измерительного сигнала, в который преобразуется температура. По этому признаку средства измерения, относящиеся к контактному способу, можно подразделить на следующие основные группы (рис. 4.35):



Рис. 4.35. Классификация методов и средств измерения температуры.

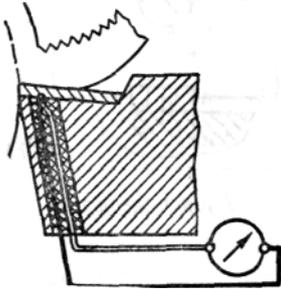
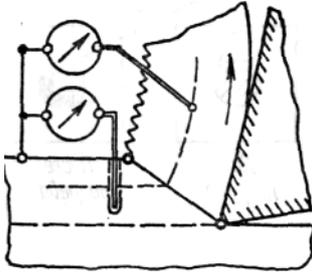
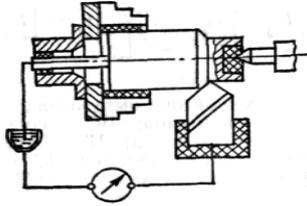
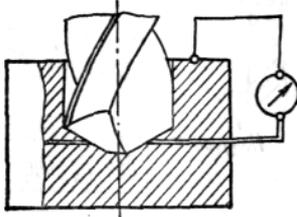
1. Термопары различного конструктивного исполнения (табл. 4.4). В этих датчиках термоэлектродвижущая сила (термоЭДС) однозначно связана с разностью температур рабочего и свободных спаев.

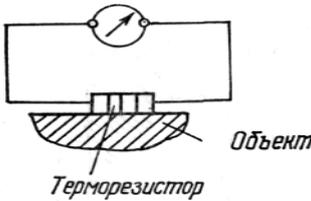
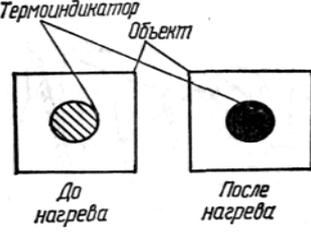
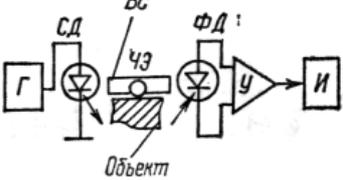
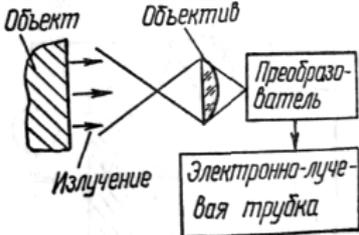
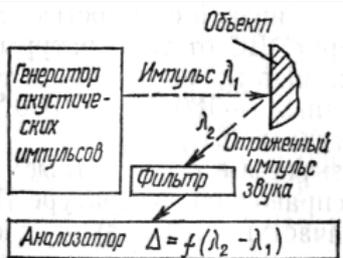
2. Термопреобразователи сопротивления, электрическое сопротивление которых существенно убывает или возрастает с ростом температуры.

3. Термоиндикаторы, изменяющие свой цвет, коэффициент отражения или другие оптические характеристики при термическом воздействии на них.

Таблица 4.4

Основные методы и средства измерения температуры при металлообработке

Метод определения температуры	Схема измерения	Область применения
Контактный. Измерение температуры искусственными термопарами		Измерение температуры неподвижных объектов (инструмента, деталей и узлов металлорежущих станков)
Контактный. Определение температуры полуискусственными термопарами		Определение температуры как неподвижных, так и движущихся объектов (резца, стружки)
Контактный. Измерение температуры естественными термопарами		Определение средней температуры по контактными поверхностям инструмента (резца, сверла, фрезы и т. д.)
Контактный. Измерение температуры перерезаемыми термопарами		Определение распределения температуры по контактными поверхностям и кромкам инструмента

<p>Контактный. Измерение температуры терморезисторами</p>	 <p style="text-align: center;">Терморезистор Объект</p>	<p>Определение температуры как неподвижных открытых поверхностей, так и движущихся</p>
<p>Контактный. Измерение температуры термоиндикаторами</p>	 <p style="text-align: center;">Термоиндикатор Объект До нагрева После нагрева</p>	<p>Определение температуры сопряженных поверхностей, а также движущихся деталей металлорежущего станка</p>
<p>Контактный. Измерение температуры волоконно-оптическими термопреобразователями</p>	 <p style="text-align: center;">Г - генератор импульсов; СД - светодиод; ВС - волоконный световод; ЧЭ - чувствительный элемент; ФД - фотодиод; У - усилитель; И - индикатор</p>	<p>Определение температуры труднодоступных объектов</p>
<p>Бесконтактный. Измерение температуры радиационным методом</p>	 <p style="text-align: center;">Объект Объектив Преобразователь Излучение Электронно-лучевая трубка</p>	<p>Определение температуры открытых как неподвижных, так и движущихся объектов</p>
<p>Бесконтактный. Измерение температуры акустическим методом</p>	 <p style="text-align: center;">Генератор акустических импульсов Объект Импульс <math>\lambda_1</math> Отраженный импульс звука <math>\lambda_2</math> Фильтр Анализатор <math>\Delta = f(\lambda_2 - \lambda_1)</math></p>	<p>Определение температуры открытых поверхностей</p>

4. Волоконно-оптические датчики температуры, в которых оптические характеристики световолокна (показатель преломления, коэффициент поглощения и др.) зависят от температуры.

5. Кварцевые термометры, принцип действия которых основан на использовании зависимости частоты собственных колебаний монокристалла кварца от температуры. Отличаются исключительно высокой точностью.

6. Термотранзисторы, использующие зависимость напряжения эмиттер - база кремниевых транзисторов от температуры.

К средствам бесконтактного метода измерения температуры относятся:

1. Инфракрасные (ИК) преобразователи температуры, в которых энергия излучения объекта преобразуется в электрический сигнал. Позволяют измерять весьма малую энергию излучения с низкой температурой.
2. Тепловизоры, использующие в качестве приемников излучения ИК-пирометры.
3. Ультразвуковые термометры, параметры отраженных импульсов звука в которых зависят от температуры объекта.

Следует отметить, что известен и находит практическое применение метод регистрации температуры по последствиям ее воздействия на структуру инструментального и обрабатываемого материалов. Вот так называемый метод микроструктурного анализа.

Необходимо подчеркнуть, что приведенная классификация средств измерения (рис. 4.35) является весьма условной. Некоторые из этих средств можно одновременно отнести как к группе контактных, так и бесконтактных. Например, транзисторные термопреобразователи могут использоваться как приемники излучения при измерении температуры объекта радиационным методом.

Основные методы и средства измерения температуры при механической обработке представлены в табл. 4.4. Отметим, что приведенная таблица не исчерпывает всего многообразия средств измерения, а включает только те из них, которые находят практическое применение. Кроме того, некоторые методы требуют сложной и дорогостоящей аппаратуры, что ограничивает область их использования.

#### **4.5.2. КОНТАКТНЫЕ СПОСОБ И СРЕДСТВА ИЗМЕРЕНИЯ ТЕМПЕРАТУРЫ**

##### **Термопары**

Термопары отличаются низкой стоимостью, хорошей воспроизводимостью зависимости термоЭДС от температуры, стабильностью параметров. С помощью термопар можно измерять температуру в широком диапазоне - от криогенных (-180 °С) до 1300 ° С. Погрешность измерения находится в пределах 0,1...1 %.

Существуют так называемые «стандартные» термопары, сведения о которых приведены в справочной литературе [26; 85]. При ме-

ханической обработке зачастую используют специальные термопары, которые имеют преимущества перед «стандартными». С помощью таких термопар можно определить температуру, усредненную по

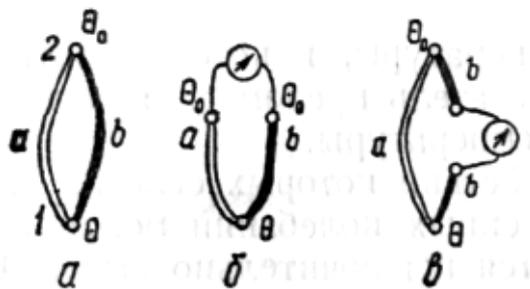


Рис.4.36. Термоэлектрическая цепь.

контактным поверхностям инструмента со стружкой и изделием, которую называют температурой резания или средней температурой контакта. Известны также термопары, позволяющие установить распределение температуры по контактными поверхностям и кромкам инструмента.

Наконец, с помощью термопар можно измерить местную (локальную) температуру в заданной точке каждого элемента технологической системы. При всем разнообразии конструктивного исполнения термопар действие их основано на одном явлении термоэлектричества. Если два разнородных проводника соединить между собой таким образом (рис. 4.36, а), чтобы температура мест соединения была различной ( $\theta \neq \theta_0$ ), то в этом замкнутом контуре появится электрический ток. Проводники, составляющие электрическую цепь, называют термоэлектродами. Они образуют термопару. Суммарную термоЭДС, генерируемую в контуре, можно рассчитать по формуле

$$E_{ab}(\theta, \theta_0) = e_{ab}(\theta) - e_{ab}(\theta_0),$$

где  $e_{ab}(\theta)$ ,  $e_{ab}(\theta_0)$  - результирующие термоЭДС, определяемые суммарным эффектом: ЭДС, обусловленной разностью температур концов проводников  $a$  и  $b$ ; ЭДС, возникающей в месте соприкосновения проводников из-за различной концентрации электронов. Поскольку  $e_{ab}(\theta) \neq e_{ab}(\theta_0)$  то  $E_{ab}(\theta, \theta_0) \neq 0$ . По величине этой термоЭДС судят о температуре тела.

Таким образом, суммарная термоЭДС, появляющаяся в цепи, составленной из двух разнородных проводников, места спаев которых имеют разные температуры, равна разности результирующих ЭДС. Поскольку значения результирующих ЭДС определяются температурой мест соединения, то зависимость термоЭДС, возникающей в цепи из двух разнородных проводников  $a$  и  $b$ , в общем виде можно представить выражением

$$E_{ab}(\theta, \theta_0) = f(\theta) - f(\theta_0)$$

Поддерживая постоянной температуру одного из спаев термо-

пары, например,  $\theta_0 = \text{const}$ , и обозначив  $f(\theta_0) = \text{const}$ , получим зависимость

$$E_{ab}(\theta, \theta_0) = f(\theta) - C. \quad (4.25)$$

Зависимость (4.25) устанавливают экспериментальным путем. ТермоЭДС, развиваемая термопарой, невелика, но все же достаточна для того, чтобы измерить ее с нужной для практической цели точностью. ТермоЭДС измеряется потенциометром или милливольтметром. Для присоединения измерительного прибора следует либо разорвать цепь термопары в спае 2 (рис. 4.36, б), либо разорвать один из электродов (рис. 4.36, в). Спай термопары, соприкасающийся с исследуемой поверхностью, называют рабочим концом ее. Спаи термопары, находящиеся при известной постоянной температуре, называют свободными концами. К свободным концам термопары присоединяется измерительный прибор.

Несмотря на внешнее отличие схем (рис. 4.36) термоЭДС, развиваемая этими термопарами, в обоих случаях будет одинакова, если одинаковыми будут температуры рабочих и свободных спаев. ТермоЭДС не изменяется от введения в цепь термопары третьего проводника, если температура концов этого проводника одинакова. Из этого факта следует, что, во-первых, способ изготовления спаев (сварка, пайка и т. д.) на величину термоЭДС не влияет, если размеры спая таковы, что температура во всех точках его одинакова; во-вторых, проводники, с помощью которых измерительный прибор подключается к свободным концам, не влияют на термоЭДС, если места присоединения этих проводников будут иметь одинаковую температуру.

Термопара может быть образована двумя разнородными проводниками из любых металлов и сплавов. Обычно подбирают такие проводники, которые, образуя термопару, в состоянии генерировать максимально возможную термоЭДС, отличаются хорошей воспроизводимостью показаний и градуировочной кривой, близкой к прямолинейной. Последнее обстоятельство упрощает интерполяцию градуировочной кривой. Этим требованиям удовлетворяют стандартные хромель-алюмелевые (условное обозначение ХА) и хромель-копелевые (ХК) термопары, которые получили широкое распространение в практике. В области металлообработки эти термопары получили название искусственных (табл. 4.4). Термопары, одним из термоэлектродов которых является обрабатываемый или инструментальный материал, называют полуискусственными. Наконец, при об-

работке металлов резанием широко применяется естественная термопара (табл. 4.4), термоэлектродами которой служат обрабатываемый и инструментальный материалы.

### **Искусственные и полусинтетические термопары**

С помощью этих термопар можно измерить местную температуру в резце, изделии, деталях металлорежущего станка, а также построить температурное поле как внутри этих элементов, так и на их поверхности. В качестве искусственных применяются стандартные термопары.

По результатам измерений искусственными термопарами можно оценивать температуру контакта резец - стружка в процессе резания. Это - отличительная особенность искусственных термопар. Причем тепловое состояние поверхности контакта можно определять как при прерывистом резании, так и при работе изношенными инструментами.

При необходимости определения температурного поля режущих элементов используется сборная конструкция резца. Режущая пластинка выполняется небольшой толщины (1,5...2,0 мм). В головке резца просверливается отверстие, через которое рабочий спай термопары подводится к пластинке (табл. 4.4). Измеряется температура опорной поверхности пластинки. Термоэлектроды термопары тщательно изолируются друг от друга и от стенок отверстия. Учитывая небольшие размеры контактных площадок резца, рабочий спай термопары стремятся расположить как можно ближе к режущим кромкам. Это позволяет измерять температуру вблизи источников тепловыделения.

Следует подчеркнуть, что точность измерения температуры зависит от способа закрепления рабочего спая термопары к исследуемой поверхности. Поэтому спай термопары плотно прижимают или приваривают, например, конденсаторной сваркой, к режущей пластинке. Используя пластинки неодинаковой толщины и располагая отверстия в различных точках передней и задней поверхностей, можно по результатам измерений построить температурное поле в резце.

Искусственными термопарами можно исследовать термический режим не только лезвийной, но и абразивной обработки. С этой целью термопара устанавливается в поверхностном слое заготовки таким образом, чтобы ее рабочий спай находился под обработанной поверхностью на расстоянии от нее, равном примерно удвоенной глу-

бине резания. Хромель-алюмелевая термопара, установленная таким способом при шлифовании магнитомягких материалов, обеспечивает инерционность, не превышающую 14 мс.

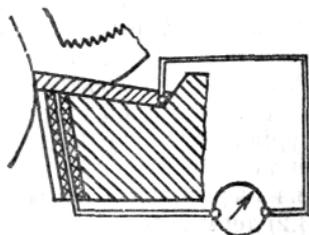


Рис. 4.37. Измерение температуры реза полуискусственной термопарой.

Полуискусственные термопары отличаются от стандартных одним из термоэлектродов, в качестве которого могут быть или обрабатываемый (табл. 4.4), или инструментальный (рис. 4.37) материалы. Второй термоэлектрод - проволока, обычно из копеля или константа. Такие термопары, в отличие от искусственных, подлежат градуированию. С помощью этих термопар можно установить распределение температуры не только внутри резца, но и на его передней поверхности.

Один из вариантов конструктивного исполнения таких термопар представлен на рис. 4.37. Через отверстие в корпусе резца проволочный термоэлектрод приводится в соприкосновение с режущей пластинкой, которая в данном случае выполняет роль второго термоэлектрода. Проволочный термоэлектрод изолируется от стенок отверстия. Рабочий спай такой термопары - место соприкосновения (или сварки) проволоки с пластинкой. С целью термостатирования свободных концов термопары к пластинке иногда подсоединяют проводник, изготовленный из того же материала, что и пластинка.

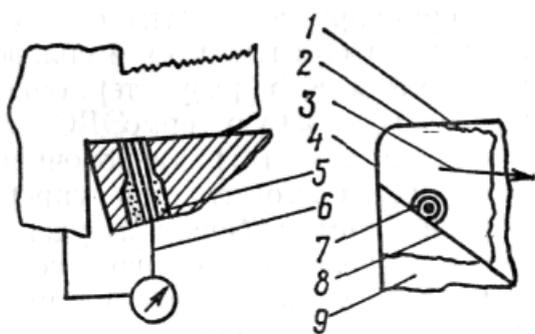


Рис. 4.38. Термопара для определения температуры на передней поверхности резца:

1 - зона контакта; 2 - вспомогательная режущая кромка; 3 - направление схода стружки; 4 - главная режущая кромка; 5 - соединительная связка; 6 - платиновая проволока; 7 - кварцевая трубка; 8 - след плоскости разреза пластины; 9 - передняя поверхность резца.

проводник, изготовленный из того же материала, что и пластинка.

Оригинальная конструкция полуискусственной термопары применялась для исследования распределения температуры по передней поверхности твердосплавного резца. Опыты проводились при точении ( $v = 96$  м/мин,  $S_0 = 0,25$  мм/об,  $t = 2,0$  мм) углеродистой стали резцом сборной конструкции. Охлаждение не применялось. Термоэлектродами термопары служили платиновая проволока диаметром 0,01 мм и обрабатываемая заготовка (рис. 4.38). Твердосплавная пластинка разрезалась на две части, на плоскости резца одной из которых выполнялся канал диаметром 0,05 мм.

В канале помещалась кварцевая трубка с пропущенной через нее платиновой проволокой.



Рис. 4.39. Распределение температуры по передней поверхности резца.

поверхности резца (рис. 4.39).

После установки трубки обе части пластинки соединялись и закреплялись в державке. Таким образом, проволока выводилась непосредственно на переднюю поверхность резца и образовывала со сходящей стружкой рабочий спай термопары. Заданное положение рабочего спая термопары достигалось путем сошлифовывания слоя требуемой толщины по главной и вспомогательной задним поверхностям. С помощью этой термопары установлена закономерность распределения температуры по передней

### Естественная термопара

Как уже упоминалось, термопару могут образовать любые два разнородных проводника. В связи с этим представляется заманчивым при механической обработке использовать в качестве этих проводников заготовку и режущий инструмент, которые, как известно, состоят из материалов с существенно различающимися физико-механическими свойствами. Рабочий спай такой термопары появляется в процессе резания естественным путем, без постороннего вмешательства. Существование его обусловлено самим ходом процесса резания. Спай имеет достаточно большие размеры и представляет зону контакта поверхностей инструмента со стружкой и заготовкой. В месте контакта возникают большие удельные давления и температура. К тому же свежесформированные поверхности на заготовке и стружке лишены окисных пленок, являются химически чистыми. Все это создает условия для плотного, беззазорного контакта двух разнородных материалов и образования рабочего спая термопары. Такая термопара получила название естественной и является частным случаем термопар, применяемых в технике измерения температуры. С помощью естественной термопары измеряется средняя температура (температура резания) по контактными поверхностями инструмента. При незначительных конструктивных изменениях резца, используя способ естественной термопары, можно установить закономерность распре-

деления температуры по его передней поверхности.

Принцип действия естественной термопары рассмотрим на примере обработки отверстий спиральными сверлами. В этом случае, как известно, в резании принимают участие главные, вспомогательные режущие кромки и перемычка сверла. Участки контакта этих кромок с обрабатываемым материалом можно представить как спаи трех термопар, составляющих естественную термопару: обрабатываемый материал - главные режущие кромки, дно отверстия - перемычка, стенки отверстия - вспомогательные кромки сверла. Температура, возникающая на упомянутых поверхностях контакта, существенно различается.

Наибольшие тепловые нагрузки испытывают главные режущие кромки (особенно участки, прилегающие к уголкам) и перемычка сверла. Это обусловлено тем, что главные режущие кромки выполняют практически всю работу резания, являющуюся основным источником теплоты. Перемычка, обладая несовершенной геометрией, пластически деформируя обрабатываемый материал, также является одним из основных источников тепловыделения. Вспомогательные режущие кромки формируют обработанную поверхность, направляют сверло по отверстию и охлаждаясь СОТС, имеют температуру в 6... 20 раз ниже, чем главные режущие кромки.

К этому следует добавить, что неодинаков не только нагрев режущих кромок, но и температура неравномерно распределяется по длине этих кромок. На главных режущих кромках температура принимает наибольшее значение вблизи уголков, постепенно убывая по мере перемещения к перемычке.

Что же касается ленточек, то из-за обратной конусности сверла сила трения, а следовательно, и тепловыделение непрерывно уменьшаются по направлению к хвостовику. Учитывая это обстоятельство, следует полагать, что температура вдоль вспомогательных режущих кромок в направлении от режущей к присоединительной части сверла монотонно снижается. В связи с этим рабочий спай каждой из трех термопар, образующих естественную термопару, целесообразно представлять как спаи бесконечно большого количества элементарных термопар (рис. 4.40). Каждая из элементарных термопар из-за неодинаковой температуры нагрева ее рабочего спая генерирует различную термо-ЭДС.

Поскольку термопары включены в измерительную цепь параллельно, то напряжение, регистрируемое прибором, можно определить

по формуле

$$u = \frac{E_1 / r_1 + E_2 / r_2 + E_3 / r_3}{1 / r_1 + 1 / r_2 + 1 / r_3},$$

где  $E_1, E_2, E_3$  – термо-ЭДС термопар: обрабатываемый материал - главные режущие кромки, дно отверстия - перемычка, стенки отверстия - вспомогательные кромки сверла.  $E_1, E_2, E_3$  -представляют средние арифметические значения термо-ЭДС элементарных термопар. Предполагая, что внутренние сопротивления термопар соизмеримы ( $r_1 \approx r_2 \approx r_3$ ), получим  $u = (E_1 + E_2 + E_3) / 3$ .

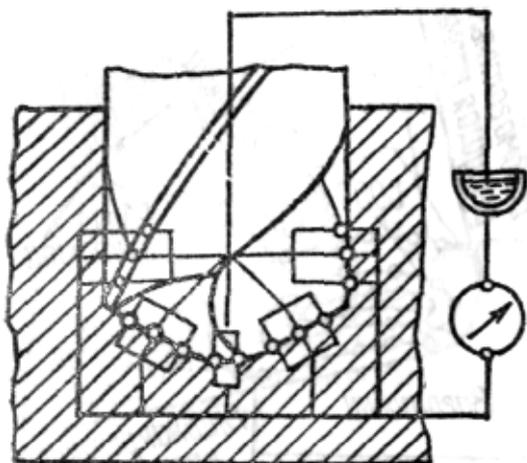


Рис. 4.40. Схема измерения температуры резания естественной термопарой.

По аналогичной схеме может быть измерена температура резания при любых операциях механической обработки: точении (табл. 4.4), фрезеровании, строгании и т. д. При этом термоэлектроды естественной термопары необходимо изолировать от металлорежущего станка, что не вызывает технических затруднений. Сложность возникает в другом - в необходимости подключения к неподвижному измерительному прибору одного из подвижных термо-

электродов естественной термопары, которым может быть как режущий инструмент, так и заготовка. Для этой цели используют токосъемники различного конструктивного исполнения. В лабораторных исследованиях, в практике механической обработки широкое распространение получили щеточный и ртутный токосъемники (рис. 4.41).

Рассмотрим возможные конструкции щеточного и ртутного токосъемников в случае, когда вращающимся термоэлектродом является заготовка. Такая схема измерения имеет место, например, при продольном точении. При этом легко осуществима следующая конструкция одноканального токосъемника щеточного типа (рис. 4.41, а). На вращающуюся заготовку напрессовывается текстолитовая втулка. На втулку, в свою очередь, плотно насаживается красномедное кольцо 2. К кольцу подключается заготовка 3. По наружной поверхности кольца скользит с нажимом графитовая щетка 4, которая обеспечивает надежный электрический контакт между заготовкой и прибором. Измерительный прибор присоединяется непосредственно к щетке.

В ртутном токосъемнике [129] переход от вращающегося про-

водника к неподвижному осуществляется с помощью ртути (рис. 4.41, б).

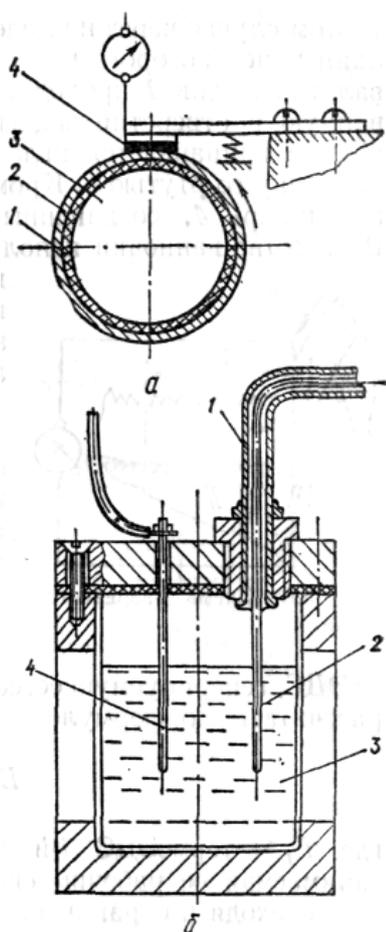


Рис. 4.41. Щеточный (а) и ртутный (б) токосъемники.

В этом случае через шпиндель токарного станка пропускается провод, один конец которого подсоединяется к заготовке, а второй к гибкому валу. Валик 1 проходит через электрическую пробку, запрессованную в отверстие заднего торца шпинделя. К свободному концу валика припаивается игла 2 из красной меди, которая опускается в ванночку со ртутью 3. Кроме того, в ванночку погружается неподвижный штырь 4, соединенный проводом с измерительным прибором.

В качестве ванночки используется стеклянный стаканчик. Стаканчик помещается в корпус из текстолита и для предотвращения испарения ртути плотно закрывается крышкой. Токосъемник закрепляется на кожухе станка.

Известен и другой подход к определению термоЭДС естественной термопары. И в этом случае естественную термопару представляют как бесконечное множество элементарных термопар, включенных параллельно в измерительную цепь. Рабочие спаи элементарных термопар занимают конечную площадь и в совокупности составляют спай естественной термопары. С учетом этого термоЭДС, генерируемую естественно образующейся термопарой, можно рассчитать по формуле

$$E = \sum_{i=1}^{\infty} E_i F_i / \sum_i F_i,$$

где  $E_i$  - термоЭДС  $i$ -й элементарной термопары;  $F_i$  - площадь, занимаемая ее рабочим спаем.

Переходя к ограниченному числу элементарных термопар, приближенно можем записать

$$E = \frac{E_1 F_1 + E_2 F_2 + E_3 F_3 + \dots + E_n F_n}{F_1 + F_2 + F_3 + \dots + F_n}. \quad (4.26)$$

Из формулы (4.26) следует, что термоЭДС естественной термопары можно определить по известным размерам рабочего спая и

термоЭДС элементарных термопар. Более того, сведения о термоЭДС каждой элементарной термопары позволяют установить закон изменения температуры по поверхности инструмента. В связи с этим задача сводится к разработке такой конструкции резца, которая позволила бы измерять как термоЭДС, так и размеры спая элементарных термопар. Резец в таком конструктивном исполнении получил название разрезного (составного) и использовался в работах многих исследователей [87].

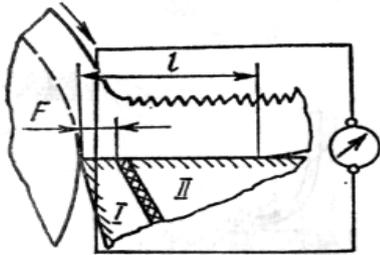


Рис. 4.42. Схема разрезного резца.

Режущая часть разрезного резца состоит из двух инструментальных материалов: твердого сплава I (проводника) и минералокерамики II (диэлектрика) (рис. 4.42). Во избежание затекания металла в щель между составными частями резца производится тщательная подгонка их друг к другу и закрепление в державке механическим способом. Уменьшая

ширину площади (минимально возможная величина ее обусловлена прочностью клина и составляет 0,05...0,1 мм), можно измерить термоЭДС  $E_i$  и соответствующую ей температуру по передней поверхности резца вблизи его режущей кромки. Поскольку в начальный период резания ширина контакта задней поверхности резца с заготовкой незначительна, ее в расчет не принимают. Увеличивая ширину площадки на величину  $F_2$ , измеряют среднюю термоЭДС  $E_{cp}$ , на участке  $(F_1 + F_2)$ . Затем используя формулу (4.26) определяют термоЭДС на втором приращенном участке передней поверхности резца. Последовательно наращивая ширину площадки контакта стружки с передней поверхностью резца, можно измерить термоЭДС на участках, находящихся на различном расстоянии от режущей кромки. Доведя площадь контакта стружки с резцом до естественных размеров ( $l$ ), определяют термоЭДС на последнем,  $n$ -м участке

$$E_n = \frac{E_{cpn}(F_1 + F_2 + F_3 + \dots + F_n) - E_1F_1 - E_2F_2 - E_3F_3 - \dots - E_{n-1}F_{n-1}}{F_n}$$

Таким образом, принцип естественной термопары может быть использован не только для измерения температуры резания, но и для определения средней температуры по одной из контактных поверхностей резца, а также для изучения закона распределения температуры по его поверхности. Однако в этом случае методу присущ ряд недостатков, что снижает его ценность. Во-первых, режущая часть резца состоит из двух разнородных инструментальных материалов, что ис-

кажает не только условия трения, а следовательно, и теплообразование, но и отвода тепловых потоков в режущем клине. Во-вторых, измерения осуществляются не одновременно, а в различные моменты времени. Все это нарушает нормальное распределение температуры по передней поверхности резца и вносит погрешности в результаты измерения. В разрезном резце из контакта со стружкой исключается часть передней поверхности. Оказывается, что можно частично вывести из соприкосновения с инструментом и обрабатываемый материал (рис. 4.43). Например [149], для повышения точности измерения температуры резания при сверлении обрабатываемый образец 1 диа-

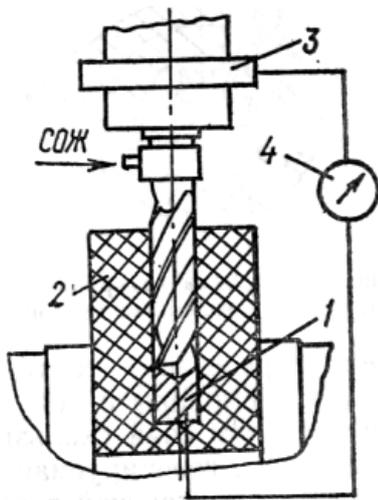


Рис. 4.43. Схема измерения температуры резания при сверлении.

метром, равным диаметру сверла, окружают по периферии изолятором 2 и располагают соосно сверлу. При помощи токосъемника 3, установленного на шпинделе станка, и прибора 4 регистрируется термоЭДС. Реализация такого способа измерения температуры резания позволяет устранить контакт вспомогательных режущих кромок сверла с обрабатываемым материалом. В этом случае из схемы измерения исключается термопара, образуемая стенками отверстия и вспомогательными кромками. Следовательно, термоЭДС, измеряемая в процессе сверления, генерируется только главными режущими кромками совместно с перемычкой. Вспомогательные кромки в этом не участвуют ( $E_3 = 0$ ). По величине этой термоЭДС представляется возможность с большей достоверностью оценить термический режим работы наиболее нагруженных лезвий сверла: главных и перемычки.

### Перерезаемые термопары

С помощью этих термопар изучают закономерность изменения температуры вдоль режущих кромок (табл. 4.4) и по контактными поверхностям инструмента. Перерезаемые термопары не требуют конструктивных изменений режущих инструментов. Термоэлектроды этих термопар закладываются в заготовку. Используемые при этом образцы из обрабатываемого материала зачастую выполняются составными, образованными двумя половинками (табл. 4.4).

Половинки тщательно притираются по плоскости разъема. В

канавку одной из половинок помещают термопару. При этом особое внимание уделяют изолированию термоэлектродов друг от друга и от заготовки. В качестве термоэлектродов используют, как правило, проводники (медные, константановые и т. д.), из которых изготавливают стандартные термопары. Рабочий спай перерезаемой термопары образуется в процессе резания, в момент перерезания ее термоэлектродов режущей кромкой. В связи с этим термопары и получили название перерезаемых. Созданный таким образом спай скользит по контактной поверхности инструмента. ТермоЭДС, генерируемая термопарой, зависит от температуры в каждой точке контактной поверхности и является величиной переменной. Фиксирование термоЭДС осуществляется с помощью осциллографа, на фотопленке которого отображается закономерность изменения температуры по поверхности инструмента.

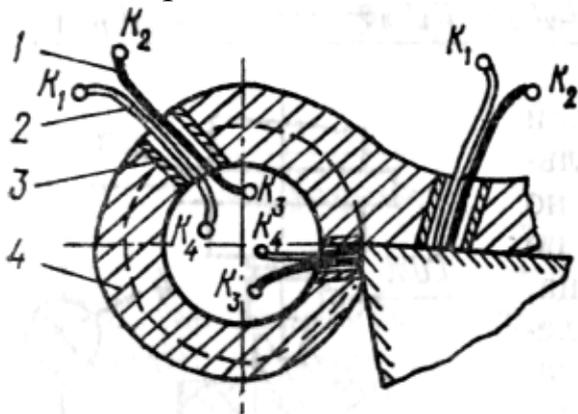


Рис. 4.44. Схема измерения температуры перерезаемыми термопарами.

Принципиальная схема измерения температуры перерезаемыми термопарами, впервые использованная А. Н. Резниковым, показана на рис. 4.44. Заготовка 4 выполняется в виде винтового гребня прямоугольного профиля. В поверхностном слое заготовки сверлят отверстие диаметром 0,5...0,7 мм, в которое устанавливают защитную трубку 3. В трубку помещают два изолированных проводника 1 и 2,

которые в дальнейшем образуют термопары. Трубка служит для предотвращения преждевременного замыкания проводников. Проводники изолированы эмалью и до начала резания разомкнуты. Концы проводников  $K_1$ ,  $K_2$ ,  $K_3$ ,  $K_4$  через токосъемник подключены к осциллографу. При этом происходит замыкание проводников на контактной поверхности стружки и поверхности резания. В результате образуются две термопары. Рабочий спай одной из них движется вместе со стружкой по передней поверхности инструмента. ТермоЭДС этой термопары через контакты  $K_1 - K_2$  фиксируется осциллографом и характеризуется закономерность изменения температуры по ширине контакта стружки с резцом. Другая термопара, образовавшаяся от замыкания проводников в поверхностном слое заготовки, двигаясь вместе с ней, через контакты  $K_3 - K_4$  фиксирует температуру контактной площадки резец - заготовка.

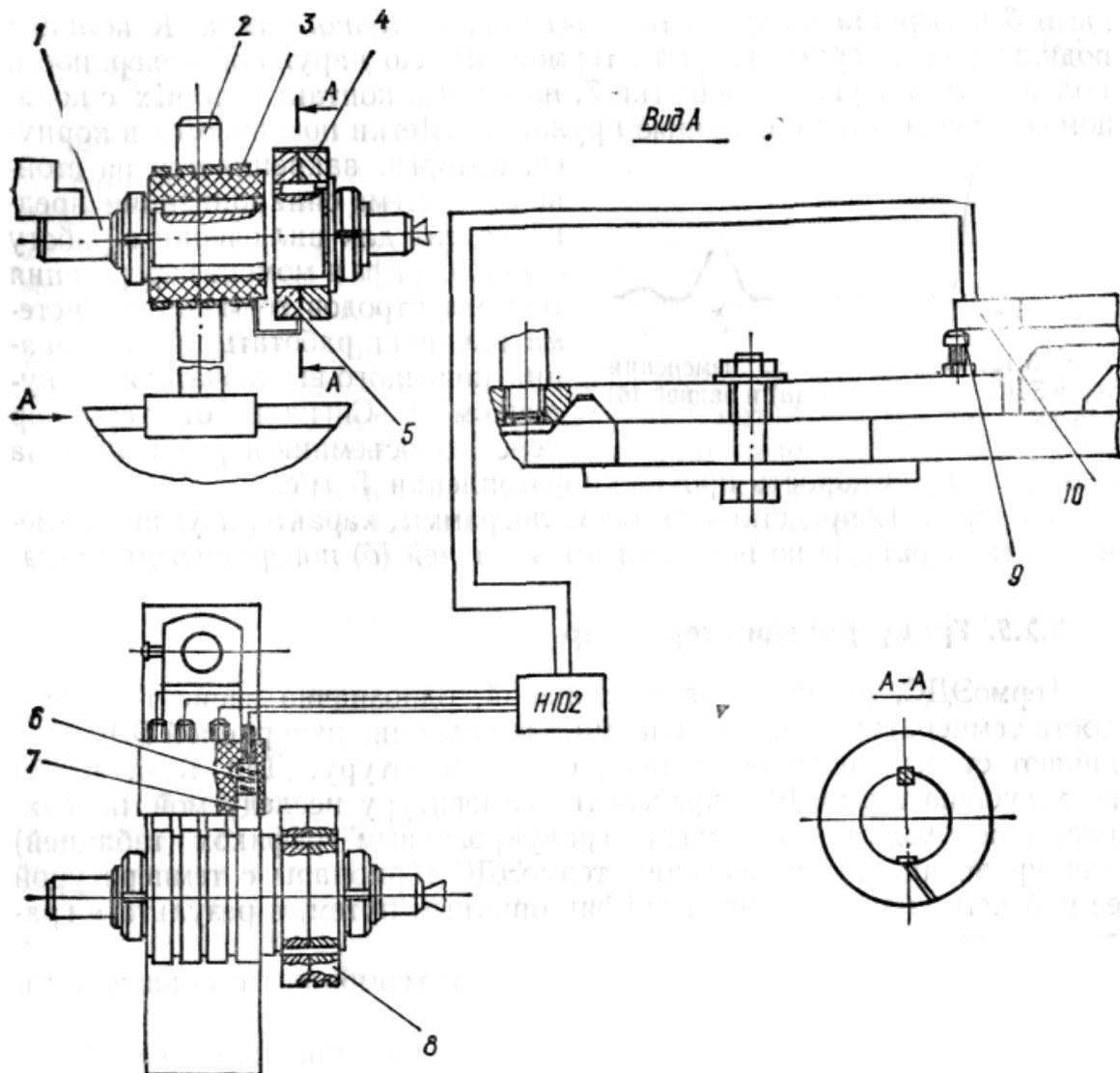


Рис. 4.45. Приспособление для исследования распределения температуры по контактнм поверхностям резца.

Для исследования распределения температуры по контактнм поверхностям резца при точении титанового сплава ВТ5 использовался метод перерезаемых термопар. Разработано специальное приспособление (рис. 4.45), состоящее из оправки и системы синхронизации. На оправку 1 насаживается образец 4 обрабатываемого материала. Для точного совмещения притертых по плоскости разьема половинок образца служат штифты 8. В канавку одной из половинок закладывались изолированные друг от друга (и от изделия) медный и контактный проводник 5, диаметром 0,2 мм. На образце выполнялась прямоугольная резьба таким образом, чтобы канавка выходила на выступ резьбы. Осуществлялось свободное резание. На эту же оправку надевалась текстолитовая втулка с напрессованными на нее медными кольцами 3 четырехканального токосъемника щеточного типа.

К кольцам подключались термоэлектроды термопары. По

наружной поверхности колец скользят угольные щетки 7, надежный контакт которых с кольцом обеспечивается с помощью пружин 6. Щетки помещаются в корпусе, который закрепляется на стойке 2. Система синхронизации предназначена для включения в работу осциллографа в момент перерезания термоэлектродов термопары. Система

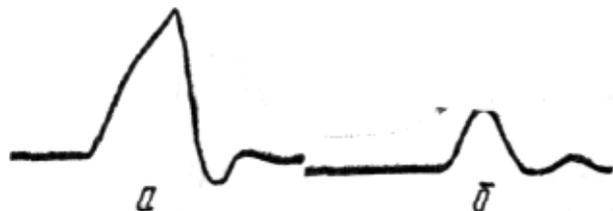


Рис. 4.46. Осциллограммы изменения термоЭДС по передней (а) и задней (б) поверхностям резца.

начинает работать при замыкании конечного выключателя 10 кулачком 9. Сигналы от термопар через токосъемник передавались на осциллограф. Скорость протяжки фотопленки 5 м/с.

На рис. 4.46 представлены осциллограммы, характеризующие изменение температуры по передней (а) и задней (б) поверхностям резца.

### Градуирование термопар

ТермоЭДС, развиваемая термопарой, однозначно зависит от разности температур между ее спаями. По величине измеряемой ЭДС оценивают степень нагретости тела, его температуру. Для того, чтобы по значению термоЭДС определить температуру исследуемой поверхности, необходимо располагать градуировочным графиком (таблицей) или уравнением, связывающим термоЭДС термопары с температурой ее рабочего спая. Получают график опытным путем, в результате градуирования термопар:

- 1) сравнением показаний градуируемой термопары с показаниями термопары, принятой за эталон;
- 2) по постоянным точкам трех типов: плавления (затвердевания), кипения и тройным точкам химически чистых веществ.

При градуировании по первому методу во избежание ошибок сличение показаний должно выполняться во всем рабочем интервале градуируемой термопары. При этом обычно применяют ванну с жидкостью. Спаи термопар, градуируемой и эталонной, необходимо помещать в ванну таким образом, чтобы они имели одинаковую тем-

Таблица 4.5

Коэффициенты и показатели степени к формуле (4.27)

Естественная термопара	<b>B</b>	<b>b</b>
Сталь 45- Т15К6	37,8	1249
Сталь Х18Н10Т- ВК8	50,4	1289
Сплав ВТ5- ВК8	51,4	1680
Сплав ВТ1- 0- ВК8	51,6	1085
Хастеллой Д- ВКЗМ	31	870

пературу.

Рассмотрим первый способ градуирования естественной термопары. Этот способ базируется на известном в теории термоэлектричества положении промежуточных проводников: термоЭДС, возникающая в цепи последовательно соединенных нескольких разнородных проводников, при равенстве температур всех мест их соприкосновения, равна термоЭДС двух конечных проводников этой цепи.

В качестве промежуточного проводника с постоянной температурой используется расплавленный металл (рис. 4.47). В ванну 4 с жидким металлом погружается на глубину 4...6 мм прутки обрабатываемого материала 1 и инструментальный материал 2.

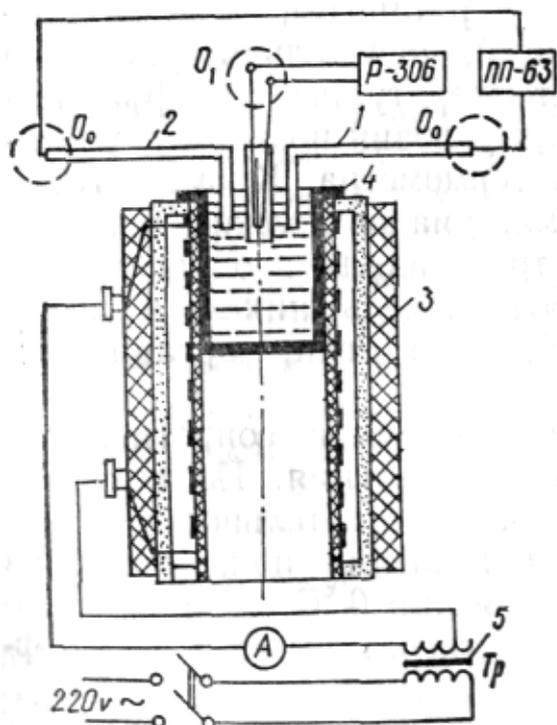


Рис. 4.47. Схема градуирования естественной термопары.

Для термостатирования свободных концов термопары термоэлектроды выполняются длиной 400 мм. Это позволяет вывести свободные концы термопары в область с постоянной температурой. Ванна помещается в электрическую печь 8. Температура в ванне изменяется с помощью автотрансформатора 5 и контролируется платино-родий-платиновой термопарой. ТермоЭДС термопар регистрируется потенциометрами.

Этот метод несложен, обеспечивает надежную градуировку. Однако нижняя граница температуры, с которой начинается градуирование, ограничена температурой плавления металла, используемого в качестве промежуточного проводника. Этот недостаток можно устранить, воспользовавшись формулой, устанавливающей связь между термоЭДС ( $E$ ) термопары и температурой ее рабочего конца (6)

$$E = B \cdot \exp\left(-\frac{b}{\theta + 273}\right). \quad (4.27)$$

Формула (4.27) получена теоретическим путем на основе анализа термоэлектронных явлений, возникающих в термопарах. Она справедлива для любой пары металлов, находящихся в контакте.

Очевидно, что для использования этой формулы необходимо провести два опыта с измерением  $E$  и  $\theta$ , которые позволяют опреде-

лить коэффициенты  $B$  и  $b$  (табл. 4.5) и написать уравнение градуировочной кривой. По этому уравнению можно провести интерполяцию экспериментальной кривой в область низких температур. Что же касается экстраполяции кривой в область высоких температур, то при этом необходимо соблюдать осторожность, поскольку это может привести к значительным погрешностям. По описанному способу получены градуировочные кривые ряда естественных термопар (рис. 4.48).

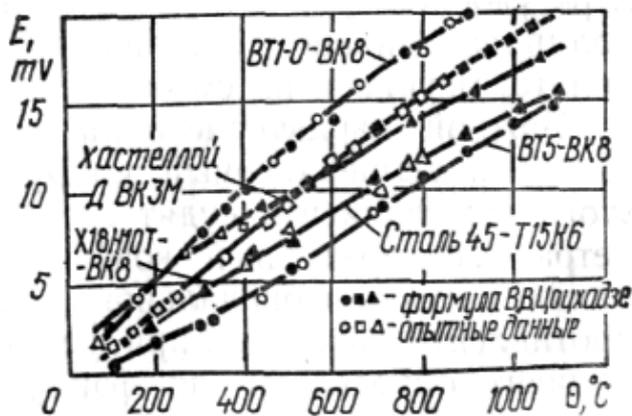


Рис. 4.48. Градуировочные кривые естественных термопар.

значение температуры, которая является одной из физических констант, характеризующих металл. Это свойство чистых металлов и используется для градуирования термопар.

Градуирование термопар по температуре затвердевания чистых металлов обеспечивает достаточно высокую точность. По этому методу градуируют образцовые и лабораторные термопары повышенной точности. Однако методу присущи и недостатки: во-первых, он отличается значительной трудоемкостью; во-вторых, при градуировании получают всего две-три экспериментальные точки (по числу используемых химически чистых металлов), в которых известна температура рабочего спая и соответствующая ей термоЭДС. Для того, чтобы получить непрерывную градуировочную кривую, необходимо проводить интерполяцию между этими точками.

Разработаны методы, позволяющие интерполировать и определять термоЭДС термопары для любой промежуточной температуры, находящейся внутри интервала, ограниченного точками затвердевания чистых металлов.

В заключение отметим, что необходимость градуирования стандартных термопар отпадает. Для них составлены справочные таблицы,

Метод градуирования термопар по точкам плавления (затвердевания) основан на известном факте: при переходе металла из одного агрегатного состояния в другое (например, из твердого в жидкое или наоборот) температура его от начала и до конца процесса перехода остается постоянной. Следовательно, процессу фазового -перехода приписывают определенное

связывающие термоЭДС термопары с температурой рабочего спая.

### Термопреобразователи сопротивления

Изменение теплового состояния для многих материалов сопровождается изменением их электрического сопротивления. Свойство материалов изменять сопротивление при изменении температуры используется для измерения ее с помощью так называемых термометров сопротивления. В этих термометрах изменения температуры преобразуются в изменения сопротивления, поэтому их называют термопреобразователями сопротивления. Термометрами сопротивления измеряют абсолютную температуру объекта.

Материалы, из которых изготавливают термометры, должны обладать хорошей воспроизводимостью показаний, значительным удельным сопротивлением и достаточно большим температурным коэффициентом сопротивления. Обеспечение последних условий позволяет уменьшить размеры чувствительного элемента термометра. Кроме того, с изменением температуры сопротивление материалов должно монотонно повышаться или уменьшаться. Этим требованиям в определенной мере удовлетворяют чистые металлы (платина, медь, никель и др.) и полупроводниковые материалы (германий, окись меди, марганца, кобальта, магния и их смеси).

Важной характеристикой материала термометра сопротивления является температурный коэффициент сопротивления. По величине второго коэффициента судят о температурной чувствительности термометра. Температурный коэффициент сопротивления показывает, на какую часть первоначального сопротивления при  $0^{\circ}\text{C}$  изменяется сопротивление материала при изменении его температуры на  $1^{\circ}\text{C}$ . Коэффициент определяют по формуле

$$\alpha_R = (R_{\theta} - R_0) / R_0 \theta, 1/^{\circ}\text{C},$$

где  $R_{\theta}$ ,  $R_0$  - сопротивление при температуре  $\theta$  и  $0^{\circ}\text{C}$ .

Подавляющее большинство чистых металлов имеет положительный коэффициент сопротивления, величина которого находится в пределах  $(3,5 \dots 6,5) \cdot 10^3$  ( $1/^{\circ}\text{C}$ ). Полупроводниковые материалы характеризуются отрицательным коэффициентом сопротивления, который примерно на порядок больше, чем у металлов, и лежит в интервале  $(10 \dots 150) \cdot 10^3$  ( $1/^{\circ}\text{C}$ ) [47]. Следует отметить, что в последнее время получены полупроводниковые материалы, обладающие положительным температурным коэффициентом. Например, температурный коэффициент термометра сопротивления из поликристаллического

кремния, легированного бором, в зависимости от концентрации примесей изменяется от  $-2,5 \cdot 10^{-2}$  до  $4 \times 10^4 \text{K}^{-1}$ .

Схема измерения температуры термометрами сопротивления, реализуемая на практике, несколько сложнее, чем схема измерения термопарами. Она предполагает использование не только соединительных проводов, показывающего или регистрирующего приборов, но и подгоночного сопротивления и вспомогательного источника напряжения (рис. 4.49).

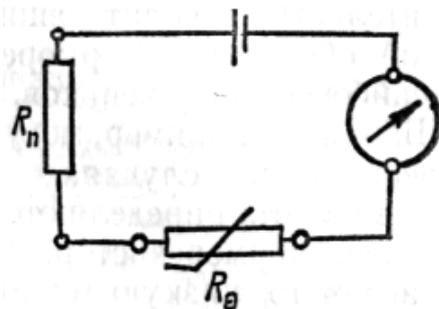


Рис. 4.49. Схема измерения температуры термометрами сопротивления.

Термопарный способ измерения в таком источнике, как правило, не нуждается. Однако термометры, по сравнению с термопарами, обладают рядом преимуществ, которые способствовали расширению сферы их использования. Поэтому термопару давно уже не считают единственно надежным прибором для измерения температуры в промышленности.

Термометрами сопротивления регистрируют абсолютную температуру объекта, причем результаты измерения, в отличие от термопар, мало зависят от соединительных проводов и распределения температуры вдоль них. Термопарами же фиксируют разность температур между их рабочими и свободными спаями, к тому же для определенности измерения температуру свободного спая необходимо поддерживать постоянной. Кроме того, термометры сопротивления обладают более высокой точностью, меньшей инерционностью, более широким диапазоном измерения.

Термометры сопротивления часто используются в качестве датчиков в регуляторах температуры, предназначенных для поддержания заданного теплового режима термоконстантных цехов. Фирма Eberk (ФРГ) для данной цели выпускает программируемый регулятор температуры, обеспечивающий точность регулирования не менее  $1^\circ\text{C}$ . В последнее время такие фирмы, как Omega (США), Degussa, Heraeus (ФРГ), освоили выпуск термометров сопротивления, чувствительным элементом которых являются тонкие пленки. Тонкопленочные термометры предназначены для измерения температуры ( $-50 \dots 200^\circ\text{C}$ ) поверхностей малогабаритных объектов.

Однако недостаточная чувствительность, точность и стабильность несколько ограничивают область применения этих термометров.

Полупроводниковые термометры с отрицательным коэффици-

ентом сопротивления получили название терморезисторов (термочувствительных резисторов). Этими термометрами измеряют температуру в диапазоне  $-100...300$  °С. Терморезисторы обеспечивают точность  $0,1...1$  % от интервала измерения.

Чувствительные элементы терморезисторов получают спеканием при высокой температуре. Полупроводниковый материал в виде порошка смешивают с пластической связкой. Из этой массы прессованием или нанесением капли на проволочные выводы получают заготовку требуемых формы и размеров. Затем производится спекание. Чувствительный элемент защищают стеклянной, керамической или стальной оболочкой. Терморезисторы изготавливают в форме пластинок, шайбочек, стерженьков, шариков (бусинок) очень малых размеров. Шарик, например, может быть получен диаметром  $0,5...0,2$  мм, а в необходимых случаях - до  $0,07$  мм. Форма и размеры чувствительного элемента определяются условиями измерений, для которых предназначен терморезистор. Небольшие размеры терморезисторов обеспечивают их низкую тепловую инерцию и возможность измерения температуры в труднодоступных местах. Терморезисторы по сравнению с металлическими термометрами сопротивления имеют очень большое сопротивление, достигающее  $1$  МОм. Поэтому результаты измерений не зависят от изменения сопротивления соединительных проводов и клемм, что упрощает схему подключения терморезистора к прибору.

С помощью терморезисторов можно измерять чрезвычайно малые градиенты температур (до  $0,001$  °С). Терморезисторами измеряют температуру не только в технике, но и в медицине, биологии. В настоящее время разработаны терморезисторы пленочного типа, которые можно напылять в виде тонких пленок как непосредственно на поверхность контролируемых деталей, например, металлорежущего станка, так и на специальные подложки из стекла, слюды и др.

Существенный недостаток терморезисторов - это индивидуальность градуировочной характеристики, поскольку технология не в состоянии обеспечить идентичность их свойств. В связи с этим каждый терморезистор имеет свою градуировочную кривую, а это ограничивает область их применения.

### **Термоиндикаторы**

Несмотря на высокую точность и надежность определения температуры с помощью термопар, этот метод не лишен недостатков. В

частности, не всегда удается получить информацию о температурном поле объекта. Связано это с тем, что рабочий спай термопары имеет небольшие, конечные размеры. Поэтому термопарой можно измерить температуру в отдельной точке объекта или в ограниченной зоне. В связи с этим возникают затруднения с построением температурного поля объектов как с достаточно развитой, так и незначительной поверхностью. В первом случае на поверхности объекта необходимо разместить большое количество термопар, что искажает температурное поле. Во втором - невозможно установить достаточное число термопар и составить правильное представление о температурном поле и градиентах температуры. Возникают трудности и при измерении температуры вращающихся объектов, тонкостенных деталей, наконец - в труднодоступных зонах. Не следует забывать и того, что для повышения точности измерений спай термопары должен быть надежно закреплен, что не всегда допускается из-за нанесения дефектов на поверхность объекта. В этих случаях представляется весьма привлекательным метод регистрации температуры с помощью термоиндикаторов (указателей температуры) - веществ, способных резко изменять свой цвет при достижении определенной температуры, называемой критической или температурой перехода.

Процессы, происходящие в термоиндикаторах и обуславливающие изменение их цвета, чрезвычайно сложны. Рассмотрение сущности этих процессов даже в общих чертах выходит за рамки настоящей главы. Для более глубокого изучения затронутых вопросов может быть рекомендована работа [2].

По механизму действия термоиндикаторы можно разделить на четыре основных типа. Прежде чем приступить к анализу типов термоиндикаторов, представленных классификационной схемой (рис. 4.50), остановимся на описании общих свойств, присущих всем индикаторам.

По способности термоиндикаторов после выполнения своих функций снова возвращаться к первоначальному состоянию их подразделяют на обратимые, необратимые и квазиобратимые. Обратимые термоиндикаторы по достижении температуры перехода или при превышении ее изменяют свою окраску, а затем при охлаждении объекта до температуры ниже критической восстанавливают свой первоначальный цвет. Эти термоиндикаторы могут использоваться многократно. Обратимые индикаторы применяют в тех случаях, когда контролировать температуру объектов другими методами сложно и



Рис. 4.50. Классификационная схема цветных индикаторов.

затруднено, например, для регистрирования температуры движущихся частей машин: подшипников, валов, муфт, поршней и т. д. Широкое применение обратимых индикаторов сдерживается тем, что за изменением их цвета необходимо вести постоянное наблюдение, а это не всегда возможно. Необратимые термоиндикаторы - однократного применения. В этих термоиндикаторах при критической температуре или выше ее происходят необратимые процессы, изменяющие цвет

индикатора. При последующем охлаждении термоиндикаторы не в состоянии приобрести первоначальную окраску. Необратимые индикаторы получили большее распространение, чем обратимые, поскольку их применение не связано с непрерывным наблюдением за изменением окраски. С помощью этих индикаторов фиксируют максимальную температуру, до которой нагрелся объект во время эксплуатации. Что же касается квазиобратимых указателей температуры, то они могут использоваться многократно. Эти термоиндикаторы после выполнения своей роли с понижением температуры объекта ниже критической, под действием влаги, содержащейся в воздухе, постепенно возвращаются в исходное состояние.

Термоиндикаторы могут обладать одним, несколькими или множеством температурных переходов. Однократный цветовой переход имеют, например, индикаторы плавления, тогда как жидкокристаллические - неограниченное количество (рис. 4.50). Индикаторы с несколькими значениями критической температуры по мере их нагрева последовательно окрашиваются в цвета различных оттенков. Например, существуют марки жидкокристаллических термоиндикаторов, которые с повышением температуры изменяют свой цвет - последовательно от красного до фиолетового, проходя через множество цветов и оттенков [2]. Такие индикаторы целесообразно использовать при построении температурных полей. Поверхность исследуемого объекта, имеющая участки различного нагрева и покрытая таким индикатором, представляет разноцветную картину. Участки, окрашенные одним цветом, имеют одинаковую температуру. Соединив их линиями, получают изотермы температурного поля.

Температура перехода термоиндикаторов, за исключением индикаторов плавления, зависит от внешних условий, а именно: от продолжительности теплового воздействия, влаги, содержащейся в воздухе, давления, наличия газов и т. д. Такие индикаторы принято называть зависимыми.

Термохимические индикаторы - сложные вещества. Изменяют свой цвет вследствие химического взаимодействия компонентов. Окрашивание может протекать как медленно, так и достаточно быстро, почти мгновенно. Цвет и температура перехода определяются химическим составом индикатора и могут изменяться в достаточно широких пределах. Например, критическая температура может принимать значения в интервале 50... 1000 °С (рис. 4.50). Термохимические индикаторы уступают остальным видам индикаторов в точности

фиксирования температуры объекта. Абсолютная погрешность регистрирования температуры может достигать  $\pm 5 \dots 10^\circ\text{C}$ , а иногда и больше. Эти термоиндикаторы рекомендуются для индикации температуры объектов, работающих в стационарном режиме.

Температурное поле режущей части инструмента в зависимости от режима обработки, износа, СОТС и покрытий исследовано с помощью многопозиционных термохимических индикаторов ТХИ-52, ТХИ-53, ТХИ-54, разработанных в МХТИ [22]. Эти термоиндикаторы работоспособны в весьма широком интервале температур ( $115 \dots 1115^\circ\text{C}$ ), что позволяет оценивать тепловое состояние инструмента, как при низкой, так и при высокой скорости резания. Помимо этого несколько цветовых переходов, узкий температурный интервал между переходами ( $30 \dots 80^\circ\text{C}$ ), высокая стабильность цветовой гаммы, незначительное время срабатывания (до 1 с), хорошая адгезия с инструментальным материалом, наконец, возможность работы в различных средах выгодно отличают эти термоиндикаторы от других типов. Термоиндикаторные вещества марок ТХИ использовались для изучения температурного поля твердосплавного резца МС321 при точении стали 40Х. Применялся специальный разрезной резец. Разъем резца осуществлялся по плоскости, перпендикулярной главной режущей кромке, в пределах контактных площадок передней и задней поверхностей. На эти и сопряженные поверхности разрезного резца наносились пазы, глубиной  $0,08 \dots 0,1$  мм. Пазы предотвращали истирание индикатора стружкой, поверхностью резания и обработанной поверхностью.

Термоиндикаторы плавления изменяют свой цвет в результате плавления одной или нескольких компонент. Следует отметить, что компоненты индикаторов имеют строго определенную температуру плавления. Индикаторы отличаются достаточно высокой точностью фиксирования температуры. Абсолютная погрешность составляет  $1 \dots 2^\circ\text{C}$ . Эти индикаторы весьма перспективны, позволяют контролировать температуру как при нагревании, так и при охлаждении объекта. При температуре перехода некоторые индикаторы становятся жидкотекучими. Это их недостаток, так как появляется возможность стекания индикатора при определении температуры вертикальных и наклонных поверхностей объекта.

Оригинальные исследования температурного поля резцов проведены при помощи порошков с постоянной точкой плавления [191]. Обработке подвергалась среднеуглеродистая сталь твердосплавными

и минералокерамическими резцами. Геометрические параметры резцов:  $\gamma = 0^\circ$ ,  $\alpha = 5^\circ$ . Заготовка в виде трубы диаметром 100 мм и толщиной стенки 2...4 мм закреплялась в патроне токарного станка. Осуществлялось прямоугольное резание торцевой поверхности трубы резцом, разрезанным на две симметричные части. Плоскость разреза параллельна направлению движения стружки. Половинки резца тщательно шлифовались по плоскости разреза и плотно прижимались одна к другой. Одна из сопряженных поверхностей резца покрывалась тонким слоем мелкодисперсного порошка. Порошки с размером зерна 0,01...0,02 мм изготавливались из NaCl (800 °С), Zn (419°), Pb (327,4°) и других веществ (в скобках указана температура плавления порошка). В качестве вспомогательных компонентов в порошки добавлялись термокрасители. После нанесения порошка части резца соединялись вместе и проводились опыты по резанию.

В процессе обработки резец нагревается до высокой температуры. Порошок начинает плавиться в той части поверхности разреза, где температура достигла температуры плавления порошка или превысила ее. После прекращения процесса резания на поверхности разреза резца хорошо выделяются две зоны, состоящие из расплавленного и нерасплавленного порошка, с четкой границей между ними. Контрастность границы раздела усиливают термокрасители. Методика измерения распределения температуры заключается в регистрации линии, разделяющей зону расплавленного порошка от порошка, сохранившего исходное состояние. Зафиксированная линия раздела представляет изотерму, соответствующую температуре плавления порошка. Применяя порошки с различной температурой плавления (всего использовалось 10 различных порошков), можно получить ряд изотерм, которые в совокупности позволяют построить температурное поле в режущем клине (рис. 4.51).

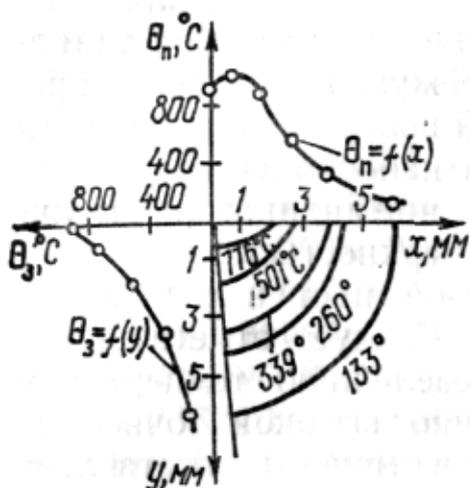


Рис. 4.51. Распределение температуры в твердосплавном резце.

ратурное поле в твердосплавном резце, полученное при скорости резания 70 м/мин и глубине 0,2 мм. Продолжительность процесса реза-

ния составляла 1 мин. Распределение температуры внутри клина и по его поверхности подтверждает закономерность изменения температуры в режущем инструменте, полученную другими методами.

Жидкокристаллические термоиндикаторы - сложные вещества, состоящие из органических соединений. Эти вещества в определенном температурном интервале переходят в жидкокристаллическое состояние. В этом состоянии они обладают замечательными свойствами - способностью разлагать и отражать световые лучи с изменением их цвета. Жидким кристаллам или их смесям при определенной температуре всегда присущ один и тот же цвет. Индикаторы отличаются высокой чувствительностью. Окрашивание в другой цвет может происходить даже при незначительном изменении температуры (иногда на  $0,1...0,01$  °С). Поэтому их используют при проведении точных экспериментов. Окраска кристалла зависит от его состава и фазового состояния. Смешивая их в определенных пропорциях, можно получить заранее заданную температурно-цветовую комбинацию. Изменяя состав кристаллов, получают неограниченное количество цветовых переходов. С помощью этих индикаторов можно регистрировать температуру как при нагревании, так и при охлаждении. Жидкокристаллические индикаторы позволяют с высокой точностью регистрировать температуру. Относительная погрешность при этом не превышает 2 %. Индикаторы в рабочем состоянии - жидкотекучи, что не позволяет измерять температуру наклонных и вертикальных поверхностей, быстро движущихся деталей и т. д.

Люминесцентные термоиндикаторы - это разновидность люминофоров - веществ, способных светиться (люминесцировать) под действием внешних факторов. Свечение индикаторов, как и любого люминофора, должно быть возбуждено каким-либо источником энергии, например, облучением его ультрафиолетовыми лучами. Оказывается, что яркость, цветовой фон свечения индикатора зависят от его температуры. Это свойство используется для фиксирования температуры объекта. Температурно-цветовой переход индикатора определяется составом люминофора и интенсивностью его облучения ультрафиолетовым светом. Варьируя эти факторы, можно получать индикаторы с требуемыми характеристиками. Например, сульфид цинка, активированный марганцем, светится при комнатной температуре голубым светом, а при достижении температуры  $900^{\circ}\text{C}$  излучает желтое свечение. Этот же сульфид цинка, но активированный кислородом, имеет при комнатной температуре сине-зеленое свече-

ние, а при температуре 100...300°C - желто-красное [2]. Люминесцентные индикаторы, так же, как и жидкокристаллические, обеспечивают высокую точность фиксирования температуры объекта.

Возможности применения индикаторов чрезвычайно широки. Их с успехом используют в машиностроении и авиации, космической технике и радиоэлектронике, медицине и энергетике и т. д. Индикаторы могут применяться для оценки теплонапряженности базовых узлов и деталей металлорежущих станков. При использовании индикаторов не требуется дорогостоящей измерительной аппаратуры, отсутствуют ограничения по размерам и форме поверхности, ее материалу, шероховатости, движению. Однако температура перехода, точность и чувствительность рассмотренных термоиндикаторов существенно зависят от скорости и длительности их нагрева, а также от внешних условий. Разработанные в последнее время индикаторы на основе пленок пермалоя с полосовыми доменами лишены указанных недостатков [124]. С помощью этих индикаторов можно измерять и визуализировать распределение температуры на поверхности исследуемых объектов. В основу метода положена однозначная зависимость ширины доменов от температуры. Измеряя домены при помощи микроскопа или дифракционной установки, определяют температуру. Индикаторы испытаны в интервале температур -196...300°C. Средняя погрешность измерения температуры составляет 2...4°C.

### **Волоконно-оптические термопреобразователи**

Точные измерения температуры в труднодоступных местах могут быть осуществлены с помощью волоконно-оптических систем. Световоды, используемые в этих системах, выполняют функции: 1) измерительных преобразователей температуры; 2) каналов для дистанционной передачи оптического сигнала от объекта к детектору теплового излучения (табл. 4.4).

В зависимости от оптических эффектов, используемых в принципиальной схеме волоконных термопреобразователей, разработаны термометры:

1) функционирующие на основе зависимости оптических характеристик (показателя преломления, коэффициента поглощения) световолокна от температуры. Чувствительным элементом в этих термометрах служит волоконный световод, пропускательная способность которого однозначно зависит от температуры. Интервал измеряемых температур 20...200°C;

2) локационного типа на основе температурной зависимости таких параметров люминесценции как время ее затухания и интенсивность излучения. Миниатюрные чувствительные элементы этих термометров изготавливают из люминофоров. Распространение получили стекло, легированное неодимом, а также полупроводниковые кристаллы арсенида галлия (GaAs). У этих веществ время затухания люминесценции линейно уменьшается с ростом температуры. Так, у датчика из неодима, введенного в матрицу фосфатного стекла, постоянная времени затухания люминесценции при  $-50^{\circ}\text{C}$  составляет 145 мкс, а при  $250^{\circ}\text{C}$  - 115 мкс. Погрешность измерения температуры определяется точностью фиксирования времени затухания и не превышает  $3^{\circ}\text{C}$ . Диапазон контролируемых температур  $50...250^{\circ}\text{C}$ ;

3) переходного типа, принцип действия которых базируется на изменении интенсивности световых импульсов после прохождения через полупроводниковый датчик. Спектральная полоса поглощения датчика зависит от его температуры. В качестве датчиков наиболее часто применяются пленки из кремния, арсенида галлия, а также оптически прозрачные пластинки из этих веществ. Термометры позволяют измерять температуру до  $300^{\circ}\text{C}$ ;

4) интерференционного типа, в которых изменение температуры влияет на картину интерференции от двух световых пучков, транспортируемых по волоконным кабелям.

Основными составными элементами волоконных термометров являются: источник света; миниатюрный датчик температуры; волоконные световоды и электронная измерительная система. В качестве источников света часто используют светодиоды. Для облегчения измерения выходного сигнала на световоды подают пульсирующие электрические сигналы от генератора импульсов (табл. 4.4). Оптический сигнал от источника излучения проходит по волоконному световоду и падает на чувствительный элемент, установленный в зоне измерения температуры. Оптические характеристики элемента однозначно зависят от температуры. Если чувствительным элементом служит, например, люминофор, то падающее на него излучение возбуждает флюоресценцию. Флюоресцентное излучение элемента проходит по второму световоду и падает на приемник излучения, выходной сигнал которого подается в систему обработки измерительных данных. Измерительная система обеспечивает преобразование оптического сигнала в электрический, его обработку и вывод информации о температуре в аналоговой или цифровой форме.

Основным достоинством термометров этого типа является отсутствие влияния на результаты измерений электромагнитных полей. Помимо этого использование световодов вместо проводов для дистанционной передачи сигналов позволяет разделить цепи преобразователя и приемника, а также полностью избежать трудностей, связанных с устранением утечек энергии на землю. Однако с помощью этих термометров можно контролировать температуру в узком интервале, что несколько снижает их практическую ценность.

### **Кварцевые термопреобразователи**

Измерения температуры с погрешностью, не превышающей  $0,1^{\circ}\text{C}$ , можно произвести с помощью кварцевых термометров [190]. Помимо высокой точности измерения термометры являются весьма чувствительными приборами ( $1000\text{ Гц/К}$ ), способными фиксировать даже незначительные изменения температуры, достигающие  $0,01^{\circ}\text{C}$ . Чувствительным элементом этих термометров служит миниатюрный кварцевый резонатор, помещаемый в герметичный корпус, например, из нержавеющей стали.

Принцип действия термометра основан на использовании однозначной зависимости частоты собственных колебаний монокристалла кварца от температуры. Рабочий диапазон температур, измеряемых с помощью кварцевых термометров, находится в пределах  $-40\text{...}300^{\circ}\text{C}$ . Измерительное устройство термометра включает: генератор, делитель частоты, формирователь импульсов, кодирующий блок, микропроцессор, цифровой индикатор.

Высокая точность измерения и стабильность параметров, возможность весьма просто представлять данные о температуре в цифровой форме - основные преимущества кварцевых термометров. Вместе с тем им присущи и недостатки: большие размеры чувствительного элемента (диаметр трубчатой защитной оболочки, например, достигает  $6\text{ мм}$ ), сравнительно узкий диапазон измерений, наличие гистерезиса.

Цифровые системы измерения температуры типа QuaT с использованием кварцевых резонаторов выпускаются фирмой Heraeus (ФРГ). Система, состоящая из 16 термометров, с помощью двухпроводного кабеля подключается к измерительному блоку. Цикл опроса термометров составляет  $1\text{ с}$ . Отечественная промышленность выпускает вакуумные и герметизированные термочувствительные резонаторы, в которых используются пластины  $uxbl(10^{\circ}54')9^{\circ}45'51''$  среза.

## **Транзисторные термопреобразователи**

Для измерения температуры в последние годы широко применяются транзисторные термопреобразователи и интегральные схемы на их основе. Принцип действия этих термометров основан на использовании зависимости напряжения эмиттер - база кремниевых транзисторов от температуры. Чувствительный элемент - термотранзистор - помещается в металлический или пластмассовый корпус. В рабочем диапазоне температур - 40...150°C обеспечивается чувствительность 2,26 мВ/К.

К преимуществам транзисторных термопреобразователей можно отнести: 1) взаимозаменяемость и дешевизну, обеспечивающие возможность их одноразового использования; 2) высокую чувствительность, что является резервом для повышения точности измерений; 3) высокий выходной сигнал, что в некоторых случаях позволяет обойтись без усилителей.

Следует отметить, что транзисторные термопреобразователи могут выполнять роль приемника излучения в приборах для бесконтактного измерения температуры.

### **4.5.3. БЕСКОНТАКТНЫЕ МЕТОД И СРЕДСТВА ИЗМЕРЕНИЯ ТЕМПЕРАТУРЫ**

Рассмотренные ранее средства измерения температуры предусматривают обязательный контакт чувствительного элемента с поверхностью объекта. Однако практическая реализация такого контакта не всегда возможна или затруднена, например, при определении температуры труднодоступных, удаленных или движущихся объектов. Кроме того, при температуре тела, превышающей 2200°C, чувствительные элементы контактных средств измерения не обладают требуемой термостойкостью.

Возникают затруднения и при определении температуры тел, находящихся под высоким электрическим напряжением; предметов малой теплоемкости или с малой теплопроводностью поверхностного слоя; быстропротекающих тепловых процессов.

Следует упомянуть еще о том, что контактные средства измерения из-за соприкосновения с поверхностью объекта вносят искажения в изучаемое температурное поле. Поэтому в промышленности, в лабораторных исследованиях наряду с контактными находят применение

ние и бесконтактные способы измерения. Из этих способов наибольшее распространение получил радиационный, а при исследовании температурных полей режущих инструментов и деталей машин - микроструктурный.

### **Радиационный метод**

Бесконтактный контроль температуры с помощью пирометрических преобразователей является наиболее развивающейся областью термометрии. Метод незаменим особенно при измерении высоких температур (более  $2000^{\circ}\text{C}$ ), обеспечивая в этом случае достаточно высокую точность и стабильность результатов.

Известно, что поверхность тела, температура которого превышает абсолютный нуль, способна испускать электромагнитное излучение. Причем интенсивность излучения возрастает с повышением температуры нагрева тела. На регистрации теплового излучения и основывается радиационный метод измерения температуры. Приборы, которые устанавливают температуру тела по интенсивности его теплового излучения, называют инфракрасными (ИК) пирометрами.

Основные составные элементы пирометра - оптическая система, чувствительный элемент, так называемый приемник (детектор) излучения и электронный блок. Для изготовления оптики используют различные материалы: прозрачные в ИК-области спектра: германий, кремний, селенистый и сернистый цинк и др. Важнейшим элементом всех ИК-приборов является детектор излучения. По типу используемого детектора пирометры разделяются на тепловые и оптические. В тепловых детекторах (термопарах, болотометрах, пироэлектриках) изменения температуры поверхности объекта преобразуются в изменения электрических параметров тока. Что же касается квантовых оптических детекторов (кремниевых и германиевых фотодиодов, вакуумных фотоэлементов), то они реагируют непосредственно на количество поглощенных фотонов. Детекторы первого типа используют преимущественно для измерения низких температур (до  $800^{\circ}\text{C}$ ) в области длинных волн ИК-диапазона. Детекторы второго типа обладают избирательной чувствительностью в узком диапазоне длин волн. Эти пирометры используются для измерения температуры выше  $800^{\circ}\text{C}$ . Электронные блоки расширяют возможности пирометров. Помимо усиления сигнала, его линеаризации, обработки данных с определением средних и экстремальных значений температуры они обеспечивают включение сигнализации в случае перехода темпера-

туры через заданное граничное значение, а также автоматическое регулирование температуры объекта. В тех случаях, когда объект измерений находится вне поля зрения прибора, поток теплового излучения пропускают по волоконному световоду.

Закономерности теплового излучения, положенные в основу ИК-пирометра, определяют его тип. С учетом этого существуют пирометры полного и частичного излучения, монохроматического излучения и спектрального отношения. Пирометры полного излучения базируются на законах излучения абсолютно черного тела. Они способны воспринимать излучения в широком спектральном диапазоне (0,4... 10 мкм). В пирометрах других типов используется зависимость теплового излучения не только от температуры, но и от длины волны. Естественно, что эти приборы проявляют максимальную чувствительность в различных диапазонах длин волн ИК-участка спектра.

Для регистрации теплового изображения объектов исследования разработана аппаратура:

1. Точечные измерительные приборы с высокой направленностью и селективностью, обеспечивающие возможность измерения температуры отдельных точек объекта с расстояния нескольких метров.

2. Сканирующие приборы, предназначенные для последовательного формирования теплового изображения со скоростью до 2500 точек/с.

3. Термографические системы, обеспечивающие возможность формирования полного теплового изображения объекта с достаточно высокой разрешающей способностью (до 70 000 точек).

Приборы такого назначения выпускает ряд зарубежных фирм. Так, фирма Land Infrared Ltd (Великобритания) специализируется на выпуске портативных ИК-термометров модели Cyclops. Масса прибора 0,8 кг, размеры 90 x 82 x 126 мм. Приборы используются для измерения температуры в интервале - 50...3000°C с погрешностью, зависящей от диапазона измерений и не превышающей  $\pm 1$  %. Инерционность термометров не превосходит 0,5 с. Результаты измерений считываются с цифрового дисплея. Управление процессом измерений осуществляет встроенный микропроцессор. Термометры могут использоваться в одном из трех режимов: непрерывного проведения измерений, индикации экстремальных значений температуры, контрольного прибора. Производством пирометров излучения занимаются также фирмы Ircon, Omega, Everest Interscience Inc (США), Sie-

mens, Ogussa, Ultrakust (ФРГ), Chino (Япония) и др. Так, фирма Omega выпускает свыше 20 модификаций портативных инфракрасных пирометров, позволяющих измерять не только текущие значения температуры, но и фиксировать ее максимальное, минимальное, среднее и дифференциальное значения. Диапазон измерения температуры 0...3000°C. Погрешность измерений не превышает 1,5%. Время установления показаний 0,3... 1с. Отечественной промышленностью выпускаются переносные пирометры «Смотрич-4Г», «Смотрич-5П», предназначенные для измерения и экспресс-контроля температуры в диапазоне 0...1500°C.

Значительные успехи при разработке ИК-пирометров достигнуты в последние годы. С помощью электронной техники, эффективных детекторов излучения, световолоконных кабелей удалось расширить возможности и область применения термометров. Рабочий интервал температур увеличился от низких до сверхвысоких и находится в пределах -50.. .3000 °С. Погрешность измерения не превышает ±1 %. Инерционность термометров не превосходит 0,5 с. Значительно снизилась стоимость и масса портативных термометров (до 720 г). Появилась возможность выдачи информации о текущих значениях температуры объекта не только в аналоговой, но и в цифровой форме на экране дисплея. Помимо этого электронный блок в состоянии определять экстремальные и средние значения температуры за период проведения цикла измерений. Термометры обладают высокой чувствительностью и стабильностью параметров. Гибкие стеклянные световоды позволяют исследовать тепловой режим объектов, недоступных прямому визированию. Эти достоинства пирометров обуславливают все более широкое распространение их в различных отраслях промышленности, в том числе и при металлообработке.

Пирометр с фоторезистором в качестве приемника излучения использовался для исследования распределения температуры по контактной стороне стружки. Осуществлялся процесс прямоугольного резания сталей на токарном станке. Резцы сборной конструкции оснащались твердым сплавом. Геометрические параметры резцов:  $\gamma = -10^\circ, 5^\circ$ ;  $\alpha = 6^\circ, 10^\circ$ ;  $\lambda = 0^\circ$ ;  $\varphi = 90^\circ$ . Производилась

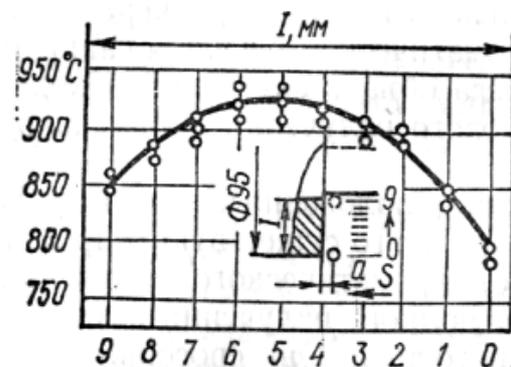


Рис. 4.52. Распределение температуры по ширине стружки.

обработка торца трубы с наружным диаметром 95 мм, 200 мм и толщиной стенки 9 мм. Сечение срезаемой стружки  $3 \times 0,41 \text{ мм}^2$ . Скорость резания - 95 м/мин.

Фоторезистор устанавливался в резцедержателе непосредственно под опорной поверхностью твердосплавной пластинки. Излучение, испускаемое контактной стороной стружки, через коническое отверстие, выполненное в пластинке, направляется на фоторезистор. Измерительное отверстие располагается на заданном расстоянии  $a$  от главной режущей кромки (рис. 4.52). Диаметр отверстия на передней поверхности пластинки составлял  $0,2 \pm 0,02 \text{ мм}$ , а в опорной плоскости - 0,5 мм. Фоторезистор включается в одно из плеч измерительного моста (рис. 4.53). Под действием излучения изменяется сопротивление фоторезистора и нарушается баланс моста. Изменение сопротивления, пропорциональное температуре стружки, регистрируется осциллографом.

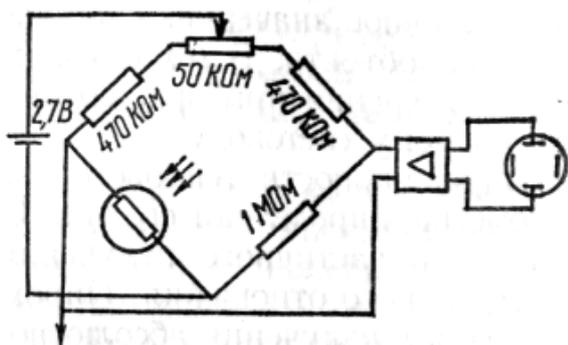


Рис. 4.53. Схема включения фоторезистора.

Температурное поле контактной стороны стружки установлено по результатам измерений температуры, полученным перемещением измерительного отверстия в двух взаимно перпендикулярных направлениях. Распределение температуры по ширине стружки определялось смещением инструмента с измерительным отверстием в радиальном направлении через каждые 0,3 мм. Для определения закономерности изменения температуры в осевом направлении пластинку приходилось перешлифовывать по задней поверхности через каждые 0,2 мм. Как показали исследования, температура по ширине стружки распределяется неравномерно (рис. 4.52). Наибольший нагрев испытывает средняя часть стружки. По мере перемещения к боковым сторонам температура стружки монотонно уменьшается. Неодинаково распределяется температура и по длине контакта стружки с резцом. Неравномерность нагрева площадки контакта стружки с резцом обуславливает лункообразный износ передней поверхности инструмента.

Температурные исследования с помощью радиационных пирометров проводились не только при лезвийной, но и при абразивной обработке [193]. Однако экспериментальная установка и методика

проведения опытов при этом значительно усложняются, поскольку задача заключается в измерении температуры, во-первых, движущихся объектов малых размеров - абразивных зерен, во-вторых - труднодоступных зон. В этом случае помимо пирометра используется дополнительно световод и предусматривается система синхронизации. Световод состоит из пучка световолокон, каждое из которых содержит стеклянную нить для прохождения излучения. Вследствие полного внутреннего отражения излучение по нити передается без потерь. Световод обладает достаточной гибкостью, что облегчает подвод его к объекту. Кроме того, лучи выходят из световода под теми же углами, под которыми они входили. В связи с этим, если один конец световода расположить вблизи объекта измерения, то излучение, выходящее из другого конца, может быть подведено непосредственно к приемнику излучения пирометра. Система синхронизации включает в работу регистрирующее устройство в момент прохождения исследуемых зерен мимо торцевой поверхности световода, через площадь мишени, охватываемой световодом на режущей поверхности шлифовального круга.

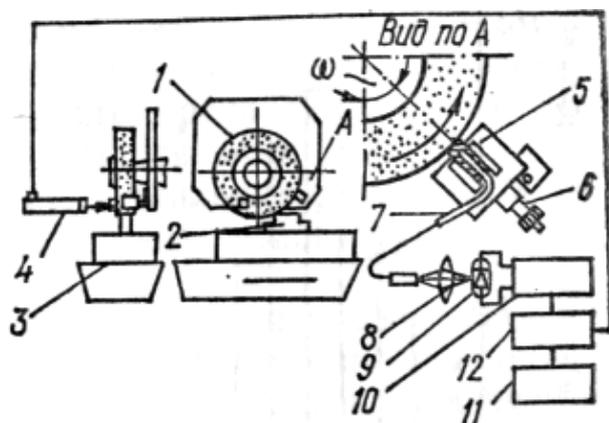


Рис. 4.54. Схема экспериментальной установки:

1 - шлифовальный круг; 2 - деталь; 3 - стол; 4 - фототриггер; 5 - держатель волокна; 6 - микрометр; 7 - волоконный световод; 8 - конденсор; 9 - In-As элемент; 10 - преобразователь «ток - напряжение»; 11 - графопостроитель; 12 - цифровое запоминающее устройство.

температур. Для перевода выходного напряжения в температуру производится градуирование пирометра.

Световод длиной 2 м закрепляется в держателе, который можно

Исследования проводились при плоском шлифовании углеродистой стали абразивным кругом. Охлаждающая жидкость не применялась. В качестве приемника излучения применялся фоторезистор из InAs, отличающийся малой инерционностью, что обеспечивает регистрацию быстрых изменений температуры. Помимо этого фоторезистор обладает высокой чувствительностью, однако, в ограниченном диапазоне длин волн инфракрасного излучения. Последнее обстоятельство позволяет применять пирометр для измерения достаточно низких температур.

установить в любом положении по окружности шлифовального круга (рис. 4.54). Для исследования влияния охлаждения на температуру режущих зерен держатель последовательно устанавливался в положение, составляющее с вертикальной осью круга (зоной резания) углы 45, 90, 135, 180, 270°. Расстояние торцевой поверхности оптического волокна от режущей поверхности круга регулировалось микрометром и составило 0,1 мм. При такой установке диаметр мишени, излучение из которой поступает в световод, составляет 0,097 мм. Температура зерен измерялась при каждом проходе шлифовального круга. Выходное напряжение пирометра записывалось цифровым запоминающим устройством и выводилось на графопостроитель. Запоминающее устройство включалось в действие системой синхронизации, состоящей из фототриггера, чувствительного к лучам, отраженным от экрана, закрепленного на боковой поверхности круга. Система синхронизации обеспечивает измерение температуры зерен, расположенных в одной и той же части режущей поверхности круга.

Опыты показывают, что температура режущих зерен находится в пределах 500... 1400°C, средняя температура составляет 820 °C (рис. 4.55). В работе изучено также влияние охлаждения на распределение температуры в режущих зернах.

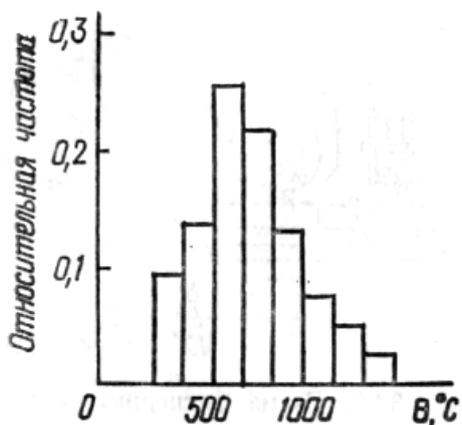


Рис. 4.55. Распределение температуры режущих зерен через 4,2 мс после резания.

Исследования теплового режима абразивной обработки получили дальнейшее развитие [193]. С помощью пирометра со световодом изучалось температурное поле поверхностного слоя шлифуемой детали из углеродистой стали. Достаточно высокое быстродействие пирометра (порядка 1 мкс) позволяет зафиксировать температурные импульсы, создаваемые режущими зернами в поверхностном слое заготовки. Установлено, что максимальная температура на поверхности детали в процессе шлифования может превышать 1100 °C.

### Тепловизоры

Рассмотренные ранее приборы позволяют измерять температуру в ограниченной зоне, практически в точке. Однако оптимизировать технологический процесс или оценивать термический режим объекта по температуре в отдельной точке весьма затруднительно. В этих

случаях желательно иметь значительно больший объем информации, которую можно было бы получать, располагая тепловым изображением объекта. В последние годы для этой цели все чаще используют ИК-аппаратуру, в частности, тепловизоры, позволяющие с достаточно высокой точностью фиксировать температурное поле тела.

Современный тепловизор - сложный измерительно-вычислительный комплекс, предназначенный для бесконтактного одновременного измерения температуры всех точек поверхности объекта. В качестве детекторов излучения в тепловизорах применяются термоэлектрические, силиконовые, сернистые и пироэлектрические термопреобразователи. Последние приемники обладают повышенной чувствительностью. Следует добавить, что тепловизоры новых моделей обычно снабжаются многоэлементными приемниками излучения. Детекторы излучения преобразуют оптический сигнал в электрический, который затем с помощью электронных блоков усиливается и трансформируется в аналоговой или цифровой форме на экране дисплея.

Производством тепловизоров занимается ряд зарубежных фирм. Так, фирма Horotron освоила выпуск тепловизоров Infravision-500, способных регистрировать температурные поля с уровнем температуры 500... 1500°C. Разрешающая способность тепловизора составляет 2°C. Обработку термограмм осуществляет ЭВМ. Цветное изображение температурного поля объекта может быть представлено на мониторе с использованием 256 оттенков цветов, каждый из которых соответствует определенному значению температуры. С подключением тепловизора к ЭВМ появляется возможность представления температурного поля в цифровой форме. Фирма AGEMA Infrared Systems выпускает промышленную тепловизионную аппаратуру в модульном исполнении, разрешающая способность которой составляет 1°C. Имеется возможность подключения тепловизионной аппаратуры в систему автоматического управления технологическим процессом. В СССР освоен выпуск тепловизоров «Рубин», портативной тепловизионной аппаратуры КТА-1. Тепловизоры модели «Рубин» предназначены для термографирования нестационарных тепловых полей. Диапазон измеряемых температур 10... 1200 °C.

Тепловизоры широко применяются для термических исследований технологических объектов в энергетике, металлургии, машиностроении. Так, с помощью тепловизора изучалось температурное поле шпиндельной бабки токарного станка [192]. Проведенными из-

мерениями установлено направление тепловых потоков, которые определяют термоупругие смещения узлов станка.

### Метод микроструктурного анализа

Контактным способом измерения температуры затруднительно определить тепловое состояние тончайших (до 20...30 мкм) поверхностных слоев инструмента. В этом случае может быть рекомендован метод микроструктурного анализа, который позволяет установить температурное поле в режущем клине из инструментальных сталей. Метод основан на анализе необратимых фазовых и структурных превращений, протекающих в поверхностном слое инструмента вследствие нагрева его до температуры, превышающей температуру отпуска стали.

Метод микроструктурного анализа регистрирует последствия воздействия высокой температуры на инструментальный материал. В результате такого влияния в поверхностном слое инструмента появляются новые структуры, которые по своему внешнему виду, свойствам, травимости резко отличаются от исходной. Например, при обработке материалов со скоростью резания, значительно превышающей оптимальную, в поверхностном слое быстрорежущих инструментов возникают структуры, обусловленные распадом мартенсита, образованием и превращением аустенита, вторичной закалкой [162]. Образование новых разнообразных структур связано с различной температурой нагрева рабочих участков инструмента в процессе резания. По

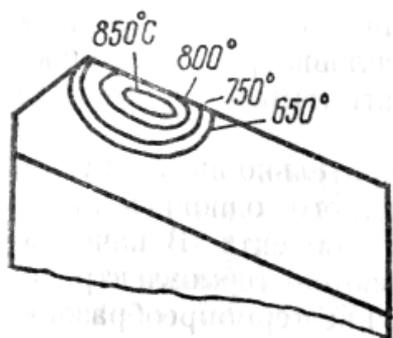


Рис. 4.56. Температурное поле на передней поверхности резца.

результатам изменения микроструктуры и микротвердости определяется температура нагрева поверхностных слоев инструмента.

Используя метод микроструктурного анализа, Б. И. Костецкий [87] установил характер распределения температуры по передней поверхности быстрорежущего резца (рис. 4.56). Осуществлялся процесс чернового точения ( $v = 8,5$  м/мин,  $S_0 = 3,2$  мм/об,  $t = 15$  мм) стали без охлаждения. Установлено, что максимальная температура имеет место примерно на середине площадки контакта стружки с резцом, что было

подтверждено более поздними исследованиями. Подробное изучение температурных полей резцов по их структурным изменениям в поверхностном слое провел Е. М. Трент [162]. Условия обработки: полустойкое точение ( $v = 91 \dots 213$  м/мин,  $S_0 = 0,25$  мм/об,  $t = 1,25$  мм)

низкоуглеродистой стали быстрорежущими резцами без применения СОТС. Закономерность распределения температуры в режущем клине, полученная Е. М. Трентом, качественно совпадает с результатами исследований Б. И. Костецкого.

Нижняя температурная граница, начиная с которой возможно применение метода микроструктурного анализа, ограничена температурой отпуска инструментальной стали. Для быстрорежущих сталей эта температура составляет примерно 600 °С. В связи с этим быстрорежущими резцами можно исследовать ограниченный диапазон температур от 600 до 1000 °С. Для распространения металлографического метода на область более низких температур целесообразно использовать резцы из углеродистых низколегированных инструментальных сталей. Температурное поле таких резцов изучалось при точении ( $S_0 = 0,2$  мм/об,  $t = 1,5$  мм) низкоуглеродистых сталей и меди. Металлографический метод исследования дополнялся при этом измерением микротвердости. На микрошлифах отработавших резцов выявлялись участки с одинаковой микротвердостью. Естественно, в процессе резания эти участки инструмента подвергались одинаковому нагреву. Соединяя их линией, получают изотермы температурного поля (рис. 4.57). По предложенной методике исследовано влияние режимов резания, способов подачи СОТС, геометрических параметров инстру-

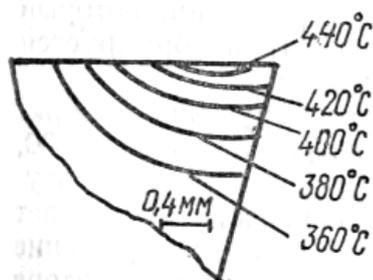


Рис. 4.57. Распределение температуры в режущем клине.

мента на его тепловое состояние. Установлено, что подвод СОТС в зону резания со стороны задней поверхности резца целесообразнее, чем подача ее поливом, свободно падающей струей. Кроме того, показано, что с увеличением скорости резания эффективность СОТС снижается.

Исследование температурного поля режущего клина по структурным изменениям его материала требует больших затрат труда. Метод применим только для стальных инструментов, работающих при таких режимах, которые обеспечивают температуру, превышающую температуру отпуска. Такие режимы резания из-за быстрой потери режущих свойств инструментов на практике не применяются. К тому же методу присуща низкая точность. Погрешность может достигать 25 °С. В связи с этим способ определения температуры по структурным превращениям инструментального материала в инженерной практике почти не используется.

## ГЛАВА 5

### ТЕПЛОФИЗИКА ШЛИФОВАНИЯ МАТЕРИАЛОВ

#### 5.1. ФУНКЦИОНАЛЬНЫЕ СВЯЗИ РЕЖИМОВ С ТЕПЛОНАПРЯЖЕННОСТЬЮ ПРОЦЕССА ШЛИФОВАНИЯ

##### 5.1.1. ПОСТАНОВКА ТЕПЛОВЫХ ЗАДАЧ ПРИ ШЛИФОВАНИИ

В реальных процессах обработки условия на границах детали с инструментом настолько сложны, что описать их на языке математики без схематизации не представляется возможным. При схематизации выделяются наиболее существенные параметры и исключаются из рассмотрения второстепенные. В качестве примера рассмотрим модель плоского шлифования периферией круга. Тепловой источник в зоне контакта шлифовального круга с деталью представим в виде сплошного плоского источника тепла или в виде дискретно действующих в пределах зоны контакта точечных тепловых источников от абразивных зерен круга.

В первом случае теплообмен при плоском шлифовании схематизируется следующим образом: по поверхности полубесконечного тела, которое омывается охлаждающей жидкостью, движется полосовой источник тепла. Плотность теплового потока по всей поверхности источника описывается некоторой функцией.

Во втором случае за источник тепла принимают абразивные зерна, полагая, что шлифовальный круг касается детали только режущими зернами. В случае шлифования без охлаждения смазочно-охлаждающей жидкостью, можно пренебречь теплообменом с воздухом и считать поверхность теплоизолированной за пределами зоны контакта круга с деталью. В этом случае на шлифуемой поверхности задают граничные условия 2-го рода – тепловой поток действует только в зоне контакта и теплоизоляция вне зоны контакта.

При шлифовании с охлаждением теплообмен с зоной контакта задается граничными условиями третьего рода по закону Ньютона – Рихмана

$$q = \alpha \cdot (T_0 - T_c),$$

где  $T_c$  – температура окружающей среды;  $T_0$  – температура поверхности;  $\alpha$  – коэффициент теплообмена.

Зону контакта в зависимости от цели исследования моделируют в виде:

1. Точечного источника (при решении одномерных задач).
2. В виде линейного источника (двухмерный случай решения).
3. В виде конечной полосы (трехмерный случай).

Такие допущения оказывают влияние на распределение температуры в целом, но в центре зоны контакта, рассчитанные температуры по указанным моделям отличаются незначительно.

Начальные условия в подавляющем большинстве случаев при рассмотрении температурных полей приравниваются к нулю. Граничные условия определяются из эксперимента. Например, плотность теплового потока определяется из выражения

$$q = \frac{F_z \cdot V_{kp}}{S}; \quad F_z = c \cdot t^\alpha \cdot S^\beta \cdot V_q^\gamma \cdot V_{kp}^\delta,$$

где  $F_z$  – тангенциальная составляющая силы резания;  $c, \alpha, \beta, \gamma, \delta$  – экспериментальные коэффициенты.

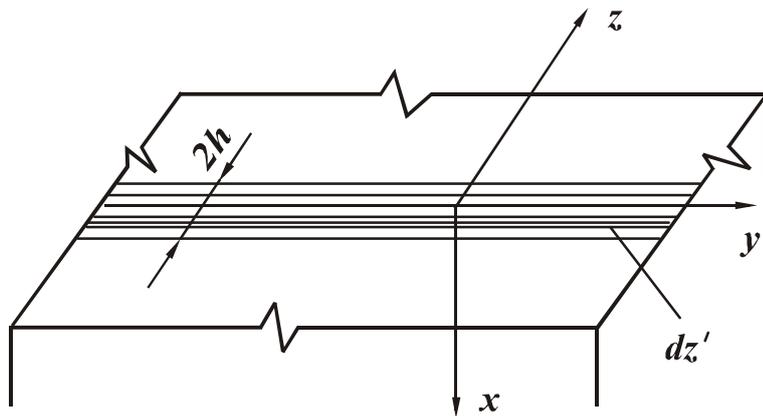


Рис. 5.1 Расчетная тепловая схема

Рассмотрим решение уравнения теплопроводности для схемы плоского шлифования. Тепловая схема полосового источника представлена на рис. 5.1. По поверхности полубесконечного тела, которая омывается охлаждающей жидкостью, в положительном направлении оси  $z$  движется полосовой источник тепла шириной  $2h$ .

Математическая формулировка задачи сводится к решению уравнения теплопроводности

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = a \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + \frac{\partial T}{\partial z}. \quad (5.1)$$

С начальными и граничными условиями

$$\begin{aligned} -\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=0} + \alpha T \Big|_{z>h} &= 0, \\ -\frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=0} &= q = \text{const}, \quad T \Big|_{\tau=0} = 0. \end{aligned} \quad (5.2)$$

Решение уравнения (5.1), (5.2) сводится к отысканию функции Грина (фундаментального решения)

$$dT = \frac{2q \cdot dy' dz' d\tau'}{c \cdot \gamma [4\pi \cdot a(\tau - \tau')]^{3/2}} \times \quad (5.3)$$

$$\times \left[ \exp\left(-\frac{R^2}{4a \cdot \tau}\right) - \frac{\alpha}{\lambda} \int_0^\infty \exp\left(-\frac{R'^2}{4a \cdot \tau} - \frac{\alpha}{\lambda} x'\right) dx' \right]$$

где  $R^2 = x^2 + (y - y')^2 + (z - z' + V\tau)^2$ ;

$$R'^2 = (x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z' + V\tau)^2.$$

В принятой тепловой схеме тепловой источник имеет бесконечно большую протяженность по оси  $y$ . Поэтому интегрирование по  $y'$  должно быть выполнено от  $-\infty$  до  $+\infty$ . Пределы интегрирования по  $z'$  равны  $-h$  и  $+h$ , по времени – от  $0$  до  $\infty$ .

Согласно принятой схеме, решение можно записать в виде

$$T(x, z) = \int_{-h}^h dz' \int_{-\infty}^\infty dy' \int_0^\infty \frac{2q \cdot d\tau'}{c \cdot \gamma [4a \cdot \pi(\tau - \tau')]^{3/2}} \times$$

$$\times \exp\left\{-\frac{x^2 + (y - y')^2 + (z - z' + V(\tau - \tau'))^2}{4a(\tau - \tau')}\right\} -$$

$$-\frac{\alpha}{\lambda} \int_0^\infty \exp\left\{-\frac{(x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z' + V(\tau - \tau'))^2}{4a(\tau - \tau')} - \frac{\alpha}{\lambda} x'\right\} dx. \quad (5.4)$$

Физическая часть задачи может считаться на этом законченной, так как дальше необходимо проделать чисто математические операции для приведения решения к виду, удобному для анализа и практического применения. С введением в уравнение (5.4) безразмерного комплекса, характеризующего интенсивность теплообмена  $\beta = \frac{2\alpha \cdot a}{\lambda \cdot \nu}$ , который представляет собой отношение двух известных

критериев подобия  $Bi = \frac{\alpha \cdot h}{\lambda}$  – критерий Био и  $Pe = \frac{V \cdot h}{2a}$  – критерий Пекле Сипайловым В.А. [147] получено окончательное решение

$$T(X, Z) = \frac{2q \cdot a}{\pi \cdot \lambda \cdot V} \int_{Z-H}^{Z+H} \exp(-\xi) \cdot k_0 \left( \sqrt{X^2 + \xi^2} \right) \times$$

$$\times \left\{ \frac{1 - \beta \exp(\beta X)^X \int_0^\infty \exp(-\beta X) \cdot k_0(\sqrt{X^2 + \xi^2}) \cdot dX}{k_0 \sqrt{X^2 + \xi^2}} \right\} d\xi, \quad (5.5)$$

где  $X = \frac{V \cdot x}{2a}$ ;  $Z = \frac{V \cdot z}{2a}$  – безразмерные координаты;  $H = \frac{V \cdot h}{2a}$  – без-

размерная полуширина источника;  $\beta = \frac{2\alpha \cdot a}{\lambda \cdot V}$  – безразмерный ком-

плекс, характеризующий интенсивность теплообмена;  $V$  – скорость детали м/с;  $2h$  – ширина зоны контакта, м;  $a$  – коэффициент температуропроводности м<sup>2</sup>/с;  $k_0(x)$  – модифицированная функция Бесселя второго рода, нулевого порядка;  $q$  – интенсивность теплового потока, Вт/м<sup>2</sup>;  $\lambda$  – коэффициент теплопроводности, Дж/(м<sup>2</sup>·с·град).

При больших скоростях теплового источника можно пренебречь влиянием теплоотдачи и считать поверхность теплоизолированной. Принимаем  $\beta = 0$ , тогда решение (5.5) приобретает более простой вид

$$T(X, Z) = \frac{2q \cdot a}{\pi \cdot \lambda \cdot V} \int_{Z-H}^{Z+H} \exp(-\xi) \cdot k_0(\sqrt{X^2 + \xi^2}) \cdot d\xi. \quad (5.6)$$

Если выражение интеграла (5.6) представить в виде

$$j(u) = \int_0^u \exp(-\xi) \cdot k_0(\sqrt{X^2 + \xi^2}) \cdot d\xi, \quad (5.7)$$

то решение можно представить в виде следующего выражения

$$T(X, Z) = \frac{2qa}{\pi\lambda V} [j(Z+H) - j(Z-H)]. \quad (5.8)$$

Для поверхности ( $X=0$ ) интеграл (5.7) имеет вид

$$j(u) = \int_0^u \exp(-\xi) k_0(\xi) d\xi. \quad (5.9)$$

Решение данного интеграла без СОЖ ( $\beta=0$ ) в интервале изменения аргумента  $u$  от  $-30$  до  $+4$  представлено на рис.5.2. Пользуясь данным решением, функцию (5.9) можно представить в виде

$$\theta = j(Z+H) - j(Z-H). \quad (5.10)$$

По уравнению (5.10) можно найти в дискретных точках поверх-

ности  $Z_i$ ; безразмерную температуру  $\theta$  и построить кривую изменения температуры в пределах зоны контакта круга с изделием и за зоной контакта.

Методику расчета температуры при шлифовании рассмотрим на конкретном примере. На станке 3Г71 шлифовались образцы из стали Р6М5 ( $a = 8,15 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$ ;  $\lambda = 0,5 \cdot 10^2 \text{ Вт/м}\cdot\text{град}$ ) на режиме  $V_{kp} = 30 \text{ м/с}$ ,  $V_D = 0,05 \text{ м/с}$ ,  $t = 4 \cdot 10^{-4} \text{ м}$ ,  $D_{kp} = 0,25 \text{ м}$ , ширина образца  $0,008 \text{ м}$ ,  $q = 48 \cdot 10^6 \text{ Вт/м}^2$ .

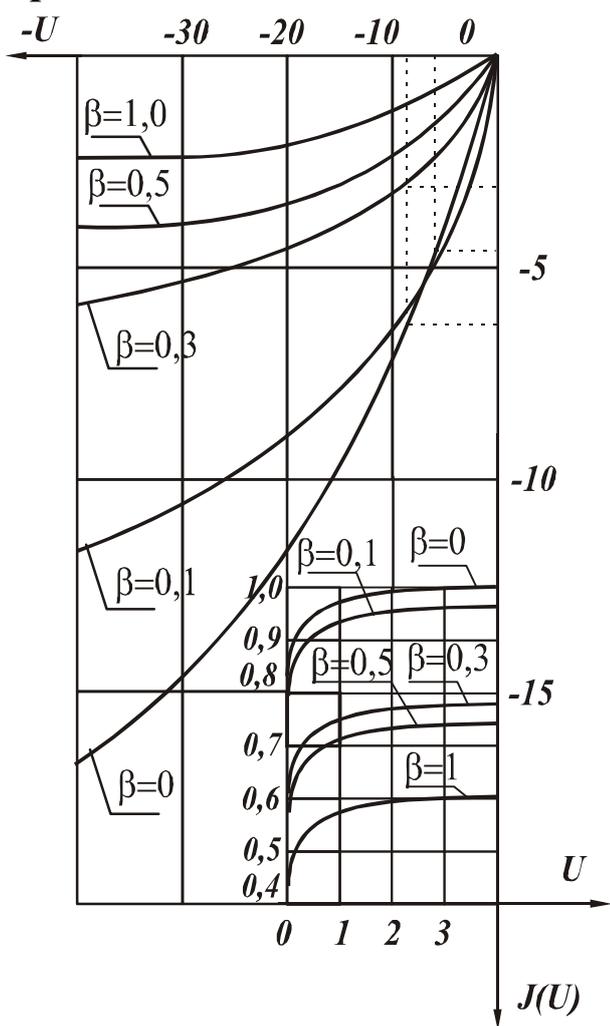


Рис. 5.2. График для расчета температуры на поверхности для различных значений  $\beta$

источника при  $Z = -H$ ,  $\frac{Z}{-H} = -1$  в формуле (5.10) подставляется вместо  $Z$  расчетная величина  $-H = -4,8$ .

$$\theta = j(-4,8 + 4,8) - j(-4,8 - 4,8) = j(0) - j(-9,6).$$

По кривой  $\beta=0$  (рис. 5.2) определяются интегралы  $j(u)$ :

Последовательность этапов расчета:

1. Определяется ширина зоны контакта в направлении вектора скорости перемещения теплового источника.

В данном случае для плоского шлифования периферией круга эта величина определяется по формуле

$$2h = \sqrt{D_{kp}t} = \sqrt{250 \cdot 0,04} = 3,16 \text{ мм}.$$

Определяется безразмерная полуширина зоны контакта

$$H = \frac{V_D \cdot h}{2a} = \frac{0,05 \cdot 0,00158}{2 \cdot 8,15 \cdot 10^{-6}} = 4,8.$$

2. На оси  $Z$  назначаются дискретные точки для расчета температуры. Например,  $Z=H$ ;  $Z=0,5H$ ;  $Z=0$ ;  $Z=-0,5H$ ;  $Z=-H$ ;  $Z=-2H$ ;  $Z=-3H$  и т. д.

Безразмерная температура  $\theta$  определяется по формуле (5.10). Например, для определения температуры на задней кромке теплового

$$j(0) = 0; j(-9,6) = -6,95.$$

$$\text{Откуда } \theta = 0 - (-6,95) = 6,95.$$

Для определения размерной температуры следует безразмерную температуру умножить на множитель  $\frac{2qa}{\pi\lambda V_{\delta}}$ ,

$$T = \frac{2qa}{\pi\lambda V_{\delta}} \cdot \theta = \frac{2 \cdot 48 \cdot 10^6 \cdot 8,15 \cdot 10^{-6}}{3,14 \cdot 0,5 \cdot 10^2 \cdot 0,05} = 99,97\theta,$$

$$T = 99,97 \cdot 6,95 = 695^{\circ} \text{C}.$$

Безразмерная температура в точке  $Z = 0$  определяется из выражения

$$\theta = j(0 + 4,8) - j(0 - 4,8) = j(4,8) - j(-4,8).$$

Интеграл с положительным значением аргумента определяется по кривой, размещенной в правом нижнем квадрате рис.5.2 для  $\beta = 0$ :  $j(4,8) = 1$ .

Интеграл с отрицательным значением аргумента определяется по кривой (рис. 5.2)  $\beta = 0$ :  $j(-4,8) = -4,6$ .

Откуда

$$\theta = 1 - (-4,6) = 5,6.$$

В табл. 5.1 представлены расчетные значения температур на поверхности  $X = 0$ .

Таблица 5.1

$X = 0$							
$Z$	$-3H$	$-2H$	$-H$	$-0,5H$	$0$	$0,5H$	$H$
$\theta$	2,9	3,88	6,95	6,75	5,6	4,113	1,0
$T^{\circ}\text{C}$	289	386,7	695	672	560	410	99,67

На рис. 5.3 представлены кривые изменения температуры на поверхности  $X = 0$  и на глубине  $X = 1$ .

На поверхности  $X = 0$  максимальная температура достигает  $695^{\circ}\text{C}$ , ее максимум находится около задней кромки теплового источника.

На глубине  $0,336$  мм ( $X = 1$ ) температура близка к  $500^{\circ}\text{C}$ , а максимум температуры смещен по ходу движения теплового источника. При шлифовании с охлаждением последовательность расчета температурных полей аналогична, но безразмерную температуру следует

рассчитывать по формуле  $\theta = k[j(Z + H) - j(Z - H)]$ .

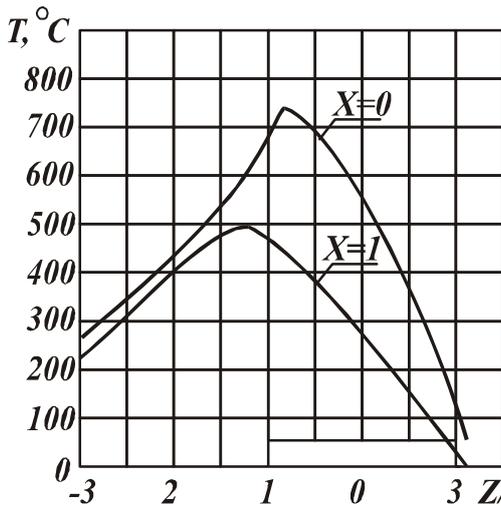


Рис. 5.3. Кривые изменения температуры на поверхности  $X=0$  и на глубине  $X=1$ .

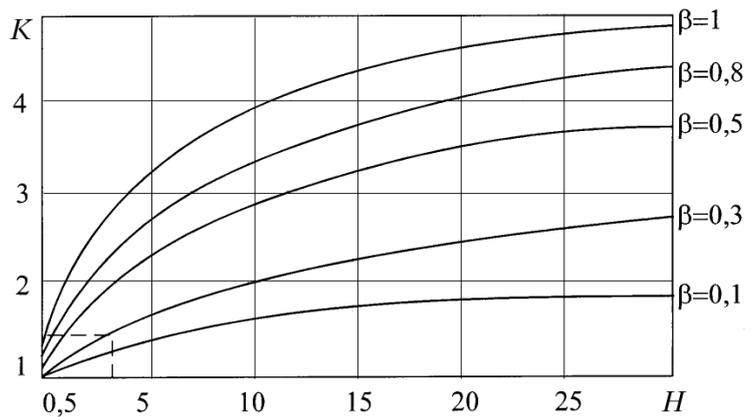


Рис. 5.4 Зависимость коэффициента  $k$  от безразмерной полуширины теплового источника  $H$ .

Для поверхности  $X = 0$  интеграл (5.7) имеет вид

$$j(u) = \int_0^u \exp(-\xi) k_0(\xi) d\xi - \beta \int_0^u \exp(-\xi) \int_0^\infty k_0(\xi) d\xi. \quad (5.11)$$

На рис.5.2 приведены кривые изменения функции  $j(u)$  для значений  $\beta = 0,1$ ;  $\beta = 0,3$ ;  $\beta = 0,5$ ;  $\beta = 1,0$ , а на рис.5.4 представлены кривые изменения множителя  $k$ . Безразмерный комплекс  $\beta$ , учитывающий теплообмен, определяется из выражения  $\beta = \frac{2\alpha \cdot a}{\lambda \cdot V}$ .

При жидкостном охлаждении со скоростью расхода СОЖ 5 м/с безразмерный комплекс  $\beta = 0,3$ . Из графика рис.5.4 определяется коэффициент  $k = 1,4$ .

Безразмерная температура на задней кромке теплового источника при  $Z = H$  определяется из выражения

$$\theta = k[j(-4,8 + 4,8) - j(-4,8 - 4,8)] = k[j(0) - j(-9,6)].$$

Из графика (рис.5.2) по кривой  $\beta = 0,3$  находим  $j(-9,6) = -3,6$ .

Безразмерная температура будет равна

$$\theta = k[(0) - (-3,6)] = 1,4 \cdot 3,6 = 5,04.$$

Из сопоставления данных видно, что применение СОЖ снижает температуру на поверхности с 695 до 503,8°C.

Анализ теплонапряженности процесса шлифования показывал, что одним из основных параметров, определяющих абсолютное значение температуры, является плотность теплового потока.

Из выражения (5.7) следует, что температура в зоне контакта растет пропорционально увеличению интенсивности теплового потока и уменьшается с ростом скорости перемещения детали  $V_d$ . С увеличением скорости  $V_d$  уменьшается время воздействия теплового источника и число тепловых импульсов от режущих зерен, приходящихся на единицу поверхности.

Одновременно с увеличением скорости  $V_d$  повышается нагрузка на режущие зерна и возрастают силы резания. Первое воздействие уменьшает температуру, а второе, наоборот, способствует ее возрастанию.

В табл.5.2 представлены расчетные значения максимальных температур в зоне контакта ( $Z = -H$ ) при шлифовании плоских образцов из стали 12Х2Н4А на различных режимах.

Таблица 5.2

Плоское шлифование			
$V_d$ , м/мин	$t$ , мм	$q$ , Вт/м <sup>2</sup>	$T$ , °С
6	0,02	$3,0 \cdot 10^7$	487
12	0,02	$5,9 \cdot 10^7$	695,3
6	0,05	$4,1 \cdot 10^7$	856
12	0,05	$8,0 \cdot 10^7$	1212

Из сопоставления данных, приведенных в табл. 2 видно, что при постоянном фактическом съеме материала, например  $t = 0,02$  мм с увеличением скорости потока увеличилась в 1,96 раза, и температура возросла в 1,4 раза от 487°С до 695,3°С.

В работе [98] отмечается, что увеличение скорости детали способствует уменьшению температуры в зоне контакта. Утверждается, что это условие является одним из радикальных средств устранения шлифовочных дефектов. Это утверждение можно было бы считать справедливым, если бы при шлифовании независимо от скорости перемещения детали интенсивность теплового потока оставалась постоянной.

В реальном процессе пропорционально скорости увеличиваются силы резания. Пропорционально силам резания увеличивается де-

формация шпиндельного узла, уменьшая при этом глубину внедрения режущих зерен и число тепловых импульсов в зоне контакта. Например, при шлифовании образцов из стали 12Х2Н4А на станке 3Г71 с постоянной величиной радиальной подачи круга  $t = 0,06$  мм, фиксированной по нониусу станка со скоростями  $V_{\partial} = 3$  м/мин и  $V_{\partial} = 15$  м/мин, фактически съем металла за один рабочий ход составил 0,04 и 0,01 мм соответственно.

Если не учитывать податливость упругой системы станка и ориентироваться только на радиальную подачу, установленную по нониусу станка, то действительно с увеличением скорости  $V_{\partial}$  во всех случаях температура в зоне контакта будет уменьшаться. С увеличением глубины резания возрастают протяженность зоны контакта  $2 \cdot h = \sqrt{D_{kp} \cdot t}$  ( $D_{kp}$  – диаметр круга;  $t$  – глубина шлифования) в направлении движения теплового источника и соответственно увеличивается площадь контакта круга с деталью  $S_0$ .

Первый параметр  $2 \cdot h$  при постоянной скорости перемещения теплового источника, увеличивая время его воздействия на поверхность, способствует повышению теплонапряженности процесса шлифования.

Второй параметр  $S$  за счет снижения плотности теплового потока уменьшает теплонапряженность.

Из проведенного анализа просматривается сложная функциональная связь температуры с глубиной шлифования. В зависимости от того, какой из параметров будет оказывать преобладающее влияние на температуру, она, по мере увеличения глубины шлифования, может возрастать, а в отдельных случаях может уменьшаться или оставаться неизменной.

Увеличение скорости круга во всех случаях вызывает рост теплонапряженности процесса. Обусловлено это увеличением количества тепловых импульсов на единице поверхности за единицу времени.

Изменение теплофизических характеристик материала детали оказывает существенное влияние на протекание теплового процесса. Например, увеличение коэффициента теплопроводности вызывает уменьшение температуры. Следовательно процесс шлифования деталей из материалов с низкой теплопроводностью протекает в более теплонапряженном режиме.

Материалы с малой теплопроводностью прогреваются на небольшую глубину. В таких материалах возникают большие градиен-

ты температур. К числу таких материалов можно отнести жаропрочные, хромоникелевые и титановые сплавы. Например, сталь 40X имеет коэффициент теплопроводности  $\lambda=40,2$  Вт/(м·к), а сплав ЖС6К в 3 раза меньше:  $\lambda=13,5$  Вт/(м·к). При постоянном режиме шлифования указанных материалов температура в зоне контакта будет отличаться на 30–40%. Качество поверхностного слоя боковых поверхностей зубьев шестерен при шлифовании существенно зависит от характеристики шлифовальных кругов.

При шлифовании зубчатых колес из стали 12Х2Н4А на станке 5851 с глубинами резания 0,05 мм наименьшую степень отпуска обеспечивают двухабразивные круги из смеси зерен белого 24А 50% и хромистого 33А 50% электрокорундов. Затем в порядке увеличения степени отпуска при шлифовании можно расположить круги в следующем порядке: хромистый электрокорунд (33А), электрокорунд белый (24А).

Зерна разных абразивных материалов имеют различную остроту режущих кромок

$$\mu = n_k / \rho,$$

где  $n_k$  – число режущих кромок на зерне;  $\rho$  – радиус округления режущих кромок.

Материал зерна	...	24А;	33А;	44А;	Эльбор
Острота зерна	$\mu$	0,3;	0,41;	0,4;	0,6.

### 5.1.2. ИССЛЕДОВАНИЕ ПЛОТНОСТИ ТЕПЛОВОГО ПОТОКА

Для определения плотности теплового потока необходимо знать мощность, затрачиваемую на резание и площадь контакта шлифовального круга с деталью. Оба эти параметра определяются экспериментально, так как методов теоретического определения полной тепловой мощности при шлифовании не существует. В связи с отсутствием единого мнения о причинах тепловыделения и о характере распределения тепла остановимся на этом вопросе более подробно.

Вопросы тепловыделения при резании изложены в работах [38; 44]. Из анализа литературных данных можно сделать вывод, что большинство исследователей утверждают, что работа резания включает работу упругих и пластических деформаций, работу трения и ра-

боту диспергирования. Однако, работа упругих деформаций настолько мала, что ею можно пренебречь. Работой диспергирования также можно пренебречь, так как она, как установлено в работе [41], в 800 раз меньше полной работы шлифования. Таким образом можно считать, что работа, затрачиваемая на шлифование в основном состоит из двух частей: работы пластической деформации и работы трения.

В работе Епифанова Г.Н. и Ребиндера П.А. [44] показано, что практически вся механическая работа (не менее 97–98%) преобразуется в тепло и лишь 2–3% идет на изменение потенциальной энергии кристаллической решетки. Тепло, выделяющееся в зоне кристаллической решетки, в дальнейшем распространяется между изделием, стружкой, режущим инструментом и охлаждающей средой.

Температурное поле в изделии при шлифовании определяется только той долей тепла, которая поступает в изделие. По этому вопросу среди исследователей также нет единого мнения. Например, Маслов Е.Н. сделал вывод, что тепло, выделяющееся в зоне шлифования, почти полностью отводится в изделие. В работах Исаева А.И. и Силина С.С. [48], а также в работах Шатунова М.П. и Савкина В.Ф. [59] показано, что в стружку уходит до 10% от общего количества тепла. В работе [174] показано, что от общего количества тепла приблизительно 10% идет в круг, 10% – в стружку и, в зависимости от глубины шлифования, до 20% – в охлаждающую жидкость.

Таким образом, при глубине шлифования, например, 0,1 мм в изделие поступает не более 60% от общего количества тепла, а при малых глубинах, например, при  $t=0,025$  мм приблизительно 75%. Эта часть тепла будет вызывать нагрев обрабатываемой детали.

Как видно из анализа литературы, сведения о характере распределения количества тепла между изделием, кругом, стружкой и охлаждающей жидкостью противоречивы и имеют большой разброс в численных значениях. Это происходит оттого, что подход к этому вопросу у разных авторов совершенно различен. Единой точки зрения на тепловые явления при шлифовании нет, кроме того нет достаточно строго обоснованной теории как самого процесса тепловыделения, так и характера его распределения. При экспериментальном определении полной тепловой мощности часто пользуются методом расчета этой величины через тангенциальную составляющую силу  $F_z$ .

Полная тепловая мощность определяется из выражения

$$Q = \frac{F_z \cdot V_{kp}}{J},$$

где  $V_{кр}$  – скорость круга;  $J$  – механический эквивалент теплоты.

Плотность теплового потока – это вектор, определяемый соотношением

$$q = -\lambda \cdot \text{grad}T .$$

В частности, плотность теплового потока может быть представлена в виде

$$q = -\lambda \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=0} .$$

Зная тангенциальную составляющую силы резания  $F_z$  и скорость периферии круга, можно определить тепловую мощность, выделяющуюся в зоне контакта. Выделяющееся тепло распределяется между контактирующими телами, т. е. изделием, абразивным кругом и стружкой.

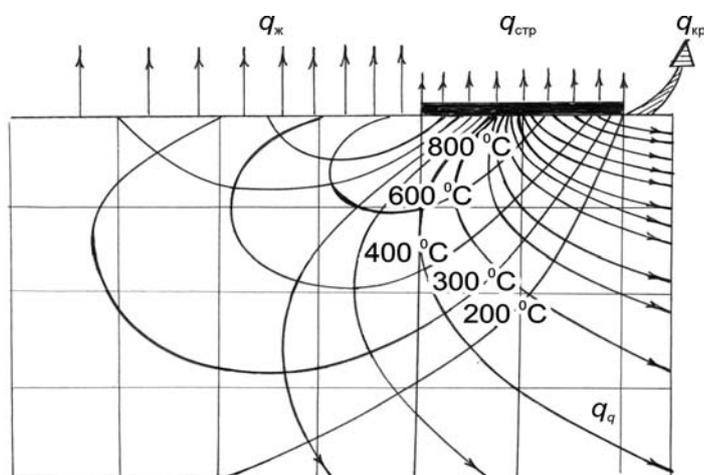


Рис. 5.5. Направление тепловых потоков.

Охлаждающую жидкость включать в рассматриваемый баланс не следует, так как тепло отводится жидкостью не из зоны контакта, а с поверхности после выхода ее из зоны резания. Схематически направление тепловых потоков представлено на рис.

5.5.

Из схемы следует, что выделившееся в зоне резания тепло, распространяется в деталь  $q$ , в круг  $q_{кр}$  и в стружку  $q_{стр}$ . Долю тепла, поглощаемую кругом, следует рассматривать с учетом скорости вращения круга, его зернистости и структуры, которые в условиях теплообмена играют существенную роль.

Долю тепла, идущую в круг, можно определить по формуле

$$\alpha = \frac{1}{1,25 \cdot \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \cdot \sqrt{\frac{a_1}{h \cdot V_{кр}} + 1}} , \quad (5.12)$$

где  $\lambda_2$  – теплопроводность шлифуемого материала;  $\lambda_1$  – теплопроводность круга;  $V_{кр}$  – скорость круга;  $h$  – полуширина зоны контакта круга с деталью.

Если не учитывать различие в коэффициентах теплопроводности металла и материала абразивного зерна и подставить в (5.12) числа  $a_1$ ,  $h$  и  $V$  наиболее характерные для шлифования, например,  $a_1=0,1\text{мм}^2/\text{с}$ ;  $h=1\text{мм}$ ;  $V=20\text{м/с}$ , получим для данного комплекса значений долю тепла, идущую в круг, не превышающую 10% от общего количества. Если принять во внимание соотношение  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  и учесть, что теплопроводность абразивных материалов в десятки раз меньше, чем теплопроводность металла, то количество тепла, идущее в круг, будет меньше 1%.

Все вышеизложенное свидетельствует о том, что долей тепла, идущей в круг, можно пренебречь. Количество тепла, идущее в стружку, можно оценить из предположения, что она нагревается до максимальной температуры контакта. В этом случае, доля тепла, идущая в стружку, может быть определена из выражения [147]

$$\beta = \frac{1}{1 + \frac{t}{\pi \cdot h} \int_{Z-H}^{Z+H} \exp(-\xi) \cdot k_0(\xi) d\xi} \quad (5.13)$$

Рассмотрим значение  $\beta$  для конкретного режима: диаметр круга 200 мм,  $t = 0,03$  мм,  $v = 6$  м/мин,  $2h = \sqrt{D \cdot t}$

$$\beta = \frac{1}{1 + \frac{2}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{0,03}{200}} \cdot 7,8} = 0,94 \quad (5.14)$$

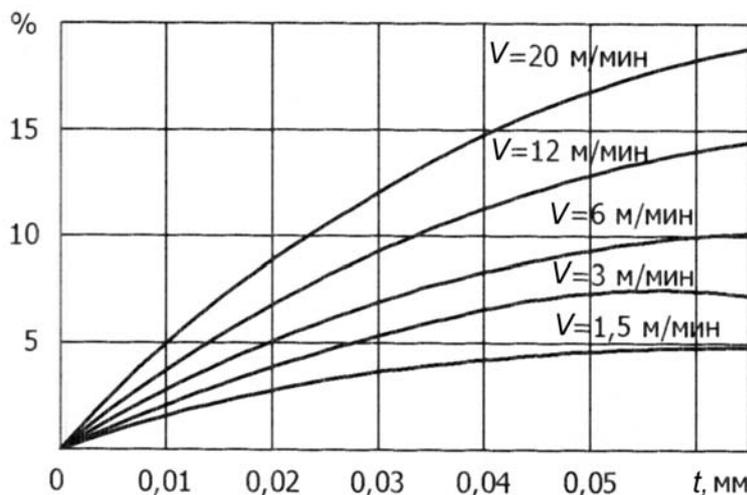


Рис. 5.6. Зависимость доли тепла, идущей в стружку от скорости продольной подачи и глубины шлифования стали 12Х2Н4А.

Следовательно, в стружку идет 6% от общего количества тепла. При меньших глубинах эта величина будет еще меньше. На рис. 5.6 представлена зависимость доли тепла, идущей в стружку от скорости продольной подачи и глубины шлифования стали 12Х2Н4А.

### 5.1.3. ИЗМЕРЕНИЕ СИЛ РЕЗАНИЯ

Изложенная методика расчета температур позволяет рассчитывать распределение температур в безразмерном виде. Для перехода к размерному температурному полю необходимо знать плотность теплового потока.

Силы резания, мощность и плотность тепловых потоков являются функцией множества факторов. Кроме режимов: скорости круга, глубины резания и подачи, эти величины также зависят от свойств обрабатываемого материала, характеристики круга, степени его износа, качества правки и множества других факторов. Поэтому эмпирические формулы, полученные экспериментально, могут быть пригодны лишь для определения конкретных условий. Обобщение этих формул на более широкий круг явлений часто приводит к неизбежным ошибочным результатам, которые требуют экспериментальных уточнений. Измерение составляющих усилия резания и температуры в зоне контакта при шлифовании зубчатых колес, например, на станках МААГ (5851) производилось специальным трехкомпонентным динамометром (рис. 5.7).

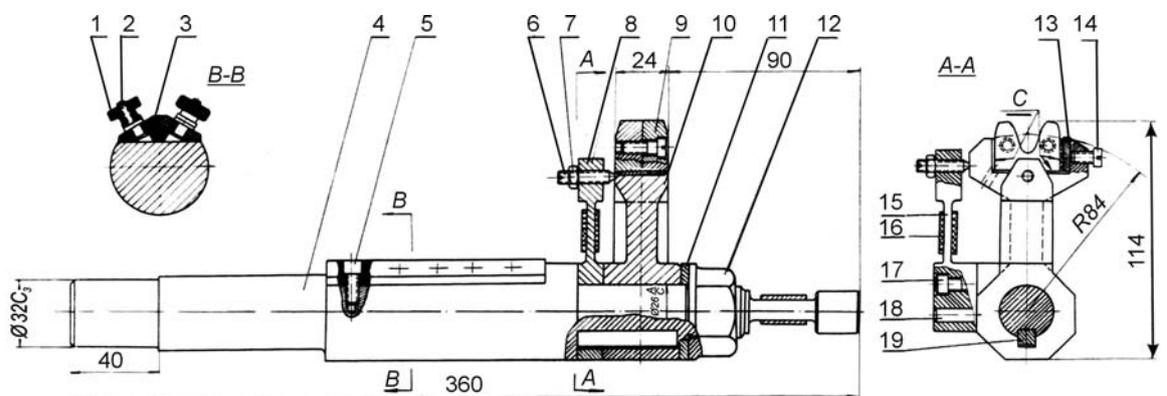
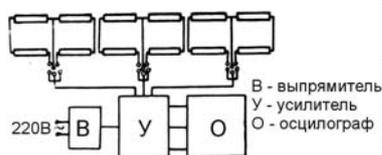


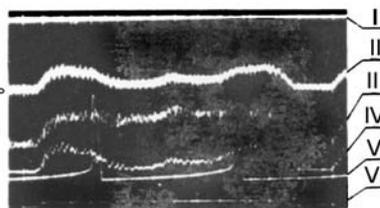
Схема соединения датчиков

Вид осциллограммы



Технические условия

1. Неперпендикулярность и перпендикулярность поверхностей "С" относительно оси не более 0,03 мм.
2. Наклейку датчиков производить в соответствии со схемой клеем БФ6.
3. При регулировании чувствительного элемента натяг осуществлять винтом 6, после чего затянуть контргайкой 7.



- I - отметчик числа оборотов  $\frac{60}{\text{мин}} I_{\text{мин}}$   
 II -  $P_x$ , III -  $P_{\text{пр}}$ , IV -  $P_z$   
 V -  $\theta$ , VI -  $n \frac{\text{кВт}}{I_{\text{мин}}}$

19	Шпонка	1	ст3	
18	Шпилька	2	ст45	HRC=28:32
17	Винт М6х1	2	ст45	HRC=32:35
16	Тензо-датчик	12	константан	
15	Упругий элемент	1	ст40х	HRC=45:50
14	Винт М6х1	1	ст45	HRC=32:35
13	Прокладка	1	ст45	HRC=35:40
12	Гайка 1М24х2	1	ст45	HRC=28:32
11	Шайба	1	ст3	
10	Корпус	1	ст40х	HRC=28:32
9	Образцы		ст12ХН4А	центрировать, калибровать HRC=61-65
8	Упругий элемент	1	ст40х	HRC=45:50
7	Гайка М6х1	2	ст45	HRC=28:32
6	Винт М6х1	2	ст45	HRC=28:32
5	Винт М6х1	2	ст45	HRC=32:35
4	Оправка	1	ст40х	HRC=45:50
3	Панель	1	текстолит	
2	Винт М3х0,5	12	Бр АЖ-9	
1	Гайка	12	Бр АЖ-9	

Рис. 5.7. Измерение составляющих усилия резания и температуры при шлифовании зубчатых колес, на станках МААГ (5851) производимые специальным трехкомпонентным динамометром.

Зубчатый сектор 9 состоял из двух половин, скрепленных двумя болтами. Между двумя зубчатыми секторами, через изоляционные прокладки, в зоне делительной окружности монтировался термоэлектрод из нихромовой проволоки. Упругий элемент 8 регистрировал составляющую силы резания  $F_z$ , а упругий элемент 15 – нормальную составляющую силы  $F_y$ . За период прохождения зоны контакта в

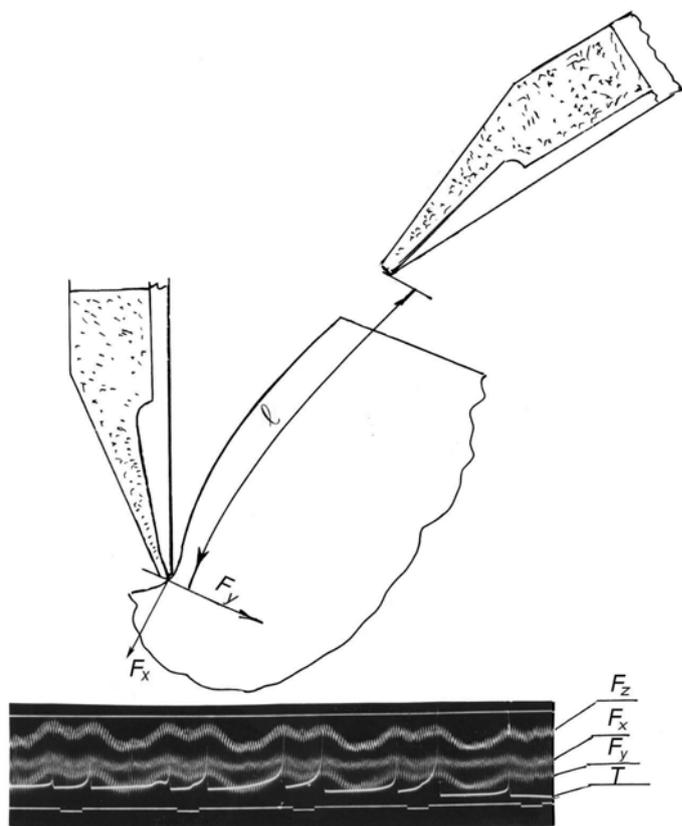


Рис. 5.8. Осциллограмма температурных всплесков при многократном наложении тепловых импульсов.

направлении продольной подачи  $S_{np}$ , каждая точка боковой поверхности подвергается многократному тепловому воздействию. В промежутках между тепловыми импульсами за период обкатки, поверхность зуба не успевает охладиться до исходной температуры. В результате за счет накопления тепла происходит повышение усредненной температуры на поверхности зуба. Результирующее температурное поле представляет собой суперпозицию температурных полей от периодически действующих тепловых источ-

ников (рис. 5.8).

Из осциллограммы видно, что остаточная температура, возникающая на поверхности от действия отдельных тепловых импульсов за период многократного прохождения зоны контакта непрерывно

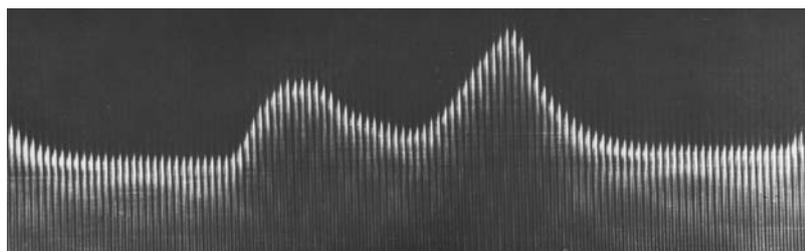


Рис. 5.9. Осциллограмма изменения мощности шлифования на станке 5851 (МААГ) за цикл обкатки.

возрастает. Результирующее температурное поле представляет собой сумму температурных полей отдельных тепловых импульсов с предварительно

подогретой поверхностью от предыдущих проходов.

На рис. 5.9 представлена осциллограмма изменения мощности зубошлифования на станке МААГ (5851) за один полный цикл обкатки круга по боковой поверхности круга.

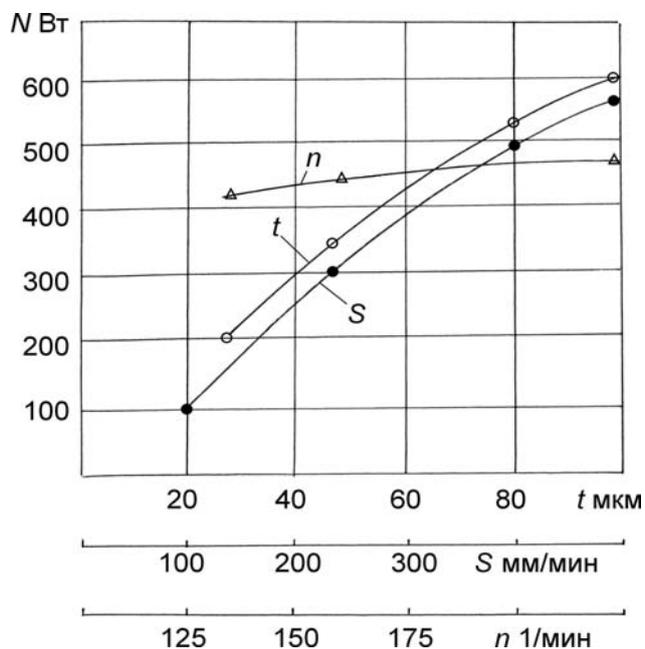


Рис. 5.10. Зависимость мощности  $N$  от глубины резания  $t$ , продольной подачи  $S$  и числа обкаток  $n$  при шлифовании зубчатого колеса на станке МААГ с нулевой настройкой кругов

Из анализа осциллограммы видно, что мощность резания имеет наибольшее значение при врезании шлифовального круга в зуб, т. е. на головке зуба. Объясняется это тем, что скорость обкатки изменяется по синусоидальному закону, имея максимум на головке зуба.

На рис. 5.10 представлены кривые, показывающие изменение мощности, затрачиваемой на резание, от глубины шлифования  $t$ , продольной подачи  $S$  и числа обкаток  $n$ .

В результате математической обработки экспериментальных данных получены эмпирические зависимости затрат мощности резания при

шлифовании зубчатых колес на станке 5851 (МААГ) с нулевой установкой кругов

$$N_0 = 0,022 \cdot t^{0,75} \cdot s^{0,95} \cdot n^{0,25} \cdot k_m \cdot k_u \cdot k_p, \quad (5.15)$$

где  $t$  – глубина резания в мкм;  $s$  – продольная подача в мм/мин;  $n$  – число двойных кругов обката в минуту;  $k_m$ ,  $k_u$ ,  $k_p$  – коэффициенты, учитывающие влияние марки материала, характеристики инструмента и радиуса кривизны профиля эвольвенты зубчатого колеса.

Коэффициенты  $k_m$ ,  $k_u$ ,  $k_p$  определяются из табл. (5.3), (5.4), (5.5).

Таблица 5.3

Значение коэффициента $k_m$			
Материал HRC 60÷63	12X2H4A	18ХНВА	12X2H4ВФА
$k_m$	1,0	1,3	1,45

Таблица 5.4

		Значение коэффициента $k_u$			
Зернистость	Твердость	M2	M3	CM2	C1
	12		1,35	1,50	1,60
25		0,90	1,0	1,05	1,10
40		0,55	0,6	0,63	0,66

Таблица 5.5

		Значение коэффициента $k_p$			
Радиус кривизны $\rho$ , мм		16,75	23,9	34,7	45,5
$k_p$		0,82	0,85	1,0	1,07

На рис. 5.11 представлены зависимости площади контакта и интенсивности изменения теплового потока от глубины шлифования на станке МААГ с нулевой (б) и (в) настройкой кругов и с 15- и градусной настройкой кругов (а).

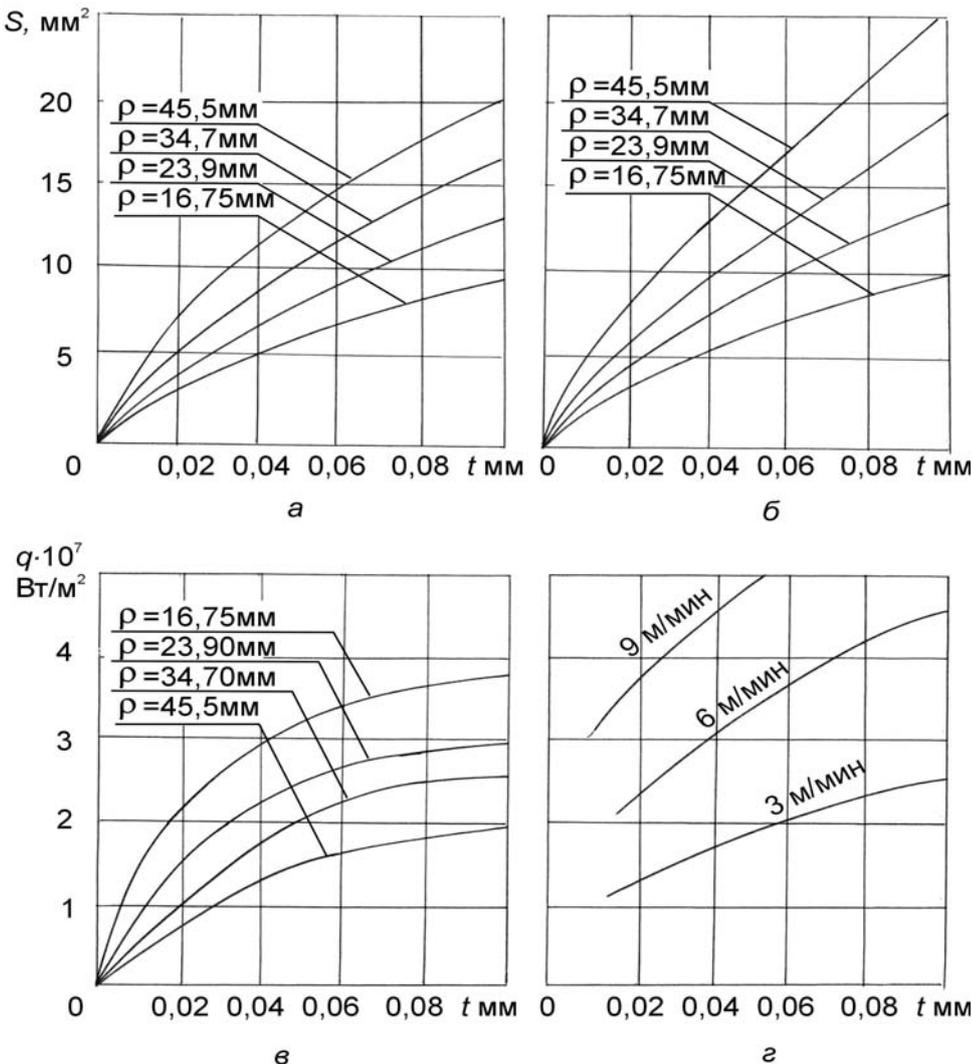


Рис. 5.11. Зависимость площади контакта и интенсивности теплового потока от глубины шлифования на станке МААГ: а -  $\gamma=15^\circ$ , б -  $\gamma=0^\circ$ , в -  $\gamma=0^\circ$ , г - плоское шлифование.

В позиции (г) представлена зависимость  $q=f(t)$  при плоском шлифовании. С увеличением глубины шлифования и продольной подачи стола плоскошлифовального станка, интенсивность теплового контакта возрастает.

При зу-

бошлифовании радиус эвольвентного профиля возрастает от головки к ножке. С увеличением радиуса  $\rho$  увеличивается площадь контакта круга с боковой поверхностью зуба и, как следствие, интенсивность теплового контакта уменьшается. В области малых глубин шлифования наблюдается более интенсивный рост плотности теплового потока.

С увеличением глубины шлифования рост интенсивности теплового потока уменьшается и возрастает доля тепла, уносимая стружкой. Кроме того, с увеличением глубины шлифования, наряду с ростом силы  $F_z$ , увеличивается площадь зоны контакта круга с деталью, что приводит к существенному искажению характера зависимости  $q$  от  $t$ .

Скорость движения теплового источника (число качаний в единицу времени  $n$ ) на интенсивность теплового источника оказывает не существенное влияние  $q = c \cdot n^{0,2}$ . Например, при изменении числа качаний  $n_{\text{мин}}^{-1}$  от 100 до 200 интенсивность теплового потока изменяется (при  $t=0,01$  мм) от  $1,2 \cdot 10^7$  Вт/м<sup>2</sup> до  $1,38 \cdot 10^7$  Вт/м<sup>2</sup>. При  $t=0,05$  мм  $q$  изменяется от  $1,9 \cdot 10^7$  Вт/м<sup>2</sup> до  $2,2 \cdot 10^7$  Вт/м<sup>2</sup>. При  $t=0,1$  мм  $q$  изменяется от  $2,1 \cdot 10^7$  Вт/м<sup>2</sup> до  $2,42 \cdot 10^7$  Вт/м<sup>2</sup>.

Значительно более заметно изменяется плотность теплового потока от скорости продольной подачи  $S$ . Например, при изменении  $S$  от 100 до 300 мм/мин интенсивность теплового контакта изменяется при  $t=0,01$  мм от  $0,5 \cdot 10^7$  Вт/м<sup>2</sup> до  $1,15 \cdot 10^7$  Вт/м<sup>2</sup>; при  $t=0,05$  мм интенсивность теплового потока изменяется от  $0,9 \cdot 10^7$  Вт/м<sup>2</sup> до  $2,2 \cdot 10^7$  Вт/м<sup>2</sup>, при  $t=0,1$  мм –  $q$  изменяется от  $1,1 \cdot 10^7$  Вт/м<sup>2</sup> до  $3,0 \cdot 10^7$  Вт/м<sup>2</sup>.

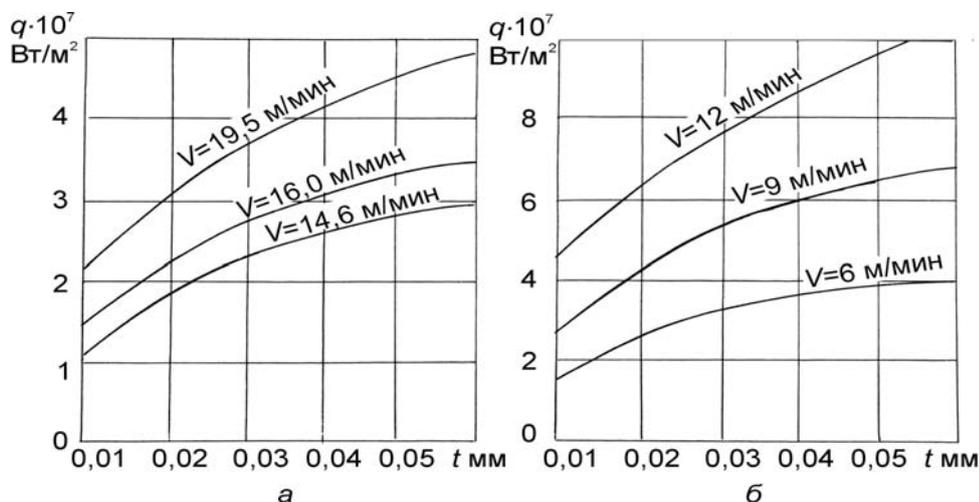


Рис. 5.12. Зависимость интенсивности теплового потока от режимов: а - при резьбошлифовании кругом 24А4СТ16К5; б - при плоском шлифовании кругом 24А25СМ26К5.

При резьбошлифовании плотность теплового потока изменяется по тем же законам, что и при плоском шлифовании. Из сопоставления приведенных зави-

симостей на рис. 5.12 видно, что кривые отличаются лишь численным множителем, характеризующим свойства материала.

На рис. 5.12,а показаны кривые изменения интенсивности теплового потока от режимов при резьбошлифовании метчика из стали Р18 кругом 24А4СТ16К5, а на рис. 5.12,б – при плоском шлифовании кругом 24АСМ26К5.

Таким образом, установленные особенности взаимодействия шлифовальных кругов с обрабатываемыми материалами позволяют подсчитывать плотность теплового потока для большинства схем шлифования по величине съема металла в единицу времени.

Например,  $q = c \cdot t \cdot V \cdot 10^7$ . Для зубошлифования  $c = 2,46 \cdot 10^5$  (при  $t$  м,  $V$  м/с).

## 5.2. ТЕПЛОВЫЕ ПРОЦЕССЫ ПРИ ШЛИФОВАНИИ ЗУБЧАТЫХ КОЛЕС КОНУСНЫМ КРУГОМ

### 5.2.1. ХАРАКТЕР ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ШЛИФОВАЛЬНОГО КРУГА С ДЕТАЛЬЮ

Шлифование зубчатых колес на станках 5831 ((НАИЛС) конусным кругом сопровождается возвратно-поступательным движением круга относительно детали. При этих условиях абразивные зерна работают при встречном и попутном шлифовании.

Для математического описания траектории движения абразивных зерен расположим начало прямоугольной системы координат в точке А (рис. 5.13), ось  $Y$  перпендикулярна к обрабатываемой поверхности, а ось  $X$  совпадает с направлением движения детали при встречном шлифовании. В этой системе координат шлифовальный круг, вращаясь с угловой скоростью  $\omega$ , условно перемещается относительно центра координат со скоростью  $V_d$ . Координаты абразивного зерна будут изменяться со временем по следующему закону:

при встречном шлифовании

$$\begin{aligned} x &= -R \sin(\omega\tau) + V_d \cdot \tau \\ y &= R(1 - \cos(\omega\tau)) \end{aligned} \quad (5.16)$$

при попутном шлифовании

$$\begin{aligned} x &= x_0 - R \sin(\omega\tau) + V_d \cdot \tau \\ y &= -R(1 - \cos(\omega\tau)) + y_0 \end{aligned} \quad (5.17)$$

где  $y_0 = t$ ;  $x_0 = R \sin \alpha = R \sin \arccos \frac{R-t}{R}$ ;  $\tau$  – время контакта абразивного зерна с деталью.

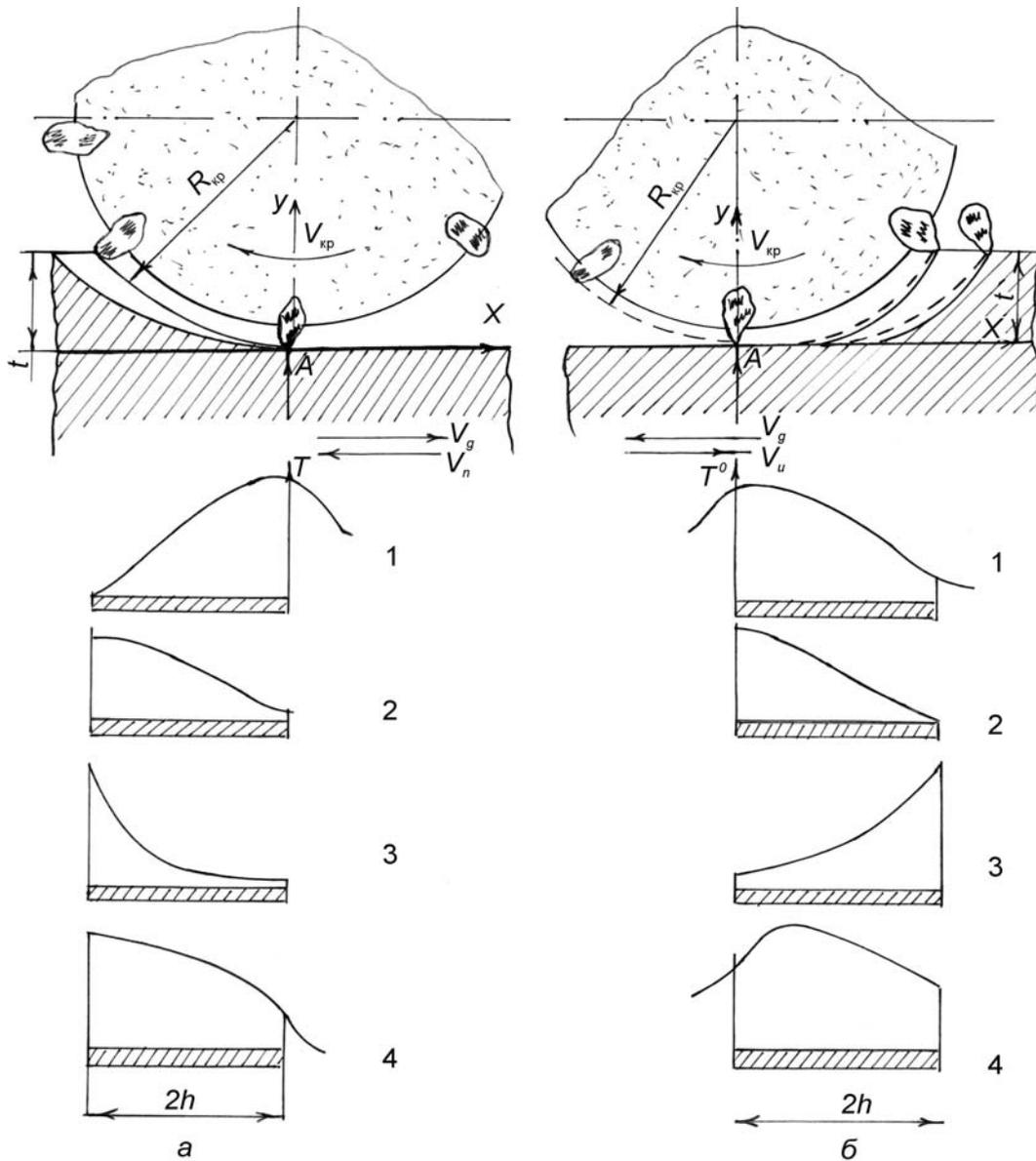


Рис. 5.13. Виды шлифования: а - встречное шлифование; б - попутное шлифование.

Проекция линии контакта на ось  $X$  выразится в виде

$$L_x = R \sin \arccos \frac{R-t}{R} \pm \frac{V_d}{\omega} \arccos \frac{R-t}{R}.$$

Знак плюс второго слагаемого выражения соответствует встречному, а минус – попутному шлифованию.

При встречном шлифовании (рис. 5.13, а) в зону максимальных температур внедряются охлажденные зерна. При этих условиях тепловой поток будет направлен в сторону круга, а за счет стока тепла,

температура на обрабатываемой поверхности детали в точке А будет уменьшаться.

При попутном шлифовании (рис. 5.13, б) прежде чем попасть в зону максимальной температуры, зерна должны произвести работу микрорезания в пределах всей зоны контакта. При этих условиях сток тепла от нагретых зерен будет направлен в сторону детали, что повышает температуру на обработанной поверхности в точке А.

По данным Лебедева В.Г. [78], температура за период прохождения зерна через зону контакта изменяется по закону, близкому к синусоидальному (кривая 2, рис. 5.13). Академиком Ящерицыным П.И. [189] установлено, что тепловой поток, а, следовательно, и температура возрастают пропорционально глубине врезания зерна по параболическому закону (кривая 3, рис. 5.13).

Произведя суммирование температур, изменяющихся в пределах зоны контакта от скорости движения теплового источника, получена закономерность изменения температуры в зоне контакта при попутном (кривая 4, рис. 5.13, б) и встречном (кривая 4, рис. 5.13, а) методах исследования. При встречном шлифовании на передней кромке теплового источника наблюдается резкое повышение контактной температуры с последующим понижением к задней кромке теплового источника.

Следует заметить, что максимальная температура возникает в верхней части припуска, которая будет удалена. При попутном шли-

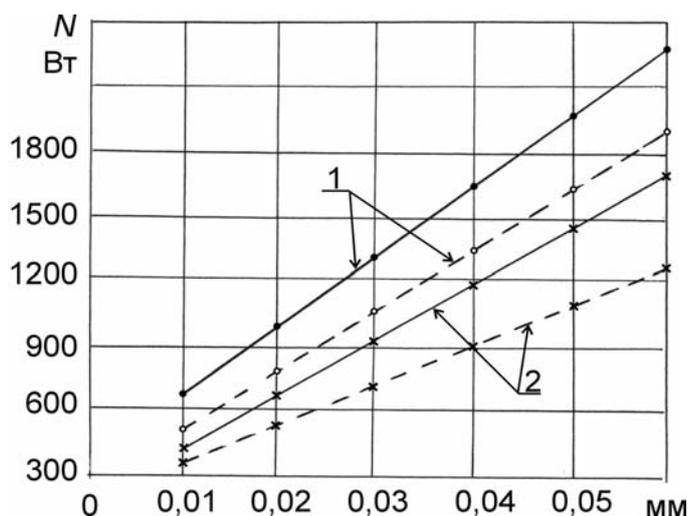


Рис. 5.14. Изменение мощности шлифования от глубины резания: контурные линии — сплошной круг, штриховые — прерывистый.

Кривые 1 — попутное шлифование; кривые 2 — встречное шлифование.

фовании максимальная температура возникает в точке А, т. е. на формируемой поверхности.

Из проведенного анализа вытекает, что на вновь сформированной поверхности (в точке А) контактная температура при встречном шлифовании будет ниже, чем при попутном.

Экспериментально установлено, что мощность затрачиваемая на резание при попутном шлифовании на 15–35% больше, чем при

встречном. На рис. 5.14 приведена зависимость мощности от глубины шлифования обычным (контурные линии) и прерывистым (пунктирные линии) кругами 24A25HСM26K5 стали 12ХН4А.

Из экспериментальных данных видно, что температура в зоне контакта при попутном шлифовании на 15–30% выше, чем при встречном. Это различие возрастает с увеличением глубины шлифования.

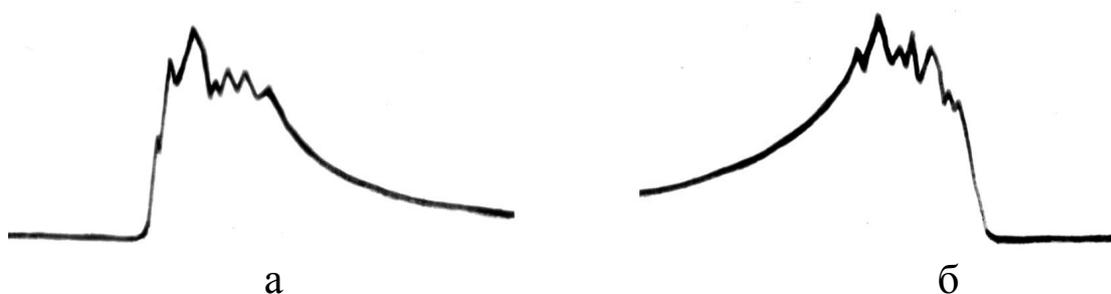


Рис. 5.15. Осциллограммы изменения температуры при встречном (а) и попутном (б) шлифовании.

Применение прерывистых кругов позволяет на 25–40% снизить максимальную температуру. На рис. 5.15 представлены осциллограммы изменения температуры при встречном (а) и попутном шлифовании (б).

Следует обратить внимание, что при встречном шлифовании максимальная температура в зоне контакта возникает не на задней кромке теплового источника, а на передней. На передней кромке теплового источника наблюдается резкий рост температуры до максимума с последующим постепенным понижением к задней кромке.

При попутном шлифовании контактная температура непрерывно возрастает от передней к задней кромке теплового источника, достигая максимального значения в точке А (рис. 5.13, б).

Из анализа осциллограммы следует, что при встречном шлифовании максимальную контактную температуру имеют верхние слои припуска, которые удаляются в процессе шлифования, а при попутном шлифовании максимальную температуру имеет окончательно сформированная поверхность. Повышенная теплонапряженность процесса попутного шлифования вызывает появление на боковых поверхностях зубьев шестерен шлифовочных прижогов.

На рис. 5.16 представлены кривые изменения твердости материала поверхности, глубины распространения измененной структуры от действия тепловых явлений и степени отпуска материала при шлифовании обычным и прерывистым кругами.

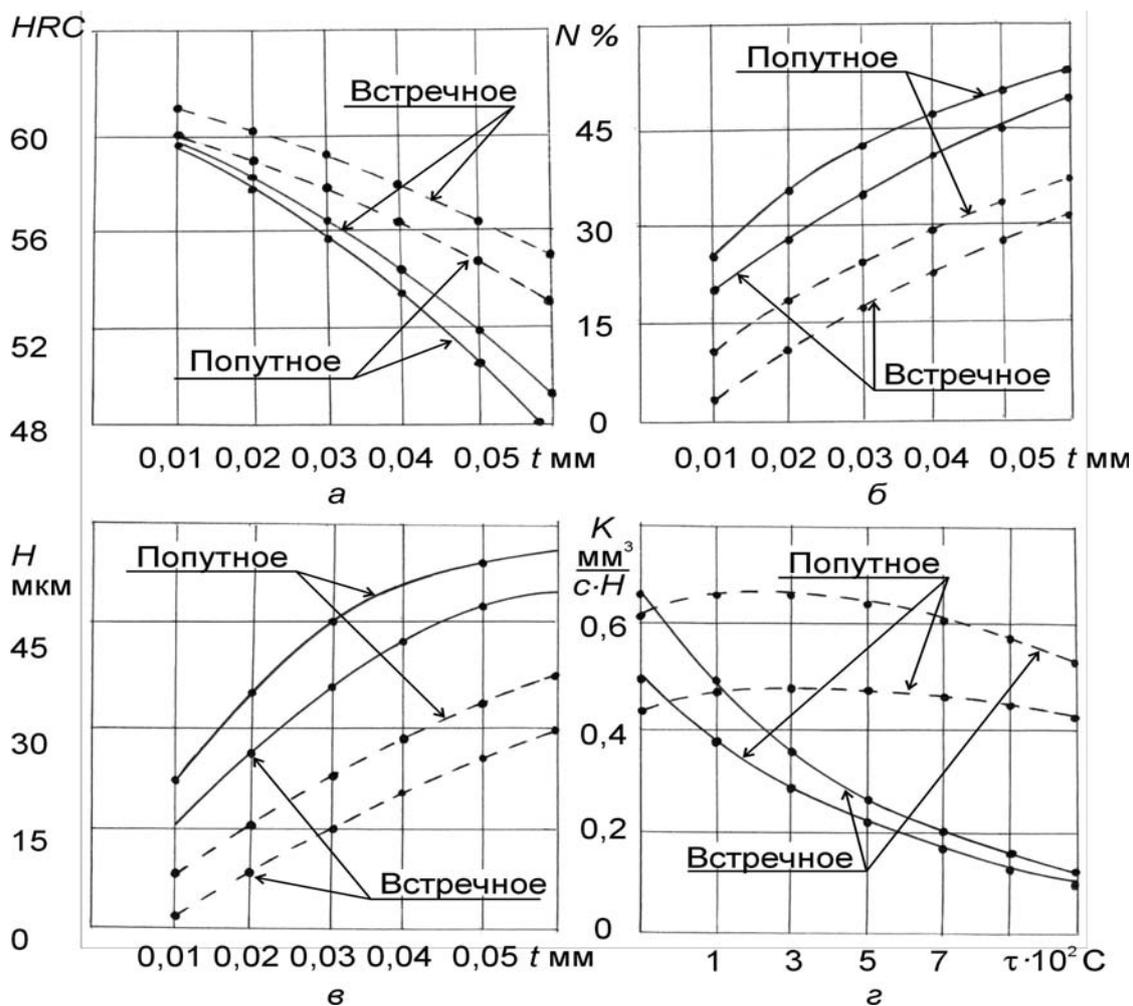


Рис. 5.16. Изменение твердости поверхности HRC (а), степени отпуска  $N$  (б), глубины измеренной структуры  $H$  от глубины резания  $t$  (в) и изменение режущей способности во времени (г).

Контурные линии – сплошной круг; штриховые – прерывистый круг 24A25CM16K5.

С увеличением глубины шлифования в интервале от 0,01 мм до 0,06 мм в поверхностном слое происходит распад мартенсита на троостито-сорбитную структуру. Процесс распада мартенсита сопровождается, например, при сплошном попутном шлифовании понижением твердости на поверхности от HRC 60 до HRC 48, повышением степени отпуска и глубины дефектного слоя от 22% до 52% и с 21 мкм до 57 мкм соответственно и уменьшением коэффициента режущей способности от 0,48 до 0,1  $\text{мм}^3/(\text{с} \cdot \text{H})$ .

Из анализа приведенных экспериментальных данных можно судить о теплонапряженности процессов сплошного и прерывистого шлифования, а так же попутного и встречного шлифования.

Исследование режущей способности сплошных и прерывистых шлифовальных кругов при встречном и попутном шлифовании

(рис. 5.16, г) показало, что при встречном шлифовании режущая способность и производительность обработки на 15–25% выше, чем при попутном. Следовательно, процессу встречного шлифования надо дать предпочтение как методу, протекающему с меньшими энергозатратами, с меньшей тепловой напряженностью и обеспечивающему более высокое качество поверхностного слоя по сравнению с попутным шлифованием.

Круги с прерывистой рабочей поверхностью обеспечивают значительно меньшую степень понижения твердости поверхностного слоя, примерно на 40–45% уменьшают глубину дефектного слоя и сохраняют в исследуемом 15-ти минутном временном интервале стабильную режущую способность.

### 5.2.2. ИССЛЕДОВАНИЕ ИНТЕНСИВНОСТИ ТЕПЛОВОГО ПОТОКА ПРИ ШЛИФОВАНИИ ЗУБЧАТЫХ КОЛЕС КОНУСНЫМ КРУГОМ

Радиальная составляющая силы резания при шлифовании на станке НАИЛС (5831) выражается зависимостью Кузнецова С.М. [65]

$$F_y = 0,1137 \cdot t^{0,18} \cdot n^{0,82} \cdot m, \quad (5.18)$$

а соотношение составляющих сил резания равно

$$F_y : F_z : F_x = 1 : 0,38 : 0,21.$$

Проведенные нами исследования позволили скорректировать зависимость (5.18) для силы  $F_y$  введением коэффициентов  $k_1$ ;  $k_2$ ;  $k_3$ ;  $k_{np}$  (табл. 5.6).

$$F_y = 0,1137 \cdot t^{0,18} \cdot n^{0,82} \cdot m \cdot k_1 \cdot k_2 \cdot k_3 \cdot k_{np}.$$

Таблица 5.6

Поправочные коэффициенты  $k_1$ ,  $k_2$ ,  $k_3$ ,  $k_{np}$

$V_{k1}$ м/с	$k_1$	Твердость круга	$k_2$	$S$ мм/с	$k_3$	$l_1/l_2$	$k_{np}$
20	0,85	М2	0,8	0,865	0,88	1	0,90
25	0,90	М3	0,9	1,230	0,93	1,5	0,93
30	1,00	СМ1	1,0	2,460	0,97	2,0	0,95
35	1,20	С1	1,2	3,000	1,0	2,5	0,99
		СТ1	1,5	4,500	1,05		
				6,000	1,20		
				6,950	1,30		

Замеры мощности при шлифовании зубчатых колес на станке 5831 из стали 12Х2Н4А твердостью HRC 58÷60 показали, что характер изменения мощности от условий шлифования идентичен изменению тангенциальной составляющей силы резания.

Анализируя характер осциллограмм силы  $F_z$  можно заметить, что при каждом двойном ходе ползуна сила  $F_z$  увеличивается от ножки зуба к делительной окружности (рис. 5.17), а затем плавно уменьшается до минимального значения на головке зуба.

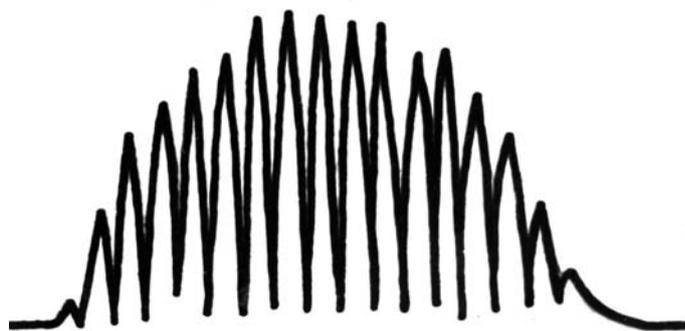


Рис. 5.17. Осциллограмма изменения силы  $F_z$  при шлифовании на станке НАИЛС (5831) одного зуба.

Увеличение радиуса кривизны эвольвентного профиля зуба приводит к уменьшению силы  $F_z$ . Увеличение глубины шлифования от 0,01 до 0,1 мм приводит к росту силы  $F_z$  на середине зуба от 1,6 до 2,7 раз, а у торца зуба при выходе круга от 1,3 до 1,6 раза. Учитывая, что

интенсивность теплового потока в основном зависит от силы  $F_z$  и площади пятна контакта, был проведен анализ изменения отношения  $F_z/S$ .

Установлено, что интенсивность теплового потока достигает максимального значения на середине зуба, в зоне делительной окружности. Скорость перемещения теплового источника вдоль образующей зуба изменяется по синусоидальному закону

$$V_u = \pi \cdot (B + 2\Delta) \cdot n \cdot \sin \varphi,$$

где  $B$  – ширина зубчатого венца;  $\Delta$  – перебега круга на сторону;  $n$  – число двойных ходов каретки шлифовального круга в единицу времени;  $\varphi$  – угол поворота кривошипа.

На середине зуба скорость теплового источника максимальна, а у торцов зуба минимальна. С ростом ширины зубчатого венца и уменьшением перебега, скорость перемещения теплового потока увеличивается.

На рис. 5.18,а показана зависимость изменения скорости теплового источника, а на рис. 5.18, б – отношение контактных температур у торца на выходе круга к температуре в средней части длины зуба от

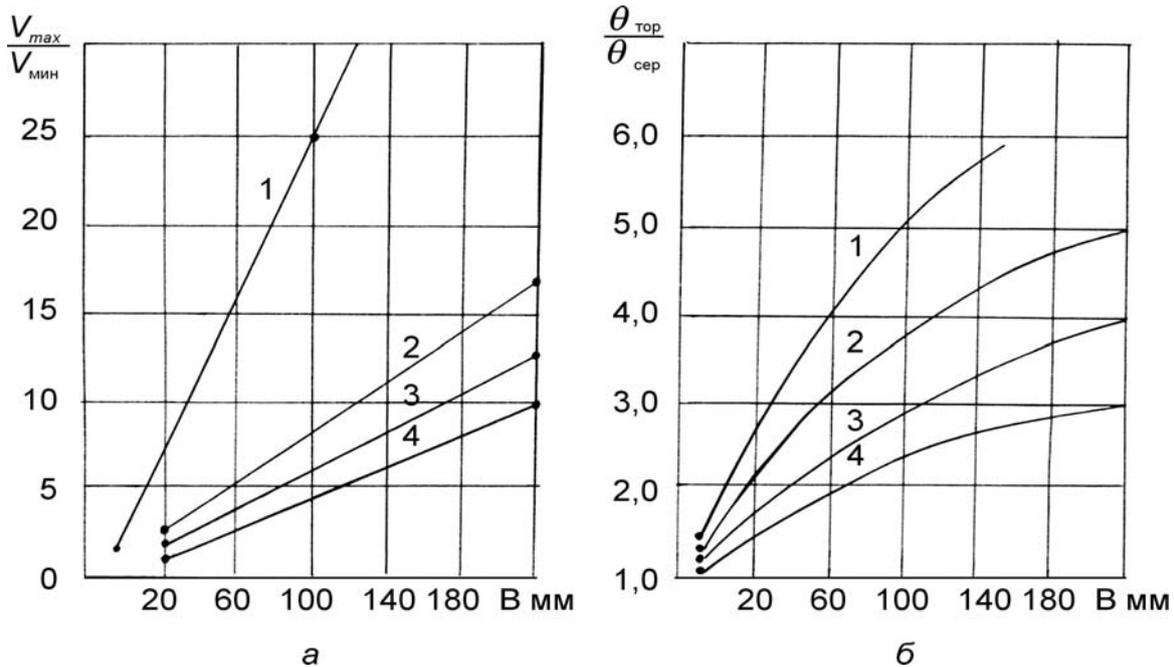


Рис. 5.18. Зависимость изменения скорости теплового источника (а) и отношения контактных температур у торца на выходе круга к температуре на середине ширины зуба (б) от ширины зубчатого венца  $B$ , при настройке с перебегом на сторону: 1,5 мм (кривая 1); 3,0 мм (кривая 2); 5,0 мм (кривая 3) и 10 мм (кривая 4).

ширины зубчатого венца при настройке с перебегами 1,5 мм; 3,0 мм; 5 мм; 10 мм.

Из приведенных данных следует, что диапазон изменения скоростей  $V_{max}/V_{min}$  – перемещения теплового источника увеличивается с ростом ширины зубчатого венца  $B$  и уменьшением величины перебега  $\Delta$ . Рекомендуется устанавливать величину перебега на сторону 3 мм. При такой настройке станка диапазон изменения скоростей  $V_{max}/V_{min}$  при ширине зубчатого венца 20 мм равен двум, а при ширине зубчатого венца 200 мм равен 17.

Проведенный анализ свидетельствует о том, что наиболее теплонапряженными являются участки боковых поверхностей зубьев, расположенных около торцов.

На рис. 5.19,а представлены кривые изменения контактной температуры при перемещении зоны контакта вдоль образующей зуба. Кривые 1; 2; 3; 4; 5 соответствуют зубчатым колесам с шириной зубчатого венца 20; 50; 100; 200; 300 мм соответственно. Увеличение ширины зубчатого венца, как видно из рис. 5.19, приводит к росту различия температуры на торце и середине зуба.

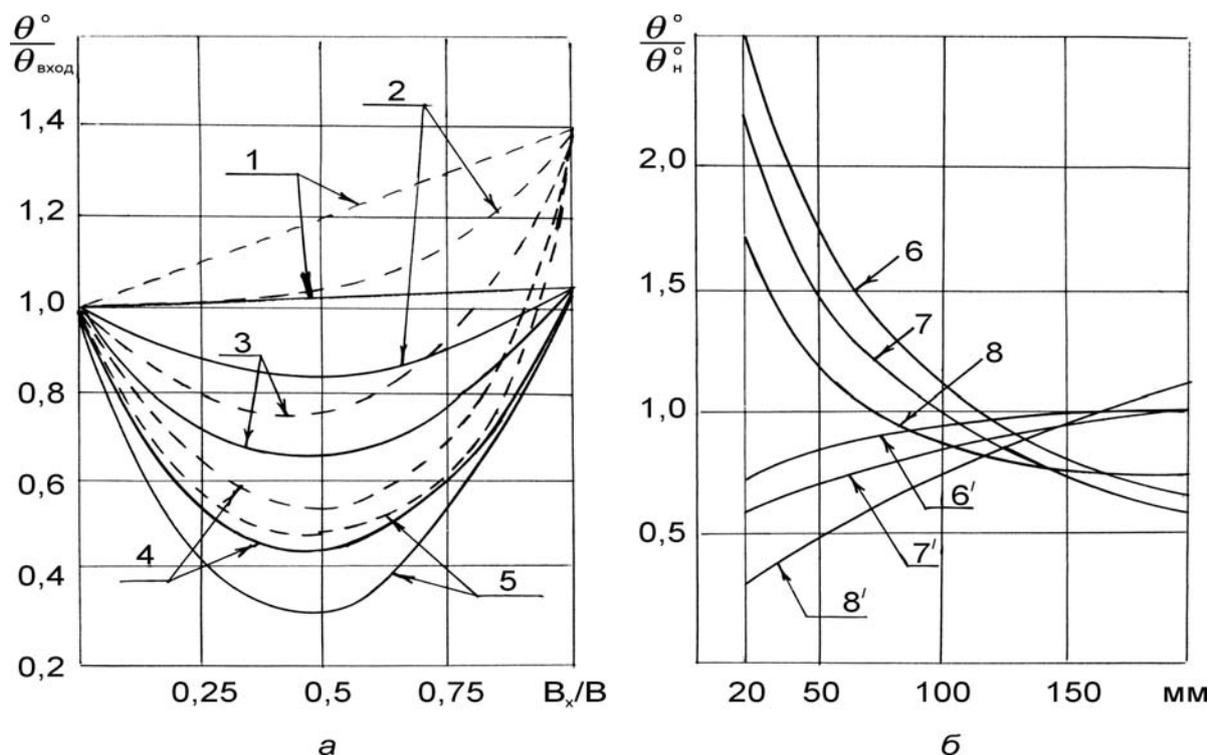


Рис. 5.19. Изменение контактной температуры вдоль образующей зуба (а) и в зависимости от радиуса кривизны эвольвенты у ножки зуба (б) 1, 2, 3, 4, 5—соответствуют ширине зубчатого венца 20, 50, 100, 200, 300 мм; 6, 7, 8— в зоне делительной окружности при  $Z=30$ ;  $Z=50$ ;  $Z=100$  соответственно; 6', 7', 8'—на головке зуба.

Например, при ширине зубчатого венца  $B=20$  мм контактная температура по длине зуба при  $t=0,06$  мм изменяется в 1.05 раза, а при ширине зубчатого венца  $B=200$  мм — в 2,0 раза. Торцы являются адиабатическими стенками, способствующими накоплению тепла и прогреву поверхностного слоя на более значительную глубину.

Изменение контактной температуры за период обката имеет более сложный характер. Увеличение радиуса кривизны эвольвенты зуба приводит к уменьшению контактных температур в зоне делительной окружности и повышению ее на головке зуба (рис. 5.19, б). Это связано с превалирующим влиянием мощности теплового источника. При обработке зубчатого колеса с числом зубьев  $z=30$  и радиусом кривизны эвольвентного зуба до 50 мм контактные температуры в зоне делительной окружности на 20–70% выше, а на головке на 50–70% ниже, чем у ножки зуба.

Увеличение числа зубьев приводит к количественному изменению величины температур, возникающих на разных участках эвольвентной поверхности зубьев.

### 5.3. ТЕМПЕРАТУРНОЕ ПОЛЕ ПРИ ШЛИФОВАНИИ КЛИНОВИДНЫХ ДЕТАЛЕЙ

Процесс шлифования деталей клиновидной формы широко распространен на машиностроительных заводах. Такой процесс реализуется при заточке режущих инструментов, при резьбошлифовании, при шлифовании пера лопаток газовых турбин и т. д. Во всех перечисленных случаях шлифуемая деталь представляет собой клин, по одной из граней которого движется тепловой источник. Например, при резьбошлифовании таким клином является нитка резьбы с углом раствора  $60^\circ$ .

Температурное поле в клине, в области близкой к ребру, будет существенно отличаться от температурного поля массивной детали. Исследование закономерностей распространения тепла в клиновидных деталях является практически важной задачей, так как ребро клина является режущей кромкой инструментов. В связи с этим от температурного поля на ребре клина зависит стойкость режущих инструментов.

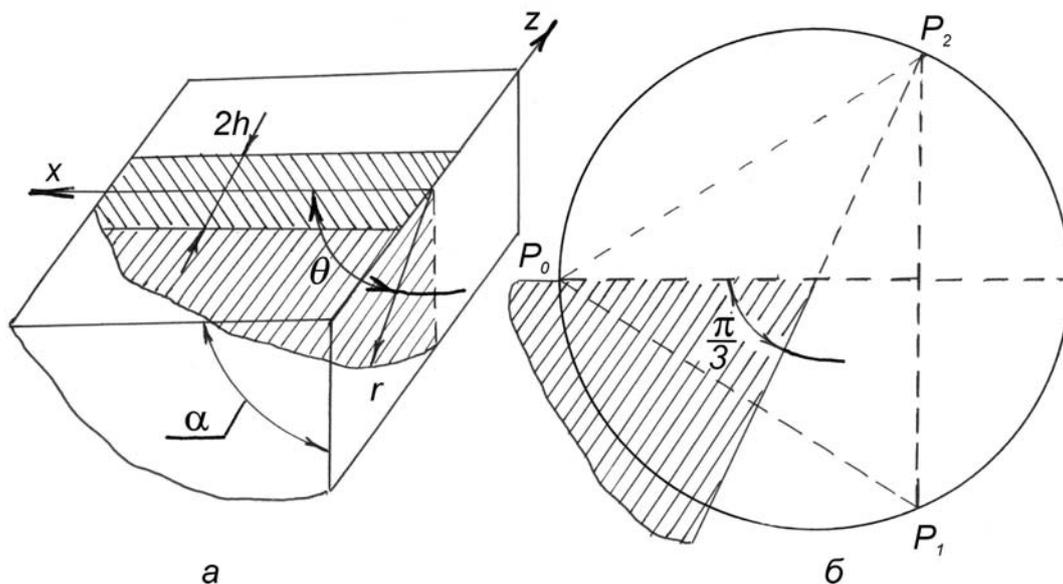


Рис. 5.20. Тепловая схема шлифования клина и схема отраженных источников.

При решении поставленной задачи применим следующую расчетную схему. На одной из граней бесконечно длинного клина в положительном направлении оси  $Z$  с постоянной скоростью  $V$  движется полосовой источник шириной  $2h$  с постоянной интенсивностью  $q$  (рис. 5.20). Угол раствора клина равен  $\pi/m$ , где  $m$  – целое число. Грани клина будем считать не пропускающими тепла.

Математическая формулировка задачи будет следующая. Требуется найти стационарное решение дифференциального уравнения теплопроводности

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \left( \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + V \frac{\partial T}{\partial z} \quad (5.19)$$

с краевыми условиями

$$T|_{t=0} = 0; \quad \left. \frac{\lambda}{r} \frac{\partial T}{\partial \theta} \right|_{\theta=0, |z|<h} = q = \text{const}; \quad \left. \frac{\partial T}{\partial \theta} \right|_{\theta=0, |z|>h} = \left. \frac{\partial T}{\partial \theta} \right|_{\theta=\alpha} = 0. \quad (5.20)$$

Для обеспечения постоянного теплового потока в области источника поместим точечный источник  $2Q$  в точку  $P_0$  (рис. 5.20,б). Чтобы учесть влияние границ  $\theta = \alpha = 60^\circ$ , поместим источники интенсивностью  $2Q$  в точки  $P_1$  и  $P_2$ .

В общем случае, когда  $\alpha = \pi/m$  число отраженных источников будет равно  $\frac{\pi}{\alpha} - 1$ . При  $\alpha = 60^\circ$ ,  $m = 3$  и число отраженных источников будет равно двум.

Решение задачи сводится к интегрированию следующего выражения

$$T = \sum_{n=0}^{m-1} \int_0^\infty dr' \int_{-h}^h dz' \int_0^\infty \frac{2 \cdot q dt'}{c \cdot \gamma [4\pi \cdot a \cdot (t-t')]^{3/2}} \times \\ \times \exp \left\{ - \frac{r^2 + r'^2 - 2rr' \cos \left( \theta - \frac{2\pi}{m} \cdot n \right) + [z - z' + V(t-t')]^2}{4a(t-t')} \right\}. \quad (5.21)$$

После интегрирования и некоторых преобразований решение (5.21) может быть представлено в виде

$$T = \sum_{n=0}^{m-1} \int_{-h}^h \frac{q}{2\pi\lambda} \cdot \exp \left[ - \frac{V(Z-Z')}{2a} \right] dZ' \cdot \frac{V}{2a} \times \\ \times \int_0^\infty \frac{\exp \left\{ - \frac{V}{2a} \sqrt{r^2 \sin^2 \left( \theta - \frac{2\pi}{m} n \right) + \left[ r - r' \cos \left( \theta - \frac{2\pi}{m} n \right) \right]^2} + (Z-Z') \right\}}{\frac{V}{2a} \sqrt{r^2 \sin^2 \left( \theta - \frac{2\pi}{m} n \right) + \left[ r'^2 - r \cos \left( \theta - \frac{2\pi}{m} n \right) \right]^2} + (Z-Z')^2} dr'. \quad (5.22)$$

Уравнение (5.22) удовлетворяет уравнению (5.19) и краевым условиям (5.20), а следовательно является решением поставленной задачи. Однако решение (5.22) в полученном виде неудобно для практического применения. Желательно решение представить в виде двух сомножителей, один из которых представляет известное и хорошо изученное решение для полубесконечного тела, а другой должен отражать влияние ограниченности изделия на это температурное поле. Причем по характеру изменения этого множителя можно было бы судить каково влияние ограниченности изделия в различных его участках. Для этой цели произведены некоторые преобразования и для интегрирования (5.22) по  $dr$  произведена замена

$$\frac{V}{2a} \left[ r' - r \cos \left( \theta - \frac{2\pi}{m} n \right) \right] = \eta; \quad \frac{V}{2a} dr' = d\eta.$$

После указанной замены внутренний интеграл в решении (5.22) преобразовался к виду

$$\int_{-\frac{Vr}{2a} \cos \left( \theta - \frac{2\pi}{m} n \right)}^{\infty} \frac{\exp \left\{ - \left[ \frac{V^2}{4a^2} \left[ r^2 \sin^2 \left( \theta - \frac{2\pi}{m} n \right) + (Z - Z')^2 \right] + \eta^2 \right]^{1/2} \right\}}{\left\{ \frac{V^2}{4a^2} \left[ r^2 \sin^2 \left( \theta - \frac{2\pi}{m} n \right) + (Z - Z')^2 \right] + \eta^2 \right\}^{1/2}} d\eta. \quad (5.23)$$

Представляя выражение (5.23) в виде суммы двух интегралов, один из которых выразим через модифицированную функцию Бесселя второго рода нулевого порядка и подставляя полученный результат в решение (5.22) получим

$$T = \int_{-h}^h \frac{q}{\pi \lambda} \exp \left[ - \frac{V(Z - Z')}{2a} \right] \cdot k_0 \left( \frac{V}{2a} \sqrt{r^2 \sin^2 \theta + (Z - Z')^2} \right) \times \\ \times \frac{1}{2} \left\{ \frac{\sum_{n=0}^{m-1} k_0 \left( \frac{V}{2a} \sqrt{r^2 \sin^2 \left( \theta - \frac{2\pi}{m} n \right) + (Z - Z')^2} \right)}{k_0 \left( \frac{V}{2a} \cdot \sqrt{r^2 \sin^2 \theta + (Z - Z')^2} \right)} \right\} + \quad (5.24)$$

$$\left. \begin{aligned}
& \sum_{n=0}^{m-1} \frac{Vr}{2a} \cos\left(\theta - \frac{2\pi n}{m}\right) \exp\left\{-\left[\frac{V^2}{4a^2} \left[r^2 \sin^2\left(\theta - \frac{2\pi n}{m}\right) + (Z - Z')^2\right] + \eta^2\right]^{\frac{1}{2}}\right\} d\eta \\
& + \frac{\left\{\frac{V^2}{4a^2} \left[r^2 \sin^2\left(\theta - \frac{2\pi n}{m}\right) + (Z - Z')^2\right] + \eta^2\right\}^{\frac{1}{2}}}{k_0 \left(\frac{V}{2a} \sqrt{r^2 \sin^2 \theta + (Z - Z')^2}\right)}
\end{aligned} \right\} dZ'$$

Первый сомножитель является функцией источника для полубесконечного тела, а множитель внутри фигурных скобок характеризует влияние ограниченности изделия.

Прежде чем перейти к анализу поведения множителя, приведем выражение (5.24) к безразмерному виду.

Введем безразмерные комплексы

$$\rho = \frac{Vr}{2a}; \quad \xi = \frac{V}{2a}(z - z'); \quad H = \frac{Vh}{2a}; \quad Z = \frac{Vz}{2a}.$$

Произведя замену в (5.24), получим

$$\begin{aligned}
\frac{\pi\lambda VT}{2qa} &= \int_{Z-H}^{Z+H} \exp(-\xi) \cdot k_0 \left( \sqrt{\rho^2 \sin^2 \theta + \xi^2} \right) \times \\
&\times \frac{1}{2} \left\{ \frac{\sum_{n=0}^{m-1} k_0 \left( \sqrt{\rho^2 \sin^2 \left(\theta - \frac{2\pi n}{m}\right) + \xi^2} \right)}{k_0 \left( \sqrt{\rho^2 \sin^2 \theta + \xi^2} \right)} + \right.
\end{aligned}$$

$$+ \left. \frac{\sum_{n=0}^{m-1} \rho \cdot \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{m}n\right) \int_0^{\infty} \frac{\exp\left(-\left[\rho^2 \sin^2\left(\theta - \frac{2\pi}{m}n\right) + \xi^2 + \eta^2\right]^{1/2}\right)}{\left[\rho^2 \sin^2\left(\theta - \frac{2\pi}{m}n\right) + \xi^2 + \eta^2\right]^{1/2}} d\eta}{k_0\left(\sqrt{\rho^2 \sin^2 \theta + \xi^2}\right)} \right\} d\xi.$$

Решение задачи в окончательном виде имеет вид [147]

$$\frac{\pi\lambda VT}{2qa} = \int_{Z-H}^{Z+H} M(\rho, \theta, \xi) \cdot \exp(-\xi) \cdot k_0\left(\sqrt{\rho^2 \sin^2 \theta + \xi^2}\right) d\xi. \quad (5.25)$$

Это решение является наиболее приемлемо для практических расчетов. При  $M=1$  оно описывает известное температурное поле от полосового источника на поверхности полубесконечного тела.

Влияние ограниченности изделия определяется множителем  $M(\rho, \theta, \xi)$ . Чем меньше угол  $\alpha = \pi / m$ , тем больше значение множителя  $M$ .

Например, для ребра клина с  $\alpha = 60^\circ$ , множитель  $M=1,5$ , для  $\alpha = 90^\circ$   $M=1$ . Для клиньев с малыми углами  $\alpha$  множитель  $M$  возрастает.

Для поверхности  $\theta = 0$  выражение для  $M(\rho, \xi, \theta)$  имеет вид

$$M(\rho, \xi, 0) = \frac{1}{2} \cdot \left\{ 1 + \frac{\int_0^{\infty} \frac{\rho \exp\left(-\left(\xi^2 + \eta^2\right)^{1/2}\right)}{\left(\xi^2 + \eta^2\right)^{1/2}} d\eta}{k_0(\xi)} + \right.$$

$$\left. \begin{aligned} &+ 2 \frac{k_0 \left( \frac{3}{4} \rho^2 + \xi^2 \right)^{1/2}}{k_0(\xi)} - 2 \frac{\int_0^{\frac{1}{2} \rho} \frac{\exp - \left( \frac{3}{4} \rho^2 + \xi^2 + \eta^2 \right)^{1/2}}{\left( \frac{3}{4} \rho^2 + \xi^2 + \eta^2 \right)^{1/2}} d\eta}{k_0(\xi)} \end{aligned} \right\}.$$

Из анализа данного выражения видно, что при  $\rho = 0$  второй и четвертый слагаемые будут иметь нулевое значение, а первый и третий слагаемые в сумме дадут три. Множитель  $M$  в этом случае равен 1,5. При  $\rho = \infty$  первый и второй слагаемые в сумме дадут два, а третий и четвертый слагаемые взаимно уничтожаются. Множитель  $M$  в этом случае равен единице.

Независимо от  $\xi = \frac{V}{2 \cdot a} (Z - Z')$  при  $\rho = 0$  и  $\alpha = 60^\circ$ , множитель  $M=1,5$ . При удалении от ребра клина (при увеличении  $\rho$ ) происходит постепенное убывание  $M$ . Чем меньше  $\xi$ , тем быстрее происходит убывание  $M$ .

Для угла  $\theta = \pi/6$  зависимость множителя  $M$  от  $\rho$  и  $\xi$  примет вид

$$M\left(\rho, \xi, \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2} \left\{ 2 + \frac{k_0(\rho^2 + \xi^2)^{1/2}}{k_0\left(\frac{1}{4}\rho^2 + \xi^2\right)^{1/2}} \right\}.$$

При  $\rho = 0$ ,  $M=1,5$ . При увеличении  $\rho$  множитель  $M$  постепенно убывает до единицы. На рис 5.21,а представлена зависимость  $M$  от  $\rho$  при разных значениях  $z$ . При увеличении  $\rho$  параметр  $M$  постоянно убывает. При  $\rho = 0$  параметр  $M=1,5$ . Следовательно, на ребре клина при  $\alpha = 60^\circ$  температура на поверхности по сравнению с полубесконечным телом будет в 1,5 раза выше. Чем меньше  $z$ , тем быстрее происходит убывание  $M$ .

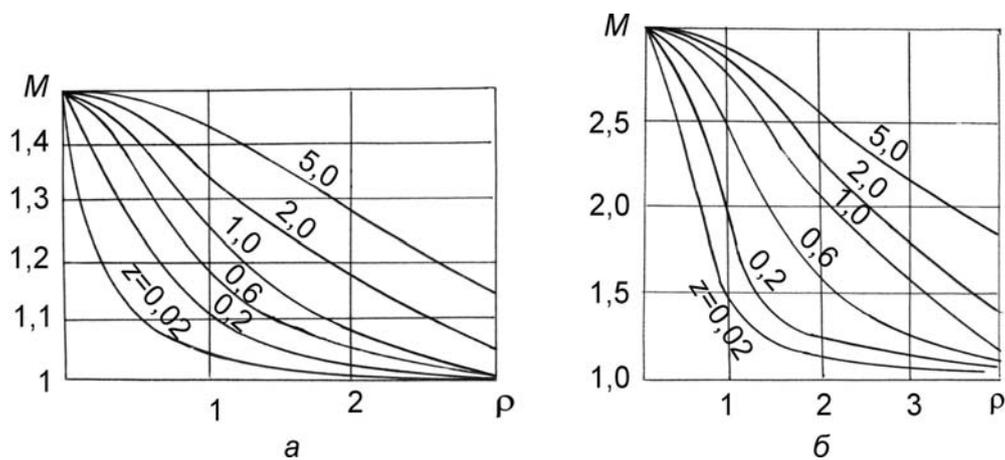


Рис. 5.21. Зависимость  $M$  от  $\rho$  при разных значениях  $z$ : (а) – полосовой источник; (б) – охватывающий клин источник.

Из кривых рис. 5.21 видно, что в области близкой к ребру клина во всех случаях температура существенно повышается. Это повышение следует учитывать при назначении режимов шлифования.

### 5.3.1. ВЛИЯНИЕ ОХВАТЫВАЮЩЕГО ТЕПЛООВОГО ИСТОЧНИКА НА ТЕМПЕРАТУРУ

Схема охватывающего клин теплового источника реализуется при резьбошлифовании многониточным кругом, при зубошлифовании червячным кругом мелко модульных зубчатых колес на станках Матрикс (рис. 5.22). В этом случае зона контакта шлифовального круга с деталью представляет собой полосу, движущуюся по обеим граням клина (рис. 5.23). Поскольку этот случай наиболее часто встречается на машиностроительных заводах при шлифовании клиновидных деталей, рассмотрим схему отраженных источников (рис. 5.23,б).

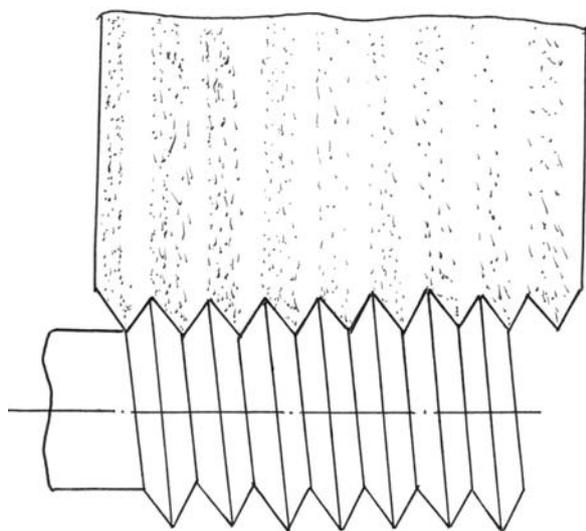


Рис. 5.22. Схема многониточного резьбошлифования.

Поскольку этот случай наиболее часто встречается на машиностроительных заводах при шлифовании клиновидных деталей, рассмотрим схему отраженных источников (рис. 5.23,б).

Пусть тепловые источники, действующие на обеих гранях клина, расположены в точках  $P_0$  и  $P'_0$ . Аналогично рассмотренному случаю для удовлетворения граничным условиям на гранях клина необходимо построить систему отраженных источников в точках  $P_1$  и  $P_2$  для источника  $P_0$

и в точках  $P'_1$  и  $P'_2$  для источника  $P'_0$ .

Из работы [147] известно, что для данного случая множитель  $M$  имеет вид

$$M(\rho, \theta, \xi) = 1 + \frac{k_0 \left( \sqrt{\rho^2 \sin^2 \left( \theta - \frac{2\pi}{3} \right) + \xi^2} \right)}{k_0 \left( \sqrt{\rho^2 \sin^2 \theta + \xi^2} \right)} + \frac{k_0 \left( \sqrt{\rho^2 \sin^2 \left( \theta - \frac{4\pi}{3} \right) + \xi^2} \right)}{k_0 \left( \sqrt{\rho^2 \sin^2 \theta + \xi^2} \right)}.$$

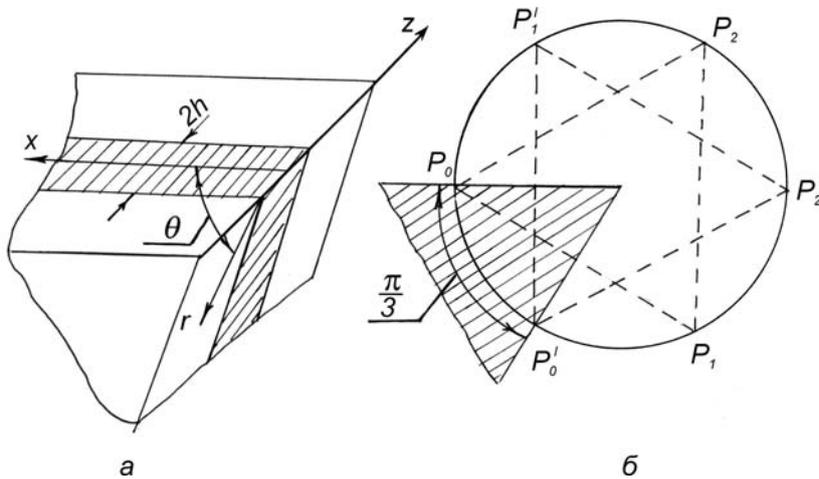


Рис. 5.23. Расчетная схема (а). Схема отраженных источников (б).

По характеру и величине изменения этого множителя можно судить о степени влияния ограниченности изделия. Из выражения для  $M$  видно, что при  $\rho = 0$ , т. е. на вершине нитки резьбы, шлифуемой многониточным кругом, множитель

$M$  равен трем при всех значениях  $Z$  (рис. 5.21,б). Это значит, что по сравнению с температурой полубесконечного тела температура на вершине профиля резьбы будет в три раза больше.

Если известны режимы шлифования плоскости из данного материала, то при резьбошлифовании многониточным кругом необходимо подобрать такой режим, который обеспечит в три раза более низкую температуру.

Уравнение, описывающее температурное поле охватывающего теплового источника при  $\theta = 0$  имеет вид

$$\frac{\pi \lambda V T}{2 q a} = \int_{Z-H}^{Z+H} \exp(-\xi) \cdot k_0(\xi) \left[ 1 + \frac{k_0 \left( \sqrt{\frac{3}{4} \rho^2 + \xi^2} \right)}{k_0(\xi)} + \right]$$

$$+ \frac{k_0 \left( \sqrt{\frac{3}{4} \rho^2 + \xi^2} \right)}{k_0(\xi)} \Big] d\xi. \quad (5.26)$$

При  $\rho = 0$  решение уравнения (5.26) превращается в утроенное решение для полубесконечного тела

$$\frac{\pi \lambda V T}{2 q a} = 3 \cdot \int_{Z-H}^{Z+H} \exp(-\xi) \cdot k_0(\xi) \cdot d\xi. \quad (5.27)$$

Проведенный анализ тепловых процессов в деталях клиновидной формы показал, что возникающая при многониточном шлифовании температура в привершинных участках резьбы (на ребре клина) подвергается более интенсивному нагреву. Эту особенность надо учитывать при назначении режимов шлифования.

Из уравнения (5.25) следует, что температура в зоне контакта зависит от интенсивности теплового потока, ограниченности изделия, длины теплового источника и площади контакта и скорости его перемещения. Следовательно для управления теплонапряженностью процесса шлифования необходимо учитывать весь комплекс указанных технологических параметров.

Чтобы учесть влияние ограниченности изделия с учетом большого многообразия геометрических форм деталей (детали клиновидной формы, тонкостенные пластины, зубчатые колеса и т. д.) необходимо теплофизические уравнения привести к единой структурной форме, включающей решение для полубесконечного тела, умноженное на коэффициент формы изделия, т. е. первый сомножитель уравнения описывает температурное поле полубесконечного тела, а второй учитывает вид ограничения. Для этой цели надо установить аналитическую зависимость сомножителей для теплофизических уравнений для клиновидной, тонкостенной деталей, и деталей имеющих цилиндрическую поверхность.

Для расчета интенсивности теплового потока необходимо установить зависимости  $q$  от глубины шлифования и установить зависимость мощности, затрачиваемой на резание, от технологических параметров.

Вывести уравнение для расчета площади контакта. Установить предельно допустимую мощность шлифования, которая необходима для настройки адаптивных систем, поддерживающих на постоянном уровне теплонапряженность процесса шлифования.

## 5.4. ТЕМПЕРАТУРНОЕ ПОЛЕ ПРИ ШЛИФОВАНИИ ПЛАСТИН

В практике металлообработки встречается большая номенклатура деталей, которые не могут быть признаны полубесконечными телами. К числу таких деталей относятся лопатки газовых турбин и компрессоров, тонкостенные втулки пластины и другие детали. Температурное поле при шлифовании таких деталей существенно отличается от температурного поля массивных деталей. Для аналитического расчета температурного поля для подвижного полосового источника в тонкой пластине конечной толщины примем следующую тепловую схему.

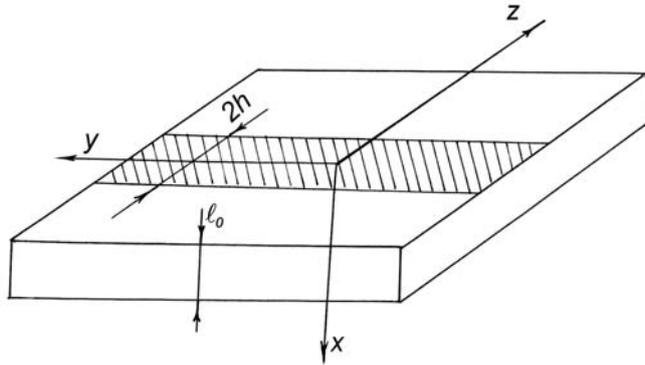


Рис. 5.24. Расчетная схема.

По поверхности пластины, толщиной  $l_0$ , с постоянной скоростью движется тепловой источник шириной  $2h$  (рис. 5.24). Плоскости  $X=0$  и  $X=l_0$  не пропускают тепла. Требуется найти стационарное температурное поле в системе координат, связанной с источником. Такая задача сводится к решению дифференциального уравнения

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + V \frac{\partial T}{\partial z} \quad (5.28)$$

с краевыми условиями

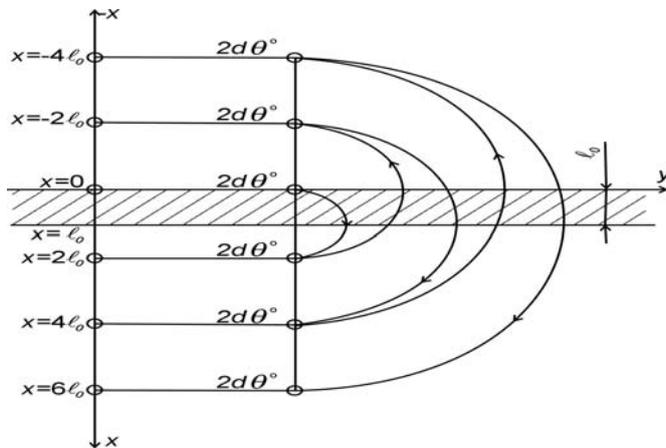


Рис. 5.25. Расположение тепловых источников, удовлетворяющее условию (5.29).

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=0, |z|<h} = q = const;$$

$$T|_{t=0} = 0; \quad (5.29)$$

$$\frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=0, |z|<h} = \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=l_0} = 0.$$

Решение этой задачи производилось методом источников в совокупности с методами изображений [147].

На рис. 5.25 представлено расположение тепловых источников, удовлетворяющее

условию (5.29)

Решением для температурного поля в пластине конечной толщины от движущегося линейного источника будет функция [147]

$$T = \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} \frac{q'}{\pi \cdot \lambda} \exp\left(-\frac{V \cdot z}{2a}\right) k_0 \left[ \frac{V}{2a} \sqrt{(x - 2l_0 n)^2 + z^2} \right], \quad (5.30)$$

а решение для полосового источника, движущегося по поверхности пластины в безразмерном виде имеет вид

$$\begin{aligned} & \frac{\pi \lambda V T}{2qa} = \\ & = \int_{z-H}^{z+H} \exp(-\xi) k_0 \left( \sqrt{X^2 + \xi^2} \right) \cdot \frac{\sum_{n=-\infty}^{n=\infty} k_0 \sqrt{(X - 2Dn)^2 + \xi^2}}{k_0 (X^2 + \xi^2)} d\xi \end{aligned} \quad (5.31)$$

Обозначив в выражении (5.31)

$$M(X, D, \xi) = \frac{\sum_{n=-\infty}^{n=\infty} k_0 \left[ \sqrt{(X - 2Dn)^2 + \xi^2} \right]}{k_0 \left( \sqrt{X^2 + \xi^2} \right)}, \quad (5.32)$$

где  $X = \frac{Vx}{2a}$ ;  $D = \frac{Vl_0}{2a}$ ;  $\xi = \frac{V}{2a}(z - z')$ ,

получим уравнение, описывающее температурное поле в пластине

$$\frac{\pi \lambda V T}{2qa} = \int_{z-H}^{z+H} M(X, D, \xi) \exp(-\xi) k_0 \left( \sqrt{X^2 + \xi^2} \right) d\xi. \quad (5.33)$$

Выражение (5.33) отличается от известных решений для неограниченного теплопроводящего пространства лишь множителем  $M$ , характеризующим влияние границ.

При  $M(X, D, \xi) = 1$  выражение (5.33) превращается в обычное решение для полубесконечного тела без теплопередачи. Исследуя изменение множителя  $M(X, D, \xi)$  в зависимости от аргументов, можно судить о характере влияния ограниченности изделия.

Рассмотрим влияние ограниченности изделия на температуру поверхности. При  $X = 0$  получим

$$M(0, D, \xi) = \frac{\sum_{n=-\infty}^{n=\infty} k_0 \left( \sqrt{4D^2 n^2 + \xi^2} \right)}{k_0(\xi)}. \quad (5.34)$$

Из самого характера выражения (5.34) видно, что при  $D \rightarrow \infty$ , т. е. при увеличении толщины пластины для всех  $\xi$  множитель  $M$  стремится к единице. При  $\xi \rightarrow \infty$  множитель  $M$  так же стремится к бесконечности. Но в точках, удаленных от теплового источника, температура стремится к нулю, поэтому увеличение температуры вдали от источника не происходит.

В работе [188] показано, что распределение температуры в пластине можно представить в виде

$$\theta = \theta_0(1 + k''), \quad (5.35)$$

где

$$\theta_0 = \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \int_0^{Fo} e^{-\frac{\chi^2}{4\tau}} \Phi(\xi, \tau) D(Fo - \tau) \frac{d\tau}{\sqrt{\tau}}; \quad (5.36)$$

$$k'' = \sum_{n=1}^{\infty} \exp\left(-\frac{n^2 L^2}{Fo_n}\right) \left[ \exp\left(-\frac{\chi \cdot n \cdot L}{Fo_n}\right) + \exp\left(\frac{\chi \cdot n \cdot L}{Fo_n}\right) \right]; \quad (5.37)$$

$L = \frac{l_0}{h}$ ;  $l_0$  – толщина пластины в мм;  $\chi = \frac{x}{h}$  – безразмерная координата вдоль оси  $x$ ;  $Fo = \frac{a}{h^2} \tau$  – критерий Фурье;  $\tau = \frac{a}{h} t'$  – безразмерный параметр времени действия источника  $t' = \frac{2h}{V}$ ;

$$\Phi(\xi, \tau) = \operatorname{erf}\left(\frac{\xi + U \cdot \tau + 1}{2\sqrt{\tau}}\right) - \operatorname{erf}\left(\frac{\xi + U \cdot \tau - 1}{2\sqrt{\tau}}\right);$$

$D(Fo - \tau)$  – функция, определяющая закон изменения плотности

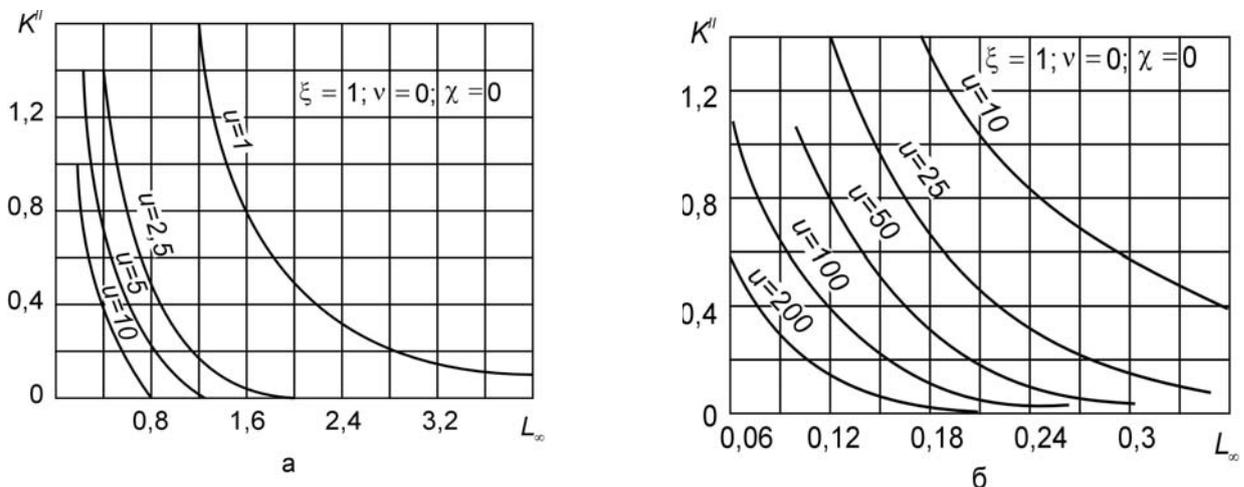


Рис. 5.26. Зависимость коэффициента  $k''$  от безразмерной скорости и толщины пластины.

теплового потока.

Из анализа выражения (5.37) видно, что коэффициент  $k''$  сильнее всего зависит от толщины пластины. На поверхности пластины  $x = 0$

$$k'' = 2 \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \exp\left(-\frac{n^2 L^2}{Fo}\right). \quad (5.38)$$

Зависимость коэффициента  $k''$  от безразмерной скорости и толщины пластины представлена на рис. 5.26.

С увеличением толщины пластины  $L$  коэффициент  $k''$  резко уменьшается, асимптотически приближаясь к горизонтальной оси.

В табл. 5.7 приведены предельные безразмерные толщины  $L_{\infty}$ .

Таблица 5.7

$k$ \ $u$	1	10	25	50	100	200
0,01	4,00	0,890	0,516	0,390	0,280	0,200
0,05	3,32	0,750	0,470	0,330	0,213	0,167
0,1	3,00	0,670	0,420	0,300	0,210	0,155

В табл. 5.8 приведены предельные размерные толщины  $l_{0\infty}$  в мм

Таблица 5.8

$h$ , мм \ $V_d$ , м/с	0,01	0,025	0,05	0,1	0,2	0,4
0,5	1,4	0,8	0,5	0,32	0,24	0,45
2,0	2,7	1,3	0,9	0,64	0,45	0,32
4,0	3,0	1,8	1,3	0,9	0,64	0,45

Приведенные в табл. 5.8 данные показывают, что в зависимости от указанного интервала режимов шлифования предельные размерные толщины изменяются 0,16 мм до 3 мм.

При шлифовании деталей с покрытиями, например, толщины цементированного или азотированного слоев зубчатых колес можно рассматривать как тонкостенную пластину, считая нижнюю границу адиабатической преградой, препятствующей свободному прохождению тепла.

На конкретном примере рассчитаем температуру на боковой поверхности зуба шестерни ( $m=3$  мм,  $z=50$  зубьев,  $B=40$  мм, материал 12X2H4A HRC 60÷62,  $a=1 \cdot 10^{-6}$  м<sup>2</sup>/с,  $\lambda=13,5$  Вт/м,  $q=17,5 \cdot 10^6$  Вт/м<sup>2</sup>),

профильным кругом ( $D=250$  мм,  $V_{\partial}=0,01$  м/с,  $V_{\text{пр}}=30$  м/с,  $t=0,05$  мм). Толщина цементированного слоя – 0,7 мм.

*Решение:*

1. Максимальная температура при шлифовании полубесконечного тела определяется по формуле

$$\theta_{\text{max}}^x = \frac{16}{\sqrt{u}} - \frac{0,16}{u} = 0,37; \quad u = \frac{V_{\partial} \cdot h}{a} = 18; \quad L = 0,39.$$

2. По графику рис. 5.26 определяется коэффициент  $k'' = 0,3$ .

3. По формуле (5.37) определяется максимальная безразмерная температура на боковой поверхности цементированного зуба.

$$4. \theta_{\text{max}}^x = \theta_{\text{max}0}^x \cdot (1 + 0,3) = 0,481.$$

5. Размерная максимальная температура в полубесконечном теле определяется по формуле

$$T_{\text{max}0} = \frac{2qa}{\pi\lambda V_{\partial}} \theta_{\text{max}0}^x = 1000^{\circ} \text{C}.$$

6. Максимальная температура на боковой поверхности цементированного зуба шестерни

$$T_{\text{max}n} = \frac{2qa}{\pi\lambda V_{\partial}} \theta_{\text{max}}^x = 1300^{\circ} \text{C}.$$

Однако следует отметить, что полученные результаты расчета не отражают полностью реальной картины процесса шлифования зубчатых колес с цементированным или нитроцементированным слоем. В приведенном расчете нижняя граница считается адиабатической преградой, препятствующей свободному прохождению тепла. Цементированный слой свободно пропускает тепловой поток в глубинные слои металла, но на границе, за счет имеющихся различий в теплопроводности материала, тепловой поток встречает сопротивление.

Окончательная формула для расчета температуры на боковой поверхности цементированного слоя зуба будет иметь вид

$$\theta^x = \theta_0^x \left( 1 + k'' \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \right). \quad (5.39)$$

Например, для стали 12Х2Н4А температура на поверхности зуба будет равна  $\theta_{\text{max}} = 1143^{\circ} \text{C}$ .

## 5.5. ВЛИЯНИЕ ОГРАНИЧЕНИЙ ТЕПЛОВОГО ИСТОЧНИКА НА ТЕМПЕРАТУРНОЕ ПОЛЕ ПРИ ШЛИФОВАНИИ

В теории при исследовании температурных полей обычно зону контакта абразивного круга с деталью принимают в виде бесконечно длинной полосы. Эта схематизация получила развитие без достаточного обоснования. Практически зона контакта представляет собой полосу ограниченной длины. В связи с этим целесообразно поставить вопрос, при каких условиях и с какой степенью точности зону контакта круга можно считать бесконечно длинной. Этот вопрос становится важным в тех случаях, когда зона контакта круга с деталью вытянута вдоль направления движения теплового источника. Такие случаи реализуются, например, при шлифовании зубчатых колес на станке 5831 (НАИЛС) конусным кругом и др.

Для определения влияния ограниченности теплового источника

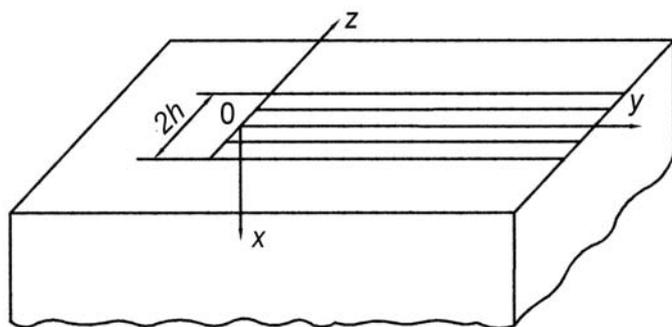


Рис. 5.27. Расчетная схема.

рассмотрим температурное поле вблизи одного из концов полосы.

На рис. 5.27 представлен полуограниченный источник, движущийся по поверхности полубесконечного тела без теплообмена. Начало координат в системе, связанной с источником, поместим

в начале полосы, как показано на рисунке.

Температурное поле может быть описано с помощью интегрирования функции источника в соответствующих пределах

$$T = \int_{-h}^h \frac{q dz'}{2\pi \cdot \lambda} \exp\left[-\frac{V(z-z')}{2a}\right] \times$$

$$\times \int_0^{\infty} \frac{dy'}{\sqrt{x^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2}} \exp\left[-\frac{V}{2a} \sqrt{x^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2}\right]. \quad (5.40)$$

Решение уравнения в безразмерных координатах [51] имеет вид

$$T = \int_{Z-H}^{Z+H} \frac{q \cdot a}{\pi \cdot \lambda \cdot V} \exp(-\xi) \left\{ k_0 \left( \sqrt{X^2 + \xi^2} \right) + \right.$$

$$+ \frac{V \cdot y}{2a} \int_0^{2a} \frac{d\eta}{\sqrt{X^2 + \xi^2 + \eta^2}} \exp\left(-\sqrt{X^2 + \xi^2 + \eta^2}\right) d\xi. \quad (5.41)$$

Для анализа выражения (5.41) удобно представить его в виде произведения: решения бесконечно длинного источника и множителя, учитывающего влияние ограниченности источника. Исследование поведения этого множителя при различных значениях аргумента позволяет получить информацию о влиянии конца полосы на температурное поле.

$$T = \int_{Z-H}^{Z+H} \frac{2 \cdot q \cdot a}{\pi \cdot \lambda \cdot V} \exp(-\xi) \left\{ k_0 \left( \sqrt{X^2 + \xi^2} \right) \times \right. \\ \left. \times \frac{1}{2} \left\{ 1 + \frac{\frac{V \cdot Y}{2a} \int_0^{2a} \frac{d\eta}{\sqrt{X^2 + \xi^2 + \eta^2}} \exp\left(-\sqrt{X^2 + \xi^2 + \eta^2}\right)}{k_0 \left( \sqrt{X^2 + \xi^2} \right)} \right\} \right\} d\xi. \quad (5.42)$$

Обозначив

$$M(X, Y, \xi) = \frac{1}{2} \left\{ 1 + \frac{\frac{V \cdot Y}{2a} \int_0^{2a} \frac{d\eta}{\sqrt{X^2 + \xi^2 + \eta^2}} \exp\left(-\sqrt{X^2 + \xi^2 + \eta^2}\right)}{k_0 \left( \sqrt{X^2 + \xi^2} \right)} \right\}, \quad (5.43)$$

получим окончательное решение температурного поля вблизи конца полосы

$$T = \frac{2qa}{\pi\lambda V} \int_{Z-H}^{Z+H} M(\xi, X) \exp(-\xi) \cdot k_0 \cdot \left( \sqrt{X^2 + \xi^2} \right) d\xi. \quad (5.44)$$

Проведем анализ поведения множителя  $M(X, Y, \xi)$ .

Некоторые сведения можно получить из самого характера выражения (5.43).

Например, при  $Y = 0$ , множитель  $M=1/2$  не зависит от  $\xi$  и  $X$ . Это значит, что температура на краю полосы в 2 раза ниже, чем в

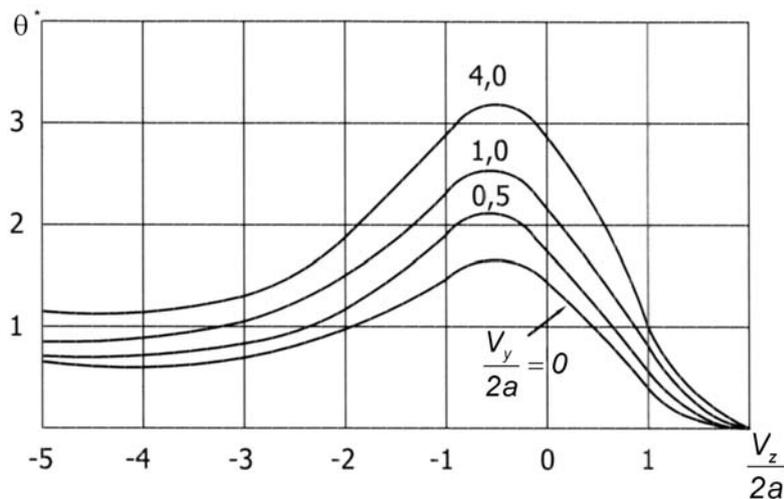


Рис. 5.28. Температурные кривые вблизи конца полосы.

удаленных точках от конца полосы. При  $Y = \infty$ ,  $M=1$ , что вполне согласуется с физикой процесса шлифования.

В качестве примера на рис. 5.28 приведены температурные кривые вблизи конца полосы на относительных расстояниях от конца источника, соответственно равных 0; 0,5; 1; 4,0.

При  $\frac{V \cdot Y}{2a} = 4$  ход температурной кривой при всех значениях аргумента такой же, как и при  $\frac{V \cdot Y}{2a} = \infty$ .

Для определения расстояния от конца источника в размерных величинах рассмотрим пример ( $a=0,1$  см<sup>2</sup>/с,  $V=6$ м/мин,  $2h=2$  мм).

При этих условиях ( $H=5$ ) максимальные температуры  $\frac{V \cdot Y}{2a} = 4$  и

$\frac{V \cdot Y}{2a} = \infty$  отличаются в пределах 2–3%.

При  $\frac{V \cdot Y}{2a} = 4$ ;  $Y = \frac{2a \cdot 4}{V} = \frac{2 \cdot 0,1 \cdot 4}{10} = 0,008$  см. Таким образом,

для рассматриваемого случая расстояние от конца полосы, равное 1 мм, считается достаточным для того, чтобы пренебречь влиянием ограниченности. В тех случаях, когда соотношение ширины  $H$  и длины  $L$  таково, что зона контакта вытянута вдоль направления движения, необходимо рассматривать обе ограничивающие кромки источника.

Уравнение, описывающее двухстороннюю ограниченность источника, имеет вид [51]

$$\frac{\pi \cdot \lambda \cdot V \cdot T}{2 \cdot q \cdot a} = \int_{Z-H}^{Z+H} \exp(-\xi) \cdot k_0(\xi) \cdot \left\{ 1 - \frac{\int_L^{\infty} \frac{\exp\left(-\sqrt{\xi^2 + \eta^2}\right) d\eta}{\sqrt{\xi^2 + \eta^2}}}{k_0(\xi)} \right\} \cdot d\xi. \quad (5.45)$$

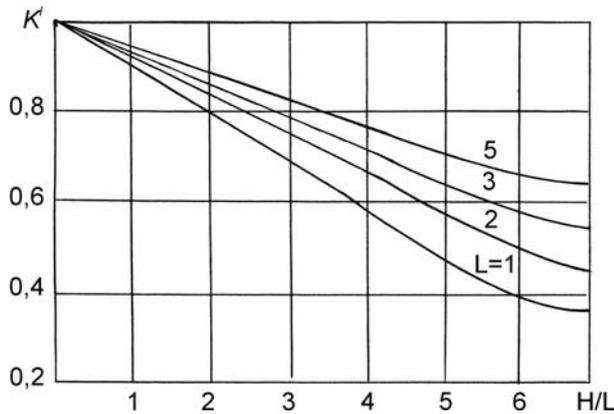


Рис. 5.29. Влияние ограниченности источника на температуру в среднем сечении.

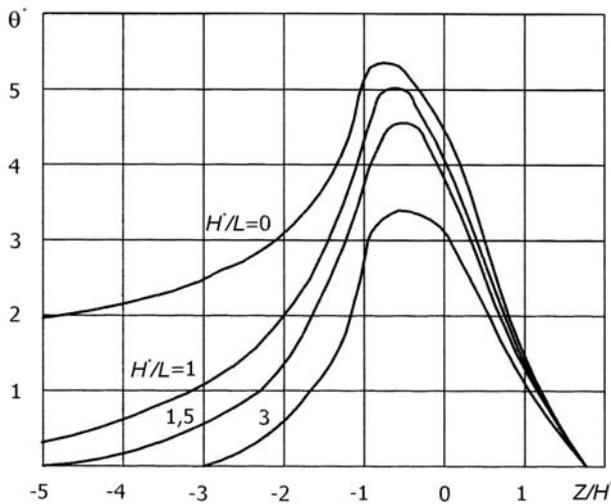


Рис. 5.30. Распределение температуры на поверхности в среднем сечении ограниченного источника.

Выражение в квадратных скобках позволяет определить влияние ограниченности источника на температуру в среднем сечении зоны контакта.

На рис. 5.29 представлена зависимость коэффициента  $k'$  от отношения  $H/L$  для различных значений  $L=1, 2, 3, 5$ .

Из анализа кривых видно, что с увеличением длины теплового источника  $L$  степень понижения температуры понижается.

При соотношении сторон  $H/L = 3$  максимальная температура снижается на 63%, а за источником на расстоянии  $-Z/H = 3$  от центра температура снижается до исходной (рис. 5.30).

В то же время у бесконечно длинного теплового источника  $H/L=0$  на этом же расстоянии от центра температура снижается всего лишь на 40% по сравнению с максимальной.

Установленные связи ограниченности тепловых источников с температурой в зоне резания раскрывают возможность управления качеством поверхностного слоя при шлифовании ряда ответственных тяжело нагруженных деталей, например, зубчатых колес на станках 5831 (НАИЛС) и многониточным резьбошлифованием.

С учетом ограниченности тепловых источников рассмотрим процесс многониточного резьбошлифования.

Для оценки теплонапряженности процесса многониточного резьбошлифования необходимо знать мощность, затрачиваемую на шлифование каждой режущей нитки.

На рис. 5.31 представлена зависимость мощности, затрачиваемой на шлифование многониточными кругами, имеющими различное

число ниток при удалении одинакового припуска. Для каждого многониточного круга был выбран закон распределения припуска по режущим ниткам, удовлетворяющий условию бесприжогового шлифования.

Из приведенных на рис. 5.31,а данных видно, что с увеличением количества ниток, мощность, затрачиваемая на шлифование возрастает. Например, при удалении общего припуска  $z=2,0$  мм на сторону при скорости заготовки  $V=0,8$  м/мин мощность шлифования 4-х ниточного круга составила 1,8 кВт, а 8-и ниточного – 4 кВт.

Увеличение мощности шлифования с ростом количества ниток многониточных кругов связана с возрастанием мощности, затрачиваемой на трение. С увеличением количества ниток возрастает суммарная величина площади контакта круга  $S_{\Sigma}$  и длина контакта  $L_{\Sigma}$ .

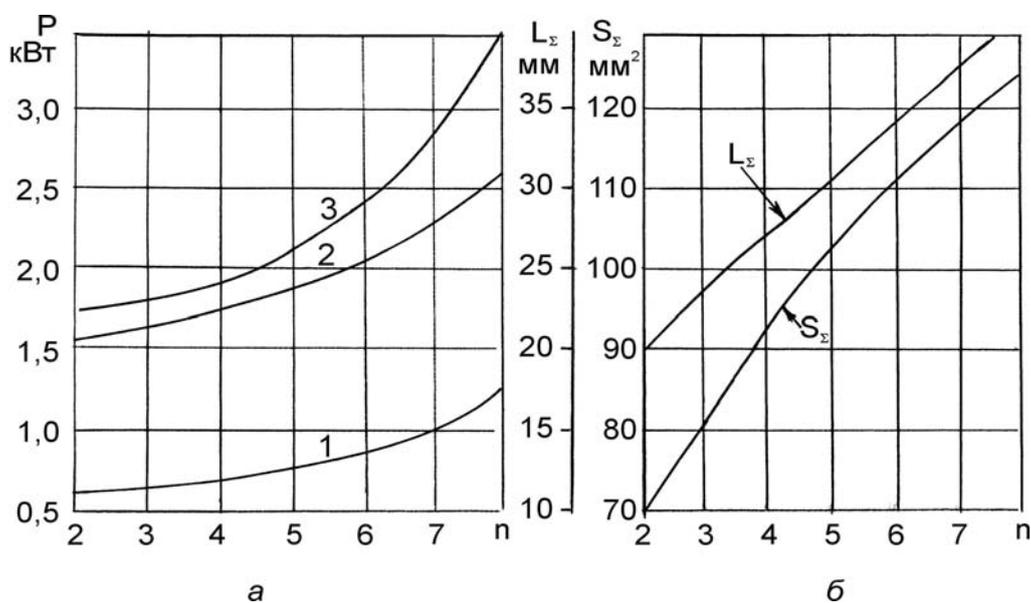


Рис. 5.31. Зависимость мощности шлифования (а), суммарной площади  $S_{\Sigma}$  и дуги контакта  $L_{\Sigma}$  многониточного резьбошлифовального круга от числа режущих ниток 1, 2, 3:  $V=0,18$  м//мин;  $V=0,47$  м//мин;  $V=0,79$  м//мин.

На рис. 5.31,б показана зависимость площади и длины дуги контакта многониточного круга с заготовкой от количества режущих ниток. Нелинейное возрастание мощности шлифования от количества режущих ниток многониточного круга связано с тем, что по мере возрастания  $n$  уменьшается припуск, приходящийся на каждую нитку. В результате уменьшается отношение  $a_z / \rho$  и возрастает работа, затрачиваемая на трение. Проведенный анализ позволил сделать следующий вывод.

Для уменьшения теплонапряженности процесса шлифования резьбы ходовых винтов ШВП необходимо:

1. Уменьшить длину зоны контакта  $L$  и площади контакта круга с боковой поверхностью профиля нитки резьбы.

2. Разбить профиль нитки резьбы на участки, обеспечивая коэффициент ограниченности теплового источника  $k' = H/L$ .

3. Распределить рабочие участки профиля резьбы по разным ниткам многониточного круга.

4. Пропорционально уменьшению длины профиля увеличить глубины срезаемых слоев.

На рис. 5.32 представлен многониточный резьбошлифовальный круг.

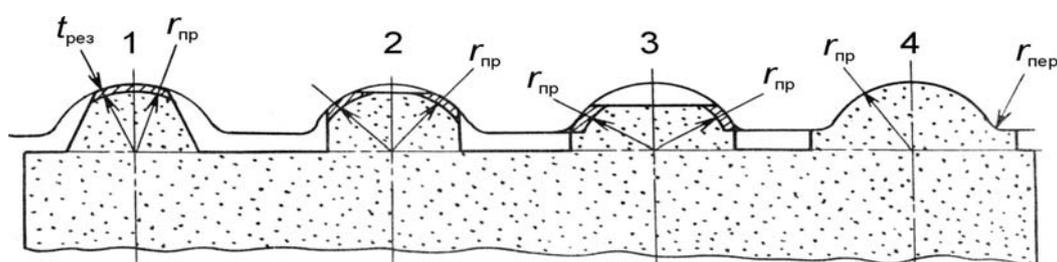


Рис. 5.32. Многониточный резьбошлифовальный круг.

Первая режущая нитка имеет один симметрично расположенный относительно оси полукруглого профиля резьбы режущий сектор, представляющий собой часть периметра профиля шлифуемой резьбы. Выступы 2 и 3 имеют по две симметрично расположенные режущие кромки, представляющие собой часть периметра профиля шлифуемой резьбы. Режущая нитка шлифовального круга 4 снимает припуск в симметрично расположенных зонах переходного радиуса  $r_{пер}$  от профиля резьбы к наружной цилиндрической поверхности винта и производит зачистку профиля, снимая не удаленную часть припуска, образующуюся из-за неравномерного износа режущих кромок предыдущих ниток.

Разделение припуска по контуру резьбы позволяет производить обработку с большими, чем при однониточном чистовом резьбошлифовании, глубинами резания. Обеспечивается интенсивный отвод тепла из зоны резания и уменьшается количество тепла, поступающее в поверхностные слои. Облегчается доступ в зоны обработки смазочно-охлаждающей жидкости. Усилие резания при распределении припуска по контуру шлифуемой резьбы значительно меньше, чем при удалении того же припуска многониточным резьбошлифовальным кругом со сплошными режущими контурами.

## 5.6. ДИНАМИКА ИЗМЕНЕНИЯ ТЕМПЕРАТУРЫ ПРИ ШЛИФОВАНИИ ВИНТОВЫМИ ПРЕРЫВИСТЫМИ КРУГАМИ

Расчетная схема для определения теплонапряженности процесса шлифования кругами с винтовыми канавками представлена на рис. 5.33.

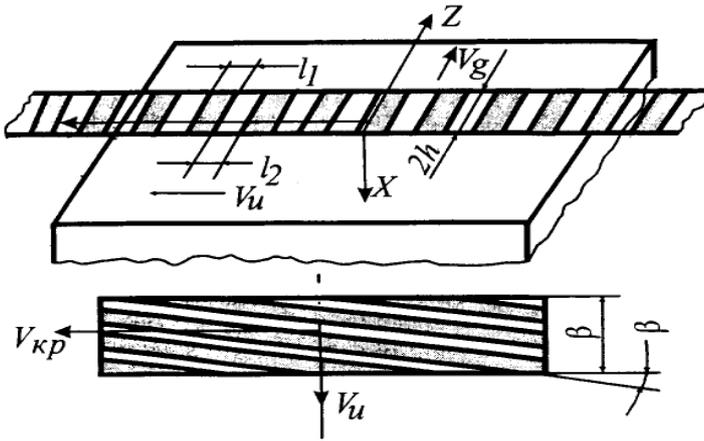


Рис. 5.33. Расчетная схема.

микроисточниками  $l_2$ .

В период разрыва процесса, т. е. за время прохождения впадины  $l_2$ , будет происходить охлаждение поверхности на величину  $\Delta\theta$ . Динамику изменения температуры поверхности с учетом нагрева и охлаждения можно представить в виде следующего выражения

$$\theta = \theta_0 - \Delta\theta_1, \quad (5.46)$$

где  $\theta_0$  – возрастание температуры за период прохождения режущего выступа [136]

$$\theta_0 = \frac{2q_0 \sqrt{az}}{\lambda \sqrt{\pi V_\delta}}, \quad (5.47)$$

где  $z$  – координата макроисточника, равная  $V_\delta \tau$ ;  $q_0$  – плотность теплового потока при шлифовании кругом со сплошной рабочей поверхностью, Вт/м<sup>2</sup>;  $a$  – коэффициент температуропроводности м<sup>2</sup>/с;  $\lambda$  – коэффициент теплопроводности, Дж/(м<sup>2</sup>·с·град);  $V_\delta$  – скорость перемещения зоны контакта в направлении продольной подачи стола в направлении оси, м/с;  $\Delta\theta_1$  – степень понижения температуры от стока тепла за счет прерывания процесса резания.

$$\Delta\theta = \frac{2(q_0 - \psi \cdot q_0) \cdot \sqrt{a}}{\lambda \cdot \sqrt{\pi V_\delta}} \cdot f(y'), \quad (5.48)$$

где  $\psi$  – коэффициент, учитывающий характер изменения интенсив-

ности теплового потока  $q_0$ .

В зависимости от конструкции прерывистого круга параметр  $\psi$  может изменяться от 1 до 0.

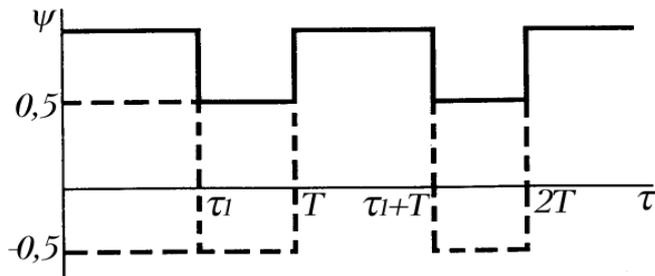


Рис. 5.34. Функция изменения плотности теплового потока во времени.

источников на фиксированную точку детали. Она может быть представлена в виде [143]

$$f(y') = \sum_{i=0}^{n-1} (\sqrt{y' - i\Delta} - \sqrt{y' - i\Delta - l_2}), \quad (5.49)$$

где  $\Delta = l_1 + l_2$ ;  $y'$  – координата микроисточника (расстояние, которое пройдет микроисточник к фиксированной точке за время  $\tau = z/V_\partial$ ),  $y' = (V_u/V_\partial) \cdot z$ ;  $z$  – путь, пройденный микроисточником за время  $\tau$ ;  $V_u = V_{кр} \operatorname{tg} \beta$ ;  $\beta$  – угол наклона винтовых канавок (рис. 5.33)

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{(l_1 + l_2) \cdot m}{\pi \cdot D_{кр}},$$

где  $m$  – число заходов винтовых канавок;  $D_{кр}$  – диаметр круга;  $n$  – количество микроисточников, прошедших через фиксированную точку детали за время  $\tau$

$$n = E \left\{ \frac{V_u z}{V_\partial \Delta} \right\},$$

где  $E$  – целая часть.

Температура шлифования достигает своего максимального значения на задней кромке теплового источника, т. е. при  $z = 2h$ .

Выражение (5.49) примет вид

Если за период разрыва процесса резания из зоны контакта будет отводиться тепло за счет охлаждающих средств, то параметр  $\psi$  может иметь отрицательное значение (рис. 5.34).

Функция  $f(y')$  в выражении (5.48) учитывает многократность действия микро-

$$f(y') = \sum_{i=0}^{n-1} \left( \sqrt{\frac{2h}{V_\delta} V_u - i\Delta} - \sqrt{\frac{2h}{V_\delta} V_u - i\Delta - l_2} \right). \quad (5.50)$$

Принимая максимальное количество микроисточников, прошедших над фиксированной точкой в области задней кромки теплового источника

$$N = E \frac{V_u 2h}{V_\delta \Delta}, \quad (5.51)$$

получим функцию

$$f(y') = \sum_{i=0}^{N-1} \left( \sqrt{(N-i)\Delta} - \sqrt{\Delta(N-i) - \frac{l_2}{\Delta}} \right). \quad (5.52)$$

Выражение (5.52) можно представить в виде

$$f(y') = \sqrt{N\Delta} f_N \left( \frac{l_2}{\Delta} \right). \quad (5.53)$$

Приравнявая выражения (5.52) и (5.49), получим

$$f_N \left( \frac{l_2}{\Delta} \right) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{i=0}^{N-1} \left( \sqrt{N-i} - \sqrt{N-i - \frac{l_2}{\Delta}} \right). \quad (5.54)$$

С учетом выражения (5.54) величину снижения температуры за счет микропрерывания процесса резания можно найти из выражения

$$\Delta\theta_1 = \frac{2(q_0 - \psi \cdot q_0) \sqrt{2h \cdot a}}{\lambda \cdot \sqrt{\pi \cdot V_\delta}} f_N \left( \frac{l_2}{\Delta} \right). \quad (5.55)$$

Температура шлифования на задней кромке теплового источника определяется по формуле

$$\begin{aligned} \theta_{max} = \theta_{0max} - \Delta\theta_1 &= \frac{2q_0 \sqrt{2h \cdot a}}{\lambda \cdot \sqrt{\pi \cdot V_\delta}} - \frac{2(q_0 - \psi \cdot q_0) \sqrt{2h \cdot a}}{\lambda \cdot \sqrt{\pi \cdot V_\delta}} \cdot f_N \cdot \frac{l_2}{\Delta} = \\ &= \frac{2q_0 \sqrt{2h \cdot a}}{\lambda \cdot \sqrt{\pi \cdot V_\delta}} \left[ 1 - (1 - \psi) \cdot f_N \cdot \left( \frac{l_2}{l_2 + l_1} \right) \right]. \end{aligned} \quad (5.56)$$

Выражение (5.56) можно представить в виде

$$\theta_{max} = \frac{2q_0 \sqrt{2h \cdot a}}{\lambda \cdot \sqrt{\pi \cdot V_\delta}} \cdot K, \quad (5.57)$$

где  $K$  – коэффициент, учитывающий динамику снижения температуры, с учетом наличия на рабочей поверхности круга винтовых канавок

$$K = 1 - (1 - \psi) \cdot f_N \cdot \left( \frac{l_2}{l_1 + l_2} \right). \quad (5.58)$$

Для оценки влияния степени снижения температуры  $\Delta\theta$  произведен расчет параметра  $K$ . Исходные данные для расчета:  $m = 4$ ;  $D_{кр} = 200$  мм;  $l_1 = 2,5$  мм;  $l_2 = 2,5$  мм;  $V_{кр} = 30$  м/с;  $t = 0,05$  мм;

$$\operatorname{tg}\beta = \frac{(l_1 + l_2) \cdot m}{\pi \cdot D} = \frac{20}{3,14 \cdot 200} = 0,03185,$$

$$V_u = V_{кр} \cdot \operatorname{tg}\beta = 30 \cdot 0,03185 = 0,9554 \text{ м/с.}$$

В табл. 5.9 представлены расчетные данные параметра  $K$  для различных значений скоростей детали  $V_\partial$  и коэффициента  $\psi$ .

Таблица 5.9

$V_\partial$ м/мин	$N$	$f\left(\frac{l_2}{\Delta}\right)$	$K$			
			$\psi = -0,5$	$\psi = 0$	$\psi = 0,5$	$\psi = 1$
6	6	0,400	0,400	0,600	0,800	1,0
8	4	0,378	0,433	0,622	0,811	1,0
10	3	0,382	0,457	0,638	0,819	1,0

Из данных, приведенных в таблице, следует, что наиболее существенное влияние на температуру шлифования оказывает не число макроисточников  $N$ , а параметр  $\psi$ .

При  $\psi = 1$  степень понижения температуры равна нулю. Этот вариант обработки соответствует сплошному шлифованию.

При  $\psi = 0,5$  температура в зоне контакта снижается на 19 – 20%. Это условие соответствует процессу шлифования композиционным кругом, т. е. кругом, промежутки между режущими канавками которого заполнены, например, графитовыми вставками.

При  $\psi = 0$  температура шлифования по сравнению со сплошным кругом снижается на 30 – 40%. Это условие соответствует процессу шлифования с прорезанными на периферии круга наклонными пазами.

## 5.7. ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ ОДНОМЕРНОГО РЕШЕНИЯ ТЕПЛОВОЙ ЗАДАЧИ

Большое разнообразие форм и размеров шлифуемых поверхностей деталей привело к появлению большого количества решений

применительно к конкретным условиям обработки. Как правило, эти решения очень сложны и не пригодны к использованию их в инженерной практике, например, для управления шлифовальным процессом по температурному критерию или оценки теплонапряженности процесса прерывистого шлифования при послойном удалении припуска, или при решении ряда других технологических задач. В то же время, как установлено нами, в ряде случаев громоздкие решения дают почти такие же численные результаты, что и простые решения одномерных задач.

Физика процесса во всех случаях одинакова. Влияние геометрических форм поверхностей характеризуется функционалом  $m(\eta)$ , который учитывает особенность формы детали.

С применением одномерных решений, представляется возможность получить простую методику прогнозирования теплонапряженности процесса шлифования.

Для доказательства возможности применения одномерных решений для определения теплонапряженности процесса шлифования при решении технологических задач необходимо произвести оценку известных одномерных решений, принимая за эталон более точное двумерное решение

$$\theta = \int_{Z-H}^{Z+H} \exp(-\xi) k_0 \left( \sqrt{X^2 + \xi^2} \right) d\xi. \quad (5.59)$$

Решение одномерного дифференциального уравнения, не учитывающего движения теплового источника в направлении оси  $OZ$ , имеет следующий вид [89]

$$\theta(X, H) = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{H} \cdot ierfc \left( \frac{X}{2 \cdot \sqrt{H}} \right), \quad (5.60)$$

где  $\theta(X, H)$  – безразмерная температура, зависящая от обобщенных переменных  $X, H$ ;  $H = \frac{V^2 \cdot \tau}{4 \cdot a}$  – критерий Пекле.

В уравнении (5.60) использованы следующие функции

$$ierfc(U) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \cdot \exp(-U^2) - uerfc(U). \quad (5.61)$$

$$erfcU = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_U^{\infty} \exp(-t^2) dt. \quad (5.62)$$

Следует заметить, что уравнение (5.60) описывает температурное поле на временном интервале нагрева  $\tau = 2h/V$ . Это ограничение не позволяет учесть смещение (запаздывание) максимальных температур в глубины слоя за пределы указанного временного интервала, т. е. при  $H \geq H_{max}$ . В то же время для расчета глубины дефектного слоя необходимо учитывать именно максимальные значения температур, которые определить по уравнению (5.60) не представляется возможным.

Для устранения данного недостатка следует использовать метод суперпозиций тепловых полей при дискретно изменяющихся граничных условиях второго рода [70]. Сущность этого метода заключается в следующем: в момент времени  $\tau = 0$  к поверхности прикладывается

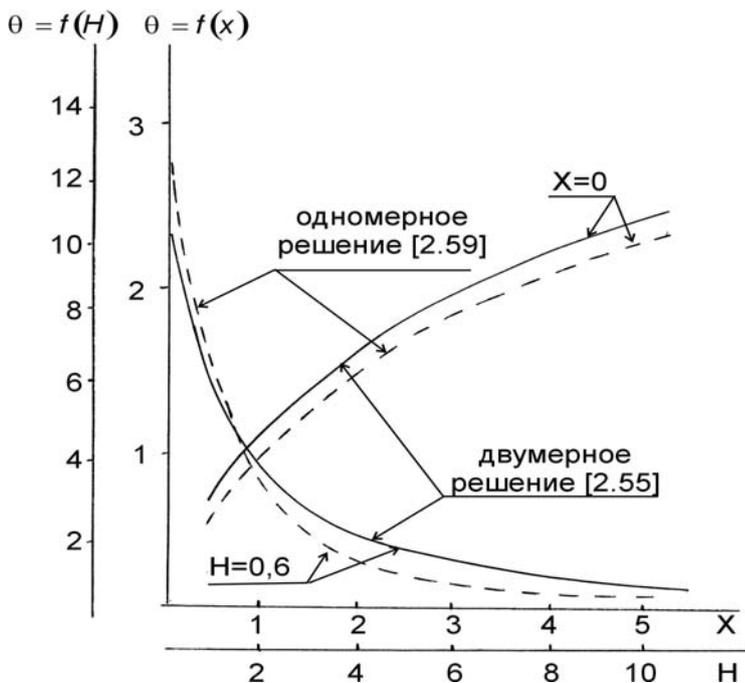


Рис. 5.35. Кривые изменения безразмерной температуры  $\theta$  от полуширины зоны контакта на поверхности  $X=0$  и кривые изменения  $\theta$  от  $X$ .

источник тепла  $q$ , который (нагревая ее) действует на интервале времени  $0 \leq \tau < \infty$ , а в момент времени  $\tau_{max} = 2h/V$  к той же поверхности прикладывается другой источник тепла с плотностью теплового потока  $-q$ , который (охлаждая ее) действует в интервале  $\tau_{max} \leq \tau < \infty$ . Температурное поле от одновременного воздействия на поверхность двух тепловых источников описывается сле-

дующей зависимостью

$$\theta(X, H) = 2 \cdot \pi \left\{ \sqrt{H} \cdot ierfc \left( \frac{X}{2 \cdot \sqrt{H}} \right) - \sqrt{H - H_{max}} ierfc \left( \frac{X}{2 \cdot \sqrt{H - H_{max}}} \right) \right\}. \quad (5.63)$$

В интервале изменяющихся параметров  $0,6 \leq H \leq 20$  и  $0 \leq X \leq 5$  были произведены расчеты температур по формулам (5.63) и (5.59).

На рис. 5.35 представлены кривые изменения безразмерной температуры  $\theta(X, H)$  от полуширины зоны контакта по поверхности  $X=0$  и кривые изменения  $\theta$  от  $X$  при  $H=0,6$ . Контурными линиями показаны кривые изменения температуры, рассчитанной по уравнению (5.59), пунктирными - по уравнению (5.63).

Из сопоставления кривых видно, что на поверхности  $X=0$  численные значения температуры, полученной при одномерном и двухмерном решении отличаются не более 5–7%. В слоях, залегающих на больших глубинах  $X=4\div 5$  расхождение расчетных температур увеличивается. Однако, учитывая, что при решении технологических задач важно знать максимальную температуру на поверхности, поэтому для управления теплонапряженностью в процессе шлифования с достаточной для практики точностью может быть использовано одномерное решение. На рис. 5.36 представлены расчетные схемы для шлифования выпуклой и вогнутой поверхностей.

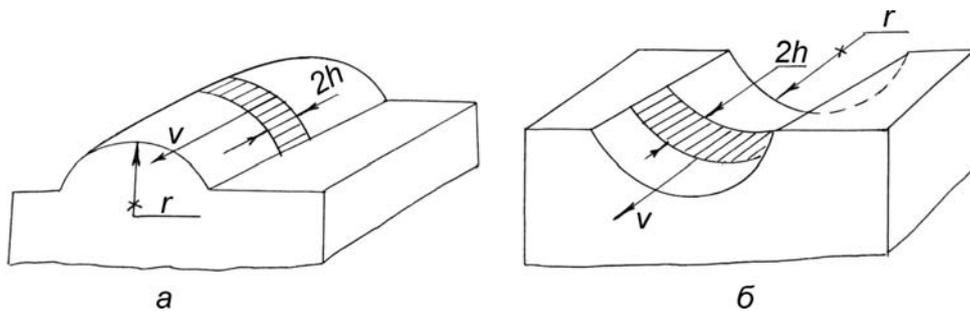


Рис. 5.36. Расчетные схемы для шлифования выпуклой и вогнутой поверхностей.

Уравнение, учитывающее влияние кривизны обрабатываемой поверхности, имеет вид [51]

$$\theta^x\left(F_0, \frac{r}{R}\right) = -\frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \left[1 - \exp(-F_0 \xi^2)\right] \cdot f\left(\xi, \frac{r}{R}\right) d\xi. \quad (5.64)$$

Здесь

$$f\left(\xi, \frac{r}{R}\right) = \frac{J_0\left(\xi, \frac{r}{R}\right) \cdot Y(\xi) - Y_0\left(\xi, \frac{r}{R}\right) \cdot J_1(\xi)}{\xi^2 \cdot [J_1^2(\xi) + Y_1^2(\xi)]},$$

где  $J_0, J_1$  – функция Бесселя первого рода нулевого и первого порядка;  $Y_0, Y_1$  – функция Бесселя второго рода нулевого и первого порядка;  $\xi$  – переменная интегрирования.

Данное уравнение является ближайшим аналогом одномерного дифференциального уравнения (5.60).

На рис. 5.37 представлена зависимость относительной температуры от радиуса кривизны  $R$  шлифуемого профиля на поверхности ( $r/R=1$ ) и в глубинных слоях при  $a=8 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$  и  $\tau=0,1175 \text{ с}$ . Видно, что с уменьшением радиуса кривизны за счет более интенсивного рассеивания тепла, температура поверхности понижается более резко. Например, в диапазоне изменения радиуса от 1 до 6 мм безразмерная температура  $\theta'$  возрастает от 0,77 до 1,02 (на 34%), а в диапазоне изменения радиуса кривизны профиля от 6 до 20 мм температура  $\theta'$  возрастает от 1,02 до 1,08 (на 6%).

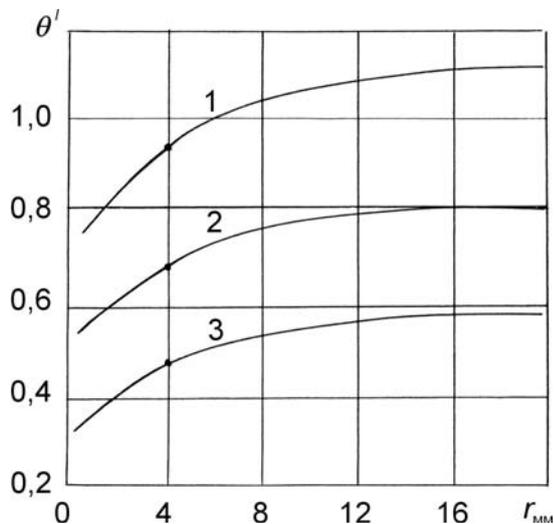


Рис. 5.37. Зависимость безразмерной температуры от радиуса кривизны детали  $X=0$  (кривая 1),  $X=0,3$  (кривая 2),  $X=0,6$  (кривая 3).

Анализ температурных полей в деталях с криволинейным профилем показал, что с достаточной для практики точностью (погрешность не превышает 5%) температуру профиля шлифования можно рассчитать по уравнению (5.60), введя в него коэффициент формы (функциональный множитель), учитывающий влияние геометрической формы профиля на температуру шлифования

$$\theta(X, H, \eta) = m(X, \eta) \cdot \theta(X, H), \quad (5.65)$$

где  $\eta$  – параметр, характеризующий геометрическую форму поверхности (радиус кривизны);  $\theta(X, H)$  – относительная безразмерная температура без учета геометрической формы.

Численные значения функционального множителя  $m(X, \eta)$  при  $\eta = R$  приведены в таблице 5.10 [70].

Таблица 5.10

Значение функционального множителя ( $X, R$ )

Глубина, мм	Радиус профиля $R$ , мм						
	1	2	3	6	15	30	200
0	0,72	0,8	0,82	0,93	0,97	0,99	1,0
0,3	0,65	0,76	0,81	0,91	0,96	0,99	1,0
0,6	0,59	0,72	0,80	0,90	0,96	0,98	1,0

Видно, что с увеличением расстояния от обрабатываемой поверхности, влияние радиуса  $R$  на температуру шлифования возрастает. Например, при шлифовании фасонной поверхности с  $R=1$  мм температура на криволинейной поверхности снижается на 28%, а на глубине 0,3 и 0,6 мм соответственно на 35 и 41%. Паршаковым В.Н. [144] предложена формула для расчета температур деталей с вогнутым и выпуклым профилем (рис. 5.36)

$$\theta = 2 \cdot \sqrt{\pi \cdot H} \left( 1 - \frac{\chi}{\sqrt{2 \cdot H}} \right) \cdot \left( 1 \pm \frac{\sqrt{\pi \cdot H}}{4 \cdot R} \right).$$

Знак плюс берется для выпуклой поверхности (рис. 5.36,а), а знак минус для вогнутой поверхности (рис. 5.36,б).

### 5.8. МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ НАРАСТАНИЯ ТЕМПЕРАТУРЫ ПРИ ШЛИФОВАНИИ

На рис. 5.38 представлена осциллограмма температуры, полученная при шлифовании образцов из стали 12Х2Н4А (HRC–60) сплошным и прерывистыми кругами КА324А40СМ26К5 200×20×76 на режиме  $V_{кр}=30$  м/с;  $V_{дет}=9$  м/мин;  $t=0,01$  мм;  $l_1=l_2=26$  мм.

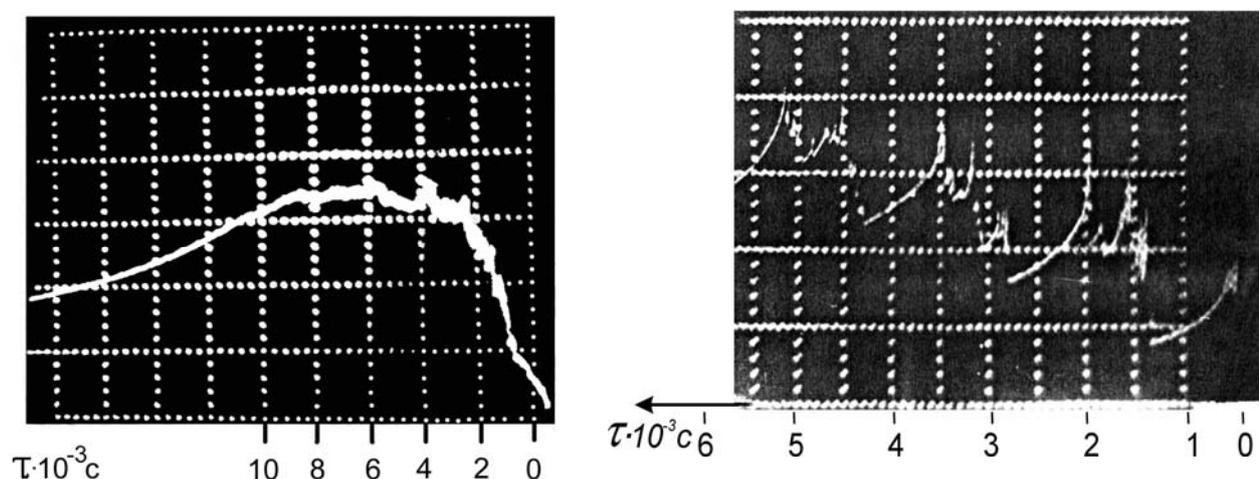


Рис. 5.38. Осциллограммы изменения температуры при (а) – сплошном и (б) – прерывистом шлифовании.

Осциллограммы получены при шлифовании полуискусственной термопарой без СОЖ. Термоэлектродом служила алюмелевая проволока диаметром  $0,2 \cdot 10^{-3}$  м. Термоэлектрод зажимался между двумя образцами и изолировался от них конденсаторной бумагой толщиной  $0,01 \cdot 10^{-3}$  м. Термоэлектрические сигналы, возникающие при размазы-

вании термоэлектрода на образец, фиксировались на экране запоминающего осциллографа модели С8–17. Температурные всплески на осциллограммах соответствуют температурам, возникающим при перерезании термопары отдельными режущими выступами шлифовального круга.

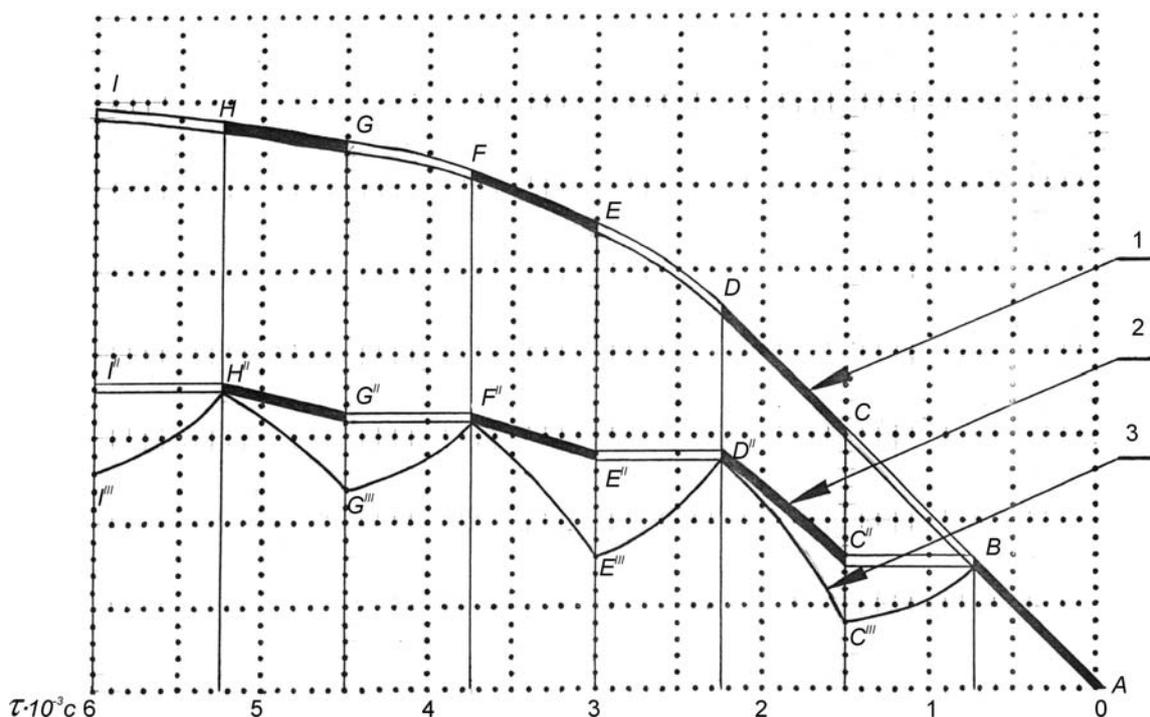


Рис. 5.39. Наложение температурных всплесков термопары при сплошном (кривая 1) и прерывистом (кривая 2) шлифовании.

На рис. 5.39 показано наложение сигналов термопары, возникающих при сплошном (кривая 1) и прерывистом (кривая 2) шлифовании. На этом же рисунке показана ломаная (кривая 3), проходящая через вершины осциллограмм для прерывистого круга.

Эта ломаная линия моделирует динамику нарастания температуры в термопаре в процессе ее перерезания отдельными режущими выступами прерывистого круга. В основу этого моделирования были положены следующие допущения.

Первое звено ломаной линии (криволинейное звено  $[AB]$ ) соответствует нагреву термопары, происходящему от ее перерезания режущими зернами первого выступа прерывистого круга. Этот криволинейный участок ломаной линии совпадает с начальным участком осциллограммы, полученным при сплошном шлифовании.

За время прохождения впадины температура в термопаре пони-

жается, что соответствует участку  $[BC''']$  осциллограммы для прерывистого шлифования. Этот участок осциллограммы заменен прямолинейным горизонтальным отрезком  $[BC'']$  ломаной линии. Основанием для этой замены послужило допущение, согласно которому за время прерывания процесса резания в термопаре не происходит ни нагрева, ни охлаждения.

С момента включения в работу второго режущего выступа температура в термопаре начинает повышаться. Закон возрастания температуры в термопаре за время работы второго режущего выступа описывается участком осциллограммы  $[C'''D']$ . Произведена замена этого участка осциллограммы на криволинейный участок  $[C''D'']$  ломаной линии.

На рис. 5.39 кривые 2 осциллограммы, раскрывающие реальный характер изменения температуры при различных режимах прерывистого шлифования заменены на ломаные линии 3, описывающие искусственно смоделированную закономерность нарастания температуры.

Правомочность такой замены может быть обусловлена тем, что если по вершинам температурных всплесков (т.е. через точки  $B$ ,  $D''$ ,  $F''$  и т.д.) провести плавную кривую, то она будет описывать обобщенный закон нарастания температуры при прерывистом шлифовании, а закономерности изменениями температуры, описываемые кривыми 2 и 3, будут подчиняться этому обобщенному закону.

Сопоставляя осциллограммы для сплошного шлифования 1 и ломаные линии 3, изображенные на рис. 5.39, можно зафиксировать следующую закономерность: звенья ломаных линий  $[C'D'']$ ,  $[E''F'']$ ,  $[G''H'']$  и т. д., описывающие закон возрастания температуры от работы отдельных режущих выступов, имеют такую же форму и такой же угол наклона к горизонтальной оси, что и участки осциллограмм для сплошного шлифования  $[CD]$ ,  $[EF]$ ,  $[GH]$  и т. д.

Из найденной закономерности вытекает следующий вывод: характер нарастания температуры на осциллограмме для сплошного шлифования совпадает с характером нарастания температуры в термопаре при прерывистом шлифовании. При сопоставлении этой ломаной линии криволинейные звенья  $[C''D'']$ ,  $[E''F'']$  и т. д., могут быть образованы в результате параллельного переноса соответствующих им по времени участков осциллограммы для сплошного шлифования.

Из осциллограмм, приведенных на рис. 5.40 и 5.41 видно, что по

мере перерезания термопары шлифовальным кругом, приросты температуры, осуществляемые за промежутки времени  $\tau_3 = \frac{L_1 + L_2}{V_{kp}}$

(время работы участка рабочей поверхности прерывистого круга, состоящего из времени работы режущего выступа и впадины) и рис.

5.42, и рис. 5.43  $\tau'_3 = \frac{L_3}{V_{kp}}$  (время работы участка рабочей поверхности

сплошного круга, длина которого  $L_3$  равная сумме длин  $L_1$  и  $L_2$  прерывистого круга) имеют одинаковые значения.

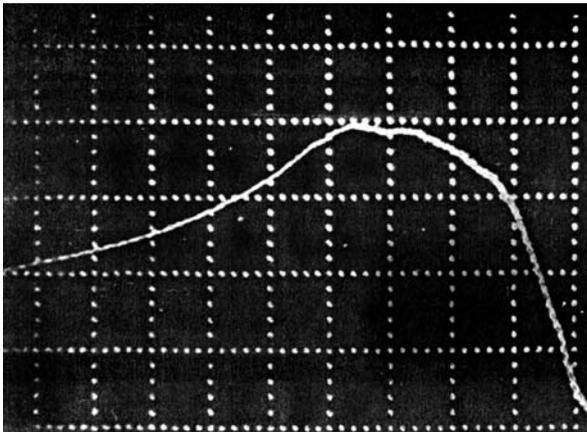


Рис. 5.42. Осциллограмма изменения температуры при сплошном шлифовании.

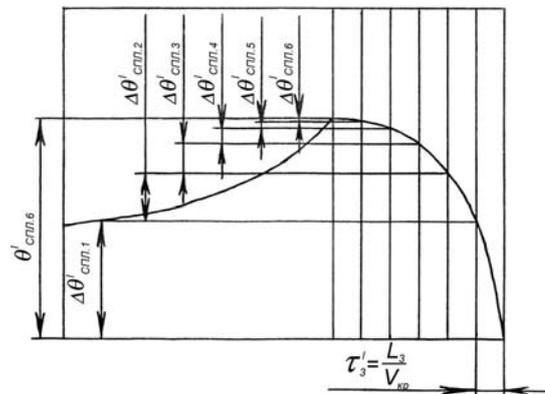


Рис. 5.43. Схема, показывающая приращение температуры по мере перерезания термопары.

Такая закономерность образования температурных приростов может быть обусловлена тем, что за время прохождения шлифовального круга над термопарой, различные участки его рабочей поверхности, имеющие одинаковую протяженность, перерезают термопару по-разному. Наибольшая толщина среза приходится на долю того участка рабочей поверхности круга, который первым перережет термопару, а наименьший срез осуществит тот участок круга, который последним проконтактирует с термопарой. Если предположить, что плотность тепловых потоков  $q_i$  прямо пропорциональна толщине срезов  $t_i$ , осуществляемых отдельными участками рабочей поверхности круга, то тенденция изменения приростов температур  $\Delta\theta_i$  (рис. 5.41) и  $\Delta\theta'_{спл}$  (рис. 5.43) будет вполне объяснима.

На рис. 5.44 представлена схема формирования срезов, осуществляемых отдельными секторами шлифовального круга. На этой схеме изображен шлифовальный круг, рабочая поверхность которого

поделена на 4 равных участка, каждый из которых включает режущий выступ  $L_1$  и впадину  $L_2$ . Шлифовальный круг вращается вокруг своей оси с окружной скоростью  $V_{кр}$  и перемещается прямолинейно над термопарой со скоростью  $V_{дет}$ . Длина зоны контакта шлифовального круга с деталью равна половине хорды  $[YZ]$ :  $[YT] = \frac{1}{2}[YZ] = \sqrt{2rt - t^2}$ .

На рис. 5.44 показаны три равновеликих перемещения шлифовального круга  $[OO_1]$ ,  $[O_1O_2]$ ,  $[O_2O_3]$  в результате на термопаре образуется три среза с толщинами  $t_1$ ,  $t_2$ ,  $t_3$ . Каждый из этих срезов

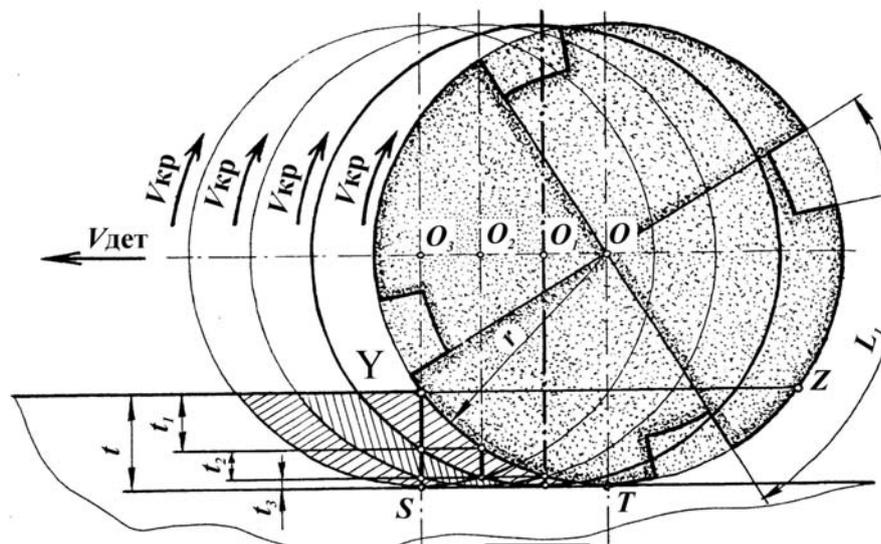


Рис. 5.44. Схема формирования срезов от режущих секторов.

осуществляется единичным сектором шлифовального круга, время работы которого

$$\tau_3 = \frac{L_1 + L_2}{V_{кр}} \quad \text{За}$$

это же время центр шлифовального круга перемещается из точки  $O$  в точку  $O_1$ .

Если разделить время прохождения центра шлифовального

круга над зоной контакта  $\frac{\sqrt{2r \cdot t - t^2}}{V_{дет}}$  на время работы единичного

сектора круга  $\tau_3 = \frac{L_1 + L_2}{V_{кр}}$ , то можно определить сколько секторов

шлифовального круга примет участие в съеме общего припуска  $t$ .

$$n = \frac{\sqrt{2r \cdot t - t^2}}{V_{дет}} \cdot \frac{V_{кр}}{(L_1 + L_2)} \quad (5.66)$$

Формула, позволяющая рассчитывать толщины слоев, срезаемых режущими секторами, имеет вид

$$t_i = \sqrt{2 \cdot r \cdot [r - (n - i) \cdot x] - [r - (n - i) \cdot x]^2} - \sqrt{2 \cdot r \cdot [r - (n + 1 - i) \cdot x] - [r - (n + 1 - i) \cdot x]^2}, \quad (5.67)$$

где  $r$  – радиус шлифовального круга, м;  $n$  – количество секторов сплошного шлифовального круга или количество режущих выступов прерывистого круга, необходимых для съема общего припуска  $t$ ;  $x$  – величина прямолинейного перемещения шлифовального круга над термпарой за время работы единичного сектора, м;  $x = \frac{\sqrt{2 \cdot r \cdot t^2}}{n}$ .

На рис. 5.45 показана расчетная схема для определения толщин

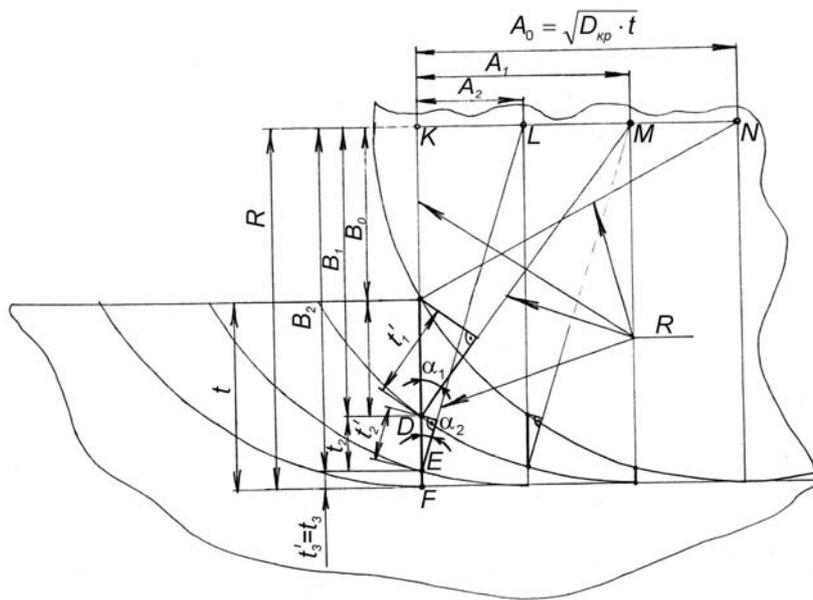


Рис. 5.45. Расчетная схема для определения толщин срезов в радиальной плоскости.

$t_1, t_2, \dots, t_n$  срезов, измеряемых в вертикальной плоскости, а также толшины  $t'_1, t'_2, \dots, t'_n$  срезов, измеряемых в радиальном направлении, т. е. в плоскости, проходящей через ось вращения шлифовального круга.

Толщины  $t'_1, t'_2, \dots, t'_n$  срезов необходимо знать при расчетах плотностей  $q_1, q_2, \dots, q_n$

тепловых импульсов различных тепловых источников, образующихся от удаления металла отдельными режущими секторами сплошного круга. Толщина среза  $t_1$  определяется  $t_1 = B_1 - B_0$ .

Из прямоугольного треугольника  $DKM$  катет  $[KD] = B_1$ .

$$B_1 = \sqrt{R_{kp}^2 - A_1^2}; \quad B_0 = R_{kp} - t,$$

$$A_1 = \sqrt{D_{kp} \cdot t} - \frac{\sqrt{D_{kp} \cdot t}}{3} = \sqrt{D_{kp} \cdot t} \cdot \left(1 - \frac{1}{3}\right),$$

$$t_1 = \sqrt{R_{kp}^2 - \left[\sqrt{D_{kp} \cdot t} \cdot \left(1 - \frac{1}{3}\right)\right]^2} - (R_{kp} - t),$$

$$\begin{aligned}
t_2 &= \sqrt{R_{kp}^2 - \left[ \sqrt{D_{kp} \cdot t} \cdot \left(1 - \frac{2}{3}\right) \right]^2} - (R_{kp} - t) - t_1, \\
t_3 &= \sqrt{R_{kp}^2 - \left[ \sqrt{D_{kp} \cdot t} \cdot \left(1 - \frac{3}{3}\right) \right]^2} - (R_{kp} - t) - (t_1 + t_2), \\
t_k &= \sqrt{R_{kp}^2 - \left[ \sqrt{D_{kp} \cdot t} \cdot \left(1 - \frac{k}{n}\right) \right]^2} - (R_{kp} - t) - \sum_{i=1}^{k-1} t_i. \\
t'_1 &= t_1 \cos \alpha_1; \quad t'_2 = t_2 \cos \alpha_2; \dots; \quad t'_k = t_k \cos \alpha_k. \\
\cos \alpha_k &= \frac{\sqrt{R_{kp}^2 - \left[ \sqrt{D_{kp} \cdot t} \cdot \left(1 - \frac{k}{n}\right) \right]^2}}{R_{kp}}, \\
t'_k &= \left[ \sqrt{R_{kp}^2 - \left[ \sqrt{D_{kp} \cdot t} \cdot \left(1 - \frac{k}{n}\right) \right]^2} - (R_{kp} - t) - \sum_{i=1}^{k-1} t_i \right] \times \\
&\quad \times \frac{\sqrt{R_{kp}^2 - \left[ \sqrt{D_{kp} \cdot t} \cdot \left(1 - \frac{k}{n}\right) \right]^2}}{R_{kp}}. \tag{5.68}
\end{aligned}$$

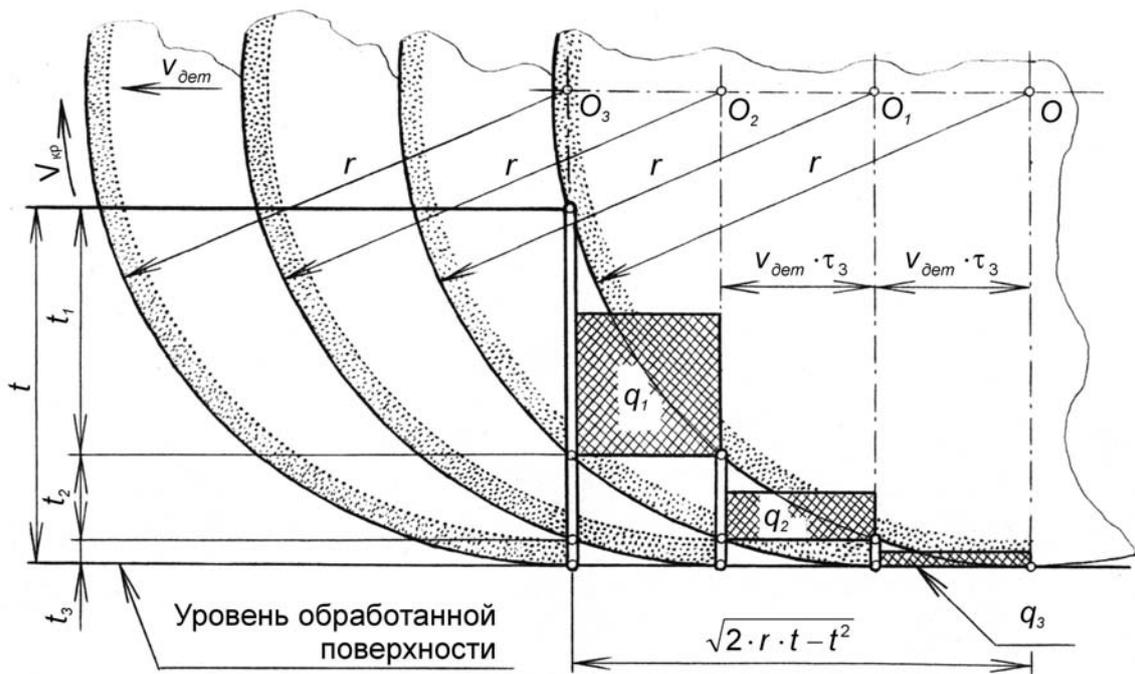


Рис. 5.46. Расчетная схема для определения толщин срезов в вертикальной плоскости

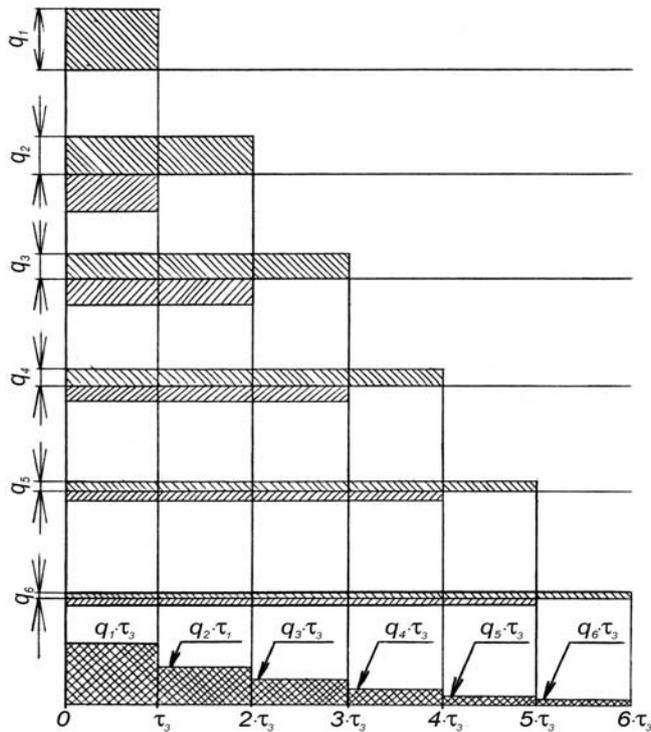


Рис. 5.47. Схема формирования тепловых импульсов.

На рис. 5.46 показано, как образуются срезы на неподвижной термопаре при перемещении над ней зоны контакта сплошного круга. Зона контакта шлифовального круга с обрабатываемой заготовкой разбита на несколько участков, протяженность каждого из которых равна произведению скорости заготовки  $V_{заг}$  на время работы одного сектора сплошного круга  $\tau_3 = \frac{L_3}{V_{кр}}$ .

$$\tau_3 = \frac{L_3}{V_{кр}}$$

Из рис. 5.46 видно, что по мере перемещения центра шлифовального круга на термопаре образуются срезы, толщины которых по мере врезания круга уменьшаются ( $t_1 > t_2 > t_3 > \dots > t_n$ ).

Было сделано допущение, что плотности тепловых контактов  $q_1, q_2, q_3$  пропорциональны толщинам срезаемых слоев  $t_1, t_2, t_3$ .

На схеме тепловые импульсы изображены в виде заштрихованных прямоугольников. Время действия единичного теплового импульса  $\tau_3$  на торец адиабатического стержня равно времени работы одного режущего сектора сплошного круга.

На рис. 5.47 показана схема формирования тепловых импульсов, возникающих от перерезания термопары. Каждый тепловой импульс образуется от действия положительного и отрицательного импульсов, имеющих одинаковые плотности тепловых потоков, но различную продолжительность их действия.

Результирующую температу-

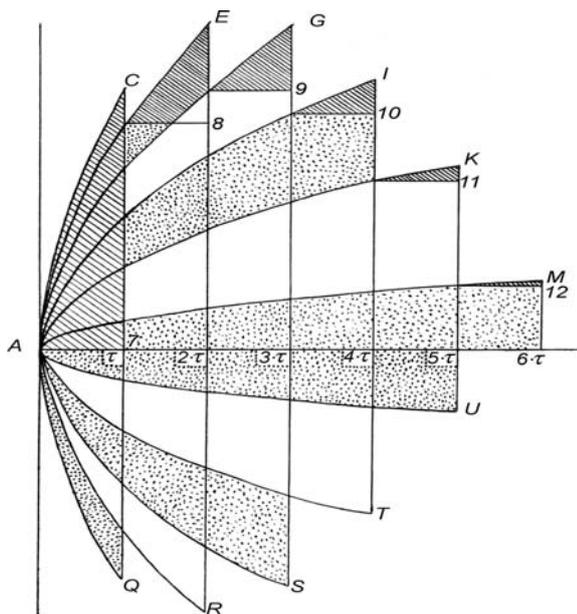


Рис. 5.48. Схема формирования приростов температур при сплошном шлифовании.

ру можно рассчитать, если просуммировать приросты температур, образующихся на срезах термопары от действия тепловых импульсов  $q_1\tau_3$ ,  $q_2\tau_3$ ,  $q_3\tau_3$  и т. д.

На рис. 5.48 показана схема формирования приростов температур при сплошном шлифовании, каждый из которых, за исключением первого, образуется в результате действия двух искусственных смоделированных тепловых импульсов (положительного и отрицательного).

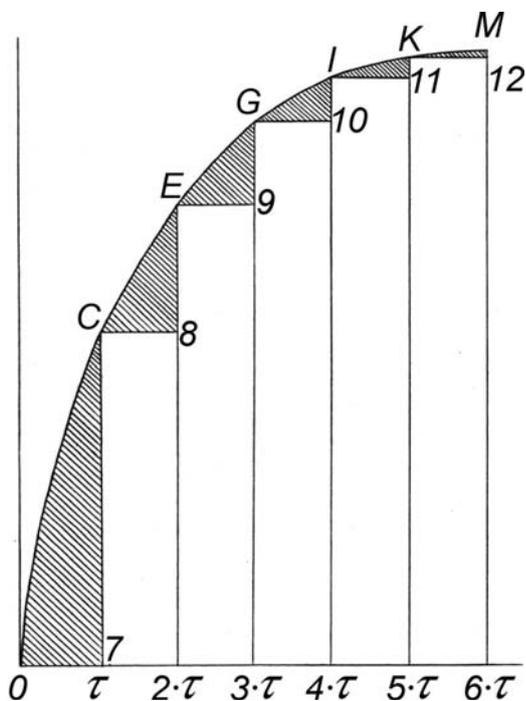


Рис. 5.49. Схема формирования результирующей температуры при сплошном шлифовании.

делированных тепловых импульсов (положительного и отрицательного).

Каждая пара тепловых импульсов, образующих температурный прирост, имеет одну и ту же особенность: продолжительность действия отрицательного импульса меньше времени действия положительного. Разность между этими временами равна времени работы одного режущего участка сплошного круга.

Величины температурных приростов зависят от конфигурации кривых  $AE$ ,  $AG$ ,  $AI$ ,  $AK$ ,  $AM$ , описывающих характер изменения температуры при сплошном шлифовании. Конфигурация этих кривых зависит от плотности тепловых потоков  $q_i$ , а последние прямо пропорциональны толщинам срезов  $t_i$ , осуществляемых отдельными секторами шлифовального круга.

На рис. 5.49 приведена схема формирования результирующей температуры при сплошном шлифовании. Из этой схемы видно, что результирующая температура формируется из температурных приростов при перерезании термопары различными секторами сплошного круга. Кривая, изображенная на рис. 5.49, является геометрической моделью осциллограммы, приведенной на рис. 5.42. Уменьшение приростов термоэлектрических сигналов на осциллограмме (рис. 5.42)  $\Delta\theta'_{снл1}$ ,  $\Delta\theta'_{снл2}$ ,  $\Delta\theta'_{снл3}$ ,  $\Delta\theta'_{снл4}$ ,  $\Delta\theta'_{снл5}$ ,  $\Delta\theta'_{снл6}$  имеет ту же тенденцию, что и уменьшение температурных приростов  $[C7]$ ,  $[E8]$ ,  $[G9]$ ,  $[I10]$ ,  $[K11]$ ,  $[M12]$  (рис. 5.49). Прирост температуры  $[7C]$  от первого теплового импульса, расположенного на расстоянии  $t - t_1$  от обработанной поверхности, рассчитывается по формуле

$$\Delta\theta'_{cнл1} = \frac{2}{\sqrt{c \cdot \rho \cdot \lambda}} \cdot q_1 \cdot \sqrt{\frac{L_3}{V_{kp}}} \cdot ierfc \left( \frac{t - t_1}{2 \cdot \sqrt{a} \cdot \sqrt{\frac{L_3}{V_{kp}}}} \right). \quad (5.69)$$

Прирост температуры [8 E] (рис. 5.49) от второго теплового импульса, расположенного на расстоянии  $t - (t_1 + t_2)$  от обработанной поверхности, образуется в результате действия положительной и отрицательной температур, описываемых соответственно кривыми [AE] и [AQ] (рис. 5.48)

$$\begin{aligned} \Delta\theta'_{cнл2} = & \frac{2}{\sqrt{c \cdot \rho \cdot \lambda}} \cdot q_2 \cdot \sqrt{2 \cdot \frac{L_3}{V_{kp}}} \cdot ierfc \left( \frac{t - (t_1 + t_2)}{2 \cdot \sqrt{a} \cdot \sqrt{2 \cdot \frac{L_3}{V_{kp}}}} \right) - \\ & - \frac{2}{\sqrt{c \cdot \rho \cdot \lambda}} \cdot q_2 \cdot \sqrt{\frac{L_3}{V_{kp}}} \cdot ierfc \left( \frac{t - (t_1 + t_2)}{2 \cdot \sqrt{a} \cdot \sqrt{\frac{L_3}{V_{kp}}}} \right). \end{aligned} \quad (5.70)$$

Прирост температуры [12M] (рис. 5.48) шестого последнего теплового импульса, приложенного непосредственно к обработанной поверхности, образуется в результате действия положительной и отрицательной температур, описываемых соответственно кривыми AM и AU. В этом случае расстояние от теплового импульса до обрабатываемой поверхности равно нулю:  $t - (t_1 + t_2 + \dots + t_6) = 0$ .

$$\begin{aligned} \Delta\theta'_{cнл6} = & \frac{2}{\sqrt{c \cdot \rho \cdot \lambda}} \cdot q_6 \cdot \sqrt{6 \cdot \frac{L_3}{V_{kp}}} \cdot ierfc \left( \frac{t - (t_1 + t_2 + \dots + t_6)}{2 \cdot \sqrt{a} \cdot \sqrt{6 \cdot \frac{L_3}{V_{kp}}}} \right) - \\ & - \frac{2}{\sqrt{c \cdot \rho \cdot \lambda}} \cdot q_6 \cdot \sqrt{5 \cdot \frac{L_3}{V_{kp}}} \cdot ierfc \left( \frac{t - (t_1 + t_2 + \dots + t_6)}{2 \cdot \sqrt{a} \cdot \sqrt{5 \cdot \frac{L_3}{V_{kp}}}} \right). \end{aligned} \quad (5.71)$$

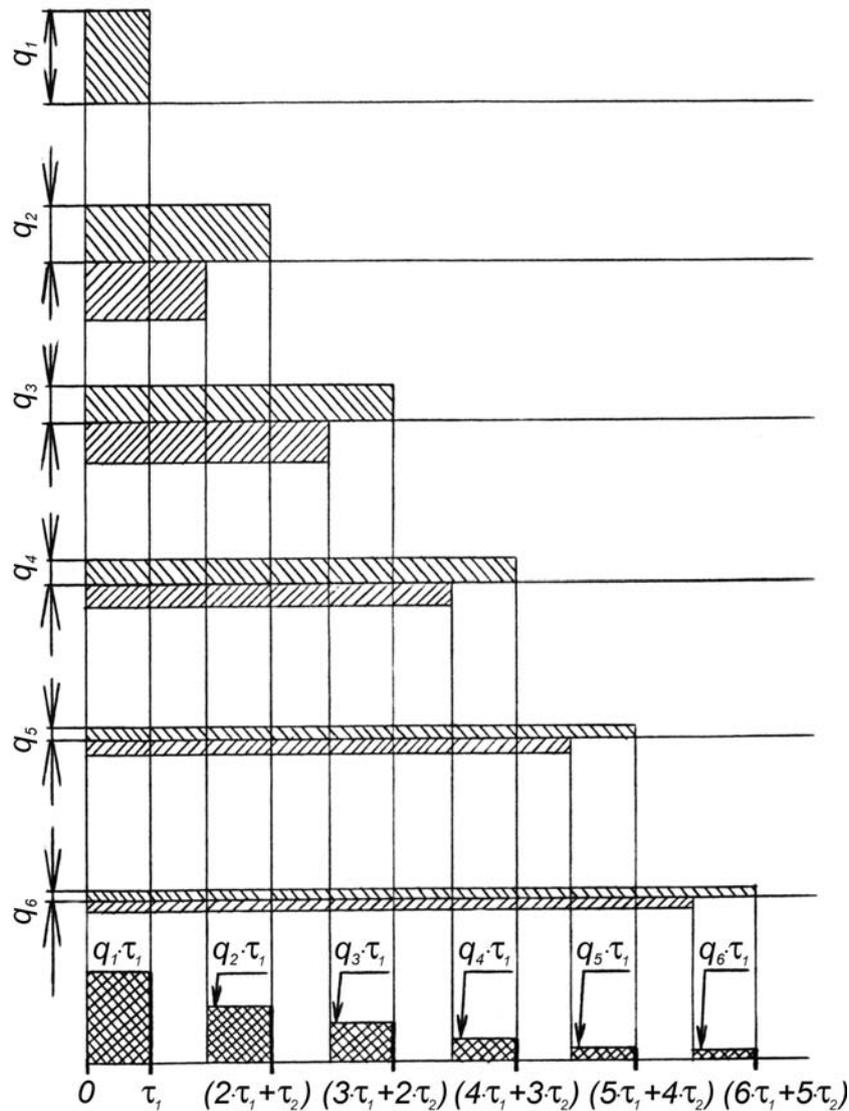


Рис. 5.50. Схема формирования тепловых импульсов при прерывистом шлифовании.

Так как  $t - (t_1 + t_2 + \dots + t_6) = 0$ , то

$$\operatorname{ierfc} \left( \frac{t - (t_1 + t_2 + \dots + t_6)}{2 \cdot \sqrt{a} \cdot \sqrt{5 \cdot \frac{L_3}{V_{kp}}}} \right) = 0,5642. \quad (5.72)$$

На рис. 5.50 показана схема формирования тепловых импульсов, возникающих при перерезании термопары шестью выступами прерывистого круга. В формировании каждого теплового импульса задействованы два импульса: положительный и отрицательный. Оба импульса начинают действовать в одно и то же время, но продолжительность их действия различна. Положительный импульс действует

более продолжительное время. Разность между временами действия положительного и отрицательного импульсов равна времени перерезания термопары единичным выступом прерывистого круга.

На рис. 5.51 показана кривая изменения температур, возникающих от действия положительных (кривые  $AB, AD, AF, AH, AJ, AL$ ) и отрицательных (кривые  $AQ, AR, AS, AT, AU$ ) тепловых импульсов. Приросты температур  $[D2], [F3], [H4], [J5], [L6]$ , представляют собой разность положительных и отрицательных температур.

На рис. 5.52 приведена схема формирования результирующей температуры при прерывистом шлифовании. Прирост температуры  $[B1]$  от первого теплового импульса рассчитывается по формуле

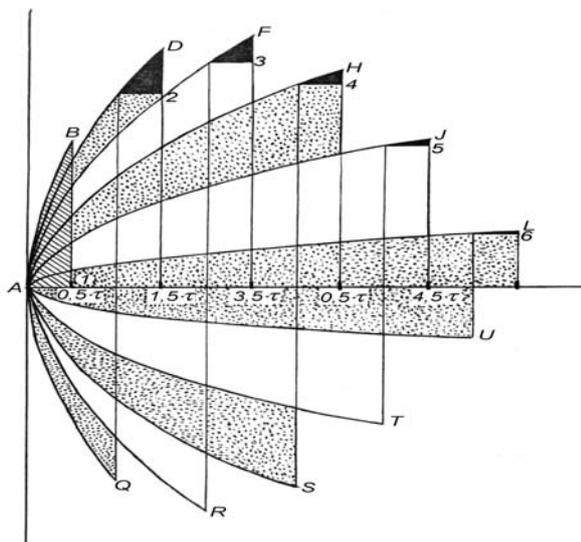


Рис. 5.51. Схема формирования приростов температур при прерывистом шлифовании.

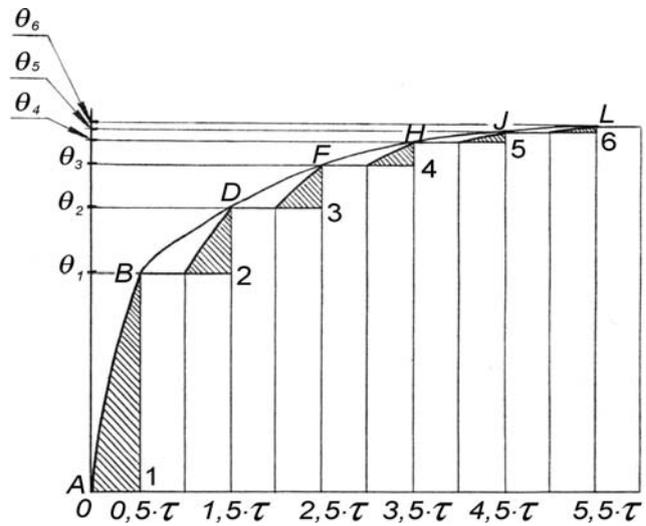


Рис. 5.52. Схема формирования результирующей температуры при прерывистом шлифовании.

$$\Delta\theta_1 = \frac{2}{\sqrt{c \cdot \rho \cdot \lambda}} \cdot q_1 \cdot \sqrt{\frac{L_1}{V_{kp}}} \cdot \text{ierfc} \left( \frac{t - t_1}{2 \cdot \sqrt{a} \cdot \sqrt{\frac{L_1}{V_{kp}}}} \right). \quad (5.73)$$

Прирост температуры  $[D2]$  от второго режущего выступа рассчитывается по формуле

$$\Delta\theta_2 = \frac{2}{\sqrt{c \cdot \rho \cdot \lambda}} \cdot q_2 \cdot \sqrt{2 \cdot \frac{L_1}{V_{kp}} + \frac{L_2}{V_{kp}}} \cdot \text{ierfc} \left( \frac{t - (t_1 - t_2)}{2 \cdot \sqrt{a} \cdot \sqrt{\frac{L_1}{V_{kp}} + \frac{L_2}{V_{kp}}}} \right) -$$

$$-\frac{2}{\sqrt{c \cdot \rho \cdot \lambda}} \cdot q_2 \cdot \sqrt{\frac{L_1 + L_2}{V_{kp}}} \cdot ierfc \left( \frac{t - (t_1 - t_2)}{2 \cdot \sqrt{a} \cdot \sqrt{\frac{L_1 + L_2}{V_{kp}}}} \right). \quad (5.74)$$

Обобщенная формула для расчета температуры при прерывистом шлифовании имеет вид

$$\begin{aligned} \theta &= \Delta\theta_1 + \Delta\theta_2 + \dots + \Delta\theta_n = \\ &= \frac{2 \cdot \psi}{\sqrt{c \cdot \rho \cdot \lambda}} \cdot \sum_{i=1}^n q_i \left[ \sqrt{i \cdot \frac{L_1}{V_{kp}} + (i-1) \cdot \frac{L_2}{V_{kp}}} \cdot ierfc \left( \frac{t - \sum_{i=1}^n t_i}{2 \cdot \sqrt{a} \cdot \sqrt{i \cdot \frac{L_1}{V_{kp}} + (i-1) \cdot \frac{L_2}{V_{kp}}}} \right) - \right. \\ &\quad \left. - \sqrt{(i-1) \cdot \frac{L_1 + L_2}{V_{kp}}} \cdot ierfc \left( \frac{t - \sum_{i=1}^n t_i}{2 \cdot \sqrt{a} \cdot \sqrt{(i-1) \cdot \frac{L_1 + L_2}{V_{kp}}}} \right) \right]. \quad (5.75) \end{aligned}$$

В табл. 5.11 приведены расчетные данные, по которым можно проследить динамику нарастания температуры на глубине снимаемого припуска  $t$  по мере его удаления различными режущими секторами сплошного круга ( $L_3=0,052$  м) и различными режущими выступами прерывистого круга ( $L_1=L_2=0,026$  м).

Расчеты произведены для следующих исходных данных:

$\psi=0,785$ ;  $r=0,1$  м;  $V_{kp}=30$  м/с;  $V_{dem}=0,1833$  м/с;  $t=0,000016$  м;  $\lambda=16,7$  Вт/(м<sup>2</sup>·°С);  $\rho=7,8$  кг/м<sup>3</sup>;  $C=713675$  Дж/(кг·с);  $q=47 \cdot 10^6$  Вт/м<sup>2</sup>.

Толщины слоев, удаляемых отдельными режущими выступами прерывистого круга рассчитывались по формуле (5.68).

Расчетные данные, полученные по формулам (5.71), (5.75) сопоставлялись с расчетными данными двухмерной задачи (уравнение Сипайлова В.А.).

Результаты вычислительного эксперимента проводились для следующих условий шлифования:

$\psi=0,785$ ;  $\lambda=16,7$  Вт/(м<sup>2</sup>·°С);  $\rho=7,8$  кг/м<sup>3</sup>;  $C=713675$  Дж/(кг·с);  $r=0,1$  м;  $L_1=L_2=0,026$  м;  $L_3=0,052$  м.

Таблица 5.11

Толщина среза $t_i$ мм	$q_i$ , Вт/м <sup>2</sup>	$\tau$ , с	$\theta C$ прер.	$\theta C$ спл.
0,005997	96887045	$\frac{L_1}{V_{kp}} = 0,00087$  $\frac{L_1}{V_{kp}} + \frac{L_2}{V_{kp}} = 0,00174$	186	282
0,004504	79384983	$2 \frac{L_1}{V_{kp}} + \frac{L_2}{V_{kp}} = 0,00262$  $2 \frac{L_1}{V_{kp}} + 2 \frac{L_2}{V_{kp}} = 0,00349$	247	394
0,003504	61759541	$3 \frac{L_1}{V_{kp}} + 2 \frac{L_2}{V_{kp}} = 0,00436$  $3 \frac{L_1}{V_{kp}} + 3 \frac{L_2}{V_{kp}} = 0,00523$	282	461
0,001495	43975470	$4 \frac{L_1}{V_{kp}} + 3 \frac{L_2}{V_{kp}} = 0,00610$  $4 \frac{L_1}{V_{kp}} + 4 \frac{L_2}{V_{kp}} = 0,00698$	303	501
0,001505	26526287	$5 \frac{L_1}{V_{kp}} + 4 \frac{L_2}{V_{kp}} = 0,00785$  $5 \frac{L_1}{V_{kp}} + 5 \frac{L_2}{V_{kp}} = 0,00872$	314	522
0,000495	8724591,2	$6 \frac{L_1}{V_{kp}} + 5 \frac{L_2}{V_{kp}} = 0,00959$  $6 \frac{L_1}{V_{kp}} + 6 \frac{L_2}{V_{kp}} = 0,01047$	317	528

На режимах:  $q=40 \cdot 10^6 \text{ ВТ/м}^2$ .

1.  $V_{kp}=30 \text{ м/с}$ ;  $V_{dem}=0,2 \text{ м/с}$ ;  $t=0,00001 \text{ м}$ ;
2.  $V_{kp}=30 \text{ м/с}$ ;  $V_{dem}=0,15 \text{ м/с}$ ;  $t=0,000017 \text{ м}$ ;
3.  $V_{kp}=30 \text{ м/с}$ ;  $V_{dem}=0,1 \text{ м/с}$ ;  $t=0,00004 \text{ м}$ .

Температуры, рассчитанные по формуле (5.71) и по формуле Сипайлова В.А. [147], соответственно равны:

- для первого режима –  $377,5^\circ\text{C}$ ;  $400^\circ\text{C}$ ;
- для второго режима –  $492^\circ\text{C}$ ;  $490^\circ\text{C}$ ;
- для третьего режима –  $702^\circ\text{C}$ ;  $685^\circ\text{C}$ .

Сопоставление полученных расчетных данных подтверждает высокую точность полученных уравнений (5.71) и (5.75).

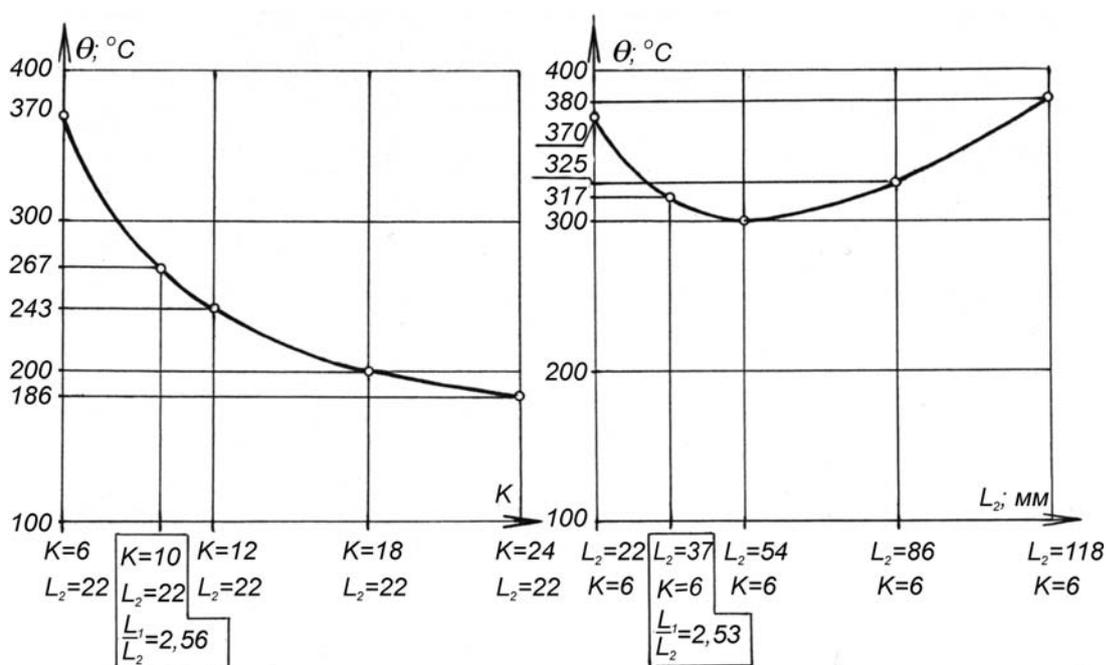


Рис. 5.53. Зависимость температуры шлифования от числа режущих выступов – (а) и от длины впадины  $L_2$  – (б).

На рис. 5.53 показаны две экспериментальные зависимости:

1. Зависимость температуры шлифования  $\theta$  от числа впадин « $k$ » на прерывистом круге при постоянной их протяженности  $L_2=22 \text{ мм}$ .
2. Зависимость температуры шлифования  $\theta$  от протяженности впадин ( $L_2$ ) при их неизменном количестве ( $k=6$ ).

Опыты проводились на образцах из стали X12M (HRC 59–60). Шлифование проводилось на режиме  $V_{kp}=35 \text{ м/с}$ ;  $V_{dem}=10 \text{ м/мин}$ ;  $t=0,03 \text{ м}$ , без СОЖ кругами ПП 250×25×75 24A40СМ26К5. Из анализа приведенных данных следует, что с увеличением количества ре-

жущих выступов при постоянном соотношении  $L_1/L_2 = 2,56$  температура в зоне резания уменьшается.

При увеличении длины впадин на прерывистом круге характер изменения температуры имеет экстремум. Объясняется это тем, что увеличение длины впадины  $L_2$  с одной стороны увеличивает время для охлаждения поверхности, что способствует снижению температуры.

С другой стороны, увеличение длины впадины увеличивает набегающий припуск, что вызывает увеличение силы резания и интенсивности теплового потока и, как следствие, увеличение температуры.

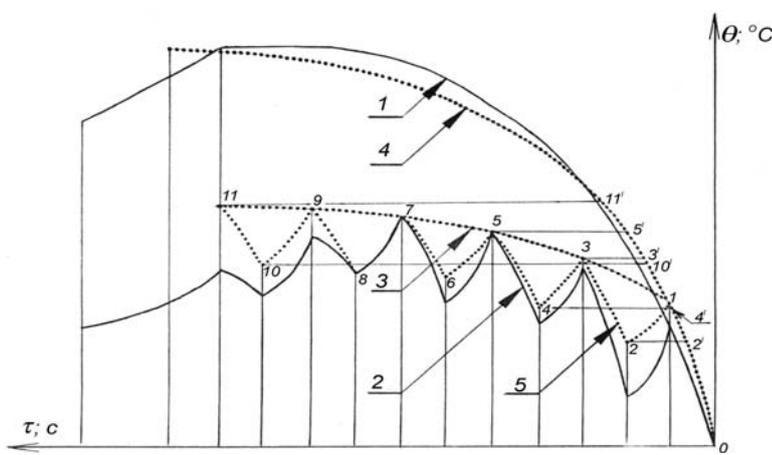


Рис. 5.54. Схема наложения расчетных и экспериментальных значений температур.

значениям температур, рассчитанных по формуле (5.75), почти совпадают с вершинами осциллограммы 2. Это подтверждает хорошую сходимость расчетных и экспериментальных данных.

На этом же рисунке изображена кривая 5. Построение этой кривой основывалось на предположении, что температурные приросты  $[2,3], [4,5] \dots [10,11]$ , совершаемые за время работы режущих выступов, подчиняются законам, описываемым участками  $[2',3'], [4',5'] \dots [10',11']$  кривой 4, рассчитанной для сплошного шлифования.

Кривая 5 строилась следующим образом: из точек 3, 5, 7, 9, 11, соответствующих расчетным значениям температур, проводились криволинейные отрезки  $[11,10], [9,8], [7,6], [5,4], [3,2]$  параллельно участкам  $[11',10'], [9',8'], [7',6'], [5',4'], [3',2']$  кривой 4, а затем точки 10, 8, 6, 4, 2 соединялись плавными линиями с точками 9, 7, 5, 3, 1 соответственно.

туры.

На рис. 5.54 изображены экспериментальные кривые (осциллограммы 1 и 2) и кривые 4 и 3, рассчитанные по формулам (5.71) и (5.75). Расчеты выполнялись для тех же условий, при которых проводились эксперименты. Узловые точки кривой 3 и точки 1, 3, 5, 7, 9, соответствующие

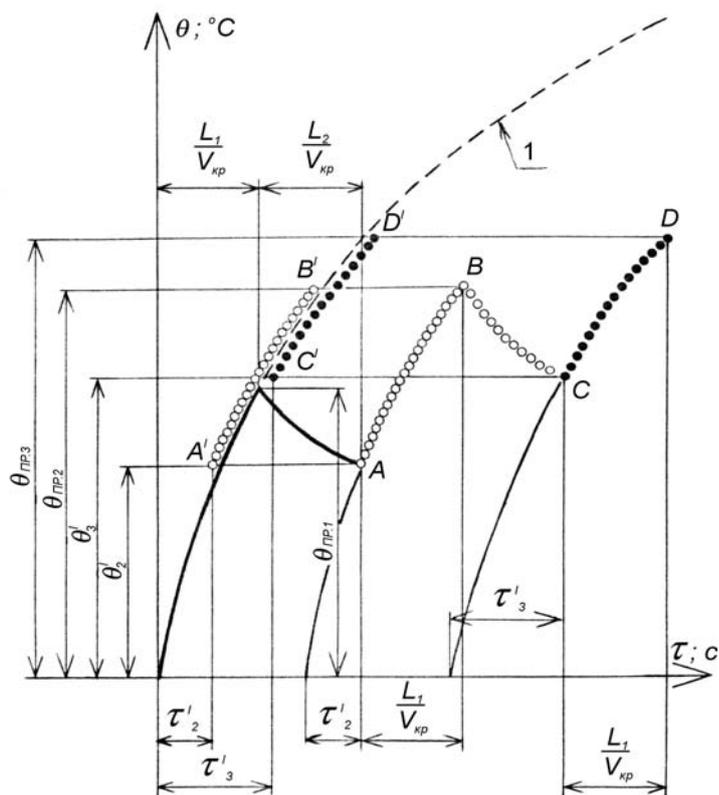


Рис. 5.55. Расчетная схема для вывода уравнения, учитывающего охлаждение при шлифовании.

Характер возрастания температуры за время работы режущих выступов, можно построить, используя плоскопараллельное перемещение вдоль оси  $\tau$  участков  $[2',3']$ ,  $[4',5']$ ... $[10',11']$  кривой для сплошного шлифования. Другими словами, при формировании пилообразной кривой, описывающей изменение температуры при прерывистом шлифовании, ее участки, соответствующие временам работы режущих выступов, можно позаимствовать у кривой для сплошного шлифования. На рис. 5.55 показана расчетная схема для вывода уравнения, учитывающего при шлифовании охлаждение. На этой схеме кривая 1 описывается выражением

$$\theta = \frac{2 \cdot q \cdot \psi}{\sqrt{c \cdot \rho \cdot \lambda}} \cdot \sqrt{\tau} \cdot 0,5642. \quad (5.76)$$

Выражение (5.76) описывает изменение температуры на торце адиабатического стержня во времени, к которому приложен тепловой источник с постоянной интенсивностью теплового потока  $q$ .

Если предположить, что изменение температуры на обработанной поверхности при шлифовании сплошным кругом описывается

Правомочность допущения, положенного в основу формирования кривой 5, подтверждается тем, что эта кривая почти совпадает с осциллограммой. Но это допущение справедливо только для шлифования, осуществляемого без принудительного охлаждения (с охлаждением на воздухе). В работе Сипайлова В.А. [147] высказано допущение, что если известны точки, соответствующие уровням понижения температуры за

время прохождения впадин (точки 2, 4, 6, 8, 10) то криволинейные отрезки  $[2,3]$  ... $[10,11]$ , описываю-

уравнением (5.76), то температуру шлифования, образующуюся от первого режущего выступа прерывистого круга, можно рассчитать по формуле

$$\theta_{np1} = \frac{2 \cdot q \cdot \psi}{\sqrt{c \cdot \rho \cdot \lambda}} \cdot \sqrt{\frac{L_1}{V_{kp}}} \cdot 0,5642. \quad (5.77)$$

За время прохождения впадины прерывистого круга происходит понижение температуры в зоне резания за счет охлаждения.

Температуру  $\theta'_2$  (рис. 5.55), образующуюся в зоне резания, после прохождения над ней впадины круга, можно рассчитать, если умножить температуру  $\theta_{np1}$ , возникающую от работы первого режущего выступа, на параметр  $A$  [130]

$$A = \left( \frac{1}{1 + \frac{\alpha \cdot \sqrt{a} \cdot \sqrt{\frac{L_2}{V_{kp}}}}{\lambda \cdot \sqrt{\pi}}} \right),$$

$$\theta'_2 = \theta_{np1} \cdot A. \quad (5.78)$$

В параметр  $A$  входит коэффициент  $\alpha$  – коэффициент теплообмена между окружающей средой и обрабатываемой поверхностью (кВт/(м<sup>2</sup>·°C)).

Из расчетной схемы (рис. 5.55) видно, что температуру  $\theta_{np2}$ , образующуюся в зоне резания после работы двух режущих выступов, можно рассчитать, подставив в уравнение (5.76) время  $\tau = \tau'_2 + \frac{L_1}{V_{kp}}$

$$\theta_{np2} = \frac{2 \cdot q \cdot \psi}{\sqrt{c \cdot \rho \cdot \lambda}} \cdot \sqrt{\frac{L_1}{V_{kp}} + \tau'_2} \cdot 0,5642, \quad (5.79)$$

где

$$\tau'_2 = (\theta'_2)^2 \cdot \frac{c \cdot \rho \cdot \lambda}{4 \cdot q^2 \cdot 0,32}. \quad (5.80)$$

Если подставить (5.78) в выражение (5.80), а полученное выражение подставить в формулу (5.79), то получим

$$\theta_{np2} = \frac{2 \cdot q \cdot \psi}{\sqrt{c \cdot \rho \cdot \lambda}} \cdot \sqrt{\frac{L_1}{V_{kp}} \cdot [1 + A^2]} \cdot 0,5642. \quad (5.81)$$

Обобщенная формула, позволяющая рассчитывать температуру на обработанной поверхности при прерывистом шлифовании с охлаждением имеет вид

$$\theta_{npi} = \frac{2 \cdot q \cdot \psi}{\sqrt{c \cdot \rho \cdot \lambda}} \cdot \sqrt{\sum_{i=1}^n \frac{L_1}{V_{kp}} \cdot A^{i+(i-2)}} \cdot 0,5642 \quad (5.82)$$

Применение охлаждения приобретает особую актуальность при глубинном шлифовании.

Этот процесс осуществляется с очень малыми скоростями перемещения теплового источника и с малыми толщинами срезов  $H_{max}$ . С уменьшением скорости перемещения теплового источника увеличивается время воздействия теплового источника и, как следствие, температура в зоне контакта. С уменьшением толщины среза уменьшается отношение  $a_z/\rho$ , в результате увеличивается доля энергии, затрачиваемой на трение.

Для уменьшения теплонапряженности процесса глубинного шлифования при сохранении постоянной производительности стремятся по мере возможности увеличивать скорость перемещения теплового источника, уменьшая при этом глубину шлифования. Следовательно, для оценки эффективности глубинного прерывистого шлифования необходимо оптимизировать режимы.

### **Выводы**

Проведенный анализ тепловых явлений при шлифовании позволяет наметить конкретные пути по стабилизации температуры в зоне контакта круга с изделием во времени.

1. При однопроходном шлифовании охлаждение не существенно понижает температуру в зоне контакта. Охлаждение существенно изменяет температуру поверхности после прохождения источника и увеличивает в 2–3 раза скорость охлаждения, оказывая тем самым существенное влияние на протекание термического цикла.

2. При многопроходном шлифовании с обильным охлаждением теплообмен оказывает очень сильное влияние на протекание процесса. Теплообмен свободной поверхности приводит к тому, что каждый рабочий ход начинается при одинаковых начальных условиях. Накопление тепла в детали в этом случае не происходит.

3. Ограниченность источников тепла оказывает большое влияние на температурное поле при шлифовании. Установленные функциональные связи режимов и формы деталей с теплонапряженностью

процесса позволяют разработать рекомендации по стабилизации тепловых процессов при шлифовании зубчатых колес, тонкостенных пластин, деталей клиновидной формы, а также изучить особенности температурных полей при наличии границ, препятствующих свободному распространению тепла.

Установлено, что в точках, расположенных в непосредственной близости от конца детали, температура существенно отличается от температуры в точках удаленных от торца.

Установлено, что с увеличением ширины теплового источника усиливается влияние ограниченного теплопроводящего пространства. При шлифовании клиновидных деталей наблюдается деформация температурного поля в области, прилегающей к ребру клина.

4. Многопроходное шлифование без СОЖ, например, при шлифовании зубчатых колес на станке МААГ, сопровождается наложением температурных полей от каждого прохода и накоплением тепла в поверхностном слое детали. Многократность проходов надо учитывать при назначении режимов.

5. Время теплового насыщения зависит от скорости движения источника и его ширины. Установлено, что для рассмотренных схем время теплового насыщения равно  $10^2 \div 10^3$  сек.

6. Установленные функциональные связи позволили разработать алгоритм управления процессом шлифования и стабилизацию параметров процесса шлифования во времени. В частности, на основании анализа нестационарных температурных полей разработана теория прерывистого шлифования.

7. Установлена функциональная связь температуры шлифования с функционалом  $m(\eta)$ , учитывающим особенность формы деталей.

8. Установлено, что в интервале изменения критерия Пекле  $3 \leq H \leq 15$  температура может быть описана при наложении двух смежных по времени одномерных решений при граничных условиях второго рода.

9. Установлено, что при шлифовании существует сложная функциональная связь температуры с глубиной шлифования. С увеличением глубины возрастает протяженность зоны контакта  $2h = \sqrt{D_{kp} \cdot t}$  и соответственно площадь контакта. С увеличением  $2h$  увеличивается время воздействия теплового источника и соответственно увеличивается температура. С увеличением площади контакта уменьшает-

ся интенсивность теплового потока и соответственно уменьшается температура. Следовательно, для оптимизации процесса шлифования следует увеличивать глубину шлифования, а за период прохождения пятна контакта осуществить прерывание процесса резания. Прерывание процесса резания можно реализовать путем применения кругов с прерывистой рабочей поверхностью.

10. Установлено, что при прочих равных условиях, с наименьшей тепловой протяженностью сопровождается процесс шлифования двухабразивными кругами, состоящими из смеси зерен белого 24А – 50% и хромистого 33А – 50% электрокорундов. Затем в порядке возрастания теплонапряженности можно расположить круги хромистого электрокорунда (33А) и белого электрокорунда (24А).

11. Экспериментально установлено, что при шлифовании зубчатых колес на станке 5851 с нулевой настройкой, мощность, затрачиваемая на резание, имеет максимальное значение на головке, а минимальное – на ножке (рис. 5.9). Температура в зоне контакта, наоборот, имеет максимальную величину на ножке, а минимальную – на головке. Данное несоответствие связано со скоростью перемещения теплового источника и с временем его воздействия на обрабатываемую поверхность. На головке – максимальная мощность, но минимальное время воздействия теплового потока. На ножке мощность минимальна, но время воздействия теплового потока максимально (скорость обкатки близка к нулю). Следовательно, при проектировании конструкций зубчатых колес надо предусматривать выкружку с той целью, чтобы впадину не шлифовать.

12. Установлено, что интенсивность возрастания плотности теплового потока с увеличением глубины уменьшается. Объясняется это тем, что с увеличением глубины увеличивается сила резания  $F_z$  и од-

новременно увеличивается площадь контакта  $q = \frac{F_z \cdot V_{kp}}{S}$ .

13. Установлена экспериментальная зависимость плотности теплового потока с режимами шлифования  $q = C \cdot t \cdot V \cdot 10^7$ . Для стали 12Х2Н4А при зубошлифовании на станке 5851 с нулевой настройкой кругов  $C = 2,46 \cdot 10^5$ ;  $t$ , м;  $V$ , м/с.

14. Установлено, что при встречном шлифовании максимальная температура возникает на передней кромке теплового источника в верхних слоях припуска, которые удаляются в процессе шлифования. При попутном шлифовании максимальная температура возникает на

задней кромке теплового источника, на вновь сформированной поверхности. В результате при попутном шлифовании температура на 20–30% больше, чем при встречном шлифовании. Поэтому встречному шлифованию надо дать предпочтение, так как процесс протекает с меньшими энергозатратами, меньшей тепловой напряженностью и обеспечивает более высокое качество.

15. Установлено, что при шлифовании зубчатых колес конусным кругом интенсивность теплового потока достигает максимального значения в зоне делительной окружности. Скорость перемещения теплового источника вдоль зуба изменяется по синусоидальному закону, достигая максимальной величины на середине зуба. При назначении режимов следует учитывать особенность шлифования участков, прилегающих к торцам зубчатого колеса, которые имеют наибольшую теплонапряженность.

16. Установлено, что теплофизические уравнения, учитывающие для большого многообразия геометрических форм ограниченность, имеют единую структурную форму, включающую решение для полубесконечного тела, умноженное на коэффициент формы.

17. Установлено, что абразивный круг поглощает незначительную часть тепла. Количество тепла, отводимое стружками, в зависимости от глубины съема металла и скорости продольной подачи, может достигать 20% от общего количества тепла, выделившегося в зоне резания.

18. Характеристики круга (зернистость, твердость) и марка обрабатываемого материала, независимо от схемы шлифования и режима, оказывают приблизительно одинаковое влияние на мощность, затрачиваемую на резание и могут быть учтены поправочными коэффициентами при расчете. Разработанная методика расчета температур при шлифовании тонкостенных деталей позволяет оценить влияние ограниченности на максимальную температуру. Решение задачи о температурном поле позволяет разграничивать детали на тонкие пластины и полубесконечные тела.

19. Проведенный анализ показал, что численные значения температур (на шлифуемой поверхности), полученные при решении одномерного и двухмерного дифференциальных уравнений теплопроводности отличаются в пределах 5–7%. Поэтому для управления теплонапряженностью в процессе шлифования с достаточной для практики точностью может быть использовано одномерное решение.

## ГЛАВА 6

### ТЕПЛОФИЗИКА ШЛИФОВАНИЯ ТОНКОСТЕННЫХ И КЛИНОВИДНЫХ ЗАГОТОВОК

#### 6.1. КЛАССИФИКАЦИЯ ЗАГОТОВОК ПО КРИТЕРИЮ ТЕПЛОНАПРЯЖЕННОСТИ ШЛИФОВАНИЯ

При создании математической модели теплового процесса, сопровождающего шлифование заготовки, обрабатываемые поверхности условно разделяют на отдельные участки простой формы [147,163]: прямоугольные и треугольные призмы, цилиндры и т.п. В связи с этим, реальные заготовки с точки зрения теплофизики обработки можно отнести к нескольким видам (рис. 6.1), наиболее распространенными из которых являются массивные заготовки, при шлифовании которых их размеры не вносят сколько-нибудь существенной погрешности в расчет. Напротив, если какой-либо размер, например толщина, оказывает влияние на распределение теплоты в заготовке, то такая заготовка с теплофизической точки зрения не может быть отнесена к массивным. Для того, чтобы отличить массивную заготовку от тонкостенной, введено понятие критической толщины заготовки [171]. Критическая толщина – это такая толщина заготовки, меньше которой наличие поверхности, противоположной обрабатываемой, существенным образом сказывается на уровне и форме температурного поля в заготовке: тепловой поток, проходя через внутренние слои заготовки, ещё не затухнув, встречает на своём пути преграду в виде раздела двух сред, порой сильно отличающихся по своим теплофизическим свойствам.

Например, при шлифовании перемычки (рис. 6.1, б) участок 3 заготовки размером  $D \times B$  будет тонкостенным (разумеется, при толщине перемычки  $E$ , меньшей критической). Аналогично при круглом наружном или внутреннем шлифовании втулки участка 3 шириной  $D$  также следует отнести к тонкостенным (рис. 6.1, в). Тепловые процессы вблизи границ шлифуемых поверхностей нужно рассматривать с учетом теплообмена на боковых поверхностях заготовки (рис. 6.1, а – в, участки 2). Если угол сопряжения шлифуемой и боковой поверхностей менее  $90^\circ$ , то такие участки называют клиновидными. Участки 1 заготовок, удаленные от границ зоны шлифования на расстояние не менее (3...5) мм, можно уверенно отнести к массивным заготовкам (при толщине заготовки, большей критической).

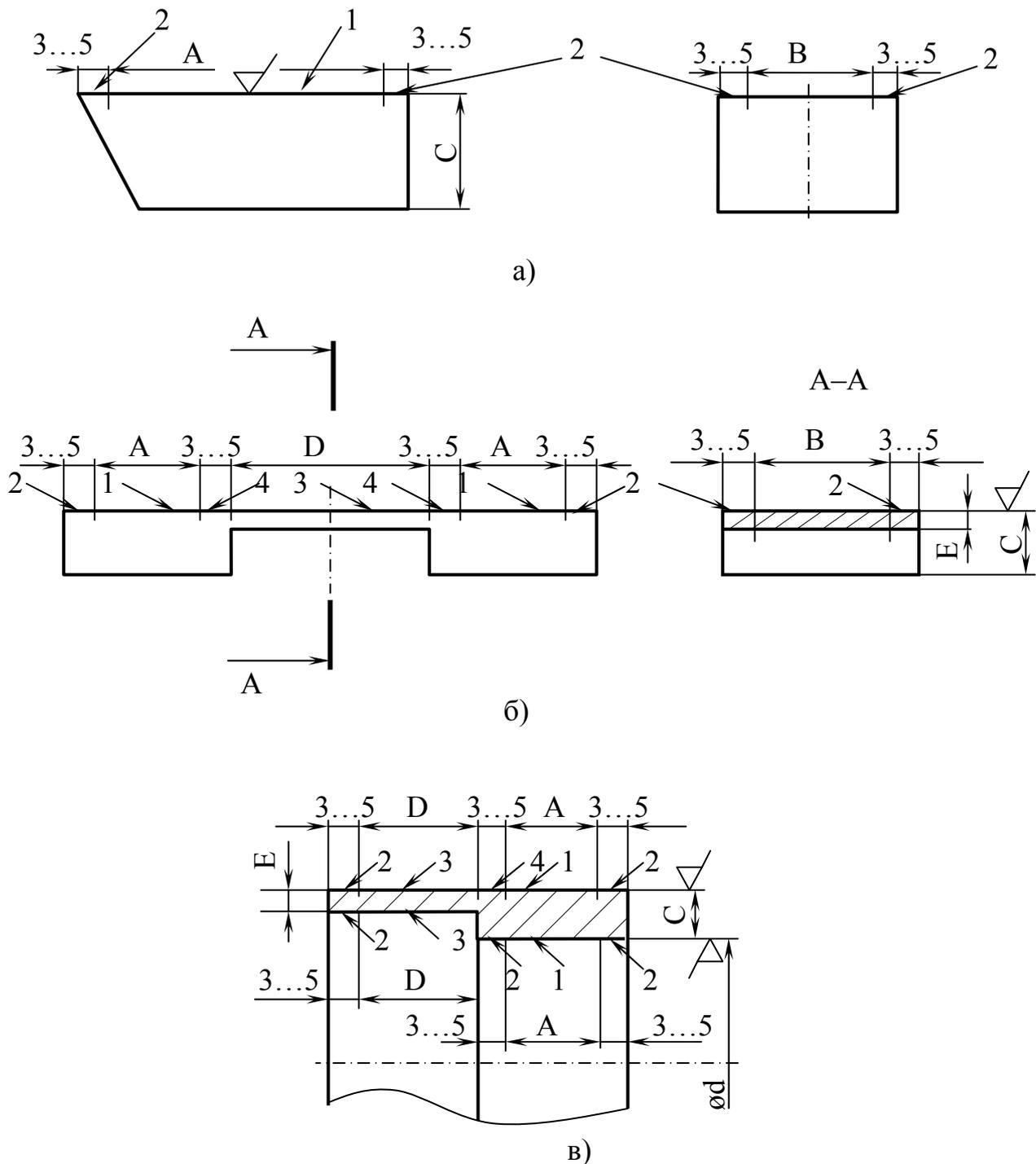


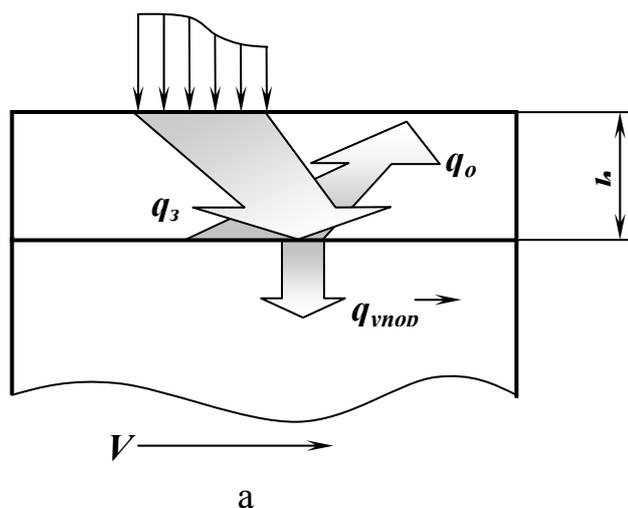
Рис. 6.1. Эскизы заготовок с клиновидным (а) и тонкостенным (в) участком и тонкой перемычкой (б): 1, 2, 3, 4 – соответственно массивный, клиновидный, тонкостенный, переходный участок заготовки.

Тепловые процессы при всех видах шлифования массивных заготовок рассматривались практически всеми исследователями, занимающимися теплофизикой шлифования. В связи с этим, эта область достаточно хорошо исследована. Следует лишь упомянуть, что при рассмотрении тепловых процессов при шлифовании массивных заготовок всегда оговаривают, что рассматриваемые процессы протекают

вдали от каких либо границ заготовки (кроме шлифуемой поверхности), т.е. влиянием этих границ на исследуемый тепловой процесс пренебрегают.

Заготовки дисковых отрезных и прорезных фрез и мембран, клиньев с малым углом и тому подобных изделий рассматривают при шлифовании как тонкостенные (ТЗ), если их толщина меньше критической  $h_k$ .

Чаще всего ТЗ шлифуют на оправке или упоре. Стык между заготовкой и упором или оправкой, обладающий определённой контактной термической проводимостью, является преградой, от которой отражается тепловой поток и направляется обратно в заготовку (рис. 6.2, а).



Если допустить, что обрабатываемая и противоположная ей поверхность не пропускают теплоту, то температуру в ТЗ можно найти как геометрическую сумму температур в массивной заготовке, отражённых от адиабатических поверхностей ТЗ (рис. 6.2, б).

При этом возрастают не только температуры в ТЗ, но и время их действия, что может неблагоприятно сказаться на каче-

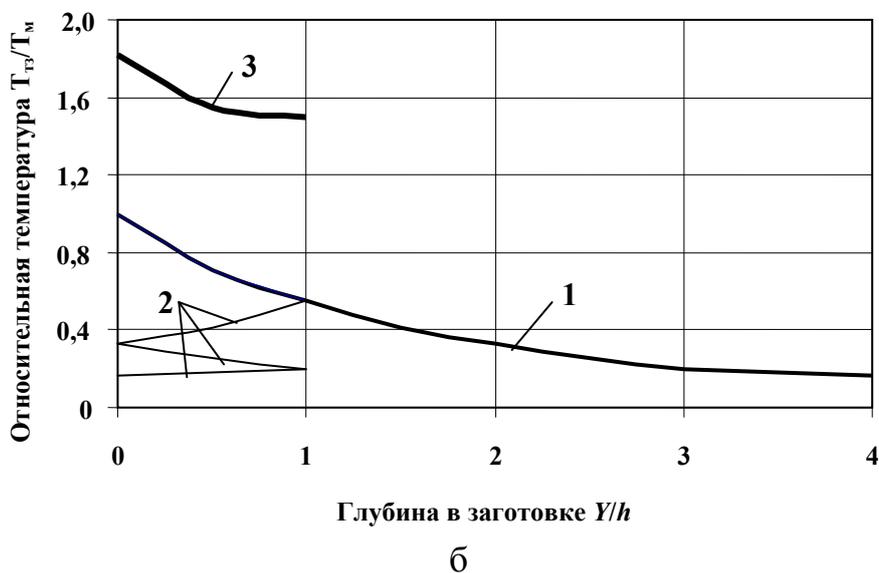


Рис. 6.6. Отражение тепловых потоков  $q$  от базовой адиабатической поверхности ТЗ (а) и схема построения аддитивных составляющих температур (б) в нормальном сечении ТЗ в конце источника:  $Y$  – координата по глубине в заготовке;  $h$  – толщина ТЗ; 1 – температура  $T_m$  в массивной заготовке; 2 – аддитивные составляющие температуры в ТЗ; 3 – температура  $T_{mz}$  в ТЗ.

стве деталей.

Рассмотрим технические требования и характеристики качества тонкостенных деталей на примере дисковых отрезных и прорезных фрез.

Отрезные фрезы различных типоразмеров (табл. 6.1) получили широкое распространение в заготовительном производстве. На универсально-фрезерных станках такими инструментами отрезают литники и прибыли, наборами дисковых отрезных фрез отрезают крышки коренных подшипников двигателя, отлитые в общий блок и подвергнутые ранее механической обработке, а также выполняют другие работы. Такие заготовки на начальных этапах технологического процесса отличаются неравномерным припуском, часто наличием литейной корки. Кроме того, условия работы отрезных фрез осложняются их трехсторонним защемлением в материале обрабатываемой заготовки.

Таблица 6.1.

Прорезные и отрезные фрезы (по ГОСТ 2679–93, фрагмент)

Размеры по чертежу, мм (рис. 6.3)				
D	B*	d	t	S
20	от 0,20 до 2,50	5	-	-
25	от 0,20 до 3,00	8	-	-
32	от 0,20 до 4,00	9	-	-
40	от 0,20 до 5,00	10	-	-
50	от 0,20 до 6,00	13	-	-
63	от 0,25 до 6,00	16	19	3
80	от 0,30 до 6,00	22	25	3

\* Ширину фрезы выбирают из ряда: 0,20; 0,25; 0,30; 0,40; 0,50; 0,60; 0,80; 1,00; 1,20; 1,60; 2,00; 2,50; 3,00; 4,00; 5,00; 6,00 мм.

К отрезным и прорезным фрезам предъявляют высокие требования по точности линейных и угловых размеров и формы поверхностей. Особые требования предъявляют к износостойкости фрез.

Среди требований к точности формы и расположения поверхностей (наружной цилиндрической) фрезы выделяются регламенты на полное радиальное и торцовое биения. Эти требования прямо связаны со стойкостью инструмента: чтобы повысить стойкость, необходимо обеспечить равномерную загрузку всех зубьев фрезы, а для этого необходимо регламентировать биения строгими допусками. Кроме того, ужесточение допуска на торцовое биение способствует уменьшению ширины реза и улучшению микрогеометрии поверхностей от-

резанных заготовок.

На износостойкость фрез, кроме вышеупомянутых факторов, существенное влияние оказывает шероховатость поверхности зубьев и качество поверхностного слоя материала. Согласно ГОСТ 2679–93, твердость фрез из быстрорежущей стали шириной до 1 мм должна быть не менее HRC 60...64 (на расстоянии не более 5 мм от режущих кромок). На рабочей поверхности фрезы не должно быть обезуглероженного слоя и мест с пониженной твердостью. Шероховатость поверхностей фрез должна быть не более  $R_a = (0,8 - 1,6)$  мкм. Радиальное биение режущих кромок зубьев относительно оси отверстия, а также торцовое биение, не должны превышать (0,05 – 0,10) мм для фрез  $\varnothing (20 - 125)$  мм.

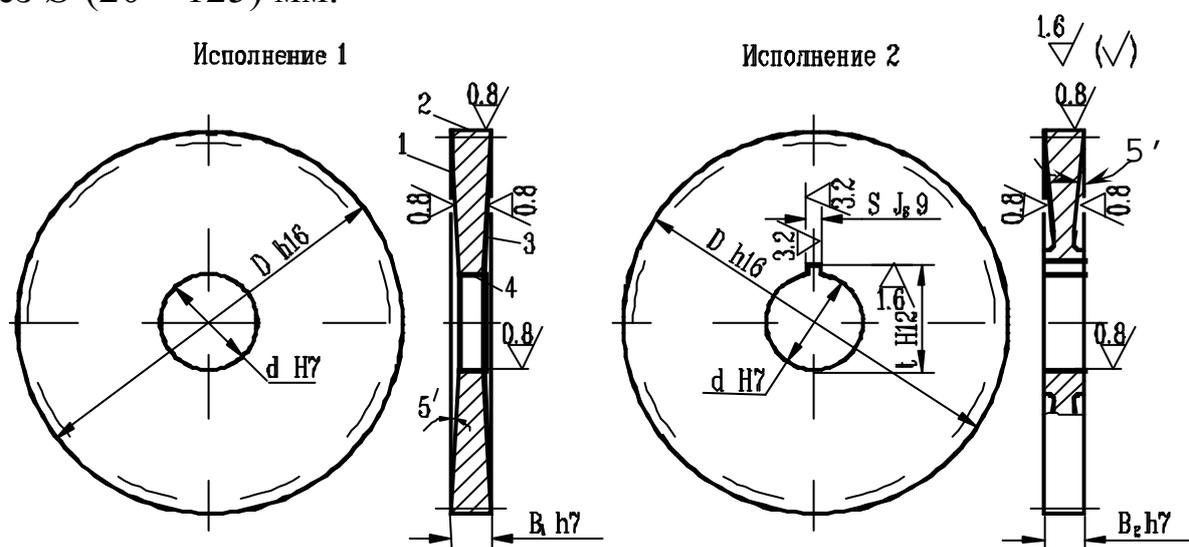


Рис.6.3. Эскизы фрез отрезной и прорезной по ГОСТ 2679 – 93: материал – сталь Р6М5, HRC 65 ... 70; ширина фрезы от 0,2 до 6 мм (остальные размеры в табл. 6.1).

Отрезные и прорезные фрезы изготавливают из сталей Р18, Р12, Р6М5, Р6М5Ф3 и других материалов, обладающих повышенной склонностью к обезуглероживанию [153].

В технологическом процессе изготовления фрез преобладают операции шлифования (табл. 6.2): из десяти операций обработки резанием на восьми используют абразивный инструмент. На трёх операциях обрабатывают торцовые поверхности фрезы; эти операции выполняют за два установа на мягких режимах обработки (табл. 6.3).

Обследование производства показало, что с уменьшением ширины фрезы процент брака резко возрастает на операциях предварительного и окончательного шлифования торцовых поверхностей фрез (со-

ответственно операции 25 и 30 по табл. 6.2). При этом большую часть этого прироста составляет брак по прижогам и по торцовому биению.

Таблица 6.2

Типовой маршрутный технологический процесс изготовления отрезных и прорезных фрез (рис. 6.3) [153]

Операция	Содержание операции	Оборудование
5, вырубная	Вырубить заготовку	Вырубной пресс
10, горизонтально–протяжная	Протянуть шпоночный паз в отверстии 4 (исполнение 2)	Горизонтально – протяжной станок
15, токарная	Точить поверхность 2	Токарный станок
20, термическая	Термообработать заготовку	
25, плоскошлифовальная	Установ А: шлифовать поверхность 1; Установ Б: шлифовать поверхность 3	Плоскошлифовальный станок с круглым столом
30, торцешлифовальная	Установ А: шлифовать поверхность 1; Установ Б: шлифовать поверхность 3	Торцешлифовальный станок
35, внутришлифовальная	Шлифовать поверхность 4	Внутришлифовальный станок
40, круглошлифовальная	Шлифовать поверхность 2	Круглошлифовальный станок
45, зубошлифовальная	Прорезать канавки по методу глубинного шлифования	Зубошлифовальный станок
50, заточная	Заточить переднюю поверхность	Заточной станок
55, заточная	Заточить заднюю поверхность	Заточной станок
60, заточная	Заточить боковые поверхности	Заточной станок

Таблица 6.3

Типовые режимы шлифования поверхностей 1 и 3 отрезных и прорезных фрез (рис. 6.3) [153]

№ операции по табл. 6.2	Окружная скорость круга $V_k$ , м/с	Скорость заготовки $V_z$ , м/мин	Врезная подача $V_s$ , мм/об	Припуск* $t$ , мм
25	19	60	0,005	0,2
30	19	60	0,004	0,1

\* – припуск распределить равномерно.

На операции предварительного плоского шлифования (25 операция) коробление обработанной заготовки происходит в основном

из-за неравномерного распределения припуска по переходам. Это связано с тем, что в условиях крупносерийного производства, когда на одном станке за смену обрабатывают несколько сот заготовок, рабочий не может отследить колебание толщины заготовки, так как обработка производится на настроенном станке. Кроме того, условия теплоотвода от заготовки в магнитную плиту различаются из-за того, что на первом переходе в качестве технологических баз используют необработанные поверхности заготовки. В результате различной тепловой обстановки в поверхностных слоях заготовки формируются

неуравновешенные остаточные напряжения 1 рода, перераспределение которых приводит к короблению заготовки. Свой вклад в формирование остаточных напряжений вносят и прижоги. На 30 операции шлифования торцовых поверхностей 1 и 3 к вышеперечисленным причинам появления брака добавляется еще один фактор. На втором (Б) установе (рис. 6.4, б) из-за поднутрения с углом  $(5...30)^\circ$  (выполненного на установе А) базирование осуществляется не по плоскости, как на установе А, а по "окружности" максимального диаметра фрезы (исполнение 1) и по ступице (исполнение 2). Зазор между поверхностями планшайбы и заготовки в этом случае достигает 0,01 мм. Наличие зазора, естественно, замедляет теплоотвод в

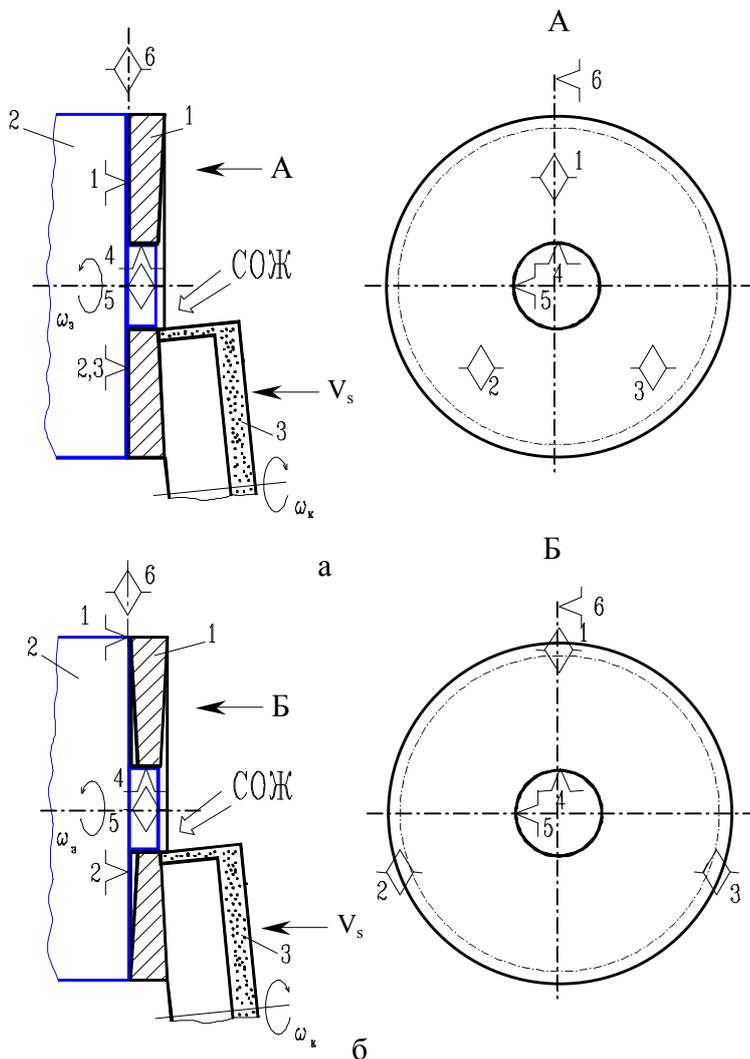


Рис. 6.4. Схемы обработки и базирования отрезных и прорезных фрез на 30 операции на установе А (а) и Б (б) [153]: 1 – заготовка; 2 – планшайба; 3 – чашечный шлифовальный круг;  $V_s$  – скорость врезной подачи;  $\omega_k$ ,  $\omega_z$  – соответственно угловые скорости шлифовального круга и заготовки.

планшайбу.

Таким образом, особенность конструкции отрезных и прорезных фрез – их малая ширина – способствует возникновению брака при их изготовлении, возрастающего с уменьшением ширины фрезы.

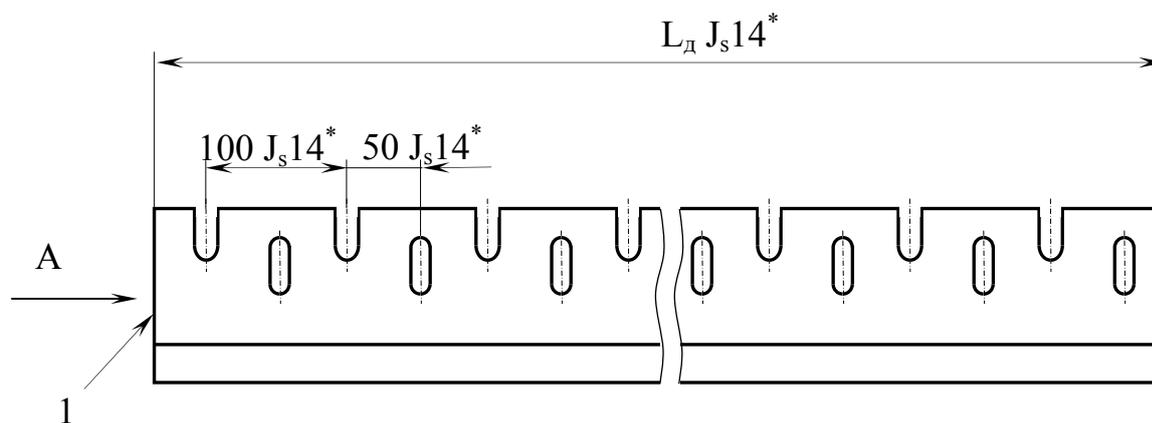
Проблемы, аналогичные вышеупомянутым, возникают и при изготовлении других тонкостенных деталей.

Некоторые аспекты тепловых процессов при плоском маятниковом шлифовании ТЗ рассмотрены в монографии В.А. Сипайлова [147], а также в работах [168,169,171].

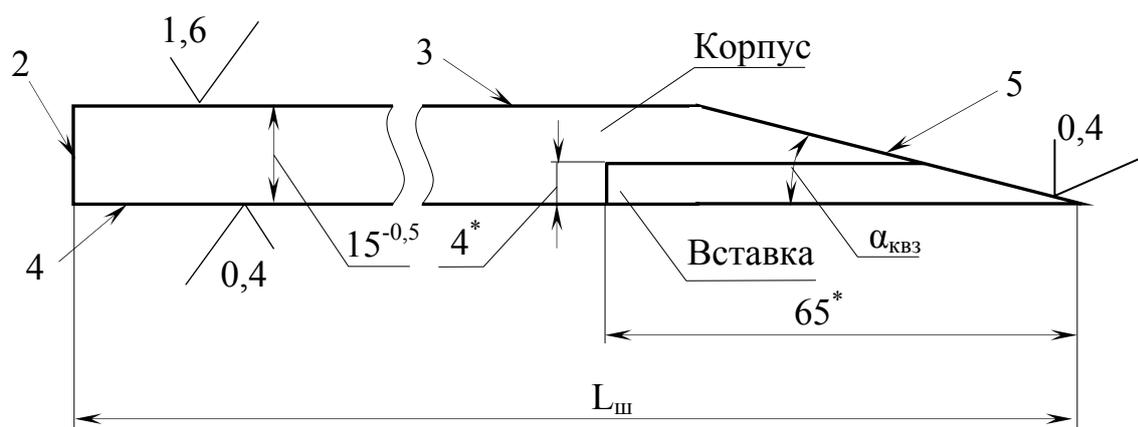
Ярким представителем клиновидных заготовок (КВЗ) являются, например, плоские ножи с прямолинейной режущей кромкой лезвий, используемые в полиграфической и деревообрабатывающей промышленности. Угол заострения ножей для резки бумаги и шпона колеблется в пределах  $(16 - 24)^\circ$ , а ножей фуганочных фрез –  $(38 - 42)^\circ$ . В теплофизическом смысле к КВЗ можно отнести также клиновидные участки резьбы (её нитки) и замков лопаток турбин, кромки штампов и тому подобные элементы различных деталей. Тепловые процессы при шлифовании одной или нескольких поверхностей в объёмах заготовки, прилегающих к ребру между двумя поверхностями (плоскими или криволинейными в любом сочетании), а также вблизи точки пересечения трёх и более поверхностей следует отнести к процессам в КВЗ. Общность их заключается в том, что при шлифовании КВЗ тепловой поток, направленный вглубь заготовки, также как в случае с ТЗ, встречает преграду в виде раздела двух сред. В отличие от тонкостенных, клиновидные заготовки шлифуют, как правило, без технологического армирования, поэтому поверхность, противоположная обрабатываемой, не является базовой и остается свободной. На ней осуществляется лишь охлаждение окружающей средой. Вследствие сравнительно невысокой теплоотдачи на этой поверхности тепловой поток отражается от адиабатической (не пропускающей теплоту) грани, что и приводит к накоплению теплоты вблизи кромки лезвия (тем более вблизи вершины).

Технические требования, предъявляемые к деталям, имеющим клиновидные участки, рассмотрим на примере плоских ножей, параметры качества которых формируются на шлифовальных операциях (рис. 6.5, табл. 6.4).

Чаще всего плоские ножи изготавливают составными: вставка (собственно нож) из стали 9ХФ, НРС 53 ... 59 (или сталей 6ХС, ХВГ, 9ХС, Х12Ф, У8А, У10А), корпус – из стали 10. Тонкие ножи (толщи-



Вид А, повернуто, увеличено



\* – размеры для справок

Рис. 6.5. Эскиз плоского ножа с прямолинейной режущей кромкой: 1, 2, 3, 4, 5 – соответственно торцовая, нижняя, задняя опорная, передняя, задняя поверхности.

ной менее 8 мм) выполняют цельными из инструментальной стали.

Требования к точности формы и расположения поверхностей ножей (рис. 6.5):

- отклонение от параллельности нижней поверхности ножа и режущей кромки не более, мм..... 0,1/100;
- отклонение от прямолинейности нижней поверхности не более, мм ..... 0,3/1000;
- отклонение от перпендикулярности торцовой поверхности относительно нижней или передней поверхности не более ..... 3°;
- отклонение от прямолинейности режущей кромки не более, мм,..... 0,05;
- радиус округления режущей кромки не более, мм,....005 – 0,008;
- заусенцы на режущей кромке не допустимы.

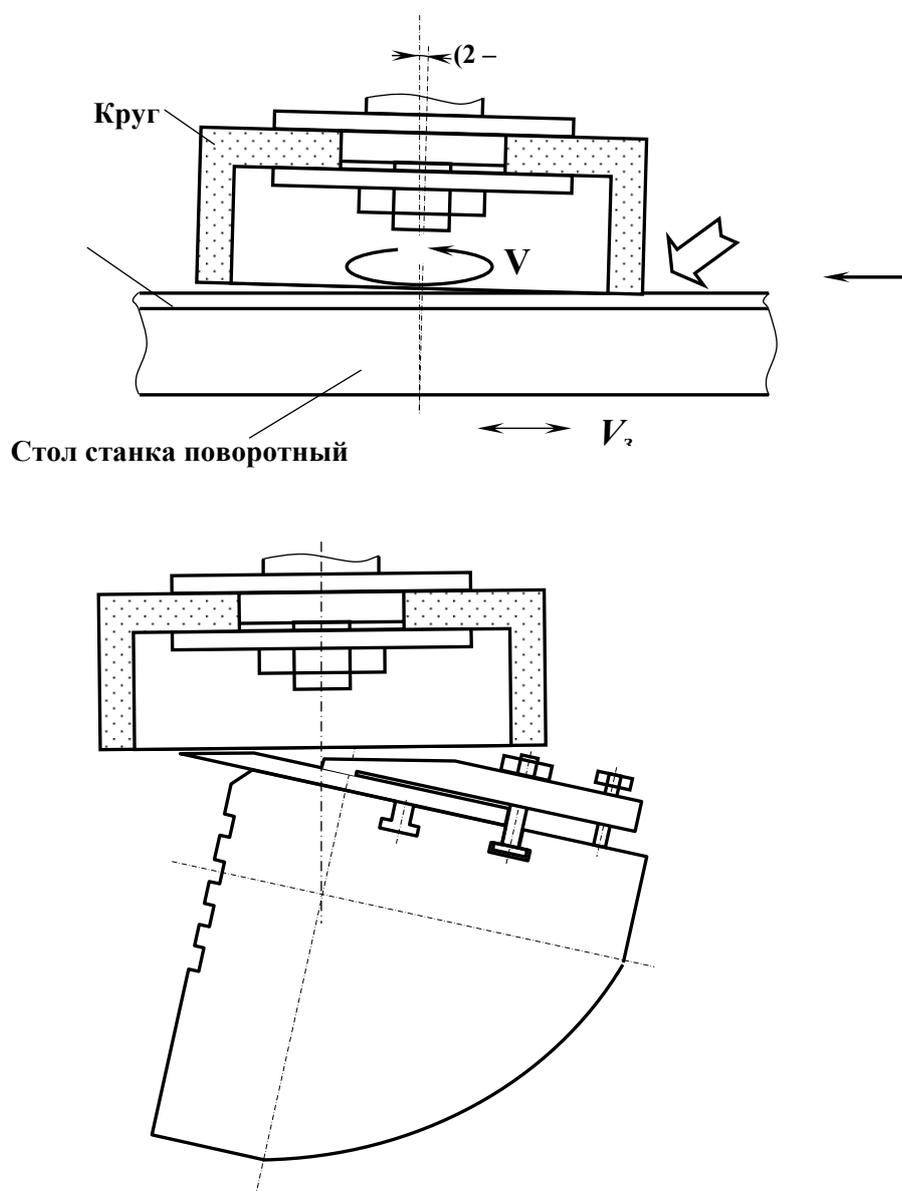
Плоские ножи выполняют длиной (150 – 3150) мм. Ножи для

фрезерования древесины изготавливают по ГОСТ 6567 – 75 двух типов: тонкие (3 мм) и толстые (10 мм). Толстые ножи могут быть оснащены пластинами из твердого сплава.

Таблица 6.4

Технические требования к линейным размерам плоских ножей для отрезки бумаги [27]

Длина ножа, мм	Предельные отклонения линейных размеров, мм			
	по длине	по ширине при ширине ножа		
		до 120	121 – 150	свыше 151
до 1600	$j_s 16$	- 1,5	- 2,0	- 2,5
Свыше 1600	$j_s 15$	- 2,5	- 3,0	- 4,0
По толщине ножа при любой ширине и длине – не более 0,15 мм				



Угол  $\alpha_{квз}$  отрезных ножей (рис. 6.5) выполняют в диапазоне  $(16 - 23)^\circ$  для резки шпона и  $(19 - 24)^\circ$  для отрезки бумаги, а ножей фуганочных фрез –  $(35 - 40)^\circ$ . Варьирование углом связано с разными характеристиками материала отрезаемой заготовки, например, более мягкая бумага требует меньшего угла. Вместе с тем, для отрезки мягкой, но низкокачественной бумаги из-за наличия в её составе абразив-

Рис. 6.6. Схема шлифования плоских ножей с прямолинейной режущей кромкой на торцешлифовальном станке - полуавтомате мод. ТчН 21 – 5.

ных примесей следует увеличивать угол клина. В противном случае, из-за абразивного износа кромки снижается период стойкости ножа, который в среднем составляет около 7 часов.

Заготовки плоских ножей, как правило, поставляются не заточенными (радиус округления режущей кромки (1 – 2) мм), без каких-либо отверстий, пазов и не шлифованные. Необходимые доработки и заточку ножа осуществляют на предприятии – потребителе. Шлифуют ножи на специальных торцешлифовальных станках – полуавтоматах типа ТчН 21 – 5 (рис. 6.6, табл. 6.5).

Как показал анализ технических требований, предъявляемых к плоским ножам, наиболее высокие и трудновыполнимые требования предъявляются к режущей кромке по прямолинейности и радиусу округления. Невыполнение этих требований при отрезке бумаги приводит к непрорезанию последних в пачке листов, образованию задиоров на торце заготовки, что является браком продукции. При резке шпона невыполнение указанных требований приводит к растрескиванию продукции. При фуговании досок (плит, панелей) появляются задиры на обработанной поверхности, которые порой не выправляются последующей операцией шлифования заготовки (это вынуждает производителя снижать сортность продукции, а иногда даже браковать её).

Заточка и доводка – окончательные операции при изготовлении режущего инструмента (в том числе плоских ножей) и единственные операции при многократном восстановлении его режущих свойств в процессе эксплуатации. (Справедливости ради следует заметить, что между заточкой и доводкой в данном случае нет принципиальной разницы: и заточка и доводка это шлифовальные операции, отличающиеся режимом шлифования и абразивным инструментом. Тем не менее, мы придерживаемся установившейся на производстве терминологии.) От качества заточки и доводки зависит не только точность инструмента, геометрия режущей части, но и его стойкость (или производительность обработки им): доведённый инструмент имеет в 2 – 3 раза большую стойкость, чем заточенный. Это связано с тем, что при доводке на очень мягких режимах снимается нарушенный при заточке поверхностный слой. Этот слой, особенно вблизи режущего лезвия, имеет пониженную твёрдость из-за высокой теплонапряжённости процесса заточки. Кроме того, на кромке лезвия часто (а при заточке плоских ножей всегда) образуется заусенец, отличающийся пониженной твердостью и жёсткостью и увеличивающий радиус округления режущей кромки, что, в свою очередь, неблагоприятно

сказывается на эксплуатационных показателях инструмента.

Таблица 6.5

Основные технические характеристики торцешлифовальных полуавтоматов для заточки плоских ножей с прямолинейной режущей кромкой [28]

Характеристика	Мод. станка	
	ТчН 6 – 5	ТчН 21 – 5
Класс точности по ГОСТ 8 – 82	II	II
Длина ножа, мм	670	2120
Ширина ножа, мм	15 – 120	25 – 200
Толщина ножа, мм	3 – 15	3 – 25
Угол поворота стола, град	15 – 90	
Окружная скорость круга, м/с	15, 30	
Вертикальная подача, мм/дв.ход	0,005 – 0,04	
Скорость продольной подачи заготовки, м/мин	2, 4, 6, 8, 12	

Примечания: 1. Продольная подача заготовки выключается таймером через (5 – 30) мин; 2. В осевом направлении шпиндель подпружинен.

Таблица 6.6

Режим переточки по задней, доводки по передней и задней поверхностям плоских ножей из стали 9ХФ, HRC 53 ... 59 для отрезки бумаги [28]

Операция	Шлифовальный круг	Припуск на обработку, мм	Окружная скорость круга, м/с	Скорость заготовки, м/мин	Врезная подача*, мм/мин
Предварительная	6–200×80×76 25A25HM37 КБ303	0,2 – 0,4	15 – 20	6 – 8	0,02 – 0,04
Окончательная		0,05 – 0,01		2 – 4	0,005 – 0,001
Слесарная (доводочная)	63СМ63П СМ1Б1	0	снять заусенцы		

\* – на станке ТчН 21–5 шпиндель нежёсткий (подпружиненный), поэтому подача осуществляется импульсом – 1 раз в минуту.

Плоские ножи затачивают по передней и задней поверхностям. Угол наклона шпинделя (рис. 6.6) выбирают таким, чтобы абразивные зерна шлифовального круга входили на кромку, а не сходили с неё. При восстановлении режущих свойств ножи перетачивают только по задней поверхности (табл. 6.6). Однако, как было отмечено выше, после заточки плоского ножа всегда образуется заусенец, который удаляется на слесарной (доводочной) операции. Качество заточ-

ки ножа, его период стойкости, во многом определяются квалификацией рабочего, так как радиус округления кромки ножа формируется именно на этой операции.

## 6.2. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ТЕПЛОВЫХ ПРОЦЕССОВ ПРИ ШЛИФОВАНИИ ТОНКОСТЕННЫХ И КЛИНОВИДНЫХ ЗАГОТОВОК

Известные математические модели тепловых процессов при шлифовании массивных заготовок не учитывают их форму и размеры.

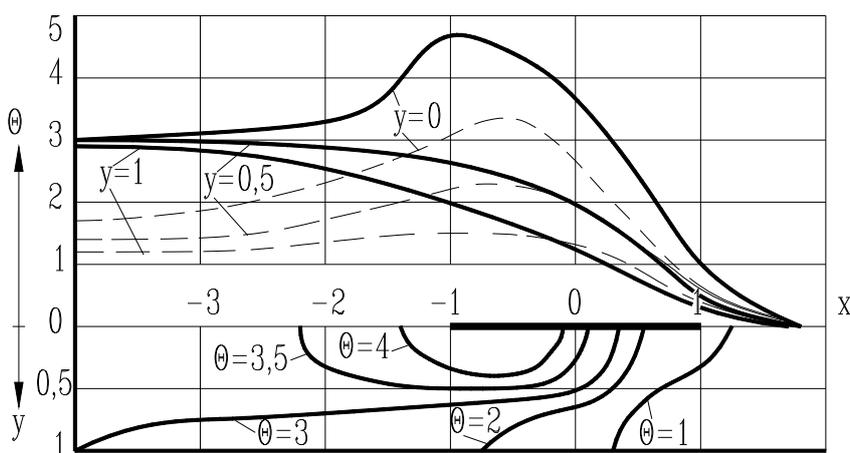


Рис. 6.7. Влияние формы обрабатываемой заготовки (ТЗ единичной толщины) на температурное поле полосового источника [147]:  $\Theta$  — безразмерная температура;  $X$  — относительная координата вдоль вектора  $V_z$ , кратная полуширине источника;  $Y$  — относительная глубина от поверхности заготовки единичной толщины к кратной толщине заготовки

Между тем, именно форма и размеры заготовок накладывают существенные ограничения на производительность их обработки. При шлифовании ТЗ стык заготовка — упор, заполненный третьей средой низкой теплопроводности (воздухом), а при шлифовании КВЗ переход заготовка — окружающая среда являются преградой на пути теплового потока от зоны шлифования вглубь.

Понижение теплоотвода от заготовки, обусловленное низкой контактной термической проводимостью стыка ТЗ — упор или теплоотдачей с необрабатываемой в данный момент поверхности КВЗ, приводит к накоплению тепловой энергии в заготовке (рис. 6.7).

Упомянутые выше математические модели не позволяют учесть влияние расположенной близко к обрабатываемой противоположной поверхности ТЗ. Восполнить этот пробел помогает модель тепловых процессов при шлифовании пластин, наличие у которых второй поверхности существенным образом влияет на все температурное поле (рис. 6.8) [147]. Модель сформирована в следующем виде: по поверх-

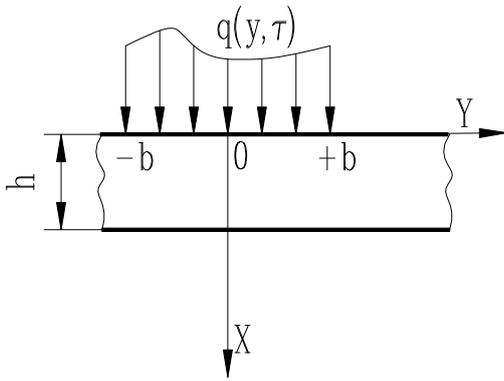


Рис. 6.8. Схема к математической модели теплового процесса в шлифуемой пластине.

ности неограниченной пластины движется бесконечно длинный полосовой источник с постоянной плотностью теплового потока. При этом теплообмен на опорной (противоположной обрабатываемой) поверхности отсутствует, т.е. эта поверхность является адиабатической. Решение этой модели найдено в следующем виде [147]:

$$T = \frac{2 \cdot \Theta(X, Y) \cdot q \cdot B(X, Y, \alpha)}{\pi \cdot V_3 \cdot C_v}; \quad (6.1)$$

$$\Theta(X, Y) = \int_{X-B}^{X+B} \exp(-u) \cdot M(Y, H, u) \cdot K_0(\sqrt{Y^2 + u^2}) du; \quad (6.2)$$

$$M(Y, H, u) = \frac{\sum_{n \rightarrow -\infty}^{n \rightarrow \infty} K_0(\sqrt{(Y - 2 \cdot H \cdot n)^2 + u^2})}{K_0(\sqrt{Y^2 + u^2})}; \quad (6.3)$$

$$B(X, Y, \alpha) = \frac{1 - \alpha \cdot \exp(\alpha \cdot Y) \int_0^{\infty} \exp(-\alpha \cdot Y) \cdot K_0(\sqrt{X^2 + Y^2}) dY}{K_0(\sqrt{X^2 + Y^2})}, \quad (6.4)$$

где  $\alpha$  – коэффициент теплопередачи на поверхности, Вт/(м<sup>2</sup> · °С);  $\lambda$ ,  $C_v$ ,  $a$  – соответственно теплопроводность, объемная теплоемкость и коэффициент температуропроводности материала заготовки, Вт/(м · °С);  $K_0$  – функция Бесселя второго рода нулевого порядка;  $q$  – поверхностная плотность теплового потока в зоне шлифования, Вт/м<sup>2</sup>;  $H, B, X, Y$  – безразмерные соответственно толщина заготовки, ширина теплового источника и текущие координаты:

$$H = \frac{V_3 \cdot h}{2 \cdot a}; \quad B = \frac{V_3 \cdot b}{2 \cdot a}; \quad X = \frac{V_3 \cdot x}{2 \cdot a}; \quad Y = \frac{V_3 \cdot y}{2 \cdot a}, \quad (6.5)$$

где  $h, b, x, y$  – реальные соответственно толщина заготовки, полуширина теплового источника и текущие координаты, м.

Анализ решения (6.1) – (6.4) показал, что в отличие от охлаждающего действия окружающей среды (коэффициент  $B(X, Y, \alpha)$ ), прямо пропорционально снижающего уровень температур в заготовке с интенсификацией охлаждения и не меняющего форму полей темпера-

тур, уменьшение толщины ТЗ, входящей в коэффициент  $M(Y, H, u)$  (находящийся под знаком интеграла), усиливает теплонапряжённость шлифования. При этом существенным образом снижаются градиенты температур при возросшем уровне последних. Это, в свою очередь, свидетельствует об увеличении времени действия высоких температур в ТЗ, что неблагоприятно сказывается на качестве поверхностного слоя детали. Однако отказ от учета теплопередачи в опорные элементы приспособления (упор) при шлифовании ТЗ является грубым допущением, так как пластина всегда находится в постоянном контакте с приспособлением (граничное условие 4 рода).

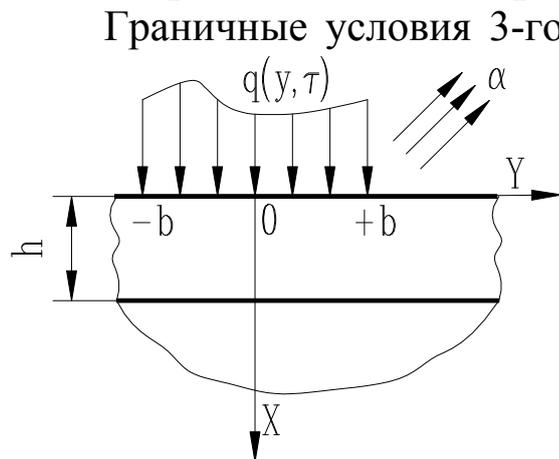


Рис. 6.9. Схема к математической модели теплового процесса в шлифуемой заготовке с покрытием.

Граничные условия 3-го и 4-го рода учтены в математической модели теплового процесса при шлифовании заготовки с покрытием [5,134,164]. Она позволяет рассчитать значения температур и их градиентов как в зоне контакта шлифовального круга с заготовкой, имеющей один или несколько слоев покрытия, так и вне её (рис. 6.9). В этой модели учитывается охлаждение средой, размер заготовки в направлении оси OX (толщина слоя  $h$ ). Граничное условие 4 рода учтено в виде предположения об идеальном сопряжении слоев между собой и с заготовкой, т.е. о равенстве температур по поверхности контакта.

Кроме того, тепловой поток, выходящий из одного участка заготовки через контактную поверхность, предполагается равным тепловому потоку, входящему в другой участок:

$$T_1(h, y, \tau) = T_2(h, y, \tau); \quad (6.6)$$

$$-\lambda_1 \cdot \frac{\partial T_1}{\partial x}(h, y, \tau) = \lambda_2 \cdot \frac{\partial T_2}{\partial x}(h, y, \tau), \quad (6.7)$$

где  $T_1, T_2$  — температура соответственно в заготовке и приспособлении, °С;  $h$  — толщина заготовки, м.

Уравнения Фурье записывают для каждого элемента заготовки:

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = a \cdot \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right). \quad (6.8)$$

Однако только диффузионные покрытия обеспечивают идеальное сопряжение элементов заготовки. Поэтому модель В.Д. Анельчи-

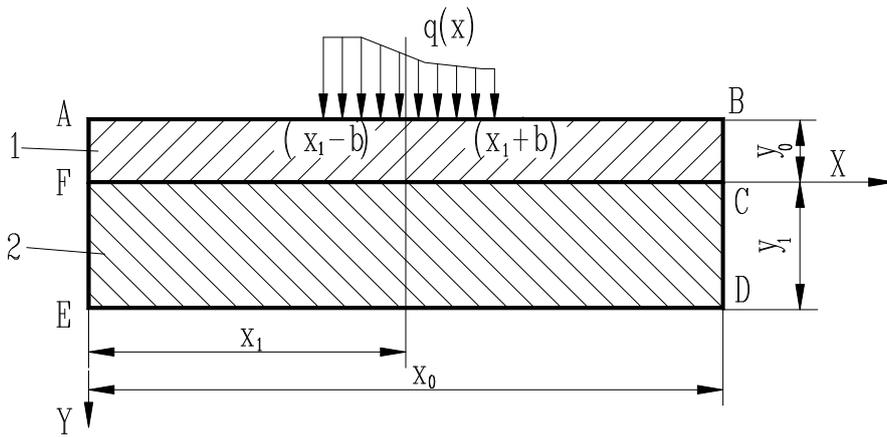


Рис. 6.10. Схема к тепловой модели процесса плоского шлифования ТЗ на упоре [171]: 1 – заготовка; 2 – упор;  $x_1$  – координата середины теплового источника  $q(x)$ ;  $x_0, y_0, y_1$  – размеры заготовки и упора.

ка [5] и А.В. Усова [164] нельзя применять для расчёта температур с учётом контактной термической проводимости стыков.

В работе [171] решена задача теплообмена по внешним и внутренним трактам при шлифовании ТЗ с учётом контактной

термической проводимости в стыке заготовка – приспособление (рис. 6.10). Математическая модель такого процесса включает в себя два уравнения Фурье (6.8), записанные соответственно для заготовки и приспособления, начальное условие (6.9) для двумерной области, граничные условия второго (6.10) и третьего рода (6.11) для всех свободных поверхностей заготовки и приспособления:

$$T(x, y, \tau) = 20^\circ\text{C} \quad \text{при } \tau = 0; \quad (6.9)$$

$$-q(x) = \lambda \cdot \frac{\partial T}{\partial x} \quad \text{при } (x_1 - b) < x < (x_1 + b); \quad (6.10)$$

$$-\lambda \cdot \frac{\partial T}{\partial x}(h, y, \tau) = \alpha \cdot (T - T_c) \quad \text{при } (x_1 - b) > x > (x_1 + b), \quad (6.11)$$

где  $T_c$  – температура окружающей среды,  $^\circ\text{C}$ .

Кроме того, учитывается равенство тепловых потоков (6.7), выходящих из заготовки и входящих в приспособление, но, чтобы учесть неидеальное сопряжение заготовки с приспособлением, уравнение (6.6) переписано в виде:

$$-\lambda \cdot \frac{\partial T_1}{\partial y} = \gamma \cdot (T_1(x, 0, \tau) - T_2(x, 0, \tau)), \quad (6.12)$$

где  $\gamma$  – контактная термическая проводимость стыка,  $\text{Вт}/(\text{м}^2 \cdot ^\circ\text{C})$ .

Система координат в этой модели выбрана неподвижной. Ось абсцисс совпадает с плоскостью стыка заготовка – приспособление, а ось ординат – с левым краем заготовки и направлена вниз (рис. 6.10).

Модель (6.7) – (6.12) решена численными методами с применением ЭВМ. Компьютерное моделирование показало, что на темпе-

ратурное поле в ТЗ существенное влияние оказывает контактная термическая проводимость в стыке установочная технологическая база

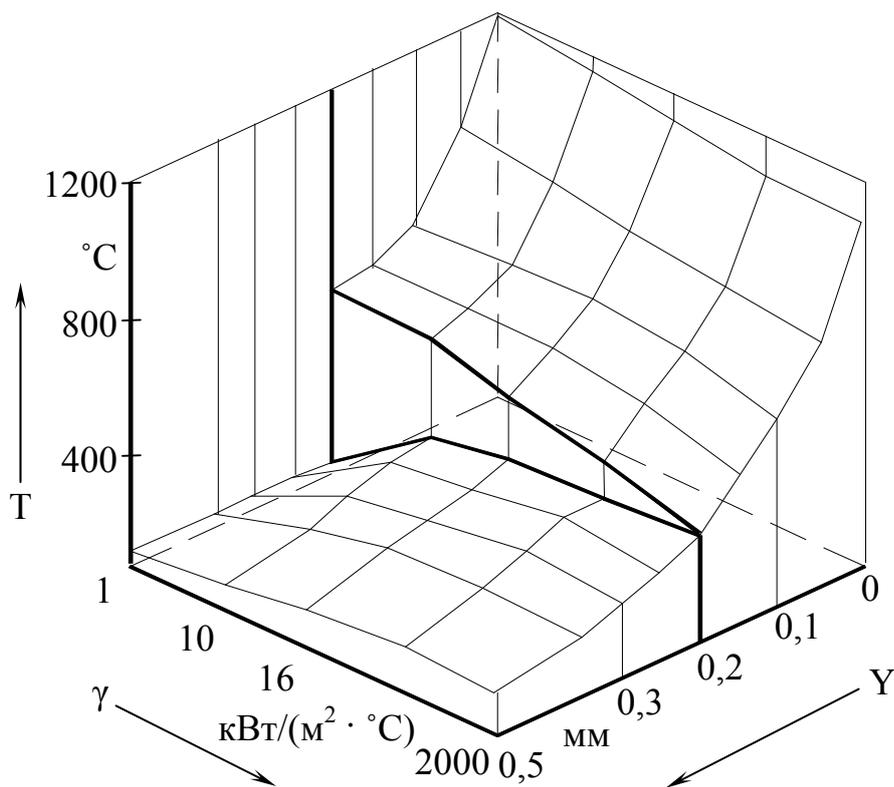


Рис. 6.11. Зависимость температуры  $T$  в нормальном к обрабатываемой поверхности заготовки и упору сечении  $Y$  от контактной термической проводимости  $\gamma$  стыка заготовка - упор при плоском шлифовании [171]: круг 1–250×20×76 24A25HСM17K5; материал заготовки – сталь P18, HRC 65...70;  $V_k=(28 - 35)$  м/с,  $V_s = 14$  м/мин,  $S_t = 0,008$  мм/ход; охлаждение – полив водной СОЖ с расходом 20 дм<sup>3</sup>/мин.

заготовки – приспособление (рис. 6.11). При контактной термической проводимости более 2 МВт/(м<sup>2</sup>·°С) стык можно считать идеальным, т. е. при таком значении контактной термической проводимости исключается влияние стыка заготовка - приспособление на температурное поле в заготовке.

На температурное поле в заготовке при шлифовании оказывают влияние не только её

форма и размеры, но и теплофизические свойства участвующих в теплообмене тел [147,169,171]. Критическая толщина ТЗ (рис. 6.12), меньше которой происходит существенный прирост теплонапряжённости, прямо пропорциональна теплопроводности материала обрабатываемой заготовки и обратно пропорциональна её объёмной теплоёмкости, а скорость теплового источника (скорость заготовки) оказывает решающее влияние на величину критической толщины ТЗ (рис. 6.12). Кроме того, известно, что чем выше скорость охлаждения, тем меньшая температура может вызвать образование вторичного закаленного слоя [42,43].

Таким образом, температура нагрева не является единственным критерием, определяющим глубину и характер структурных превра-

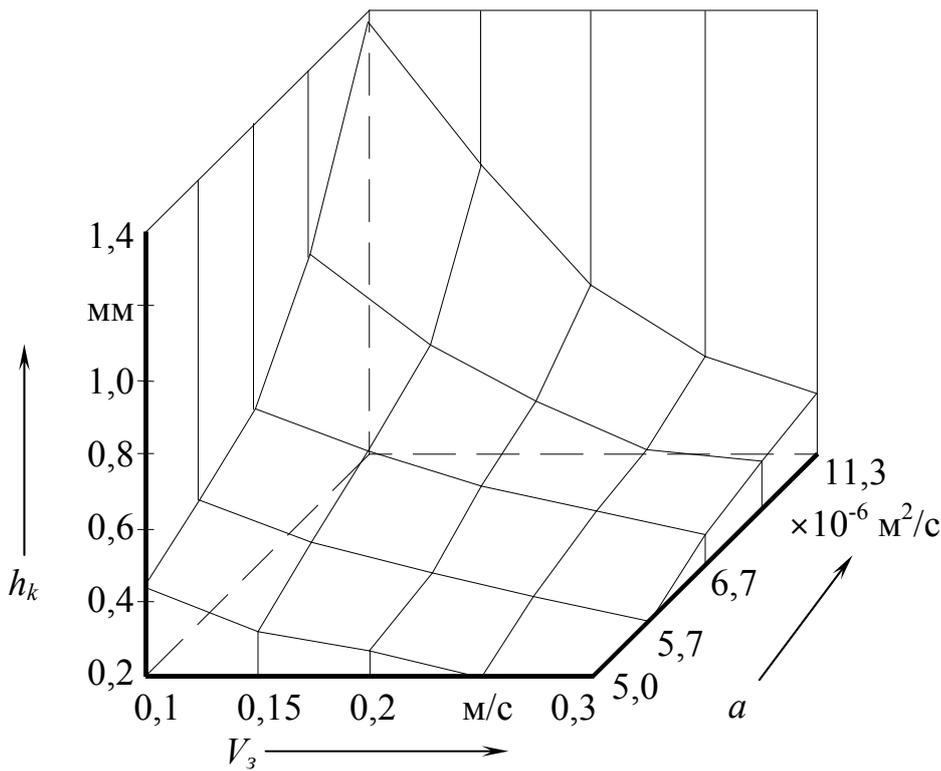


Рис. 6.12. Влияние коэффициента теплопроводности  $a$  материала заготовки и скорости подачи  $V_3$  на критическую толщину  $h_k$  ТЗ при плоском шлифовании [171].

щений, и для оценки структурного состояния поверхностного слоя материала заготовки необходимо рассмотреть динамику термического процесса по глубине.

При шлифовании КВЗ также отмечены существенные изменения температурного поля [147,163,195].

Математические модели теплового процесса при шлифовании КВЗ имеют две разновидности, связанные с различиями в кинематике обработки: шлифование вдоль лезвия клина заготовки или поперёк лезвия [147,163,195].

Первая модель, описывающая тепловой процесс, например, при одностороннем резьбошлифовании, содержит уравнение Фурье в цилиндрических координатах (рис. 6.13)

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = a \cdot \left( \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + V_3 \cdot \frac{\partial T}{\partial z} \quad (6.13)$$

при начальном условии

$$T(r, \varphi, 0) = 0 \quad (6.14)$$

и следующих граничных условиях:

$$\text{при } \varphi = 0, |z| < b \quad \frac{\lambda}{r} \cdot \frac{\partial T}{\partial \varphi} = q = \text{const}; \quad (6.15)$$

$$\text{при } \varphi = 0, |z| > b \quad \frac{\partial T}{\partial \varphi} = 0; \quad (6.16)$$

$$\text{при } \varphi = \frac{\pi}{m} \quad \frac{\partial T}{\partial \varphi} = 0, \quad (6.17)$$

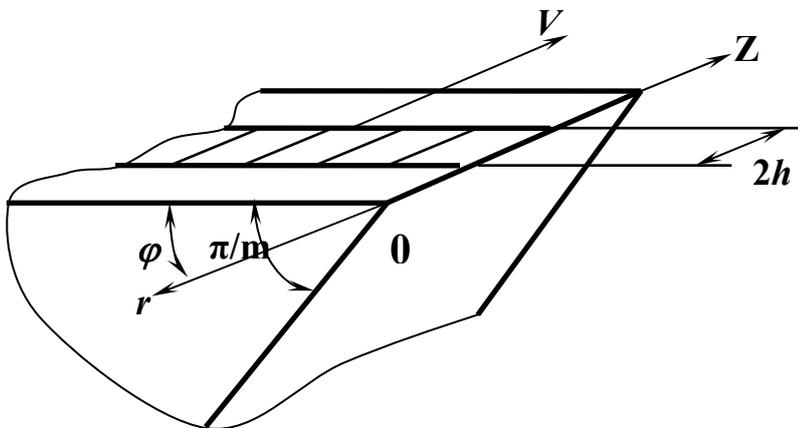


Рис. 6.13. Схема к математической модели теплового процесса при шлифовании заготовки вдоль кромки лезвия.

где  $r$  – радиус в цилиндрической системе координат с осью  $z$ , совпадающей с лезвием клина, м;  $\varphi$  – текущий координатный угол, рад.;  $m$  – целое число, определяющее угол клина;  $b$  – полуширина теплового источника, в середине которого установлено начало координат, м;  $q$  – плотность потока от теплового источника, Вт/м<sup>6</sup>.

Модель (6.13) – (6.17) позволяет рассчитать температуру в любой точке КВЗ при шлифовании одной стороны лезвия.

При многониточном резьбошлифовании на клине действует "охватывающий" тепловой источник. Поэтому в математической модели (6.13) – (6.17) вместо условия (6.17) следует записать:

$$\text{при } \varphi = \frac{\pi}{m}, |z| < b \quad \frac{\lambda}{r} \cdot \frac{\partial T}{\partial \varphi} = q = \text{const}; \quad (6.18)$$

$$\text{при } \varphi = \frac{\pi}{m}, |z| > b \quad \frac{\partial T}{\partial \varphi} = 0. \quad (6.19)$$

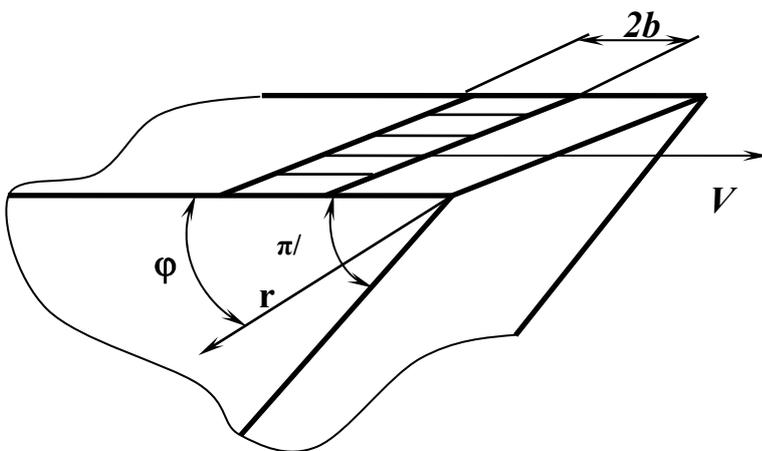


Рис. 6.14. Схема к математической модели теплового процесса при шлифовании заготовки поперёк кромки лезвия.

Модель решена при следующих допущениях: быстро движущийся источник с равномерным распределением поверхностной плотности теплового потока; неограниченный, не охлаждаемый клин с независимыми от температуры теплофизическими свойствами материала. Все эти допущения снижают точность моде-

ли.

При шлифовании поперёк кромки лезвия (заточка лезвия инструмента) дифференциальное уравнение Фурье записано в полярных координатах (рис. 6.14)

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = a \cdot \left( -\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial \varphi^2} \right); \quad (6.20)$$

начальное условие:  $T(r, \varphi, 0) = 0$ .

Граничные условия:

при  $\varphi = 0$ ,  $(R - 2 \cdot b) < r < R$

$$\frac{\lambda}{r} \cdot \frac{\partial T}{\partial \varphi} = -q; \quad (6.21)$$

при  $\varphi = 0$ ,  $r > R$ ,  $0 < r < (R - 2 \cdot b)$

$$\frac{\partial T}{\partial \varphi} = 0; \quad (6.22)$$

при  $\varphi = \frac{\pi}{m}$

$$\frac{\partial T}{\partial \varphi} = 0, \quad (6.23)$$

где  $R$  – координата задней границы теплового источника.

За начало координат принята кромка лезвия.

В такой постановке задачи модель (6.20) – (6.23) имеет те же недостатки, что и модель (6.13) – (6.19). Решение модели (6.13) – (6.19) найдено в следующем виде [147,163]

$$\Theta(\varphi, \rho) = \int_{X-B}^{X+B} M(\rho, \varphi, u, m) \cdot \exp(-u) \cdot K_0 \left( \sqrt{\rho^2 \cdot \sin^2 \varphi + u^2} \right) du;$$

$$M(\rho, \varphi, u, m) = \frac{1}{2} \cdot \left( 1 + \frac{\sum_{n=1}^{\frac{\pi}{\varphi}-1} K_0 \sqrt{\rho^2 \cdot \sin^2 \left( \frac{\pi}{m} \cdot n - 2 \cdot \varphi \cdot n \right) + u^2}}{K_0 \sqrt{\rho^2 \cdot \sin^2 \left( \frac{\pi}{m} \cdot n \right) + u^2}} \right); \quad (6.24)$$

$$\rho = \frac{V_3 \cdot r}{2 \cdot a}.$$

Найдено также решение модели (6.20) – (6.23) [163]

$$\Theta_{KB3} = \frac{\pi}{2 \cdot \varphi} \cdot K \cdot \Theta_M;$$

$$K = \left\{ 2 - \frac{\int_0^{l-\rho'} \exp\left(\frac{V_3 \cdot \eta}{2 \cdot \varphi}\right) \cdot K_0\left(\frac{V_3 \cdot \eta}{2 \cdot \varphi}, 1\right) d\eta}{\int_{\rho'-l}^{\rho'} \exp\left(-\frac{V_3 \cdot \eta}{2 \cdot \varphi}\right) \cdot K_0\left(\frac{V_3 \cdot \eta}{2 \cdot \varphi}\right) d\eta} \right\}; \quad (6.25)$$

$$K_0\left(\frac{V_3 \cdot \eta}{2 \cdot \varphi}, 1\right) = \int_0^1 \xi^{-1} \cdot \exp\left[-\frac{V_3 \cdot \eta}{4 \cdot \varphi} \cdot \left(\xi + \frac{1}{\xi}\right)\right] d\xi,$$

где  $\rho'$  – безразмерная координата задней кромки теплового источника;  $\Theta_M$  – безразмерная температура в массивной заготовке.

Анализ решений математических моделей тепловых процессов при шлифовании KB3 показал, что при шлифовании вдоль лезвия клина максимальная температура на лезвии клина с углом  $\pi/m$  ( $m$  – целое число) будет в  $m/2$  раз больше, чем в массивной заготовке при прочих равных условиях. Например, при угле клина  $60^\circ$  макси-

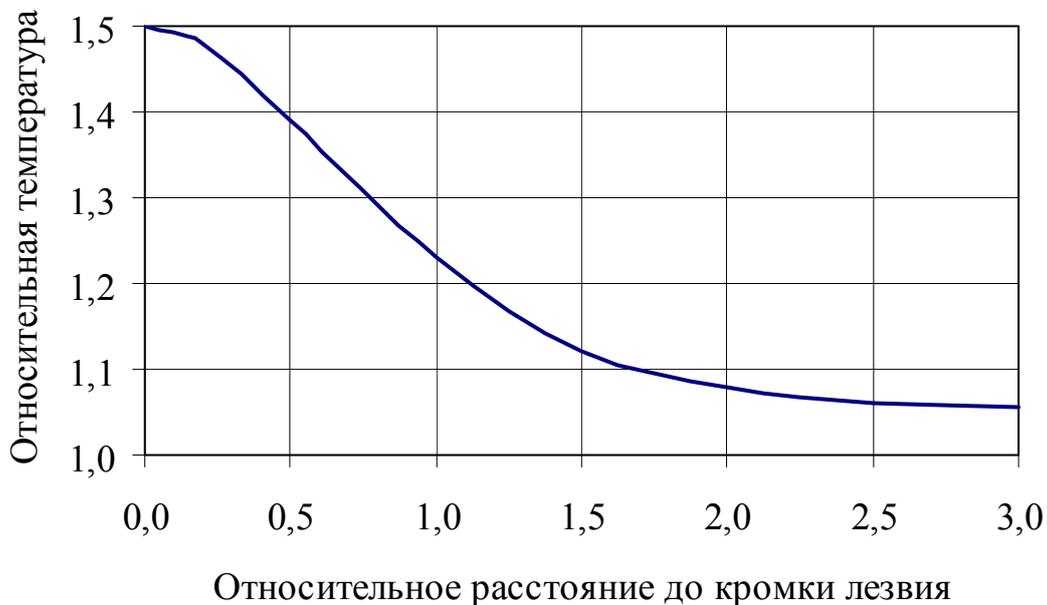


Рис. 6.15. Зависимость относительной температуры на шлифуемой грани KB3 (угол  $60^\circ$ ) от относительного расстояния до кромки лезвия [163]: на оси ординат за единицу принята температура в массивной заготовке; на оси абсцисс – безразмерный комплекс  $0,5 \cdot V_3 \cdot r / a$ , где  $r$  – расстояние от кромки лезвия, м.

мальная температура на лезвии возрастёт в 1,5 раза (рис. 6.15).

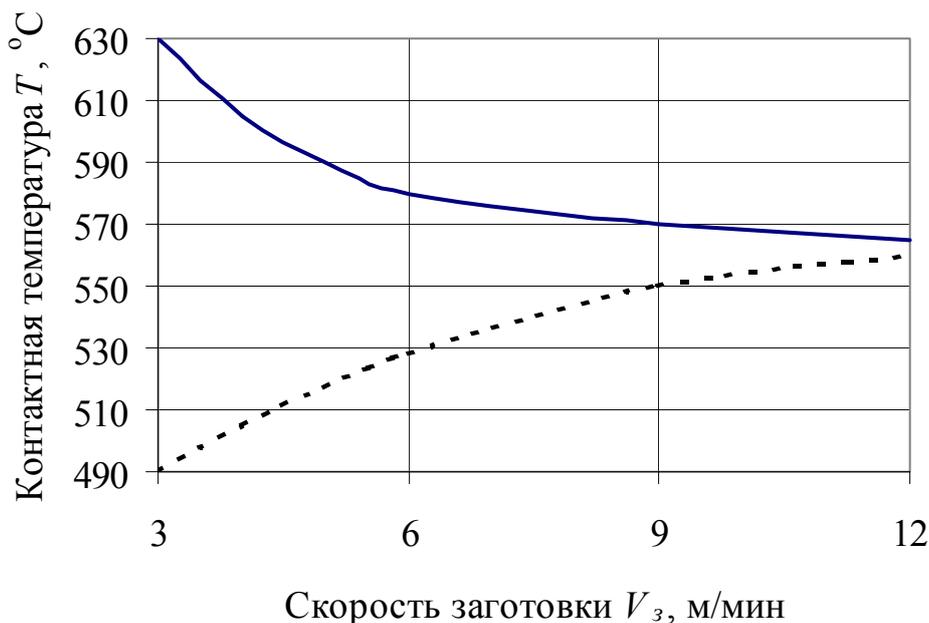


Рис. 6.16. Зависимость температуры на лезвии клиновидной (сплошная кривая) и массивной (штриховая кривая) заготовки от её скорости [181]: круг 1 – 250×20×76 24A25HSM17K5; материал заготовки – сталь 45, HRC 40...44;  $V_k = (28 - 35)$  м/с,  $S_f = 0,03$  мм/ход; без охлаждения; угол клина заготовки 60°.

Следует заметить, что по расчётам [147,163,181], влияние угла клина на температурное поле в нём ограничивается 90°. При бóльших углах клина его влияние на теплонапряжённость в заготовке при шлифовании не выявляется. Кроме того, прирост относительной температуры при углах, меньших 90°, не зависит от скорости заготовки.

Однако этого нельзя сказать в случае шлифования КВЗ в направлении, перпендикулярном кромке лезвия [163]. В этом случае зависимость температуры на кромке лезвия (рис. 6.16) особенно ярко выражена в области низких скоростей заготовки. С ростом скорости до (12 – 15) м/мин эта зависимость становится практически незаметной. Кроме того, расчёты показывают [181], что шлифование в поперечном к кромке лезвия направлении приводит к ещё большему росту температур на лезвии:

$$T = \frac{\pi}{m} \cdot K \cdot T_M, \quad (6.26)$$

где  $T_M$  – температура на поверхности массивной заготовки, °C;  $K$  – коэффициент, зависящий от скорости заготовки и коэффициента температуропроводности её материала:  $1 < K < 6$ .

Таким образом, как и при шлифовании массивных заготовок, процессы шлифования ТЗ и КВЗ сопровождаются интенсивным теплообразованием. Значительная часть теплоты поглощается заготовкой, что может привести к нежелательным структурным изменениям

в её поверхностном слое. Пониженная, как правило, контактная термическая проводимость стыка заготовка – приспособление при шлифовании ТЗ препятствует отводу теплоты от поверхностного слоя заготовки. Напротив, она концентрируется в ТЗ, что не может не сказаться на качестве детали. При шлифовании КВЗ вдоль кромки лезвия теплонапряжённость усиливается с уменьшением угла клина, однако, при угле клина, большем  $90^\circ$ , температурное поле в клине не отличается от поля в массивной заготовке (при условиях, оговоренных выше). При шлифовании поперёк кромки лезвия заготовки теплонапряжённость обработки ещё больше возрастает.

При шлифовании клиновидных заготовок с малым углом клина (менее  $45^\circ$ ) возникает проблема деформации лезвия в процессе обработки под действием высоких температур и сил шлифования. Лезвие вблизи кромки прогревается на всю глубину, а так как теплообмен на второй поверхности клина (не обрабатываемой) осуществляется лишь окружающей средой, то и градиенты температур остаются не высокими, время действия высоких температур в поверхностном слое заготовки – напротив – большим. В материале заготовки происходят неблагоприятные изменения.

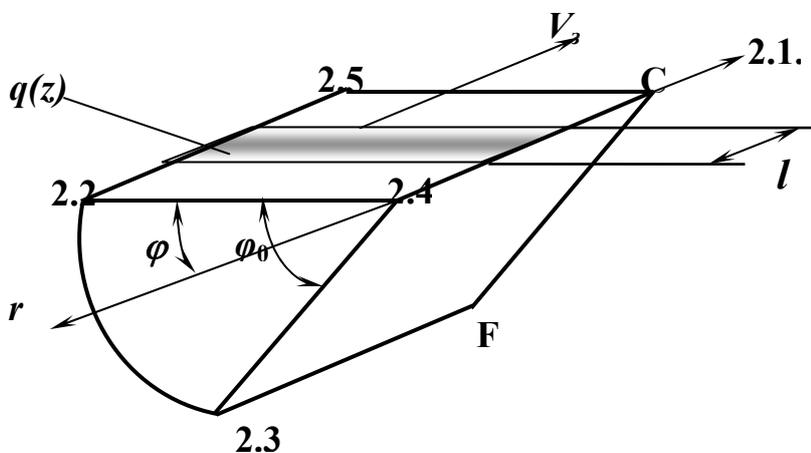


Рис. 6.17. Схема к математической модели теплового процесса при шлифовании КВЗ вдоль кромки лезвия:  $q(z)$  – зависимость плотности теплового потока от расстояния по его началу

Уменьшить или даже полностью избежать подобных нежелательных явлений позволяет технология шлифования КВЗ на подложке [197-201]. Сущность этой технологии заключается в том, что КВЗ шлифуют совместно с подложкой, входящей в комплект базирующего приспособления.

Математическая модель в такой постановке задачи будет иметь следующий вид (рис. 6.17):

начальное условие

$$T(r, \varphi, 0) = T_0; \quad (6.27)$$

распределение поверхностной плотности теплового потока по оси  $z$  нелинейно:

$$q(z) = f(z),$$

где  $f(z)$  – закон изменения поверхностной плотности теплового потока по координате  $z$  в пределах действия теплового источника.

Заменив координату  $z$  в зависимости  $q(z)$  для теплового источника на время  $z = \tau \cdot V_3$ , получим на поверхности  $ABCD$

в период действия теплового источника

$$\lambda(T) \cdot \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial T}{\partial \varphi} = -q(\tau \cdot V_3), \text{ при } \varphi = 0; \quad 0 < r < r_0; \quad (6.28)$$

в период охлаждения

$$\lambda(T) \cdot \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial T}{\partial \varphi} = \alpha_1(\tau \cdot V_3) \cdot (T - T_0), \text{ при } \varphi = 0; \quad 0 < r < r_0, \quad (6.29)$$

где  $\alpha_1(\tau \cdot V_3)$  – зависимость коэффициента теплопередачи на поверхности  $ABCD$  от времени, Вт/(м<sup>2</sup> · °С);  $\lambda(T)$  – зависимость теплопроводности материала заготовки от её температуры, Вт/(м · °С).

На поверхности  $CDEF$  при шлифовании заготовки на подложке (упоре) имеет место граничное условие четвертого рода (рис. 6.17)

при  $0 < r < r_0$

$$\begin{aligned} T_1(z, \varphi_0, \tau) &= T_2(z, \varphi_0, \tau); \\ -\lambda \cdot \frac{\partial T_1}{\partial r} &= \gamma \cdot (T_1(z, \varphi_0, \tau) - T_2(z, \varphi_0, \tau)), \end{aligned} \quad (6.30)$$

где  $T_1, T_2$  – температура, соответственно, заготовки и подложки, °С.

На поверхности  $ABFE$  (цилиндрический сегмент) – охлаждение:

$$\lambda(T) \cdot \frac{\partial T}{\partial r} = \alpha_3 \cdot (T - T_0), \text{ при } r = r_0; \quad 0 < \varphi < \varphi_0, \quad (6.31)$$

где  $\alpha_3$  – коэффициент теплопередачи на поверхности  $CDEF$ , эквивалентный теплоотдаче в массивное приспособление при идеальном сопряжении стыка (подбирается методом последовательных приближений при методическом расчете), Вт/(м<sup>2</sup> · °С).

Во внутренних областях заготовки температурное поле определяется уравнением теплопроводности

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = \frac{\partial T}{\partial r} \left( a \cdot \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{a}{r} \cdot \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial T}{\partial \varphi} \left( a \cdot \frac{\partial T}{\partial \varphi} \right). \quad (6.32)$$

В подложке температурное поле определяется аналогично (6.28) – (6.32), но угловая координата изменяется в пределах  $\varphi_0 < \varphi < \pi$ .

Кроме того, тепловые потоки в граничном условии второго рода (6.28) будут также иными, так как материал подложки иной.

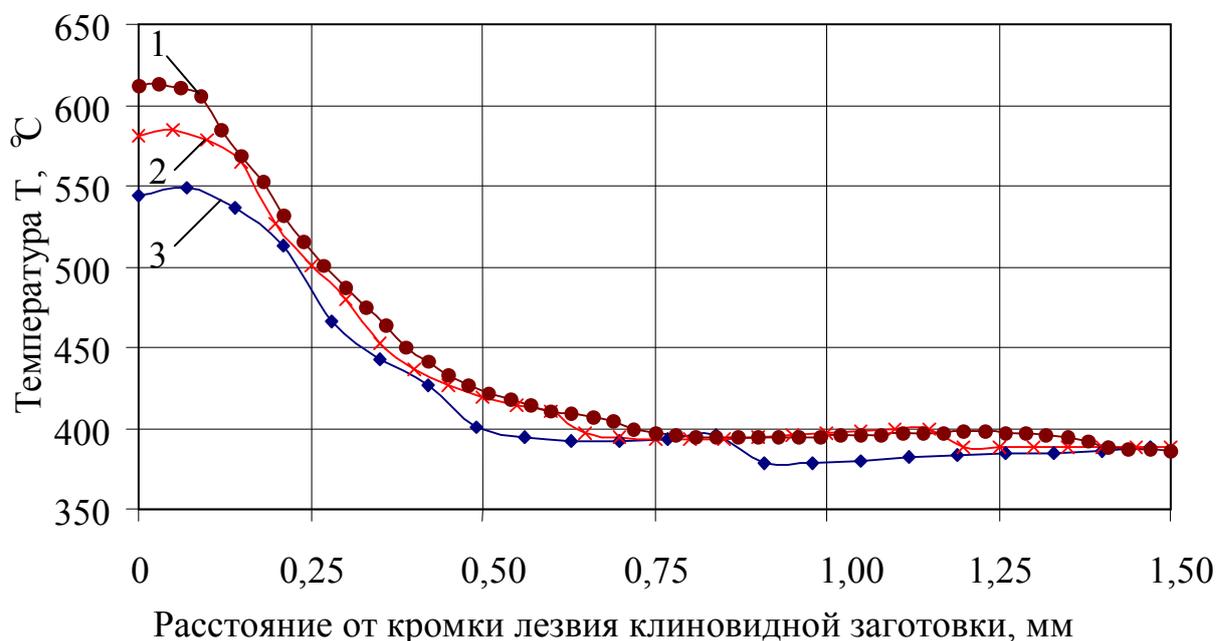


Рис. 6.18. Влияние шага разностной сетки при расчёте температуры на обрабатываемой поверхности КВЗ, шлифуемой вдоль кромки лезвия, на погрешность счёта: 1, 2, 3 – шаг сетки соответственно 30, 50, 70 мкм. Условия моделирования: угол клина –  $60^\circ$ ; заготовка – сталь ХВГ, HRC 58...62; вид шлифования – плоское, однопроходное, встречное, периферией круга; мощность шлифования – 6 кВт; доля теплоты, поглощённой заготовкой – 75 %; распределение плотности теплового потока по дуге контакта заготовка круг – линейное; скорость заготовки – 10 м/мин; окружная скорость круга – 35 м/с; глубина шлифования – 0,02 мм; ширина шлифования – 40 мм; диаметр круга – 250 мм.

Физико-математические модели, представленные выше, содержат нелинейные граничные условия и учитывают зависимости теплофизических свойств материала заготовки от температуры. Решить такие модели аналитическими методами не представляется возможным. Для отыскания решения использовали численный метод интегрирования зависимостей (метод теплового баланса в конечно-разностных уравнениях второго порядка точности). Шаг разностной сетки определен из предварительного методического расчета (рис. 6.18). Искажение температурного поля (кривые 1, 2, 3 на рис. 6.18) заметно лишь в трех ближайших к кромке лезвия узлах сетки.

Варьирование шагом сетки в пределах (20 – 100) мкм показало,

что колебания температуры (погрешность аппроксимации сетки) не превышают 5 %, а с уменьшением шага сетки точность возрастает. Однако при малом шаге сетки из-за большого числа расчетных узлов велико время выполнения программы. Опыт показал, что при частоте процессора компьютера порядка 600 МГц наиболее приемлемым является шаг сетки 50 мкм.

Именно при таких условиях и было проведено компьютерное моделирование, результаты которого представлены ниже.

### **6.3. ЗАКОНОМЕРНОСТИ ФОРМИРОВАНИЯ ТЕМПЕРАТУРНЫХ ПОЛЕЙ ПРИ ШЛИФОВАНИИ ТОНКОСТЕННЫХ И КЛИНОВИДНЫХ ЗАГОТОВОК**

#### **6.3.1. ВЛИЯНИЕ РЕЖИМА ШЛИФОВАНИЯ ТОНКОСТЕННЫХ И КЛИНОВИДНЫХ ЗАГОТОВОК НА ТЕПЛОАПРЯЖЕННОСТЬ ОБРАБОТКИ**

Как известно, для уменьшения глубины проникновения теплового потока в поверхностный слой заготовки следует повышать скорость заготовки и снижать глубину шлифования [147,169,171,181]. Кроме того, при шлифовании КВЗ часто бывает важна не только схема шлифования (встречная или попутная), но и его направление: при шлифовании КВЗ вдоль кромки лезвия теплонапряжённость оказывается ниже в некоторых случаях в 2 раза по сравнению с шлифованием поперёк кромки. Угол клина КВЗ оказывает решающее влияние: отражение теплового потока от поверхности, противоположной обрабатываемой, приводит к накоплению теплоты и, как следствие, к повышению уровня температур в заготовке. Такие особенности процесса шлифования ТЗ и КВЗ часто вызывают необратимые структурные изменения в поверхностном слое заготовки, что приводит к браку продукции.

Компьютерное моделирование тепловых процессов при шлифовании заготовок, в отличие от экспериментальных исследований, позволяет оценить влияние на теплонапряжённость обработки каждого фактора отдельно (поверхностной плотности теплового потока в заготовку и её распределения по дуге контакта шлифовальный круг – заготовка, скорости заготовки, длины дуги контакта шлифовальный круг – заготовка, теплопроводности и коэффициента температуропроводности материала заготовки и др.): дело в том, что при экспе-

риментальном исследовании варьирование, например, только скоростью заготовки приводит к изменению глубины резания каждым абразивным зерном, изменению скорости съёма металла и, в итоге, изменению поверхностной плотности теплового потока. Это обстоятельство не позволяет экспериментально выявить взаимосвязь теплонапряжённости процесса шлифования и скорости движения теплового источника. Вместе с тем, для понимания сути тепловых процессов при шлифовании необходимо чётко представлять значимость влияния каждого фактора на теплонапряжённость обработки, что позволит грамотно изменять режим шлифования, сохраняя заданную производительность обработки. Например, с уменьшением толщины заготовки следует увеличить её скорость и пропорционально уменьшить глубину шлифования.

На первом этапе компьютерного моделирования исследовали по однофакторному плану влияние скорости теплового источника (скорости заготовки), длины дуги контакта шлифовальный круг – заготовка (глубины шлифования), а также теплопроводности и коэффициента температуропроводности материала заготовки на температур-

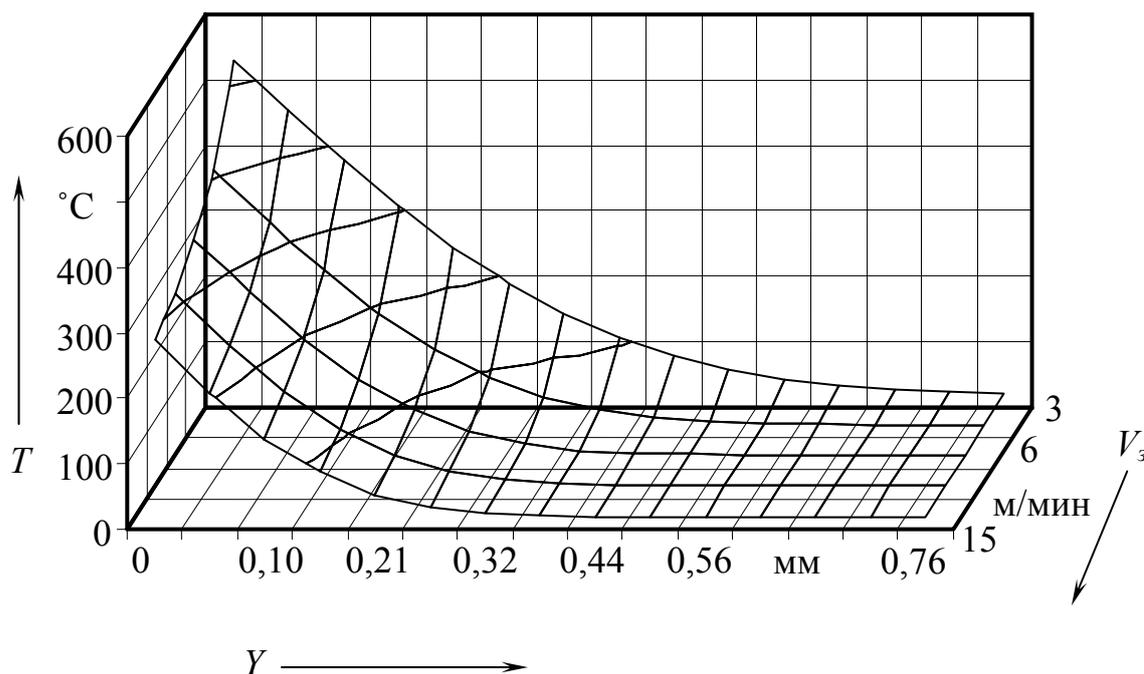


Рис. 6.19. Влияние скорости движения теплового источника  $V_3$  на распределение температуры  $T$  по глубине  $Y$  поверхностного слоя массивной заготовки при плоском шлифовании. Условия моделирования: материал заготовки – сталь ХВГ ( $\lambda = 27,2$  Вт/(м · °С),  $a = 5,4 \cdot 10^{-6}$  м<sup>2</sup>/с),  $S_t = 0,02$  мм/ход, равномерное распределение поверхностной плотности теплового потока по зоне контакта  $q = 70$  МВт/м<sup>2</sup>,  $\alpha = 4$  кВт/(м<sup>2</sup> · °С).

ное поле в ней. При этом все, кроме одного фактора были зафиксированы: теплофизические свойства стали ХВГ ( $\lambda = 27,2$  Вт/(м · °С),  $a = 5,4 \cdot 10^{-6}$  м<sup>2</sup>/с), скорость заготовки  $V_3 = 9$  м/мин, глубина шлифования  $S_t = 0,02$  мм/ход, равномерное распределение поверхностной плотности теплового потока по зоне контакта  $q = 70$  МВт/м<sup>2</sup>, коэффициент теплопередачи с обрабатываемой поверхностью  $\alpha = 4$  кВт/(м<sup>2</sup> · °С). Контактную термическую проводимость задавали при условии, что  $R_a = 0,8$  мкм обеих поверхностей в стыке заготовка – упор, заполненном воздухом:  $\lambda = 0,01$  Вт/(м · °С). Расчёт вели при минимальном шаге расчёта 50 мкм.

Моделирование показало, что увеличение скорости заготовки с 3 до 15 м/мин приводит к снижению максимальной температуры на поверхности заготовки с 530 до 289 °С (рис. 6.19). При этом глубина проникновения теплоты в поверхностный слой заготовки уменьшается в два раза: с 0,8 до 0,4 мм. Критическая толщина ТЗ обратно пропорциональна скорости заготовки (рис. 6.20).

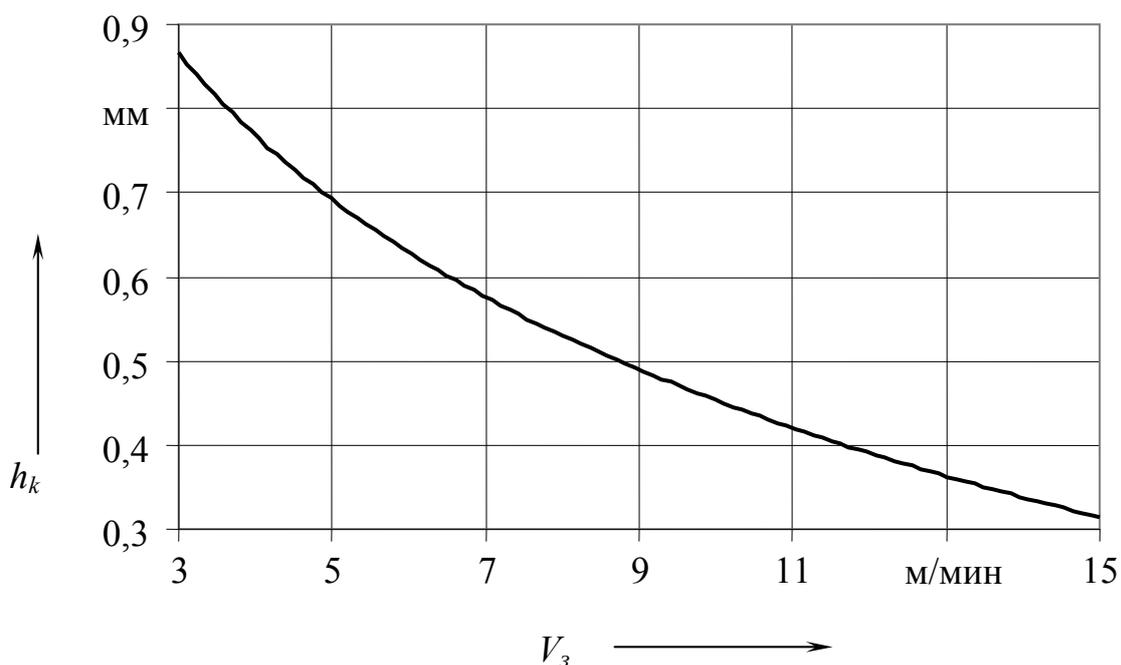


Рис. 6.20. Влияние скорости движения теплового источника  $V_3$  на критическую толщину  $h_k$  ТЗ при плоском шлифовании: условия моделирования см. в налписи к рис. 6.19

Варьированием длиной дуги контакта при фиксированной суммарной мощности теплового источника установлено, что при увеличении подачи с 0,01 до 0,03 мм/ход максимальная температура на поверхности заготовки в конце теплового источника снизилась с 423 до

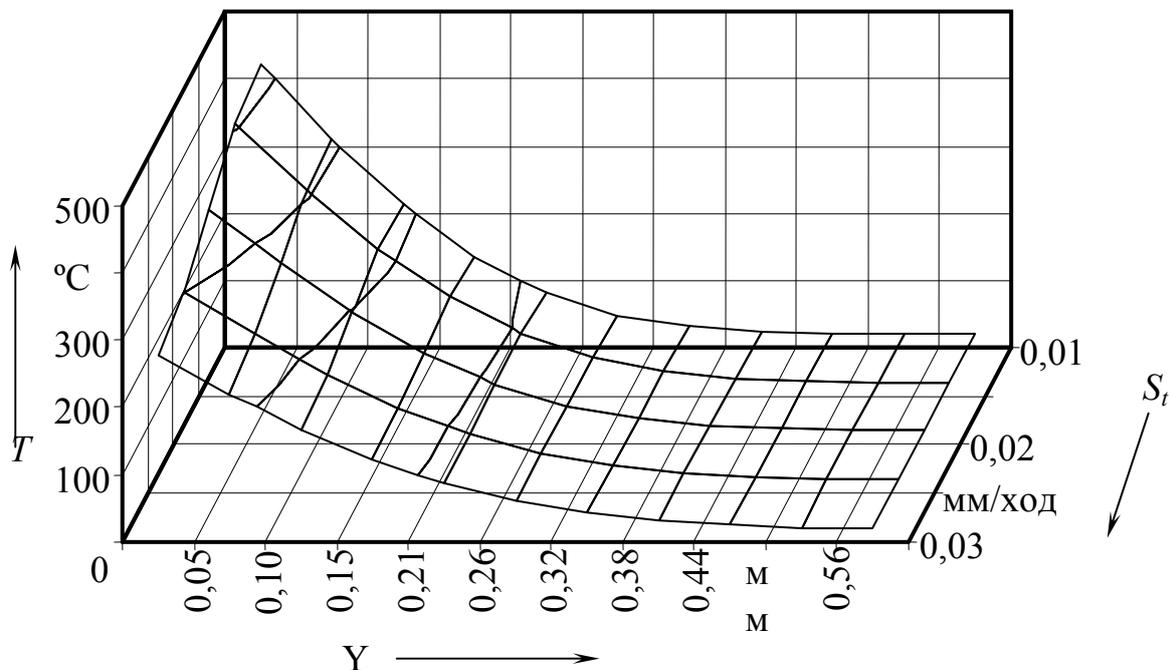


Рис. 6.21. Влияние врезной подачи  $S_t$  (длины дуги контакта шлифовальный круг – заготовка) на распределение температуры  $T$  по глубине  $Y$  поверхностного слоя при плоском шлифовании массивной заготовки (при постоянной мощности шлифования): условия моделирования  $V_z = 9$  м/мин; мощность шлифования  $q_\Sigma = 3,13$  кВт (ширина шлифования – 20 мм). Остальные условия см. в надписи к рис. 6.19.

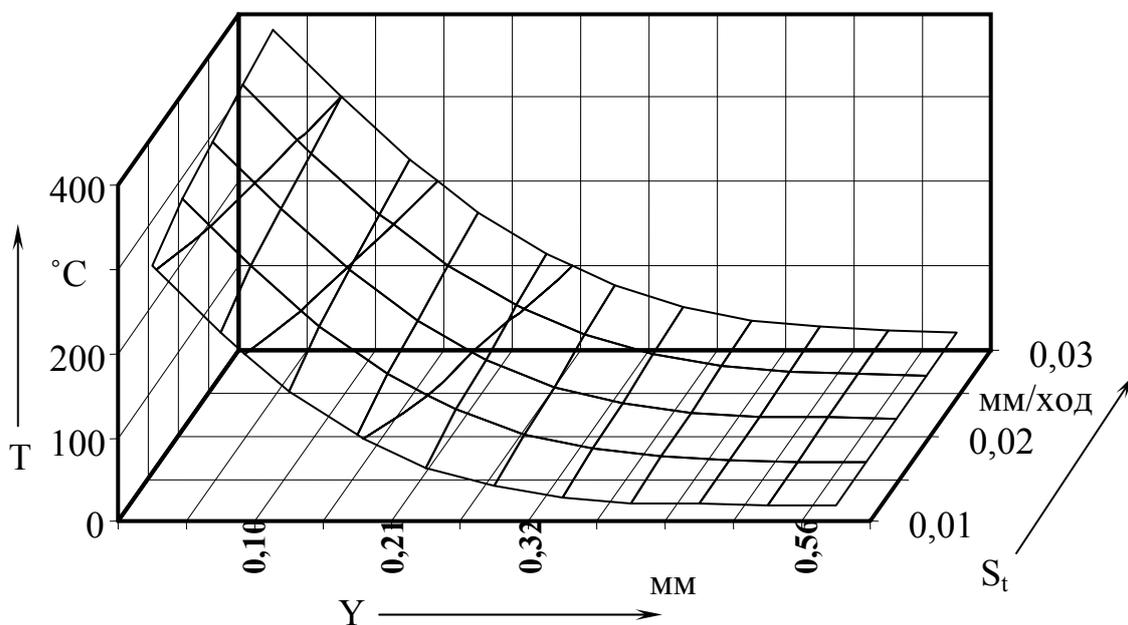


Рис. 6.22. Влияние врезной подачи  $S_t$  (длины дуги контакта шлифовальный круг – заготовка) на распределение температуры  $T$  по глубине  $Y$  при плоском шлифовании массивной заготовки (при постоянной поверхностной плотности теплового потока): условия моделирования см. в надписях к рис. 6.19, 6.21.

277 °С, но глубина проникновения теплоты осталась неизменной:  $Y \approx 0,4$  мм (рис. 6.21). То же увеличение подачи, но при постоянной поверхностной плотности теплового потока, наоборот, приводит к росту температуры с 304 до 380 °С, а глубина проникновения теплового по-

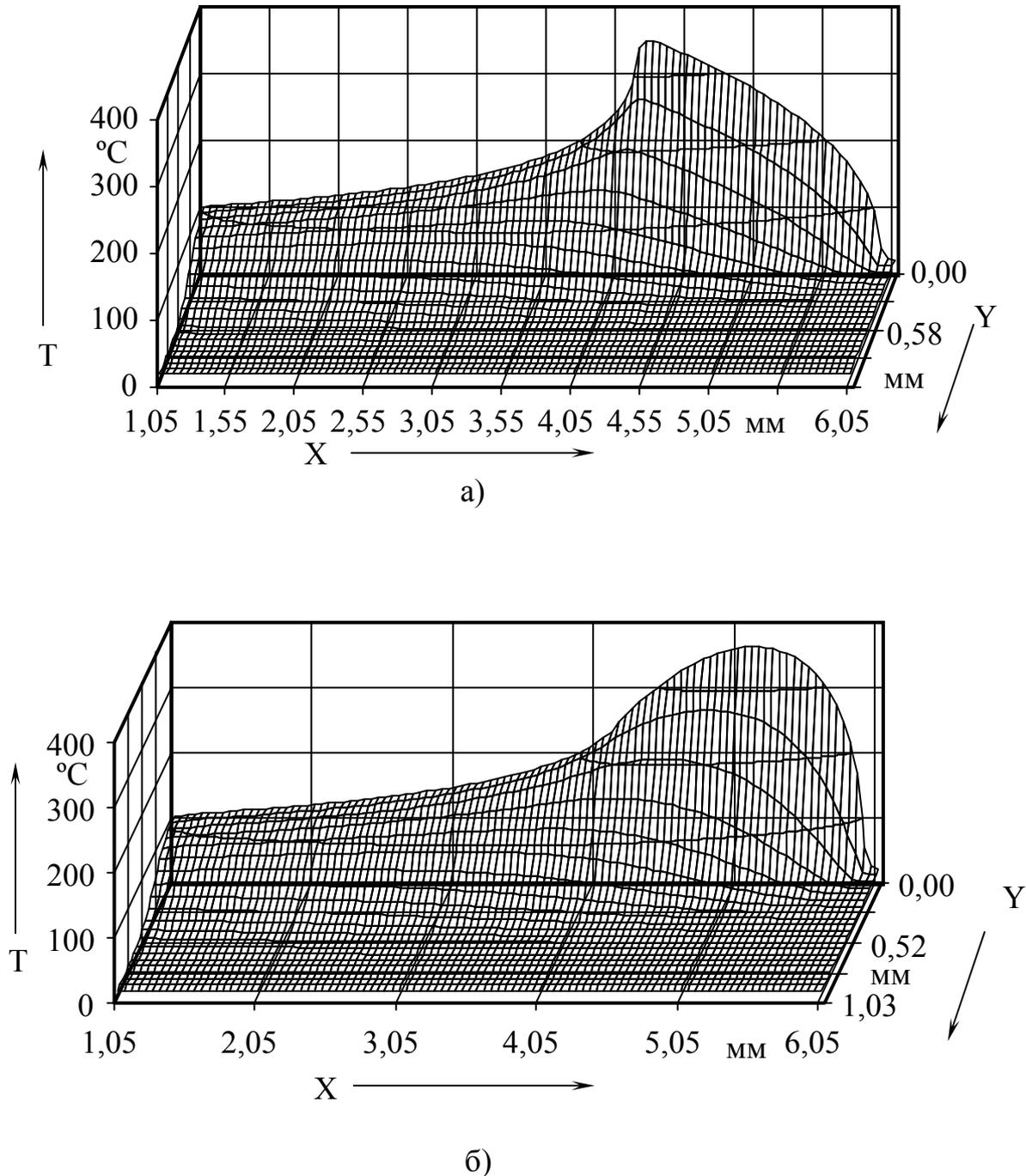


Рис. 6.23. Влияние равномерного (а) и треугольного (б) законов распределения поверхностной плотности теплового потока по длине дуги контакта шлифовальный круг – заготовка на температурное поле при плоском шлифовании массивной заготовки с постоянной мощностью: условия моделирования см. в надписях к рис. 6.19 и 6.22.

тока в поверхностный слой заготовки увеличивается с 0,44 до 0,56 мм (рис. 6.22). Из вышесказанного можно сделать однозначный вывод о том, что, во-первых, длина дуги контакта шлифовальный круг – заготовка практически не влияет на глубину проникновения теплоты в поверхностный слой заготовки и, во-вторых, распределение поверхностной плотности теплового потока оказывает более мощное воздействие на температурное поле в заготовке, чем суммарная мощность шлифования  $q_{\Sigma}$ .

Варьирование законом распределения поверхностной плотности теплового потока по дуге контакта шлифовальный круг – заготовка подтвердило большую значимость этого фактора (рис. 6.23). Во-первых, при треугольном законе температурный экстремум размещён перед серединой теплового источника, тогда как при равномерном – вблизи задней его границы. Это обстоятельство изменяет скорости нагрева и охлаждения поверхностного слоя заготовки: при треугольном распределении нагрев поверхностного слоя происходит быстрее, а охлаждение медленнее, чем при равномерном, что может существенно сказаться на прогнозируемых показателях качества поверхностного слоя заготовки (если бы математическая модель позволяла их прогнозировать). Во-вторых, на задней границе теплового источника при треугольном распределении температура поверхности заготовки ниже на 30 % (258 °С против 350 °С при равномерном распределении). В-третьих, глубина проникновения теплоты при треугольном законе распределения поверхностной плотности теплового потока в сечении по глубине заготовки, совпадающем с температурным экстремумом на поверхности, на (15 – 20) % меньше, чем при равномерном. Справедливости ради следует заметить, что температурный экстремум при треугольном распределении выше на 3,4 %, чем при равномерном (362 °С против 350 °С). Однако, несмотря на последнее замечание, можно сделать вывод о том, что при треугольном законе распределения поверхностной плотности теплового потока по дуге контакта шлифовальный круг – заготовка формируется более благоприятное для качества поверхностного слоя детали температурное поле, чем при равномерном законе распределения. Учитывая, что реальные законы распределения поверхностной плотности теплового потока скорее треугольные, чем равномерные, моделирование температурных полей с равномерным законом распределения приводит к существенному завышению уровня температур и к занижению производительности обработки.

Материалы различных заготовок отличаются между собой механическими и теплофизическими свойствами. Однако варьирование первыми можно осуществить лишь опосредованно через поверхностную плотность теплового потока, вторыми же можно легко варьировать в явном виде при компьютерном моделировании.

Варьирование поверхностной плотностью теплового потока новой информации не добавит, так как очевидна жёсткая взаимосвязь её с теплонапряжённостью шлифования: с увеличением плотности потока растут температуры в поверхностном слое заготовки и глубина их проникновения.

Что же касается теплофизических свойств материала заготовки, то при моделировании тепловых процессов при шлифовании заготовок оперируют тремя факторами: теплопроводностью  $\lambda$  материала заготовки, его объёмной теплоёмкостью  $C_p \cdot \rho$  и комплексным показателем – коэффициентом температуропроводности  $a$ . Но так как первые два фактора входят в третий (соответственно в числителе и знаменателе), то последний фактор можно исключить из числа варьируемых.

Теплопроводность материала заготовки изменяется в зависимости от марки стали, её состояния (закалённая – отпущенная) и температуры в поверхностном слое в диапазоне (15–65) Вт/(м · °С) (от сильнолегированных к низкоуглеродистым сталям, от высоких температур к низким). Например, теплопроводность нержавеющей стали 1Х18Н9Т  $\lambda = 15,7$  Вт/(м · °С), быстрорежущей стали Р18 (70Х4Ф1В18) –  $\lambda = 24,6$  Вт/(м · °С), стали 30ХГС  $\lambda = 37,2$  Вт/(м · °С) (данные приведены для температуры 50 °С).

Теплоёмкость углеродистых, низко- и среднелегированных, а также хромистых нержавеющей сталей (типа Х13) изменяется в основном в зависимости от температуры (0 – 800) °С в пределах (0,45 – 1,0) кДж/(кг · °С), а теплоёмкость аустенитных хромоникелевых сталей и жаропрочных сплавов на основе никеля и кобальта, а также титановых сплавов, изменяется с ростом температуры (0 – 1000) °С в пределах (0,4 – 0,7) кДж/(кг · °С) [165].

Из рис. 6.24, а следует, что влияние величины теплопроводности материала заготовки на температуру её поверхности более выражено при низких  $\lambda$  (нержавеющие и быстрорежущие стали): уменьшение теплопроводности с 65 до 25 Вт/(м · °С) приводит к росту температуры на 222 °С, а изменение  $\lambda$  только на 10 Вт/(м · °С) (с 25 до 15) – на 239 °С. Такая нелинейность объясняет высокую теплонапряжённость

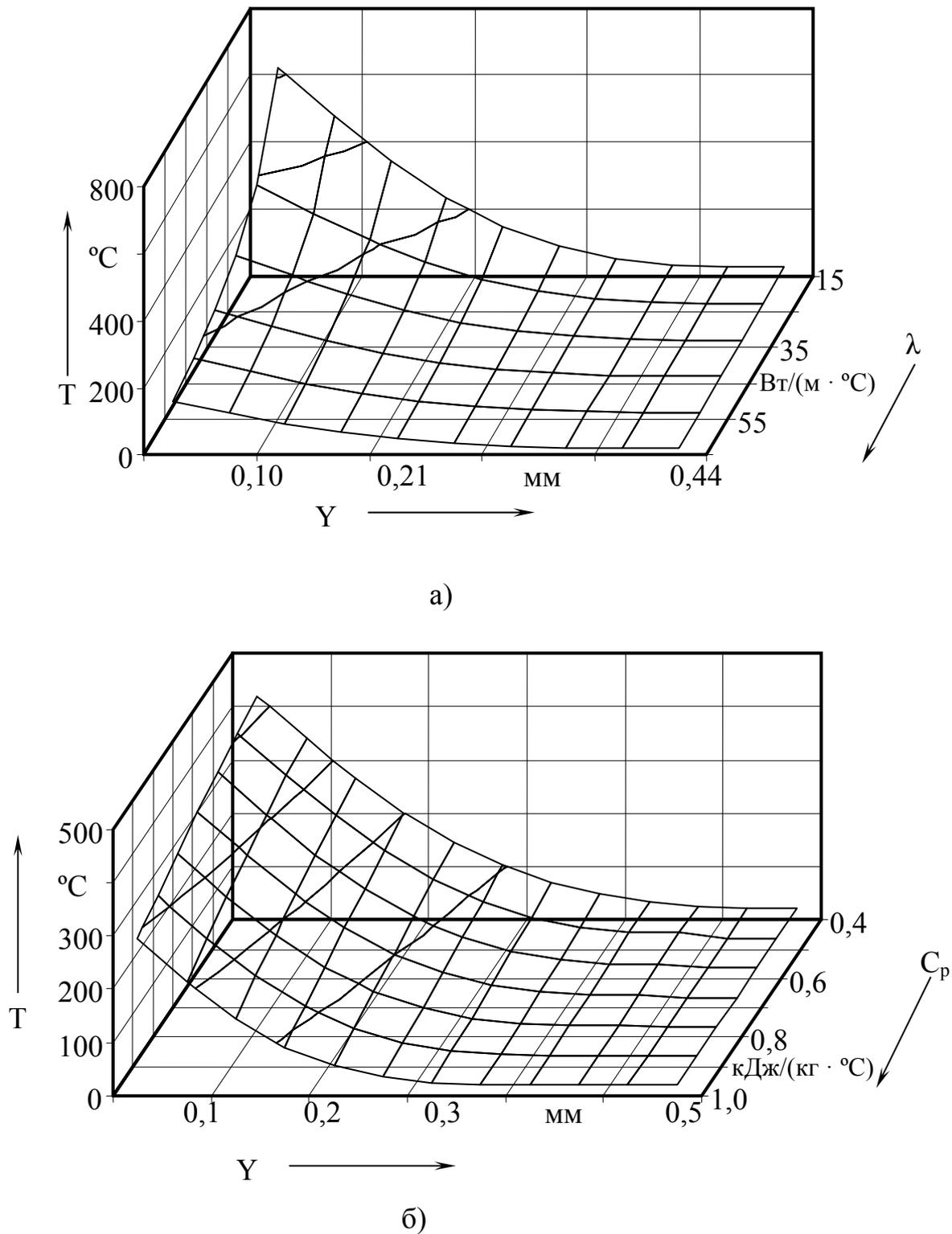


Рис. 6.24. Влияние теплопроводности  $\lambda$  (а) и массовой теплоёмкости  $C_p$  (б) материала заготовки на распределение температуры  $T$  по глубине  $Y$  в конце теплового источника при плоском шлифовании:  $V_3 = 9$  м/мин; остальные условия моделирования см. в надписи к рис. 6.19.

обработки заготовок из высоколегированных сталей. Однако, как хорошо видно на рис. 6.24, а, глубина проникновения теплового потока в поверхностный слой заготовки от теплопроводности не зависит.

Низкая теплоёмкость ( $0,4 \text{ кДж}/(\text{кг}\cdot^\circ\text{C})$ ) материала заготовки способствует более глубокому (на 60 %) проникновению теплоты в поверхностный слой заготовки, чем при  $C_p = 1,0 \text{ кДж}/(\text{кг}\cdot^\circ\text{C})$  (рис. 6.24, б). К тому же, в первом случае и уровень температур на поверхности выше на 43 %.

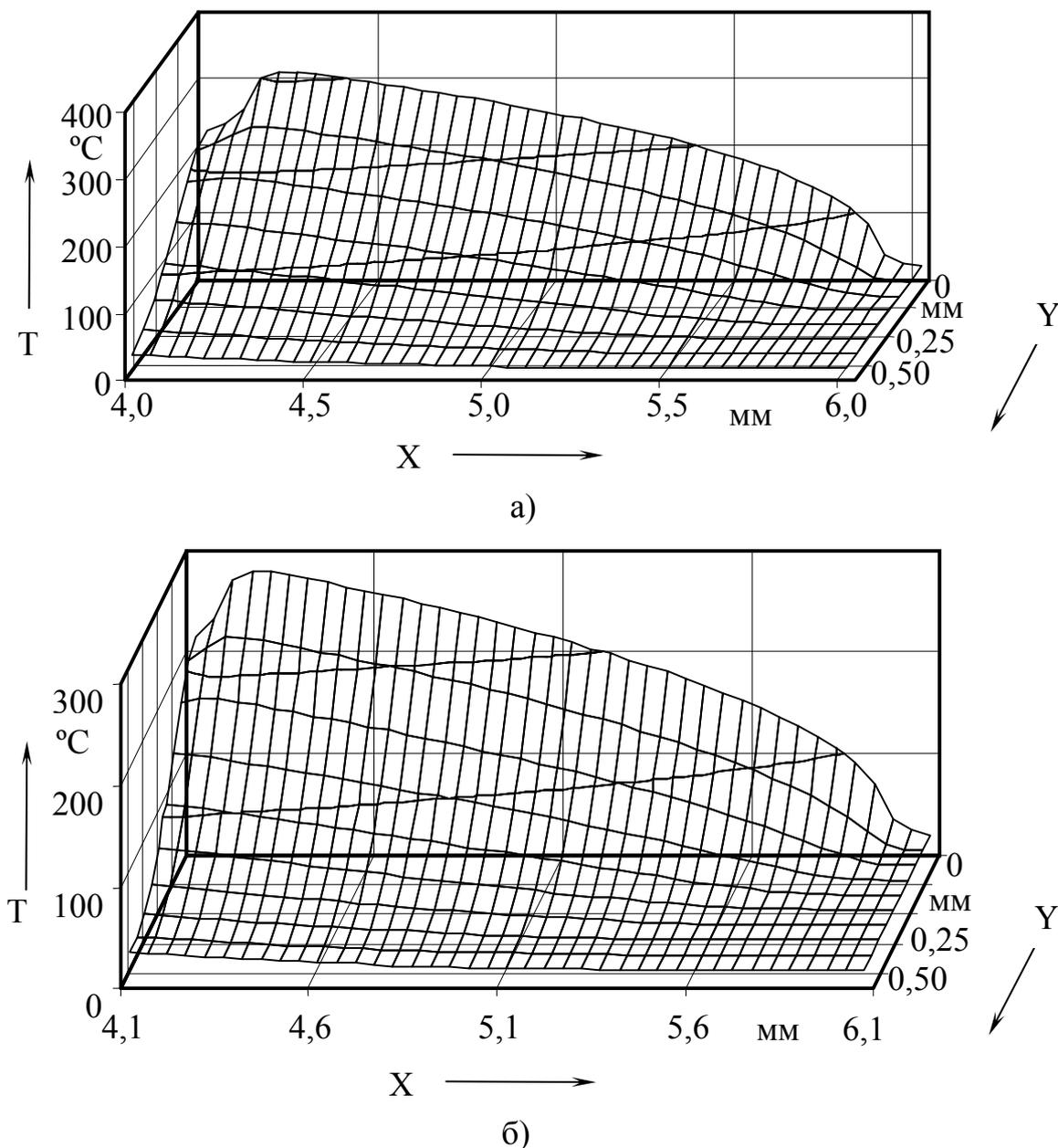


Рис. 6.25. Фрагмент температурного поля в ТЗ толщиной 0,5 мм, рассчитанного при равномерной (а) и нелинейной (б) зависимости теплопроводности и коэффициента температуропроводности материала заготовки: условия моделирования:  $V_3 = 9 \text{ м/мин}$ ;  $\lambda = 0,000024 \cdot T^2 - 0,051 \cdot T + 53,6 \text{ Вт}/(\text{м} \cdot ^\circ\text{C})$  ( $R^2 = 0,96$ );  $a = 3 \cdot 10^{-14} \cdot T^3 - 3 \cdot 10^{-11} \cdot T^2 - 3 \cdot 10^{-9} \cdot T + 10^{-5} \text{ м}^2/\text{с}$  ( $R^2 = 0,99$ ) (полиномы по данным [165]). Остальные условия см. в надписи к рис. 6.19.

Влияние анизотропии теплофизических свойств материала заготовки при разных температурах на температуру поверхностного слоя заготовки, явно выражено лишь в области максимальных температур (рис. 6.25). При этом было отмечено 10 % - ное повышение температур: 310 °С против 280 °С (при расчёте с равномерным заданием зависимости теплофизических свойств от температуры по сравнению с нелинейным их заданием). Следует заметить, что с увеличением теплонапряженности процесса шлифования разница между средними значениями  $\lambda$ ,  $a$  и значениями, рассчитанными по соответствующим нелинейным зависимостям, накапливается и в результате максимальная погрешность расчёта может достичь 30 %. Однако подобное возможно лишь при шлифовании заготовок из низкоуглеродистых сталей: именно у них ярко выражена зависимость свойств от температуры. Резкий рост (в 2 ... 2,5 раза) теплоемкости материала таких сталей достигает своего экстремума при 800 °С. Это позволяет аккумулировать теплоту в поверхностном слое заготовки, демпфируя тепловой процесс и снижая его теплонапряжённость. Существенный рост теплоёмкости в диапазоне температур (0 – 800) °С вместе с относительно высокой теплопроводностью (более 25 Вт/(м · °С)) и сравнительно низкой мощностью шлифования объясняет «низкую» теплонапряжённость обработки заготовок из материалов 1 и 2 групп шлифуемости. У инструментальных и быстрорежущих сталей эти зависимости менее выражены, и, как показали расчёты, погрешность расчёта температурного поля при шлифовании не превышает 10 %.

Таким образом, анализ влияния элементов режима шлифования и теплофизических свойств материала заготовок на теплонапряжённость обработки показал, что наиболее значимыми являются скорость движения теплового источника (скорость заготовки), поверхностная плотность теплового потока в зоне контакта шлифовальный круг – заготовка, её закон распределения и теплопроводность материала заготовки. Длина дуги контакта шлифовальный круг – заготовка (врезная подача) и зависимости теплофизических свойств от температуры менее значимы.

Зависимости теплопроводности и теплоемкости (и, вместе с ними, коэффициента температуропроводности) от температуры поверхностного слоя при шлифовании заготовок из труднообрабатываемых материалов (никелевые и титановые сплавы, быстрорежущие и другие высоколегированные стали) мало значимы. Учитывая сложность и быстротечность процессов аллотропических изменений в поверх-

ностном слое заготовки при шлифовании, велика погрешность этих зависимостей. Всё это позволяет обоснованно отказаться от учёта при математическом моделировании тепловых процессов при шлифовании нелинейности зависимостей теплопроводности и теплоемкости от температуры поверхностного слоя.

При шлифовании ТЗ и КВЗ особую роль в развитии теплового процесса в поверхностном слое заготовки оказывает охлаждение поверхности, противоположной обрабатываемой. Этому способствует теплоотвод в упор, но количество теплоты, перешедшей в упор, определяется контактной термической проводимостью стыка заготовка – упор и теплофизическими свойствами материала упора. Эти аспекты освещены в следующем параграфе.

### **2.3.2. ВЛИЯНИЕ КОНТАКТНОЙ ТЕРМИЧЕСКОЙ ПРОВОДИМОСТИ СТЫКА ЗАГОТОВКА – УПОР (ПОДЛОЖКА) НА ТЕПЛОНАПРЯЖЕННОСТЬ ШЛИФОВАНИЯ ТОНКОСТЕННЫХ И КЛИНОВИДНЫХ ЗАГОТОВОК**

Теплонапряжённость шлифования ТЗ и КВЗ зависит, кроме режима обработки и теплофизических свойств материала заготовки, от её толщины или угла клина. Из-за низкой теплоотдачи с поверхности, противоположной обрабатываемой, происходит накопление теплоты в заготовке, растут температуры в поверхностном слое, снижаются скорости его нагрева и охлаждения, что может привести к появлению прижогов и короблению детали.

Для того чтобы снизить или вообще исключить влияние толщины ТЗ на теплонапряжённость обработки, необходимо организовать хороший теплоотвод с технологической базы заготовки. Это становится возможным, когда как минимум теплопроводность материала упора не ниже теплопроводности материала заготовки и стык заготовка – упор организован «идеально», т.е. его контактная термическая проводимость более  $2 \text{ МВт}/(\text{м}^2 \cdot ^\circ\text{С})$ .

Контактная термическая проводимость стыка заготовка – упор складывается из двух составляющих: термической проводимости зазора в стыке и собственно проводимости фактического металлического контакта (по вершинам микронеровностей) [176]:

$$\gamma = 1,6 \cdot 10^4 \cdot \frac{\lambda_M}{\psi_t \cdot \psi_k} \cdot \frac{P_y}{3 \cdot \sigma_d} + \frac{\lambda_c}{\delta_s}, \quad (2.33)$$

где  $\overline{\lambda}_M$  – приведенная теплопроводность материалов заготовки и приспособления, Вт/(м · °С);  $\Psi_t, \Psi_k$  – коэффициенты, учитывающие сопротивление стягивания линий тока тепла и формы вершин микронеровностей;  $P_y$  – давление сжатия двух тел, МПа;  $\delta_g$  – предел прочности более мягкого материала, МПа;  $\lambda_c$  – теплопроводность среды, заполняющей стык, Вт/(м · °С);  $\delta_z$  – эквивалентная толщина зазора в стыке, м.

Первое слагаемое определяют твердость (микротвёрдость, предел прочности) поверхностного слоя заготовки и упора и сила прижима одного тела к другому. Второе слагаемое зависит от высоты микронеровностей контактирующих поверхностей  $R_a (R_z)$ , их относительной опорной длины профилей  $t_p$  и теплопроводности среды, заполняющей стык. Однако эти слагаемые неравнозначны. Термическая проводимость фактического металлического контакта из-за наличия пленок окислов на поверхностях, адсорбированных на них газов и жидкостей и, прежде всего, малой площади фактического контакта (не более 1 %) на 3 – 5 порядков ниже термической проводимости газожидкостного зазора. Учитывая то, что обеспечить прилегание ТЗ к упору по всей площади из-за нежесткости ТЗ и локальности приложения нагрузки (радиальной составляющей силы шлифования  $P_y$ ) практически невозможно, первым слагаемым можно без потери точности пренебречь.

Таким образом, при шлифовании ТЗ контактная термическая проводимость стыка заготовка – упор определяется термической проводимостью газожидкостного зазора. При этом, учитывая, что технологическая база ТЗ (КВЗ) и соответствующая поверхность приспособления, как правило, шлифованы с  $R_a = (0,6 – 0,8)$  мкм, то  $t_p$  микропрофиля таких поверхностях отличается не более, чем на (5 – 10) % [176]. Следовательно, контактная термическая проводимость в основном определяется двумя параметрами – теплопроводностью среды в стыке и высотой микронеровностей контактирующих поверхностей. Как видно из графика зависимости контактной термической проводимости (рис. 6.26) от теплопроводности среды, заполняющей стык заготовка – упор, и  $R_a$  поверхностей, при шероховатости 0,4 мкм и заполнении стыка водным раствором ( $\lambda = 0,5$  Вт/(м · °С)) контактная термическая проводимость стыка достигает 125 кВт/(м<sup>2</sup> · °С). Для обеспечения идеального сопряжения необходимо либо уменьшить

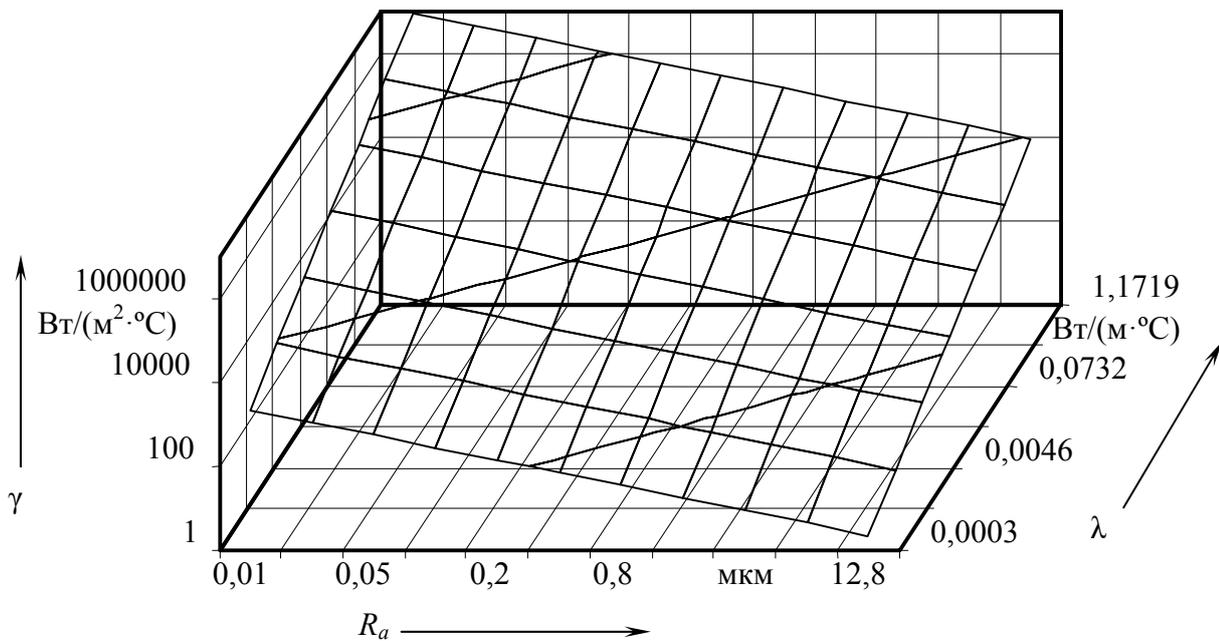


Рис. 6.26. Влияние шероховатости ( $R_a$ ) контактирующих поверхностей и теплопроводности среды  $\lambda$ , заполняющей стык ТЗ – упор, на контактную термическую проводимость стыка  $\gamma$ , рассчитанную по зависимости (6.33).

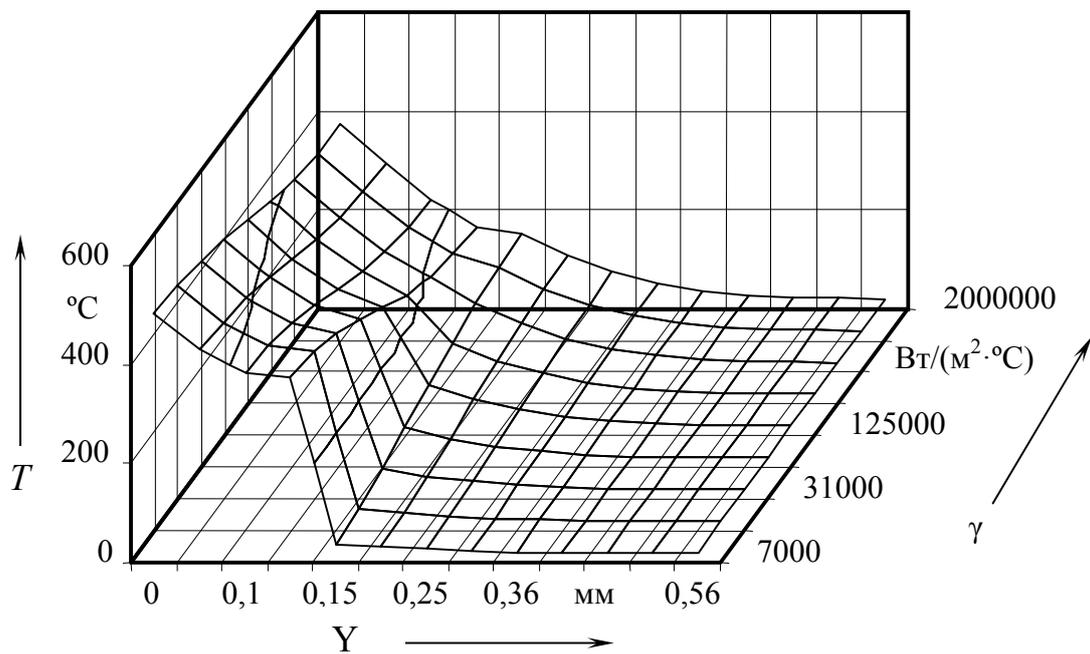


Рис. 6.27. Влияние контактной термической проводимости  $\gamma$  стыка ТЗ – упор на температуру  $T$  по глубине  $Y$  поверхностного слоя заготовки: условия моделирования см. в надписи к рис. 6.19.

шероховатость поверхностей до 0,0125 мкм, либо заменить водную среду материалом, обладающим большей теплопроводностью ( $\lambda > 8$  Вт/(м · °С)), например, мягким припоем ПОС – 40 ( $\lambda \approx 40$

Вт/(м · °С)).

При шлифовании заготовки толщиной 0,15 мм, шероховатости базовой поверхности и поверхности упора  $R_a = 0,4$  мкм и заполнении стыка СОЖ на водной основе ( $\gamma = 125$  кВт/(м<sup>2</sup> · °С)), температура шлифуемой поверхности в конце теплового источника превысит температуру в массивной заготовке на 64 °С и достигнет 436 °С (рис. 6.27). Температура же базовой поверхности ТЗ поднимется на 100 °С до уровня 260 °С, при этом температурный напор в стыке превысит 160 °С. В таких условиях водная СОЖ в стыке закипит, образуется паровая пробка, контактная термическая проводимость упадёт до 1 кВт/(м<sup>2</sup> · °С), температурный напор возрастёт до 350 °С при температуре шлифуемой и базовой поверхностей соответственно 506 °С и 377 °С. Такие процессы способствуют отпуску поверхностного слоя (часто по всей толщине ТЗ), что является неисправимым браком (из-за коробления заготовки). При шлифовании КВЗ с углом 20° (нож с прямолинейной режущей кромкой) температура на кромке в таких условиях может достигнуть температуры плавления материала ножа, но перед этим, из-за пластического оттеснения материала заготовки зёрнами круга образуется заусенец, что потребует введения дополнительной операции по его удалению.

Теплонапряжённость шлифования ТЗ можно снизить также путем повышения скорости теплового источника (рис. 6.19) и, в некоторых случаях, переведя ТЗ в класс массивных заготовок.

При шлифовании ТЗ, из-за их малой толщины и при идеальной контактной термической проводимости стыка заготовка – упор, появляется возможность снизить теплонапряжённость обработки за счёт интенсификации теплоотвода в упор. Такое возможно, если теплопроводность материала упора существенно превышает теплопроводность материала заготовки (рис. 6.28). Так, например, при шлифовании ТЗ из стали ХВГ HRC 55 ... 59 ( $\lambda = 27,2$  Вт/(м · °С)) на упоре из низкоуглеродистой отожженной стали 08 ( $\lambda > 56$  Вт/(м · °С) при  $T < 200$  °С) покрытой (лужёной) припоем ПОС – 40 температура базовой поверхности ТЗ снизится на 12 %. При шлифовании на медном (лужёном) упоре та же температура снизится на 63 %, а температура поверхности – на 20 %. Теплота, практически не задерживаясь в ТЗ, переходит и «растекается» в массивном упоре. Такое явление при шлифовании ТЗ можно назвать «тепловым насосом».

Следует заметить, что критическая толщина ТЗ (рис. 6.29) зависит в основном от теплопроводности материала заготовки (зависи-

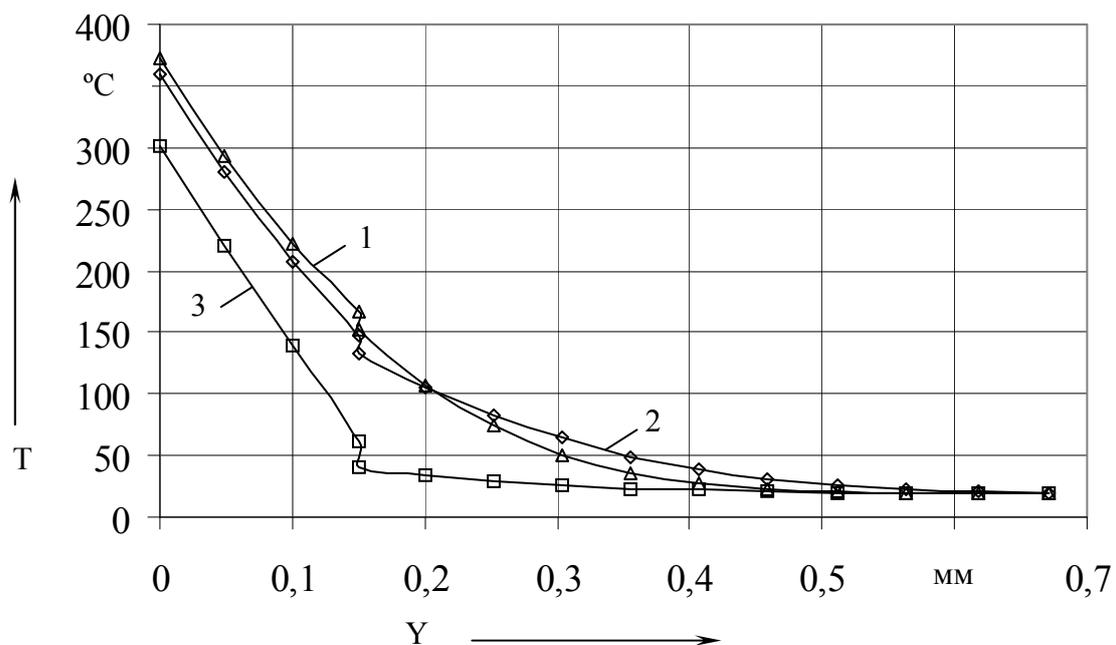


Рис. 6.28. Влияние теплопроводности материала упора на зависимость температуры  $T$  по глубине  $Y$  в ТЗ толщиной 0,15 мм при плоском шлифовании: условия моделирования: 1, 2, 3 – материал упора соответственно сталь 40, 08 и медь ММ1;  $\gamma = 1 \text{ МВт}/(\text{м}^2 \cdot ^\circ\text{C})$ ;  $V_3 = 9 \text{ м}/\text{мин}$ . Остальные условия см. в надписи к рис. 6.19.

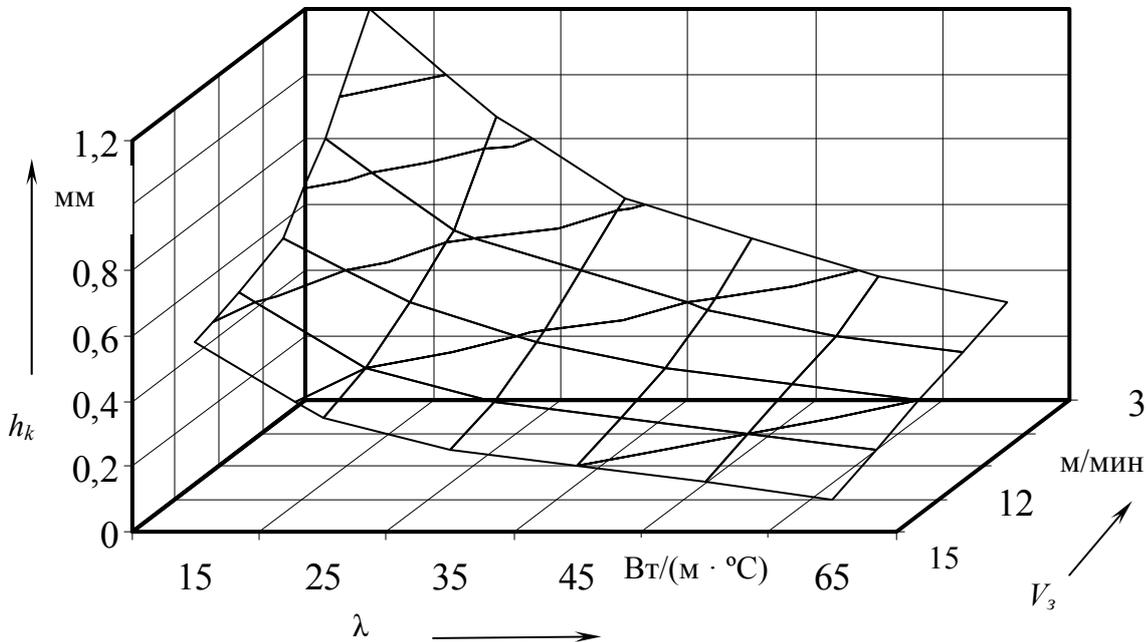


Рис. 6.29. Влияние скорости заготовки  $V_3$  и теплопроводности её материала  $\lambda$  на критическую толщину  $h_k$  ТЗ при плоском шлифовании. Остальные условия см. в надписи к рис. 6.19.

мость особенно выражена при  $\lambda < 25 \text{ Вт}/(\text{м} \cdot ^\circ\text{C})$ ) и от её скорости.

Таким образом, при шлифовании заготовок, толщина которых

меньше критической, при выполнении нескольких условий, обеспечивающих высокую контактную термическую проводимость (порядка нескольких МВт), можно достичь производительности бездефектного шлифования массивных заготовок, а в некоторых случаях – при использовании упора из материала, теплопроводность которого существенно превышает теплопроводность материала заготовки, – даже превысить её.

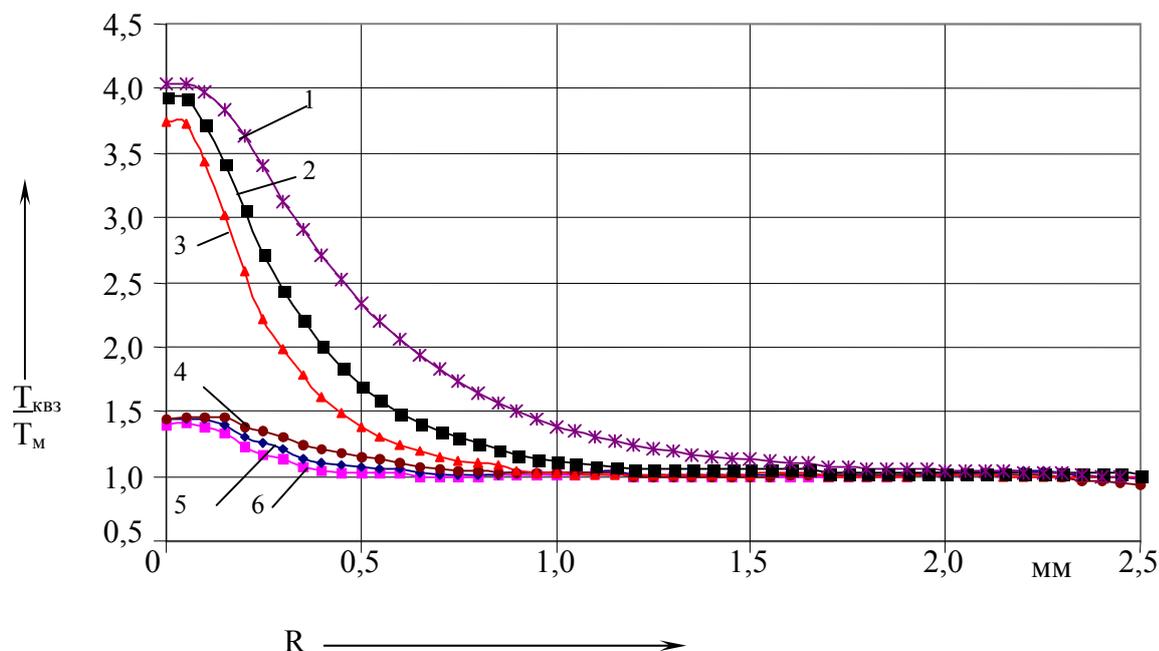


Рис. 6.30. Влияние угла клина КВЗ и скорости  $V_z$  шлифуемой вдоль кромки заготовки на прирост температуры  $T_{KB3}$  на расстоянии  $R$  от кромки относительно температуры  $T_m$  вдали от клина (на расстоянии более 5 мм от границ шлифуемой поверхности заготовки): условия моделирования: шлифовальный круг 1 – 250×40×76 25A25HSM17K5; материал заготовки ХВГ, HRC 55...60; окружная скорость круга – 35 м/с; врезная подача – 0,02 мм/ход; охлаждение 0,5 %-ным содовым раствором; 1, 2, 3 – угол клина 21°; 4, 5, 6 – угол клина 60°; 1, 4 – скорость заготовки  $V_z = 5$  м/мин; 2, 5 –  $V_z = 10$  м/мин; 3, 6 –  $V_z = 15$  м/мин.

При шлифовании КВЗ низкий теплоотвод от заготовки, обусловленный слабой теплоотдачей с необрабатываемой в данный момент поверхности КВЗ, приводит к накоплению теплоты в заготовке (рис. 6.30). Следует заметить, что при шлифовании (заточке) заготовки с углом клина около 20° (например, режущая кромка ножа машины по обрезке бумаги) размер зоны с повышенным по сравнению с массивной частью заготовки уровнем температур доходит до (1,5 – 1,7) мм, что часто приводит к нежелательным структурным изменениям в поверхностном слое КВЗ.

Теплонапряжённость процесса шлифования КВЗ оказывает ре-

шающее влияние на качество её поверхностного слоя, причем рост теплонапряжённости вынуждает технолога снижать производительность обработки. Однако часто и эти меры не приводят к желаемому результату. Станки типа ТчН21 – 5 (полуавтомат для шлифования плоских ножей с прямолинейной режущей кромкой) оснащены подпружиненным шпинделем, что существенно снижает реальную глубину и, следовательно, теплонапряжённость шлифования, но при этом ни о каких требованиях к плоскостности затачиваемой поверхности говорить не приходится. Даже при очень мягких режимах обработки возможно понижение микротвёрдости поверхностного слоя и появление растягивающих остаточных напряжений в нём, что приводит к снижению износостойкости и усталостной прочности изделий, появлению микротрещин и сколов.

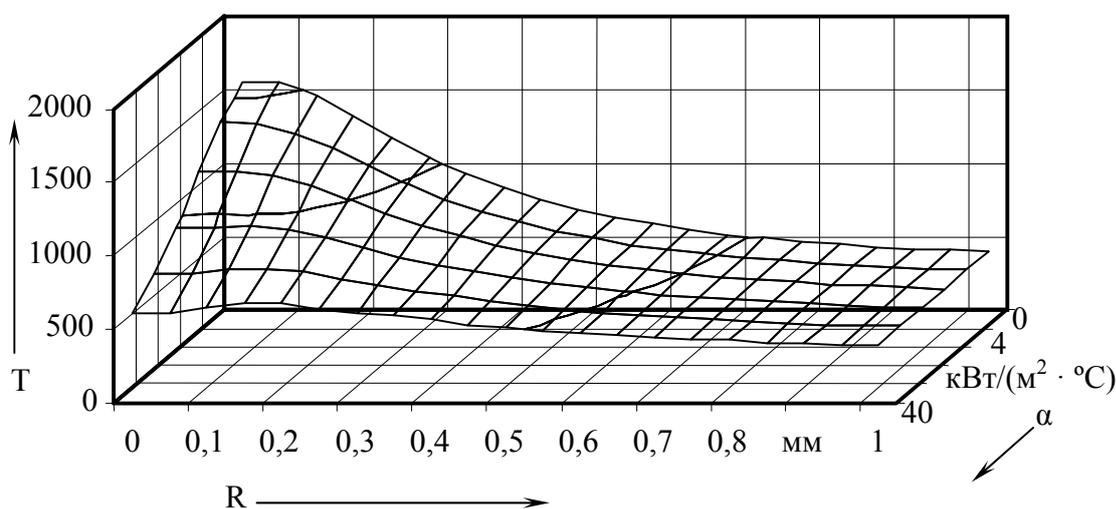


Рис. 6.31. Влияние коэффициента теплопередачи  $\alpha$  на необрабатываемой поверхности лезвия на температуру  $T$  шлифуемой вдоль кромки лезвия поверхности в направлении, перпендикулярном кромке на расстоянии  $R$  от кромки: условия моделирования: угол клина  $22^\circ$ ; максимальная поверхностная плотность теплового потока  $70 \text{ МВт}/\text{м}^2$  при полиномиальном распределении потока по зоне контакта шлифовальный круг – КВЗ (схема плоского встречного шлифования);  $S_t = 0,02 \text{ мм}/\text{ход}$ . Остальные условия см. в надписи к рис. 6.19.

Как показали результаты моделирования (рис. 6.31), теплонапряжённость шлифования КВЗ вдоль кромки без охлаждения чрезвычайно велика: на кромке температура превышает температуру плавления материала заготовки, а на расстоянии  $K = 0,3 \text{ мм}$  от кромки температура шлифуемой поверхности всё ещё превышает  $1000 \text{ °С}$ . Зона влияния формы заготовки на температурное поле в теле превышает  $1 \text{ мм}$ . Однако, интенсифицировав теплоотдачу на необрабатыва-

емой поверхности вблизи кромки, можно существенно повлиять на распределение тепловых потоков в поверхностном слое вблизи кромки. Так, например, при  $\alpha = 20$  кВт/(м<sup>2</sup> · °С) температура на кромке заготовки (942 °С) «всего» в 2,5 раза превышает температуру массивной части заготовки (360 °С). При  $\alpha = 40$  кВт/(м<sup>2</sup> · °С) температура кромки опускается до 610 °С. Дальнейшее повышение  $\alpha$  до 100 кВт/(м<sup>2</sup> · °С) практически нивелирует влияние формы КВЗ.

Как известно, коэффициент теплопередачи с обрабатываемой поверхности может колебаться в широких пределах от 0 до 180 кВт/(м<sup>2</sup> · °С). Однако создать стабильные условия, при которых коэффициент  $\alpha$  был бы не менее 20 кВт/(м<sup>2</sup> · °С), весьма проблематично. Варьирование углом клина показало (рис. 6.32), что охлаждение с коэффициентом теплопередачи с необрабатываемой поверхности  $\alpha = 10$  кВт/(м<sup>2</sup> · °С) эффективно лишь при углах клина, больших 60°. Поэтому этот путь решения проблемы снижения теплонапряжённости процесса шлифования КВЗ с углами менее 60° является тупиковым.

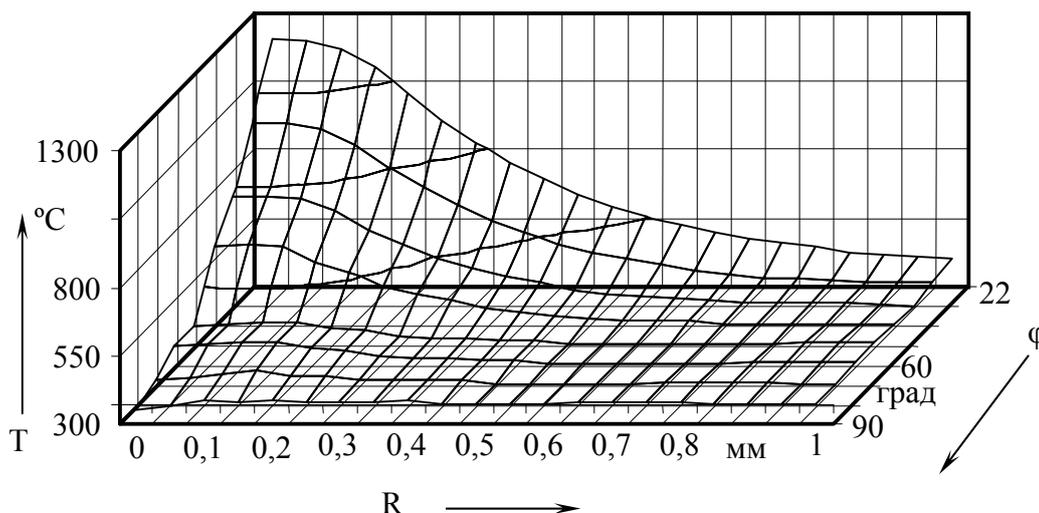


Рис. 6.32. Влияние угла клина КВЗ на зависимость температуры шлифуемой вдоль кромки лезвия поверхности в направлении, перпендикулярном кромке, на расстоянии  $R$  от кромки при  $\alpha = 20$  кВт/(м<sup>2</sup> · °С): условия моделирования см. в надписи к рис. 6.31.

Радикальным путём решения проблемы снижения теплонапряжённости процесса шлифования КВЗ является применение специальных приспособлений [197–201], позволяющих снизить теплонапряжённость шлифования и повысить точность формы поверхностей деталей при практически полном исключении образования заусенца на режущей кромке. Основная идея всех этих приспособлений – обеспе-

чение высокой контактной термической проводимости стыка заготовка – подложка (упор). Этот способ показал свою эффективность при шлифовании ТЗ и, несомненно, столь же эффективен при шлифовании КВЗ. При шлифовании КВЗ на упоре неминуемо будет снят некоторый припуск и с подложки, но при этом исключается образование заусенца, что компенсирует текущие затраты на эксплуатацию приспособления.

Таким образом, при шлифовании КВЗ с углом клина более  $60^\circ$  для снижения теплонапряженности процесса шлифования можно рекомендовать повышение скорости заготовки и применение охлаждения на необрабатываемой поверхности с  $\alpha > 10 \text{ кВт}/(\text{м}^2 \cdot ^\circ\text{С})$ . При шлифовании КВЗ с углом менее  $60^\circ$  следует применять приспособления в виде упора с обеспечением высокой контактной термической проводимости.

### **6.3.3. ВЛИЯНИЕ ТЕПЛОНАПРЯЖЕННОСТИ ШЛИФОВАНИЯ ТОНКОСТЕННЫХ И КЛИНОВИДНЫХ ЗАГОТОВОК НА КАЧЕСТВО ИЗДЕЛИЙ (ДЕТАЛЕЙ)**

Высокая теплонапряжённость шлифования ТЗ и КВЗ резко усложняет технологический процесс изготовления соответствующих изделий: для обеспечения заданного качества тонкостенных деталей приходится снижать производительность обработки и применять специальные приспособления, при шлифовании КВЗ использовать криогенные жидкости (азот и др.), при изготовлении или переточке лезвийного инструмента вводить дополнительную операцию доводки и т.д. Однако эти меры не всегда эффективны и при шлифовании ТЗ и КВЗ обеспечение заданного качества изделий (деталей) является трудноразрешимой проблемой.

Свойства поверхностного слоя в зоне обработки формируются под действием различных факторов (рис. 6.33). Слой  $S$  (вблизи поверхности) формируется под воздействием высоких температур и сил в зоне резания.

При этом можно выделить температурную, пластическую и упругую компоненты. В слое  $D$  преобладает механическое воздействие – пластическая и упругая компоненты. В слое  $F$  имеет место лишь упругая компонента. В зависимости от того, как соотносятся величины деформаций в слоях, возможны три случая (рис. 6.34):

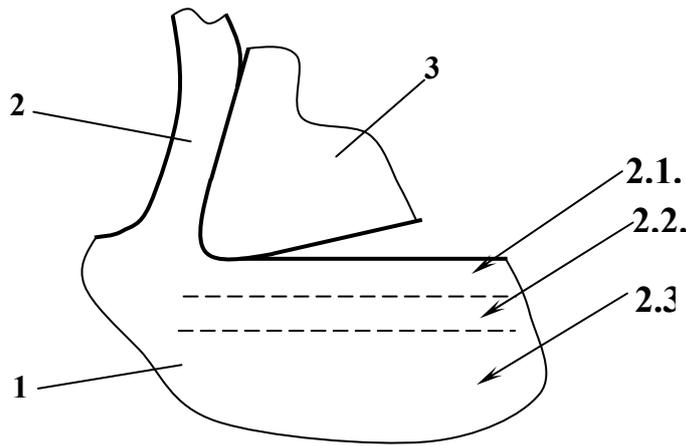


Рис. 6.33. Схема формирования слоёв  $S$ ,  $D$ ,  $F$  при механической обработке заготовок [195]: 1 – заготовка; 2 – стружка; 3 – режущий инструмент; в слое  $S$  – тепловое и механическое воздействие; в слое  $D$  – механическое воздействие; в слое  $F$  – нет воздействия.

1) деформация от высоких температур в слое  $S$  меньше пластической деформации в слое  $D$  –  $\epsilon_D^P > \epsilon_S^T \geq 0$ . Так как  $\epsilon_S^P = \epsilon_D^P - \epsilon_S^T > 0$ , в слоях  $S$  и  $D$  формируются остаточные напряжения сжатия –  $\sigma_S^r < 0$ , 2)  $\epsilon_S^T > \epsilon_D^P > 0$ . Так как  $\epsilon_S^P = \epsilon_D^P - \epsilon_S^T < 0$ , в слое  $S$  формируются остаточные напряжения растяжения – ( $\sigma_S^r > 0$ ), а в слое  $D$  –

сжатия ( $\sigma_D^r < 0$ ). 3)  $\epsilon_D^P < 0$  и  $\epsilon_S^P \leq \epsilon_D^P < 0$ . В слоях  $S$  и  $D$  формируются растягивающие остаточные напряжения –  $\sigma_S^r \geq \sigma_D^r > 0$ .

В случае существенной разницы в толщинах слоёв  $S, D, B$  остаточные напряжения определяются следующими зависимостями [195]:

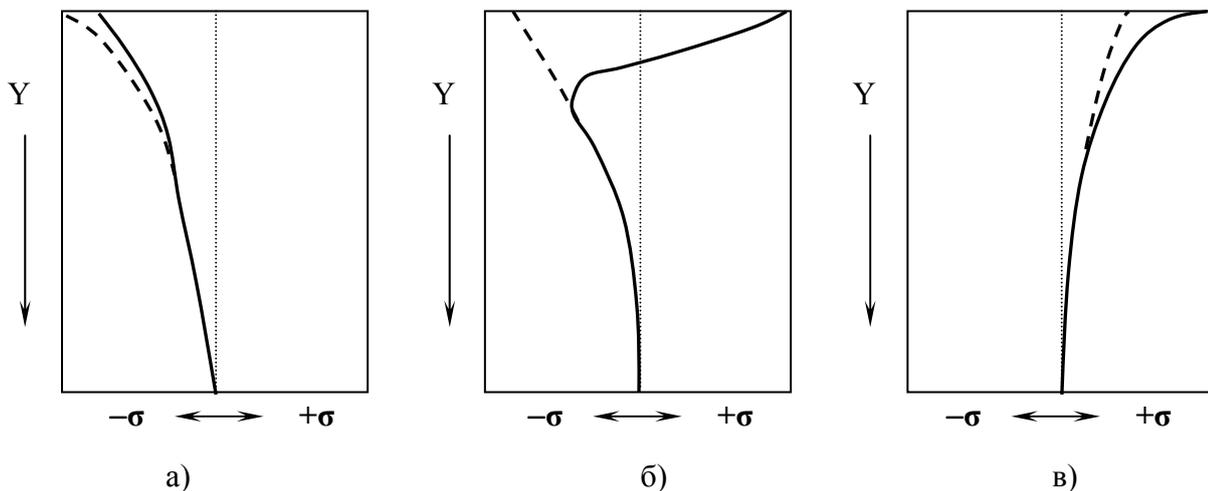


Рис. 6.34. Формирование остаточных напряжений  $\sigma$  по глубине  $Y$  поверхностного слоя при трёх сочетаниях тепловых и механических деформаций [195]: преобладает пластическая (а) или тепловая деформация (в), в слое  $S$  (см. рис. 6.33) преобладает тепловая, а в слое  $D$  – пластическая деформация (б); штриховая линия – механическая компонента напряжений; сплошная линия – напряжения, обусловленные механической и термической компонентами.

$$\begin{aligned}
\sigma_S^r &\approx -E \cdot \varepsilon_S^P && \text{при } d_S \ll d_B \text{ и } d_D \ll d_B; \\
\sigma_D^r &\approx -E \cdot \varepsilon_D^P && \text{при } d_S \ll d_B \text{ и } d_D \ll d_B; \\
\sigma_B^r &\approx 0 && \text{при } d_S \ll d_B \text{ и } d_D \ll d_B,
\end{aligned}
\tag{6.34}$$

где  $d_S, d_D, d_B$  – соответственно толщина слоя  $S, D, F$ .

Таким образом, чаще всего именно термические деформации в поверхностном слое приводят к формированию нежелательных напряжений растяжения.

Качество поверхностных слоев шлифованных деталей (изделий), например, из инструментальных сталей, характеризуется в первую очередь его структурой, микротвёрдостью, остаточными напряжениями, наличием трещин. При большой интенсивности теплового процесса температура в поверхностном слое заготовки может превысить критическую температуру, что при последующем быстром охлаждении приведёт к вторичной закалке. При этом образуется структура аустенит – мартенсит. Этот слой лежит на вторично отпущенном слое (троостит – мартенсит), переходящем в структуру исходного металла. Если температура в поверхностном слое не достигнет температуры закалки, то верхний слой (вторично отпущенный) – переходит в структуру исходного металла. Возможен также случай, когда отпущенный слой лежит на закаленном слое, переходящем через все стадии отпуска в структуру исходного металла. В этом случае отпуск поверхностного слоя происходит за счёт теплоты нижележащих слоёв.

Закаленная углеродистая сталь имеет структуру тетрагонального мартенсита и остаточного аустенита. При низком отпуске в интервале температур (80 – 200) °С происходит превращение тетрагонального мартенсита в кубический мартенсит, что приводит к уменьшению объёма кристаллической решётки. Отпуск в интервале температур (200 – 260) °С вызывает превращение остаточного аустенита в кубический мартенсит. Это, в свою очередь, приводит к увеличению объёма кристаллической решётки. Отпуск при температуре (260 – 400) °С способствует превращению кубического мартенсита в троостит, сопровождающемуся уменьшением объёма (табл. 6.7). Изменению объёма кристаллической решетки способствует также пластическая деформация материала заготовки, вызывающая появление вакансий и дислокаций в кристаллической решетке.

Различные изменения объёма кристаллической решётки вследствие фазово-структурных превращений, линейного расширения ма-

териала смежных слоёв заготовки под воздействием различных температур, а также пластическая деформация вызывают изменение микротвёрдости и обуславливают появление в этих слоях остаточных напряжений.

Таблица 6.7

Плотность различных фаз инструментальной стали У12 [165]		
Структура	Плотность, г/см <sup>3</sup>	Относительная плотность, %
Цементит	7,70	100,0
Мартенсит	7,76	100,8
Перлит	7,80	101,3
Троостит	7,81	101,4
Феррит	7,90	102,6
Аустенит	8,15	105,8

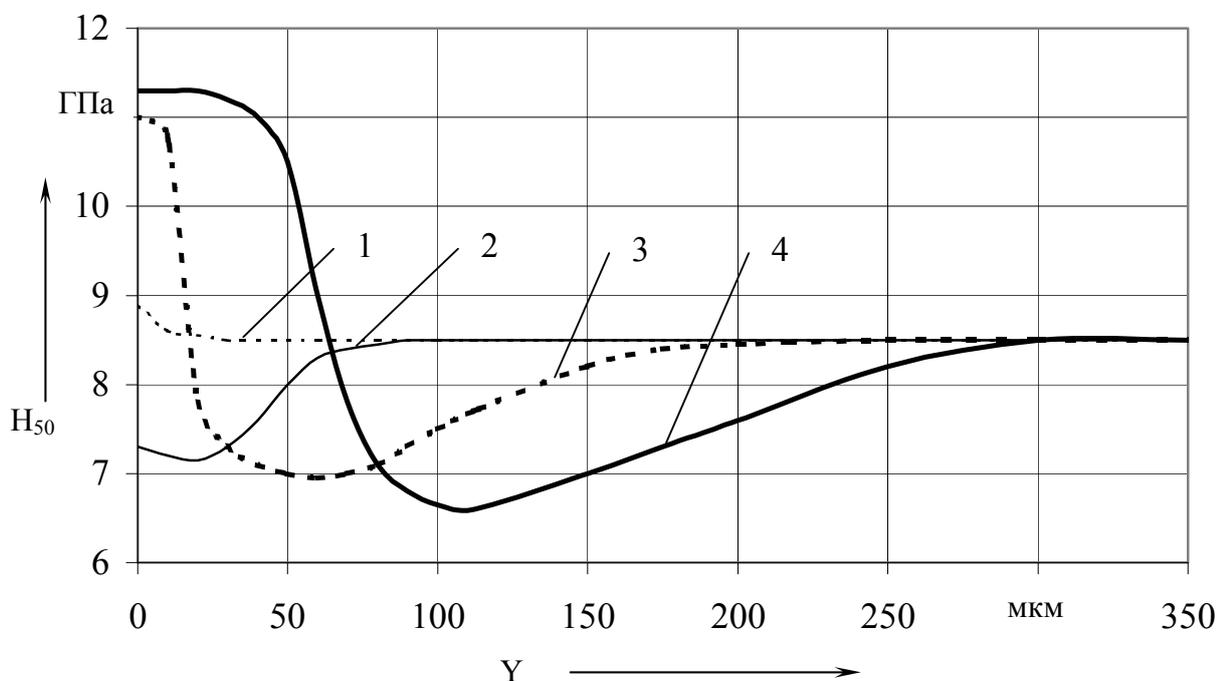


Рис. 6.35. Влияние врезной подачи при плоском шлифовании всухую на микротвёрдость поверхностного слоя заготовки [42]: круг 1–250×20×76 24A25НСМ17К5; материал заготовки – сталь ШХ15, HRC 61...65;  $V_k = 35$  м/с,  $V_s = 10$  м/мин; 1, 2, 3, 4 – врезная подача соответственно 0,005; 0,01; 0,02; 0,03 мм/ход.

Интенсивность теплового процесса растёт с увеличением режима обработки. Так, например, при плоском шлифовании с подачей 0,03 мм/ход заготовок из стали ШХ15 структурные изменения происходили в слое толщиной 280 мкм (рис. 6.35). Температура на границе

вторично отпущенного и неизменённого слоёв составляет 500 °С (рис. 6.35, кривая 4). До такой же температуры при подаче 0,01 мм/ход прогревался поверхностный слой толщиной 90 мкм (рис. 6.35, кривая 2).

При высоких температурах, характерных для процесса шлифования, поверхностный слой заготовки стремится расшириться, но испытывает сопротивление со стороны более холодных нижележащих слоёв. Кроме того, при тех же температурах в нём происходят и структурно-фазовые изменения. Если преобладают изменения объёма вследствие линейного расширения поверхностного слоя, то в нём неизбежны сжимающие напряжения. Если сжимающие напряжения превосходят предел текучести материала, то этот слой окажется пластически деформирован. После охлаждения деформация сохранится, а это приведёт к тому, что поверхностный слой окажется под действием остаточных растягивающих напряжений со стороны лежащих ниже слоёв. В случае, когда деформации кристаллической решетки, вызванные структурными изменениями в металле, соизмеримы с деформациями от линейного расширения, картина резко изменяется. В зависимости от знаков напряжений, вызванных линейным расширением и фазовыми превращениями, возможно резкое увеличение деформаций или их взаимная компенсация. Столь сложное течение термомеханического процесса не позволяет рассчитать остаточные напряжения в поверхностном слое аналитически.

Однако попытки предложить математические зависимости для расчета максимальных остаточных напряжений и глубины дефектного слоя предпринимались. Так, например, в работе [96] предлагается следующая зависимость для расчёта остаточных напряжений  $\sigma$  в зависимости от температуры  $T_2$  нагрева поверхностного слоя шлифуемой заготовки:

$$\sigma = 0,5 \cdot (T_2 - T_1) \cdot \alpha_t \cdot E, \quad (6.35)$$

где  $T_1$  – исходная температура, °С;  $\alpha_t$  – коэффициент линейного расширения, °С<sup>-1</sup>;  $E$  – модуль упругости, МПа.

Аналогичная зависимость получена в работе [56]

$$\sigma = E \cdot \left( T_2 \cdot \alpha_t - \frac{\sigma_T}{E} \right), \quad (6.36)$$

где  $\sigma_T$  – предел текучести упрочнённого поверхностного слоя, МПа;  $E, \alpha_t$  – параметры материала заготовки, соответствующие температуре поверхностного слоя.

Зависимости (6.35), (6.36) позволяют рассчитать остаточные напряжения, сформировавшиеся вследствие линейного расширения заготовки. Однако, как отмечалось ранее, линейное расширение поверхностного слоя заготовки не единственный фактор, формирующий технологические остаточные напряжения. Кроме того, зависимости (6.35) и (6.36) позволяют рассчитать только средние значения напряжений, тогда как критическими будут максимальные напряжения, достигающие своих значений в некоторой локальной области поверхностного слоя заготовки. Поэтому приведённые зависимости дают приближённые, оценочные результаты.

В.П. Ларшин [69] предложил зависимость для расчёта глубины дефектного слоя  $h_d$

$$h_d = A \cdot q \cdot (\tau - \tau_0)^{B_h}, \quad (6.37)$$

где  $A, B_h$  – коэффициент и показатель степени, зависящие от теплофизических параметров материала заготовки и температуры начала структурных превращений;  $q$  – плотность теплового потока, Вт/м<sup>2</sup>;  $\tau$  – время действия теплового источника, с;  $\tau_0$  – бездефектный уровень времени воздействия теплового источника, с.

Б.С. Коротин [57] получил зависимость для оценки температуры начала термопластических деформаций

$$T_d = \frac{\sigma_T}{\alpha_t \cdot E}, \quad (6.38)$$

воспользовавшись которой определил глубину дефектного слоя  $h_d$  графическим методом по температурному полю в заготовке.

Однако методики определения  $h_d$  по зависимостям (6.37) и (6.38) также не лишены недостатков. В этих зависимостях не учитываются либо термопластические деформации, вызванные линейным расширением материала заготовки, либо деформации, вызванные структурно-фазовыми превращениями в нём. Кроме того, ни в одной из известных зависимостей не учитывается силовой фактор.

Величина остаточных напряжений возрастает с повышением температуры нагрева. Например, увеличение глубины резания, которое приводит к увеличению не только уровня температур, но и времени действия теплового источника, а значит и глубины прогрева, способствует увеличению толщины слоя, в котором развиваются растягивающие остаточные напряжения (рис. 6.36). Существенным образом на теплонапряжённость процесса шлифования и качество обрабо-

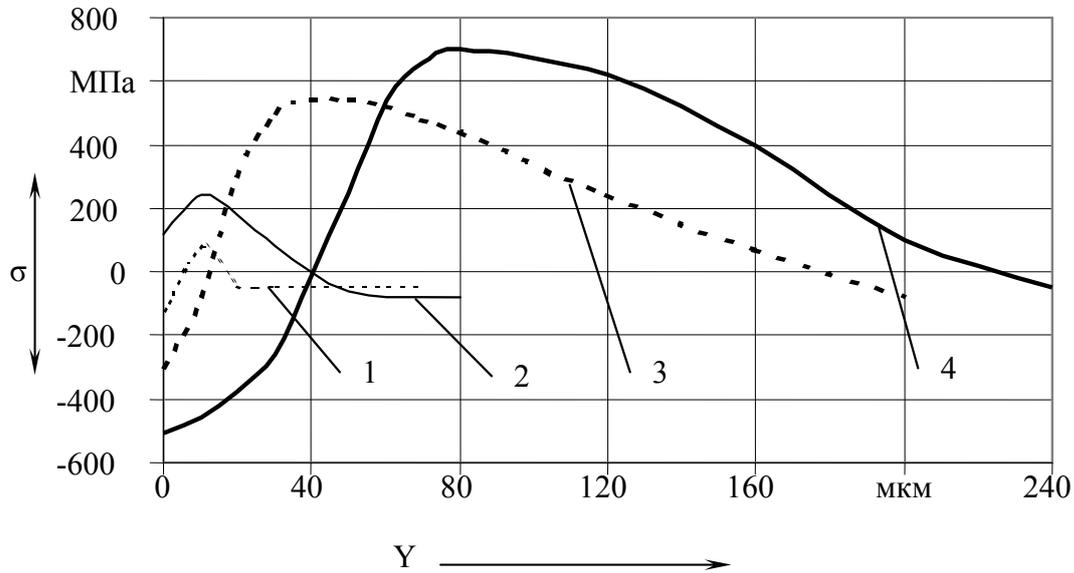


Рис. 6.36. Влияние величины врезной подачи при плоском шлифовании всухую на распределение остаточных напряжений в поверхностном слое заготовки [42]: круг 1–250×20×76 24A25НСМ17К5; материал заготовки – сталь ШХ15, HRC 61...65;  $V_k = 35$  м/с,  $V_s = 10$  м/мин; 1, 2, 3, 4 – врезная подача соответственно 0,005; 0,01; 0,02; 0,03 мм/ход.

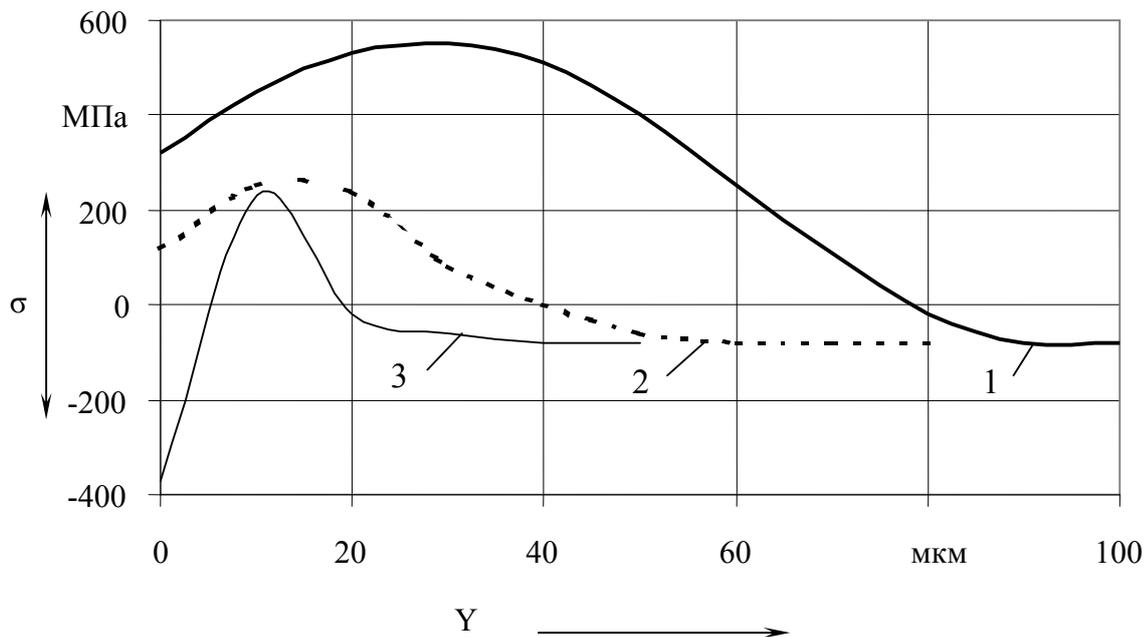


Рис. 6.37. Влияние скорости заготовки при плоском шлифовании на распределение остаточных напряжений по глубине поверхностного слоя [42]: 1, 2, 3 – соответственно скорость заготовки 5, 10, 15 м/мин;  $S_f = 0,01$  мм/ход. Остальные условия см. в надписи к рис. 6.36.

танной поверхности детали влияют и другие элементы режима резания, например, скорость заготовки (рис. 6.37). С уменьшением скорости заготовки в 3 раза время действия теплового источника и глубина дефектного слоя увеличиваются также в 3 раза. При этом остаточные

напряжения сжатия полностью исчезают, а растягивающие напряжения достигают 550 МПа уже на глубине (20 – 30) мкм. Максимальные растягивающие напряжения наблюдаются в слое вторично отпущенного металла со структурой троостит - мартенсит, а максимальные сжимающие напряжения – в слое вторичной закалки.

При высоком уровне растягивающих напряжений, превышающих предел прочности материала на растяжение, при шлифовании стальной заготовки с мартенситной структурой возможно появление трещин: в поверхностном слое заготовки происходит отпуск стали, при этом распад мартенсита в аустенит сопровождается резким уменьшением объёма кристаллической решетки.

Если же скорость охлаждения поверхностного слоя будет достаточно высокой, то в нём сформируется структура вторичной закалки с высоким уровнем сжимающих напряжений. В этом случае велика вероятность появления сетки трещин.

Для прочности хрупких материалов (например, закалённых сталей и, особенно, твердых сплавов) решающее значение имеет прочность их поверхностного слоя, в котором сосредоточены поверхностные дефекты, являющиеся очагами образования микротрещин. Кроме того, замечено [42, 181], что трещины в поверхностном слое заготовок повышенной твёрдости развиваются в направлении, параллельном изотермам, т.е. перпендикулярно вектору скорости заготовки. Это обстоятельство наталкивает на мысль о нежелательности шлифования КВЗ поперёк ребра: появление трещин неизбежно приведёт к выкрашиванию большого участка клина.

Наличие в поверхностном слое заготовки закаленной структуры в сочетании с большой глубиной нижележащего отпущенного слоя обуславливает формирование растягивающих остаточных напряжений, которые приводят к микровыкрашиваниям и поломкам детали при её эксплуатации. Отпуск поверхностного слоя заготовки приводит к снижению его микротвердости, что обуславливает повышенный износ детали.

Величина, знак и характер остаточных напряжений оказывают существенное влияние и на усталостную прочность детали. Так, например, остаточные напряжения сжатия повышают сопротивление усталости изделий из быстрорежущей стали на 60 %, а растягивающие напряжения уменьшают его [181].

Форма и размеры заготовки оказывают большое влияние на температурное поле в ней. С изменением геометрических параметров

заготовки изменяется не только уровень температуры, но и её градиенты, время действия высоких температур. Учитывая связь состояния поверхностного слоя с температурным полем в заготовке, можно однозначно утверждать, что форма и размеры заготовки также оказывают большое влияние на качество её поверхностного слоя. Так, например (рис. 6.38), при плоском шлифовании заготовки толщиной 0,2 мм из стали 40X микротвёрдость обработанной поверхности возросла с 9,5 до 10,8 ГПа. При этом глубина структурных изменений увеличилась с (75 – 80) мкм до (150 – 200) мкм, т.е. структурные изменения произошли во всём объёме ТЗ. Несомненно, остаточные напряжения также «проникнут» на всю толщину ТЗ, что неизбежно приведёт к её короблению.

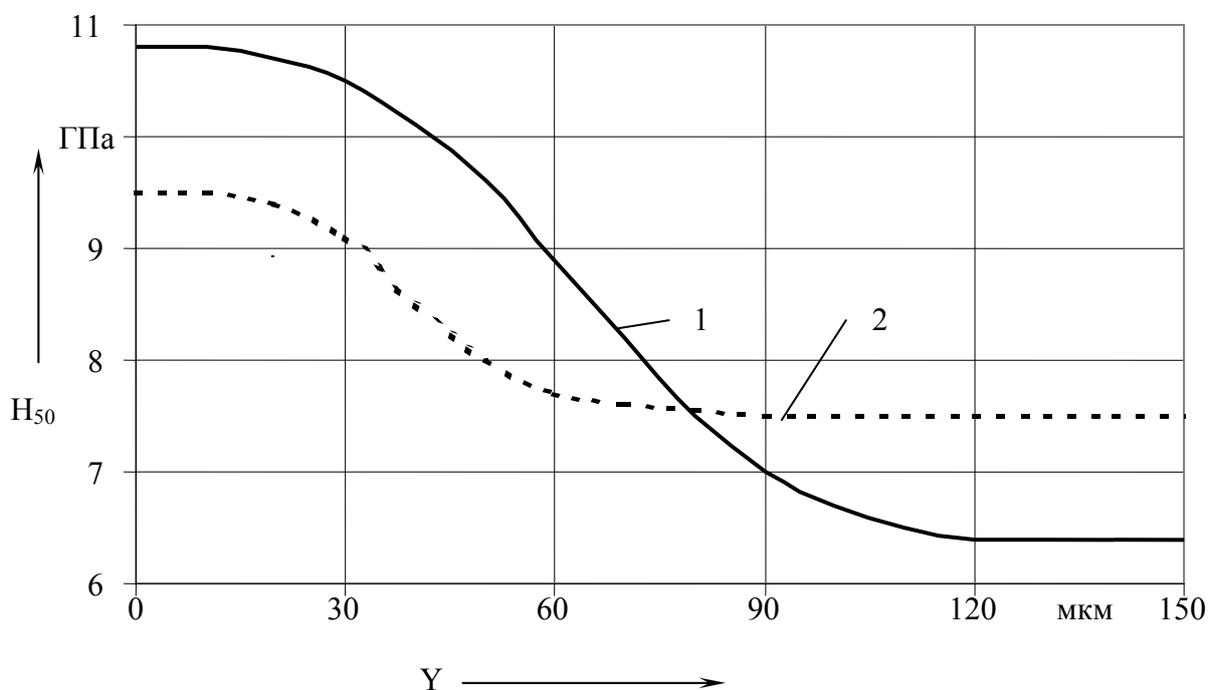


Рис. 6.38. Микротвёрдость  $H_{50}$  по глубине  $Y$  поверхностных слоев тонкостенной (1) и массивной заготовки (2) после плоского шлифования [171]: круг 1 – 250×20×76 92A25HСM17K5; материал заготовки – сталь 40X, HRC 41...44;  $V_k = 35$  м/с,  $V_3 = 14$  м/мин,  $S_t = 0,011$  мм/ход; толщина ТЗ 0,2 мм; базовая поверхность заготовки теплоизолирована от приспособления.

Установлено [169–171], что критическая толщина ТЗ зависит от коэффициента температуропроводности, её материала, скорости  $V_3$ , и в исследованном диапазоне практически не зависит от врезной подачи. Очевидно, те же параметры будут определять размеры области критических температур при ребре клиновидной заготовки. При этом теплонапряжённость в этой области вызвана плохим теплоотводом с прилегающей необрабатываемой поверхности. Теплоотвод в окру-

жающую среду несравнимо меньше того теплоотода, который имел бы место при теплоотводе в нижележащие слои заготовки. Поэтому накопление теплоты в поверхностном слое заготовки приводит к его нежелательным структурным изменениям (рис. 6.39).

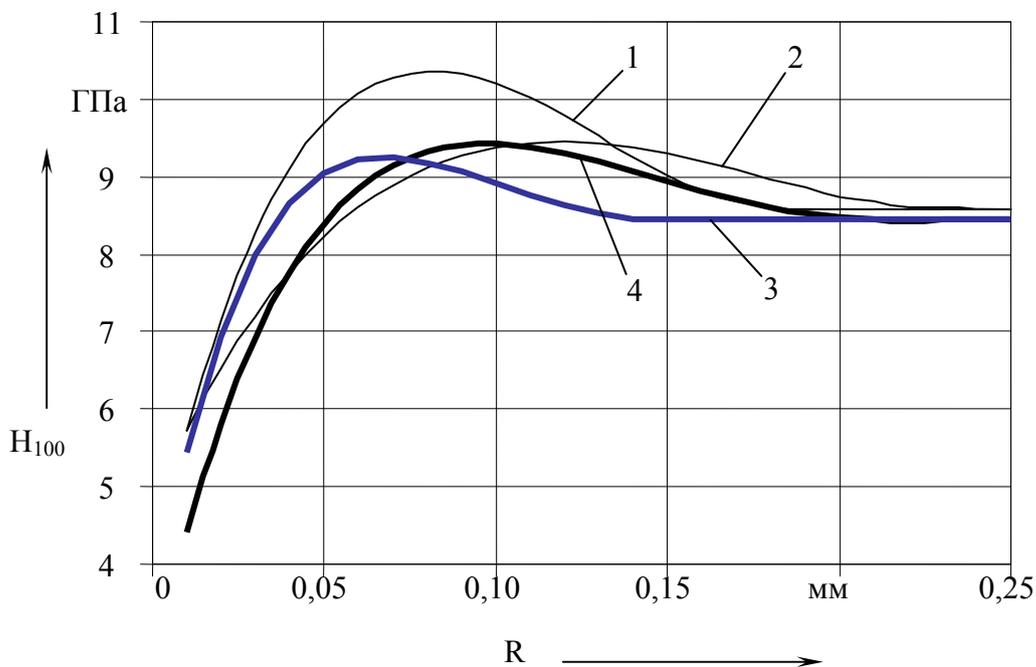


Рис. 6.39. Влияние угла клина КВЗ и скорости заготовки на микротвердость  $H_{100}$  поверхностного слоя на расстоянии  $R$  от кромки лезвия при плоском шлифовании [170]: круг 1–250×20×76 92A16CM17K5; материал заготовки – сталь P18, HRC 63...65;  $V_k = 35$  м/с;  $S_t = 0,01$  мм/ход; подача поливом 0,5 %-ного содового раствора с расходом 20 дм<sup>3</sup>/мин; 1, 2 –  $V_z = 15$  м/мин; 3, 4 –  $V_z = 5$  м/мин; 1, 3 – угол клина 90°; 2, 4 – угол клина 45°.

В исследовании [170] варьирование скоростью заготовки и углом клина привело к падению микротвердости на расстоянии 0,015 мм от ребра клина почти в два раза. Наибольшее падение микротвердости отмечено при угле 45°. На расстоянии от 0,04 до 0,15 мм от ребра клина наблюдали повышение микротвердости за счёт вторичной закалки. С ростом удалённости от кромки лезвия влияние необрабатываемой грани нивелируется. Следует заметить, что при угле клина 90° влияние интенсивности теплообмена на необрабатываемой поверхности также имеет место.

Существенной проблемой при шлифовании КВЗ является образование заусенцев, снижающих качество деталей и вынуждающее вводить дополнительную операцию их удаления. Однако, как показало моделирование (рис. 6.40), заусенец как дефект детали имеет две составляющих: прилегающие к заусенцу поверхности изменённой

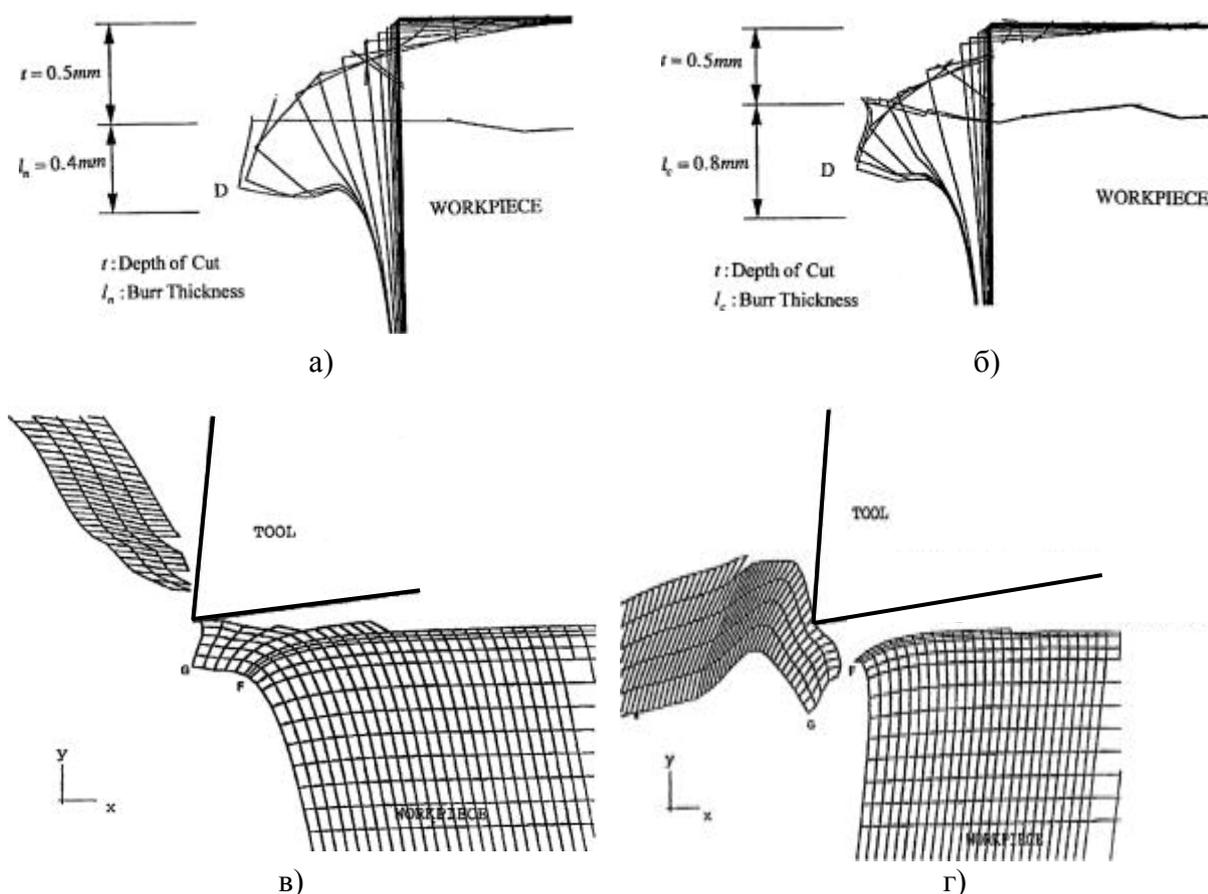


Рис. 6.40. Схема образования заусенца при резании острым (а) и тупым (б) инструментом заготовок из вязких (в) и хрупких (г) материалов [196]: Depth of Cut – глубина резания; Burr Thickness – толщина заусенца; Workpiece – заготовка; Tool – режущий инструмент.

формы и собственно заусенец. Последний легко удаляется, например, обработкой свободным абразивом в вибробункере. Но восстановление формы поверхностей КВЗ требует доводочных операций.

Резюмируя заметим, что теплонапряжённость процесса шлифования массивных заготовок ответственных деталей оказывает решающее влияние на качество их поверхностных слоёв. Повышенная теплонапряжённость шлифования ТЗ и КВЗ вынуждает технолога снижать производительность обработки. Однако часто и эти меры не приводят к желаемому результату. Даже при очень мягких режимах обработки возможно понижение микротвёрдости поверхностного слоя и появление растягивающих остаточных напряжений, что приводит к снижению износостойкости и усталостной прочности изделий (деталей), появлению микротрещин и сколов.

## ГЛАВА 7

# МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ И РАСЧЕТ ТЕМПЕРАТУРЫ ШЛИФОВАНИЯ МАТЕРИАЛОВ

### 7.1. НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ ТЕОРИИ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ

Для моделирования процесса теплопроводности необходимо составить уравнение, описывающее передачу теплоты от одной части тела к другой или от одного тела к другому, сформулировать граничные условия, описывающие теплообмен на границах контактируемых тел, и определить начальные условия, описывающие состояние системы в начальный момент времени.

Процесс теплопередачи происходит в пространстве и времени. Поэтому аналитическое исследование теплопроводности сводится к изучению пространственно-временного измерения основной физической величины - температуры, т.е. к нахождению зависимости  $T = f(x, y, z, t)$ , определяющей мгновенное значение температуры во всех точках изучаемой ТС. Совокупность этих значений температуры и называется температурным полем.

Поле, соответствующее не установившемуся тепловому режиму теплопроводности, называется нестационарным температурным полем. Если тепловой режим является установившимся, то температура в каждой точке тела с течением времени остается неизменной. Такое температурное поле называется стационарным, и температура является функцией только координат:  $T = T'(x, y, z)$ .

В теле, имеющем температуру  $T(x, y, z, t)$ , можно выделить поверхность, во всех точках которой в некоторый момент времени температура одинакова - изотермическая поверхность уровня. Для изотермических поверхностей, описываемых уравнением  $T(x, y, z, t) = C$ , характерно то, что теплота не распространяется вдоль поверхности, а направляется от одной поверхности к другой.

Рассмотрим две бесконечно близкие изотермические поверхности с температурами  $T$  и  $T + \Delta T (\Delta T > 0)$  и какую-либо точку  $M$ , лежащую на одной из них (рис.7.1). Перемещаясь из точки  $M$  вдоль любых направлений, можно обнаружить, что интенсивность изменения температур по различным направлениям неодинакова. Скорость изменения температуры  $T$  в точке  $M$  в направлении  $l$  характеризуется

$$\frac{\partial T}{\partial l}, \quad l = (\cos \alpha, \cos \beta, \cos \gamma),$$

которая вычисляется по формуле

$$\frac{\partial T}{\partial l} = \frac{\partial T}{\partial x} \cos \alpha + \frac{\partial T}{\partial y} \cos \beta + \frac{\partial T}{\partial z} \cos \gamma. \quad (7.1)$$

Наибольшая разность температуры на единицу длины вектора перемещения наблюдается в направлении нормали  $\vec{n}$  к изотермической поверхности. Таким образом, в любой точке  $M$  изотермической поверхности максимальная скорость изменения температуры происходит по направлению нормали  $\vec{n}$ , т.е.

$$-\frac{\partial T}{\partial n} = \vec{n} \overrightarrow{\text{grad}} T = \left( \frac{\partial T}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial T}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial T}{\partial z} \vec{k} \right) \vec{n} = \vec{\nabla} T \cdot \vec{n}. \quad (7.2)$$

Температурный градиент показывает, насколько интенсивно меняется температура внутри тела. В этом смысле температурный градиент является основным физическим параметром, определяющим условие возникновения теплового процесса, т.е. при  $\overrightarrow{\text{grad}} T \neq 0$  внут-

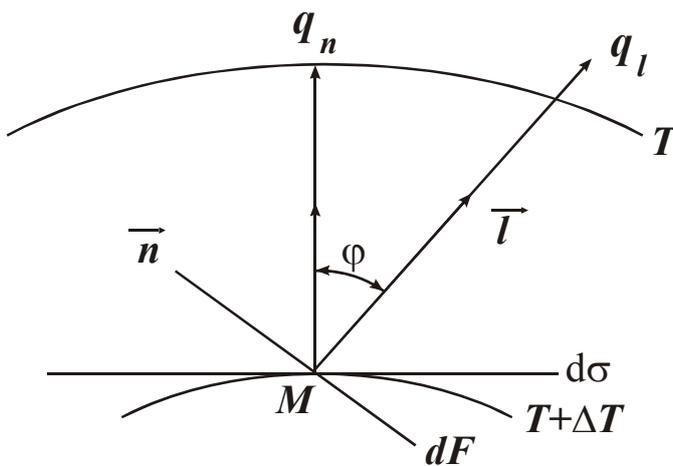


Рис. 7.1. Расчетная схема к выводу уравнения теплопроводности.

ри тела возникает тепловой поток. Тепловой поток имеет вполне определенное направление, а именно: от точек тела с более высокой к точкам с более низкой температурой. Иначе, тепловой поток можно рассматривать как вектор, направленный в сторону уменьшения температур, а поле тепловых потоков - векторным. Под вектором теплового потока в точке  $M$  темпера-

турного поля будем понимать вектор, направление которого совпадает с направлением переноса теплоты  $\mathbf{Q}$ , а абсолютная величина выражает тепловой поток или интенсивность переноса теплоты, измеряемую количеством теплоты, проходящей в единицу времени  $t$  через единицу площади поверхности  $dO$ , перпендикулярной к направлению потока в рассматриваемой точке, т.е.

$$q = \frac{dQ}{(dO dt)}.$$

Векторы плотности теплового потока  $\vec{q}$  и  $\overrightarrow{\text{grad } T}$  направлены по нормали к изотермической поверхности, но в противоположные стороны. С увеличением температур, т.е. с возрастанием температурного градиента, увеличивается и плотность теплового потока. опыты показали, что между плотностью теплового потока и перепадом температур имеется пропорциональная зависимость. Это и явилось основой гипотезы Фурье о наличии простейшей количественной зависимости между абсолютными значениями векторов плотности теплового потока и температурного градиента, т.е.

$$\vec{q} = -\lambda \overrightarrow{\text{grad } T}. \quad (7.3)$$

Выражение (7.3) является законом Фурье в векторном виде. Оно описывает механизм теплопроводности и используется при выводе уравнения теплопроводности, лежащего в основе построения математических моделей теплофизических процессов в ТС.

Коэффициент пропорциональности  $\lambda$  называется теплопроводностью и является константой, характеризующей теплоотводящие свойства материала данного тела, размерность которого Вт/м<sup>2</sup>·град.

## 7.2. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ УРАВНЕНИЕ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ

В основу вывода дифференциального уравнения теплопроводности положен закон сохранения энергии, сочетаемый с законом Фурье.

Выделим в теле некоторую часть объема  $V$ , ограниченную замкнутой поверхностью  $S$ , через которую происходит тепловое взаимодействие выделенной части с окружающей ее средой - остальной частью тела. Имеет место следующее утверждение: количество теплоты  $Q$ , полученное выделенным объемом за время  $dt$  вследствие теплопроводности, а также от внутренних источников теплоты, равно изменению внутренней энергии вещества, содержащегося в выделенном объеме

$$Q = Q_1 + Q_2, \quad (7.4)$$

где  $Q$  - изменение внутренней энергии вещества, содержащегося в выделенном объеме  $V$  за время  $dt$ ;  $Q_1$  - количество теплоты, введенное в выделенный объем путем теплопроводности за время  $dt$ ;  $Q_2$  - количество теплоты, которое выделилось в объеме  $V$  за время  $dt$  вследствие внутренних источников теплоты.

Для вычисления  $Q_1$  воспользуемся законом Фурье в скалярной форме:

$$dQ_1 = \lambda \frac{\partial T}{\partial n} d\sigma dt = \lambda \vec{n} \overrightarrow{\text{grad} T} d\sigma dt = -q_n d\sigma dt, \quad (7.5)$$

где  $\vec{q} = -\lambda \overrightarrow{\text{grad} T}$  - вектор плотности теплового потока.

Количество теплоты, протекающее за время  $dt$  через площадь поверхности  $S$ , выразится интегралом

$$Q_1 = -dt \iint_S \vec{q} \vec{n} d\sigma = -dt \iint_S q_n d\sigma. \quad (7.6)$$

Поверхностный интеграл (7.6) можно преобразовать в объемный по формуле Остроградского-Гауса:

$$\iint_S q_n d\sigma = \iiint_V \text{div} \vec{q} dV.$$

Таким образом

$$Q_1 = -dt \iiint_V \text{div} \vec{q} dV. \quad (7.7)$$

Выделение или поглощение теплоты внутри объема  $V$  удобно характеризовать с помощью плотности  $F(M, t)$  (мощности) тепловых источников:

$$dQ_2 = F(M, t) dV dt.$$

За промежуток времени  $dt$  в теле объемом  $dV$  выделится количество теплоты

$$Q_2 = dt \iiint_V F(M, t) dV.$$

Здесь  $F(M, t) > 0$  если  $F(M, t) < 0$ , то теплота не выделяется, а поглощается.

Общее количество теплоты, полученное выделенным объемом

$$Q = dt \iiint_V F(M, t) dV - dt \iiint_V \text{div} \vec{q} dV. \quad (7.8)$$

С другой стороны, это количество теплоты равно изменению внутренней энергии вещества, содержащегося в объеме  $V$ ,

$$Q = CdT,$$

где  $C$  – теплоемкость тела  $V$ ;  $dT$  - изменение его температуры.

В точке  $M(x, y, z, t) \in V$  за промежуток времени  $dt$  температура  $T(X, y, z, t)$  изменится на

$$T(x, y, z, t + dt) - T(x, y, z, t) = \frac{\partial T}{\partial t} dt.$$

Элементу объема  $dV$  массой  $\rho dV$  для такого изменения температуры требуется количество теплоты, равное  $\rho C \left( \frac{\partial T}{\partial t} \right) dV dt$ , а всему объему  $V$

$$CdT = dt \iiint_v c\rho \frac{\partial T}{\partial t} dV, \quad (7.9)$$

где  $C$  - удельная теплоемкость, Дж(кг·град);  $\rho$  - плотность вещества, кг/м<sup>3</sup>;  $C_\sigma$ , Дж(м<sup>3</sup>·град).

Таким образом

$$\begin{aligned} -Q_2 - Q_1 + Q &= \iiint_V \left[ F(M, t) + \operatorname{div} \vec{q} + c\rho \frac{\partial T}{\partial t} \right] dv = \\ &= \iiint_v \left[ c\rho \frac{\partial T}{\partial t} + \operatorname{div} \vec{q} - F(M, t) \right] dV = 0 \end{aligned} \quad (7.10)$$

Равенство (7.10) должно выполняться для любой части тела объемом  $V$ . Это возможно только тогда, когда в каждой точке внутри тела

$$c\rho \frac{\partial T}{\partial t} + \operatorname{div} \vec{q} - F(M, t) = 0. \quad (7.11)$$

Так как  $\vec{q} = -\lambda \overrightarrow{\operatorname{grad} T}$ , то последнее равенство можно записать следующим образом:

$$c\rho \frac{\partial T}{\partial t} = \operatorname{div}(\lambda \overrightarrow{\operatorname{grad} T}) + F(M, t). \quad (7.12)$$

Это уравнение называется дифференциальным уравнением теплопроводности или уравнением Фурье [50, 51, 88].

Для изотропного гомогенного тела параметры  $c, \rho, \lambda$  постоянные:  $\operatorname{div}(\overrightarrow{\operatorname{grad} T}) = \Delta T$ , где  $\Delta$  - оператор Лапласа. Окончательно после деления на  $c\rho$  получим

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \Delta T(M, t) + \frac{1}{c\rho} F(M, t). \quad (7.13)$$

Здесь  $a = \frac{\lambda}{c\rho}$  коэффициент пропорциональности (температуропроводность). В отличие от  $\lambda$ , которая характеризует теплопроводящую способность тела,  $a$  характеризует теплоинерционные свойства тела и является мерой скорости выравнивания температурного поля в рассматриваемой среде.

В декартовых координатах уравнение (7.13) имеет следующий вид:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \left[ \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right] + \frac{1}{c\rho} F(M, t). \quad (7.14)$$

В цилиндрических координатах  $(r, \varphi, z)$ , связанных с декартовыми координатами соотношениями

$$\begin{aligned} x &= r \cos \varphi, \quad y = r \sin \varphi, \quad z = z; \\ 0 &\leq r < \infty, \quad 0 \leq \varphi \leq 2\pi, \quad -\infty < z < \infty, \end{aligned}$$

уравнение записывается таким образом:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \left( \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + \frac{1}{c\rho} F(r, z, \varphi, t). \quad (7.15)$$

Уравнение теплопроводности (7.13) относится к дифференциальным уравнениям параболического типа [62, 115].

Если температура рассматриваемого тела в любой его точке не изменяется во времени, т.е.  $\frac{\partial T}{\partial t} = 0$ , то уравнение (7.13) примет вид

$$\Delta T(M) + \frac{1}{\lambda} F(M) = 0. \quad (7.16)$$

Это уравнение называется уравнением Пуассона [7, 14, 62 115].

Если внутри тела отсутствуют тепловые источники и температурное поле стационарно, то имеем уравнение

$$\Delta T(M) = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = 0,$$

которое называется уравнением Лапласа и принадлежит к дифференциальным уравнениям эллиптического типа [7, 62].

### 7.3. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ПОСТАНОВКА КРАЕВЫХ ЗАДАЧ УРАВНЕНИЯ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ

Дифференциальное уравнение теплопроводности (7.13) является математической моделью целого класса явлений теплопроводности и само по себе не отражает развитие процесса теплопереноса в рассматриваемом теле. Математически это объясняется не единственностью решения дифференциальных уравнений в частных производных, к которым относится и уравнение теплопроводности. Чтобы получить из множества решений одно частное решение, соответствующее

щее определенной конкретной задаче, необходимо иметь дополнительные данные, не содержащиеся в исходном дифференциальном

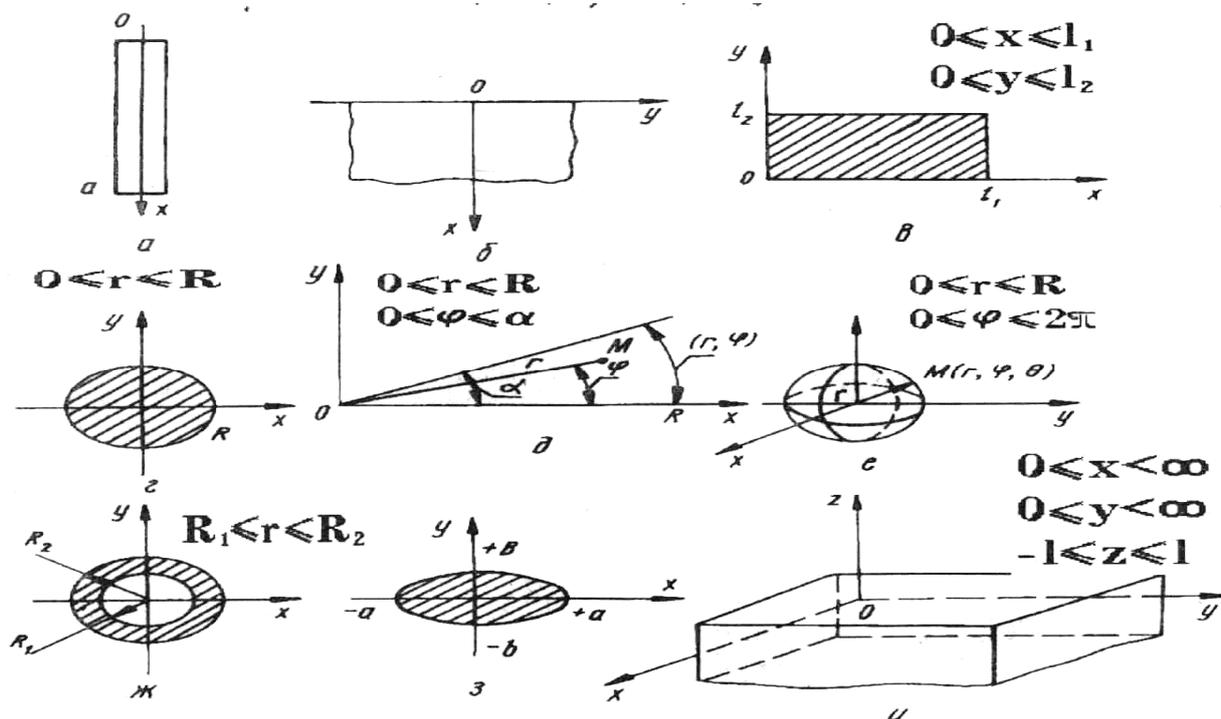


Рис. 7.2. Краевые геометрические условия при постановке краевых задач.

уравнении теплопроводности. Для однозначного решения тепловой задачи необходимо учитывать следующее:

1. Геометрию твердого тела, в котором протекает процесс теплообмена. Например, если рассматривать тела (рис. 7.2), то их геометрию можно математически описать соответствующими неравенствами:  $0 \leq x \leq a$ ,  $0 \leq x \leq \infty$

2. Физические условия, характеризующие физические свойства (тепло - температуропроводность), а также закон распределения внутренних источников теплоты.

3. Граничные условия, характеризующие особенности теплового взаимодействия граничной поверхности тела с окружающей средой.

4. Временные (начальные) условия, характеризующие состояние тела в исходный момент времени или иначе определяющие распределение температуры в любой точке тела в некоторый момент времени, который для исследуемого процесса теплообмена принимается за начальный.

Перечисленные условия в совокупности определяют одно (конкретное) явление теплопроводности и в этом смысле могут быть названы условиями единственности.



Рис. 7.3. Расчетная схема для формулирования начального и гранич-

уравнения теплопроводности (тепловую задачу). Для установившегося теплового процесса необходимость в задании начальных условий отпадает, и в этом случае краевая задача будет состоять из уравнения теплопроводности и граничных условий.

Перейдем к формулировке начального и граничного условий, которым должна удовлетворять функция  $T(X, y, z, r) = \theta(M, \tau)$ , описывающая распределение температуры в некотором теле.

Пусть  $V$  - конечная область трехмерного пространства, где происходит процесс теплопроводности и  $S$  - граница области, которую будем считать кусочно-гладкой поверхностью. Областью задания начального условия является  $V$ , соответствующая геометрической форме и размеру тела, а  $S$  - область задания граничных условий,  $G$  - область и ее граница  $S$  (рис 7.3). Начальное условие уравнения теплопроводности состоит в задании температуры во всех точках области  $V$  в момент  $t = 0$ , от которого и ведется отсчет времени:

$$T(M, t)_{t=0} = f_0(M); M \in V, \quad (7.17)$$

где  $f_0(M)$  - заданная функция, непрерывная в точках  $V$ .

В случае равномерного распределения температуры в теле начальное условие упрощается:  $T(M, t) = \theta_0 = \text{const}, M \in V$ .

Условие (7.17) означает, что следует найти такое решение  $\theta(M, t)$  тепловой задачи, которое по мере приближения времени к начальному значению стремилось бы во всех точках области  $V$  к заданной величине  $f(M)$

$$\lim_{t \rightarrow 0} T(M, t) = f_0(M). \quad (7.18)$$

Понимание начального условия (7.1) в предельном смысле (7.18) объясняется исключительно теми классами конкретных функций, которыми описывается решение краевых задач уравнения теплопроводности

Для тела определенной геометрической формы с определенными физическими свойствами условия однозначности сводятся к заданию начального и граничного условий. Эти условия в совокупности называются краевыми. Дифференциальное уравнение теплопроводности вместе с краевыми условиями составляют краевую задачу

сти. Эти функции во многих случаях не имеют смысла при  $t = 0$ , однако допускают предельный переход при  $\tau \rightarrow 0$ . Например, функция

$$T(x, t) = \frac{1}{2} \sqrt{\pi at} \int_0^{\infty} f_0(\xi) \exp\left[-\frac{(x-\xi)^2}{4at}\right] d\xi \quad (7.19)$$

является решением уравнения теплопроводности  $\frac{\partial T}{\partial t} = a \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$  с начальным условием  $T(x, 0) = f(x)$ . Из самого представления выражения (7.19) видно, что его правая часть не определена при  $t = 0$ , однако, можно показать, что

$$\lim_{t \rightarrow 0} \frac{1}{2} \sqrt{\pi at} \int_0^{\infty} f_0(\xi) \exp\left[-\frac{(x-\xi)^2}{4at}\right] d\xi = f_0(x).$$

Если начальное распределение температуры  $f_0(M)$  разрывно в некоторых точках области  $V$  (или поверхности  $S$ ), то решение  $T(M, t)$  тепловой задачи будет обладать таким свойством, что эти разрывы должны исчезнуть с момента времени  $t \geq t_\xi > 0$  ( $t_\xi$  - очень короткое время) и тогда полученное решение должно стремиться к заданной начальной температуре во всех точках тела, где начальное распределение непрерывно.

Граничные условия - условия теплового взаимодействия тела с окружающей средой - могут быть заданы в различной форме в зависимости от характера процесса. В тех случаях, когда на границе тела не происходит никаких процессов с поглощением или выделением теплоты и отсутствует теплообмен излучением, граничные условия на поверхности соприкосновения двух сред в самом общем виде заключаются в равенстве температур и тепловых потоков:

$$T_T = T_C; \lambda_T \cdot \frac{\partial T_T(M, t)}{\partial n} = \lambda_C \frac{\partial T_C(M, t)}{\partial n},$$

где  $T_T, T_C$  - температура соответственно тела и среды;  $\lambda_T, \lambda_C$  - теплопроводность соответственно тела и среды;  $\vec{n}$  - нормаль к граничной поверхности тела и среды.

Однако в практических задачах такая форма граничных условий чрезвычайно неудобна, так как для расчета температур твердого тела необходимо решать сопряженную задачу, т.е. отыскивать температурное поле в окружающей среде. Поэтому в ряде практических важных задач желательно перейти к более простым граничным условиям.

В математической теории теплопроводности в большинстве слу-

чаев используются основные условия, представляющие собой идеализацию действительных физических процессов. Например, граничное условие II рода состоит в задании поверхностного распределения температуры для любого момента времени:

$$T(M, t) = f(M, t); M \in S; t > 0, \quad (7.20)$$

где  $M$  - точка, находящаяся на поверхности  $S$ ;  $f(M, t)$  - заданная непрерывная функция координат  $M(x, y, z)$  и времени  $t$  в точках области  $S$ .

В частном случае, если температура на поверхности одинакова и с течением времени не меняется, граничные условия имеют вид  $T(M, t) = \theta_n$ . Это может быть осуществлено при искусственном поддержании постоянной температуры или при особых условиях теплообмена между поверхностью тела и окружающей средой. Граничные условия II рода состоят в задании плотности теплового потока для каждой точки поверхности тела как функции координат и времени:

$$-\lambda \frac{\partial T(M, t)}{\partial n} = \Phi(M, t); M \in S; t > 0, \quad (7.21)$$

где  $\Phi(M, t)$  - заданная непрерывная функция координат  $M(x, y, z)$  и времени  $t$  в области  $S$ ;  $\vec{n}$  - нормаль к поверхности  $S$  в точке  $M$ .

Здесь следует различать процессы охлаждения и нагревания. Для процесса охлаждения  $\frac{\partial T}{\partial n} < 0$ ; тепловой поток при этом считается положительным, так что условие (7.21) относится к процессу охлаждения. Для процесса нагревания  $\frac{\partial T}{\partial n} > 0$ ; тепловой поток отрицательный и необходимо записать

$$\lambda \frac{\partial T(M, t)}{\partial n} = \Phi(M, t); M \in S; t > 0. \quad (7.22)$$

В простейшем случае плотность теплового потока через поверхность может быть постоянной по поверхности и по времени

$$\left. \frac{\partial T(M, t)}{\partial n} \right|_{M \in S} = \frac{q_0}{\lambda} = \text{const}$$

(например, при нагревании металлических изделий в высокотемпературных печах, при механической обработке).

Если в выражении (7.21)  $\Phi(M, t) = 0$ , то это означает, что поверхность тела  $S$  теплоизолирована. По определению, теплоизолированной поверхностью называется поверхность, через которую не

проходит поток теплоты. В этом случае уравнение (7.21) имеет вид

$$\left. \frac{\partial T(M, t)}{\partial n} \right|_{M \in S} = 0; t > 0 \quad (7.23)$$

При граничных условиях III рода задаются температура окружающей среды  $T_C$  и закон конвективного теплообмена между поверхностью тела и окружающей средой. Для описания процесса теплообмена используется закон Ньютона-Рихмана. Согласно этому закону, количество теплоты, отдаваемой единицей площади поверхности  $S$  с температурой  $T_\pi$  в единицу времени в окружающую среду с температурой  $T_C$  в процессе охлаждения  $T_\pi > T_C$ , пропорционально разности температур поверхности тела  $T_\pi$  и окружающей среды  $T_C$

$$q = \alpha [T_\pi - T_C] = \alpha \left[ T(M, t) \Big|_{M \in S} - T_C \right], \quad (7.24)$$

где  $\alpha$  - коэффициент пропорциональности, называемый коэффициентом теплоотдачи.

Коэффициент  $\alpha$  характеризует интенсивность теплообмена между поверхностью тела и окружающей средой. Численно он равен количеству теплоты, отдаваемому (или воспринимаемому) единицей площади поверхности тела и окружающей средой в один градус. В отличие от теплопроводности  $\lambda$  коэффициент  $\alpha$  не является физической константой, характерной для того или иного вещества. В общем случае он отражает совместное действие конвекции и излучения и зависит от многих факторов: геометрии и размеров тела, физических свойств среды, омывающей тело, направления и скорости смывания, теплоемкости, плотности, температуры поверхностей нагрева и др. Для упрощения задачи в расчетных схемах в качестве первого приближения принимают  $\alpha = \text{const}$ .

Граничные условия сопряжения применяются в случае контакта двух твердых тел. Если между граничными поверхностями тел имеется идеальный тепловой контакт, то их температуры по поверхности контакта должны быть одинаковыми. Кроме того, тепловой поток, выходящий из одного тела через контактную поверхность, должен быть равен тепловому потоку, входящему в другое тело. Таким образом, если  $T_1$  и  $T_2$  - температура тел, находящихся в условиях плотного теплового контакта, то для точки  $M$  контактной поверхности граничные условия сопряжения имеют вид

$$T_1(M, t) = T_2(M, t); \quad (7.25)$$

$$\lambda_1 \frac{\partial T_1(M, t)}{\partial n} \Big|_{S_K} = \lambda_2 \frac{\partial T_2(M, t)}{\partial n} \Big|_{S_K}, \quad (7.26)$$

где  $n$  общая нормаль к контактной поверхности  $S_K$  в точке  $M$ .

В случае неидеального теплового контакта между двумя телами (контактные поверхности разделены тонкой прослойкой) обычно вводится понятие контактного сопротивления  $R$  (или контактной проводимости  $1/R$ ). Равенство тепловых потоков имеет место, но появляется пропорциональная им разность между двумя поверхностными температурами. Соответствующие граничные условия имеют вид

$$\begin{aligned} \lambda_1 \frac{\partial T_1(M_1, t)}{\partial n} \Big|_{S_K} &= 1/R [T_2(M, t) \Big|_{S_k} - T_1(M, t) \Big|_{S_k}]; \\ \lambda_1 \frac{\partial T_1(M_1, t)}{\partial n} \Big|_{S_K} &= \lambda_2 \frac{\partial T_2(M, t)}{\partial n} \Big|_{S_K}. \end{aligned} \quad (7.27)$$

Граничные условия сопряжения могут быть использованы при нахождении приближенного решения уравнения теплопроводности в неоднородной среде. Перечисленные выше граничные условия в большинстве практических случаев задаются в каждой точке поверхности  $S$  - граничной поверхности рассматриваемого тела. Однако возможны случаи (например, обработка с охлаждающей средой), когда то или иное граничное условие имеет место не на всей поверхности  $S$ , а на каком-либо кусочно-гладком ее участке. В этом случае имеют место так называемые разнородные условия. Например, в полуплоскости  $y \geq 0$ ,  $-\infty < x < \infty$  задаются произвольные величины: на одной части граничной поверхности ( $x > 0$ ) - нестационарная температура, на другой ( $x < 0$ ) - тепловой поток. Если  $T(x, y, z)$  - температурное поле в этой полуплоскости, то на поверхности ( $y = 0$ ) имеем разнородные граничные условия вида

$$\begin{aligned} T(x, y, z) \Big|_{y=0} &= \varphi_1(x, t); \quad x > 0; \quad t > 0; \\ -\lambda \frac{\partial T(x, y, t)}{\partial y} \Big|_{y=0} &= \varphi_2(x, t); \quad x < 0; \quad t > 0. \end{aligned} \quad (7.28)$$

Как отмечалось, дифференциальное уравнение теплопроводности (7.1) связывает временное и пространственное распределение температуры внутри тела в любой момент времени  $t > 0$ . Для однозначного определения температуры внутри тела в начальный момент времени необходимо задать начальные условия, а также геометрическую форму и размеры тела, и закон взаимодействия между поверхностью тела и

окружающей средой (граничные условия). Основные краевые задачи для уравнения теплопроводности формулируются следующим образом.

Требуется найти в области  $V$  дважды непрерывно дифференцируемое по пространственным координатам, непрерывно дифференцируемое по времени  $t$  и непрерывное вплоть до границы решение  $T(M, t)$  уравнения теплопроводности

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \nabla^2 T(M, t) + f(M, t); M \in V; t > 0,$$

где  $\Delta$  - оператор Лапласа по координатам точки  $M$

$$f(M, t) = \frac{F(M, t)}{c\rho}.$$

Это решение в области  $V$  при  $t = 0$  непрерывно и должно удовлетворять начальному условию

$$T(M, t) \Big|_{t=0} = \varphi_0(M); M \in V, \quad (7.29)$$

а на границе - какому-либо одному из перечисленных граничных условий (7.20) - (7.28). Предполагается также выполнение условий согласования: в случае граничных условий I рода (7.20)

$$\varphi_0(M) \Big|_{M \in S} = f(M, t) \Big|_{t=0}; M \in S; \quad (7.30)$$

в случае граничных условий II рода

$$\lambda \frac{\partial \varphi_0(M)}{\partial n} \Big|_{M \in S} = \Phi(M, t) \Big|_{t=0}; M \in S; \quad (7.31)$$

в случае граничных условий III рода

$$\frac{\partial \varphi_0(M)}{\partial n} \Big|_{M \in S} = -h[\varphi_0(M) - \varphi(M, t)] \Big|_{t=0}. \quad (7.32)$$

Таким образом, для уравнения теплопроводности

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \Delta T(M, t) + f(M, t); M \in V; t > 0, \left[ f = \frac{F}{c\rho} \right] \quad (7.33)$$

имеем, согласно заданию граничных условий: первую краевую задачу (7.20), (7.29); вторую краевую задачу (7.21), (7.29); третью краевую задачу (7.32).

Для уравнения стационарной теплопроводности

$$\Delta^2 T(M) + f(M) = 0; M \in S; \left[ f = \frac{F}{\lambda} \right] \quad (7.34)$$

имеют место следующие краевые задачи.

Первая краевая задача: требуется найти решение  $T(M)$  уравне-

ния (7.34), удовлетворяющее в  $G$  условию

$$T(M) = \varphi(M); M \in S. \quad (7.35)$$

Это и есть так называемая задача Дирихле.

Вторая краевая задача, или задача Неймана: требуется найти решение  $T(M)$  уравнения (7.34) в каждой точке на поверхности, которое имеет предельное значение нормальной производной и удовлетворяет условию

$$-\lambda \frac{\partial T(M)}{\partial n} = \varphi(M); M \in S. \quad (7.36)$$

Третья краевая задача: необходимо найти решение  $T(M)$  уравнения (7.34), непрерывное в  $\Delta$ , предельное значение нормальной производной которого удовлетворяет условию

$$-\lambda \frac{\partial T(M)}{\partial n} = \gamma[T(M) - \varphi(M)]; M \in S. \quad (7.37)$$

В формулах (7.35) - (7.37)  $\varphi(M)$  заданная на  $S$  непрерывная функция.

Краевые условия  $\varphi(M); f(M, t); \Phi(M, t)$  обычно определяются из опыта и поэтому не могут быть найдены абсолютно точно. Всегда неизбежна некоторая погрешность в определении начальных или граничных условий. Эта погрешность будет сказываться и на решении задачи, а так как краевая задача описывает реальный физический процесс, то решение этой задачи должно характеризоваться функциями, непрерывно зависящими от краевых функций задачи.

## 7.4. АНАЛИТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ

### 7.4.1. МЕТОД ФУРЬЕ

Наиболее эффективным из аналитических методов теории теплопроводности является метод Фурье. Его идея заключается в следующем: решение краевой задачи для уравнения в частных производных сводится к решению вспомогательных краевых задач специального типа для дифференциальных уравнений, методика решений которых разработана достаточно хорошо. Затем для исходного уравнения в частных производных строятся частные решения в виде произведения найденных решений вспомогательных краевых задач, и берется их линейная комбинация с постоянными коэффициентами в виде беско-

нечного ряда, который дает общее решение краевой задачи. Для применимости метода существенным является: 1) линейность уравнения в частных производных; 2) линейность краевых условий в исходной задаче.

Типичными задачами теплопроводности, для решения которых на практике применяется метод Фурье, являются краевые задачи в ограниченных областях, хотя этот метод может быть применен и в неограниченных и в полуограниченных областях.

В основу метода положено представление искомого решения тепловой задачи в виде ряда Фурье по некоторой системе ортогональных функций, найденных при решении вспомогательной задачи для обыкновенного дифференциального уравнения, так называемой задачи Штурма-Лиувилля.

Рассмотрим применение метода Фурье при решении одномерной тепловой задачи для бесконечного стержня, боковая поверхность которого теплоизолирована. Температура  $T(x, t)$  точек этого стержня при отсутствии тепловых источников удовлетворяет уравнению

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}. \quad (7.38)$$

Так как стержень очень длинный, то на процессы, протекающие в его средней части, главное влияние оказывает начальное распределение температуры, а влияние температурных условий на концах стержня в течение довольно длительного времени почти не будет сказываться. Краевые условия при этом отпадают. На искомую функцию  $T(x, t)$  накладывается только начальное условие

$$T(x, t) \Big|_{t=0} = f(x), \quad (7.39)$$

где функция  $f(x)$  определена на всей числовой оси. Задача решения уравнения (7.38) с начальными условиями (7.39) называется задачей с начальным условием, или задачей Коши.

Для упрощения исходной задачи введем вместо времени новую переменную  $t^1 = a^2 t$ . Тогда

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial T}{\partial t - \frac{\partial t^1}{\partial t}}$$

и исходное уравнение (7.38) примет вид

$$\frac{dT}{dt^1} = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}. \quad (7.40)$$

Чтобы решить задачу (7.39) - (7.40), применим метод разделения переменных и суперпозиции частных решений Фурье. Для этого представим искомое решение в виде произведения функций, зависящих только от одной из независимых переменных  $T(x, t^1) = X(x)U(t^1)$ .

Подставляя это произведение вместо  $T(x, t^1)$  в уравнение (7.39), получаем

$$X(x)U'(t) = X''(x)U(t^1) \quad (7.41)$$

или

$$\frac{U'(t^1)}{U(t^1)} = \frac{X''(x)}{X(x)}.$$

Обе части последнего уравнения должны быть постоянными, поскольку его левая часть не зависит от  $x$ , а правая - от  $t^1$ , т.е. ни левая, ни правая части не могут зависеть ни от  $x$ , ни от  $t^1$ . В этом рассуждении - ключ к методу Фурье. Обозначив постоянную, которой должны быть равны и левая и правая части равенства (7.41) через  $C$  имеем уравнение

$$\frac{U'(t^1)}{U(t)} = C; \frac{X''(x)}{X(x)} = C. \quad (7.42)$$

Первое из них имеет общее решение  $U(t^1) = Ce^{Ct}$ . Поскольку ни в одном сечении стержня (т.е. ни при каком фиксированном  $X$ ) температура  $T(x, t^1) = X(x)U(t^1)$  не может неограниченно возрастать по абсолютной величине при  $t^1 \rightarrow \infty (t \rightarrow \infty)$ ,  $C$  должно быть отрицательно. Положим  $C_1 = -\lambda^2$  тогда  $U(t^1) = Ce^{-\lambda^2 t^1}$ .

Второе из уравнений (7.42) принимает вид  $X''(x) + \lambda^2 X(x) = 0$  и имеет общее решение  $X(x) = A \cos \lambda x + B \sin \lambda x$ .

Таким образом получаем частное решение уравнения (7.39).

$$T(x, t^1) = (AC \cos \lambda x + BC \sin \lambda x) e^{-\lambda^2 t^1}$$

или

$$T(x, t^1) = (\alpha \cos \lambda x + \beta \sin \lambda x) e^{-\lambda^2 t^1}. \quad (7.43)$$

Здесь  $\alpha = AC, \beta = BC, \lambda$  - произвольные постоянные.

Функция (7.43) является при любом фиксированном  $\lambda$  решением уравнения (7.39). Это означает, что  $\alpha$  и  $\beta$  могут быть произвольными функциями от  $\lambda : \alpha = \alpha(\lambda); \beta = \beta(\lambda)$ , так что окончательно имеем семейство частных решений уравнения (7.39)

$$T_{\lambda}(x, t^1) = [\alpha(\lambda) \cos \lambda x + \beta(\lambda) \sin \lambda x] e^{-\lambda^2 t^1},$$

зависящего от параметра  $\lambda$  который может принимать все значения  $(-\infty; +\infty)$ . Поэтому функция

$$T(x, t^1) = \int_{-\infty}^{+\infty} T_{\lambda}(x, t^1) d\lambda = \int_{-\infty}^{+\infty} [\alpha(\lambda) \cos \lambda x + \beta(\lambda) \sin \lambda x] e^{-\lambda^2 t^1} d\lambda$$

также является решением уравнения (7.39). Остается только подобрать неизвестные функции  $\alpha(x)$  и  $\beta(x)$  так, чтобы решение (7.44) удовлетворяло начальному условию (7.39), т.е. чтобы

$$T(x, t^1) = \int_{-\infty}^{+\infty} [\alpha(\lambda) \cos \lambda x + \beta(\lambda) \sin \lambda x] e^{-\lambda^2 t^1} d\lambda = f(x).$$

Последнее равенство означает, что функцию  $f(x)$  надо разложить в интеграл Фурье (10). Это разложение возможно, если  $f(x)$

абсолютно интегрируема по всей оси  $Ox$ , т.е. интеграл  $\int_{-\infty}^{+\infty} |f(x)| dx$

сходится. Это условие означает конечность тепловой энергии стержня. Поэтому разлагая функцию  $f(x)$  в интеграл Фурье

$$f(x) = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} f(\xi) \cos \lambda(x - \xi) d\xi$$

и учитывая, что  $\cos \lambda(x - \xi) = \cos \lambda x \cos \lambda \xi + \sin \lambda x \sin \lambda \xi$ , имеем

$$\begin{aligned} f(x) = & \int_{-\infty}^{+\infty} \left\{ \left( \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} f(\xi) \cos \lambda \xi d\xi \right) \cos \lambda x + \right. \\ & \left. + \int_{-\infty}^{+\infty} \left\{ \left( \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} f(\xi) \cos \lambda \xi d\xi \right) \sin \lambda x \right\} d\lambda \right\} d\lambda \end{aligned} \quad (7.45)$$

Сравнивая это разложение и формулу (7.45), заключаем, что неизвестные функции  $\alpha(x)$  и  $\beta(x)$  должны определяться по формулам

$$\alpha(\lambda) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} f(\xi) \cos \lambda \xi d\xi;$$

$$\beta(\lambda) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} f(\xi) \sin \lambda \xi d\xi.$$

Подставляя выражения для  $\alpha(\lambda)$  и  $\beta(\lambda)$  в решение (7.44), получаем функцию

$$\begin{aligned} \theta(x, t^1) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} d\lambda \int_{-\infty}^{+\infty} f(\xi) \{ \cos \lambda x \cos \lambda \xi + \sin \lambda x \sin \lambda \xi \} e^{-\lambda^2 t^1} d\xi = \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\lambda^2 t^1} d\lambda \int_{-\infty}^{+\infty} f(\xi) \cos \lambda (x - \xi) d\xi, \end{aligned} \quad (7.46)$$

удовлетворяющую одновременно и уравнению (7.39), и начальному условию (7.40).

Для того, чтобы решение (7.46) можно было физически истолковать, преобразуем его, меняя порядок интегрирования

$$T(x, t^1) = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} f(\xi) \left\{ \int_{-\infty}^{+\infty} \cos \lambda (x - \xi) e^{-\lambda^2 t^1} d\lambda \right\} d\xi.$$

Производя замену переменной  $\lambda = \sigma \sqrt{t}$ , и вводя обозначения  $\frac{x - \xi}{\sqrt{t}} = \omega$ , получаем

$$\int_{-\infty}^{\infty} \cos \lambda (x - \xi) e^{-\lambda^2 t^1} d\lambda = \frac{1}{\sqrt{t}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\sigma^2} \cos \sigma \omega d\sigma = \frac{1}{\sqrt{t}} I(\omega).$$

Интеграл  $I(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\sigma^2} \cos \sigma \omega d\sigma$  называется интегралом Пуассона.

Его значение определяется выражением  $I(\omega) = \sqrt{\pi} e^{-\frac{\omega^2}{4}}$  (7.10) или, учитывая обозначение

$$T(x, t^1) = \frac{1}{2a} \sqrt{t} \int_{-\infty}^{\infty} f(\xi) e^{-\frac{(x-\xi)^2}{4t^1}} d\xi.$$

Возвращаясь к исходной задаче (7.37) - (7.38), получаем

$$T(x, t) = \frac{1}{2a} \sqrt{\pi t} \int_{-\infty}^{\infty} f(\xi) \exp \left[ -\frac{(x - \xi)^2}{4a^2 t} \right] d\xi.$$

Рассмотрим физический смысл полученного решения. Функция

$$\Phi_{\xi}(x, t) = \frac{1}{2a\sqrt{\pi t}} \exp\left[-\frac{(x-\xi)^2}{4a^2 t}\right],$$

являющаяся решением исходного уравнения (7.37), называется фунда-

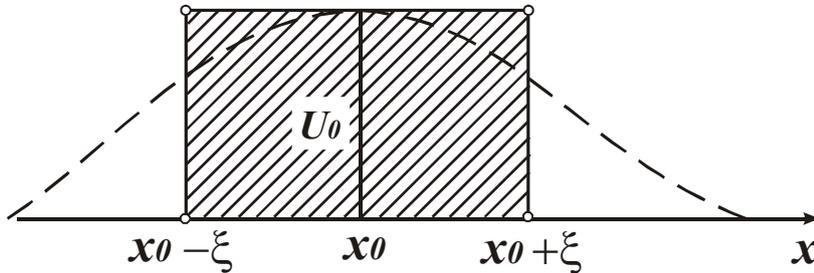


Рис. 7.4. Физическая интерпретация решения задачи теплопроводности.

ментальным решением уравнения теплопроводности. Она имеет важный физический смысл, связанный с понятием физического импульса. Физическим тепловым импульсом называется

такое начальное распределение температуры, при котором в стержень введено некоторое количество теплоты на отрезке от  $(x_0 - \xi)$  до  $(x_0 + \xi)$  так, что температура этого отрезка в момент времени  $t = 0$  поднимается до значения  $u_0$ , количество теплоты  $Q_0$  пропорционально заштрихованной на рис.7.4 площади  $2\xi \cdot u_0$ . Устремляя  $\xi \rightarrow 0$ , перейдем от физического теплового импульса к точечному. Тогда

$$T(x, t) = \left(\frac{1}{2a\sqrt{\pi t}}\right) \exp\left[-\frac{(x-x_0)^2}{4a^2 t}\right].$$

Распространение теплоты в стержне после точечного импульса осуществляется по кривым Гауса.

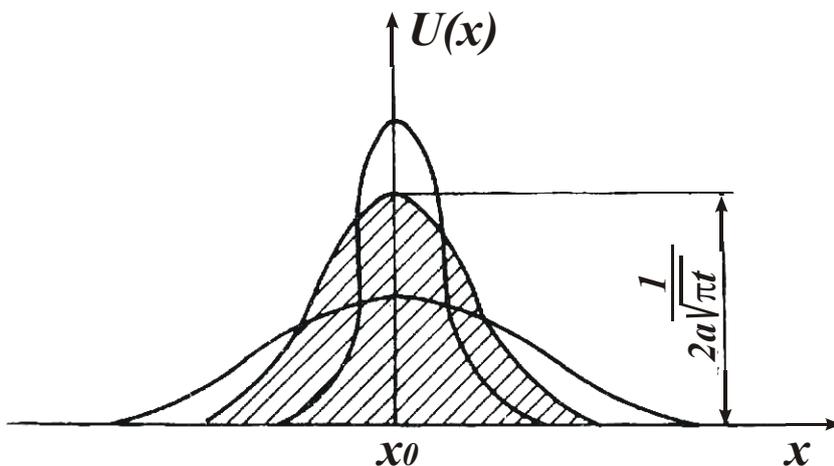


Рис. 7.5. Распространение теплоты в стержне после воздействия теплового импульса.

той точке стержня, где приложен импульс ( $x = x_0$ ). При фиксированном моменте  $t > 0$  максимальная температура обратно пропорциональна коэффициенту теплопроводности

$$a = \sqrt{\frac{\lambda^2}{c\rho}}.$$

Качественно это очевидно из физических соображений: в каждый момент

времени максимальная температура по стержню будет тем меньше, чем больше коэффициент теплопроводности  $\lambda$  и чем меньше удельная теплоемкость  $C$  и плотность  $\rho$  материала стержня (рис.7.5).

В каждой фиксированной точке  $x \neq x_0$  функция  $T(x, t)$  времени  $t$  сначала возрастает от  $t = 0$  до некоторого максимального значения  $T(x)$ , а затем монотонно убывает, стремясь к нулю при  $t \rightarrow \infty$  (рис. 7.6). Максимально достигаемая температура в точке  $x = x_0$  стержня

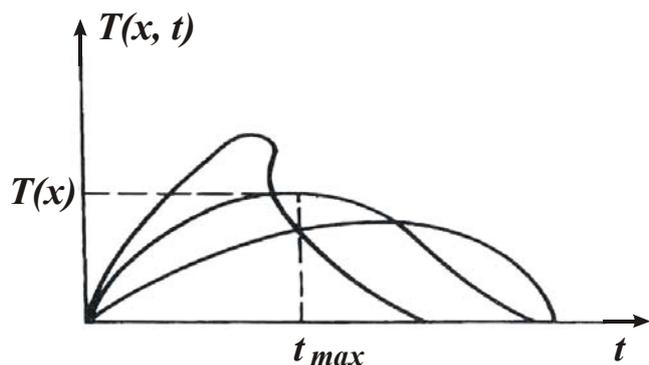


Рис. 7.6. Зависимость температуры от времени в фиксированной точке.

обратно пропорциональна расстоянию от точки приложения импульса, а время, необходимое для достижения максимальной температуры, прямо пропорционально квадрату указанного расстояния.

Метод Фурье формально неприменим для неоднородного уравнения теплопроводности и неоднородности

граничных условий. Применение этого метода станет возможным, если преобразовать задачу путем приведения граничных условий к однородным.

#### 7.4.2. МЕТОД ИНТЕГРАЛЬНЫХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ

Класс задач, разрешаемых с помощью метода интегральных преобразований, не выходит за пределы класса задач, решение которых в принципе может быть найдено по методу Фурье. Вместе с тем этот метод обладает рядом существенных преимуществ.

К числу этих преимуществ, следует отнести возможность непосредственного применения метода, как к однородным, так и к неоднородным краевым задачам, единообразие методики и значительное упрощение в связи с более простой техникой вычисления, свойственной именно интегральным методам. Наконец, при наличии прямых и обратных для данного вида преобразований техника решения упрощается до применения стандартных рецептов, ведущих к решению задачи коротким путем и в более простом виде, чем в методе разделения переменных.

Метод интегральных преобразований имеет те же ограничения, что и метод Фурье - он применим только к линейным дифференциальным уравнениям с линейными граничными условиями.

Сущность метода интегральных преобразований состоит в следующем.

Пусть требуется определить функцию  $T(x, y, z, t)$ , удовлетворяющую в области  $\Omega = (a < x < b), y, z \in G; t > 0$  дифференциальному уравнению теплопроводности (нестационарной или стационарной) с заданными начальным и граничным условиями. Решение задачи заметно упрощается, если вместо непосредственного определения функции искать предварительно ее интегральное преобразование, определяемое формулой [25,40].

$$T(\xi, y, z, t) = \int_a^b T(x, y, z, t)k(x, \xi)dx, \quad (7.47)$$

где  $c < \xi < d; k(x, \xi)$  - надлежаще выбранная функция, определенная в области  $(a < x < b, c < \xi < d)$ , называемая ядром интегрального преобразования (7.47).

В результате интегрального преобразования получается некоторая новая функция  $T(\xi, y, z, t)$ , уже не зависящая от  $x$ , называемая интегральной трансформантой, изображением или образом функции  $T(x, y, z, t)$ . Исходная функция  $T(x, y, z, t)$  называется оригиналом трансформанты  $T(\xi, y, z, t)$ , переменная  $x$  называется переменной преобразования. Пределы  $a$  и  $b$  (соответственно  $c$  и  $d$ ) могут быть как конечными, так и бесконечными. В первом случае преобразование (7.47) называется интегральным преобразованием с конечными пределами, во втором применение преобразования эквивалентно некоторому преобразованию по нескольким переменным

$$T(\xi, y, v, \eta) = \iiint R(x, \xi, z, v, t, \eta)T(x, y, z, t)dx dz dt,$$

называемому кратным интегральным преобразованием.

Преобразование, когда некоторая функция  $T(\xi, y, z, t)$  снова преобразуется в функцию  $T(x, y, z, t)$ , называется обратным интегральным преобразованием (7.47). Соответствующая формула, дающая переход от изображений к оригиналам, называется формулой обращения

$$T(x, y, z, t) = \int_c^d R(x, \xi) T(\xi, y, z, t) d\xi.$$

Основная идея применения интегрального преобразования (7.47) к задачам для дифференциальных уравнений в частных производных состоит в выборе ядра  $R(x, \xi)$  таким образом, чтобы дифференциальные операции по переменной преобразования в исходной задаче изменить алгебраическими операциями в преобразованной задаче. При этом выбор ядра  $R(x, \xi)$  интегрального преобразования осуществляется в соответствии с дифференциальным уравнением и граничными условиями задачи, т.е. с учетом геометрической формы тела и законом его теплового взаимодействия с окружающей средой.

Интегральные преобразования, применяемые для решения задач теплопроводности, можно разделить на два класса: интегральные преобразования по времени  $t$  и интегральные преобразования по пространственным переменным. Это обусловлено тем, что уравнение теплопроводности является уравнением первого порядка относительно переменной  $t$ , тогда как относительно пространственных координат - это уравнение второго порядка.

Причем время меняется в пределах от нуля до бесконечности ( $0 \leq t < \infty$ ), что дает возможность применить по переменной  $t$  интегральное преобразование одного вида от геометрии рассматриваемого тела и вида граничных условий. Этот класс преобразований составляет операционное исчисление [40]. Трансформанта температуры по  $t$  определяется по формуле

$$\bar{T}(M, p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} T(M, \tau) dt, \quad p = \sigma + iw \quad (7.48)$$

или

$$\bar{T}(M, p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} T(M, t) dt. \quad (7.49)$$

Преобразование (7.48) называется преобразованием Лапласа. Преобразование Лапласа - Карсона (7.49) отличается от первого лишь множителем  $p$  перед интегралом.

Для того, чтобы изображение  $T(m, p)$  существовало, интегралы (7.48) - (7.49) должны сходиться. Это накладывает определенные ограничения на функцию температуры  $T(M, t)$ , свойства которой в большинстве рассматриваемых на практике случаев удовлетворяют

условиям существования указанных интегралов.

Если задача решена в изображениях, то нахождение интеграла по трансформанте (обратное преобразование) в общем случае выполняется по формуле обращения [40]

$$T(M, t) = \frac{1}{2\pi i} \int_{p-j\infty}^{p+j\infty} e^{-p\tau} \bar{T}(M, p) dp. \quad (7.50)$$

Интегрирование происходит в комплексной плоскости  $p = \sigma + iw$  вдоль прямой  $\sigma = \text{const}$ , параллельной мнимой оси. Действительные числа  $\sigma$  выбираются так, чтобы все особые точки подинтегрального выражения в (7.50) лежали в левой полуплоскости комплексной плоскости  $p$ . Методы такого интегрирования подробно изложены в литературе по теории функции комплексного переменного [68]. В большинстве случаев обратное преобразование можно осуществить по таблицам [40].

Нахождение оригинала функции по ее изображению может быть получено в элементарных функциях, если трансформанта представлена в виде ряда по отрицательным степеням  $p$

$$\bar{T}(M, p) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{C_k(M)}{p^{k+1}}.$$

Тогда оригинал  $T(M, t)$  также представляется в виде ряда

$$\bar{T}(M, t) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{C_k(M) t^k}{k!}.$$

Если изображение представляет собой дробную функцию

$$T(M, p) = \frac{T_1(M) \Phi(p)}{\psi(p)} = T_1(M) \frac{a_0 + a_1 p + a_2 p + \dots}{b_0 + b_1 p + b_2 p + \dots},$$

то по теореме разложения, имеем

$$T(M, t) = \sum_{n=1}^k \frac{\Phi(p)}{\psi(p)} T_1(M) e^{-p_n \tau},$$

где  $p_n$  - простые корни функции  $\psi(p)$ , при этом знаменатель имеет счетное множество простых корней.

Если степени полинома  $\Phi(p)$  меньше степени полинома и среди корней  $\psi(p)$  имеются кратные в точках  $\psi(p)$ , то

$$T(M, T) = \sum_{M=1} \frac{T_1(M)}{(k-1)!} \lim_{p \rightarrow p_m} \left\{ \frac{d^{k-1}}{dp^{k-1}} \left[ \frac{\Phi(p)(p-p_m)^k}{\psi(p)} e^{pt} \right] \right\},$$

где сумма берется по всем корням  $T(M, p)$ . В самом общем случае оригинал  $T(M, p)$  может быть найден по формуле

$$T(M, t) = \sum_m \operatorname{res} \left\{ e^{pt}, \bar{T}(M, p) \right\} \Big|_{p = p_m},$$

где суммирование производится по всем особым точкам  $p_m$  функции  $\bar{T}(M, p)$ .

В тех случаях, когда нельзя получить аналитическое выражение для оригинала, пользуются приближенными формулами обращения преобразований Лапласа, среди которых можно выделить соотношение [40]

$$T(t) \approx \frac{(-1)^n (n+k)^{n+k+1}}{\Gamma(n+k+1)(t-t_0)^{n+1}} \left\{ T(p) e^{-pt} \right\}^n \Big|_{p = \frac{n+k}{t-t_0}},$$

где  $n \in N; k \in R; \Gamma(z)$  гамма функция.

*Пример.* Найти распределение температур  $T(M, t)$  в полуограниченном теле по глубине  $x (0 \leq x < \infty)$ ,  $M(x)$  если на границе его поддерживается заданная температура  $q(t)$ , а начальная температура тела равна нулю, т.е. найти решение уравнения

$$\frac{\partial T(x, t)}{\partial t} = a^2 \left[ \frac{\partial^2 T(x, t)}{\partial t^2} \right],$$

удовлетворяющее условиям  $x \geq 0, t \geq 0$ .

Пусть  $T(x, 0) = 0, T(0, t) = q(t)$ . Искомая функция  $T(x, t)$  и ее производные являются оригиналами (по переменной  $t$ ).

Введем обозначения

$$\bar{T}(x, p) = L[T(x, t)]; \bar{T}(x, p) = \int_0^{\infty} T(x, t) e^{-pt} dt.$$

Тогда по правилу дифференцирования оригиналов получаем с учетом начальных условий

$$L \left[ \frac{\partial T(x, t)}{\partial t} \right] = p \bar{T}(x, p); L \left[ \frac{\partial^2 T(x, t)}{\partial t^2} \right] = \frac{\partial^2 \bar{T}(x, p)}{\partial t^2};$$

$$\bar{T}(0, p) = Q(p) = L[q(t)].$$

Приходим к следующей краевой задаче относительно трансформанты искомой функции:

$$p\bar{T}(x, p) = a^2 \left[ \frac{\partial^2 \bar{T}(x, p)}{\partial x^2} \right]; \quad (7.51)$$

$$\bar{T}(0, p) = Q(p). \quad (7.52)$$

Считая в уравнении (7.51)  $p$  параметром, находим решение обыкновенного дифференциального уравнения по переменной  $x$ . Так как характеристическое уравнение  $a^2 k^2 - p = 0$  имеет корни

$k_{1,2} = \pm \sqrt{\frac{p}{a}}$ , то  $T(x, p) = c_1 e^{\left(\sqrt{\frac{p}{a}}\right)x} + c_2 e^{-\left(\sqrt{\frac{p}{a}}\right)x}$  является общим решением уравнения (7.51).

Функция  $T(x, p)$  должна быть ограничена при  $x \rightarrow \infty$  поэтому  $c_1 = 0$ . Из условия (7.52) находим постоянную  $c_2$

$$T(0, p) = Q(p) = c_2.$$

Следовательно, решением уравнения (7.51), удовлетворяющим условию (7.52), будет функция  $T(x, p)Q(p)e^{-\left(\sqrt{\frac{p}{a}}\right)x}$ . Представим полученное решение в виде

$$T(x, p) = pQ(p) = \frac{1}{p} e^{-\left(\sqrt{\frac{p}{a}}\right)x}.$$

Тогда, применяя интеграл Дюамеля и используя соотношение

$$\frac{1}{p} e^{-\left(\sqrt{\frac{p}{a}}\right)x} = L \left[ 1 - \operatorname{erf} \left( \frac{x}{2a\sqrt{t}} \right) \right] \operatorname{erfc} \left( \frac{x}{2a\sqrt{t}} \right),$$

получаем для решения  $T(x, t)$  выражение

$$T(x, t) = q(t) \operatorname{erfc}(\infty) + \int_0^1 \left[ \operatorname{erfc} \left( \frac{x}{2a\sqrt{t}} \right) \right] \frac{1}{\tau} q(t - \tau) d\tau.$$

Здесь

$$\operatorname{erfc}(\infty) = 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\infty} e^{-u^2} du = 0;$$

$$\left[ \operatorname{erf} \left( \frac{x}{2a\sqrt{\tau}} \right) \right] \frac{1}{\tau} = -\frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\frac{x}{2a\sqrt{\tau}}} \left( e^{-u^2} du \right) = \frac{-\left(\frac{2}{\sqrt{\pi}}\right) \left(\frac{x}{2a}\right) (-1)}{2} \sqrt{t^3} e^{\frac{-x}{2a^2\tau}}.$$

Таблица 7.1

Основные интегральные преобразования

Наименование	Промежуток интегрирования (a, b)	Ядро преобразования k(α, x)	Формула обращения L <sup>-1</sup> [F(α)]	Преобразование операций L[f(x)]
Фурье: эксп	(-∞, ∞)	e <sup>iαx</sup>	$f(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\alpha) e^{i\alpha x} dx$	$\int_{-\infty}^{\infty} f^n(x) e^{i\alpha x} dx = F(\alpha); f^{(k)}(x)_{x \rightarrow \infty} = 0; k \in N$
эксп конечное	(-π, π)	e <sup>inx</sup>	$f(x) = \frac{1}{2\pi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} F(n) e^{inx}$	$\int_{-\pi}^{\pi} f^m(x) e^{inx} dx = (-in)^m F(n) +$ $+ (-1)^n \sum_{k=0}^{m-1} (-in)^{m-1-k} \left[ f^{(k)} \left( \frac{\pi}{-f^{(k)}(-\pi)} \right) \right]$
cos	(0, ∞)	cos αx	$f(x) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} F(\alpha) \cos \alpha x dx$	$\int_0^{\infty} f''(x) \cos \alpha x dx = -d^2(F(\alpha) - f(x)) \Big _{x=0}$ $f^{(k)}(x)_{x \rightarrow 0} = 0$
cos конечное	(0, π)	cos nx	$f(x) = \frac{f(0)}{\pi} + \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} F_n \cos nx$	$\int_0^{\pi} f''(x) \cos nx dx = -n^2 F(n) + (-1)^n f'(\pi) - f'(0)$
sin	(0, ∞)	sin αx	$f(x) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} F(\alpha) \sin \alpha x dx$	$\int_0^{\pi} f''(x) \sin \alpha x dx = -dF(\alpha) + \alpha f(x) \Big _{x=0}$ $f^{(k)}(x)_{x \rightarrow \infty} = 0$
sin конечное	(0, π)	sin nx	$f(x) = \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} F_n \sin nx$	$\int_0^{\pi} f''(x) \sin nx dx = -n^2 F(n) + n[(-1)^{n+1} f(\pi) - f(0)]$
Лапласа	(0, ∞)	e <sup>-λx</sup>	$f(x) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma_0 - j\infty}^{\gamma_0 + j\infty} F(\alpha) e^{\alpha x} d\alpha$	$f^{(m)}(x) e^{-\alpha x} dx = \alpha^m F(\alpha) - \sum_{k=0}^{m-1} \alpha^{m-1-k} f^{(k)}(x) \Big _{x=0}$ $/ f(x) / < M e^{S_0}$
Ханкеля	(0, ∞)	xT, (α, x)	$f(x) = \int_0^{\infty} \alpha F(\alpha) l_{\gamma}(\alpha x) d\alpha$	$\int_0^{\infty} \left[ f''(x) + \frac{1}{x} f'(x) - \frac{v^2}{x^2} f(x) \right] x l_{\gamma}(\alpha x) dx =$ $= \alpha^2 F(\alpha); v > -1$
Меллина	(0, ∞)	x <sup>α-1</sup>	$f(x) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma_0 - j\infty}^{\gamma_0 + j\infty} F(\alpha) x^{-\alpha} d\alpha$	$\int_0^{\infty} [x^2 f''(x) + x f'(x)] x^{\alpha-1} dx = a^2 f(\alpha)$ $\gamma_1 < \gamma < \gamma_2$
Канторовича-Лебедева	(0, ∞)	Kiτ	$T(xv\varphi) = \frac{2}{\pi^2} \int_0^{\infty} \bar{T}(\tau, \varphi) \pi h \times$ $\times \pi \tau k_{i\tau}(\gamma x) d\tau$	$\int_1^{\infty} T(xv\varphi) \frac{k_{i\tau}(\gamma x)}{x} dx = \frac{d^2 \bar{T}}{d\varphi^2} - \tau^2 \bar{T}$
Меллера-Фока	(1, ∞)	P <sub>1/2</sub> + iτ(x)	$f(x) = \int_1^{\infty} \bar{f}(\tau) \pi h \pi \tau P_{\frac{1}{2} + i\tau}(x)$	$\int_1^{\infty} f(x) P_{\frac{1}{2} + i\tau}(x) dx = \left( \tau^2 + \frac{1}{4} \right) \bar{f}(\tau)$
Лапласа-Карсона	(0, ∞)	e <sup>-Pt</sup>	$f(x) = \frac{1}{2\pi i} \int_{c-j\infty}^{c+j\infty} e^{-Pt} \frac{F(p)}{P} dP$	$\int_0^{\infty} P e^{-Pt} f^{(k)}(t) dt = F(p) - \sum_{n=1}^{k-1} p^{k-1-n} f^{(n)}(t) \Big _{t=0}$

Таким образом, искомое решение имеет вид

$$T(x, \tau) = \frac{1}{2} a \sqrt{\int_0^t \frac{q(t-\tau)}{\varepsilon^2} e^{\frac{-x}{4a^2\tau}} d\tau}.$$

Интегральные преобразования по пространственным переменным выбираются в зависимости от геометрической формы тела и граничных условий исходной задачи. При этом из дифференциального уравнения теплопроводности исключаются вторые частные производные по пространственным переменным путем замены линейным выражением относительно изображения искомой функции и граничными функциями задачи.

Последовательное применение интегральных преобразований по всем пространственным переменным преобразует исходное дифференциальное уравнение в частных производных в обыкновенное линейное дифференциальное уравнение относительно переменной.

Наиболее употребительными в теории теплопроводности являются интегральные преобразования, приведенные в табл. 7.1. Особенностью интегральных преобразований, кроме преобразований Фурье, является наличие бесконечного верхнего предела. Поэтому их можно применять только к краевым задачам теплопроводности для тел полуограниченной протяженностью. При этом выбор соответствующего интегрального преобразования при решении краевой задачи определяется видом граничного условия при  $x = 0$ . Преобразование Хенкеля применяется для тел, обладающих симметрией; преобразование Меллина используется при решении стационарных краевых задач теплопроводности в секториальных областях; преобразование Меллера - Фока дает возможность решать тепловые задачи, связанные с интегрированием уравнения Лапласа и Пуассона для области, ограниченной двумя пересекающимися сферами, и областей, ограниченных одним или двумя софокусными гиперболоидами вращения; преобразование Канторовича - Лебедева и его различные модификации можно использовать для областей, ограниченных поверхностью двугранного угла или конуса.

Практическое применение названных интегральных преобразований существенно облегчается наличием таблиц прямых и обратных преобразований различных функций, часто встречающихся в конкретных задачах [40].

Рассмотрим технику применения интегральных преобразований к

решению задачи теплопроводности для полубесконечного стержня

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial T}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}; 0 < x < \infty; 0 \leq \tau < \infty; \end{array} \right. \quad (7.53)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} T(x, t) \Big|_{(t)=0} = \psi(t); \frac{\partial^k T}{\partial x^k} \Big|_{x \rightarrow 0} = 0; k = 0, 1; \end{array} \right. \quad (7.54)$$

$$T(x, t) \Big|_{x=0} = \Phi(x). \quad (7.55)$$

Здесь для исключения  $x$  следует воспользоваться одним из преобразований, определенных на полубесконечном интервале. Таких преобразований несколько (табл.7.1). Однако, учитывая отмеченное выше характерное свойство преобразований Фурье, внимание следует сосредоточить на *cos*- и *sin*- преобразованиях Фурье. Из двух названных преобразований следует воспользоваться *sin*- преобразованием. Это диктуется формулой преобразования производных (табл. 7.1), содержащей (помимо трансформанты) граничное значение производной. Умножая выражение (7.53) на  $k(\alpha, x) = \sin \alpha x$  и интегрируя по  $x$  на интервале  $(0, \infty)$ , получаем

$$\frac{\partial}{\partial t} T(\alpha, t) = a^2 \left[ -\alpha^2 T(\alpha, t) + \alpha T(x, t) \Big|_{x=0} \right].$$

Учитывая здесь граничное условие (7.54) и применяя преобразование к (7.55), получаем краевую задачу

$$\frac{\partial}{\partial t} T(\alpha, \tau) + a^2 \alpha^2 T(\alpha, \tau) = a^2 \alpha \psi(\tau); \quad (7.56)$$

$$T(\alpha, \tau) = \Phi(\alpha); \quad (7.57)$$

$$[T(\alpha, \tau) \Phi(\alpha)] = \int_{-\infty}^{\infty} [T(x, \tau), \Phi(x)] \sin \alpha x dx. \quad (7.58)$$

Общее решение неоднородного дифференциального уравнения (7.56) запишем в виде

$$T(\alpha, \tau) = a^2 \alpha \int_0^{\tau} e^{-a^2 \alpha^2 (\tau - \tau')} \psi(\tau') d\tau', \quad (7.59)$$

где  $C(\alpha)$  - произвольная функция параметра преобразования; частное решение неоднородного уравнения (7.56)

$$T(\alpha, \tau) = a^2 \alpha \int_0^{\tau} e^{-a^2 \alpha^2 (\tau - \tau')} \psi(\tau') d\tau'. \quad (7.60)$$

Подставляя (7.59) в (7.57), находим  $C(\alpha) = \Phi(\alpha)$ . Решение исходной краевой задачи получаем, применяя к выражению (7.59) обратное преобразование Фурье

$$T(x, \tau) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \Phi(\alpha) e^{-a^2 \alpha^2 \tau} \sin \alpha x dx + \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} T(x, \tau) e^{-a^2 \alpha^2 \tau} \sin \alpha x dx \quad (7.61)$$

Полученное решение выразим через заданные функции  $\Phi(x)$  и  $\psi(x)$ . Для этого подставим в формулу (7.61) интегральные представления (7.57) и (7.60) функции  $\Phi(\alpha)$  и  $T(\alpha, \tau)$ .

Изменив в полученном выражении порядок интегрирования, и воспользовавшись формулой

$$\sin \alpha x \sin \alpha \xi = \frac{1}{2} [\cos \alpha(x - \xi) - \cos \alpha(x + \xi)],$$

а также значениями интегралов

$$\int_0^{\infty} e^{-\beta y^2} \cos by dy = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{\beta}} e^{-\frac{b^2}{4\beta}},$$

$$\int_0^{\infty} y e^{-\beta y^2} \sin by dy = \frac{b}{4\beta} \sqrt{\frac{\pi}{\beta}} e^{-\frac{b^2}{4\beta}},$$

получим окончательно

$$T(x, t) = \frac{1}{2a\sqrt{\pi}} \left\{ \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \psi(\xi) \exp\left[-\frac{(x-\xi)^2}{4a^2 t}\right] - \exp\left[-\frac{(x+\xi)^2}{4a^2 t}\right] d\xi \right\} + x \int_0^t \psi(t') \exp\left[-\frac{x^2}{4a^2(t-t')}\right] \frac{dt'}{\sqrt{(t-t')^3}}.$$

Если начальная температура стержня равна нулю, а на конце поддерживается постоянная температура  $\varphi(x) = 0$ ;  $\psi(t) = T_0 = \text{const}$ , то решение имеет вид

$$T(x, t) = \frac{xT_0}{2a\sqrt{\pi}} \int_0^t \exp\left[-\frac{x^2}{4a^2(t-t')}\right] \frac{dt'}{\sqrt{(t-t')^3}},$$

или после замены  $\xi = \frac{x^2}{4a^2(t-t')}$

$$T(x,t) = \frac{2T_0}{\sqrt{\pi}} \int_{\frac{x}{2a\sqrt{t}}}^{\infty} e^{-\xi} d\xi = T_0 \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2a\sqrt{t}}\right), \quad (7.62)$$

где  $\operatorname{erfc}(z)$  - функция, дополнительная к интегралу вероятности и определяемая соотношением

$$\operatorname{erfc}(z) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_z^{\infty} e^{-U^2} du.$$

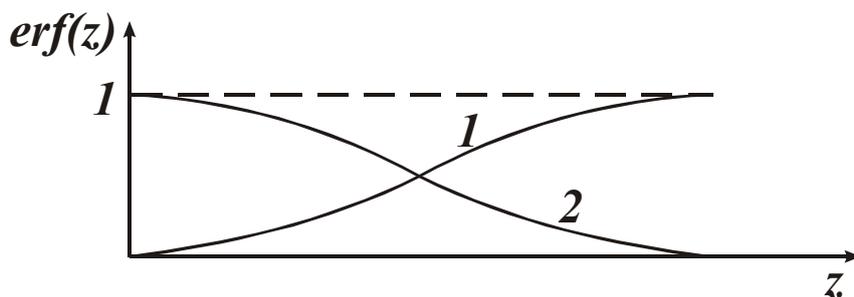


Рис.7.7. Графики функций.

График этой функции показан на рис.7.7.

Полученное решение (7.62) описывает распределение температуры в полубесконечном стержне в момент

времени  $t$ . С ростом времени температура в стержне выравнивается.

### 7.4.3. МЕТОД ФУНКЦИЙ ГРИНА

Этот метод, как и все предыдущие, применим к линейным уравнениям теплопроводности с линейными краевыми условиями, но существенно отличается от метода разделения и метода интегральных преобразований. Метод функций Грина универсален: его можно применять для решения краевых задач при достаточно общей постановке в одно-, двух- и трехмерном случаях, в ограниченных, полуограниченных и неограниченных областях, при начальном и граничных условиях неоднородных уравнений, причем как для нестационарной, так и для стационарной теплопроводности.

Идея метода функций Грина достаточно проста: в начале находится специальное решение краевой задачи теплопроводности того же типа (так называемая функция Грина  $G(M, P, (t-t'))$ ) но более простой, и через него дается интегральное представление решения исходной задачи.

При изложении метода функций Грина будем пользоваться решением, соответствующим мгновенному точечному источнику теплоты мощности  $Q = c\rho$  в неограниченной области  $(x, y, z)$ . Такое решение в теории теплопроводности называется фундаментальным. Фундаментальное решение уравнения теплопроводности

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a\nabla^2 T(x, y, z, t), / x /, / y /, / z / < \infty, t > 0$$

имеет вид

$$G(x, y, z, x', y', z', t) = \frac{1}{(2\sqrt{\pi at})^3} \exp\left[-\frac{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2}{4at}\right].$$

Оно дает распределение температуры в точке  $(x, y, z)$  неограниченной области в момент времени  $t$ , вызванное мгновенным точечным источником теплоты мощностью  $Q = c\rho$ , действующим в точке  $(x, y, z)$  в момент времени  $t = 0$ .

Из формулы (7.63) видно, что функция обладает свойством симметрии,  $G(x, y, z, x', y', z', t) = G(x', y', z', x, y, z, t)$ , что является выражением принципа взаимности: действие в точке  $M(x, y, z)$  источника теплоты, находящегося в точке  $P(x', y', z')$  равно действию в точке  $P(x', y', z')$ . Однако относительно переменной  $t$  такая симметрия не наблюдается, что является следствием необратимости тепловых процессов во времени.

Математически мгновенный точечный источник теплоты, действующий в момент времени  $t = 0$ , записывается с помощью импульсной дельта-функции Дирака.

Рассмотрим распределение мгновенных точечных источников постоянной мощности  $Q$  вдоль линии  $(x = x', y = y')$ , параллельной оси  $z$ . Температуру, вызванную действием всех этих источников определяем, интегрируя по переменной  $z$  выражение

$$G(x, y, z, x', y', z', t) = \frac{Q}{c\rho(\sqrt{\pi at})^3} \times \exp\left[-\frac{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2}{4at}\right].$$

После интегрирования получаем

$$G(x, y, x', t) = \int_{-\infty}^{\infty} G(x, y, z, x', y', z', t) dz =$$

$$= \frac{Q}{c\rho(\sqrt{\pi at})^3} \exp\left[-\frac{(x-x')^2 + (y-y')^2}{4at}\right],$$

где  $Q$  - количество теплоты, выделяемое на единице длины этой прямой.

Для мгновенного искомого источника мощностью  $Q$ , действующего в момент времени  $t = 0$ , расположенного в плоскости, параллельной плоскости  $x = 0$  и проходящей через точку, распределение линейных источников мощностью  $Q$  дает следующее фундаментальное решение:

$$G(x, x', t) = \int_{-\infty}^{\infty} G(x, y, x', y', t) dy = \frac{Q}{c\rho(\sqrt{\pi at})^3} \exp\left[-\frac{(x-x')^2}{4at}\right],$$

где  $Q$  - количество теплоты, выделяемое на единице площади этой плоскости.

Покажем, что решение краевой задачи нестационарной теплопроводности при достаточно общей ее постановке, в конечном счете, может быть сведено к решению более простой задачи, а именно к нахождению соответствующей функции Грина.

Пусть  $T(M, t)$  - температура некоторого тела, занимающего область  $G$ , которая должна быть найдена в результате решения краевой задачи теплопроводности вида

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a\nabla^2 T(M, t) + f(M, t); M \in G_0; (t > 0); \quad (7.64)$$

$$T(M, t) = \Phi_0(M); M \in G_0; \quad (7.65)$$

$$\frac{\beta_1 \partial T(M, t)}{\partial \bar{n}} - \beta_2 T(M, t) = - (M, t); M \in S; t \geq 0,$$

где  $\bar{n}$  - внешняя нормаль к  $S$ ;  $\beta_1^2 \beta_2^2 > 0$ ;  $f(M, t) \in G$ .

Рассмотрим распределение температуры в данной области  $G_0$ , вызванное действием мгновенного точечного источника теплоты мощностью  $Q = c\rho$ , помещенного в точку  $P(x', y', z')$  области  $G_0$  в момент времени  $(t - t')$ . Выражение для температуры, описываемой функцией Грина  $G(M, P, (t - t'))$  в точке  $M$  области  $G_0$  для времени  $(t - t')$  имеет следующий вид:

$$G(M, P, (t - t')) = \frac{1}{[2\sqrt{\pi a(t - t')}]^3} \times$$

$$\times \exp \left[ -\frac{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2}{4a(t-t')} \right] + q(M, P(t-t')). \quad (7.67)$$

Первое слагаемое правой части этого равенства характеризует собой действие мгновенного точечного источника теплоты мощностью  $Q = c\rho$  в точке  $P(x', y', z')$  в момент времени  $(t-t')$ , но для бесконечной области. Для удовлетворения соответствующих граничных условий на границе  $S$  области  $G_0$  добавим функцию  $q(M, P, (t-t'))$ . Будем считать, что  $q$  как функция точки  $M$  и времени  $t$  есть решение однородного уравнения теплопроводности в области  $G_0, t > t'$  дважды непрерывно дифференцируема по координатам точки, непрерывно дифференцируема по времени и непрерывна в замкнутой области  $G_0$ , и, кроме того, при  $(t' = 0)$  обращается в нуль в точках области  $G_0$ .

Таким образом, функция  $G(M, P, (t-t'))$  определяется равенством (7.67) и удовлетворяет уравнению

$$\frac{\partial G}{\partial t} = a\Delta G; M \in G_0.$$

Так как  $t$  входит в форме  $(t-t')$ , то отсюда непосредственно следует  $\frac{\partial G}{\partial t} = a\Delta G(M, P, (t-t')); M \in G_0; t > t'$ .

Предположим, что функция  $G(M, P, (t-t'))$  обладает свойством симметрии относительно точек  $M, P$  т.е.  $G(M, P, (t-t')) = G(P, M, (t-t'))$ , что означает эквивалентность свойств этой функции по координатам точек  $M$  и  $P$ .

Рассмотрим равенство

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t'} [T(M, t)G(M, P, (t-t'))] &= \\ &= \frac{\partial T}{\partial t'} G + T \left( \frac{\partial G}{\partial t'} \right) = a(G\Delta T - T\Delta G) + Gf. \end{aligned} \quad (7.68)$$

Проинтегрируем его по области  $G_0$  (по координатам точки  $M$ ):

$$\iiint_{G_0} \frac{\partial}{\partial t'} [T, G] dv_M = \iiint_{G_0} (G\Delta T - T\Delta G) dv_M + \iiint_{G_0} Gf dv_M. \quad (7.69)$$

Используя далее формулу Грина для оператора Лапласа, получаем

$$\Delta T = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2},$$

где  $\Delta$  - оператор Лапласа

$$\iiint_{G_0} \frac{\partial}{\partial t'} [T, G] dv_M = -a \iint_S \left[ T \left( \frac{\partial G}{\partial n_M} \right) - G \left( \frac{\partial T}{\partial n_M} \right) \right] d\sigma_M + \iiint_{G_0} G f dv_M.$$

Это соотношение справедливо при всех  $t' < t$  и, следовательно, его можно проинтегрировать по  $t'$ :

$$a \int_0^t \iint_S \left[ G \left( \frac{\partial T}{\partial n} \right) - T \left( \frac{\partial G}{\partial n} \right) \right] \partial t' d\sigma + \int_0^t \iiint_{G_0} f(P, t) G(M, P, (t-t')) \partial t' dv + \int_0^t \iiint_{G_0} \Phi_0(P) G(M, P, t) dv = T(M, t). \quad (7.70)$$

Полученная основная интегральная формула для функции  $T(M, t)$  дает представление произвольных решений уравнений теплопроводности (7.64) с начальным условием (7.65). Из формулы (7.70) следует, что всякое решение уравнения теплопроводности, дважды непрерывно дифференцируемое по пространственным координатам и непрерывно дифференцируемое по времени  $t$ , будет аналитической функцией пространственных координат, а по времени  $t$  иметь производную первого порядка.

Формула (7.70) не дает решения краевой задачи (7.64), (7.65), так как для вычисления правой части нужно знать значение подинтегральной функции на поверхности  $S$ . Потребуем теперь, чтобы функция  $G(M, P, (t-t'))$  на поверхности  $S$  удовлетворяла граничным условиям типа (7.66)

$$\frac{\beta_1 \partial G(M, P, (t-t'))}{\partial \bar{n}} - \beta_2 G(M, P, (t-t')) \Big|_{M \in S} = 0; t > t'.$$

Отсюда и из уравнения (7.70) получаем явные формулы для решения согласно виду граничных условий. Приведем основную формулу решения краевой задачи (7.64), (7.65) со смешанными граничными условиями:

$$T(M, t) = \int_0^t \iiint_{G_0} \Phi_0(P) G(M, P, t) dv + \int_0^t \iint_S [T(M, P, t, t') dt' d\sigma] + \int_0^t \iiint_{G_0} f(P, t') G(M, P, (t-t')) dt' dv,$$

где  $T(M, P, t, t') = \varphi(P, t)$  и для  $\frac{\partial G}{\partial H}$  на всей части граничной по-

верхности  $S$  имеют место граничные условия I рода

$$T(M, t) = \varphi(m, t); M \in S; T \geq 0; G(M, P, (t - t')) = 0; t > t';$$

$$T(M, P, t, t') = \pm \frac{1}{2} \varphi(M, t') G(M, P, (t - t'))$$

II рода

$$\frac{\partial T(M, t)}{\partial H} = \left( \frac{1}{\lambda} \right) \varphi(M, t); M \in S; t > 0;$$

$$\frac{\partial G(M, P, (t - t'))}{\partial h} + \left( \frac{1}{\lambda} \right) G(M, P, (t - t')) = 0;$$

III рода

$$\frac{\partial T(M, t)}{\partial H} + \left( \frac{\alpha}{\lambda} \right) T(M, t) = \left( \frac{1}{\lambda} \right) \varphi(M, t); M \in S; t' \geq 0; t \geq 0;$$

$$\frac{\partial G(M, P, (t - t'))}{\partial H} + \left( \frac{1}{\lambda} \right) G(M, P, (t - t')) = 0.$$

Здесь  $G(M, P, (t - t'))$  - функция Грина соответствующей краевой задачи. Таким образом, для каждой из краевых задач установлена интегральная формула решения и выяснено, каким условиям должна удовлетворять функция  $T(M, P, (t - t'))$ .

Пусть  $q(M, P, (t - t'))$  как функция точки  $M$  и времени  $t$ , есть решение однородного уравнения теплопроводности (7.64). Тогда, если функция  $G(M, P, (t - t'))$  в виде (7.67) при  $t \rightarrow t'$  вне точки  $M = P$  обращается в нуль, а на боковой поверхности  $S$  области  $G_0$  удовлетворяет нулевым краевым условиям какой-либо из краевых задач для уравнения теплопроводности, то она называется функцией Грина соответствующей краевой задачи в области  $G_0$ . Из предыдущих рассуждений становится ясным и физический смысл функции Грина  $G(M, P, (t - t'))$ . В каждой из краевых задач она представляет собой температуру в точке  $M$  в момент  $t$ , возникающую вследствие действия мгновенного точечного источника теплоты мощностью  $Q = c\rho$ , действующего в точке  $P$  в момент времени  $t$  (до этого момента времени температура тела равнялась нулю) при условии, что на границе рассматриваемого тела во все последующие моменты времени выполняются однородные условия, соответствующие нулевым значениям граничных функций краевой задачи.

Отсюда вполне оправдано второе наименование функции - функция влияния мгновенного точечного теплового источника. Ис-

ходя из физического смысла функции Грина, имеем для  $G(M, P, (t - t'))$  краевую задачу, соответствующую заданной (7.64)-(7.66)

$$\begin{aligned} \frac{\partial G}{\partial t} &= a \nabla^2 G(M, P, (t - t')); M \in S; t > t'; \\ G \Big|_{t=t'} &= \delta(M, P); M \in G_0; \\ \left( \beta \frac{\partial G}{\partial n} - \beta_2 G \right) \Big|_{M \in S} &= 0; t > \tau, \end{aligned}$$

где  $\delta(M, P)$  - дельта-функция. В декартовых координатах эта функция имеет вид  $\delta(M, P) = \delta(x - x')\delta(y - y')\delta(z - z')$ .

Метод функций Грина широко применяется также и для решения краевых задач стационарной теплопроводности; в этом случае метод представляет собой часть хорошо разрабатываемой теории, известной как теория потенциала.

*Пример.* По поверхности полубесконечного тела в положительном направлении оси  $z$  движется бесконечно длинный полосовой источник теплоты шириной  $2h$ . Плотность теплового потока равномерно распределена по всей поверхности источника. Полагаем поверхность  $x = 0$  теплоизолированной. Математическая формулировка задачи следующая:

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial t} &= a \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} V \left( \frac{\partial T}{\partial z} \right) \right); \\ \lambda \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=0} &= q(x, t); (-h < z < h); T(x, z, 0) = 0. \end{aligned}$$

Решаем задачу методом функции Грина. Действие элементарного источника описывается функцией Грина

$$T(x, y, z, x', y', z', t) = \left[ \frac{2Q}{c\rho(4\pi at)^{\frac{3}{2}}} G(x - x', y - y', z - z', t) \right], \quad (7.77)$$

где  $Q$  - количество теплоты, выделившееся в точке с координатами  $(x', y', z')$ ,  $c$  - удельная теплоемкость;  $\rho$  - плотность;

$$G((x - x'), (y - y'), (z - z')t) = \exp \left[ - \frac{(x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2}{4at} \right]$$

- функция Грина.

Так как источник движется в положительном направлении оси  $z$ , то координата  $z'$  изменяется на величину  $vt$ . Поэтому интегрируя

выражение (7.71) по  $y'$  от  $-\infty$  до  $\infty$  и по времени от  $0$  до  $\infty$ , получаем

$$T(x, y, z, t) = \int_0^{2h} dz \int_{-\infty}^{\infty} dy \int_0^t \left[ \frac{2Q}{c\rho(4\pi at)^{\frac{3}{2}}} \right] \cdot \exp \left[ -\frac{(x^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2 + Vt)^2}{4at} \right] dt.$$

Такое решение описывает температурное поле полосового источника в процессе насыщения. Преобразуем данное выражение к более простому виду. Для этого введем новые переменные  $z = z - z'$ :

$$dz_1 = -dz', \quad \frac{z_1 + Vt}{2\sqrt{at}} = u; \quad du = \frac{dz_1}{2\sqrt{at}};$$

$$u_1 = \frac{z + vt}{2\sqrt{at}}; \quad u_2 = \frac{(z + 2h + vt)}{2\sqrt{at}},$$

проинтегрируем по переменной  $Y$ , принимая  $x = 0$ , что соответствует значению температуры  $T(0, y, t)$  на поверхности полубесконечного тела. Получаем

$$T = \frac{q}{2\pi\lambda} \int_0^t \frac{\sqrt{\pi a}}{t} [\Phi(u) - \Phi(u_1)] dt,$$

где  $\Phi(u)$ - функция Лапласа. Аргументы  $u_1$  и  $u_2$  всегда положительны. При больших значениях аргумента можно полагать, что  $\Phi(u) = 1$ . Поэтому температурное поле в процессе насыщения может быть подсчитано по формуле

$$T = \frac{q}{2\pi\lambda} \int_0^t \frac{\sqrt{\pi a}}{t} [1 - \Phi(u_1)] dt.$$

## 7.5. ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ

При рассмотрении краевых задач теплопроводности с весьма общими краевыми условиями использование точных методов решения связано с большими трудностями, которые становятся непреодолимыми при решении нелинейных задач. В этих случаях приходится обращаться к тем или иным численным методам. Применение численных методов зачастую позволяет отказаться от упрощенной трактовки математической модели процесса. В настоящее время для при-

ближенного решения уравнений теплопроводности используются метод конечных разностей и метод конечных элементов.

### 7.5.1. МЕТОД КОНЕЧНЫХ РАЗНОСТЕЙ

Метод конечных разностей основан на замене производных их приближенными значениями, выраженными через разности значений функций в отдельных дискретных точках (узлах) сетки. Дифференциальное уравнение в результате таких преобразований заменяется эквивалентным соотношением в конечных разностях, решение которого сводится к выполнению несложных алгебраических операций. Окончательный результат решения задается выражением, по которому значение температуры в данной точке является функцией времени в сложных узловых точках. Повторяемость одинаковых операций при расчете полей температуры создает большое удобство для применения

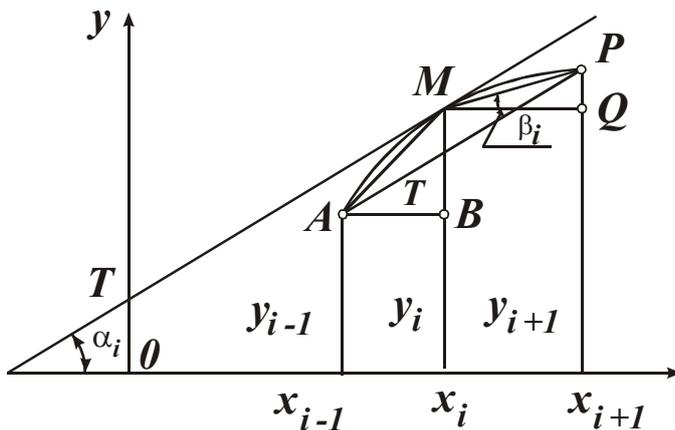


Рис. 7.8. Схема определения производной функции и замены ее разностными отношениями.

вычислительных машин.

Приближенную замену первой и второй производных через разностные отношения можно провести следующим образом. Пусть дана функция  $y = f(x)$ , рис.7.8. Если через  $\lambda_1$  обозначить угол, образованный с положительным направлением оси абсцисс и касательной к кривой, проведенной в точке  $M(x_1, y_1)$ , то

производная функция  $x = x_i$ , определяется по формуле  $y_1 \operatorname{tg} \lambda_1$ . Возьмем на кривой две соседние точки  $A(x_{i-1}; y_{i-1})$  и  $P(x_{i+1}; y_{i+1})$  так, чтобы разности  $x_i - x_{i-1} = x_{i+1} - x_i = h$  были достаточно малы, и приближенно заменим  $\lambda_i$  на  $\beta_i$  или  $\gamma_i$ . Тогда

$$y_i \approx \operatorname{tg} \beta_i = \frac{QP}{MQ} = \frac{y_{i+1} - y_i}{h} \quad (7.72)$$

или 
$$y_i = \operatorname{tg} \gamma_i = \frac{BM}{AB} = \frac{y_i - y_{i-1}}{h}. \quad (7.73)$$

Если же угловой коэффициент касательной  $MT$  приближенно заменить угловым коэффициентом секущей  $AP$ , то

$$y'_i = \frac{y_{i+1} - y_{i-1}}{2h}. \quad (7.74)$$

Правые части формул (7.72) (7.74) называются соответственно разностным отношением вперед, разностным отношением назад и симметричным разностным отношением.

Приближенное значение второй производной  $y''_i$  функции при  $y = f(x)$  может быть получено, если заменить кривую на участке  $AP$  ломанной линией  $AMP$ , имеющей в точке  $M$  два наклона, т.е.

$$y''_i = \frac{1}{h} \left[ \frac{y_{i-1} - y_i}{h} - \frac{y_i - y_{i-1}}{h} \right] = \frac{y_{i+1} - 2y_i + y_{i-1}}{h^2}. \quad (7.75)$$

Рассмотрим, например, одномерное уравнение теплопроводности для изолированного тонкого стержня длиной  $L$ .

Так как  $T(x, y)$  зависит от двух переменных  $x$  и  $t$ , то используем сетку прямоугольного типа (рис.7.9).

На оси абсцисс откладываем отрезок длиной  $L$  и делим его на  $n$

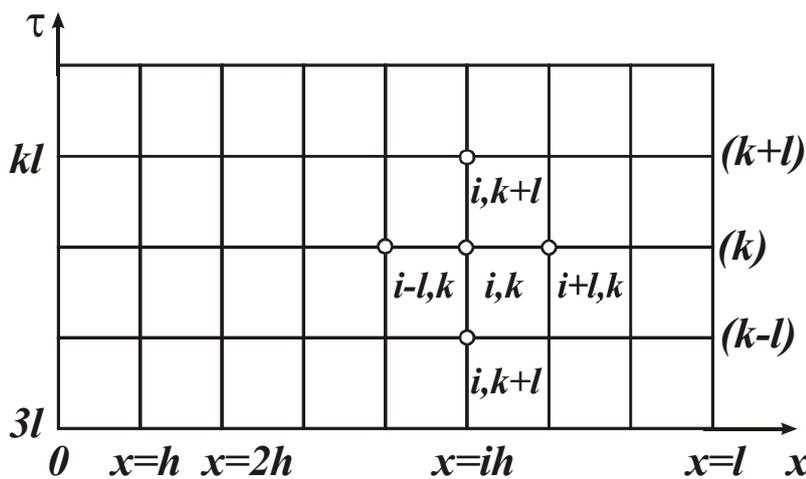


Рис. 7.9. Схема расчета по сетке прямоугольного типа.

равных частей. Полученный шаг на оси абсцисс обозначим через  $h = \frac{L}{n}$ . Точки деления (узлы) на оси имеют абсциссы  $x = 0, x = h, \dots, x = L$ . По оси ординат отложим значения времени  $t$  через равные промежутки  $l$ .

Проведем через полученные узлы на осях координат прямые, параллельные координатным осям, которые образуют прямоугольную сетку. Значения  $T$  в узлах, лежащих на осях координат на прямой, параллельной оси ординат и расположенной от нее на расстоянии  $L$ , находятся из начального и граничных условий.

Задача приближенного численного интегрирования уравнения (7.75) по методу сеток состоит в нахождении приближенного значения функции  $T$  в каждом узле сетки. Обозначим  $T_i(k)$  истинное значение температуры в точке стержня  $x = ih$  в момент  $t = kl$ . Выра-

зим частные производные  $\left( \frac{\partial T}{\partial t}, \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \right)$  в точке  $(ih, kl)$  через разностные отношения по формулам (7.72)- (7.74), т.е. положим

$$\frac{\partial T_{i,k}}{\partial t} = \frac{T_{i,k-1} - T_{i,k}}{p} + \xi_1;$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{T_{i-1,k} - 2T_{i,k} + T_{i+1,k}}{h^2} + \xi_2,$$

где  $\xi_1, \xi_2$  - остаточные члены, стремящиеся к нулю при стремлении к нулю  $l$  и  $h$ .

Тогда в узле  $(ih, kl)$  дифференциальное уравнение (7.76) заменяется соотношением

$$\frac{T_{i,k-1} - T_{i,k}}{l} + \xi = a \left( \frac{T_{i-1,k} - 2T_{i,k} + T_{i+1,k}}{h^2} + \xi_2 \right)$$

или

$$T_{i+1,k} = \frac{1-2la}{h^2} T_{i,k} + \frac{la}{h^2} (T_{i-1,k} + T_{i+1,k}) + lk, \quad (7.77)$$

где  $k = a\xi_2 - \xi_1$ .

Отбрасывая в выражении (7.77) остаточный член  $lk$ , получим разностное уравнение

$$T_{i+1,k} = \frac{1+2la}{h^2} T_{i,k} + \frac{la}{h^2} (T_{i-1,k} + T_{i+1,k}), \quad (7.78)$$

в котором  $T_{i,k}$  обозначено приближенное значение величины в том же узле  $(ih, kl)$ .

Формула (7.78) позволяет вычислить значения в узлах горизонтального ряда  $(k+l)$  по значениям  $T$ , находящимся только в одном предшествующем ряду  $(k)$ .

Поэтому с помощью формулы (7.78) можно найти значение в узлах первого горизонтального ряда при  $t = 1$  по известным из краевых условий значениям температуры в узлах самой оси ОХ. Определив значения в первом ряду, по той же формуле определяются значения в узлах второго горизонтального ряда, т.е. при  $t = 1$ . Этот процесс построения можно продолжать как угодно, так как значения температуры в узлах прямых  $x = 0$  и  $x = L$  будут известны из граничных условий.

Формулу (7.78) перепишем в более удобном виде:

$$T_A = \frac{1-2la}{h^2} T_0 + \frac{la}{h^2} (T_1 + T_2). \quad (7.79)$$

Выбирая соотношение между шагами  $h$  и  $l$  различным образом, из уравнения (7.79) можно получить ряд частных соотношений. Например,

$$\begin{aligned} T_A &= \frac{T_1 + T_2 + T_3}{3} & l &= \frac{h^2}{3a}; \\ T_A &= \frac{T_1 + 4T_2 + T_3}{6} & l &= \frac{h^2}{6a}; \\ T_A &= \frac{T_1 + 10T_2 + T_3}{12} & l &= \frac{h^2}{12a}. \end{aligned}$$

Вообще при  $l = \frac{h^2}{pa}$

$$T_A = \frac{T_1 + (P-2)T_2 + T_3}{P}. \quad (7.80)$$

Особенно простой вид формула (7.80) получает при  $P = 2$

$$T_A = \frac{T_1 + T_3}{2}. \quad (7.81)$$

Эта формула особенно широко используется при графическом решении нестационарных задач теплопроводности.

При  $P = 1$  имеет место расходящаяся вычислительная схема. При решении нестационарных уравнений теплопроводности вопросы соотношения между  $h$  и  $l$ , а также ошибка округления в численном решении играет первостепенную роль. Ими определяется сходимость и устойчивость получаемых решений. Поэтому формулой (7.79) можно пользоваться только при  $P \geq 2$ . Самый большой шаг  $l$  дает формула (7.81), т.е. при  $P = 2$ . Формула (7.80) тем точнее, чем больше  $P$ .

Рассмотренная сетка для численного интегрирования уравнения (7.80) удобна, когда задача решается при граничных условиях I рода: в этом случае граничные прямые  $x = 0$  и  $x = 1$  принадлежат самой сетке. Если уравнение решается при граничных условиях III рода, практика вычислений и теоретические исследования показывают, что для повышения точности определения потенциала на границах следует вводить дополнительные узловые точки, лежащие вне изучаемой области. Например, решая уравнение (7.76) при граничных условиях

$$\left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=0} = \frac{\alpha}{\lambda} [T(0,t) - T_0]; \quad \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=1} = \frac{\alpha}{\lambda} [T(L,t) - T_0], \quad (7.82)$$

сетку надо строить так, чтобы правая граничная прямая лежала по

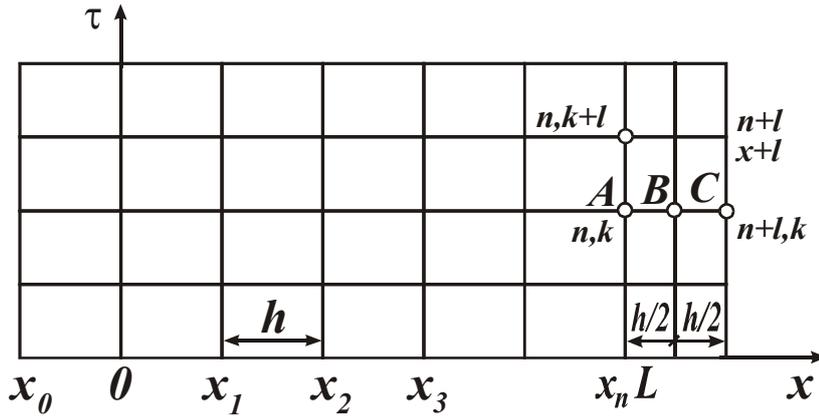


Рис. 7.10. Расчетная схема для задачи нестационарной теплопроводности (граничные условия III рода).

середине между двумя прямыми  $x = x_n$  и  $x = x_{n+1}$ , а левая – по середине между прямыми  $x = x_0$  и  $x = x_1$

(рис.7.10),  $x = \frac{h}{2}$  т.е. в

рассмотрение вводятся значения функций для точек, лежащих вне изучаемой области.

Производную  $\frac{\partial T}{\partial x}$ , входящую во второе условие (7.82), т.е. в точке  $B(L, k, l)$ , заменяем симметричным разностным отношением

$$\frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=L} = \frac{T_{n+1,k} - T_{n,k}}{h} + \xi',$$

а значения температуры на самой поверхности, т.е.  $T(L, k, l)$ , берем как среднее арифметическое значение температур  $A$  и  $C$

$$T(L, k, l) = \frac{T_{n+1,k} + T_{n,k}}{2}.$$

Тогда условие (7.82) запишется как

$$\frac{T_{n+1,k} - T_{n,k}}{h} + \xi' = \frac{\alpha}{\lambda}.$$

Или, переходя к приближенным значениям  $T$ , получаем после преобразований

$$T_{n+1,k} = \frac{\left(1 - \frac{1}{2} \frac{\alpha}{\lambda}\right) T_{n,k} + h \left(\frac{\alpha}{\lambda}\right) T_c}{l + \frac{h}{2} \frac{\alpha}{\lambda}}.$$

По формуле находятся приближенные значения функции в узлах вспомогательной прямой  $x = L + \frac{h}{2}$ .

Значения температуры на самой граничной прямой определяются

по формуле

$$T(L, k, l) = \frac{T_{n+1, k} + T_{n, k}}{h},$$

что после преобразований дает

$$T_{n+1, k} = \frac{\left(1 - \frac{h\alpha}{2\lambda}\right)T_{n, k} + h\left(\frac{\alpha}{\lambda}\right)T_0}{l + \frac{h\alpha}{2\lambda}},$$

где  $S = \frac{\lambda}{\alpha}$ . Значение температуры в узлах вспомогательной прямой

$x = -\frac{h}{2}$  находится по формуле

$$T_{0, k} = \frac{1 - \frac{h\alpha}{2\lambda} + \frac{h\alpha}{2\lambda}T_0}{1 + \frac{h\alpha}{\lambda}}.$$

На левой поверхности

$$T(0, k, l) = \frac{T_{1, k} \frac{h\alpha}{2\lambda} T_0}{1 + \frac{h\alpha}{2\lambda}} = \frac{2ST_{1, k} + hT_0}{2S + h}.$$

## 7.5.2. МЕТОД КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

Основная идея метода конечных элементов (МКЭ) состоит в том, что любую непрерывную величину (температура, давление, перемещение) можно аппроксимировать дискретной моделью, которая строится на множестве кусочно-непрерывных функций, определенных на конечном числе подобластей. Кусочно-непрерывные функции определяются с помощью значений непрерывной величины в конечном числе точек рассматриваемой области.

В общем случае непрерывная величина заранее неизвестна и нужно определить значения этой величины в некоторых внутренних точках области. При построении дискретной модели непрерывной величины поступают следующим образом.

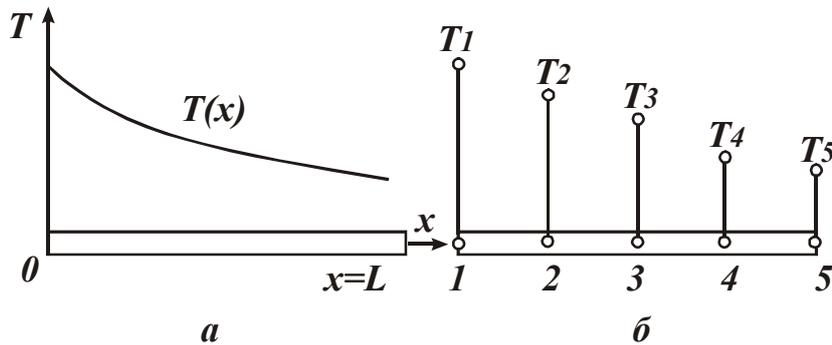
1. В рассматриваемой области фиксируется конечное число то-

чек. Эти точки называются узловыми или просто узлами.

2. Значение непрерывной величины в каждой узловой точке считается переменным и должно быть определено.

3. Область определения непрерывной величины разбивается на конечное число подобластей, называемых элементами. Эти элементы имеют общие узловых точки и в совокупности аппроксимируют форму области.

4. Непрерывная величина аппроксимируется на каждом элементе полиномом, который определяется с помощью узловых значений этой величины. Для каждого элемента определяются свои полиномы,



которые подбираются таким образом, чтобы сохранилась непрерывность величины вдоль границ элемента.

Рис. 7.11. Распределение температуры в одномерном стержне (а) и выбор узловых точек по предлагаемым значениям температур (б).

Проиллюстрируем основную идею на одномерном примере заданного распределения температуры в

стержне, показанном на рис.7.11. Рассматривается непрерывная величина  $T(x)$ , область определения – отрезок  $OL$  вдоль оси  $OX$ . Фиксированы и пронумерованы пять точек на оси  $x$ . Не обязательно располагать их на равном расстоянии друг от друга. Очевидно, можно ввести в рассмотрение и более пяти точек, но этих пяти вполне достаточно для иллюстрации идеи МКЭ. Значения  $T(x_j)$  в данном случае известны в каждой узловой точке. Эти фиксированные значения обо-

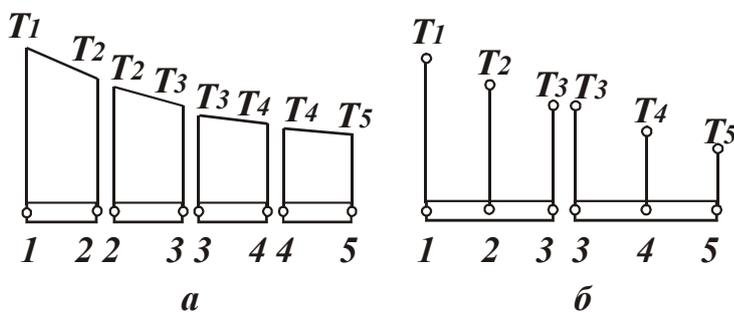


Рис. 7.12. Разбиение области на элементы.

значены узловыми точками. Разбиение области на элементы может быть проведено двумя различными способами. Можно, например, ограничить каждый элемент двумя соседними точками (рис.7.12,а), образовав четыре элемента, или разбить область на два элемента, каждый из которых содержит три узла (рис. 7.12,б).

Рис. 7.12. Разбиение области на элементы.

Соответствующий элементу полином определяется по значениям  $T(x)$  в узловых точках элемента.

В общем случае распределение температуры неизвестно и необходимо определить значение этой величины в некоторых точках. Методика построения дискретной модели остается такой же, как описано, но с добавлением одного дополнительного шага. Снова определяются множества узлов и значения температуры в этих узлах  $T_1, T_2, T_3, \dots$ , которые теперь являются переменными, так как они заранее неизвестны. Область разбивается на элементы, на каждом из которых определяется соответствующая функция элемента.

Узловые значения температуры  $T(x)$  должны обеспечивать наилучшие приближения к истинному распределению температуры. Наилучшее приближение осуществляется путем минимизации некоторой величины, связанной с физической сущностью задачи. Так, при решении тепловой задачи минимизируется функционал, связанный с

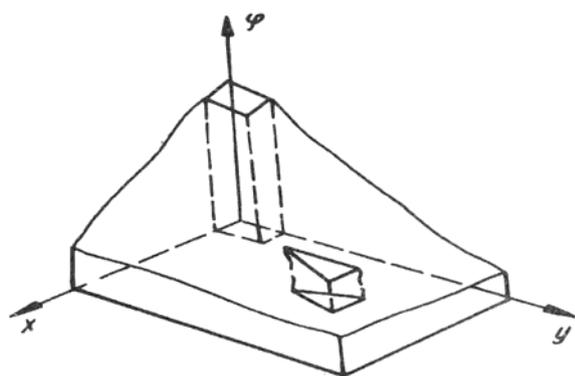


Рис. 7.13. Представление двухмерной скалярной функции с помощью треугольных и четырехугольных элементов.

соответствующим дифференциальным уравнением. Процесс минимизации сводится к решению систем линейных алгебраических уравнений относительно узловых значений  $T(x)$ .

При построении дискретной модели непрерывной величины, определенной в двух- или трехмерной области, основная идея МЭК используется аналогично. В двухмерном случае элементы описываются функциями от  $x$  и  $y$ ,

при этом чаще всего рассматриваются элементы в форме треугольника или четырехугольника. Функции элементов изображаются теперь плоскими (рис.7.13) или криволинейными поверхностями.

Одним из важных элементов МКЭ является процедура получения узловых величин таких числовых значений, при которых соотношения для элементов аппроксимируют некоторый важный физический параметр. В задачах теплопроводности минимизировался некий функционал. Этот функционал обладает тем свойством, что любая минимизирующая его функция удовлетворяет как исходным дифференциальным уравнениям, так и граничным условиям.

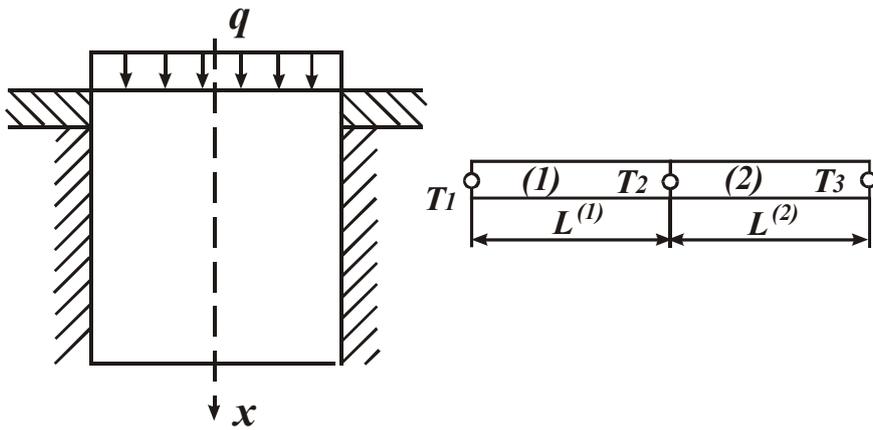


Рис. 7.14. Двухэлементная модель, используемая в задаче о переносе тепла в стержне.

Лучше всего процесс минимизации иллюстрируется на примере следующей тепловой задачи для стержня с теплоизолированной боковой поверхностью (рис.7.14). К закрепленному

концу стержня под-

водится тепловой поток заданной интенсивности  $q$ . На свободном конце стержня происходит конвективный обмен тепла. Коэффициент теплообмена  $\alpha$ , температура окружающей среды  $T_0, ^\circ\text{C}$ .

Стержень теплоизолирован, так как потеря тепла через боковую поверхность не происходит.

Запишем дифференциальное уравнение теплопроводности внутри стержня

$$\lambda \frac{d^2 T}{dx^2} = 0 \quad (7.83)$$

с граничными условиями

$$\lambda \frac{dT}{dx} + q = 0 \text{ при } x = 0; \quad (7.84)$$

$$\lambda \frac{dT}{dx} + \lambda(T - T_0) = 0 \text{ при } x = L. \quad (7.85)$$

В приведенных формулах  $\lambda$  - коэффициент теплопроводности материала стержня. Тепловой поток  $q$  положителен, так как тепло отводится от стержня. Уравнение с приведенными граничными условиями имеет единственное решение, оно является исходным пунктом при численном решении методом конечных разностей. Другой метод решения задач передачи тепла в твердых телах основан на вариационном принципе. В вариационном исчислении устанавливается, что для минимизации функционала [138]

$$K = \iiint_{(V)} \frac{\lambda}{z} \left( \frac{dT}{dS} \right) du + \iint_{(S)} \left[ qT + \frac{\alpha}{2} (T - T_0) \right]^2 dS \quad (7.86)$$

необходимо, чтобы удовлетворялось дифференциальное уравнение

$$\lambda \frac{d^2 T}{dx^2} = 0 \quad (7.87)$$

с граничными условиями

$$\lambda \frac{dT}{dx} + q + \lambda(T - T_0). \quad (7.88)$$

Уравнения (7.86), (7.87) эквивалентны исходным уравнениям (7.83) - (7.85), поэтому любое распределение температуры, при котором функционал  $K$ , определяемый формулой (7.86), становится минимальным, также удовлетворяет дифференциальным уравнениям и, таким образом, является решением исходной задачи. Оба граничных условия (7.84), (7.85) содержатся в уравнении (7.88), так как поверхностный интеграл в выражении функционала (7.86) должен быть разбит на два интеграла по каждой из торцевых поверхностей стержня.

Уравнение (7.86) служит исходным пунктом для определения температуры в каждом узле. Минимизируем функционал (7.86), используя множество функций элементов, каждая из которых определена на отдельном элементе и выражена через узловые значения. Узловые значения  $N_i$  - неизвестные величины в данной формулировке. Так как они определяют значение функционала  $K$ , минимизация  $X$  должна быть проведена по этим величинам.

Реализация МКЭ начинается с определения подобластей и узловых точек. Стержень может быть разбит на два линейных элемента (рис.7.14) с узловыми значениями  $T_1, T_2$  и  $T_3$ . Температура внутри элементов находится из формул

$$\begin{aligned} T^{(1)} &= N_1^{(1)} T_1 + N_2^{(1)} T_2 \\ T^{(2)} &= N_2^{(2)} T_2 + N_3^{(2)} T_3 \end{aligned} \quad (7.89)$$

Соответствующие функции формы определены соотношениями

$$N^{(i)} = \frac{x_i - x}{L^{(i)}}; N^{(j)} = \frac{x - x_j}{L^{(j)}}.$$

Для рассматриваемого примера функционал представляет собой сумму интегралов

$$X = \iiint_{(V)} \frac{\lambda}{2} \left( \frac{dT(x)}{dx} \right)^2 dv + \iint_{(S)} q T(x) dS + \iint_{(S_2)} \frac{\lambda}{2} [T(x) - T_0]^2 dS, \quad (7.90)$$

где  $S_1$  и  $S_2$  - площади поверхностей, на которых заданы  $q$  и  $h$ . Зна-

чение функционала  $X$  получается подстановкой температуры  $T(x)$  и вычислением интегралов.

Поверхность интеграла легко вычисляется, так как подинтегральным выражениям соответствуют условные значения. Начнем с интеграла, включающего тепловой поток,

$$\iint_{(S_1)} qT(x)dS = qT_1 \iint_{(S_1)} dS = qT_1 A_1,$$

где  $A_1$ - площадь поперечного сечения стержня, соответствующая первому узлу.

Функция, описывающая изменение температуры, принимает постоянное значение  $T_1$  в точках сечения, соответствующих первому узлу. Рассмотрим поверхностный интеграл, включающий коэффициент теплообмена,

$$K = \frac{c^{(1)}}{2} (T_1^2 - 2T_1T_2 + T_2^2) + \frac{c^{(2)}}{2} (T_2^2 - 2T_2T_3 + T_3^2) + qA_1T + \frac{\alpha}{2} A_3 (T_3^2 - 2T_3T_c + T_c^2),$$

где  $A_3$ - площадь поперечного сечения стержня;  $T_3$ - температура в третьем узле.

Объемный интеграл (7.90) содержит производную от температуры.

Дифференцируя выражение (7.89), получаем

$$\frac{dT^{(1)}}{dx} = \frac{1}{L^{(1)}} (-T_1 + T_3); \quad \frac{dT^{(2)}}{dx} = \frac{1}{L^{(2)}} (-T_2 + T_3).$$

Объемный интеграл должен быть разбит на два интеграла, потому что выражение для  $\frac{dT}{dx}$  не сохраняет непрерывности по объему тела в целом. Разделение, подстановка и интегрирование дают

$$\iiint_{(V)} \frac{\lambda}{2} \left( \frac{dT}{dx} \right)^2 dv = \frac{\lambda^{(1)} A^{(1)}}{2L^{(1)}} (-T_1 + T_3)^2 + \frac{\lambda^{(2)} A^{(2)}}{2L^{(2)}} (-T_{(x)} + T_c)^2.$$

При вычислении интеграла предполагалось, что площадь поперечного сечения каждого элемента постоянна, так что  $dV = A^{(i)} dx$ .

Представление объемного интеграла по области в виде суммы интегралов, каждый из которых вычисляется по отдельному элементу, позволяет рассматривать различные свойства материала

для различных элементов. Это является важной особенностью МКЭ.

Значение функционала через узловые значения температуры вычислим по формуле

$$K = \frac{c^{(1)}}{2} (T_1^2 - 2T_1T_2 + T_2^2) + \frac{c^{(2)}}{2} (T_2^2 - 2T_2T_3 + T_3^2) + qA_1T + \frac{\alpha}{2} A_3 (T_3^2 - 2T_3T_c + T_c^2)$$

где

$$c^{(1)} = \frac{A^{(1)}\lambda^{(1)}}{L^{(1)}}; c^{(2)} = \frac{A^{(2)}\lambda^{(2)}}{L^{(2)}}.$$

Правильными значениями  $T_1, T_2, T_3$  являются те, при которых величина  $K$  минимальная, поэтому

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dT_1} &= c^{(1)}T_1 - c^{(1)}T_2 + qA_1 = 0; \\ \frac{dx}{dT_2} &= c^{(1)}T_1 + [c^{(1)} + c^{(2)}]T_2 - c^{(2)}T_3 = 0; \\ \frac{dx}{dT_3} &= -c^{(2)}T_2 + [c^{(3)}\alpha A_3]T_3 - A_3T_c = 0. \end{aligned} \quad (7.91)$$

Уравнения (7.91) могут быть преобразованы к виду

$$\begin{bmatrix} c^{(1)} & c^{(1)} & 0 \\ c^{(1)} & [c^{(1)} + c^{(2)}] & -c^{(2)} \\ 0 & -c^{(2)} & [c^{(2)} + \lambda A_3] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -qA_1 \\ 0 \\ \alpha A_3 T_c \end{bmatrix}$$

или к более общей матричной форме

$$[k] \cdot [T] = [F]. \quad (7.92)$$

Матрицу коэффициента  $[k]$  в формуле (7.92) обычно называют глобальной матрицей жесткости. В данном случае более уместно назвать ее глобальной матрицей теплопроводности. Векторный столбец  $[F]$  есть глобальный вектор тепловой нагрузки.

Последний шаг анализа заключается в задании конкретных значений для физических характеристик материала и получении числовых значений температуры  $T_1, T_2$  и  $T_3$ .

Пусть  $\lambda = 75 \text{ Вт}/(\text{см} \cdot ^\circ\text{C})$ ;  $A = \pi 20 \text{ см}^2$ ;  $\gamma = \frac{1}{2} \text{ Вт}/(\text{см}^2 \cdot ^\circ\text{C})$ ;  $L = 75 \text{ см}$ ;

$\alpha \cdot A = 10\pi$ .

Минус перед  $q$  поставлен потому, что теплота подводится к телу

$T_0 = 40^0\text{C}$ . Вычисляем коэффициенты

$$c^{(1)} = \frac{2a\pi 75}{75} = 20\pi = c^{(2)}; \alpha A_3 = 10\pi; -qA_1 = \\ = -(-150\pi) = 150\pi; \alpha A_3 T_c = 10\pi 40 = 400\pi.$$

Окончательная система имеет вид

$$\begin{bmatrix} 20 & -20 & 0 \\ -20 & 40 & -20 \\ 0 & -20 & 30 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \end{bmatrix} = \pi \begin{bmatrix} 150 \\ 0 \\ 400 \end{bmatrix}.$$

Этим уравнениям удовлетворяют следующие узловые значения температуры

$$T_1 = 70^0\text{C}; T_2 = 62,5^0\text{C}; T_3 = 55^0\text{C}.$$

Весьма эффективным способом решения нестационарных задач теплопроводности является сочетание одномерной схемы метода конечных элементов и метода Галеркина. Главное преимущество подхода заключается в том, что для получения системы уравнений МКЭ необязательно существование вариационного принципа. В связи с этим появляется возможность применять МКЭ для решения задач, не имеющих соответствующего функционала.

Описанный выше метод называется явным, поскольку выражает значение  $T_{k+1}$  в момент  $t_{k+1}$  через значение в момент  $t_k$ . Несмотря на простоту вычислительных формул, этот метод имеет недостаток, связанный с ограничением  $P \geq 2n$ , где  $n$  - размерность пространства.

Численные методы решения имеют большие потенциальные возможности, особенно при решении нелинейных задач теплопроводности.

## 7.6. ПРИМЕНЕНИЕ ТЕОРИИ ПОДОБИЯ К ОПИСАНИЮ ТЕПЛОВЫХ ПРОЦЕССОВ

Дифференциальные уравнения, описывающие процесс, отражают представления физической сущности процесса. Например, дифференциальное уравнение теплопроводности является частным случаем закона сохранения энергии элементарного объема тела, равному количеству теплоты, которым он обменивается с остальной массой тела.

Теория подобия дает общий метод непосредственного преобразо-

вания выражений, содержащих дифференциальные операторы, к простейшим алгебраическим выражениям. Суть этого метода состоит в том, что реальный процесс заменяется простейшей условной схемой, в которой дифференциальные операторы сохраняют постоянное значение в пространстве и во времени.

Покажем на примере теплоотдачи нагретой пластины в окружающую среду переход от произвольных к простейшим алгебраическим выражениям. Если теплообмен происходит по закону Ньютона, то в соответствии с граничными условиями III рода имеем

$$\alpha(T_n - T_c) = -\lambda \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right)_n, \quad (7.93)$$

где  $T_n$  и  $T_c$  - соответственно температуры поверхности и среды,  $\alpha$  - коэффициент теплообмена;  $\lambda$  - коэффициент теплопроводности материала пластины.

Предположим теперь, что  $\frac{\partial T}{\partial x} = \text{const}$ . В данном случае это требование не является заменой реального процесса условной схемой, так как оно действительно удовлетворяется при стационарном распределении температуры. В этих условиях  $\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\delta T}{l}$ , где  $\delta T$  - перепад температуры по толщине пластины  $l$ . Если ввести еще понятие о температурном напоре  $\nabla^2 T$  определив его уравнением  $\nabla^2 T = T_n - T_c$ , то уравнение (7.93) примет вид

$$\frac{\partial T}{\nabla^2 T} = \frac{\alpha}{\lambda} l. \quad (7.94)$$

Итак, в соответствии со свойствами процесса, которые определены основным уравнением (7.93), соотношение между температурным перепадом и температурным напором определяется непосредственно

выражением  $\left( \frac{\alpha}{\lambda} \right) l$ . В общем случае при переменном градиенте температуры

$\frac{\partial T}{\partial x} = \text{var}$ , когда распределение температуры имеет вид, отличный от линейного, этот результат теряет силу, так как теперь уже

нельзя представить производную  $\left( \frac{\partial T}{\partial x} \right)$  в виде  $\frac{\delta T}{l}$ .

Однако, если положить, что  $\frac{\partial T}{\partial x} \Big|_n = -\zeta \left( \frac{\delta T}{l} \right)$ , то множитель будет зависеть только от конфигурации кривой распределения температуры, поэтому уравнение (7.94) можно переписать в виде

$$\frac{\delta T}{\nabla^2 T} = \left( \frac{1}{\xi} \right) \left( \frac{\alpha}{\lambda} \right) l. \quad (7.95)$$

Таким образом, для определения отношения  $\frac{\delta T}{\nabla^2 T}$  в общем случае требуется знать  $\xi$ . Поскольку выражение (7.94) есть однозначная функция величины  $\left( \frac{\alpha}{\lambda} \right) l$ , то уравнение (7.95) можно представить в виде

$$\frac{\delta T}{\nabla^2 T} = F \left( \frac{\alpha}{\lambda} \right) l,$$

т.е. физическая природа процесса вполне определяется комбинацией нескольких параметров.

Такие переменные в теории подобия принято называть критериями подобия и обозначать первыми двумя буквами фамилии ученого, особенно много сделавшего для развития данной области знаний. Для выражения  $\left( \frac{\alpha}{\lambda} \right) l$  принято название критерия Био  $\left( \frac{\alpha}{\lambda} \right) l = Bi$ .

Вследствие перехода от первоначальных переменных к новой переменной  $Bi$  не только уменьшается число аргументов, но и совершается изменение в самой постановке всего анализа. Действительно, если основными взять величины  $\alpha, l, \lambda$ , то для каждой совокупности заданных значений этих параметров получим некоторый частный случай. В противоположность этому заданному значению  $Bi$  вовсе не отвечает какой-либо частный случай, так как это значение может быть реализовано бесчисленным множеством различных комбинаций  $\alpha, l, \lambda$ .

Таким образом, фиксируя значение  $Bi$ , определим не одно конкретное явление, а бесчисленное множество явлений. Физический смысл уравнения  $\frac{\delta T}{\nabla^2 T} = F(Bi) = F(Bi)$  заключается в том, что заданным значениям отвечают подобные между собой температуры

распределения, для которых отношение  $\frac{\delta T}{\nabla^2 T}$  имеет одно и тоже значение. Для определения моментов времени, при которых имеют место подобные распределения, обратимся к уравнению теплопроводности, которым устанавливается связь между теплом перестройки температуры во времени и распределением температуры в пространстве. Для одномерной задачи имеем  $\frac{\partial T}{\partial t} = a \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$ .

Если и в этом случае воспользоваться переходом к условной схеме с постоянными значениями производных, то  $\frac{\partial T}{\partial t}$  можно заменить на  $\frac{\delta T}{t}$ , а  $\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$  на  $\frac{\delta T_0}{l^2}$ . Следовательно, для рассматриваемой схемы

можно записать  $\frac{\delta T}{\delta T_c} = \frac{at}{l^2}$ .

Если в какой-то момент распределения подобны, то это подобие может сохраняться только при условии, что соотношение между пространственными и временными изменениями всегда остается постоянным. Отсюда следует, что выражение  $\frac{at}{l^2}$  для всех систем должно иметь одинаковое значение.

При заданном начальном распределении температуры любое последующее распределение зависит от длительности процесса  $t$ , коэффициента температуропроводности  $a$  и размера системы  $l$ . Но существенное значение имеет не каждая из этих величин в отдельности, а вполне определенная их комбинация  $\frac{at}{l^2}$ . Очевидно, это выражение представляет обобщенную переменную, которую принято называть критерием или числом Фурье  $\frac{at}{l^2} = F_0$ . Отсюда ясно, что число Фурье имеет смысл обобщенного времени. Различают критерии подобия и числа подобия. Критерии подобия - это такие комплексы, которые целиком состоят из параметров, заданных по условию. Характерным примером является критерий  $Bi \left( Bi = \left( \frac{\alpha}{\lambda} \right) l \right)$ . Комплекс  $\frac{at}{l^2}$  является

не критерием, а обобщенной переменной, или числом Фурье. Однако, если по условию задачи дано некоторое характерное время, например период колебания температуры окружающей среды  $t_0$ , то аналогичный комплекс  $\frac{at_0}{l^2}$  будет называться критерием Фурье  $F_0 = \frac{at_0}{l^2}$ .

Для построения задачи, определяющего температурные условия не только на поверхности пластины, но и в любой точке внутри пластины, введем отношением  $\frac{x}{l}$ . Тогда, обозначив через  $T$  текущую температуру, а через  $T_0$  - некоторую заданную по условию температуру, будем иметь

$$\frac{T}{T_0} = \Phi\left(Bi, F_0, \frac{x}{l}\right).$$

При этом отношение  $\frac{x}{l}$  представляет собой параметрическую переменную, позволяющую определить температуру  $T$  на глубине  $x$  в зависимости от начальной температуры  $T_0$ .

Таким образом, в теории подобия различают следующие безразмерные величины: критерии подобия, состоящие из постоянных безразмерных параметров задачи; безразмерные переменные, являющиеся отношением переменной величины к постоянному параметру или к их комбинации.

Если параметр, соответствующий данной переменной, не задан, то строится комплекс, состоящий из переменной и ряда разнородных параметров, например  $\frac{at}{l^2}$ , где  $\frac{l^2}{a}$  является комплексом разнородных параметров, имеющих размерность времени.

В качестве примера можно привести решение задачи о нагреве пластины в среде при наличии постоянного источника теплоты мощностью  $W$  Вт/(м<sup>2</sup>с). Решение этой задачи в безразмерных комплексах можно записать как

$$\frac{T - T_0}{T_c - T_0} = f\left[Bi, \frac{x}{l}, F_0, P_0\right],$$

где  $T_c$  - температура среды;  $T_0$  - начальная температура тела;

$$P_0 = \frac{Wl^2}{(\lambda(T_c - T_0))}.$$

Если по условию задачи  $l$  и  $\lambda$  заданы, то комплекс является параметром и будет критерием подобия (критерий Померанцева), а величина  $\frac{T - T_0}{T_c - T_0}$  является относительной переменной.

Однако, если рассматривается стационарная задача  $F_0 \rightarrow \infty$ , то начальная температура  $T_0$  не входит в решение задачи, а температура среды  $T_c$  может служить в качестве начала отсчета температуры тела  $(T - T_c)$ . Тогда критерий Померанцева теряет свой физический смысл, в этом случае относительной переменной будет являться величина  $\frac{(T - T_c)}{\lambda W l^2} = f\left(Bi, \frac{x}{l}\right)$ . Комплекс разнородных параметров  $\frac{W l^2}{\lambda}$  имеет размерность температуры и служит в качестве заданного температурного параметра.

Рассмотрим различие между критерием  $Bi$  и числом Нуссельта  $Nu$ . Критерий  $Bi$  играющий роль в теории температурного поля твердого тела, представляет собой отношение термического сопротивления стенки  $\frac{1}{\lambda}$  к термическому сопротивлению передачи тепла на поверхности  $\frac{1}{\alpha}$ , причем оба сопротивления непосредственно по условию задачи. Поэтому  $Bi = \alpha \frac{1}{\lambda}$  при этих условиях является параметром, т.е. критерием подобия.

В противоположность этому при исследовании процессов теплообмена между твердым телом и окружающей средой коэффициент теплообмена  $\alpha$  является величиной неизвестной и подлежащей определению. Поэтому вводится новый комплекс, содержащий  $\alpha$ . Этот комплекс получается из рассмотрения процесса теплообмена на основе предложения, что у поверхности твердого тела образуется жидкая пленка, через которую тепло передается только теплопроводностью. В таком случае можно написать уравнение

$$\alpha(T_n - T_0) = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x}, \quad (7.96)$$

формально совершенно тождественное уравнению (7.93).

По существу оба уравнения, конечно, различаются тем, что в последнее входит коэффициент теплопроводности  $\lambda$  жидкости (а не

твердого тела) и производная  $\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)$  определяется в приближении к поверхности стороны жидкости.

Обработка уравнения (7.96) методами теории подобия приводит к знакомому выражению  $\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)$ . Но в этом случае  $\alpha$  является величиной неизвестной, следовательно, комплекс относится к категории относительных переменных. Поэтому и вводится новое обозначение и новое наименование числа Нуссельта  $Nu = \left(\frac{\alpha}{\lambda}\right)$ , которое всегда выступает в уравнениях теплообмена в качестве функции.

Таким образом, решение задачи может быть представлено в форме безразмерных величин, которыми искомые относительные переменные определяются как функции независимых относительных переменных и критериев подобия, играющих роль постоянных параметров:

$$y_T = f(x_i, n_i, P_i), (i = 1, 2, \dots, n),$$

где  $y_T$  - искомая переменная;  $x_i$  - независимые переменные;  $n_i$  - критерий комплексного типа;  $P_i$  - параметрические критерии.

В заключение необходимо отметить, что любая комбинация критериев подобия есть также критерий подобия. Произведение относительной переменной и любой комбинации критериев подобия есть также относительная переменная.

## 7.7. МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕПЛОВЫХ ЯВЛЕНИЙ ПРИ АЛМАЗНО-АБРАЗИВНОЙ ОБРАБОТКЕ

В зоне контакта шлифовального круга с обрабатываемой деталью возникают температуры, иногда превышающие критические точки структурных превращений. Несмотря на кратковременность нагрева в поверхностных слоях деталей, возникают структурные и фазовые изменения.

Область, в которой протекают термомеханические процессы от высоких температур, выделяемых при шлифовании, можно разделить на три характерные зоны (рис.7.15): 1 - незначительного повышения температуры перед приближающимся тепловым источником;

2 - интенсивного выделения тепла под источником; 3 - интенсивного охлаждения после прохождения теплового источника.

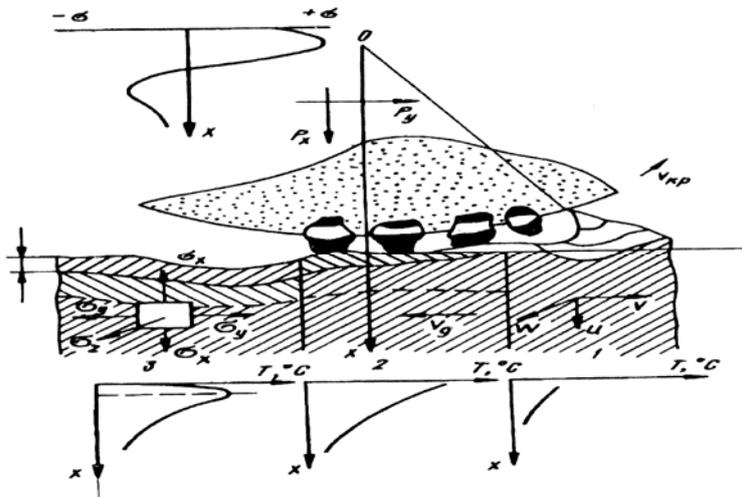


Рис. 7.15. Кинетика формирования термомеханического состояния поверхностного слоя при обработке шлифованием.

Такое деление металла на зоны позволяет рассмотреть кинетику протекания термомеханических процессов в поверхностном слое шлифуемой детали.

Поверхностные слои материала первой зоны нагреваются до температуры порядка 200-500 °С. При этих температурах структурных и фазовых превращений не

происходит, но материал подвергается ответному расширению, повышается подвижность дислокаций, способствующих разрыхлению материала. Возникающие в этой зоне (рис.7.16, заштрихованная область) снижение напряжения относятся к упруго-пластическому типу.

Вторая зона подвергается сплошному силовому и термическому воздействию. От термомеханического удара материал в этой зоне подвергается не только структурным и фазовым превращениям, но и ответному расширению от высоких температур порядка 800-1100 °С. В поверхностном слое формируются сжимающие напряжения, а в глубинных слоях - растягивающие. В третьей зоне за счет теплопроводности происходит быстрый отвод тепла с поверхности в глубинные слои детали и поглощение тепла смазочно-охлаждающей жидкостью. Вследствие быстрого охлаждения внешней поверхности слой  $\Delta x$  стремится сжаться, но этому сжатию препятствуют глубинные поверхностные слои, имею-

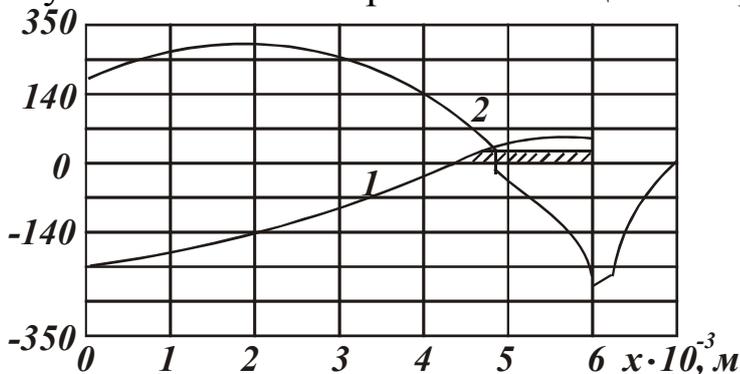


Рис. 7.16. Изменение временных температурных напряжений в поверхностном слое (1) и на глубине (2).

щие сжимающие напряжения, а в глубинных слоях - растягивающие. В третьей зоне за счет теплопроводности происходит быстрый отвод тепла с поверхности в глубинные слои детали и поглощение тепла смазочно-охлаждающей жидкостью. Вследствие быстрого охлаждения внешней поверхности слой  $\Delta x$  стремится сжаться, но этому сжатию препятствуют глубинные поверхностные слои, имею-

щие в данный момент более высокую температуру (рис.7.15). При этих условиях в поверхностном слое возникают большие временные и растягивающие напряжения, переходящие в глубинных, слоях в сжимающие (рис.7.16). Для прогнозирования физико-механических свойств поверхностных слоев материала деталей и управления ими в процессе шлифования необходимо знать функциональные связи этих параметров с термическими процессами, протекающими в зоне шлифования.

В связи с изложенным возникает необходимость всестороннего изучения температурного поля, как в изделии, так и в инструменте на основе фундаментальных законов природы и современного математического аппарата.

## 7.8. ПОСТАНОВКА ТЕПЛОВЫХ ЗАДАЧ ПРИ МОДЕЛИРОВАНИИ ПРОЦЕССА ШЛИФОВАНИЯ

В реальных технологических процессах условия на границах тел при шлифовании настолько сложны, что описать их на языке математически без схематизации не представляется возможным. Схематизация процесса при аналитическом описании заключается в выделении наиболее существенных параметров и исключении из рассмотрения второстепенных. От профессиональности решения этого этапа зависит конечная цель поставленной задачи.

В качестве примера рассмотрим модель плоского шлифования периферией круга. Зона контакта шлифовального круга с деталью может представляться либо в виде сплошного плоского источника тепла или в виде дискретного. В последнем случае точечные тепло-

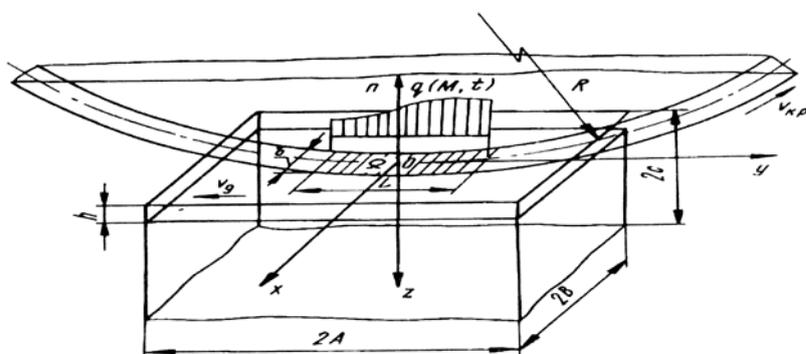


Рис. 7.17. Схема для моделирования температурного поля при плоском шлифовании периферией круга.

вые источники рассматриваются в виде абразивных режущих зерен круга.

В первом случае теплообмен при плоском шлифовании схематизируется следующим образом: по поверхности полубесконеч-

ного тела, которое омывается охлаждающей жидкостью, движется полосовой источник тепла (рис.7.17). Плотность теплового источника по всей поверхности описывается некоторой функцией. Во втором случае за источник принимают абразивные зерна, полагая, что шлифовальный круг касается детали только режущими зернами.

Нагрев поверхностных слоев шлифуемых деталей до высоких температур производится на глубину 1,2 -1,5 мм. Поэтому большинство деталей можно считать полубесконечными телами в трехмерном пространстве или полуплоскостью в двухмерной постановке задачи. Граничные условия задают только на одной границе - шлифуемой поверхности. В случае шлифования без применения смазочно-охлаждающих жидкостей, пренебрегая теплообменом с воздухом, считают поверхность (плоскость) теплоизолированной за пределами контакта круга с деталью. Зону контакта считают участком, через который в обрабатываемую деталь поступает тепловой поток. В этом случае на шлифовальной поверхности задаются граничные условия II рода - тепловой поток в зоне контакта и теплоизоляции вне зоны контакта.

При шлифовании с охлаждением теплообмен на свободной поверхности задается граничными условиями III рода. В данном случае задача решается со смешанными граничными условиями: в зоне контакта сохраняются условия II рода, а за пределами зоны контакта теплообмен задается граничными условиями III рода.

Зону контакта в зависимости от цели исследований моделируют в таких видах: 1) точечный источник (при решении одномерных задач); 2) линейный участок (двухмерный случай решения тепловых задач); 3) бесконечная полоса (трехмерный случай).

Такие допущения оказывают влияние на распределение температуры в целом, но и в центре контакта рассчитанные температуры по указанным моделям отличаются незначительно.

Начальные условия в подавляющем большинстве случаев при рассмотрении температурных полей приравниваются к нулю. В ряде случаев появляется необходимость определить начальные условия, отличные от нулевых,  $T(x, y, z, 0) = kf(M)$ , где  $f(M)$  - функция распределения температуры в изделии до начала шлифования.

Граничные условия, как правило, определяются из экспериментальных данных. Например, плотность теплового потока находится из выражения

$$q = \frac{P_z V_{kp}}{S}; P_z = ct^a S^\beta V^\gamma V^\delta,$$

где  $P_z$  - тангенциальная составляющая силы резания:  $c, \alpha, \beta, \gamma, \delta$  - экспериментальные коэффициенты.

Общее количество теплоты, выделяемое в зоне контакта,  $Q = Q_D + Q_k + Q_c + Q_{ж}$ , где  $Q_D, Q_k, Q_c, Q_{ж}$  - количество теплоты, уходящее соответственно в деталь, круг, стружку и охлаждающую жидкостью.

Доля теплоты, уходящая в деталь, учитывается коэффициентом теплоотвода

$$\alpha = \frac{1}{1,25 \frac{\lambda_{11}}{\lambda_2} \sqrt{\frac{a_2}{h_1} v + 1}},$$

где  $\lambda_1, \lambda_2$  - коэффициенты теплопроводности контактирующих тел;  $h_1$  - ширина зоны контакта круга с изделием;  $V$  - скорость передвижения зоны контакта;  $a^2$  - коэффициент температуропроводности.

Доля теплоты, идущая в стружку  $QT = \frac{cmT_k}{S}$ , где  $c$  - удельная теплоемкость шлифуемого материала,  $m$  - масса металла, удаляемая с поверхности в единицу времени.

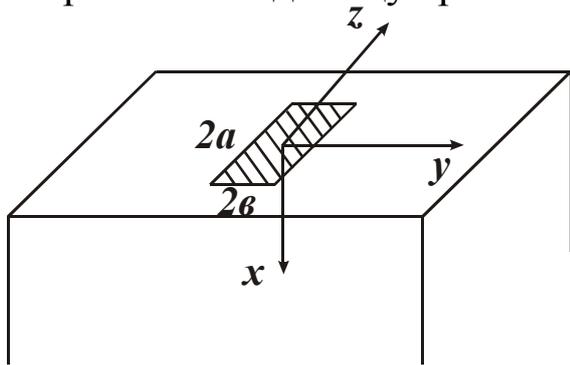


Рис. 7.18. Расчетная схема движущегося теплового источника, размером  $2a \times 2b$ .

Рассмотрим решение уравнения теплопроводности для схемы плоского шлифования. Зона контакта шлифовального круга с деталью представляет бесконечно длинный полосовой источник теплоты постоянной интенсивности шириной  $2h$ , движущийся в положительном направлении оси  $z$  со скоростью  $v_g$  (рис.7.18.).

Температура охлаждающей жидкости и начальная температура изделия равны нулю. Система координат связана с источником теплоты. Согласно принятой схеме, формулировка тепловой задачи сводится к решению уравнения теплопроводности

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = a \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + V_g \frac{\partial T}{\partial z} \quad (7.97)$$

со смешанными граничными условиями

$$-\lambda \left[ \frac{\partial T(o, y, z, t)}{\partial x} \right] - \alpha T(o, y, z, t) = 0, |y| \geq h; \quad (7.98)$$

$$-\lambda \left[ \frac{\partial T(o, y, z, t)}{\partial x} \right] = q = \text{const}; |y| \leq h \quad (7.99)$$

и нулевыми начальными условиями

$$T(x, y, z, 0) = 0. \quad (7.100)$$

Решение задачи (7.97) - (7.100) сводится к отысканию функции Грина (фундаментального решения) для уравнения теплопроводности с точечным источником на поверхности изделия и последующей реализации граничных и начальных условий:

$$dT = \frac{2dy' dz' dt'}{c\gamma [4\pi a(t-t')]^{\frac{3}{2}}} \left\{ \exp \left[ -\frac{x^2 + (y-y')^2 + [(z-z')^2 + v(t-t')]^{\frac{3}{2}}}{4a(\tau-\tau')} \right] - \right.$$

$$\left. - \frac{\alpha}{\lambda} \int_0^{\infty} \exp \left[ \frac{-(x-x')^2 + (y-y')^2 + [(z-z')]^2}{4a(t-t')} \right] - \left( \frac{\alpha}{\lambda} \right) x' \right] dx' \right\}$$

Приведенное выражение описывает процесс выравнивания температуры от элементарного источника теплоты, выделяемой на бесконечно малой площадке в бесконечно малый промежуток времени при постоянной плотности теплового потока.

Все температурное поле будет равно сумме таких полей от элементарных источников, распределенных по полосе зоны контакта. Согласно принятой схеме, источник является бесконечно протяженным по оси  $y$  и шириной  $2h$ - по оси  $z$ . Принимая пределы интегрирования по оси  $y$  от  $-h$  до  $+h$  и по времени  $t$  от  $0$  до  $+\infty$  можно записать

$$T(x, y, z, t) =$$

$$= \int_{-h}^h dz' \int_{-\infty}^{\infty} dy' \int_0^{\infty} \frac{2q}{c\gamma [4\pi a(t-t')]^{\frac{3}{2}}} \left\{ \exp \left[ -\frac{x^2 + (y-y')^2 + [(z-z')^2 + V(t-t')]^{\frac{3}{2}}}{4a(\tau-\tau')} \right] - \right.$$

$$-\frac{\alpha}{\lambda} \int_0^{\infty} \exp \left[ \frac{-(x-x')^2 + (y-y')^2 + [(z-z')]^2}{4a(t-t')} \right] - \left( \frac{\alpha}{\lambda} \right) x' \Big] dx' \Big\}. \quad (7.101)$$

Для окончательного решения поставленной задачи необходимо, чтобы выражение (7.101) удовлетворяло граничным условиям. Представим второй член в виде

$$\begin{aligned} & \frac{\alpha}{\lambda} \int_{-h}^h dz' \int_{-\infty}^{\infty} dy' \int_0^{\infty} \frac{2qdt}{c\gamma [4\pi a(t-t')]^{\frac{3}{2}}} \int_0^{\infty} \left\{ \exp \left[ -\frac{x^2 + (y-y')^2 + [(z-z')^2 + V(t-t')]^2}{4a(\tau-\tau')} \right] - \right. \\ & \left. - \left( \frac{\alpha}{\lambda} \right) x' \right\} dx' = \frac{\alpha}{\lambda} \int_{-h}^h dz' \int_{-\infty}^{\infty} dy' \int_0^{\infty} \frac{2qdt}{c\gamma [4\pi a(t-t')]^{\frac{3}{2}}} \times \\ & \times \exp \left[ -\frac{x^2 + (y-y')^2 + [(z-z')^2 + V(t-t')]^2}{4a(\tau-\tau')} \right] dt \times \int_0^{\infty} \exp \left[ -\frac{2xx' + x'^2}{4a(t-t')} - \left( \frac{\alpha}{\lambda} \right) x' \right] dx'. \end{aligned}$$

Несобственный интеграл в правой части преобразуем к виду

$$\begin{aligned} & \int_0^{\infty} \exp \left\{ -\frac{2xx' + x'^2}{4at(t-t')} - \left( \frac{\alpha}{\lambda} \right) x' \right\} dx' = \exp \left[ \frac{x}{2\sqrt{a(t-t')}} + \frac{\alpha}{\lambda} \sqrt{a(t-t')} \right]^2 \times \\ & \times \int_0^{\infty} \exp \left[ -\frac{x'}{2\sqrt{a(t-t')}} + \frac{x'^2}{2\sqrt{a(t-t')}} + \frac{\alpha}{\lambda} \sqrt{a(t-t')} \right] dx'. \end{aligned}$$

Принимая  $\frac{x'}{2\sqrt{a(t-t')}} + \frac{\alpha}{\lambda} \sqrt{a(t-t')} = u$  и произведя замену

$$\frac{x'}{2} \sqrt{a(t-t')} + u = \xi; \quad \frac{dx'}{2} \sqrt{a(t-t')} = d\xi$$

последний интеграл приве-

дим к виду

$$\begin{aligned} & e^{u^2} \int_0^{\infty} \exp \left[ -\frac{x'}{2\sqrt{a(t-t')}} + u \right]^2 dx' = 2\sqrt{a(t-t')} e^{u^2} \times \\ & \times \int_0^{\infty} \exp(-\xi) d\xi = \sqrt{2\pi a(t-t')} \operatorname{erfc} u \exp u^2. \end{aligned} \quad (7.102)$$

После подстановки в решение (7.101) выражения (7.102), интегрирования по времени  $t'$  и переменной  $x'$ , введения безразмерных

критериев

$$\frac{V(z-z')}{2a} = \xi; \frac{V_z}{2a} = z; \frac{V_x}{2a} = x; \frac{V_h}{2a} = H,$$

получено решение

$$T(x, z) = \frac{2qa}{\pi\lambda\nu} \int_{z-h}^{z+h} e^{-\xi} K_0\left(\sqrt{x^2 - \xi^2}\right) \times \left\{ 1 - \frac{2\alpha a \exp\left(\frac{2\alpha a}{\lambda\nu} x\right)}{\lambda V K_0\left(\sqrt{x^2 + \xi^2}\right)} \int_0^{\infty} e^{-\frac{2\alpha a}{\lambda\nu} x} K_0\left(\sqrt{x^2 - \xi^2}\right) dx \right\} d\xi. \quad (7.103)$$

Выражение (7.103) содержит множитель  $\frac{2qa}{\pi\lambda\nu}$ , который имеет размерность температуры. Интегрирование выражения (7.103) определяет характер распределения температуры на поверхности (при  $x = 0$ ) в глубинных слоях шлифуемой детали.

С введением в уравнение (7.103) безразмерного комплекса, характеризующего интенсивность теплообмена  $\beta = \frac{2\alpha a}{\lambda} \nu$ , который представляет собой отношение двух известных критериев подобия  $Bi = \frac{dh}{\lambda}$  - критерия Био, и  $Pe = \frac{\nu h}{2} a$  - критерия Пекле, получено окончательное решение

$$T(x, t) = \frac{2ga}{\pi\lambda\nu} \int_{z-h}^{z+h} \exp(-\xi) K_0\left(\sqrt{x^2 + \xi^2}\right) \times \left\{ 1 - \frac{\beta \exp(\beta x)}{\lambda K_0\left(\sqrt{x^2 + \xi^2}\right)} \int_0^{\infty} \exp(-\beta x) K_0\left(\sqrt{x^2 + \xi^2}\right) dx \right\} d\xi. \quad (7.104)$$

В решении (7.104) выражение, стоящее перед фигурной скобкой, является решением уравнения теплопроводности (7.97), удовлетворяющим граничным и начальным условиям (7.98) - (7.100) без учета теплообмена. Влияние теплообмена определяется множителем в фигурных скобках. Множитель, учитывающий теплообмен  $(x, z, \beta)$ , является функцией двух безразмерных координат  $x = \frac{\nu x}{2a}$ ;  $z = \frac{\nu z}{2a}$  и без-

размерного комплекса  $\beta = \frac{2\alpha a}{\lambda v}$

$$B(x, y, \beta) = 1 - \frac{\beta \exp(\beta x)}{K_0(\sqrt{x^2 + \xi^2})} \int_0^{\infty} e^{-\beta x} K_0(\sqrt{x^2 + \xi^2}) dx.$$

Множитель  $B$ , учитывающий влияние теплообмена на поверхности, при  $x = 0$  имеет вид

$$B(z, \beta) = 1 - \beta \int_0^{\infty} e^{-\beta x} K_0(\sqrt{x^2 + \xi^2}) dx.$$

При шлифовании с постоянной скоростью движения детали комплекс  $\beta = \frac{2\alpha a}{\lambda v}$  имеет постоянную величину, а множитель  $B(z, \beta)$  зависит только от безразмерной координаты  $z$ .

На участках шлифуемой поверхности, расположенных вблизи от источника, при  $z = 0$  множитель  $B(z, \beta)$  стремится к единице. Следовательно, влияние теплоотдачи на температуру в непосредственной близости от источника незначительно. С удалением от источника влияние теплоотдачи возрастает, но за счет существенного уменьшения разности температур между поверхностью изделия и охлаждающей средой количество отводимой от детали теплоты уменьшается.

На температуру поверхности при шлифовании оказывает влияние скорость движения теплового источника. Уменьшение скорости перемещения детали усиливает влияние теплообмена. При скоростях перемещения детали порядка **40 – 50** м/мин при  $\alpha = 0,36$  ГВт/(м<sup>2</sup> °С) множитель  $B(z, \beta)$  стремится к единице. Следовательно, в этом случае теплообмен не в состоянии понизить температуру на шлифуемой поверхности.

Решение (7.104) не позволяет учесть влияние теплообмена на температуру непосредственно в зоне контакта круга с изделием. Чтобы устранить это несоответствие, необходимо в пределах зоны контакта предусмотреть сток теплоты. Для удобства анализа введем безразмерную температуру  $T^* = \pi \lambda v \frac{T}{2qa}$ .

Для определения решения, учитывающего сток теплоты из зоны резания, необходимо тепловой поток  $q$  для компенсации потерь умножить на некоторое число  $k > 1$ , которое определяется

из условия теплообмена.

Полученное таким образом решение содержит аналогично выражению (7.103) два члена, но вместо теплового потока  $q$  необходимо подставить  $kq$ .

$$K = \frac{1}{1 + \frac{H\beta}{2} \pi \int_{-H}^H HT^*(z) dz}.$$

Решение задачи, в среднем удовлетворяющей условиям теплообмена под источником, с учетом допущений [119] имеет вид

$$T^* = \frac{1}{1 + \frac{H\beta}{2} \pi \int_{-H}^H HT^*(z) dz} \left[ \int_{z-h}^{z+h} e^{-\xi} K_0(\sqrt{x^2 + \xi^2}) - \beta \int_{z-h}^{z+h} \exp(\beta x - \xi) \int_0^{\infty} \exp(-bx) K_0(\sqrt{x^2 + \xi^2}) dx d\xi \right]$$

Выражение в квадратных скобках данной формулы можно представить через разность функций

$$I(u) = \int_0^{\infty} \exp(-\xi) K_0(\sqrt{x^2 + \xi^2}) d\xi - \beta \int_{z-h}^{z+h} \exp(\beta x - \xi) \int_0^{\infty} \exp(-bx) K_0(\sqrt{x^2 + \xi^2}) dx d\xi. \quad (7.105)$$

С учетом выражения (7.105), функция

$$T = k[I(z + H) - I(z - H)]$$

с достаточной для практики точностью протабулирована [119]. Температурное поле без теплообмена для  $\alpha = 0$  рассчитывается по формуле

$$T(x, z) = \frac{2qa}{\pi\lambda V} [I(z + H) - I(z - H)].$$

*Пример.* Рассчитать температурное поле при шлифовании спирально-конических зубчатых колес на станке по следующим исходным параметрам «круг 24А40М2Б, скорость круга  $v_{kp} = 30$  м/с; скорость обкатки  $v_H = 0,66$  см/с; глубина шлифования  $t = 0,02$ ;  $h = 18$  см;  $q = 234$  кал/(см<sup>2</sup> с);  $\lambda = 0,04$ ;  $d = 0,0315$ .

На рис.7.19 в виде изотерм показано температурное поле. Максимальная температура смещается к задней кромке теплового источника, выходя за пределы зоны контакта

$$1-5-x \quad 0;02;048;068;1;1';-5'- \\ 600,500,400,200,100^0 C$$

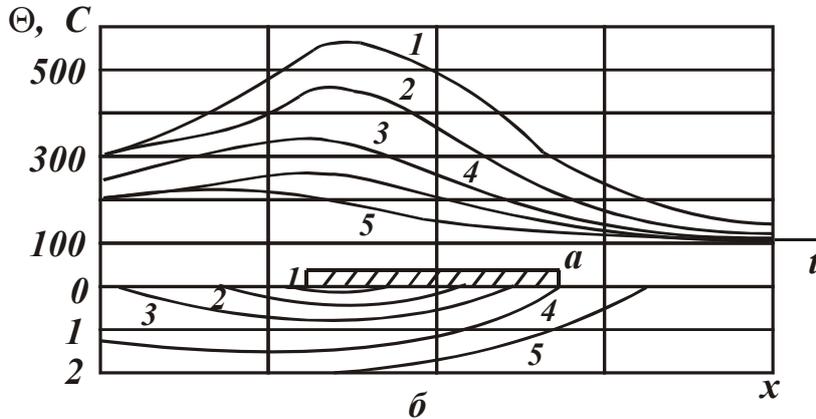


Рис. 7.19. Расчетные значения изотерм при шлифовании по глубине  $x$  – (a) и времени  $t$  (b).

Чтобы судить о структурных превращениях в поверхностных слоях материала детали, необходимо знать кроме максимальной температуры еще скорости нагрева и охлаждения.

Скорость изменения температуры

выражается производной по времени от температуры рассматриваемой точки:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \left( \frac{\partial T}{\partial Z} \right) \left( \frac{\partial Z}{\partial T} \right) = -v \left( \frac{\partial T}{\partial z} \right).$$

Для облегчения расчетов приведем анализ нагрева и охлаждения в безразмерной форме. Основываясь на известном решении безразмерной температуры, получаем

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \left( \frac{\partial T}{\partial Z} \right) \left( \frac{\partial Z}{\partial T} \right) = -v \left( \frac{\partial T}{\partial z} \right).$$

$$\frac{\partial T^*}{\partial z} = \exp[-(z+H)] K_0 \left[ \sqrt{x^2 + (z+H)^2} \right] - \\ - \exp[-(z-H)] K_0 \left[ \sqrt{x^2 + (z-H)^2} \right]$$

Данное выражение является функцией трех безразмерных комплексов  $x, z, H$ . Принимая,  $T^* = \pi \lambda v \frac{T}{2qa}$ ;  $z = \frac{v_z}{2} a$ ;  $z = vt$ , получаем

скорость изменения температуры в размерном виде

$$\frac{\partial T^* \partial x}{x} = \partial \left( \pi \lambda v \frac{T}{2qa} \right) \partial \left( v \frac{t^2}{2a} \right) = \left( \frac{\pi \lambda}{qv} \right) \left( \frac{\partial T}{\partial t} \right).$$

Таким образом, 
$$\frac{\partial T}{\partial t} = - \left( q \frac{v}{\pi \lambda} \right) \left( \frac{\partial T}{\partial z} \right)^*.$$

Зависимость скорости нагрева и охлаждения материала поверхности детали от безразмерной координаты

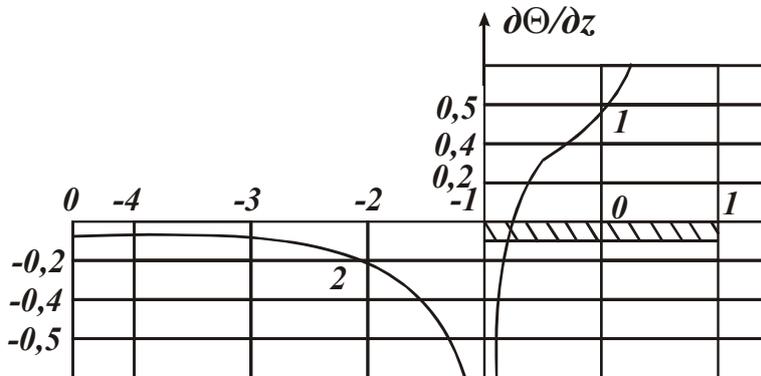


Рис. 7.20. Зависимость скорости нагрева и охлаждения поверхности детали от безразмерной координаты.

ности детали от безразмерной координаты представлена на рис. 7.20. Скорость нагрева, как видно, перед источником интенсивно возрастает, на передней кромке источника достигает бесконечно большой величины. В пределах зоны контакта по мере

возрастания температуры скорость нагрева уменьшается и в точке, соответствующей уровню максимальной температуры, равна нулю. На задней кромке теплового источника скорость охлаждения достигает бесконечно больших значений. В зоне охлаждения за тепловым источником наблюдается резкое снижение скорости охлаждения, которая по мере уменьшения температуры приближается к нулевому значению.

Термические процессы, протекающие в поверхностных слоях шлифуемых изделий, зависят не только от температуры, но и от среднеинтегральных скоростей нагрева и охлаждения поверхностных слоев. Для оценки уровня среднеинтегральных скоростей нагрева и охлаждения воспользуемся известным уравнением

$$\frac{\Delta T}{\Delta z} = \frac{1}{\Delta z} \left\{ \int_{z_1-H}^{z_1+H} \exp(-\xi) K_0 \left( \sqrt{x^2 + \xi^2} \right) d\xi - \int_{z_2-H}^{z_2+H} \exp(-\xi) K_0 \left( \sqrt{x^2 + \xi^2} \right) d\xi \right\}$$

где  $z_1$  и  $z_2$  - координаты точек, имеющих температуру  $T_1$  и  $T_2$   
 $\Delta T = T_1 - T_2$ ;  $\Delta z = z_1 - z_2$ .

При шлифовании кругом 24A25СМ2К6 250x20x76 стали 12Ч2Н4А (на режимах  $V_{kp} = 35$  м/с;  $V_d = 6$  м/мин;  $g = 259,2$  Вт/м;

$H = v \frac{h}{2} a - 2$  ( $a = 0,03$  см<sup>2</sup>/с;  $t = 0,04$  мм;  $\lambda = 0,04$  (см · град)) без теп-

лообмена получены скорость нагрева

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \left( \frac{qv}{\pi\lambda} \right) \left( \frac{\Delta T}{\Delta z} \right) = \frac{720 \cdot 10 \cdot 1.1}{3.14 \cdot 0.004} = 63057 \text{ град/с}$$

и охлаждения - 28000 град/с. С применением теплообмена  $\alpha = 1,3$  кал/(см · с · град) скорость нагрева - охлаждения соответственно возрастает до 95000 град/с и до 66000 град/с.

## 7.9. ТЕМПЕРАТУРНОЕ ПОЛЕ ДЕТАЛИ ПРИ ДИСКРЕТНОМ ТЕПЛОВОМ ИСТОЧНИКЕ

В реальных условиях шлифования металл удаляется отдельными режущими зёрнами. Поэтому при моделировании источника теплоты дискретным температурное поле в детали следует рассматривать как результат наложения тепловых импульсов от отдельных режущих зёрен инструмента.

При такой постановке плоской задачи теплопроводности рассмотрим расчетную схему. На плоскости зафиксируем систему координат  $XOY$ . Нижняя полуплоскость детали перемещается вдоль оси  $OY$  со скоростью  $V_\partial$ . Верхняя полуплоскость (шлифовальный круг) - вращается со скоростью  $V_{kp}$ . На границе верхней полуплоскости в пределах зоны контакта  $OL$  на расстоянии  $l_1$  расположены источники теплоты (зёрна). Участки  $y < 0$  и  $y > L$  приняты теплоизолированными (рассматривается случай шлифования без охлаждения).

Если каждое зерно в пределах дуги контакта является тепловым источником интенсивностью  $q$ , математическая формулировка задачи примет следующий вид:

$$\frac{\partial T}{\partial t} - V_\partial \left( \frac{\partial T}{\partial y} \right) = a \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right); \quad \begin{array}{l} -\infty < y < \infty \\ 0 < x < \infty \\ 0 < t < \infty \end{array} \quad (7.106)$$

$$T(x, y, 0) = 0,$$

$$\frac{\partial T}{\partial t}(y, 0, t) = \frac{q}{\lambda} [H(y) - H(y-1)] \sum_{k=0}^{\infty} \delta(y + kl - V_{kp}t), \quad (7.107)$$

где  $T(x, y, t)$  - температура детали в точке в момент времени  $t$ ;  $\lambda, a$  - теплопроводность и температуропроводность материала детали;  $H(z)$  - функция Хевисайда;  $\delta(z)$  - дельта-функция Дирака.

Задача (7.106) - (7.107) является второй краевой задачей для

уравнения теплопроводности с конвективным членом. Заменой переменных можно избавиться от конвективного члена и представить задачу в виде фундаментального решения (функция Грина)

$$G(x-x', y-y', t-t') = \frac{1}{4\pi(a(t-t'))} \exp\left[-\frac{(x-x')^2 + (y-y')^2}{4a(t-t')}\right].$$

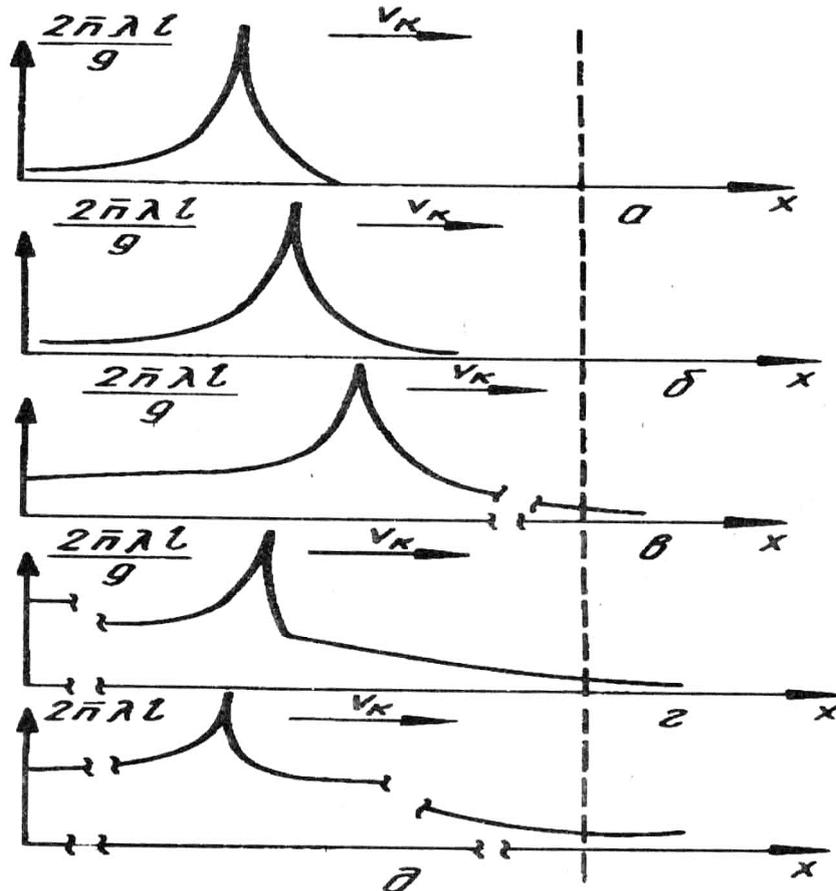


Рис. 7.21. Мгновенное распределение температур на шлифующей поверхности в зоне контакта круга с деталью:

а –  $t = 5 \cdot 10^{-2}$  с,  $k = 1$ ; б –  $3 \cdot 10^{-4}$  с,  $k = 3$ ; в –  $1 \cdot 10^{-3}$  с,  $k = 10$ ;  
г –  $2 \cdot 10^{-3}$  с,  $k = 20$ ; д –  $1 \cdot 10^{-2}$  с,  $k = 80$ .

Удовлетворяя начальным и краевым условиям (7.106), (7.107), интегральное решение поставленной задачи принимает вид

$$T(x, y, z) = \frac{q}{2\pi\lambda} \int_0^t \frac{dt'}{t-t'} \int_0^t \exp\left[\frac{V_\delta(y-y')}{2a} - \frac{V_\delta(t-t')^2}{4a}\right] + \\ + \frac{(y-y')^2 + x^2}{4a(t-t')} \sum_{k=0}^{\infty} \delta(y'+kl - V_{kp}t') dy'.$$

С учетом свойств функций Дирака и Хевисайда решение можно привести к следующему виду, удобному для вычислений:

$$T(x, y, t) = \frac{q}{2\pi\lambda} \sum_{k=0}^{\infty} H\left(\frac{t-kl}{V_{kp}}\right) H\left(\frac{L+kl}{V_{kp}}\right) \int_{\beta_1}^{\beta_2} f(t') dt';$$

$$f(t') = \exp\left[-\frac{V_\delta(y-kl-t')}{2a} - \frac{V_\delta(t-t')^2}{4a} - \frac{(y+kl-V_{kp}t')^2 + y^2}{4a(t-t')}\right] \frac{1}{t-t'};$$

$$\beta_1 = \frac{kl}{V_{kp}} \left[ H\left(\frac{kl}{V_{kp}}\right) - H\left(\frac{kl}{V_{kp}}\right) - t \right];$$

$$\beta_2 = \left(\frac{L+kl}{V_{kp}}\right) H\left(\frac{L+kl}{V_{kp}}\right) - \left(\left(\frac{L+kl}{V_{kp}}\right) - t\right) H\left(\left(\frac{L+kl}{V_{kp}}\right) - t\right). \quad (7.108)$$

Численный анализ выражения (7.108) позволяет проследить за процессом формирования температурного поля детали в зоне шлифования и выяснить его кинематику.

Мгновенное распределение температур на шлифуемой поверхности в зоне контакта круга с деталью представлено на рис.7.21.

Каждое зерно, пробегая со скоростью круга дугу контакта, возбуждает в металле высокотемпературный пик. Наложения высокотемпературных пиков друг на друга образуют температурный фон, который со временем стабилизируется, образуя постоянную составляющую температурного поля. Начиная с некоторого времени, температурное поле детали становится регулярным. На постоянную составляющую, не зависящую от времени, накладываются высокотемпературные пики, перемещающиеся вдоль дуги контакта со скоростью круга. Выражение для постоянной составляющей имеет вид [119]

$$T(x, y) = \frac{q}{2\pi\lambda\nu} \int_0^L \exp\left[-\frac{V_\delta(y-y')}{2a}\right] \cdot K_0\left[\frac{V_\delta}{2a} \sqrt{(y-y')^2 + x^2}\right] dy'.$$

Выражение (7.109) по своей структуре полностью совпадает с решением тепловой задачи для модели сплошного контакта при плоском шлифовании.

## ГЛАВА 8

# ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ТЕМПЕРАТУРЫ ПРИ ШЛИФОВАНИИ МАТЕРИАЛОВ

### 8.1. ЛАБОРАТОРНАЯ МЕТОДИКА ИЗМЕРЕНИЯ ТЕМПЕРАТУРЫ ШЛИФОВАНИЯ МИКРОТЕРМОПАРАМИ

Температура шлифования является функцией многих переменных, которые сложно, а часто и невозможно учитывать при теоретических расчетах. Кроме того, несмотря на наличие мощной вычислительной техники, при теоретических расчетах приходится использовать различные упрощения, что неизбежно сказывается на точности.

На практике часто возникает ситуация, когда необходимо точно знать температуру шлифования деталей именно из данного материала, а иногда возникает задача точно измерить температуру шлифования именно данной детали.

В первом случае можно использовать лабораторную методику измерения температур, а во втором случае возникает задача измерить температуру шлифования в производственных условиях на рабочем месте, когда нельзя нарушать конструкцию детали для установки термоприемников. Подобная задача возникает в случае необходимости прямого управления температурой шлифования для обеспечения заданного качества поверхностного слоя.

Ниже рассматриваются теоретические и практические аспекты получения информации в первом и во втором случаях.

Для лабораторных измерений широко применяется метод использования полуйскусственной термопары, одним из электродов которой является обрабатываемая деталь, а вторым термоэлектродом является константановая проволочка диаметром 6-20 мкм [45, 80, 81, 82]. Этот метод дает наглядное распределение температуры по зоне резания. После установки термоэлектрода в образец (рис.8.1), конец последнего выводится на поверхность образца и зашлифовывается. Во время эксперимента измеряется одновременно контактная, мгновенная и импульсная температуры, поэтому необходимо рассчитывать временные и частотные характеристики измерительных трактов.

Длительность импульса контактной температуры будет:

$$\tau = \frac{d_m + \sqrt{Dt}}{V_d}, \quad (8.1)$$

где  $d_m$  - диаметр термоэлектрода;  $D$  - диаметр круга;  $t$  - глубина шлифования;  $V_\partial$  - скорость детали (скорость перемещения пятна контакта круга по детали).

Длительность импульса мгновенной и импульсной температуры определится следующим выражением:

$$\tau' = \frac{d_m + S + r'}{V_{кр}}, \quad (8.2)$$

где  $S$  - толщина изоляции термоэлектрода;  $r'$  - длина проекции радиуса закругления зерна;  $V_{кр}$  - скорость вращения круга.

В свою очередь  $r'$  определится:

$$r' = \sqrt{2hr - h^2}, \quad (8.3)$$

где  $h$  - величина углубления в металл;  $r$  - радиус закругления зерна.

Частота следования импульсов мгновенной температуры будет:

$$V = \frac{V_{кр}}{l_\phi}, \quad (8.4)$$

где  $l_\phi$  - фактическое расстояние между зернами на поверхности круга.

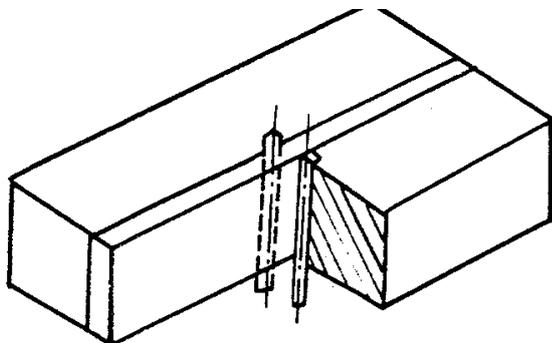


Рис.8.1. Образец для измерения температуры методом полуконтактной термопары.

При измерении основными погрешностями будут: 1 - погрешность из-за различных законов изменения температуры поверхности и торца термоэлектрода при нагреве и 2 - погрешность, связанная с различной контактной температурой поверхности и торца термоэлектрода.

Когда тепловой источник (пятно контакта круга) вступает в контакт со шлифуемой поверхностью, последняя мгновенно (за  $10^{-11}$  с) приобретает так называемую контактную температуру, определяемую по [88]

$$\theta'_k = \frac{\theta_u \cdot \varepsilon_u}{\varepsilon_u + \varepsilon_n}, \quad (8.5)$$

где  $\theta'_k$  - контактная температура;  $\theta_u$  - температура источника;  $\varepsilon_u$  и  $\varepsilon_n$  - коэффициенты тепловой активности поверхности и источника

соответственно

После установления температуры контакта будет происходить ее повышение, что можно записать как

$$\theta_{n(t)} = \theta'_k + \theta_{изб}, \quad (8.6)$$

где  $\theta_{n(t)}$  - температура поверхности в любой момент времени после контакта;  $\theta_{изб}$  - избыточная температура по отношению к контактной.

Относительная температура определится:

$$\theta = \frac{\theta_{n(\tau)} - \theta'_k}{\theta_n - \theta''_k} = \frac{\theta_{изб}}{\theta_n - \theta'_k} = \Phi\left(\frac{b}{\varepsilon_n} \sqrt{\tau^e}\right), \quad (8.7)$$

где  $b$  - коэффициент теплообмена между источником и поверхностью;  $\tau'$  - время теплообмена между источником и поверхностью.

Совместное решение дает

$$\theta_n = \theta_u \cdot \left( \frac{\varepsilon_n}{\varepsilon_u + \varepsilon_n} + \Phi\left(\frac{b\sqrt{\tau'}}{\varepsilon_n}\right) \right) \cdot \left( 1 - \frac{\varepsilon_n}{\varepsilon_u + \varepsilon_n} \right). \quad (8.8)$$

Время, за которое температура поверхности повысится до температуры источника, будет примерно найдено из условия

$$\theta = \frac{\theta_{изб}}{\theta_{изб} - \theta_k} = \Phi\left(\frac{b}{\varepsilon_n} \sqrt{\tau'}\right) = 1. \quad (8.9)$$

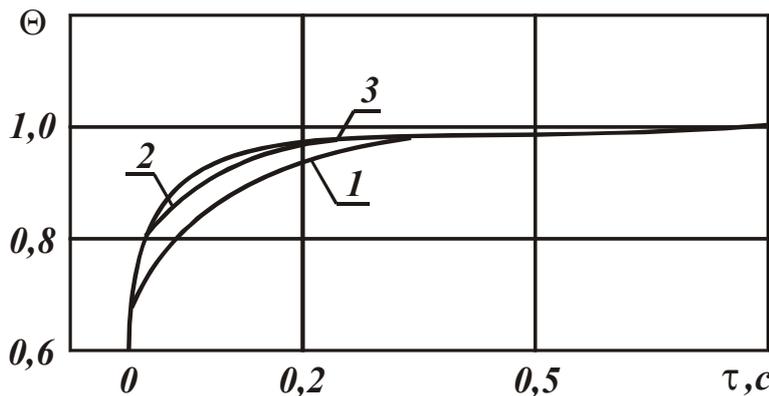


Рис.8.2. График изменения температуры поверхности образца и торца термоэлектрода во времени (экспериментально):  $\theta_u$  - температура источника нагрева;  $\theta_k$  - контактная температура; 1 - сталь I2X2H4A, 2 - константан, 3 - хромель.

вышается, рис. 8.2.

Поскольку при шлифовании происходит образование термопары

Из последнего уравнения следует, что повышение температуры на 7 % по отношению к контактной (соответствует 7 % погрешности измерительной схемы) произойдет за 10 мс. Следовательно, за время измерения (до 10 мс) температура поверхности существенно не повышается.

“термоэлектрод-деталь”, то сигнал такой термопары будет соответствовать температуре термоспая, в то время как необходимо определить температуру поверхности детали. Как температура поверхности, так и температура торца термоэлектрода может быть описана выражением [88]

$$\theta_n = \frac{1,12 \cdot Q \cdot \sqrt{\tau}}{F \varepsilon_n}, \quad (8.10)$$

где  $Q$  - мощность теплового источника;  $F$  - площадь пятна контакта круга с деталью;  $\theta_n$  - определяемая температура.

Контактная температура определяется

$$\frac{\theta_k - \theta'_n}{\theta_T - \theta_n} = \frac{\varepsilon_T}{\varepsilon_n + \varepsilon_T}. \quad (8.11)$$

Однако, температура поверхности и температура термоэлектрода соответственно будут равны

$$\theta_n = 1,12 \frac{Q \sqrt{\tau}}{F \varepsilon_n}, \quad (8.12)$$

$$\theta_m = 1,12 \frac{Q \sqrt{\tau}}{F \varepsilon_m}. \quad (8.13)$$

Решая совместно (8.11), (8.12), (8.13), получим выражение для пересчета контактной температуры термоспая в температуру поверхности

$$\theta_n = \theta_k \frac{\varepsilon_n + \varepsilon_m}{2\varepsilon_n}. \quad (8.14)$$

Окончательно температура определяется по величине термо-э.д.с. из зависимости

$$\theta_n = \theta_k \frac{\varepsilon_n + \varepsilon_m}{2\varepsilon_n} \cdot E \cdot \alpha = k_1 \cdot k_2 \cdot E, \quad (8.15)$$

где

$$k_1 = \frac{\varepsilon_n + \varepsilon_m}{2\varepsilon_n} \cdot \alpha, \quad (8.16)$$

$E$  - величина термо-э.д.с.;  $\alpha$  - коэффициент связи между температурой термоспая и термо-э.д.с.;  $k_2$  - коэффициент усиления схемы.

## 8.2. СРЕДСТВА ПОЛУЧЕНИЯ ИНФОРМАЦИИ О ТЕКУЩИХ ЗНАЧЕНИЯХ ТЕМПЕРАТУРЫ ШЛИФОВАНИЯ В ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ УСЛОВИЯХ

Существующие методы измерения температуры шлифования в основном относятся к лабораторной практике.

Исследования, проведенные в настоящей работе, показали, что наиболее распространенный метод измерения - термоэлектрический - может быть с успехом применен для измерения температуры шлифования в производственных условиях, если термоприемник - термодатчик будет помещен не в шлифуемую деталь, а в шлифовальный круг, образуя круг-датчик.

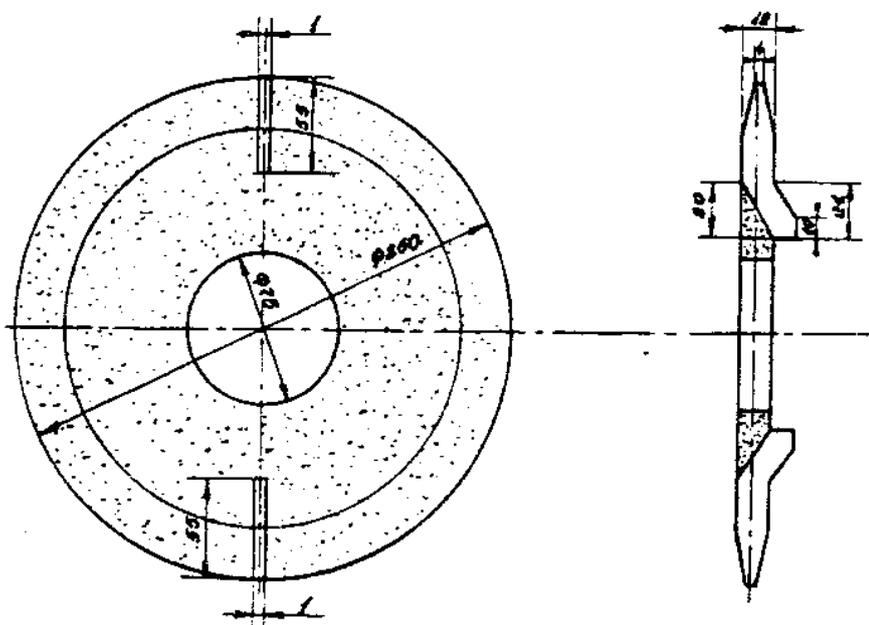


Рис. 8.3. Термодатчик, встроенный в круг профиля 2П.

Основные требования, которые выдерживались при проектировании и расчетах круга-датчика, сводились к следующему: простота устройства, изготовления и обслуживания, высокая точность измерений, малая инерционность, неизменность свойств при правках круга, сохранение исходной шероховатости поверхности по сравнению с обычным шлифовальным кругом, возможность работы с СОЖ.

Для удовлетворения этим требованиям разработан специальный термодатчик, помещенный в круг - термодатчик (рис. 8.3) состоит из двух фольговых пластин, одна из которых изготовлена из меди, а вторая - из константана, между ними помещается прокладка из неэлектропроводного материала. Фольговые пластины и прокладка склеиваются между собой под прессом бакелитовым лаком или эпок-

сидным клеем. Общая толщина датчика 1-1,5 мм. Форма датчика соответствует профилю поперечного сечения круга. Для установки датчика в круг в последнем необходимо прорезать узкий паз. При установке в круг двух датчиков, расположенных радиально, необходимо прорезать два паза.

Определение длины паза для любого круга может быть произведено по формуле

$$L = \frac{D_{нб} + D_{нм}}{2}, \quad (8.17)$$

где  $L$  - длина паза;  $D_{нб}$  - наибольший диаметр круга;  $D_{нм}$  - наименьший диаметр круга.

После установки датчиков в шлифовальный круг последний балансируется и правится по обычной методике. Датчик является органической частью шлифовального круга. Во время правок круга пластины датчика легко перерезаются алмазом и длина датчика уменьшается в соответствии с уменьшением диаметра шлифовального круга.

Прочность круга, как показали испытания на скоростях, равных 1,5 рабочей скорости, не нарушается.

Для промышленного изготовления разработаны конструкции, которые дают возможность помещать термодатчики в круг непосредственно при изготовлении, получая таким образом круг-датчик на предприятиях абразивной промышленности.

В случае изготовления кругов на органической связке описанный термодатчик или просто фольговая пластина из стандартного термоэлектродного сплава подвергаются двухсторонней перфорации и затем при формовке круга устанавливаются в форму. В период бакелитизации связка проходит через перфорацию датчика или термопластины, приклеивается к боковым сторонам, образуя прочное неразъемное соединение, рис.8.4.а.

В случае изготовления керамических кругов задача получения круга-датчика решается путем создания круга, имеющего шлифующие абразивные секторы и дополнительные термоприемные секторы, расположенные под углом  $180-90^0$  друг к другу с толщиной 2-3 мм, длиной, равной расстоянию от внутренней поверхности посадочного отверстия шлифовального круга до его периферии с боковыми сторонами, параллельными друг другу и радиусу, проходящему через середину термоприемного сектора. Секторы состоят из смеси спеченных порошков графита и металла с размерами частиц 5-15 мкм, обеспечи-

вающими в паре с обрабатываемой деталью термо-э.д.с, не менее 0,3-0,5 мВ на 100°С, формируемые и спекаемые одновременно с шлифующими секторами, при изготовлении абразивного круга.

Круг (рис. 8.4.) содержит от 2-х до 4-х основных шлифуемых секторов I одинаковых характеристик и от 2-х до 4-х дополнительных термодриемных секторов 2, расположенных в круге радиально под углом 180-90° друг к другу.

Сплошной термодриемный сектор 2 (рис. 8.4,б) состоит из спеченой смеси порошка графита и металла, дающего в паре со сталью достаточно мощную термо-э.д.с., обычно не менее 0,3 мВ на 100 °С. Толщина термодриемного сектора 3-5 мм, длина равна расстоянию от внутренней поверхности посадочного отверстия до периферии круга, соотношение порошка графита к металлу 35-45- % - 55-65 %. В качестве металла, дающего со сталью высокую термо-э.д.с., можно выбрать сплавы типа хромель, алюмель, константан. Трехслойный термодриемный сектор (рис.8.4,в) состоит из трех частей - левой части 2, средней части I и правой части 3. Левая часть имеет толщину 1-1,5 мм и состоит из спеченой смеси порошка графита и какой-либо углеродистой стали, взятых в соотношении 35-45 % - 55-65 %. Средняя часть толщиной 1-1,5 мм состоит из керамической связки круга и

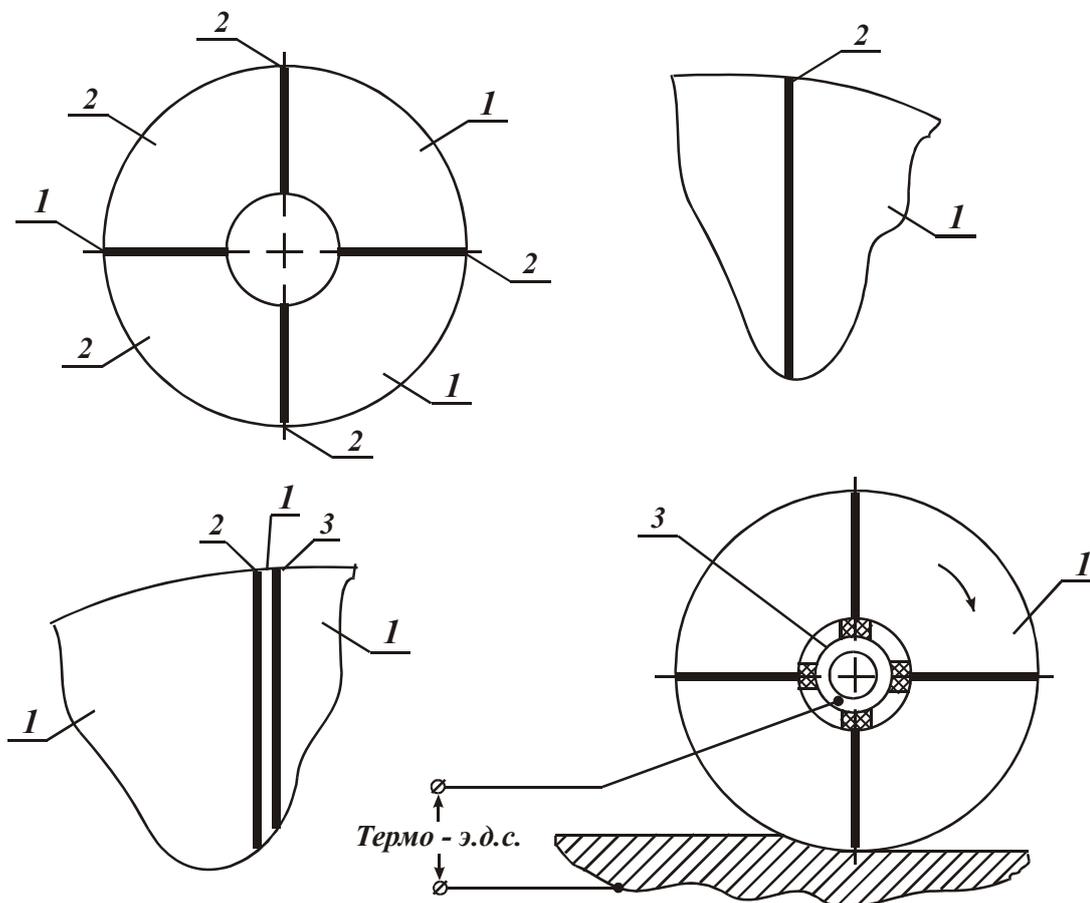


Рис.8.4. Шлифовальный абразивный круг-датчик.

электрически разделяющей левую и правую части. Правая часть состоит из спеченной смеси порошка графита и сплава, дающего со сталью достаточно мощную термо-э.д.с., обычно не менее 0,3 мВ на 100°С (например, из сплавов хромеля, алюмеля, константана), толщиной 1-1,5 мм.

Круг работает следующим образом: при шлифовании термоприемный сектор 2 (рис.8.4, г) касается шлифуемой поверхности и образует с ней термopару "шлифуемая поверхность - термоприемный сектор", термо-э.д.с. которой пропорциональна температуре шлифуемой поверхности. Эта термо-э.д.с. может быть снята с помощью токо-съемника 3 и использована в качестве сигнала обратной связи по температуре поверхности.

Если в круге имеются трехслойные сектора, то при шлифовании левая 2 и правая 3 части термоприемного сектора замыкаются шлифуемой поверхностью, образуя термopару "сталь-сплав", напряжение которой пропорционально температуре шлифуемой поверхности. В том и другом случае электрический сигнал, представляющий температуру поверхности, имеет вид прямоугольных электрических импульсов частотой 100-200 Гц, амплитуда которых пропорциональна температуре шлифуемой поверхности. Обработка такого сигнала может быть произведена способами, хорошо известными в технике измерений.

Для получения информации о температуре шлифования могут быть также использованы круги-датчики не с термоприемными секторами, а с термоприемными боковыми сторонами или продольными сечениями.

Термоприемные стороны или сечения образуются из порошка стандартного термоэлектродного сплава во время формовки круга. Окончательное спекание происходит во время обжига круга.

При измерении температуры кругом-датчиком с термоприемными боковыми сторонами возникают такие же погрешности, как и при измерении кругом с термоприемными секторами, кроме первой (здесь нет запаздывания момента измерения). Это объясняется тем, что в зону резания непрерывно входят "холодные" части круга. Погрешности измерения и выражения, связывающие термо-э.д.с. и температуру соответствуют зависимостям, показанным выше.

Современные методы электрических измерений в высокоомных цепях и системы подавления помех позволяют для измерения температуры использовать круг с пониженными сопротивлениями.

Если изготовить круг с наполнителями, состоящими из порошка стандартного термоэлектродного сплава, то его сопротивление снизится до 50-100 мОм. Это позволяет включить круг в высокоомную измерительную цепь и снизить термо-э.д.с. непосредственно с круга. В этом случае, однако, возникают сложности при использовании электропроводных СОЖ.

Разработанные шлифовальные круги-датчики могут быть изготовлены на предприятиях абразивной промышленности серийно и стать серийными абразивными кругами, позволяющими измерять и регулировать температуру шлифования. Прочность такого круга не отличается от прочности обыкновенного абразивного круга. Предлагаемый круг технологичен в изготовлении, безопасен в эксплуатации, позволяет измерять и регулировать температуру шлифования не в лабораторных, а непосредственно в производственных условиях, что в свою очередь позволяет существенно повысить эксплуатационные характеристики шлифуемых деталей и устранить некоторые контрольные операции (например, контроль на шлифовочные прижоги) после шлифования.

При измерении температуры указанным датчиком можно выделить следующие причины, влекущие за собой погрешности измерения:

1. Термодатчик касается обрабатываемой поверхности с некоторым опозданием, а за это время температура поверхности успевает несколько снизиться.

2. Время контакта термодатчика со шлифуемым материалом находится в пределах 60-600 мкс. За это время торцы термодатчика не успевают полностью воспринять температуру поверхности металла, поэтому сигнал термо-э.д.с. датчика не будет соответствовать температуре поверхности.

3. Поверхность термодатчика и поверхность шлифуемого материала не идеальны, а имеют некоторую шероховатость, в связи с чем при контакте датчика с поверхностью всегда возникает переменное термическое сопротивление, величина которого будет влиять на температуру торцов термодатчика и, следовательно, на величину электрического сигнала.

4. Во время касания датчика обрабатываемой поверхности происходит некоторый нагрев торцов датчика, что также сказывается на величине электрического сигнала датчика.

Электрический сигнал датчика, таким образом, будет пропорци-

онален некоторой температуре, величина которой в общем виде может быть выражена следующим соотношением

$$U'_\delta = K_{u\delta} (\theta_n - (\Delta\theta_1 + \Delta\theta_2 + \Delta\theta_3) + \theta_{mp}), \quad (8.18)$$

где -  $U'_\delta$  -напряжение датчика, В;  $\theta_n$  - температура поверхности шлифуемого металла;  $\Delta\theta_1$  - падение температуры за счет запаздывания момента измерения;  $\Delta\theta_2$  - падение температуры за счет короткого промежутка времени измерения;  $\Delta\theta_3$  - падение температуры за счет термического сопротивления;  $\theta_{mp}$  - температура трения датчика о металл.

Обозначив  $\theta_\delta = \theta_n - (\Delta\theta_1 + \Delta\theta_2 + \Delta\theta_3)$ , имеем

$$U'_\delta = K_{\theta_\delta} \cdot K_{u\delta} \cdot (\theta_\delta + \theta_{mp}), \quad (8.19)$$

где  $\theta_\delta$  - температура датчика;  $K_{\theta_\delta}$  - коэффициент связи между температурой и напряжением датчика.

Для определения влияния каждой перечисленной погрешности на точность измерения, необходимо провести анализ каждой из погрешностей с экспериментальной проверкой выводов.

Если в среднем принять скорость вращения круга 30 м/с, то с учетом толщины датчика время запаздывания момента измерения составит 2-10~°С. Скорость охлаждения поверхности при шлифовании, как показывают данные работ [181, 187] и экспериментальные кривые охлаждения, в начальный момент времени составляет величину порядка 10° град/сек. Соотнеся скорости охлаждения поверхности с временем запаздывания измерения, можно сделать вывод, что температура поверхности успеет снизиться на 20 °С. По сравнению с измеряемыми температурами эта величина может считаться пренебрежимо малой, при точной оценке можно считать, что относительная погрешность измерения составляет 2 – 4 %.

Вторая составляющая погрешности связана с незначительным временем измерения. За это время торцы термодатчика не успеют приобрести температуру, равную температуре шлифуемой поверхности. Однако они приобретут за время  $10^{-11}$  с [83] другую температуру, которая связана с температурой поверхности определенным соотношением.

Теплообмен между термодатчиком и шлифуемой поверхностью соответствует теплообмену при нагревании или при охлаждении соприкасающихся тел, причем теплообмен между ними происходит до закону теплопроводности. Этот случай соответствует дифференци-

альному уравнению теплопроводности, решаемому при граничных условиях четвертого рода. Для указанного случая дифференциальное уравнение, начальные и граничные условия запишутся следующим образом

$$\begin{aligned} \frac{\partial \theta_{\delta}(x, \tau)}{\partial \tau} &= a_{\delta} \frac{\partial^2 \theta_n(x, \tau)}{\partial x^2}, & \frac{\partial \theta_{\delta}(x, \tau)}{\partial \tau} &= a_m \frac{\partial^2 \Theta_n(x, \tau)}{\partial x^2}, \\ \theta_{\delta}(x, 0) &= f(x); & \theta_n(x, 0) &= f_2(x); & (8.20) \\ \frac{\partial \theta_{\delta}(\infty, \tau)}{\partial x} &= \frac{\partial \theta_n(-\infty, \tau)}{\partial x} = 0; & \lambda &= \frac{\partial \theta_{\delta}(0, \tau)}{\partial x} = -\lambda \frac{\partial \theta_n(-\infty, \tau)}{\partial x}; \\ & & \theta_{\delta}(+0, \tau) &= \theta_n(-0, \tau). \end{aligned}$$

Рассматривая случай, когда  $\theta_n(x, \tau) = \text{const}$ ,  $\theta_{\delta}(x, 0) = 0$ , и решая данное уравнение методом интегральных преобразований Лапласа, получаем

$$\begin{aligned} \theta_{\delta} &= \frac{\theta_n \varepsilon_n}{\varepsilon_n + \varepsilon_{\delta}} \operatorname{erfc} \frac{|x|}{2\sqrt{a_{\delta} \tau}} \text{ при } x = 0, & (8.21) \\ \theta_{\delta} &= \frac{\theta_n \varepsilon_n}{\varepsilon_n + \varepsilon_{\delta}} = k'_{\delta} \theta_n, \end{aligned}$$

где  $\varepsilon_{\delta}$  - коэффициент тепловой активности датчика;  $\varepsilon_n$  - коэффициент тепловой активности шлифуемой поверхности;  $\tau$  - время контакта датчика с металлом;  $x$  - координата, по которой тепловое поле распространяется вглубь датчика.

Следовательно, температура датчика во время контакта его с нагретой поверхностью связывается с температурой этой поверхности через постоянный коэффициент, значение которого определяется теплофизическими свойствами шлифуемой поверхности и термодатчика.

Данное утверждение, справедливое для контактной температуры, устанавливается мгновенно. Однако во время контакта температура поверхности начинает несколько повышаться за счет того, что происходит постоянный приток тепловой энергии от шлифуемой поверхности к датчику. Можно предположить, что при этом контактная температура датчика будет несколько повышаться, и за время контакта соотношение (8.21) окажется нарушенным. В связи с этим интересно проследить закон изменения температуры датчика от начала контакта до бесконечно больших значений времени контакта. Сведем задачу к граничным условиям 3-го рода. Пусть дан полуограниченный стержень (датчик). Боковые поверхности теплоизолированы.

Температура стержня одинакова и равна  $\theta_\delta$ . В начальный момент времени его конец касается среды (поверхности детали) с температурой  $\theta_c$ . Теплообмен между средой и датчиком происходит по закону Ньютона, то есть количество теплоты, передаваемое за единицу времени с единицы площади прямо пропорционально разности температур между поверхностью датчика со средой. Необходимо определить распределение температуры в любой момент времени, то есть найти избыточную температуру по сравнению с начальной температурой датчика.

Дифференциальное уравнение теплопроводности для данного случая запишется в виде

$$\frac{\partial \theta_{изб}(x, \tau)}{\partial \tau} = a \frac{\partial^2 \theta_{изб}(x, \tau)}{\partial x^2}. \quad (8.22)$$

$$\text{Начальное условие:} \quad \theta_{изб}(x, \tau) = \theta_0 = \theta_\delta = \text{const}. \quad (8.23)$$

Граничные условия:

$$\lambda \frac{\partial \theta_{изб}(0, \tau)}{\partial x} = a(\theta_n - \theta_{изб}(0, \tau)) = 0; \quad \theta_{изб}(\infty, \tau) = \theta_\delta; \\ \frac{\partial \theta_{изб}(\infty, \tau)}{\partial x} = 0. \quad (8.24)$$

Решение имеет вид:

$$\theta_{отн} = \frac{\theta_{изб}(x, \tau) - \theta_\delta}{\theta_n - \theta_\delta} = (1 - \Phi(\frac{x}{2\sqrt{a\tau}})) - \\ - \exp(Hx + H^2 a \tau) (1 - \Phi(\frac{1}{\sqrt{a\tau}} + H\sqrt{a\tau})). \quad (8.25)$$

Положив координату  $X = 0$ , получаем закон изменения температуры торца датчика во времени

$$\theta_{отн} = \frac{\theta_{изб}(x, \tau) - \theta_\delta}{\theta_n - \theta_\delta} = 1 - \exp(H^2 a \tau) \cdot \text{erfc} H \sqrt{a\tau}. \quad (8.26)$$

Поскольку  $\frac{a^2}{\lambda} x = Bi$  критерию Бийо и  $\frac{a\tau}{x^2} = Fo$  критерию

Фурье, то решение можно переписать в критериальной форме

$$\theta_{отн} = \frac{\theta_{изб}(x, \tau) - \theta_\delta}{\theta_n - \theta_\delta} = \text{erfc} \frac{1}{2\sqrt{Fo} x} \times \\ \times \exp(Bi x + (Bi x)^2 \cdot Fo x) \cdot \text{erfc}(\frac{1}{2\sqrt{Fo} x} + Bi x \sqrt{Fo} x). \quad (8.27)$$

Время, за которое температура датчика достигнет температуры

поверхности, можно определить, положив  $\theta_{отн} = 1$ . Значение коэффициента теплопередачи можно определить по данным работы [184] с учетом шероховатости шлифуемой поверхности и удельного давления в месте контакта датчика с поверхностью.

Решая уравнение (8.27) методом итераций, можно установить, что температура торца датчика повысится до значения температуры поверхности примерно за 26 с. Время это намного больше времени контакта датчика со шлифуемой поверхностью, значение которого определяется максимальной величиной  $6 \cdot 10^{-4}$  с.

Известно, что погрешность измерения, составляющая примерно 5 %, определяет удовлетворительные результаты измерения. Поэтому можно определить время, за которое температура торца датчика повысится на 5 %. Для этого положим  $\theta = 0,05$ .

Решая уравнение (8.27) можно получить, что время составляет величину порядка  $5 \cdot 10^{-3}$  с.

Это значение больше времени максимального контакта, о чем говорилось выше. Следовательно, во время контакта датчика со шлифуемой поверхностью температура его торца приобретает значение, равное контактной температуре, определяемой выражением (8.27), и на протяжении всего времени контакта датчика с металлом остается без изменения.

Таким образом, возможная погрешность измерения за счет того, что при разном времени контакта температура торца датчика будет разная, отпадает, поскольку даже максимальное время контакта настолько мало, что температура торца датчика не превышает значения температуры контакта.

Это положение проверялось путем расчета на ПК избыточной температуры при разных временах контакта (не превышающих максимально возможное) и для разных материалов.

Проведенные исследования позволяют утверждать, что при измерении температуры поверхности датчиком, температура его торцов однозначно определяется выражением (8.27). С учетом этого и коэффициента связи между напряжением и температурой, выходное напряжение термодатчика может характеризовать температуру шлифования. Падение температуры на термодатчике из-за термического сопротивления контакта подсчитывается по формуле

$$\Delta\theta_3 = q' R' = \frac{q'}{a}, \quad (8.28)$$

где  $R'$  - термическое сопротивление контакта;  $a''$  - коэффициент теплоотдачи;  $q'$  - интенсивность теплового потока.

Количество теплоты, переходящее в датчик, определится выражением

$$q' = c \cdot m \cdot \Delta\theta_3 = c \cdot \Delta U_3 L' \cdot b \cdot \gamma \cdot h', \quad (8.29)$$

где  $c$  - теплоемкость датчика;  $\Delta\theta_3$  - разность между начальной температурой датчика и температурой шлифуемой поверхности;  $L$  - длина контактирующей части термодатчика, равная ширине шлифования;  $b$  - ширина термодатчика;  $h$  - глубина проникновения температуры.

Поскольку интенсивность теплового потока равна

$$q' = \frac{q}{F}, \quad (8.30)$$

где  $F$  - контактируемая площадь датчика со шлифуемым изделием, то, подставляя значение  $F$  контакта, получим

$$q' = c \cdot \Delta\theta \cdot \gamma \cdot h. \quad (8.31)$$

Приближенно закон распространения теплового поля в глубь изделия может быть выражен формулой

$$\theta = \theta_n \exp\left(-\frac{h^2}{4 \cdot a \cdot \tau}\right), \quad (8.32)$$

где  $\theta_n$  - температура поверхности;  $\theta$  - температура на данной глубине;  $h$  - глубина проникновения температуры;  $a$  - коэффициент температуропроводности;  $\tau$  - время контакта термодатчика с металлом.

Полученные зависимости позволяют рассчитывать количество тепла, переходящее в датчик и, следовательно, количество тепла, "падающего" на термическом сопротивлении.

Очевидно, что наибольшее падение теплового потока и наибольшая погрешность будут при максимальной контактной температуре. Для простоты расчета примем, что контактная температура равна 1000 °С. В соответствии с выражением (8.31) это может быть только в том случае, если температура шлифуемой поверхности будет равна примерно 1800 °С. Глубина проникновения температуры в металл определится выражением

$$h = 2\sqrt{a \cdot \tau \frac{\theta_n}{\theta}}. \quad (8.33)$$

Для удобства расчета разобьем всю глубину проникновения теплового поля на слои, нагрев которых повышается через каждые 100 °С. Толщины нагретых слоев, начиная со слоя, нагретого до 100, и кончая слоем, нагретым до 1000 °С, будут равны: 3; 3; 2; 2; 2; 1,8; 1,9; 1,6; 3,5 мкм.

Тогда количество тепла, перешедшее в термодатчик, можно рассчитать по формуле

$$q' = c \gamma \sum_{i=1}^{10} h_i \Delta \theta_i \text{ Вт/м}^2. \quad (8.34)$$

Падение температуры будет равно

$$\Delta \theta_3 = \frac{q'}{a} = \frac{383,5 \cdot 10^3}{6,85 \cdot 10^3} = 57^\circ \text{ С}. \quad (8.35)$$

Таким образом, при самых неблагоприятных условиях шлифования с точки зрения температурного режима, величина падения температуры составит 5,7 %.

Погрешность  $\theta_{тр}$ , возникающая от трения датчика о поверхность шлифуемого металла, можно рассчитывать следующим образом.

Мощность теплового источника, образующегося при трении, датчика о поверхность изделия, в соответствии с [181] будет

$$\theta_{тр} = \frac{\mu l P_y}{\tau} = \frac{\mu l P_y V_{кр}}{\sqrt{D t}}, \quad (8.36)$$

где  $\mu$  - коэффициент трения;  $l$  - длина трущейся части;  $P_y$  - сила;  $V_{кр}$  - скорость вращения круга;  $D$  - диаметр круга;  $t$  - глубина резания.

Количество теплоты, переходящее в датчик при трении его о поверхность, составит

$$x' = \frac{\lambda_\partial \sqrt{l v_{кр}}}{1,125 \lambda_n \sqrt{a_n} + \lambda_\partial \sqrt{l v_{кр}}} = 0,93. \quad (8.37)$$

Температура датчика, если рассчитывать ее по формуле для мгновенного плоского источника, будет [181]:

$$\theta_{mp} = \frac{0,93 \cdot 1,128 f \sqrt[4]{D t} \cdot \sqrt{V_{кр}} \cdot P_y}{b l \varepsilon_\delta}. \quad (8.38)$$

Заменяя силу  $P_y$  на  $P_z$ , имеем

$$\theta_{mp} = \frac{1,57 \cdot f \sqrt[4]{D t} \cdot \sqrt{V_{кр}} \cdot P_z}{b l \varepsilon_\delta}. \quad (8.39)$$

Температура поверхности при шлифовании с учетом [181] равна

$$\theta_n = \frac{0,59 P_z \cdot V_{кр}}{\sqrt[4]{D t} \cdot l \varepsilon \sqrt{V_\delta}}. \quad (8.40)$$

Отношение температуры поверхности к температуре трения датчика составит

$$\frac{\theta_n}{\theta_{mp}} = \frac{0,57}{f} \cdot \frac{\varepsilon_\delta}{\varepsilon_n} \cdot \frac{b}{\sqrt{D t}} \cdot \frac{\sqrt{60 V_{кр}}}{\sqrt{V_u}}. \quad (8.41)$$

Анализируя полученное выражение, можно убедиться в том, что даже при самых неблагоприятных сочетаниях входящих в него величин, при которых знаменатель будет наименьшим, а числитель наибольшим, температура трения датчика составляет величину порядка 5-7 % от температуры поверхности.

Общую погрешность измерения подсчитать легко, если учесть, что погрешность  $\theta_3$  всегда отрицательна, а погрешность  $\theta_{mp}$  всегда положительна. Поскольку эти погрешности примерно одной величины, но разного знака, следовательно, они взаимно компенсируют друг друга, и температура шлифуемой поверхности через температуру датчика определяется следующим выражением

$$\theta_n = \theta_\delta \frac{\varepsilon_n + \varepsilon_\delta}{\varepsilon_\delta}. \quad (8.42)$$

Если рассчитать теперь выходное напряжение датчика при температуре поверхности равной 100 °С, то его величина будет равна

$$U_\delta = \theta_n \frac{\varepsilon_\delta}{\varepsilon_\delta + \varepsilon_n} \approx 0,395 U_\delta. \quad (8.43)$$

Проникая в зону резания, СОЖ электрически взаимодействует с датчиком, поэтому интересно оценить погрешность измерения круга датчика при шлифовании с СОЖ. Эта погрешность измерения, очевидно, может быть оценена соотношением по рис.8.5

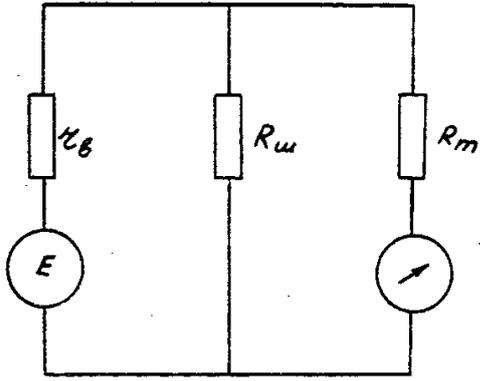


Рис.8.5. Эквивалентная схема электрической цепи “термодатчик – токосъёмное устройство СОЖ”.

$$\Delta = \frac{E - U'}{E} \cdot 100\% , \quad (8.44)$$

где  $E$  - термо-э.д.с. датчика;

$U'$  - напряжение на входе регистрирующего прибора;  $R_n$  - внутреннее сопротивление регистрирующего прибора;  $r'$  - внутреннее сопротивление термодатчика.

Исключая напряжение, получим

$$\Delta = \frac{IR_n + IR' - IR_n}{I(R_n + r')} \cdot 100\% = \frac{r'}{R_n + r'} \cdot 100\% , \quad (8.45)$$

где  $I$  - общий ток измерительной цепи.

Если выбрать внутреннее сопротивление нагрузки регистрирующего прибора в 1 кОм, то погрешность измерения составит  $9,9 \cdot 10^{-3}\%$ .

Для определения допустимой величины шунтирующего сопротивления СОЖ можно рассмотреть схему (рис.8.5), задаваясь предварительно погрешностью измерения не более 2 %.

С учетом данной схемы значение э.д.с. будет

$$E = I \left( \frac{R_n \cdot R_{ш}}{R_n + R_{ш}} + r' \right). \quad (8.46)$$

Соответственно этому погрешность измерения составит

$$U' = E - Ir' \quad (8.47)$$

или же

$$\delta = \frac{Ir'}{I \left( \frac{R_n \cdot R_{ш}}{R_n + R_{ш}} + r' \right)} = \frac{\Delta}{100} , \quad (8.48)$$

откуда

$$R_{ш} = \frac{R_n \cdot r' (1 - \delta)}{R_n \delta - r' (1 - \delta)} . \quad (8.49)$$

Таким образом, если задаться допустимым значением погрешности 2%, то минимальная величина шунтирующего сопротивления определится величиной 5 Ом. Поскольку электрическое сопротивление всех без исключения охлаждающих жидкостей значительно

больше - порядка 1-1,5 кОм, то можно утверждать, что СОЖ практически не влияет на точность измерения температуры термодатчиком.

### **8.3. ПОЛУЧЕНИЕ ТЕКУЩЕЙ ИНФОРМАЦИИ О ТЕПЛОМ ПРОЦЕССЕ В ЗОНЕ КОНТАКТА КРУГА С ДЕТАЛЬЮ ПУТЕМ ИЗМЕРЕНИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ЗАРЯДА, ВОЗНИКАЮЩЕГО НА ДЕТАЛИ ПРИ ШЛИФОВАНИИ**

Термодатчик, встраиваемый в круг, с достаточной точностью обеспечивает получение текущей информации о тепловом процессе в зоне контакта круга с деталью. Однако применение такого термодатчика предполагает некоторую модернизацию инструмента - шлифовального круга и шлифовального станка, в планшайбе которого необходимо поместить соответствующие присоединительные клеммы и вывести проводники на токосъемное устройство.

В целях минимальной модернизации металлорежущего станка и инструмента было бы желательно иметь такой способ получения информации о тепловом процессе в зоне резания, который бы не требовал существенных переделок. При шлифовании токопроводными кругами такое средство получения информации имеется - это естественная термопара круг-деталь. Однако большинство шлифовальных кругов неэлектропроводны, и этот способ получения информации использовать нельзя.

Более детальное изучение данного вопроса показывает, что при шлифовании металлов имеются еще некоторые электрические явления [91,172], которые могут быть использованы для получения текущей информации о тепловом процессе в зоне контакта круга с деталью.

Действительно, поскольку при шлифовании имеют место контактные явления - трения зерен о металл, то можно предположить, что под действием этого трения имеет место электризация. Это предположение тем более правомерно ввиду того, что при шлифовании выделяется большое количество тепла, которое значительно повышает температуру детали, а это приводит к повышению внутренней энергии шлифуемого материала, что еще больше увеличивает вероятность перехода некоторой доли энергии в электрическую.

Электрические явления при шлифовании изучены в работе [79], где показано, что при шлифовании на детали появляется электрический заряд, который можно зарегистрировать современными измери-

тельными приборами. К сожалению, недостаточно хорошо отработанная методика, примененная в данной работе, не позволила зарегистрировать истинную величину этого заряда. В принципе при шлифовании могут встречаться три рода электрических явлений.

1. Поскольку при шлифовании имеет место нагрев металла до высоких температур, то при этом могут возникать явления термоэлектрической эмиссии.
2. При шлифовании электропроводными материалами могут наблюдаться явления контактной разности потенциалов, что приводит к образованию зарядов на металле и на режущих зернах.
3. Ввиду трения зерен абразивного круга о металл могут возникнуть явления статической электризации.
4. Температуры, до которых нагревается металл при шлифовании, находятся в пределах  $1500\text{ }^{\circ}\text{C}$ , что сравнимо с температурой холодных катодов электронных ламп. По литературным данным [90,172] можно предположить, что эмиссионный ток, а, следовательно, и электрический заряд будут значительными.

Величина эмиссионного тока определяется выражением, которое получило наименование формула Шотки:

$$i = A\theta^2 \cdot e^{-\frac{b}{\theta}}. \quad (8.50)$$

Значения тока, подсчитанные по данной формуле для различных температур металла, составляют величины до  $10^{-5}$  А. Контактная разность потенциалов может наблюдаться при шлифовании электропроводными зернами, каковыми могут быть некоторые алмазные зерна.

При сближении двух металлов с разными уровнями Ферми и при их соприкосновении будет иметь место переход электронов из одного металла в другой, который будет продолжаться до тех пор, пока в силу закона сохранения энергии между металлами не установится некоторая разность потенциалов, препятствующая дальнейшему переходу электронов. Переход осуществляется от металла с более высоким уровнем Ферми к металлу с более низким уровнем до тех пор, пока эти уровни не станут равными у обоих металлов. При повышенной температуре этот процесс будет проходить до тех пор, пока количество электронов в том и в другом металле не станет статически одинаковым. Электроны, перемещающиеся от металла с более высоким уровнем Ферми к металлу с более низким уровнем, оставляют после своего перехода эквивалентный положительный заряд.

Такие заряды остаются возле границы раздела металла, образуя электрический двойной слой.

Таким образом, природа контактной разности потенциалов, а также конкретные значения величин потенциалов могут зависеть только от свойств контактируемых металлов или же от свойств тел с металлической проводимостью. При обычных условиях шлифования абразивными и эльборовыми кругами эти явления не могут иметь место, вследствие неэлектропроводности абразивных и эльборовых зерен.

Электризация трения, которая возникает при контакте диэлектриков с металлическими телами, имеет несколько другую природу, чем описанные явления. В изоляционных материалах валентные электроны прочно связаны с ионами или атомами, образующими решетку, и в этом случае нет свободных энергетических уровней, которые дали бы возможность электронам перемещаться по твердому телу. Именно поэтому обмен электронами при контакте металла и диэлектрика невозможен и явление контактной разности потенциалов не наблюдается.

Однако ни один изоляционный материал не является идеальным. На поверхности изолятора, как указывается в работах [95,167], могут существовать дополнительные донорные и акцепторные уровни, что обеспечивает некоторый переход электронов между изолятором и металлом.

На величину заряда при контакте металла с изолятором могут значительное влияние оказывать поверхностные пленки, адсорбированные на поверхности металла.

При контакте металла с изолятором явления адсорбции, как следует из работ [95,167], происходят всегда, причем ионы изолятора адсорбируются на металлическую поверхность, а поверхность изолятора адсорбирует электроны металла. В этих условиях такой механизм электризации при контакте металла с диэлектриком может рассматриваться как наиболее простой случай электризации после контакта чистых металлов. Данная электризация обуславливается адсорбцией электронов металла в поверхность изолятора и адсорбцией ионов изолятора в поверхность металла.

При взаимном обмене зарядами между металлом и изолятором происходит образование на поверхности соприкосновения электрических двойных слоев, каждый из которых состоит из двух слоев зарядов противоположной полярности, расположенных вблизи поверхно-

сти соприкосновения двух тел и удаленных друг от друга на несколько молекулярных диаметров. Этот случай электризации напоминает электризацию при контактной разности потенциалов. Для осуществления этого процесса необходимо, чтобы силы, действующие на электрон со стороны изолятора, и силы, действующие на ион со стороны металла, а также соответствующая тепловая энергия движения электрона и иона были достаточны для осуществления взаимных переходов. Следует, однако, помнить, что в этом случае явление электризации не связано с выравниванием уровней Ферми, поскольку изоляторы этого уровня не имеют.

Так как электризация возникает при контакте металла с изолятором, можно предположить, что не происходит утечки заряда с поверхности и что величина разделенных электрических зарядов пропорциональна эффективной поверхности контакта (которая всегда увеличивается при трении) и температуре, сообщаящей избыточную энергию движения электронам и ионам, в результате чего увеличивается заряд, переносимый на единицу контактируемой площади. Таким образом, поскольку переход ионов и электронов обуславливается адсорбцией, то для осуществления этого перехода необходим действительный контакт поверхностей. Из вышеизложенного можно сделать вывод, что при данном механизме электризации роль трения подчиненная и заключается в том, что при трении увеличивается действительная поверхность контакта и повышается температура контактируемых поверхностей, что создает более благоприятные условия для адсорбции.

Следует отметить, что в настоящее время нет единой теории статической электризации, которая давала бы возможность теоретически рассчитать заряд, как это имеет место, например, в случае термоэлектронной эмиссии. Все знания в области статической электризации базируются на экспериментальных данных.

Наиболее полные исследования в области статической электризации приведены в работе [79]. Эти исследования позволили выявить определенные закономерности, имеющие место при контакте металла с изолятором. Как показывают эти исследования, в принципе возможны три вида механизма образования зарядов при контакте металла с диэлектриком.

В первом случае, который дает наиболее стабильные результаты, электризация происходит в результате обмена ионами и электронами под действием "контактной разности потенциалов", обуслов-

ленной наличием определенного уровня Ферми у металла и определенной энергией активации диэлектрика. Перенос заряда обусловливается явлением адсорбции.

Во втором случае происходит обмен зарядами только за счет ионов, в результате того, что на поверхности металла и диэлектрика имеются различные пленки и молекулы электролитов. При этом наблюдается наименьшая повторяемость результатов и величина заряда не зависит от внутренних свойств металла и диэлектрика. Диэлектрик приобретает положительный заряд.

Третий случай возможного механизма электризации такой же, как и второй, однако диэлектрик приобретает отрицательный заряд и обмен ионами между металлом и диэлектриком происходит независимо от работы выхода.

Таким образом, единого механизма электризации не существует и при реальном контакте металла с диэлектриком все три механизма электризации могут протекать одновременно, взаимно дополняя и накладываясь друг на друга.

При контакте металла с абразивным зерном возможны различные явления, связанные с электронным и ионным переносом. Все эти явления влияют на величину и знак заряда, поэтому необходимо оценить, хотя бы в первом приближении, какой механизм образования заряда наиболее вероятен при шлифовании.

На абразивном зерне, которое вращается вместе со шлифовальным кругом, всегда имеются окисные пленки, пленки электролитов, водяных паров и прочие примеси. При касании зерном металла загрязняющие вещества обеспечивают ионный перенос заряда. По мере углубления зерна в металл оно будет очищаться от примесей и большую часть трассы проходить в наиболее благоприятных условиях, т.е. в наиболее чистом виде, при интенсивном трении и высокой температуре - именно в тех условиях, которые могут обеспечить под действием явления адсорбции переход электронов в изолятор и переход ионов в металл. Таким образом, большая часть пути зерна в металле будет проходить в наиболее благоприятных условиях с точки зрения образования заряда статической электризации по механизму первого типа.

Как указывалось выше, именно при таких условиях имеют место наибольшая стабильность и воспроизводимость результатов. Работы, проведенные в области статической электризации, показывают, что при этом могут возникать значительные заряды. Так, в работе [79]

приведены данные по измерению зарядов при трении различных деталей. Следует, однако, подчеркнуть, что в этой работе измерялись в основном явления контактной разности потенциалов и измерительная схема обеспечивала получение достоверных результатов. При измерении зарядов при трении диэлектрика по металлу также получены некоторые результаты, однако они пригодны скорее для качественного описания процесса, т.к. измерительная схема не могла обеспечить достоверных результатов вследствие несогласованности измерительного прибора с трущейся парой по входному сопротивлению. По этой же причине ценные эксперименты, сделанные в работе [79], также нельзя признать достаточно достоверными, т.к. входное сопротивление использованного при измерениях прибора, равное 1 мОм, значительно меньше внутреннего сопротивления источника тока - зерно-металл, в результате чего измеряемый электрический сигнал постоянного тока раскладывается на спектр высших гармоник, и вместо истинного значения сигнала измеряется среднеамплитудное значение спектра.

Однако даже имеющиеся данные позволяют утверждать, что при шлифовании возникают электрические явления, связанные вероятнее всего как с термоэлектронной эмиссией, так и со статической электризацией. Связь величины тока с величиной температуры будет обеспечиваться совокупным действием этих факторов.

Во время контакта круга с деталью температура поверхности изменяется по одному из законов, зависящих от технологических факторов процесса обработки. Поскольку между температурой поверхности и током заряженной детали имеется зависимость, то, вероятно, в соответствии с изменением температуры будет изменяться и регистрируемый ток. Поскольку каждое режущее или трущее зерно обеспечивает определенный поверхностный заряд, то, очевидно, во время контакта круга с деталью будет существовать некоторый суммарный электрический заряд статической электризации. Суммируясь с зарядом от термоэлектронной эмиссии, этот заряд обеспечит ту суммарную величину заряда, которая будет измеряться регистрирующим прибором. Известные в научной литературе данные не дают четкой зависимости между величиной температуры и величиной заряда статической электризации, однако качественные зависимости уже имеются, и они утверждают, что чем выше температура поверхности, тем выше и величина заряда статической электризации.

Экспериментальное исследование электрических явлений при

шлифовании было направлено в первую очередь на то, чтобы получить достаточно строгие количественные зависимости между температурой поверхности и зарядом статической электризации при контакте металла с абразивными и эльборовыми зернами. Кроме того, исследования были направлены на установление характера электризации, имеющей место при резании зернами, и на влияние термоэлектронной эмиссии на величину заряда.

Как указывалось выше в работе [45], величина тока электризации оставляет величину порядка  $10^{-12} - 10^{-13}$  А. Поэтому для регистрации тока такой величины в настоящих исследованиях для измерения заряда электризации применялся специальный электрометрический усилитель, входное сопротивление которого можно было установить до 100 гОм. Такое большое значение входного сопротивления

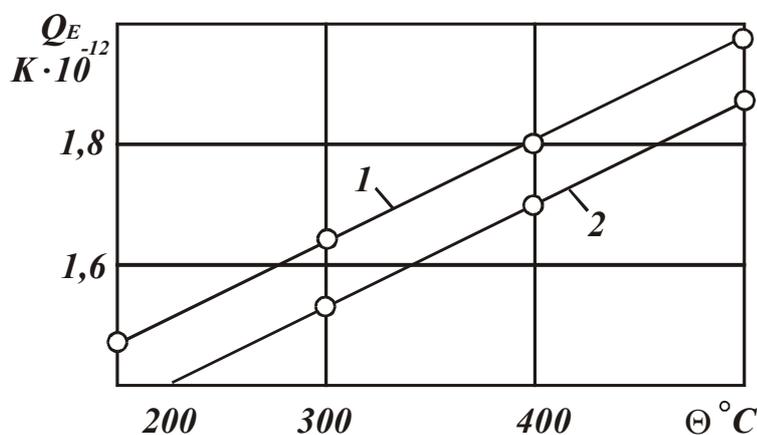


Рис. 8.6. Зависимость между величиной заряда статической электризации при резании металла единичными зернами: 1- сталь 45, 2- сталь 1224А.

позволяло уверенно регистрировать слабые токи, так как на входе измерительной системы имеются при этом напряжения порядка 1-100 мВ, регистрация которых вполне возможна. Проведенные эксперименты позволили выявить зависимость между температурой царапания и величиной тока статической электризации. Данные этих экспериментов представлены на рис.8.6. Как видно из экспериментальных данных, с небольшой погрешностью температура поверхности может быть связана с величиной тока линейной зависимостью вида

$$Q = k_Q \cdot I, \quad (8.51)$$

где  $I$  - величина тока заряда электризации;  $\theta$  - температура царапания;  $k$  - коэффициент связи между током и температурой, град/А.

Из вышеизложенного можно сделать выводы. Каждое режущее зерно из действующих в пятне контакта круга с деталью может быть представлено в качестве источника тока, величина которого не зависит от величины тока соседнего источника. При шлифовании кругом все эти источники работают на общую нагрузку, в результате чего происходит их суммирование и образование общего тока. В связи с

тем, что эксперименты по термоэлектронной эмиссии выявили ее незначительное влияние на величину заряда электризации, можно предполагать, что суммарный заряд при шлифовании будет формироваться как сумма единичных элементарных зарядов, возникающих при резании металла зернами. Нарастание заряда будет происходить, очевидно, под действием импульсной температуры, поскольку она является суммой контактной и мгновенной температур, до которой нагревается металл данной точки поверхности при прохождении по ней зерна. Следовательно, ток суммарного заряда будет определяться суммой токов, возникающих при резании зернами металла под действием импульсной температуры.

При чистом царапании, без СОЖ, результаты экспериментов достаточно стабильны, как указано выше. Зерно большую часть пути проходит в металле, причем в зоне его контакта с металлом удельные давления составляют 10 МПа при одновременно высоких температурах. Ясно, что в этих условиях окисные пленки должны сниматься с зерна в первый же момент, а жидкости, которые имеются на поверхности зерна, должны испаряться. Таким образом, заряд электризации при резании-царапании обуславливается в первую очередь силами адсорбции.

Результаты этих экспериментов свидетельствуют, что величина заряда может служить достаточно надежным показателем температуры резания зерном, если это резание происходит без СОЖ или же если в качестве СОЖ применяется масло (в этом случае можно применить компенсационную схему измерения и выделить только заряд электризации зерна).

Если иметь в виду шлифование кругом, т.е. резание совокупностью зерен, то можно утверждать, что в случае шлифования без СОЖ или при охлаждении маслом величина суммарного заряда электризации, а также суммарная величина тока этого заряда могут служить средством измерения температуры поверхности.

Следует отметить, что в атмосфере цеха могут быть примеси различных веществ, которые создают на поверхности образца пленки, однако данные экспериментов показывают, что в подобных случаях пленки не играют первостепенной роли, т.к. разрываются и уничтожаются в процессе перемещения зерна в металле.

Таким образом, при шлифовании металла кругом, т.е. при совокупном резании металла абразивными зернами будет возникать суммарный ток общего заряда металла, обусловленный суммой токов

элементарных зарядов, возникающих под действием импульсной температуры при резании.

Суммарный ток заряда подсчитывается по выражению

$$Q'_E = K \theta_U F_z, \quad (8.52)$$

где  $Q'_E$  - суммарный ток;  $\theta_U$  - импульсная температура;  $F$  - площадь пятна контакта круга с деталью;  $z$  - удельное число режущих зерен.

Рассчитывая значение суммарного тока и по формуле определяя значение контактной температуры, можно получить сопоставление между значением контактной температуры и величиной заряда детали. Экспериментальное определение величины суммарного тока заряда проводилось путем шлифования образцов с одновременным измерением температуры поверхности микротермопарой.

Результаты экспериментов показывают, что связь между температурой и величиной тока заряда имеет достаточно четкая. В зависимости от того, функцией изменения какого режима является температура, наблюдается некоторое различие в коэффициентах связи между температурой и зарядом, достигающее до 10 %.

Однако это различие меньше, чем можно было ожидать, исходя из теоретических расчетов. Вид зависимости может быть принят линейным практически во всем диапазоне достижимых температур. Так же, как это имело место при изучении процесса электризации отдельным зерном, наблюдается нарушение линейности в области высоких температур.

Связь между величиной тока заряда и величиной температуры может быть описана простым выражением, которое, однако, может давать погрешность порядка 7-10 %, в зависимости от величины измеряемой температуры

$$\theta = k_\theta I_\Sigma, \quad (8.53)$$

где  $\theta$  - величина контактной температуры;  $I_\Sigma$  - величина тока заряда;  $k$  - коэффициент связи между током и температурой.

Линейный характер связи, значительно отличающийся от расчетного, объясняется тем, что суммарный заряд образуется не только вследствие трения зерен, но и вследствие трения связки.

Подводя итоги проведенному исследованию в области электризации металла при шлифовании, можно отметить следующее.

При шлифовании металлов неэлектропроводными кругами на металле возникает заряд статической электризации, величина которого, с погрешностью порядка 10 %, линейно связана с температурой

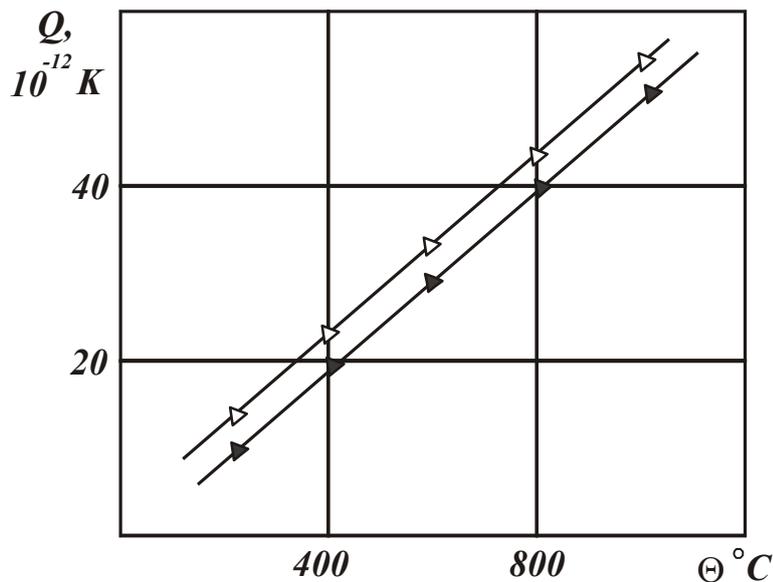


Рис. 8.7. Экспериментальная зависимость между величиной суммарного заряда статической электризации и температурой поверхности: 1 - сталь 45, 2 - сталь I2X2H4A.

поверхности в зоне контакта круга с деталью.

Электризация металла происходит в основном под действием адсорбционных процессов переноса заряда при соприкосновении металла и диэлектрика. Наличие линейной зависимости между зарядом и температурой дает основание использовать ее для измерения температуры шлифования в зоне резания, используя в качестве датчика температу

тур шлифуемую деталь.

Применение этого метода предполагает некоторую модернизацию шлифовального станка, заключающуюся в изоляции устройств, фиксирующих деталь при обработке, от массы станка. Изоляция может быть осуществлена таким образом, чтобы емкость ее соответствовала величине 50-70 Ф. Это дает возможность измерять заряд детали конденсаторным методом, причем одной обкладкой измерительного конденсатора является деталь, а второй - шлифовальный станок. Использование этого метода возможно при шлифовании без охлаждения и при шлифовании с неэлектропроводными СОЖ типа масло "Индустриальное" или "Турбинное".

## ГЛАВА 9

# ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ В КОМПЬЮТЕРНЫХ ТЕХНОЛОГИЯХ ПРОЕКТИРОВАНИЯ ШЛИФОВАЛЬНЫХ ОПЕРАЦИЙ

### 9.1. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Учение о качестве поверхностного слоя деталей машин и приборов является быстро развивающейся и перспективной областью исследования в технологии машино- и приборостроения и связано с привлечением смежных научных дисциплин (физика, химия, материаловедение и т.п.), поскольку успехи в этой области связаны с увеличением ресурса работы механизмов, машин и приборов (ресурсосберегающие технологии). Качество поверхностного слоя, оцениваемое через совокупность параметров состояния, формируется на финишных операциях изготовления деталей, однако затем изменяется в процессе эксплуатации и ремонта изделий (управление качеством поверхностного слоя деталей в процессе эксплуатации машин и приборов сформировалось в самостоятельное научное направление, которое в зарубежной литературе получило название Smart-Self Technology). Поэтому, управление качеством поверхностного слоя является системной задачей, охватывающей не только этапы производства и его подготовки, но также этап эксплуатации изделий. Общеизвестно, что исходные параметры качества (сформированные на этапе финишной обработки) оказывают существенное влияние на долговечность изделий и определяют эксплуатационные расходы. Следовательно, повышение надежности обеспечения параметров качества поверхностного слоя деталей машин на этапе их изготовления является актуальной научно-технической проблемой.

Здесь важная роль принадлежит финишным методам обработки, к числу которых относится шлифование, позволяющее получить требуемую точность обработки и сформировать исходные параметры состояния поверхностного слоя деталей перед эксплуатацией: шероховатость поверхности, фазовый и химический состав, распределение микротвердости и остаточных напряжений по глубине и другие. Указанные параметры состояния формируются в результате сложного физико-химического процесса, протекающего в зоне контакта шлифовального круга и обрабатываемой заготовки. Особенностью этого процесса является высокая теплонапряженность. Уровень развиваю-

щихся при шлифовании температур предопределяет состав и направление развития термомеханических, теплофизических и термохимических явлений в поверхностном слое. Поэтому повышение достоверности определения температуры при шлифовании (при диагностике процесса по температурному критерию) является важной задачей в технологии машиностроения.

Большой вклад в изучение теплофизики процессов сварки, резания и шлифования внесли научные школы Рыкалина Н.Н., Резникова А.Н., Силина С.С., Евсеева Д.Г., Якимова А.В. (Сипайлов В.А., Паршаков А.Н., Ярмонов Н.А., Напарьин ЮА.) и многие другие. В результате всестороннего теоретического и экспериментального исследования тепловых явлений при шлифовании были разработаны физические и математические модели температурного поля для различных условий обработки. Однако большое количество таких моделей затрудняет их целесообразный выбор в инженерной практике. Поэтому под руководством профессора Якимова А.В. была проведена систематизирующая работа по установлению единой математической зависимости, позволяющей прогнозировать температуру шлифования с учетом влияния на нее формы поверхности обрабатываемой детали (плоская, выпуклая, вогнутая, клиновидная).

Приведенные в предыдущих главах книги исследования по теплофизике процессов шлифования, в конечном счете, предназначены для их использования в современных компьютерных системах проектирования, диагностики и регулирования шлифовальных операций, т.е. для управления процессом шлифования на этапах разработки и эксплуатации соответствующих технологических систем. Актуальность указанной задачи управления обуславливается рядом особенностей шлифовальных операций по сравнению с операциями обработки лезвийным инструментом. В данной главе на основании теоретического анализа путей повышения производительности процесса шлифования, приводятся конкретные примеры использования теплофизических моделей процесса шлифования в качестве исходного материала для разработки математического обеспечения систем автоматизированного проектирования (САПР) шлифовальных операций. Отдельный параграф посвящен сравнительному анализу известных теплофизических уравнений для расчета температуры шлифования. Найдено и обосновано приемлемое для инженерных расчетов решение дифференциального уравнения теплопроводности, показаны границы его применимости. Исследовано влияние радиуса кривизны

профиля обрабатываемой поверхности на температуру шлифования. Решена задача расчета распределения припуска на проходы шлифования, которая составила основу для разработки САПР шлифовальных операций. В заключении главы дается описание одной из таких САПР, позволяющей разрабатывать операции шлифования с учетом импрегнирования абразивных кругов различными смазочными составами.

## **9.2. ОСОБЕННОСТИ КОМПЬЮТЕРНОГО ПРОЕКТИРОВАНИЯ ШЛИФОВАЛЬНЫХ ОПЕРАЦИЙ**

Известно, что основной задачей технологических САПР (Компас Автопроект, T-Flex и других) является разработка в автоматизированном режиме маршрутов обработки деталей машин. В качестве подсистем таких САПР используются блоки расчета режимов резания. В этом смысле операция шлифования является для таких САПР одной из многих других операций, необходимых для превращения заготовки в окончательно обработанную деталь. Однако разработка математического обеспечения блока расчета режимов шлифования, до сих пор является актуальной научно-технической проблемой в силу ряда особенностей шлифовальных операций. Отметим некоторые из этих особенностей.

1. Шлифовальные операции в отличие от операций лезвийной механической обработки являются более трудоемкими и имеют более высокую технологическую себестоимость. Это обуславливает актуальность задачи оптимизации процесса шлифования по критериям трудоемкости и себестоимости. При этом в существующих технологических справочниках отсутствуют методики расчета режимов шлифования.

2. При разработке шлифовальных операций технолог имеет дело с широкой номенклатурой характеристик обычного абразивного инструмента, а также инструмента из сверхтвердых материалов (алмазные, эльборовые круги). Кроме того, существует ряд методов, позволяющих изменять характеристику кругов, например, метод импрегнирования абразивного инструмента различными смазочными составами. Технология правки кругов также влияет на их режущую способность. В результате фактическая теплонапряженность процесса является непредсказуемой, и поиск оптимальных режимов шлифования осуществляется вручную методом проб и ошибок. Это обу-

славливает низкую производительность обработки и нестабильное качество поверхностного слоя обработанных деталей, включая брак по шлифовочным прижогам и трещинам. Отсюда следует, что для обеспечения стабильного качества поверхностного слоя режимы шлифования должны зависеть от фактической режущей способности шлифовальных кругов.

3. Изменение характеристик шлифовальных кругов влияет не только на теплонапряженность процесса, но также на нормальную составляющую усилия резания. Изменение этой составляющей часто имеет место при импрегнировании абразивных кругов и сказывается на величине упругих отжатий, которые влияют на точность обработки.

4. Расчет режимов шлифования, обеспечивающих требуемое качество поверхностного слоя и точность обработки, является необходимым, но не достаточным условием эффективной абразивной обработки. Оптимизация процесса должна быть продолжена на этапе обработки путем применения систем компьютерной диагностики и регулирования, позволяющих учесть индивидуальные особенности элементов технологической системы шлифования [71].

Эти и другие особенности шлифовальных операций необходимо учитывать при их автоматизированном проектировании для обеспечения стабильного качества поверхностного слоя на этапе обработки. Однако при этом необходимо знать основные критерии и пути повышения производительности шлифовальных операций, которые рассмотрены ниже на примере операции плоского шлифования.

### **9.3. ИССЛЕДОВАНИЕ ПУТЕЙ ПОВЫШЕНИЯ ПРОИЗВОДИТЕЛЬНОСТИ ШЛИФОВАНИЯ НА ОСНОВЕ ТЕОРЕТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА ТРУДОЕМКОСТИ**

В условиях острой конкурентной борьбы между производителями однотипной продукции машиностроения успех сопутствует тем, кто наиболее достоверно прогнозирует экономические последствия конструкторско-технологических решений, принимаемых на подготовительной фазе производства, и приступает к производству только в том случае, если ожидаемая эффективность от реализации продукции обеспечивает требуемую экономическую выгоду. В этой связи актуальной задачей в теории конструирования и технологии машиностроения является разработка компьютерных технологий поискового

проектирования изделий и процессов, а также автоматизированных систем оценки получаемых технических решений. Подтверждением актуальности компьютерных методов поискового проектирования (по сравнению с эвристическими методами технического творчества) является наблюдаемый прогресс аппаратного и программного обеспечения компьютерной техники. Внедрение компьютерных технологий в практику инженерного проектирования связано с формализацией поисковых процедур, т.е. с разработкой моделей процесса проектирования и моделей оценки получаемых технических решений. Для принципиального решения таких проблем нужны новые методологии проектирования, опирающиеся на научные основы конструирования и технологии машиностроения. В работе показано использование в качестве такой методологии общей теории управления. Рассмотрим применение этого подхода на примере разработки операций плоского шлифования на станках с прямоугольным столом и крестовым суппортом.

Известно, что одним из наиболее распространенных критериев развития (качества) технологических систем является трудоемкость изготовления продукции, которая оценивается технической нормой времени

$$T_{шт.к} = T_o + T_v + T_{tex} + T_{орг} + T_{отд} + \frac{T_{нз}}{n}, \quad (9.1)$$

где  $T_{шт.к}$  - штучно-калькуляционное время;  $T_o$  - основное время;  $T_v$  - вспомогательное время;  $T_{tex}$ ,  $T_{орг}$  - время на техническое и организационное обслуживание рабочего места;  $T_{отд}$  - время на отдых;  $T_{нз}$  - подготовительно-заключительное время;  $n$  - величина партии обрабатываемых деталей.

Формула (9.1) имеет двоякий смысл. С одной стороны она характеризует работу технологического оборудования: составляющие  $T_o$  и  $T_v$  вместе образуют оперативное время. С другой – эта формула является моделью для оценки труда рабочего – оператора: составляющие  $T_{орг}$ ,  $T_{отд}$ . Составляющие  $T_{tex}$  и  $T_{нз}$  характеризуют работу оборудования (в условиях компьютерно-интегрированного производства) и рабочего-оператора (в традиционном производстве). В этой связи переменная доля штучного времени  $\tau$ , зависящая от режимов резания и стойкости инструмента  $T_{cm}$ , может быть представлена в виде модели следующего типа [99]:

$$\tau = T_o + T_{mex} = t_m + \frac{t_p \cdot t_{cm}}{T_{cm}}, \quad (9.2)$$

где  $t_m$  - машинное время;  $t_p$  - время резания;  $t_{cm}$  - время на замену и регулировку режущего инструмента.

С учетом уравнения (2) формула (1) для процесса шлифования принимает следующий вид

$$T_{шт.к} = t_m + \frac{t_p \cdot \tau_{np}}{T_{cm}} + t_{ocm}, \quad (9.3)$$

где  $\tau_{np}$  - время на правку и замену шлифовального круга.

$$\text{Здесь} \quad t_{ocm} = T_{орг} + T_{отд} + \frac{T_{нз}}{n}.$$

Время резания  $t_p$  при плоском шлифовании с постоянной глубиной резания и скоростью стола  $V$  зависит от количества  $m$  поперечных ходов шлифовального круга, причем

$$m = \left[ \frac{h_{max}}{S} \right], \quad (9.4)$$

где  $h_{max}$  - максимальная ширина обрабатываемой заготовки;  $S$  - поперечная подача.

В выражении (9.4) скобки означают наибольшее целое число.

Обозначив текущую  $j$ -ю величину продольного хода резания (сюда не входит врезание и перебег) при плоском шлифовании сложного профиля как  $l_j$ , получим для  $i$ -го слоя материала

$$t_{pi} = \frac{1}{V} \sum_{j=1}^m l_j. \quad (9.5)$$

Так как приращение величины  $j$  на единицу при фиксированной (для одного продольного хода) подаче  $S_j$  характеризует приращение площади обрабатываемой поверхности  $\Delta F_j = l_j \cdot S_j$ , то

$$l_j = \frac{\Delta F_j}{S_j}. \quad (9.6)$$

Тогда выражение (9.5) принимает вид (при  $S_j = const = S$ )

$$t_{pi} = \frac{1}{V} \cdot \sum_{j=1}^m \frac{\Delta F_j}{S_j} = \frac{F_p}{V \cdot S}, \quad (9.7)$$

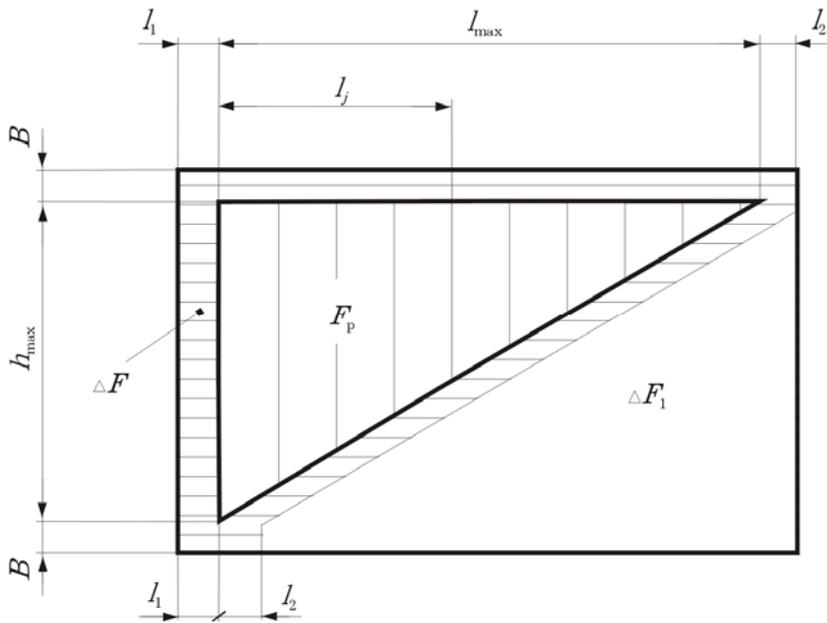


Рис. 9.1. Составляющие ( $F_p$ ,  $\Delta F$  и  $\Delta F_1$ ) площади обрабатываемой поверхности:  $l_{max}$ ,  $l_j$  - максимальная и текущая ( $j$ -ая) величины продольного хода шлифовального круга;  $B$  - высота круга.

площади обрабатываемой поверхности  $F_p$  и количеству переходов  $i$ , необходимому для послойного удаления припуска.

Аналогично можно выразить составляющую  $t_m$  в уравнении (9.2), т.е.

$$t_m = \frac{F_m \cdot i}{V \cdot S}, \quad (9.9)$$

здесь  $F_m = F_p + \Delta F$ ,

где  $\Delta F$  — площадь обработки, образуемая участками врезания  $l_1$  и перебега  $l_2$  шлифовального круга. Эта площадь характеризует время неустановившегося процесса резания (рис. 9.1).

С учетом выражений (9.3), (9.8) и (9.9) получим

$$T_{шт.к} = \frac{i}{V \cdot S} \left\{ F_p \left( 1 + \frac{\tau_{np}}{T_{cm}} \right) + \Delta F + \Delta F_1 \right\} + t_{ocm}, \quad (9.10)$$

где  $\Delta F_1$  - разность между площадью прямоугольника, который описывает обрабатываемую сложнопрофильную поверхность вырубного штампа, и площадью  $F_m$  для этой обрабатываемой поверхности (рис. 9.1).

Из анализа формулы (9.10) следуют пути управления трудоем-

где  $F_p$  - площадь обрабатываемой поверхности (рис. 9.1).

При постоянной скорости стола  $V$  в процессе многослойного удаления припуска за  $i$  переходов суммарное время резания составит

$$t_p = \frac{F_p \cdot i}{V \cdot S}. \quad (9.8)$$

Таким образом суммарное время установившегося процесса резания ( $t_p$ ) прямо пропорционально

костью плоского шлифования:

- 1) уменьшение количества переходов  $i$ ;
- 2) увеличение стойкости абразивного инструмента  $T_{см}$ ;
- 3) устранение составляющей  $\Delta F_1$  площади, которая характеризует «время шлифования воздуха».

Для выполнения пунктов 1 и 2 предложено использовать при плоском шлифовании твердые технологические смазки [72], а для выполнения пункта 3 - применять адаптивную систему автоматического ограничения непроизводительных продольных перебегов инструмента.

Обозначим трудоемкости базового и нового вариантов технологического процесса, соответственно, как  $T_{шт.к}^0$  и  $T_{шт.к}^1$ . Тогда разность трудоемкостей для этих вариантов составит

$$\Delta T_{шт.к} = T_{шт.к}^0 - T_{шт.к}^1 = \frac{1}{V \cdot S} \left\{ (i_0 - i_1) \cdot (F_p + \Delta F) + F_p \cdot \tau_{np} \cdot \left( \frac{i_0}{T_{см.0}} - \frac{i_1}{T_{см.1}} \right) + i_0 \cdot \Delta F_1 \right\}, \quad (9.11)$$

где  $i_0, i_1$  - число переходов шлифования по базовому и новому вариантам;  $T_{см.0}, T_{см.1}$  - стойкость абразивного круга по указанным вариантам.

Например, если из указанных выше трех путей управления процессом шлифования использовать только третий, то

$$\Delta T_{шт.к} = \frac{i}{V \cdot S} \{ \Delta F_1 \}. \quad (9.12)$$

В этом случае безразмерная (относительная) оценка технологической системы плоского шлифования составит

$$\frac{\Delta T_{шт.к}}{T_{шт.к}^0} = \frac{1}{1 + \frac{F_p}{\Delta F_1} \left( 1 + \frac{\tau_{np}}{T_{см}} \right) + \frac{\Delta F}{\Delta F_1} + \frac{t_{осм}}{t(\Delta F_1)}}, \quad (9.13)$$

где  $t(\Delta F_1)$  - время обработки площади  $\Delta F_1$ , т.е. время на «шлифование воздуха».

Например, при шлифовании пуансона вырубного штампа треугольной формы при  $\frac{F_p}{\Delta F_1} = 1,2$ ;  $\left( 1 + \frac{\tau_{np}}{T_{см}} \right) = 1,1$ ;  $\frac{\Delta F}{\Delta F_1} = 0,8$  и

$\frac{t_{осм}}{t(\Delta F_1)} = 1,0$  уменьшение трудоемкости обработки только от использо-

зования адаптивной системы автоматического ограничения непроизводительных продольных перебегов шлифовального круга составит

$$\frac{\Delta T_{шт.к}}{T_{шт.к}^0} = \frac{1}{1 + 1,2 \cdot 1,1 + 0,8 + 1,0} = 0,2427, \text{ т.е. } 24,3\%.$$

При дополнительном использовании твердых технологических смазок фактическое уменьшение трудоемкости, определяемое по формуле (9.13), будет больше, чем 24,3%, так как появятся дополни-

тельные источники эффекта:  $(i_0 - i_1)$  и  $\left( \frac{i_0}{T_{см.0}} - \frac{i_1}{T_{см.1}} \right)$ .

Действительно, вводя обозначения  $(i_0 - i_1) = \Delta i$  и  $T_{см.1} = k \cdot T_{см.0}$ , на основании формулы (9.11), получим

$$\begin{aligned} & \Delta T_{шт.к}(\Delta i, k) = \\ & = \frac{1}{VS} \left\{ \Delta i (F_p + \Delta F) + \frac{F_p \cdot \tau_{пр}}{T_{см.0}} \left[ \left( 1 - \frac{1}{k} \right) i_0 + \frac{1}{k} \Delta i \right] + i_0 \Delta F_1 \right\}, \end{aligned} \quad (9.14)$$

где  $\Delta T_{шт.к}(\Delta i, k)$  - сокращение трудоемкости обработки как функция от переменных  $\Delta i$  и  $k$ .

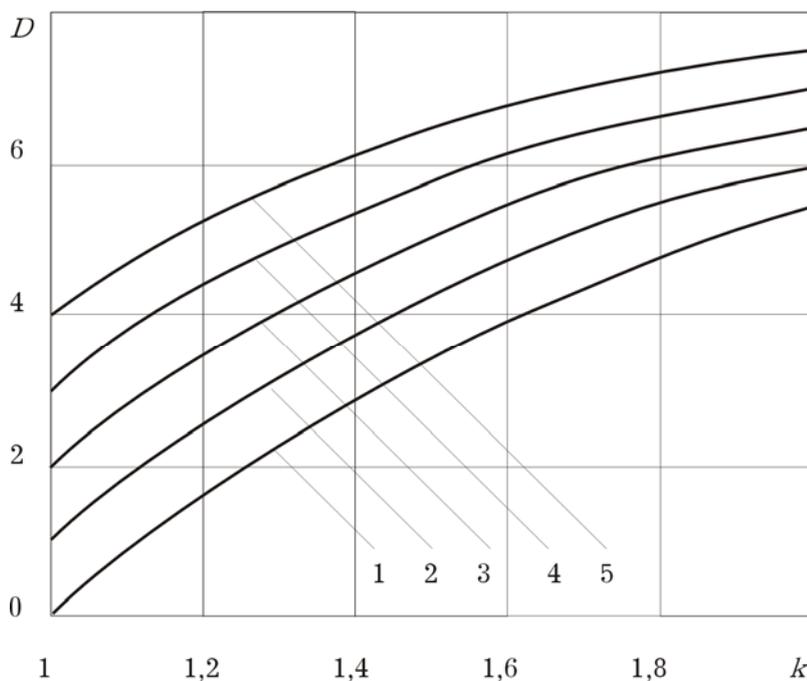


Рис. 9.2. Влияние переменных  $k$  и  $\Delta i$  на составляющую  $D$  уменьшения трудоемкости обработки: 1,2,3,4,5 -  $\Delta i = 0,1,2,3,4$ .

Первое слагаемое в выражении (9.14) показывает составляющую эффекта от уменьшения числа переходов шлифования  $\Delta i$ . Второе слагаемое показывает эффект от одновременного влияния величин  $\Delta i$  и  $k$ . Третье — эффект от уменьшения времени “шлифования воздуха”, которое затрачивается на обработку площади  $\Delta F_1$ .

Механизм одновременного влияния

величин  $\Delta i$  и  $k$  на второе слагаемое в выражении (9.14) можно наблюдать на рис. 9.2, где  $D = \left(1 - \frac{1}{k}\right)i_0 + \frac{1}{k}\Delta i$ ;  $i_0 = 11$ ;  $1 \leq k \leq 2$  и  $0 \leq \Delta i \leq 4$ .

Видно, что с увеличением переменной  $k$  от 1 до 2 (в 2 раза) при  $\Delta i = 2$  параметр  $D$  увеличивается от 2 до 6,5 (в 3,25 раза), а при  $\Delta i = 4$  — от 4 до 7,5 (в 1,88 раза). Т.е. в среднем параметр  $D$  увеличивается в 2,6 раза (в интервале  $2 \leq \Delta i \leq 4$ ). С увеличением переменной  $\Delta i$  от 2 до 4 (в 2 раза) при  $k = 1$  параметр  $D$  увеличивается от 2 до 4 (в 2 раза), а при  $k = 2$  — от 6,5 до 7,5 (в 1,15 раза). Т.е. в среднем параметр  $D$  увеличивается в 1,6 раза. Таким образом, влияние переменной  $k$  на параметр  $D$  больше, чем влияние переменной  $\Delta i$ , при двукратном увеличении каждой из этих переменных. Однако, наличие коэффициента  $\frac{F_p \cdot \tau_{np}}{T_{см.0}}$  перед параметром  $D$  резко ослабляет действие этого параметра. Для оценки вклада переменных  $\Delta i$  и  $k$  в общее снижение трудоемкости обработки определим полный дифференциал функции (9.14) по этим переменным

$$d(\Delta T_{ум.к}) = \frac{\partial(\Delta T_{ум.к})}{\partial(\Delta i)} d(\Delta i) + \frac{\partial(\Delta T_{ум.к})}{\partial k} \cdot dk =$$

$$= \frac{1}{VS} \left\{ \left[ (F_p + \Delta F) + \frac{F_p \tau_{np}}{T_{см.0}} \cdot \frac{1}{k} \right] d(\Delta i) + \left[ \frac{F_p \tau_{np}}{T_{см.0}} \cdot \frac{1}{k^2} (i_0 - \Delta i) \right] dk \right\}, \quad (9.15)$$

Заменяя в формуле (9.15) дифференциалы  $d(\Delta T_{ум.к})$ ,  $d(\Delta i)$  и  $dk$  соответствующими приращениями при 10%-ом изменении  $\Delta i$  и  $k$  относительно их базовых уровней  $\Delta i = 1$  и  $k = 2$ , получим, например, при  $i_0 = 11$ ,  $\tau_{np} = 2$  мин,  $T_{см.0} = 60$  мин и  $\Delta F = 0$  (т.к.  $F_p \gg \Delta F$ )

$$\Delta(\Delta T_{ум.к}) = \frac{0,1 \cdot F_p \cdot 0,083}{VS} (12,2 + 1), \quad (9.16)$$

где  $\Delta(\Delta T_{ум.к})$  - приращение функции  $\Delta T_{ум.к}(\Delta i, k)$ .

Первое и второе слагаемые в круглых скобках выражения (9.16) показывают вклад переменных  $\Delta i$  и  $k$ , соответственно, в уменьшение трудоемкости плоского шлифования при обработке плоской поверхности, имеющей площадь  $F_p$ , на режимах  $V$  и  $S$ . Таким образом, по влиянию на трудоемкость обработки сокращение числа переходов шлифования более выгодно (в 12,2 раза), чем увеличение стойкости

абразивного инструмента при одинаковом относительном изменении указанных переменных ( $\Delta i$  и  $k$ ). Следовательно, при использовании тех или иных твердых технологических смазок уменьшение трудоемкости обработки будет обусловлено, прежде всего, сокращением числа переходов шлифования, так как влияние стойкости абразивного круга на трудоемкость обработки на порядок меньше. Иными словами, интенсификация режимов обработки, например, по методике работы [3], выгодна даже в том случае, если она приведет к уменьшению стойкости абразивного круга. Однако известно, что применение твердых технологических смазок при прочих равных условиях приводит к увеличению стойкости круга. Таким образом, выбирая те или иные твердые технологические смазки, можно регулировать трудоемкость операции плоского шлифования, а, следовательно, и технологическую себестоимость этой операции.

Описанный в статье подход можно использовать для регулирования трудоемкости и себестоимости любых других технологических операций механической обработки на этапе их проектирования. Что касается операций плоского шлифования, то разработанные в статье математические зависимости можно использовать в подсистеме САПР, работающей в среде указанных выше компьютерных прикладных программ типа Компас, T-Flex, Solid-Works, Master-CAM и т.п. Кроме того, эти зависимости можно использовать в стандартных приложениях системы «Office-2000», например, в приложении Microsoft Excel.

Таким образом, приведенный анализ показал, что одним из условий повышения производительности шлифования является сокращение числа проходов. Наименьшее количество проходов можно получить, если глубина дефектного слоя на любом промежуточном проходе равна оставшемуся припуску. При этом глубина резания на последнем проходе не должна приводить к появлению дефектного слоя. В качестве примера рассмотрим применение этого положения для оптимизации процесса зубошлифования на станках, работающих по методу обкатки двумя тарельчатыми кругами.

#### **9.4. ОПТИМИЗАЦИЯ ПРОЦЕССА ЗУБОШЛИФОВАНИЯ ПО ТЕМПЕРАТУРНОМУ КРИТЕРИЮ**

Зубошлифование является одним из основных способов финиш-

ной обработки закаленных зубчатых колес. И производится либо по методу обката, либо по методу копирования. Известно, что особенностью станков, работающих по методу обката двумя тарельчатыми кругами (станки типа MAAG SD-32-X, HSS30BC, а также станки MC3 5851, 5851M и другие) является высокая точность обработки. Например, при обработке шестерен - сателлитов высокоскоростных авиационных редукторов получают степень точности 6-5-5-X. Высокая точность зубошлифования на указанных станках обусловлена тем, что конусовогнутая режущая поверхность шлифовальных тарельчатых кругов занимает при обработке неизменное осевое положение. Для этой цели используется специальный подналадочный механизм, который автоматически компенсирует износ шлифовальных кругов. Однако метод обката, в отличие от других методов обработки зубьев, отличается низкой производительностью и, кроме того, высокой теплонапряженностью. Последнее усугубляется отсутствием охлаждения (шлифование производится без СОЖ). Известно, что появление прижогов на рабочей поверхности зубьев резко снижает эксплуатационные свойства зубчатых колес, а в ряде случаев (например, в авиационной промышленности) шлифовочные дефекты (прижоги и микротрещины) вообще не допустимы. В этой связи задача повышения эффективности бездефектного зубошлифования на станках типа MAAG является весьма актуальной в технологии машиностроения. Для ее решения использован системный подход и методологические принципы общей теории управления. Сформулирована концепция интегрированной технологической системы зубошлифования, охватывающей подготовительный и исполнительный этапы производства [76].

Предлагаемая стратегия управления зубошлифованием содержит два этапа. На первом этапе управление осуществляется путем оптимизации распределения припуска на переходы в предположении, что припуск равномерно распределен по всем зубьям зубчатого колеса. Полученная программа оптимального распределения припуска на переходы задается в систему ЧПУ станка. На втором этапе управление осуществляется при помощи системы обратной связи по мощности зубошлифования, которая учитывает неравномерное распределение припуска по зубьям зубчатого колеса и автоматически изменяет продольную подачу станка при изменении глубины резания по сравнению с расчетной.

Целью настоящей статьи является решение задачи первого этапа

управления. Сущность предлагаемой методики оптимизации распределения припуска по проходам заключается в следующем. Мощность зубошлифования может быть получена экспериментально в виде следующей зависимости [17]

$$P = ct^x V^y n_o^z k_M k_{II} k_p, \quad (9.17)$$

где  $c, x, y, z$  - коэффициенты, зависящие от угла установки тарельчатых кругов ( $0^\circ, 15^\circ$  или  $20^\circ$ );  $t, V, n_o$  - глубина резания (мм), продольная подача (мм/мин) и частота качаний ( $\text{мин}^{-1}$ ), соответственно;  $k_M, k_{II}, k_p$  - коэффициенты, учитывающие влияние характеристик обрабатываемого материала, абразивного инструмента, а также радиуса кривизны профиля зуба, соответственно.

Например, по данным работы [17], при угле установки кругов  $0^\circ$  численные значения указанных коэффициентов следующие  $c=0,022$ ;  $x=0,75$ ;  $y=0,95$ ;  $z=0,25$ ;  $k_M=1$  (сталь 12Х2Н4А);  $k_{II}=1$  (твердость кругов МЗ, зернистость 25);  $k_p=1$  (радиус кривизны профиля зуба  $p=34,7$  мм).

Используя выражение (9.17), можно определить время, затраченное на  $k$ -й ( $1 \leq k \leq n$ ) проход

$$\tau_k = \frac{L}{V} = \frac{L \cdot (ct_k^x n_o^z k_M k_{II} k_p)^{1/y}}{P_k^{1/y}}, \quad (9.18)$$

где  $L$  - длина продольного хода стола станка, мм;  $P_k$  - мощность зубошлифования на  $k$ -ом проходе, Вт;  $t_k$  - глубина резания на  $k$ -ом проходе, мм.

$$\text{С учетом обозначений } \alpha = \frac{x}{y}; \quad \varepsilon = \frac{1}{y}; \quad M = L \cdot (cn_o^z k_M k_{II} k_p)^{1/y}$$

выражение (9.18) принимает вид

$$\tau_k = M \cdot \frac{t_k^\alpha}{P_k^\varepsilon}. \quad (9.19)$$

Например, для угла установки кругов  $0^\circ$  при  $n_o=150 \text{ мин}^{-1}$  получены следующие значения параметров:  $\alpha=0,79$ ;  $\varepsilon=1,05$  и  $M=3,04$ .

Суммарное машинное время зубошлифования, затрачиваемое на  $n$  проходов

$$\tau_M = M \cdot \sum_{k=1}^n \frac{t_k^\alpha}{P_k^\varepsilon}. \quad (9.20)$$

Одним из основных факторов, ограничивающих производительность шлифования, является теплонапряженность процесса.

Для любого  $k$ -ого прохода глубина образуемого при зубошлифовании дефектного слоя  $h_{Дk}$  может быть представлена зависимостью [77]

$$h_{Дk} = a(P_k - P_0) \quad (9.21)$$

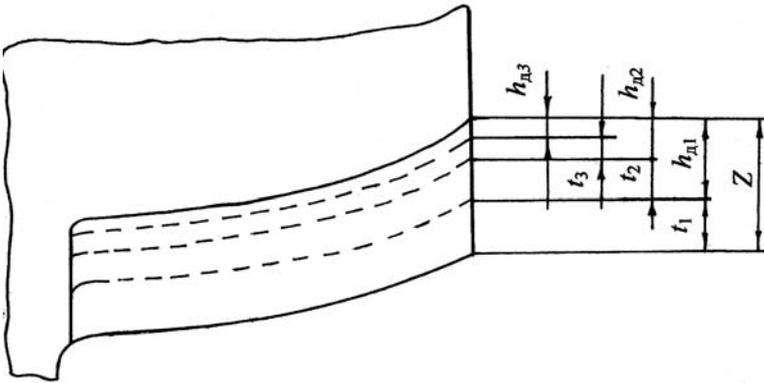


Рис. 9.3. Схема распределения припуска на проходы при зубошлифовании.

где  $a$  – коэффициент, мкм/Вт;  $P_0$  – бездефектный уровень мощности зубошлифования, Вт.

Так как для любого  $k$ -ого ( $1 \leq k \leq n$ ) прохода глубина образуемого при зубошлифовании дефектного слоя не должна превышать припуск, остающийся на обработку (рис.9.3), то

$$h_{Дk} = \sum_{i=k+1}^n t_i = Z - \sum_{i=1}^k t_i \quad (9.22)$$

Учитывая выражения (9.21) и (9.22), получим

$$P_k = \frac{Z - \sum_{i=1}^k t_i}{a} + P_0 \quad (9.23)$$

Подставляя это выражение в формулу (9.20), получим

$$\tau_M = M \left[ \frac{1}{P_0^\varepsilon} \left( Z - \sum_{i=1}^{n-1} t_i \right)^\alpha + \sum_{k=1}^{n-1} \frac{t_k^\alpha}{\left[ \frac{1}{a} \left( Z - \sum_{i=1}^k t_i \right) + P_0 \right]^\varepsilon} \right] \quad (9.24)$$

Например, машинное время зубошлифования, необходимое для удаления припуска  $Z$  за два ( $n=2$ ) и за три ( $n=3$ ) прохода можно определить по формулам

$$\tau_2 = M \cdot \left\{ \frac{(Z - t_1)^\alpha}{P_o^\varepsilon} + \frac{t_1^\alpha}{\left[ \frac{Z - t_1}{a} + P_o \right]^\varepsilon} \right\}, \quad (9.25)$$

$$\tau_3 = M \cdot \left\{ \frac{(Z - t_1 - t_2)^\alpha}{P_o^\varepsilon} + \frac{t_1^\alpha}{\left[ \frac{Z - t_1}{a} + P_o \right]^\varepsilon} + \frac{t_2^\alpha}{\left[ \frac{Z - t_1 - t_2}{a} + P_o \right]^\varepsilon} \right\}. \quad (9.26)$$

Из этих примеров, а так же из обобщенной рекуррентной формулы (9.24) следует, что количество переменных в формуле машинного времени на единицу меньше числа проходов, за которые удаляется припуск (при двух проходах – одна переменная,  $t_1$ ; при трёх – две,  $t_1$  и  $t_2$  и т.д.)

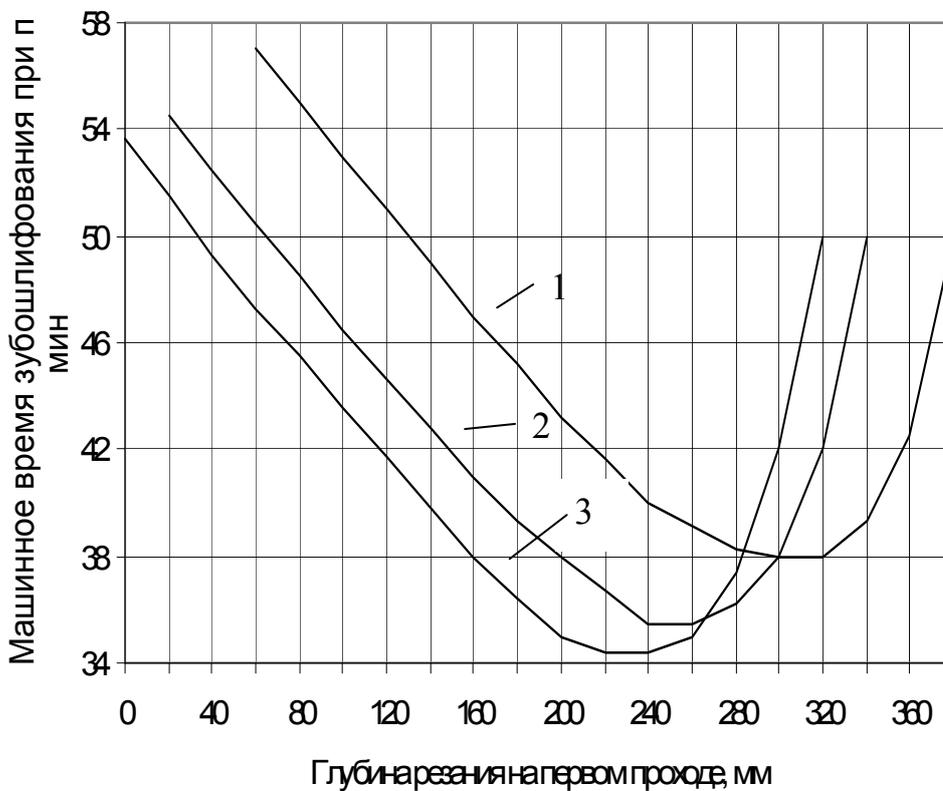


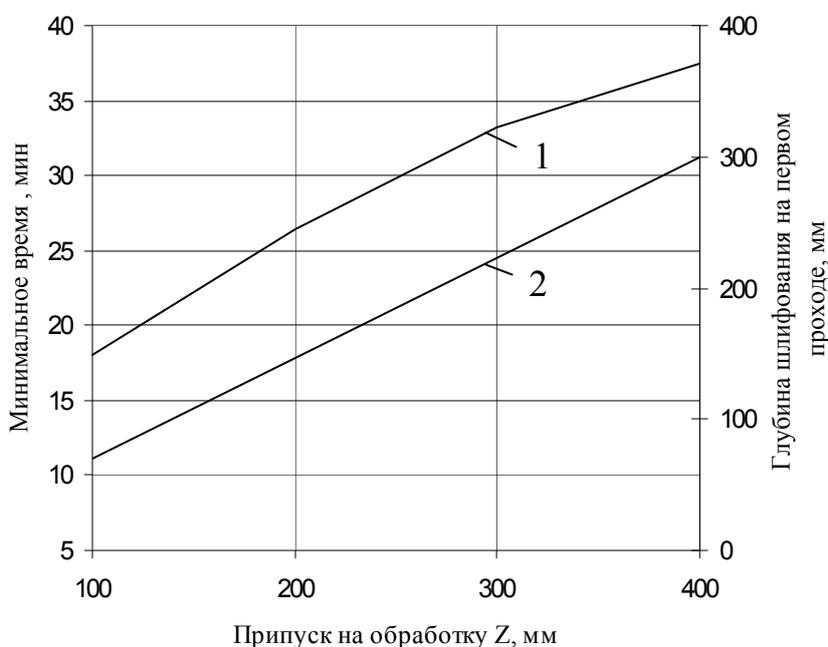
Рис.9.4. Зависимость машинного времени зубошлифования ( $\tau_2$ ) от глубины резания на первом проходе ( $t_1$ ) при  $n=2$ : 1, 2, 3 -  $t=400$  мкм, 350 мкм, 325 мкм.

Из анализа формулы (9.25) видно, что зависимость машинного времени  $\tau_2$  от глубины шлифования  $t_1$  имеет экстремальный характер, так как с увеличением  $t_1$  первая компонента формулы (9.25) уменьшается, а вторая – резко увеличивается (числитель второй компоненты растет, а знаменатель - падает). Следовательно, существует такая глубина резания  $t_1$ , при которой для данного припуска  $Z$  машинное время на обработку  $\tau_2$  будет минимальное. Причем, как следует из выражения (9.18), минимальному машинному времени соответствует максимальная продольная подача стола.

По формуле (9.25) построены графики (рис.9.4) для различных значений припуска  $Z$ .

Видно, что при  $Z=400$  мкм оптимальная глубина шлифования на первом проходе составляет  $t_{1opt}=300$  мкм. При  $Z=350$  мкм и  $Z=325$  мкм соответствующие оптимальные глубины шлифования составляют  $t_{1opt}=260$  мкм и  $t_{1opt}=240$  мкм. Машинное время зубошлифования (минимальное) для трех указанных случаев соответственно составляет  $\tau_{2min}=38,0$  мин,  $\tau_{2min}=35,5$  мин и  $\tau_{2min}=34,4$  мин, т.е.

$Z$ , мкм	....	400	350	325
$t_{1opt}$ , мкм	....	300	260	240
$\tau_{2min}$ , мин	....	38,0	35,5	34,4



Графики на рис.9.5 являются обобщением результатов расчета для рассмотренного случая  $n=2$ . Они позволяют определить  $t_{1opt}$  и  $\tau_{2min}$  для любого значения припуска  $Z$  в интервале  $100 \leq Z \leq 400$  мкм.

При  $n > 2$  наличие экстремума целевой функции (9.24) также (как при  $n=2$ ) позволяет конкретизировать

Рис. 9.5 Графики для определения оптимальной глубины шлифования на первом проходе ( $t_{1opt}$ ) и минимального машинного времени обработки ( $\tau_{2min}$ ) при съеме припуска  $Z$  за два прохода ( $n=2$ ): 1-  $\tau_{2min}$ ; 2-  $t_{1opt}$ .

оптимальные глубины зубошлифования  $t_1, t_2, t_3, \dots, t_n$ . При этом один и тот же припуск  $Z$  можно удалить за два, три, четыре и т.д. проходов. Например, припуск  $Z=325$  мкм при шлифовании за два, три, четыре и пять проходов можно удалить, соответственно, за время 34,4 мин, 30,8 мин и 29,8 мин. Т.е. при снятии припуска  $Z=325$  мкм за пять проходов ( $n=5$ ) машинное время зубошлифования меньше, чем при удалении этого же самого припуска за два прохода ( $n=2$ ). Это объясняется тем, что с увеличением числа проходов  $n$  продольные подачи стола на каждом из этих проходов увеличиваются, что приводит к уменьшению суммарного машинного времени. Другими словами, уменьшение времени в общей сумме преобладает над его одновременным увеличением за счет увеличения числа проходов. В этой связи возникает задача определения оптимального числа проходов зубошлифования, т.е. общая задача оптимизации содержит два этапа:

1. Для конкретной величины припуска  $Z$  необходимо определить оптимальное число проходов зубошлифования (структурная оптимизация).
2. Зная оптимальное число проходов, определить оптимальные глубины шлифования по каждому из этих проходов (параметрическая оптимизация).

Для решения задачи на первом этапе учтено, что оперативное время зубошлифования на каждом проходе состоит из двух составляющих: переменной составляющей  $\tau_M$  (которая рассматривалась выше) и постоянной составляющей (время быстрого подвода и время деления). При скорости быстрого подвода 900 мм/мин постоянная составляющая времени зубошлифования, например, для обрабатываемой шестерни с числом зубьев 29, составляет 1 мин. Следовательно, добавление одного прохода означает добавление одной минуты к машинному времени зубошлифования  $\tau_M$ . Учитывая это обстоятельство, построены графические зависимости оперативного времени зубошлифования от числа проходов  $n$  при различной величине припуска на обработку  $Z$  (рис.9.6).

Как следует из данных, приведенных на рис. 9.6. в интервале изменения припуска  $125 < Z < 400$  мкм, оптимальное число проходов зубошлифования изменяется от  $n=2$  до  $n=4$ , причем с ростом припуска  $Z$  число проходов  $n$  увеличивается. Анализ графиков (рис. 9.6) позволяет сформулировать следующую стратегию определения оптимальных режимов зубошлифования:

1. Зная величину припуска на обработку, определяют к како-

му из следующих трех интервалов этот припуск принадлежит:

- а)  $Z > 350$  мкм,
- б)  $150 \leq Z \leq 350$  мкм,
- в)  $Z < 150$  мкм.

2. По графикам на рис. 9.6 для найденного интервала припуска (а, б или в) находят оптимальное число проходов  $n$ .

3. Зная оптимальное число проходов  $n$ , определяют оптимальные глубины зубошлифования по описанной выше методике.

Таким образом, приведенная методика оптимизации режимов зубошлифования

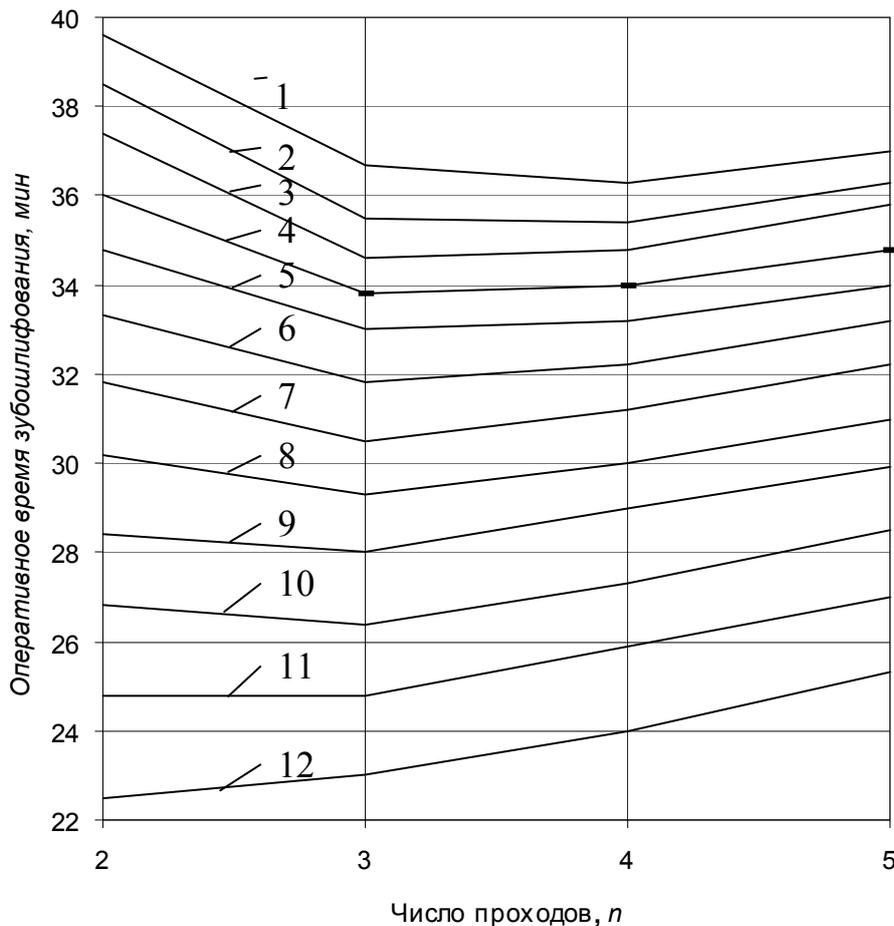


Рис. 9.6. Зависимость оперативного времени зубошлифования от числа проходов: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12 -  $Z=400, 375, 350, 325, 300, 275, 250, 225, 200, 175, 150, 125$  мкм.

позволяет рассчитать программу распределения припуска на проходы шлифования и соответствующую ей программу максимально возможных продольных подач стола зубошлифовального станка. Другими словами, для каждой величины припуска  $Z$  имеется двухмерный массив режимных параметров (глубина шлифования и продольная

подача), который представляет собой исходные данные для составления управляющей программы устройства ЧПУ.

Предложенная совокупность мероприятий, основанная на методологии общей теории управления, позволила разработать интегрированную систему зубошлифования, охватывающую этапы разработ-

ки и оптимизации процесса (подготовительный этап), настройки зубошлифовального станка на обработку (уменьшение неравномерного распределения припуска) и осуществления процесса зубошлифования (исполнительный этап). Причем, на подготовительном этапе осуществляется выбор параметров процесса, исходя из максимально возможной производительности при заданном качестве поверхностного слоя, а на исполнительном этапе осуществляется стабилизация теплонапряженности процесса с учетом индивидуальных особенностей элементов технологической системы (станок - приспособление - инструмент - деталь) зубошлифования.

Таким образом, для оптимизации процесса шлифования нужны математические зависимости для определения глубины дефектного слоя. Для получения такой зависимости нужно иметь возможность рассчитывать изменение температуры шлифования по глубине поверхностного слоя. А для этого, в свою очередь, нужно выбрать приемлемое решение соответствующего дифференциального уравнения теплопроводности. Многообразие имеющихся подходов к расчету температуры шлифования ставит технолога в затруднительное положение. Ниже приведен анализ наиболее известных существующих решений теплофизических задач применительно к шлифованию резьбы полукруглого профиля.

#### **9.5. РАСЧЕТ ТЕМПЕРАТУРЫ ШЛИФОВАНИЯ И ГЛУБИНЫ ДЕФЕКТНОГО СЛОЯ НА ОСНОВЕ ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ MATHCAD**

Известно, что процесс шлифования сопровождается высокой теплонапряженностью, которая вызывает появление в поверхностном слое деталей измененных структур. Одним из перспективных направлений в технологии шлифования труднообрабатываемых материалов является применение систем компьютерной диагностики, позволяющих уменьшить возможный брак по шлифовочным дефектам. Такая задача актуальна для резьбошлифования ходовых винтов с полукруглым профилем резьбы.

Большинство исследований по теплофизике шлифования посвящено наиболее распространенным случаям плоского и круглого шлифования. Однако, по исследованию температурного поля и глубины дефектного слоя при шлифовании резьбы полукруглого профи-

ля имеется ограниченное количество работ.

В работе [100] предпринята попытка учесть полукруглую форму поверхности путем внесения поправок в формулу, описывающую температуру от плоского источника тепла с граничными условиями первого рода [181], т.е.

$$T = T_n \left( 1 - \operatorname{erf} \frac{h}{2\sqrt{a\tau}} \right), \quad (9.27)$$

где  $T$  - температура от плоского источника тепла,  $^{\circ}\text{C}$ ;  $h$  - полуширина теплового источника, м;  $T_n$  - температура поверхности,  $^{\circ}\text{C}$ ;  $a$  - температуропроводность обрабатываемого материала,  $\text{м}^2/\text{с}$ ;  $\tau$  - время действия теплового источника, с.

Здесь  $\operatorname{erfu} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^u e^{-\xi^2} d\xi$  - интеграл вероятности Гаусса;

$$u = \frac{h}{2\sqrt{a\tau}}; \quad \xi = \frac{x}{2\sqrt{a\tau}},$$

где  $x$  - текущая координата в направлении, перпендикулярном поверхности источника.

В уравнении (9.27) в качестве  $T_n$  используется усредненная температура поверхности, определенная из условия, что через единицу площади контакта в заготовку поступает количество тепла, равное  $q\tau$  [181]. При этом

$$T_n = \frac{q\sqrt{\pi a\tau}}{2\lambda}, \quad (9.28)$$

где  $q$  - плотность теплового потока,  $\text{Вт}/\text{м}^2$ ;  $\lambda$  - теплопроводность обрабатываемого материала,  $\text{Вт}/(\text{м}^2 \cdot ^{\circ}\text{C})$ .

В работе [100] приводится известное выражение для температуры шлифования от цилиндрического теплового источника, которое имеет вид [51]

$$\theta = 2\sqrt{\frac{R}{r}} F_0 \operatorname{ierfc} \frac{\frac{r}{R} - 1}{2\sqrt{F_0}} - \frac{\left(1 + 3\frac{r}{R}\right) F_0}{2\frac{r}{R} \sqrt{\frac{r}{R}}} \cdot i^2 \operatorname{erfc} \frac{\frac{r}{R} - 1}{2\sqrt{F_0}} + \dots + i^2 \operatorname{erfc} u, \quad (9.29)$$

где  $r$  - текущий радиус-вектор рассматриваемой точки;  $R$  - радиус граничной цилиндрической поверхности (радиус цилиндрического теплового источника);  $F_0 = \frac{a\tau}{R^2}$  - критерий Фурье.

Автор работы [100] выразил температуру от цилиндрического источника тепла через температуру от плоского источника тепла схематически в виде геометрической схемы. Далее он сравнивает уравнения (9.27) и (9.29) и делает вывод о возможности использования уравнения (9.27) для прогнозирования температуры шлифования полукруглого профиля резьбы. Однако, область применения данного решения, как известно из работы [51] ограничена значением критерия Фурье  $F_0=0,02$ . При шлифовании резьбы с полукруглым профилем критерий Фурье изменяется от 0,1 до 1 и более [178]. Таким образом, предлагаемый в работе [100] подход оказывается неприемлемым для практических целей технологической диагностики процесса из-за существенной погрешности уравнения (9.29).

Учитывая вышеизложенное необходимо получить модель температурного поля, которая справедлива для любых значений критерия Фурье. Известно, что в цилиндрических координатах трехмерное дифференциальное уравнение теплопроводности имеет вид [51]

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = a \left( \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right), \quad (9.30)$$

где  $z$  - осевая координата, м;  $\varphi$  - полярный угол, рад.

Если ось нагреваемого кругового цилиндра совпадает с осью  $z$ , а начальные и граничные условия не зависят от координат  $\varphi$  и  $z$ , то температура цилиндра зависит только от координаты  $r$  и времени  $\tau$ . В этом случае одномерное дифференциальное уравнение теплопроводности принимает вид [51]

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = a \left( \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} \right). \quad (9.31)$$

Процесс шлифования полукруглого профиля резьбы может быть охарактеризован граничными условиями второго рода, т.е.

$$\begin{aligned} T(r, \tau) \Big|_{\tau=0} &= T_0 ; r \geq R ; \\ -\lambda \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=R} &= q(r, \tau), T(r, \tau) \Big|_{r=\infty} = T_0 . \\ \frac{\partial T(r, \tau)}{\partial r} \Big|_{r=\infty} &= 0 \end{aligned}$$

Известно, что решение данного уравнения применительно к схеме выделения тепла на круговом цилиндре будет выражаться через функции Бесселя (цилиндрические функции). Полученное для

указанных условий решение одномерного дифференциального уравнения теплопроводности имеет вид [51]

$$T(r, \tau) = -\frac{2qR}{\pi\lambda} \int_0^{\infty} (1 - \exp(-F_0\zeta^2)) \times \frac{J_0\left(\zeta \frac{r}{R}\right)Y_1(\zeta) - Y_0\left(\zeta \frac{r}{R}\right)J_1(\zeta)}{\zeta^2(J_1^2(\zeta) + Y_1^2(\zeta))} d\zeta, \quad (9.32)$$

где  $J_0, J_1$  - функции Бесселя первого рода нулевого и первого порядка;  $Y_0, Y_1$  - функции Бесселя второго рода нулевого и первого порядка;  $\zeta$  - переменная интегрирования.

Для определения глубины  $x$  проникновения температуры в поверхностный слой резьбы принимаем  $r = R + x$ , т.е.

$$\frac{r}{R} = \frac{R + x}{R}. \quad (9.33)$$

Трудоемкость вычислений температуры по уравнению (9.32) обуславливается необходимостью вычисления значений четырех различных функций Бесселя, определением подынтегральной функции и собственно поиском значения неопределенного интеграла. Например, в работе [178] для определения функций Бесселя использовались асимптотические разложения Ганкеля. Алгоритм расчета предусматривал анализ сходимости аппроксимирующих рядов, что существенно затрудняло оперативные расчеты температуры шлифования. Поэтому приходилось пользоваться табулированными значениями функции (9.32), что для целей технологической диагностики в режиме реального времени неприемлемо.

Существующая сегодня программа MathCAD позволяет оперативно вычислить интеграл в решении (9.32) при любых значениях критерия Фурье и параметра  $\frac{r}{R}$ .

Например, необходимо найти распределение температуры по глубине поверхностного слоя для радиуса шлифуемого профиля  $R=3$ мм. Для решения данной задачи в среде MathCAD нужно задать три группы входных параметров: теплофизические ( $a, \lambda$ ), геометрические ( $R, x$ ) и энергетические ( $q, \tau$ ).

Примем,  $\lambda=30$  Вт/(м<sup>2</sup>·°С),  $R=0,003$  м,  $q=40 \cdot 10^6$  Вт/м<sup>2</sup>,  $\tau=0,1$  с.

На рис. 9.7 и рис. 9.8 приведены зависимости рассчитанной тем-

пературы шлифования от координаты  $x$  и радиуса  $R$  профиля шлифуемой резьбы, соответственно.

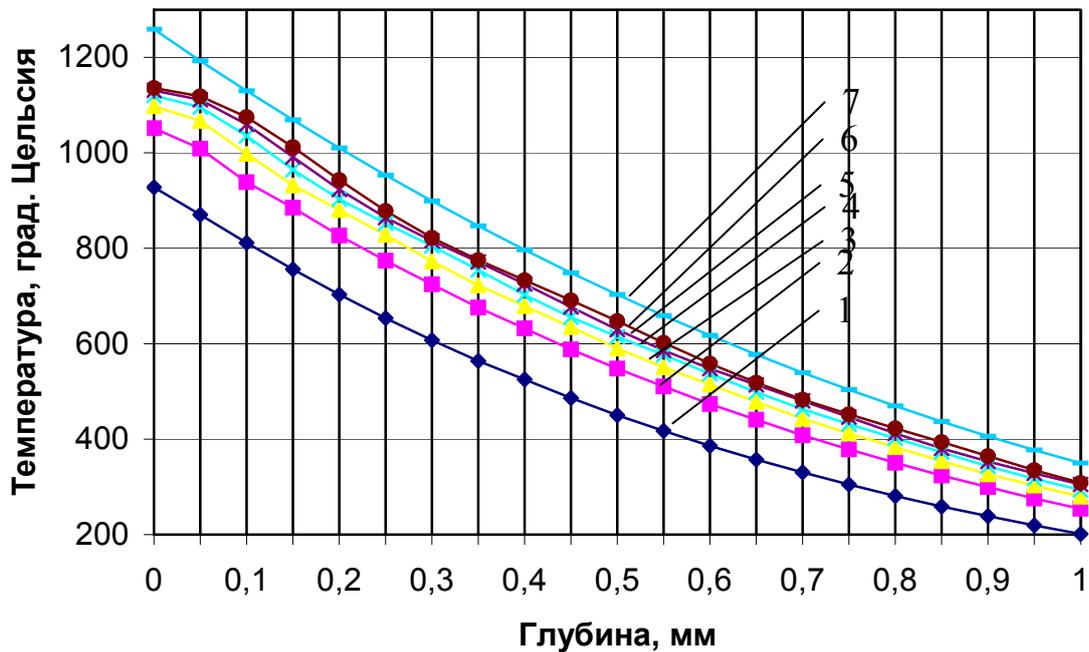


Рис.9.7. Зависимость температуры от глубины  $x$  проникновения ее в поверхностный слой при различных значениях радиуса  $R$  цилиндрического теплового источника: 1 -  $R=1$ мм; 2 -  $R=2$ мм; 3 -  $R=3$ мм; 4 -  $R=4$ мм; 5 -  $R=5$ мм; 6 -  $R=6$ мм; 7-  $R= \infty$ .

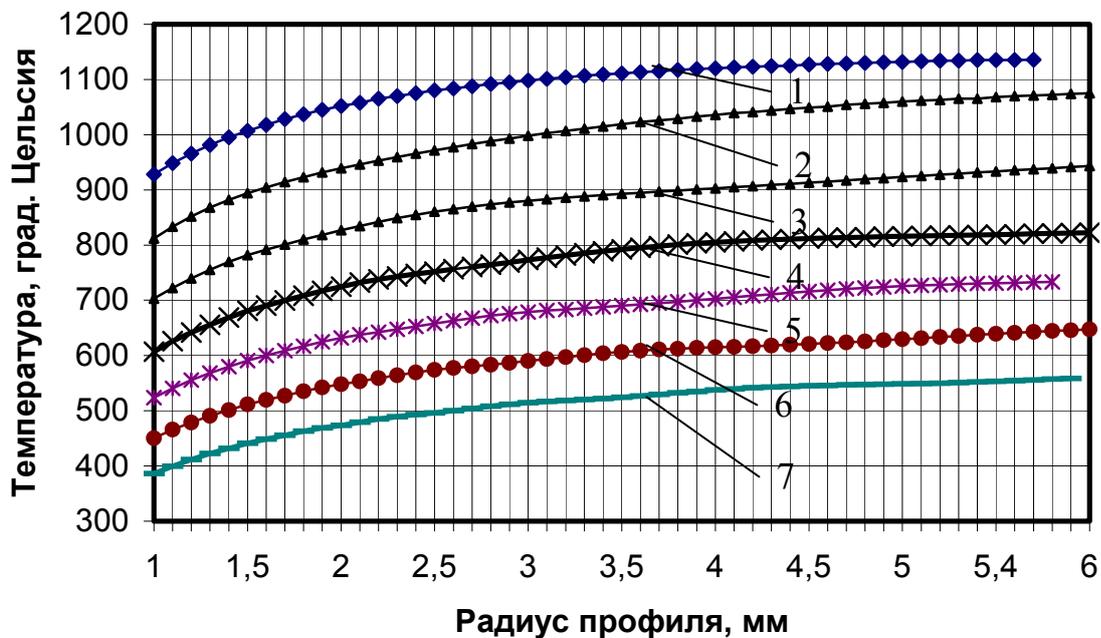


Рис. 9.8. Зависимость температуры от радиуса профиля при различной глубине  $x$ : 1 -  $x=0$ ; 2 -  $x=0,1$ мм; 3 -  $x=0,2$ мм; 4 -  $x=0,3$ мм; 5 -  $x=0,4$ мм; 6 -  $x=0,5$ мм; 7-  $x=0,6$ мм.

Видно, что влияние изменения радиуса  $R$  от 1 до 3 мм существенно сказывается на температуре поверхности ( $x=0$ ) и ее распределении по глубине поверхностного слоя. В то же время изменение  $R$  от 4 до 6 мм незначительно влияет на температуру. Например, изменение радиуса  $R$  от 4 до 6 мм на поверхности ( $x=0$ ) приводит к увеличению температуры шлифования от  $T=1120$  °С до  $T=1136$  °С (на 1,4%), а при увеличении  $R$  от 1 до 3 мм температура возрастает от 928 °С до 1098 °С (на 18,3%). На глубине двухкратного падения температуры указанные процентные оценки приблизительно в 2 раза больше. Дополнительно на рис. 9.7 приведено распределение температуры по глубине поверхностного слоя, построенное по уравнению плоского теплового источника ( $R = \infty$ ). Это уравнение имеет следующий вид [178]

$$T(x, \tau) = \frac{2q\sqrt{a\tau}}{\lambda} \left( \frac{1}{\sqrt{\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{4a\tau}\right) - \frac{x}{2\sqrt{a\tau}} \operatorname{erfc}\frac{x}{2\sqrt{a\tau}} \right). \quad (9.34)$$

Как следует из данных на рис. 9.7, эта зависимость (кривая 7) является предельным случаем расчета по уравнению (9.32) при  $R \rightarrow \infty$ . Таким образом, графики на рис. 9.7 показывают приемственность уравнений (9.32) и (9.34) и позволяют определить при каких значениях радиуса  $R$  теплофизические расчеты для полукруглого профиля резьбы могут быть осуществлены по уравнению (9.34), полученному для плоского теплового источника. Так, например при  $R=6$  мм различие в расчетах по уравнениям (9.32) и (9.34) на глубине двухкратного падения температуры ( $x=0,6$  мм) составляет не более 11%, что приемлемо для инженерных расчетов на этапе проектирования.

Разработанный алгоритм расчета температуры по глубине поверхностного слоя может быть использован для оперативного определения глубины проникновения критической температуры, приводящей к структурно-фазовым превращениям в обрабатываемом материале. Глубину проникновения критической температуры называют глубиной дефектного слоя. Возможность определения этой глубины позволяет при определенных условиях осуществить ее сравнение с величиной оставшегося припуска на обработку и таким образом осуществить компьютерную диагностику процесса шлифования по температурному критерию в режиме реального времени.

На кафедре «Технология машиностроения» ОНПУ разрабатывается система компьютерной диагностики процесса резьбошлифования шариковых ходовых винтов, которая может найти применение на

заводах станкостроительной и авиационной промышленности.

Как следует из анализа приведенных зависимостей для температуры шлифования, основными параметрами, которые оказывают на нее влияние, являются плотность теплового потока  $q$  и время воздействия теплового источника  $\tau$ . В свою очередь глубина дефектного слоя зависит от этих же параметров, а также от критической температуры и от теплофизических характеристик ( $\lambda$ ,  $a$ ) обрабатываемого материала. Таким образом, имея зависимость дефектного слоя от указанных параметров можно построить алгоритм расчета распределения припуска по проходам шлифования исходя из наименьшего их числа.

## 9.6. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ПРИПУСКА НА ПРОХОДЫ ПЛОСКОГО ШЛИФОВАНИЯ ВЫРУБНЫХ ШТАМПОВ

При плоском шлифовании пуансонов вырубных штампов из стали Х12М часто появляются шлифовочные дефекты (прижоги и трещины), обусловленные высокой теплонапряженностью процесса. Известно, что эффективным методом снижения температуры шлифования является применение твердых технологических смазок (ТТС) [175].

Механизм действия ТТС при шлифовании обуславливается, с одной стороны, физическими явлениями адсорбции, диспергирования и пластифицирования, с другой, химическими превращениями, протекающими в тонких поверхностных слоях зоны контакта инструмента с обрабатываемой поверхностью. Смазывающее, охлаждающее и режущее воздействия, вносимые в зону резания благодаря ТТС, способствуют улучшению обрабатываемости материалов. В этом смысле применение ТТС эквивалентно использованию комбинированного метода механической обработки, при котором в зону резания подводится дополнительная энергия.

Появление большого количества ТТС делает актуальной задачу определения сравнительной эффективности их применения для подбора рациональной ТТС исходя из предварительно заданной технологической себестоимости операции.

Рассмотрим методику, позволяющую определять и сравнивать эффективность ТТС по критерию трудоемкости, а следовательно и себестоимости, операции шлифования. Для этого необходимо опре-

делить оптимальные режимы шлифования с использованием соответствующей СОТС.

Экспериментальные исследования показывают, что использование ТТС приводит к уменьшению касательной составляющей силы резания  $P_z$  в среднем в 1,4 раза и увеличению нормальной составляющей  $P_y$  в 1,3 раза [175]. Первое приводит к понижению температуры в зоне шлифования и благоприятно сказывается на качестве обрабатываемой поверхности, второе к увеличению отжатый в технологической системе, т.е. несоответствию расчетных и фактических режимных параметров.

Для определения трудоемкости операции шлифования необходимо решить задачу распределения припуска на переходы шлифования. Известная методика решения этой задачи не учитывает влияния упругих технологических отжатый на оптимальное распределение припуска и поэтому содержит существенные технологические резервы [179].

Установлено, что максимальная производительность шлифования при распределении припуска на переходы может быть обеспечена при условии

$$h_{\partial.k} = \frac{Z_{ocm.k} + Z_0}{\xi_k}, \quad (9.35)$$

где  $Z_{ocm.k}$  - оставшийся к моменту  $k$ -го перехода припуск на данной операции шлифования;  $Z_0$  - припуск, предусмотренный на последующую операцию;  $\xi_k$  - коэффициент запаса по прижогу, показывающий, на какую часть припуска может проникать дефектный слой.

Оставшийся припуск на данной операции после любого  $k$ -го перехода можно представить в виде

$$Z_{ocm.k} = \sum_{i=k+1}^n t_i, \quad (9.36)$$

где  $t_i$  - глубина шлифования на  $i$ -м переходе;  $n$  - число переходов шлифования, необходимое для удаления припуска.

Учитывая для каждого  $k$ -го перехода величину отжатыя, получим

$$t_{pk} = t_{lk} - \Delta y_k, \quad (9.37)$$

где  $t_{lk}$  - установленная по лимбу глубина шлифования;  $\Delta y_k$  - величина упругого технологического отжатыя (рис.9.9).

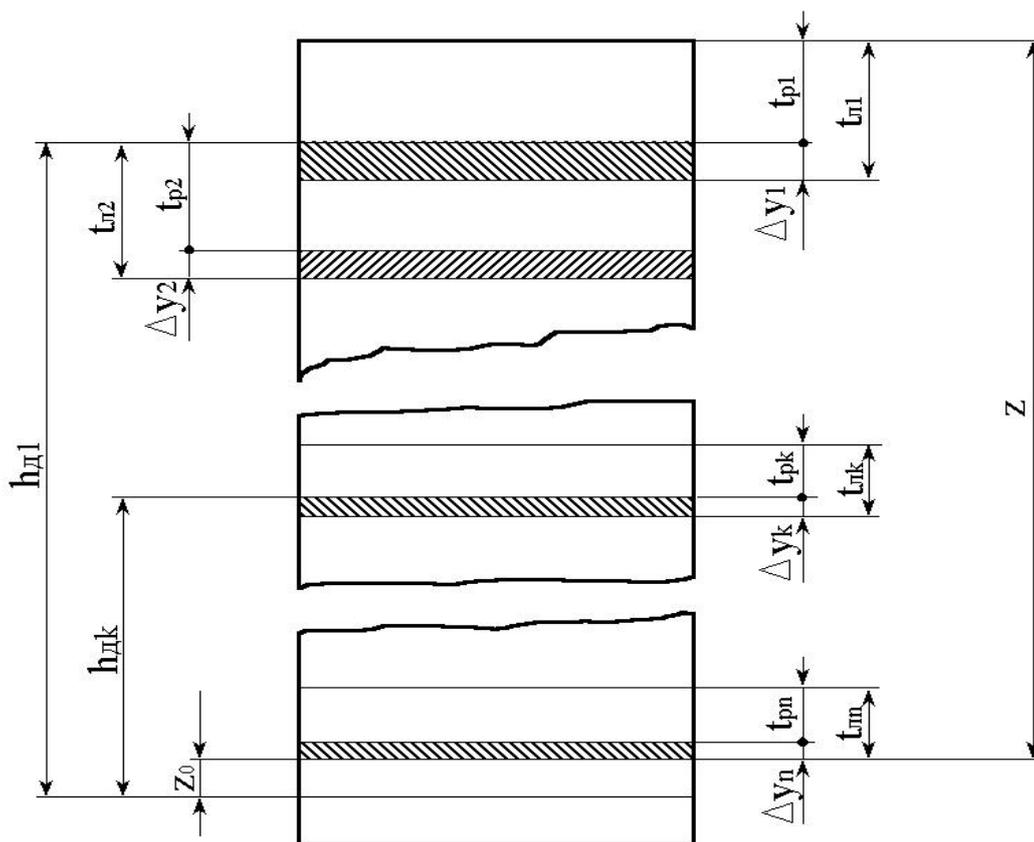


Рис.9.9.Схема распределения припуска.

Припуск на обработку  $Z$  удаляется за  $n$  переходов. Фактическая и установленная по лимбу глубины резания на первом технологическом переходе составляют, соответственно,  $t_{p1}$  и  $t_{l1}$ , а величина упругого отжатия  $\Delta y_1$ . На втором переходе указанные параметры, соответственно, равны:  $t_{p2}$ ,  $t_{l2}$ ,  $\Delta y_2$ . На любом  $k$ -м переходе ( $1 \leq k \leq n$ ):  $t_{pk}$ ,  $t_{lk}$ ,  $\Delta y_k$ . На последнем переходе  $t_{pn}$ ,  $t_{ln}$ ,  $\Delta y_n$ . Задача расчета распределения припуска на переходы заключается в определении такой глубины резания  $t_{pk}$ , при которой образуется дефектный слой  $h_{dk}$ , равный оставшемуся припуску (или части его) на обработку для любого  $k$ -го перехода. Величина  $Z_0$  также включается в этот оставшийся припуск. Кроме того, видно, что упругие отжатия  $\Delta y_1$ ,  $\Delta y_2$ ,  $\Delta y_k$ ,  $\Delta y_n$  последовательно уменьшаются по величине, что соответствует общепринятой схеме расположения полей припусков и допусков на различных технологических переходах.

Величину упругого отжатия определяют по формуле

$$\Delta y_k = P_y(t_{lk}) / j, \quad (9.38)$$

где  $P_y(t_{lk})$  - значение нормальной составляющей усилия резания;  $j$  - жесткость станка.

Глубина дефектного слоя, образующегося при шлифовании,

$$h_{\partial k} = \alpha q_k (\tau_k - \tau_{0k})^\beta, \quad (9.39)$$

где  $q$  - плотность теплового потока, Вт/м;  $\tau_k$  - время воздействия теплового источника, с;  $\tau_{0k}$  - время воздействия теплового источника, при котором температура в зоне контакта достигает критической величины, с;  $\alpha, \beta$  - коэффициенты, зависящие от характера воздействия теплового источника, формы обрабатываемой поверхности, температуры структурно-фазовых превращений материала детали.

Параметры, входящие в формулу (9.39), определяют следующим образом:

$$\tau_{0k} = \frac{\sqrt{Dt}}{V_{cm}}, \quad (9.40)$$

$$\tau_{0k} = \frac{T_{kp}^2 \cdot \lambda^2 \cdot \pi}{4q_k^2 \cdot a}, \quad (9.41)$$

$$q_k = \frac{P_k \cdot \psi}{\sqrt{Dt_{pk}} \cdot S_n}, \quad (9.42)$$

где  $D$  - диаметр шлифовального круга;  $V_{cm}$  - скорость стола станка;  $T_{kp}$  - температура структурно-фазовых превращений;  $\lambda, \alpha$  - тепло- и температуропроводность;  $P_k$  - мощность шлифования на  $k$ -ом переходе;  $\psi$  - коэффициент тепловвода;  $S_n$  - поперечная подача станка.

С учётом формул (9.35) и (9.39) для любого  $k$ -го перехода

$$\frac{(Z_{ocm.k} + Z_o)}{\xi_k} = \alpha q_k (\tau_k - \tau_{0k})^\beta. \quad (9.43)$$

Уравнение (9.43) связывает между собой режимные, геометрические, теплофизические и силовые параметры процесса шлифования. Распределение припуска по переходам производится в соответствии с алгоритмом, изображенным на рис.9.10, до тех пор, пока не нарушится условие

$$\sum_{i=k+1}^n t_{pi} < Z. \quad (9.44)$$

Для расчета по данному алгоритму необходимо иметь зависимости мощности  $P$  и нормальной составляющей усилия резания  $F_y$  от режимов обработки. При плоском шлифовании такие зависимости установлены в виде

$$P = A_p + B_p \cdot t_{pk}, \quad (9.45)$$

$$F_y = A_y + B_y \cdot t_{lk}, \quad (9.46)$$

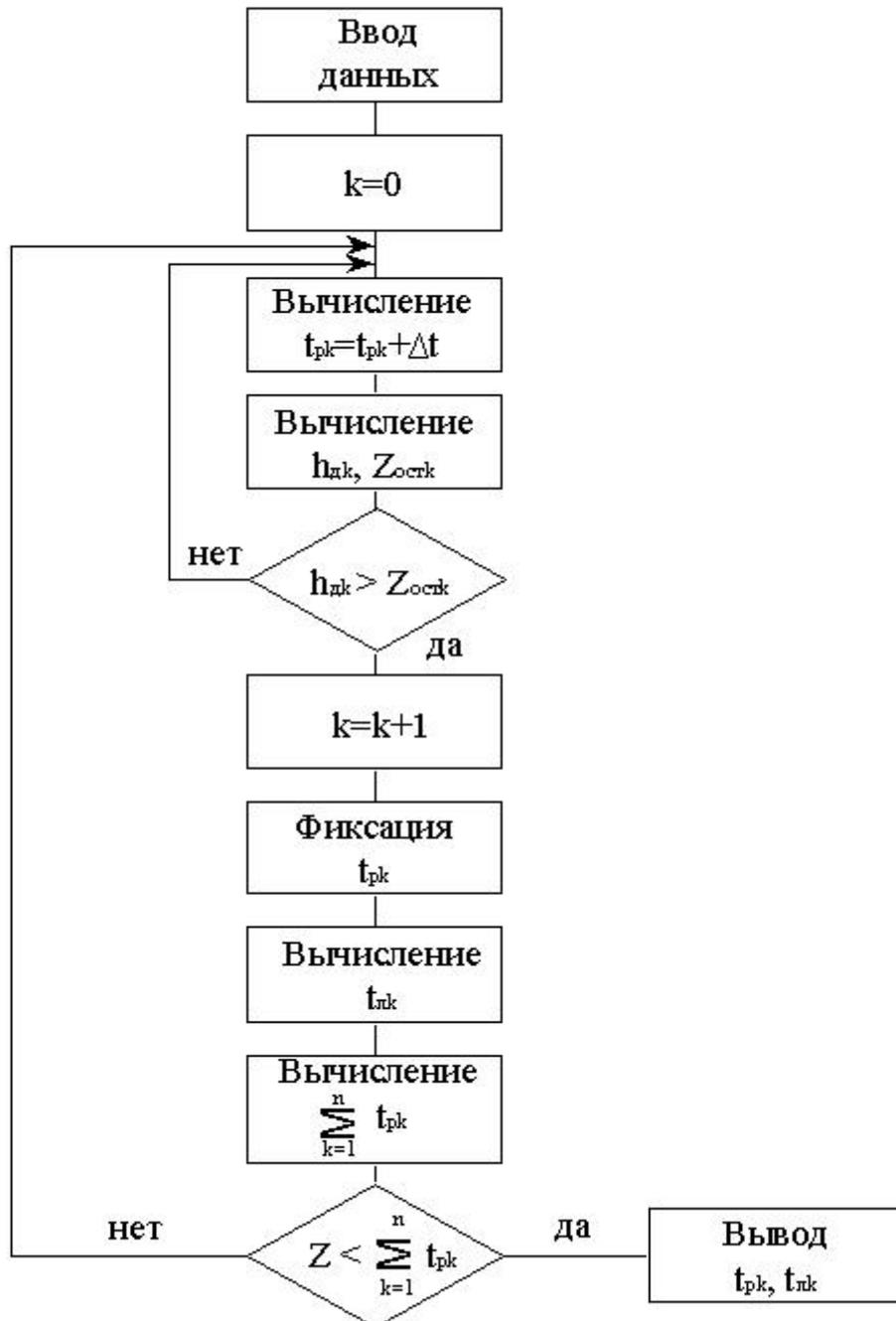


Рис.9.10. Алгоритм расчета распределения припуска.

где  $A_y$ ,  $B_y$ ,  $A_p$ ,  $B_p$  - коэффициенты, зависящие от характеристик оборудования и инструмента, режимов обработки.

При шлифовании с применением различных ТТС на станке модели 3Г71 кругом 24А25СМ28К6, диаметром  $D = 0,23$  м, при скорости детали  $V_\delta = 0,067$  м/с, поперечной подаче  $S_n = 10$  мм/ход получены значения коэффициентов приведенные в табл.9.1.

На основании формул (9.38) и (9.46) получим

$$t_{лк} = \frac{t_{pk} \cdot j + A_y}{j - B_y}, \quad (9.47)$$

Основное время плоского шлифования на станках с прямоугольным столом

$$\tau_{осн} = \frac{L \cdot H}{S_n \cdot V_{ст}}, \quad (9.48)$$

где  $L, H$  - длина и ширина детали;  $i$  - число переходов шлифования.

Таблица 9.1

Значения коэффициентов, определяющих мощность и нормальное усилие шлифования

Условия шлифования	Значения коэффициентов			
	$A_p, Н$	$B_p, Н/м$	$A_p, Вт$	$B_p, Вт/м$
Без применения ТТС	2,1	$4,2 \cdot 10^5$	396,2	$40,4 \cdot 10^6$
ТТС на основе лауриновой кислоты	2,4	$4,3 \cdot 10^5$	533,6	$33,6 \cdot 10^6$
ТТС на основе стеариновой кислоты	2,5	$4,4 \cdot 10^5$	496,5	$31,8 \cdot 10^6$

Таблица 9.2

Распределение припуска на переходы шлифования

Номер перехода, $k$	Глубина шлифования $t$ , мкм					
	Без применения ТТС		ТТС на основе лауриновой кислоты		ТТС на основе стеариновой кислоты	
	$t_{pk}$	$t_{лк}$	$t_{pk}$	$t_{pk}$	$t_{pk}$	$t_{pk}$
1	41,4	53,1	46,5	59,3	50,9	64,9
2	37,9	48,7	41,7	53,4	45,5	58,1
3	34,5	44,7	37,5	48,2	40,7	52,2
4	31,9	41,1	33,8	45,3	36,6	46,9
5	29,3	37,9	30,4	39,3	32,8	42,3
6	27,0	35,0	27,4	35,5	29,5	38,2
7	24,9	32,3	24,8	32,2	26,6	34,5
8	23,0	30,0	22,3	29,2	24,0	31,3
9	21,2	27,8	20,2	26,5	13,3	17,9
10	19,7	25,9	15,3	20,4		
11	8,8	12,3				

Расчеты по приведенному алгоритму (рис.9.10), произведены на компьютере типа *Pentium* для вырубного штампа из стали X12M и размерами  $L = 0,2$  м,  $H = 0,06$  м. Характеристики материала: теплопроводность  $\lambda = 40$  Вт/(м·°C), температуропроводность  $\alpha = 8 \cdot 10^{-6}$  м<sup>2</sup>/с, температура структурно-фазовых превращений  $T_{кр} = 550$  °C. По методике [179] определены  $\alpha = 1,88 \cdot 10^{-10}$  м<sup>3</sup>/(Вт·с<sup>0,952</sup>),

$\beta = 0,952$ . Коэффициент тепловода  $\psi = 0,7$  [179]. Результаты расчета сведены в табл.9.2.

По формуле (9.48) с учетом данных таблицы 9.2 установлено, что основное время обработки без применения ТТС 197 с, с применением ТТС на основе стеариновой кислоты 161,2 с, с применением ТТС на основе лауриновой кислоты 179,1 с. Кроме того, глубины шлифования, которые требуется установить по лимбу, превышают фактические глубины в среднем в 1,25 раза. Таким образом, если не учитывать влияние упругих отжатий, то около 25 % припуска либо останется неудаленным (что отрицательно скажется на точности обработки), либо потребуются дополнительные выхаживающие переходы. Следовательно, учет технологических отжатий в методике распределения припуска позволяет уменьшить трудоемкость операции. Это обусловлено уменьшением требуемого числа переходов для удаления припуска при шлифовании с применением ТТС. Например, для рассматриваемого случая экономия основного времени шлифования составляет около 18 %.

Таким образом, представленная методика распределения припуска на переходы шлифования с учетом отжатий в технологической системе позволяет оценить трудоемкость операции при использовании различных составов ТТС. Повышение эффективности процесса шлифования обеспечивается рациональным выбором составов ТТС.

Рассмотренный в данном разделе алгоритм расчета распределения припуска на переходы шлифования с учетом влияния упругих отжатий на фактическую глубину шлифования может быть положен в основу разработки подсистемы технологической САПР, т.е. блока САПР для расчета режимов шлифования. Описание этого блока САПР приведено в следующем разделе.

## **9.7. АВТОМАТИЗИРОВАННОЕ ПРОЕКТИРОВАНИЕ ОПЕРАЦИЙ ШЛИФОВАНИЯ НА ОСНОВЕ VISUAL BASIC**

Известно, что одним из прогрессивных направлений в технологии шлифования труднообрабатываемых материалов является применение эффективных смазочно–охлаждающих технологических средств (СОТС), которые могут иметь различное агрегатное состояние (газ, жидкость, паста, твердые вещества) [150]. Абразивный инструмент, в отличие от лезвийного, из-за особенностей своего строения сравнительно легко может быть импрегнирован (пропитан) жидким смазочным составом, который проникает в поры под действием

капиллярных сил. Пропитки изменяют физико-механические свойства абразивных шлифовальных кругов. Например, такие свойства как плотность и твердость, тепло- и температуропроводность, динамический модуль упругости возрастают, в тоже время теплоемкость, неоднородность твердости уменьшаются [121].

Это позволяет прийти к заключению, что импрегнирование абразивного инструмента представляет собой один из методов управления характеристикой этого инструмента, сопоставимый по своему воздействию с разработкой нового абразивного инструмента. Однако до сих пор в технической литературе не сформулированы инженерные критерии выбора смазочных составов применительно к конкретным маркам труднообрабатываемых материалов, а имеющиеся рекомендации носят частный характер и справедливы для условий, в которых проводились экспериментальные исследования. До сих пор нет единой системы классификации пропиточных составов и нет единого мнения относительно механизмов действия СОТС. В то же время в промышленности нашли применение и используются сотни наименований СОТС, изготавливаемых различными фирмами. Отсутствие рекомендаций по их применению сдерживает их использование, не позволяет осуществлять целесообразный отбор СОТС из имеющейся номенклатуры.

Проблемы смазочных средств в технике и технологии связаны с развитием двух главных направлений – науке о самих смазках и их производстве и науки об эффективности их применении [60]. Для решения этих проблем по двум указанным направлениям необходимо изучать механизмы действия СОТС и оптимизировать технологию шлифования с применением СОТС, соответственно. Под основными действиями СОТС в настоящее время понимают: смазывающее, смачивающее, охлаждающее, моющее, режущее и диспергирующее действия [75]. Поскольку при шлифовании металлов до 70% энергии расходуется на работу сил трения, то при улучшении смазочных характеристик СОТС уменьшается фрикционный нагрев и, следовательно, температура шлифования. Поэтому фактор теплонапряженности должен учитываться в технологии шлифования с применением СОТС. В то же время при улучшении смазочных характеристик СОТС часто происходит увеличение нормальной составляющей усилия резания. Как следствие, возрастают упругие отжатия в технологической системе, что отрицательно сказывается на точности обработки. Поэтому фактор нормальной силы также должен учитываться в технологии шлифования с применением СОТС.

Нами установлено, что механизм, обуславливающий рост нормальной силы, определяется двумя тенденциями: с одной стороны увеличивается количество режущих зерен (за счет увеличения пути упругого проскальзывания зерен) [75], с другой – на каждое зерно (погруженное в металл) действует выталкивающая сила, которая увеличивается при уменьшении динамического коэффициента трения. Вторая тенденция установлена нами на основании упрощенной двухмерной статической модели абразивного зерна, погруженного в металл [73]. Эта тенденция может быть также экспериментально изучена при помощи моделирования работы единичных абразивных зерен. Такое моделирование может быть произведено на экспериментальной установке, собранной на базе настольного сверлильного станка. Два режущих лезвия сверла моделируют в этом случае работу двух единичных зерен. Преимуществом такой физической модели абразивных зерен является то обстоятельство, что нормальная сила резания (действует в направлении оси сверла) обуславливается динамическим коэффициентом трения.

Проведенный выше анализ позволяет заключить, что два главных направления решения проблемы СОТС в технике и технологии взаимосвязаны и не должны рассматриваться отдельно. То есть всякий успех в науке о самих смазках должен учитываться в науке об их эффективном применении на основании известного принципа иерархии (соподчиненности) в управлении (в данном случае в управлении процессом шлифования). Кроме того, этот анализ позволил установить два основных фактора, которые необходимо учитывать при оптимизации процесса шлифования с применением СОТС: фактор теплонапряженности и фактор нормальной силы.

В работе предполагается принципиально новый подход к выбору СОТС, позволяющий оценивать их сравнительную эффективность в конкретных условиях производства по критериям трудоемкости и технологической себестоимости операций шлифования, причем при условии оптимальных режимов обработки. Сущность подхода заключается в предварительном компьютерном моделировании процесса обработки с применением конкретного СОТС на основании предварительной экспресс оценки СОТС. Это позволяет уменьшить количество параметров оценки свойств СОТС путем их интегрирования в обобщающие факторные оценки, которые в свою очередь вытекают из специфики тех или иных доминирующих факторов, ограничивающих производительность шлифования. Например, одним из таких

ограничивающих факторов является теплонапряженность процесса, приводящая к появлению шлифовочных прижогов. Другим – нормальная сила шлифования, влияющая на упругие отжатия в технологической системе.

В работе [74] установлено, что одним из условий высокопроизводительного бездефектного шлифования является наименьшее количество проходов, позволяющих удалить припуск без образования шлифовочного прижога на обработанной поверхности. Поскольку СОТС оказывают непосредственное влияние на теплонапряженность процесса, то их применение позволяет изменить указанное оптимальное количество проходов.

В соответствии с предлагаемым подходом выбор СОТС осуществляют по критериям трудоемкости и технологической себестоимости операции шлифования с применением СОТС. Для определения

трудоемкости необходимо решить задачу оптимального распределения припуска на проходы шлифования с учетом влияния упругих отжатий в технологической системе. Индивидуальные особенности каждой технологической смазки нами предложено учитывать коэффициентами, входящими в экспериментально получаемые зависимости.

Такие зависимости для конкретных условий обработки с применением, например, твердых технологических смазок (ТТС), применительно к плоскому шлифова-

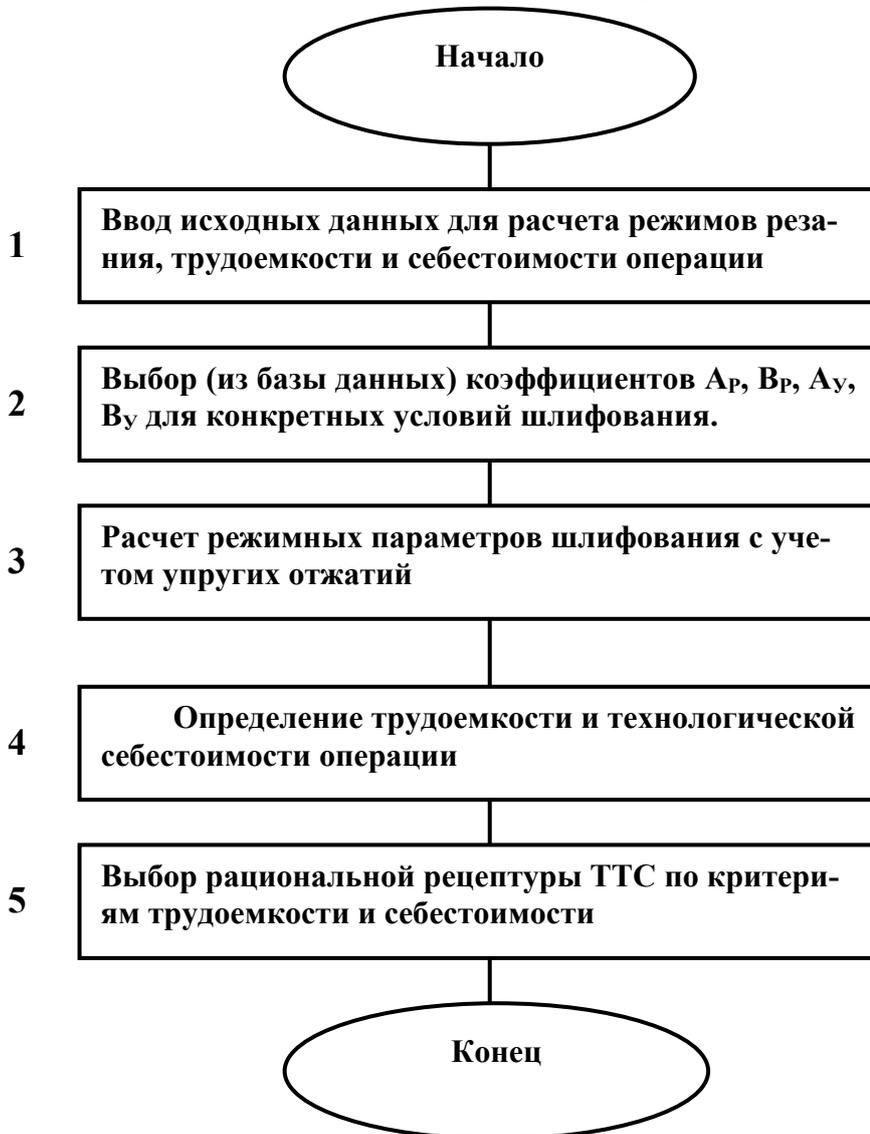


Рис.9.11. Блок-схема подсистемы САПР.

нию вырубных штампов имеют следующий вид

$$P=A_p+B_p \cdot t_{\phi}, \quad (9.49)$$

$$F_y=A_y+B_y \cdot t_l, \quad (9.50)$$

где  $P$ ,  $F_y$ -мощность (Вт) и нормальное усилие (Н) шлифования;  $A_p$ ,  $B_p$ ,  $A_y$ ,  $B_y$  – коэффициенты, учитывающие индивидуальные особенности ТТС (зависят также от характеристик обрабатываемого материала, абразивного инструмента и от интервала режимов шлифования);  $t_{\phi}$ ,  $t_l$  – фактическая и лимбовая глубины шлифования, м. Коэффициенты  $A_p$ ,  $B_p$ ,  $A_y$ ,  $B_y$  являются косвенными характеристиками оценки эксплуатационных свойств СОТС, они могут быть найдены в производственных условиях по разработанным нами методикам.

Подсистема технологической САПР, реализующая методику выбора рациональных составов ТТС, может быть пояснена при помощи блок-схемы на рис.9.11.

Работа подсистемы САПР осуществляется следующим образом. После запуска компьютерной программы пользователь осуществляет ввод исходных данных, указанных в блоке 1. Далее в блоке 2 осуществляется выбор коэффициентов  $A_p$ ,  $B_p$ ,  $A_y$ ,  $B_y$  (из базы данных, формируемых на предприятии) для конкретного состава ТТС, указанного пользователем. В блоке 3 осуществляется расчет распределения припуска на проходы инструмента, импрегнированного выбранным составом ТТС. Расчет выполняется исходя из прогнозируемой мощности шлифования, обуславливающей теплонапряженность процесса, и с учетом фактора нормальной силы, приводящей к упругим отжати-ям. При известных параметрах режима шлифования в блоке 4 осуществляется расчет составляющих технической нормы времени, которые зависят от состава ТТС (основное время и время технического обслуживания рабочего места) и определяется величина технической нормы времени (характеризует трудоемкость технологической операции). В этом же блоке определяется технологическая себестоимость операции шлифования. В блоке 5 производится анализ результатов расчета и осуществляется выбор рациональной рецептуры ТТС.

Программное обеспечение САПР реализовано на основе макроса *Visual Basic* с использованием редактора таблиц *Microsoft Excel* и может быть использовано на ПЭВМ с операционной системой типа *Windows*.

## ГЛАВА 10

### ТЕПЛОФИЗИКА ПРОЦЕССОВ ОБРАБОТКИ ТРЕНИЕМ

#### 10.1. ВВЕДЕНИЕ

Процессы обработки трением – это процессы, в которых энергия, выделяемая при трении обрабатываемой заготовки и инструмента, используется для формообразования заготовки и изменения свойств ее поверхности.

Чаще всего инструментом в процессах обработки трением является быстровращающийся стальной диск (фрикционный диск). К процессам с инструментом – фрикционным диском относятся: фрикционная разрезка, точение, фрезерование и термофрикционное упрочнение.

Тепловая энергия, в которую преобразуется работа трения инструмента о заготовку, определяет не только важнейшие показатели процессов обработки трением, но и саму возможность их осуществления. Поэтому тепловые процессы в заготовке, стружке, инструменте являются важнейшей физической характеристикой процессов обработки трением. Управление этими процессами возможно только на основе грамотного, достоверного математического решения важнейших теплофизических задач – теплового баланса и температурных полей в заготовке, стружке и инструменте.

Настоящая глава ограничена разновидностями исследуемых процессов трения и методами их математического описания. Из перечисленных выше процессов обработки трением рассматриваются фрикционная разрезка и термофрикционное упрочнение. Причем, из фрикционной разрезки рассматривается разрезка с вращением заготовки, а разрезка неподвижной заготовки не рассматривается.

Такое ограничение в выборе видов обработки трением объясняется научными интересами автора и тем, что процессы разрезки с вращением заготовки и упрочнения трением кинематически подобны и теплофизическое их описание поддается аналитическим решениям задачи теплопроводности.

Процесс фрикционной разрезки неподвижной заготовки, хотя и входит в круг научных интересов автора, но в виду своей специфики, не поддается аналитическому решению задач теплофизики. Сложная форма поверхности заготовки при разрезке, большая толщина диска (более 2 мм), а значит и ширина прорези в заготовке, большой объем

удаляемой стружки в единицу времени, удаление стружки не только вращательным движением диска, а и, в наибольшей степени, движением подачи, что необходимо для качественной разрезки (с небольшим заусенцем) - все это не позволяет упростить постановку задачи описания температурного поля в заготовке до возможности ее решения аналитически [140]. Поэтому для разрезки неподвижной заготовки применим численный метод моделирования температурных полей – метод конечных разностей, причем, со значительным его усложнением, связанным с необходимостью учета удаления металла из про-рези в виде стружки.

Процессы разрезки с вращением заготовки и упрочнения поверхности трением, как отмечено выше, кинематически подобны друг с другом и подобны процессам шлифования плоского и круглого, которые глубоко теплофизически исследованы в работах Сипайлова В.А. [147], Якимова А.В. [186], Евсеева Д.Г. [42] и др. Эти авторы применяли в основном метод источников (метод функции Грина), нашедший широкое применение в теплофизике резания в результате работ Борисова А.Я. [16], Резникова А.Н. [127], Силина С.С. [144].

Метод источников также широко применяется и в исследовании теплофизики обработки трением. Однако, хотя описываемые процессы кинематически подобны глубоко изученному шлифованию, они имеют свои принципиальные различия, что не позволяет зачастую прямо использовать уже известные решения. Кроме этого, особенностью излагаемого ниже материала является не только качественный анализ решений, а и количественный, основанный на оригинальных методиках идентификации температурного поля, широком применении математического пакета программ для ЭВМ «MathCAD», позволяющего оперативно с достаточной точностью получать решения интегральных выражений.

Принципиальные различия исследуемых процессов обработки трением от шлифования состоят в различии формы источников тепла и режимов резания. Кроме этого, обычно инструмент - шлифовальный круг не является объектом теплофизического исследования, в то время как при фрикционной разрезке инструмент – фрикционный диск должен быть важнейшим объектом такого исследования. Это обусловлено тем, что стойкость диска определяется его нагревом и он ограничивает предельные режимы разрезки.

Для описания температурного поля в фрикционном диске использован операционный метод Лапласа решения дифференцирован-

ного уравнения теплопроводности. Он позволил учесть теплоотвод от боковых стенок и периферии тонкого фрикционного диска по методике Рыкалина Н.Н. [133], применявшейся им для тонких стержней.

Таким образом, содержание настоящей главы включает в себя исследование температурных полей в инструменте и заготовке при фрикционной разрезке с ее вращением и при термофрикционном упрочнении, а также исследование теплового баланса при фрикционной разрезке. В главе большое внимание уделено методике экспериментально-теоретического определения интенсивности теплового потока.

## **10.2. ИЗМЕРЕНИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ В ЗАГОТОВКЕ ПРИ ФРИКЦИОННОЙ РАЗРЕЗКЕ**

### **10.2.1. ИЗМЕРЕНИЕ КОНТАКТНОЙ ТЕМПЕРАТУРЫ**

Измерение температуры в заготовке и инструменте при механической обработке - важнейший компонент теплофизических исследований. Экспериментальное определение температуры позволяет проверить достоверность математических моделей температурных полей и сформулировать граничные условия для математической модели. Особое внимание при этом уделяется измерению температуры в контакте заготовки с инструментом. В литературе по теплофизике механической обработки [157, 187] описаны применяемые методы измерения температур при механической обработке. Однако, выбор того или иного метода требует глубоких знаний особенностей исследуемого процесса резания и далеко не всегда очевиден.

Поскольку основной задачей теплофизических исследований процессов обработки трением является количественная оценка температурных полей в инструменте и заготовке, то экспериментальному измерению температур и на основе этих измерений идентификации температурных полей уделялось большое внимание.

Окончательному выбору методики измерения температуры при фрикционной разрезке предшествовали попытки измерения контактной температуры различными методами при разрезке неподвижной заготовки. В качестве такой заготовки обычно принималась пластина, толщина которой определяла ширину поверхности контакта.

Первые попытки измерения контактной температуры производились при помощи искусственной хромель-алюмелевой термопары. Для этого разрезаемый образец собирали из двух пластин. На поверх-

ности одной из них, отступив от края на 10 мм, засверливалась лунка диаметром 0,5 мм, в которой конденсаторной сваркой приваривался спай термопары. Проводки термопары в стеклотканевой изоляции укладывались в предварительно прорезанную канавку. Затем вторая половина образца накладывалась на первую, закрывая термопару. Пластины прочно соединялись болтами. Образец устанавливался так, чтобы фрикционный диск перерезал термопару. Термопара предварительно тарировалась, а для регистрации температуры использовался светолучевой осциллограф.

Проведенные исследования показали неприемлемость этой методики для измерения контактной температуры. Максимальные температуры, зарегистрированные данным методом, не превышали 400°C, что конечно не соответствовало действительности. Реальные температуры в контакте значительно выше, на что указывает желто-красный цвет частиц металла, выбрасываемого фрикционным диском, и измерения температуры другими исследователями [135].

Такая большая погрешность измерений объясняется большими размерами спаев и большим градиентом температуры в разрезаемом образце, в результате чего весь нагретый слой металла сжат в пределах нескольких десятых миллиметра. Даже применяя термоэлектроды диаметром 0,2 мм, получить спай диаметром менее 1 мм практически не удавалось. Поэтому такой спай усреднял температуру в пределах слоя толщиной равной диаметру спаев.

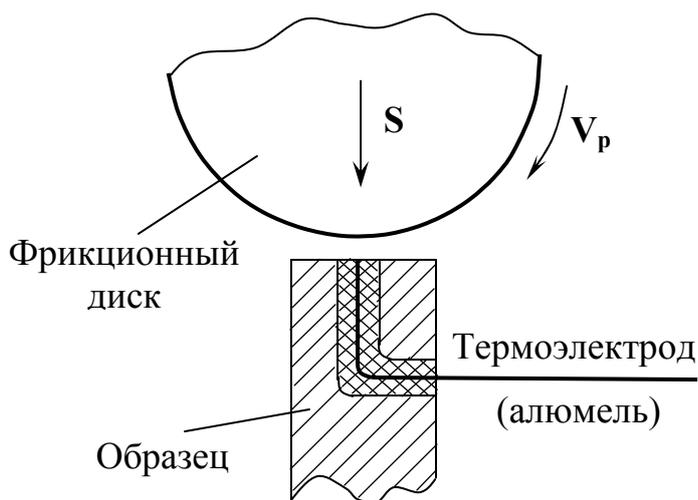


Рис. 10.1. Термоэлектроды термопары.

Такой результат был ожидаем, но предполагалось, что перерезав спай и, продолжая разрезку, термоэлектроды будут замыкаться металлом образца или диска. Однако этого не происходило. Термоэлектроды сминались, зачастую не образуя контакта.

Другой применявшийся метод по замыслу должен был устранить основной недостаток искусственной термопары.

Для этого применялась полуискусственная температура.

Одним из термоэлектродов такой термопары использовалась

алюмель, а вторым – материал разрезаемого образца, как показано на рис.10.1. Спай между этими термоэлектродами образовывался самим процессом резки. Для этого проводок из алюмеля в стеклотканевой изоляции вводился в канал в образце. Сдвиг силами трения поверхностного слоя металла образца приводил к замыканию контакта между алюмелевым термоэлектродом и образцом, который являлся вторым термоэлектродом полуискусственной термопары. Термопара алюмель – сталь 3 предварительно тарировалась в муфельной печи.

По описанной методике была проведена большая серия опытов для различных условий резки, т.е. при различных значениях скорости резания  $V_p$  и скорости подачи  $S$ . Скорость резания изменялась в пределах от 34 м/с до 136 м/с, скорость подачи от 1,9 м/мин до 3,3 м/мин, а измеряемая температура от 815°С до 1230°С.

По результатам измерений прежде всего следует отметить, что значения температур значительно выше измеренных искусственной термопарой и близки по своему уровню к ожидаемым. Установлено незначительное влияние скорости подачи  $S$  и заметное влияние скорости резания  $V_p$ . Однако все эти положительные стороны проведен-

ных экспериментов нивелируются тем, что рост скорости резания не ведет к росту контактной температуры, а наоборот, ведет к ее уменьшению. Такой результат противоречит физике процесса высокоскоростного трения [135, 11]. Поэтому было

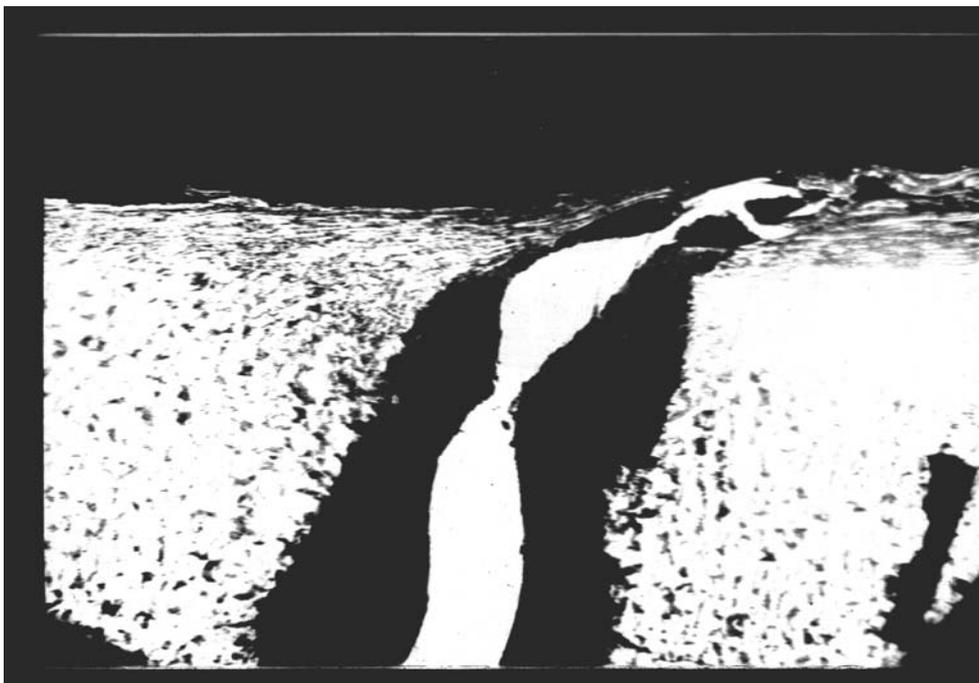


Рис. 10.2. Шлиф образца.

высказано предположение, что и полуискусственная термопара не измеряет контактную температуру, а как-то ее усредняет.

Для подтверждения этой гипотезы был выполнен шлиф образца с термоэлектродом после резки в плоскости вращения диска. На

фотографии шлифа (рис. 10.2) явно видно, что в результате пластической деформации поверхностного слоя образца, этот слой сдвигается в направлении вращения диска и деформирует термоэлектрод также в этом направлении, прижимает его к стенке отверстия, в котором он расположен. Причем, сдвигаемые пластически слои металла образца разрушают изоляцию провода и он образует контакт с образцом в пределах слоя толщиной 0,1-0,15мм. Таким образом, образуется спай именно такой толщины, а не строго на поверхности. Следовательно, измеряется какая-то температура, усредненная для слоя толщиной  $0,1 \div 0,15$  мм. Поэтому следует отказаться от полученных результатов.

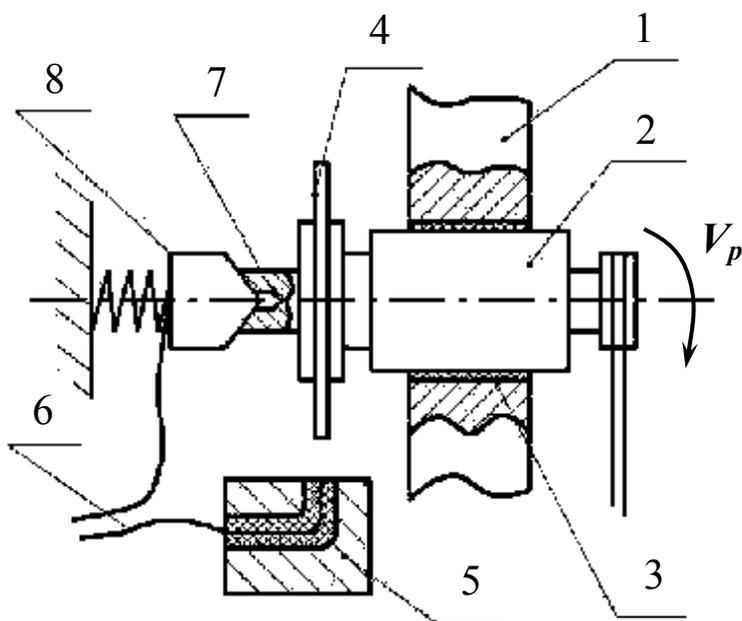


Рис. 10.3. Схема измерения температуры диска: 1 – шпиндельная бабка; 2 – цилиндрический корпус шпинделя; 3 – стеклоткань; 4 – фрикционный диск; 5 – образец; 6 – термоэлектрод (алюмель); 7 – шпиндель; 8 – графитовый электрод.

При этом корпус 2 шпинделя изолировался от шпиндельной бабки 1 стеклотканью 3.

Проведенные пробные опыты показали, что при измерении инерционным гальванометром (собственная частота 40 Гц), абсолютные значения температур низкие  $\approx 200^\circ\text{C}$ . Это по-видимому связано с нестабильностью процесса резания, вибрациями, разрывом контакта диска с образцом. Попытка записи температуры высокочастотным гальванометром (собственная частота 1000 Гц) дает трудно расшифровываемую запись.

Делались также попытки измерения температуры поверхности диска в зоне контакта. Для этого также использовалась полусинтетическая термопара, только в качестве одного из термоэлектродов брался не образец, а фрикционный диск 9 (рис. 10.3). Однако при таком измерении сразу возникают проблемы с токосъемом и получением стабильных результатов измерений.

Токосъем осуществлялся при помощи графитового электрода 8, который прижимался к центрному отверстию в шпинделе станка.

Таким образом, проведенные исследования показали, что измерение контактной температуры на образце и на диске практически очень сложная и часто трудноосуществимая задача. Поэтому более эффективным видится путь не измерение ее, а вычисление по аналитическому выражению с использованием экспериментального значения температуры вне зоны контакта.

### 10.2.2. МЕТОДИКА ИЗМЕРЕНИЯ ТЕМПЕРАТУРЫ ВНЕ ЗОНЫ КОНТАКТА

При имеющемся аналитическом описании температурного поля  $T(x, y, z)$  в заготовке с граничным условием интенсивности  $q$  теплового потока достаточно знать температуру в какой-либо точке, чтобы решить обратную задачу – по температуре этой точки найти  $q$ . Подставив это значение  $q$  в  $T(x, y, z)$  можно рассчитать все температурное поле в том числе и контактную температуру.

Для измерения температуры вне зоны контакта возможно применение различных методов. Наиболее приемлемыми очевидно будут методы измерения с использованием термоиндикаторов, так как искусственные термопары обладают все тем же недостатком – усреднять температуру в пределах размера спая.

В качестве термоиндикаторов нами первоначально использовались термокраски. Однако, термокраски не дают четкую границу перехода одного цвета в другой и поэтому погрешность определения координат изотерм велика.

Кроме термокрасок были опробованы в качестве термоиндикаторов тонкие пленки легкоплавких металлов олова и кадмия. Оказалось, что наиболее приемлемым термоиндикатором является тонкая (толщиной 1-2 мкм) пленка олова, гальванически осажденная на стенки образца для разрезки.

При прорезке канавки и при обработке поверхности трением в пластине, боковые поверхности которой покрыты оловом, образуется четкая граница между матовым и блестящим участками пленки как показано на рис. 10.4. Предполагалось, что блестящая пленка олова образуется из матовой после достижения оловом температуры плавления  $231,9^{\circ}\text{C}$ . Для подтверждения этого предположения были проведены специальные опыты.

К стальной пластине приваривался спай термопары. После

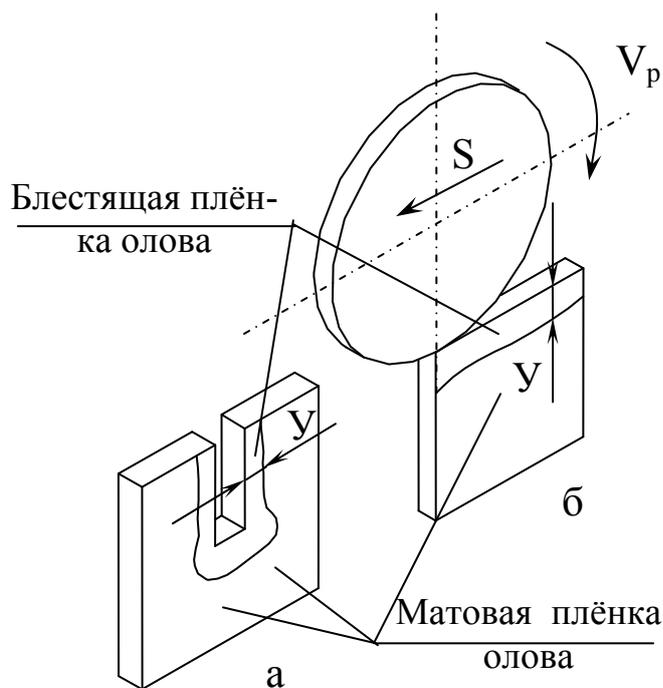


Рис.10.4. Образцы при исследовании обработки трением:  
 а - пластина после прорезки канавки;  
 б - пластина термофрикционно упрочнённая.

этого на пластину наносился гальванически слой олова. Такая пластина показана на рис. 10.5. Нагревая её горелкой, можно следить за тем как граница блестящей пленки олова приближается к термопаре. Когда она коснется термопары можно зафиксировать термоЭДС по микровольтметру.

На рис. 10.5 показана пластина с пленкой олова и термопарой в момент, когда граница раздела блестящей и матовой пленок коснулась термопары. Результаты измерений показали, что фиксируемая изотерма соответствует

температуре  $\approx 150^{\circ}\text{C}$ . Таким образом, температура  $150^{\circ}\text{C}$  ведет к рекристаллизации пленки олова, что сопровождается изменением ее цвета с матового на блестящий.

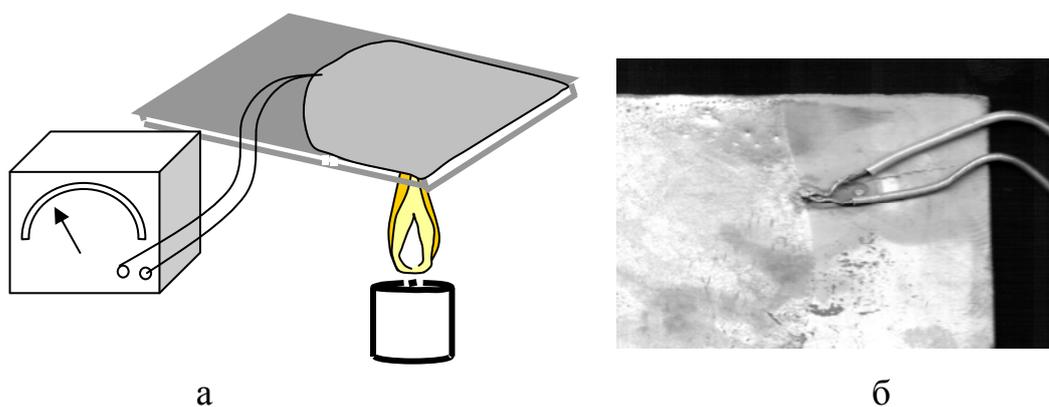


Рис. 10.5. Тарировка изотермы рекристаллизации плёнки олова.

Температура в  $150^{\circ}\text{C}$  обычно отстоит от зоны контакта при разрезке (рис. 10.4,а) и при упрочнении трением (рис. 10.4,б) на достаточно большом расстоянии  $Y$  от зоны контакта и это расстояние легко измеряется на инструментальном микроскопе. Разработанная методика измерения температуры вне зоны контакта в дальнейшем применялась при всех исследованиях процессов обработки трением.

### 10.3. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕМПЕРАТУРНЫХ ПОЛЕЙ ВО ВРАЩАЮЩЕЙСЯ ЗАГОТОВКЕ ПРИ ФРИКЦИОННОЙ РАЗРЕЗКЕ

#### 10.3.1. МОДЕЛИРОВАНИЕ С ПЛОСКИМ ИСТОЧНИКОМ ТЕПЛА

##### 10.3.1.1. ПОСТАНОВКА И РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ

Разрезка с вращением заготовки, рис 10.6,а, например трубы, существенно отличается от разрезки неподвижной заготовки рис. 10.6,б. Различие состоит в том, что при разрезке с вращением длина дуги контакта  $L$  определяется не размерами заготовки, что имеет место при разрезке неподвижной заготовки, а режимами разрезки  $S$ ,  $V_d$  и радиусом диска  $R$ . Управление дугой контакта - это управление временем пребывания точки периферии фрикционного диска в зоне контакта. Как в дальнейшем будет показано, это время - важнейший фактор нагрева диска, а значит и его стойкости.

Кроме этого, разрезка с вращением может выполняться очень

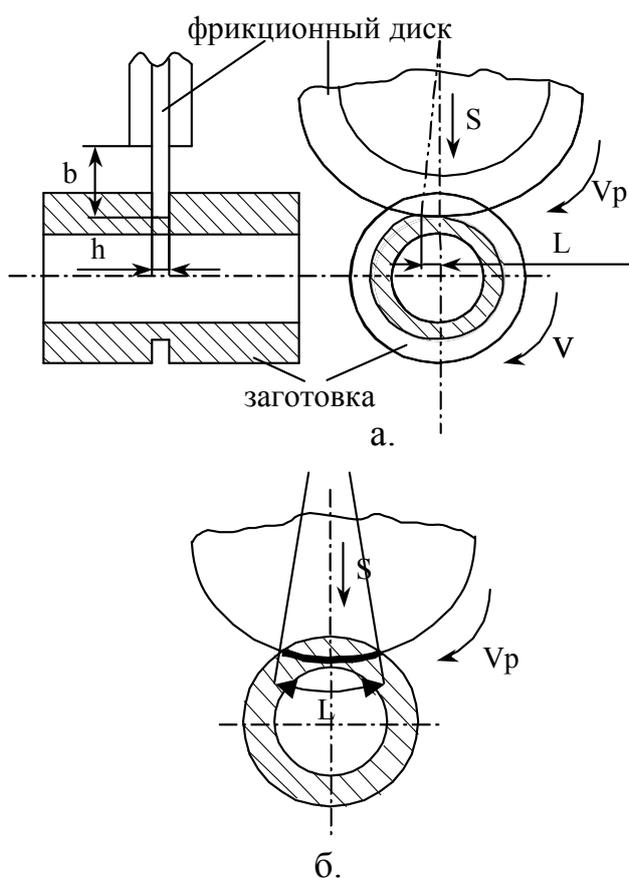


Рис.10.6. Схемы разрезки вращающейся (а) и неподвижной (б) заготовки.

тонким диском  $h = (0,5...1)$  мм, который обладает достаточной устойчивостью в связи с небольшим выступанием из крепежных фланцев (оно незначительно больше толщины стенки трубы). Развернув заготовку - круглую трубу, в пластину можно разрезку с вращением представить как прорезку канавки в пластине, что показано на рис 10.7. Такая схема резания становится кинематически подобной процессу плоского шлифования, глубоко исследованного в работах Сипайлова В.А. [147], Якимова А.В. [186] и др. Однако существенные отличия плоского шлифования от прорезки канавки, как показано на рис. 10.7, состоят в том, что, ин-

струмент – диск трения очень тонкий в сравнении со шлифовальным кругом и обрабатывается не поверхность детали (как в шлифовании), а диск работает на каком-то расстоянии  $C$  от поверхности детали. Эти особенности и определяют в основном отличие математической формулировки решаемой задачи от задачи при плоском шлифовании.

При описании температурного поля в детали при плоском шлифовании принимают зону контакта (источник тепла) как плоскую полосу шириной, равной проекции длины дуги контакта на направление подачи, и бесконечной в перпендикулярном к ней направлении, что значительно упрощает задачу, превращая ее в двухмерную. Такое допущение обосновывается Сипайловым В.А. на основе его работ и работ Карслоу К. и Егера Д.[51].

При фрикционной разрезке тонким диском (рис 10.6,а) его, безусловно, нельзя принимать бесконечным вдоль его оси. Поэтому зону контакта следует принимать в виде полосы ограниченной по ширине.

При теплофизическом описании плоского шлифования часто пренебрегают теплоотводом от поверхности детали в атмосферу, что при решении тепловой задачи методом источников, достигается удвоением интенсивности теплового источника. В случае фрикционной разрезки нельзя пренебрегать распространением тепла в направлении к поверхности детали от источника тепла.

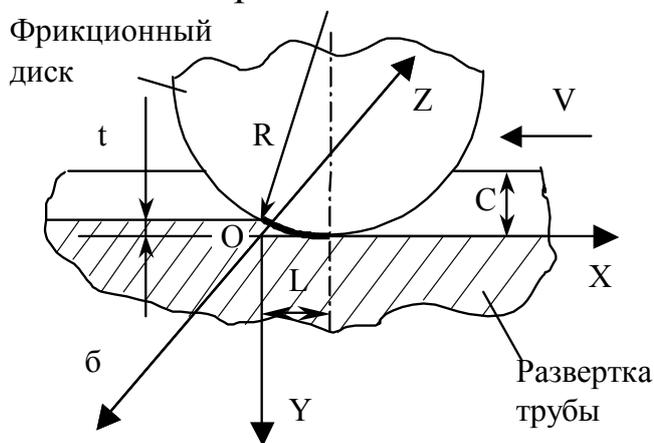


Рис.10.7. Схема прорезки канавки во вращающейся трубе.

Поэтому интенсивность источника удваивать не следует. Более того, необходимо для учета отсутствия теплоотвода от поверхности детали, помещать «отраженный» источник тепла, симметричный реальному относительно поверхности детали, при небольшом расстоянии  $C$  (рис.10.7).

При фрикционной разрезке возможно также, как и при шлифовании, плодотворным будет

применение понятия “быстродвижущегося” источника тепла, широко используемое Резниковым А.Н. [127] и Рыкалиным Н.Н. [133], решение задачи теплопроводности для которого значительно проще. Поэтому целесообразно иметь решения для быстродвижущегося и движущегося источников тепла и проанализировать их с целью определения возмож-

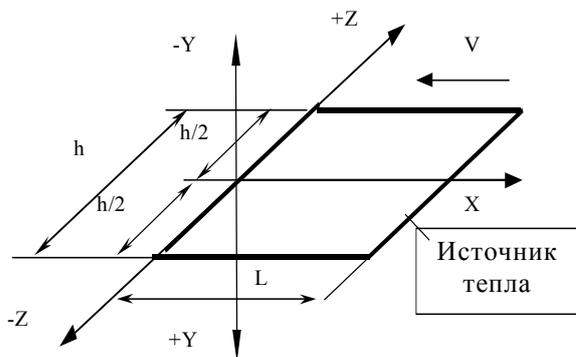


Рис.10.8. Источник тепла в движущейся системе координат.

ности применения решения для быстродвижущегося источника.

Рассмотрим решение задачи теплопроводности для быстродвижущегося источника тепла в сплошном пространстве. Источник тепла плоский (рис. 10.8) и расположен в плоскости  $XOZ$ . Вдоль оси  $X$  источник тепла имеет длину, равную проекции дуги контак-

та по оси  $X$  и располагается в пределах от  $0$  до  $L$ . В направлении оси  $Z$  размер источника тепла равен толщине фрикционного диска  $h$  и по оси  $Z$  он располагается в пределах  $\pm Zl$ .

Запишем сначала выражение для температурного поля от описанного плоского, но мгновенного источника тепла  $T_{nm}$ , используя фундаментальное решение задачи теплопроводности для точечного источника тепла с интегрированием его по оси  $X$  в пределах от  $0$  до  $L$ , а по оси  $Z$  – от  $-Zl$  до  $+Zl$

$$T_{nm} = q \int_0^L dx_u \int_{-z_1}^{z_1} \frac{dz_u}{\lambda \sqrt{a} (4\pi t)^{\frac{3}{2}}} \exp \left[ -\frac{(x_u - x)^2 + y^2 + (z_u - z)^2}{4at} \right], \quad (10.1)$$

где  $X_u, Z_u$  – координаты точек по осям  $X$  и  $Z$  в пределах границ источника тепла;  $q$  – интенсивность теплового источника;  $a$  – коэффициент температуропроводности;  $\lambda$  – коэффициент теплопроводности.

Для перехода к быстродвижущемуся источнику тепла, т.е. для перехода к непрерывно действующему в течение времени  $t$  и расположенному в пределах  $\pm\infty$  вдоль оси  $X$ , нужно  $t$  заменить на  $(\tau - t)$ , где  $\tau$  – время наблюдения за температурным полем, и проинтегрировать выражение (10.1) по  $t$  в пределах от  $0$  до времени  $\tau_1$  действия источника. Выполнив это, получаем:

$$T_{пл.б.ог.} = q \int_0^{\tau_1} dt \int_{-\infty}^{+\infty} dx_u \int_{-z_1}^{+z_1} \frac{dz_u}{\lambda \sqrt{a} 4\pi (\tau - t)^{\frac{3}{2}}} \times \exp \left[ -\frac{(x_u + x)^2 + y^2 + (z_u - z)^2}{4a(\tau - t)} \right]. \quad (10.2)$$

Известно, что

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left[-\frac{(x_u - x)^2}{4a(\tau - t)}\right] dx_u = \sqrt{4a\pi(\tau - t)}. \quad (10.3)$$

Подставив (10.3) в (10.2) получаем

$$T_{\text{нл.б.ог.}} = \frac{q}{4\lambda\pi} \int_0^{\tau_1} \frac{dt}{(\tau - t)} \exp\left[-\frac{y^2}{4a(\tau - t)}\right] \int_{-z_1}^{+z_1} \exp\left[-\frac{(z_u - z)^2}{4a(\tau - t)}\right] dz_u. \quad (10.4)$$

Рассмотрим решение интеграла по  $z_u$ , для чего вводим новую переменную

$$u^2 = \frac{(z_u - z)^2}{4a(\tau - t)}. \quad (10.5)$$

Продифференцировав (10.5), получим

$$dz_u = \frac{4a(\tau - t)u du}{z_u - z}. \quad (10.6)$$

Найдя  $(z_u - z)$  из (10.5)  $z_u - z = u\sqrt{4a(\tau - t)}$  и подставив его в (10.6), получим

$$dz_u = \sqrt{4a(\tau - t)} du. \quad (10.7)$$

Найдем пределы интегрирования:

- нижний предел  $u_1 / z_u = -z_1 = -\frac{z_1 + z}{\sqrt{4a(\tau - t)}}$ ;

- верхний предел  $u_2 / z_u = z_1 = \frac{z_1 - z}{\sqrt{4a(\tau - t)}}$ .

Таким образом

$$\begin{aligned} \int_{-z_1}^{+z_1} \exp\left[-\frac{(z_u - z)^2}{4a(\tau - t)}\right] dz_u &= \sqrt{4a(\tau - t)} \int_{u_1}^{u_2} \exp[-u^2] du = \\ &= \sqrt{4a(\tau - t)} \left[ \int_0^{u_2} \exp(-u^2) du - \int_0^{u_1} \exp(-u^2) du \right] = \\ &= \sqrt{4a(\tau - t)} \frac{\sqrt{\pi}}{2} \left[ \operatorname{erf}\left(\frac{z + z_1}{\sqrt{4a(\tau - t)}}\right) - \operatorname{erf}\left(\frac{z - z_1}{\sqrt{4a(\tau - t)}}\right) \right]. \end{aligned} \quad (10.8)$$

Подставив (10.8) в (10.4) получим

$$T_{\text{нл.б.ог.}} = \frac{q\sqrt{a}}{4\lambda\sqrt{\pi}} \int_0^{\tau_1} \frac{\exp\left[-\frac{y^2}{4a(\tau - t)}\right]}{\sqrt{\tau - t}} \left[ \operatorname{erf}\left(\frac{z + z_1}{\sqrt{4a(\tau - t)}}\right) - \operatorname{erf}\left(\frac{z - z_1}{\sqrt{4a(\tau - t)}}\right) \right] dt, \quad (10.9)$$

где  $\tau_1$  – время действия источника тепла;  $\tau$  - время наблюдения за температурным полем.

Итак, получена формула расчета температурного поля в детали при разрезке при следующем упрощении задачи: а) источник тепла плоский, прямоугольный, б) источник тепла быстро движущийся.

В случае движущегося источника тепла вся математическая постановка задачи подобна задаче для быстро движущегося источника, но имеет свои существенные отличия. Поскольку учитывается движение источника со скоростью  $V$  вдоль оси  $X$  в отрицательном ее направлении, то координата точки пространства вдоль оси  $X$  от какой-то точки в источнике тепла в движущейся системе координат вместе с источником тепла будет со временем меняться и вместо  $(X_u - X)$  в (10.2) нужно записать [127]  $(X_u - X) + V(\tau - t)$ . Кроме этого, интегрирование по  $X_u$  нужно производить не в пределах  $\pm\infty$ , а в пределах от  $0$  до  $L$  – размера источника вдоль оси  $X$ . Если выполнить указанные изменения в (10.2) и произвести, по аналогии с выполненным выше, интегрирование по  $Z_u$ , то получим следующее решение:

$$T_{n.d.} = \frac{q}{8\lambda\pi} \int_0^L \int_0^{\tau_1} \frac{\exp\left[-\frac{[(x_u - x) + V(\tau - t)]^2 + y^2}{4a(\tau - t)}\right]}{\tau - t} \times \\ \times \left[ \operatorname{erf}\left(\frac{z_u + z_1}{\sqrt{4a \cdot (\tau - t)}}\right) - \operatorname{erf}\left(\frac{z_u - z_1}{\sqrt{4a \cdot (\tau - t)}}\right) \right] dt dx_u. \quad (10.10)$$

Интегралы в выражениях (10.9), (10.10) требуют численного решения, что обычно не представляет трудности при использовании апробированными математическими пакетами прикладных программ, например «MathCAD». Однако при этом нужно учесть, что подынтегральные функции в выражениях (10.9), (10.19) имеют особую точку при  $t = \tau$ . В этом случае они превращаются в бесконечность. Чтобы устранить это препятствие при интегрировании нужно верхний предел интегрирования по  $t$ , т. е.  $\tau_1$  брать меньше  $\tau$  на очень малую величину  $\Delta$ , т.е.  $\tau - \Delta$ .

Для выражения (10.9) верхний предел интегрирования по времени зависит от времени наблюдения  $\tau$  за температурным полем. Если нас интересует температурное поле в момент времени  $\tau_1 \leq L/V$ , то время действия источника будет равно  $\tau$ , а если больше то -  $\tau_1$ .

Учитывая вышеуказанное, выражение (10.9), для численного его решения в пакете «MathCAD», будет следующим:

$$T_{нл.б.} = \frac{q\sqrt{a}}{4\lambda\sqrt{\pi}} \int_0^{if(\tau \leq \tau_1, \tau - \Delta, \tau_1)} \frac{\exp \frac{-y^2}{4a(\tau-t)}}{\sqrt{\tau-t}} \times$$

$$\times \left\{ \operatorname{erf} \left[ \frac{z+z_1}{\sqrt{4a(\tau-t)}} \right] - \operatorname{erf} \left[ \frac{z-z_1}{\sqrt{4a(\tau-t)}} \right] \right\} dt \quad (10.11)$$

Выражение (10.10) соответственно будет следующим:

$$T_{нл.д} = \frac{q}{8\lambda\pi} \int_0^{L} \int_0^{\tau-\Delta} \frac{\exp \left[ -\frac{[(x_u - x) + v(\tau-t)]^2 + y^2}{4a(\tau-t)} \right]}{\tau-t} \times$$

$$\times \left\{ \operatorname{erf} \left[ \frac{z+z_1}{\sqrt{4a(\tau-t)}} \right] - \operatorname{erf} \left[ \frac{z-z_1}{\sqrt{4a(\tau-t)}} \right] \right\} dt dx_u \quad (10.12)$$

В полученных выражениях (10.11), (10.12) принято, что интенсивность теплового потока  $q$  распределена равномерно по поверхности источника тепла. Такое допущение широко используется в работах по теплофизике шлифования [147, 186] и обосновывается тем, что заметной разницей в температуре нагрева при других распределениях  $q$  и при одинаковом количестве тепла, вносимого в деталь, нет [147].

В тоже время нами в подразделе 10.5.1 сделана попытка теоретического косвенного обоснования характера распределения интенсивности теплового потока в зоне контакта при обработке трением по характеру распределения толщины среза микронеровностями диска в зоне контакта. Установлено, что толщина среза при резании с большой глубиной, что характерно для разрезки, изменяется по закону близкому к треугольнику с максимумом на переднем фронте и нулём на заднем фронте источника тепла. Поэтому предлагается, как более обоснованный, характер распределения  $q$  по треугольнику с максимумом на переднем фронте зоны контакта. Также в работе [142] показано, что в непосредственной близости к источнику тепла по оси  $Y$  имеется заметная разница в максимальной температуре при равномерном распределении  $q$  и при распределении его по треугольнику. Поэтому следует иметь выражения для описания температурного поля от быстродвижущегося и движущегося источников тепла с распределением интенсивности его еще и по треугольнику с максимумом на переднем фронте.

Выражения эти будут, отличаться от (10.11), (10.12) тем, что вме-

сто  $q$  надо поставить  $2q\left(1 - \frac{t-v}{L}\right)$  [142].

В результате такой подстановки получим

$$T_{нл.б.} = \frac{q\sqrt{a}}{2\lambda\sqrt{\pi}} \int_0^{if(\tau \leq \tau_1, \tau - \Delta, \tau_1)} \left(1 - \frac{tv}{L}\right) \frac{\exp\left\{-\frac{y^2}{4a(\tau-t)}\right\}}{\sqrt{\tau-t}} \times \\ \times \left\{ \operatorname{erf}\left[\frac{z+z_1}{\sqrt{4a(\tau-t)}}\right] - \operatorname{erf}\left[\frac{z-z_1}{\sqrt{4a(\tau-t)}}\right] \right\} dt, \quad (10.13)$$

$$T_{нл.д.} = \frac{q}{4\pi\lambda} \int_0^{L\tau-\Delta} \int_0^{\tau-\Delta} \left(1 - \frac{t \cdot v}{L}\right) \frac{\exp\left\{-\frac{[(x_u - x) + v(\tau-t)]^2 + y^2}{4a(\tau-t)}\right\}}{\tau-t} \times \\ \times \left\{ \operatorname{erf}\left[\frac{z+z_1}{\sqrt{4a(\tau-t)}}\right] - \operatorname{erf}\left[\frac{z-z_1}{\sqrt{4a(\tau-t)}}\right] \right\} dt dx_u \quad (10.14)$$

### 10.3.1.2. АНАЛИЗ РЕШЕНИЯ. ВЛИЯНИЕ ВРЕМЕНИ НАБЛЮДЕНИЯ НА ТЕМПЕРАТУРНОЕ ПОЛЕ ДЕТАЛИ

Важным вопросом при анализе температурного поля при движении источника тепла является выбор времени наблюдения  $\tau$  за температурным полем. При выборе  $\tau$  необходимо знать время стабилизации температурного поля. В общем случае оно стремится к бесконечности. Однако для численного решения (10.12), (10.14) оно не может быть бесконечным и для использования на практике оно конечно и невелико. Предположение о небольшой величине времени стабилизации основано на исследовании его при резке неподвижной заготовки [140]. Кроме этого, такое предположение основано еще и на том, что нас в основном интересует нагрев заготовки на небольшую глубину порядка глубины резания, т.к. именно прогрев металла на эту глубину определяет сопротивление пластической деформации металла при его удалении в виде стружки. Другим фактором, влияющим на выбор времени наблюдения, является то, что нас не очень интересует, как протекает процесс во время охлаждения детали после прохождения источника тепла.

Для подтверждения приведенных рассуждений и для количественной оценки времени стабилизации выполнены расчеты темпера-

турных полей по (10.12) для различных значений времени наблюдения  $\tau = 0,266\text{с}; 0,41\text{с}; 0,666\text{с}; 2\text{с}$  при следующих постоянных для резки режимов и прочих условий:  $v = 3\text{см/с}$ ,  $z_1 = 0,05\text{см}$ ,  $z = 0$ ,  $L = 0,8\text{см}$ ,  $a = 0,08\text{см}^2/\text{с}$ ,  $\lambda = 0,0095 \text{ кал/см} \cdot \text{с} \cdot \text{гр}$ . Интенсивность теплового потока принята равной единице, т.к. значение ее не влияет на сравнительный анализ полученных температурных полей. Результаты расчета приведены на рис 10.9.

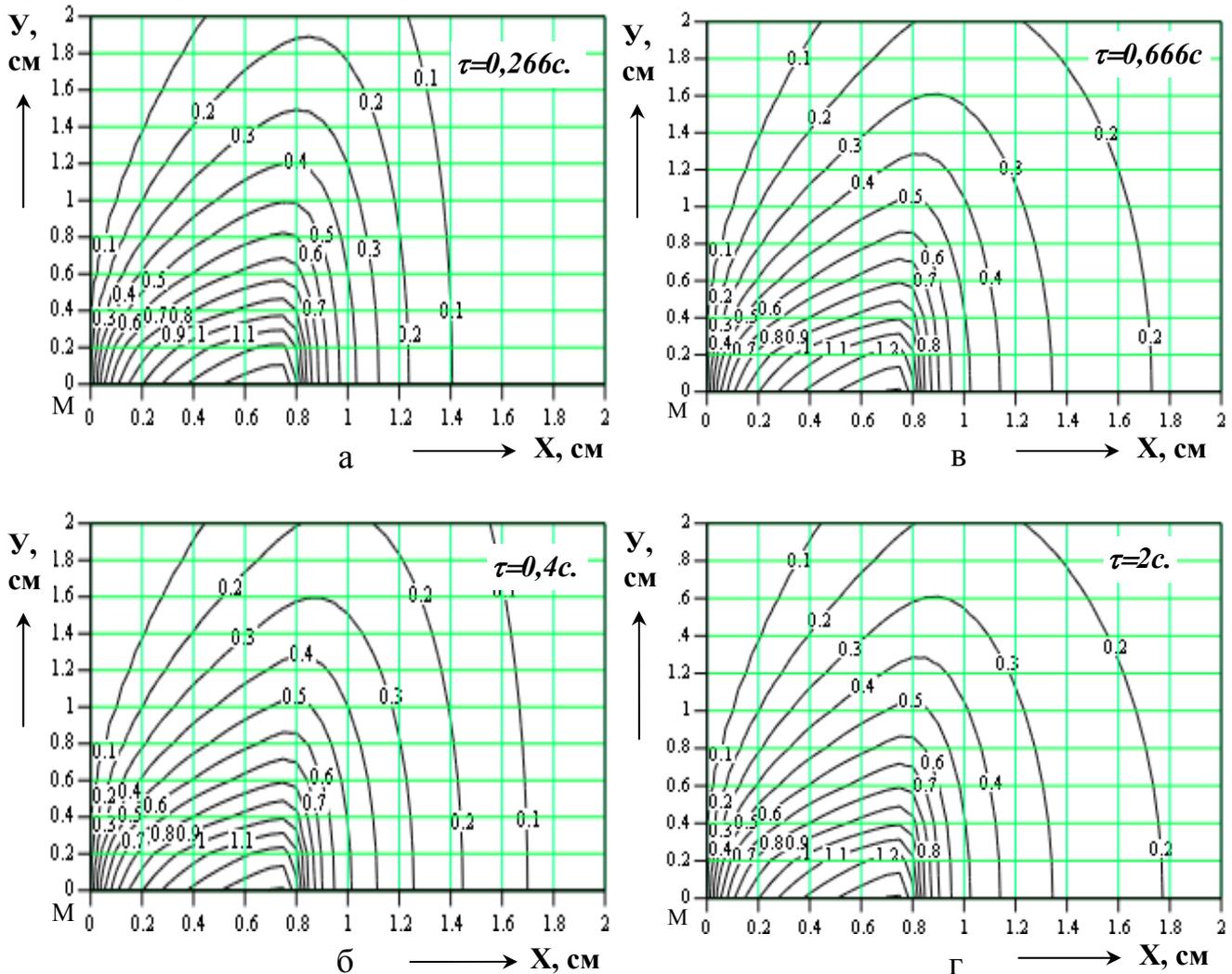


Рис. 10.9. Влияние времени наблюдения  $\tau$  на температурное поле в детали.

Сравнение температурных полей для  $T = 0,41\text{с}$ ,  $\tau = 0,666\text{с}$  и  $\tau = 2\text{с}$  показывает, что они практически не отличаются друг от друга в пределах координат  $x = 1,2\text{см}$  и  $y = 0,12$ . Если же уменьшить время наблюдения  $\tau$  до  $0,266\text{с}$ , т.е. принять его равным времени перемещения теплового источника на его длину  $L/v = 0,8/3 = 0,266\text{с}$ , то, как видно из рисунка 10.9,а, температурное поле уже начинает отличаться от полей на рис. 10.9,б, в, г. Исчезает изотерма, равная 1,4, уменьшается максимальное удаление изотерм 0,2, 0,3, 0,4 от источника тепла по

оси  $Y$ . Хотя эти отличия не велики, однако они заметны и поэтому можно считать, что время стабилизации температурного поля больше  $0,266\text{с}$  и его можно принять равным  $0,4\text{с}$  для описанных условий.

Сравнение температурных полей в зависимости от времени наблюдения за полем еще более наглядно при наложении их одно на другое. Такое сравнение можно производить с варьированием времени наблюдения  $\tau$  от  $L/V$  с шагом, например,  $0,25 L/V$  для разных скоростей движения источника  $V$  и для различного расстояния от источника, т.е. для различных значений координаты  $Y$ .

На рис. 10.10, как пример, приведена распечатка расчета изменения температур по оси  $X$  для различных моментов наблюдения. Для параметров:  $a:=0.08$   $\lambda:=0.095$   $L:=0.8$   $v:=1$   $z_1:=0.05$   $z:=0$   $i:=0..20$   $x_i:=0+i0.1$   $j:=0..3$

$$\tau_j := \frac{L}{V} + 0.25 \frac{L}{V} j \quad y:=0.1$$

$$T(x, \tau) := \frac{1}{4\pi\lambda} \cdot \int_0^L \int_0^{\tau-0.001} e^{-\frac{[(xu-x)+v(\tau-t)]^2 - y^2}{4a(\tau-t)}} \frac{1}{\tau-t} \left(1 - \frac{xu}{L}\right) \cdot \left[ \operatorname{erf}\left[\frac{z+z_1}{\sqrt{4a(\tau-t)}}\right] - \operatorname{erf}\left[\frac{z-z_1}{\sqrt{4a(\tau-t)}}\right] \right] dt dx u$$

$$M_{i,j} := T(x_i, \tau_j)$$

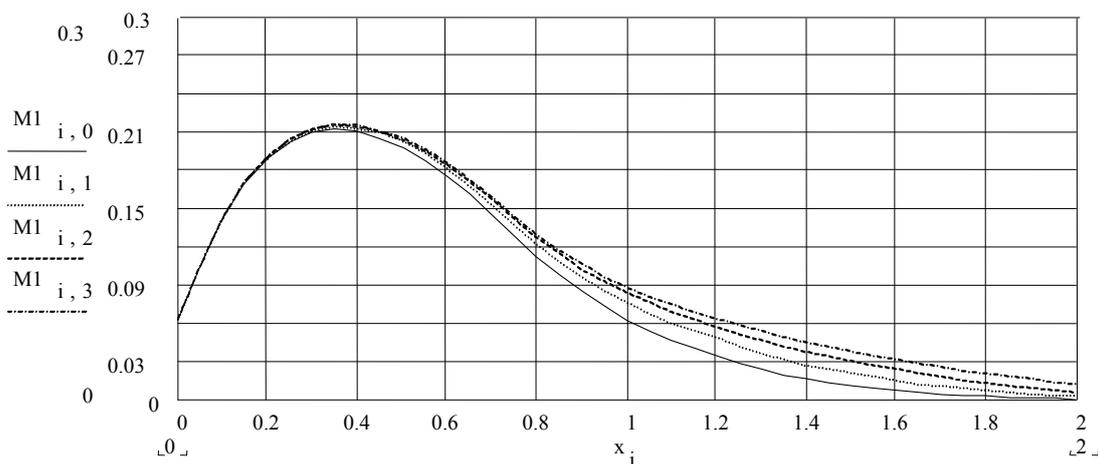


Рис.10.10. Изменение температуры по координате  $X$  при различном времени  $\tau$  наблюдения.

денного примера скорость источника  $V = 1\text{см/с}$ ,  $y = 0,1\text{ см}$  и распределение интенсивности теплового потока  $q$  по треугольнику.

Графики изменения температуры для  $4^x$  значений  $\tau = L/V$ ,  $1,25L/V$ ,  $1,5L/V$ ,  $1,75L/V$  близки друг к другу и особенно графики с

$\tau = 1,5 L/V$  и  $\tau = 1,75 L/V$ . Т.е. можно сказать, что стабилизация температуры на глубине  $y = 0,1$  см при  $V=1$  см/с наступает после времени  $\tau = 1,5 L/V$ .

Для других скоростей движения источника такой вывод также подтверждается. При этом надо также иметь в виду, что режим остывания заготовки после прохождения нас не очень интересует.

### 10.3.1.3. СРАВНЕНИЕ ТЕМПЕРАТУРНЫХ ПОЛЕЙ ПРИ ДВИЖУЩЕМСЯ И БЫСТРОДВИЖУЩЕМСЯ ИСТОЧНИКАХ ТЕПЛА

Для сравнения формул (10.11) и (10.12) выполним расчет для следующих общих условий:  $q=1$  кал/см<sup>2</sup> · с,  $a=0,08$  см/с,  $\lambda=0,095$  кал/см<sup>2</sup> · с · град,  $L=0,8$  см,  $z=0$ ,  $z_1=0,05$  см и разных значений скорости  $V$  движения источника тепла: 3 см/с, 2 см/с и 1 см/с. Такие условия соответствуют следующим значениям критерия Пекле

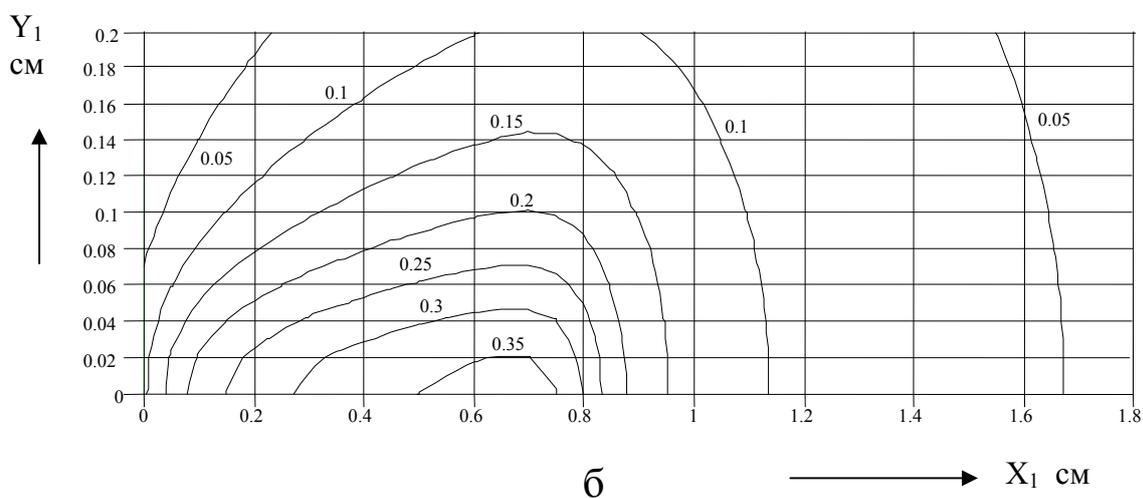
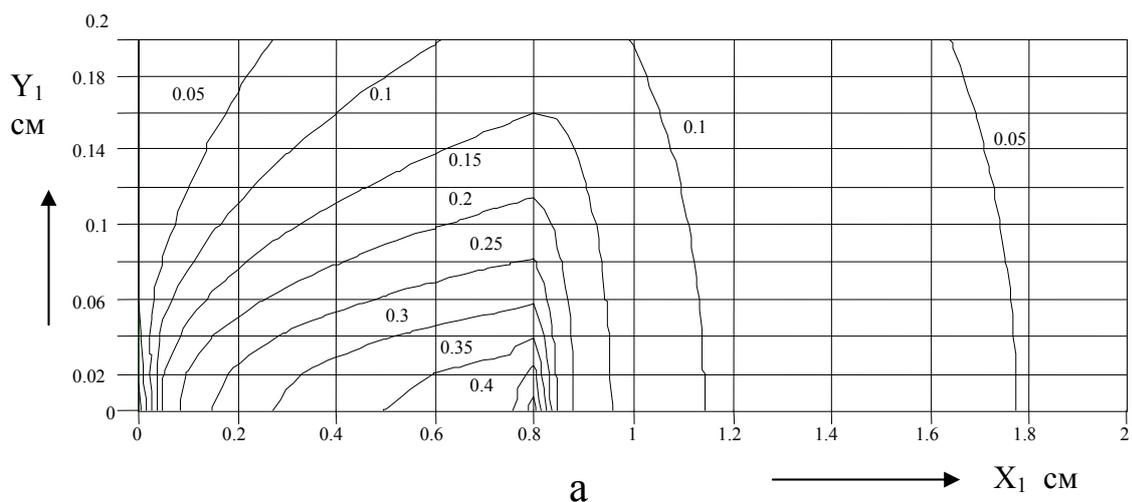


Рис.10.11. а) источник тепла быстродвижущийся ( $Pe=10$ ); б) источник тепла движущийся ( $V=1$  см/с).

$$\left( Pe = \frac{VL}{a} \right): 30, 20 \text{ и } 10.$$

На рис. 10.11 приведены температурные поля для быстродвижущегося и движущегося источников при  $Pe=10$ . Из сравнения этих полей видно, что они сильно отличаются друг от друга. При движущемся источнике тепла с небольшой скоростью 1 см/с (рис. 10.11,б) тепло интенсивно распространяется перед и после источника, не сосредотачиваясь под ним, как это видно для быстродвижущегося источника (рис. 10.11,а).

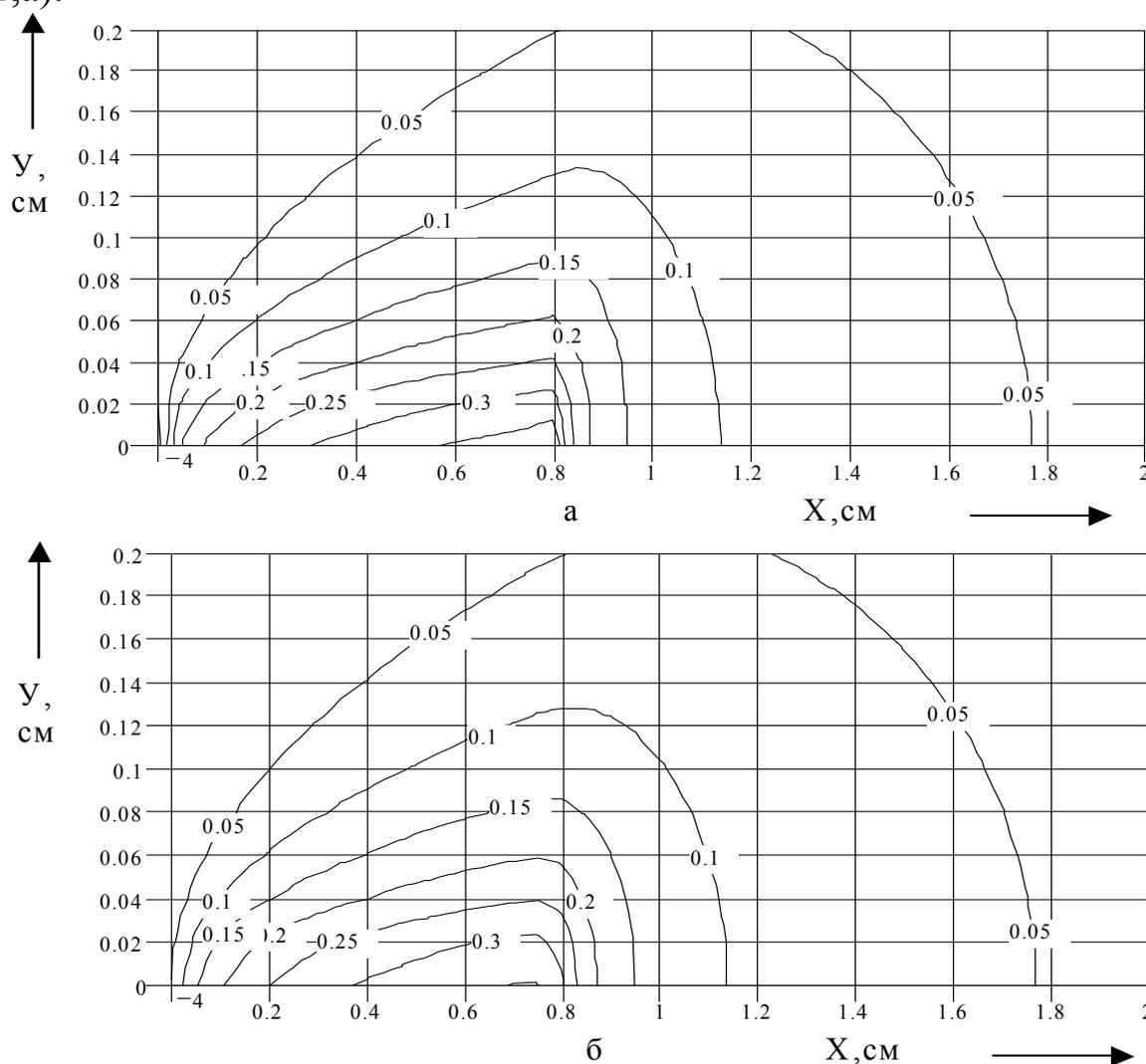


Рис.10.12. Источник тепла быстродвижущийся ( $Pe=30$ ), (а) и источник тепла движущийся ( $V=3\text{см/с}$ ), (б).

Поэтому температуры под источником (в пределах  $x = (0 \dots 0,8)$ ) сильно отличаются для сравниваемых полей. Так, максимальная температура для движущегося источника тепла достигает значения  $\approx 0,39$ , а для быстродвижущегося она равна  $\approx 0,47$ , т.е. разница составляет 0,08. Таким образом, ошибка составляет  $(0,08/0,39) \cdot 100\% = 20\%$ . Если предположить, что реальная температура будет, например  $1000^\circ\text{C}$ , то

абсолютная погрешность будет  $\approx 200^{\circ}\text{C}$ .

Еще большая ошибка имеет место при определении глубины распространения тепла. Так изотерма для температуры 0,35 для движущегося источника тепла достигает глубины  $y=0,02\text{см}$ , а для быстродвижущегося источника та же изотерма достигла  $y=0,04\text{см}$  т.е. в два раза больше. Резников А.Н. [127] указывает, что для  $Pe > 10$  погрешность не превышает 8%. Сравнение наших расчетов для  $Pe=10$  не подтверждает эту оценку. Такая погрешность в наших расчетах достигается при  $Pe=30$ , что видно из рис. 10.12.

Сравнивая температурные поля от движущегося и быстродвижущегося источника тепла, следует обратить внимание и на их качественные различия. Температура для быстродвижущихся источников (рис. 10.11,а, 10.12,а) резко падает после выхода поверхности детали из под источника ( $x=0,8\text{см}$ ) в то время как для движущегося источника (рис. 10.11,б, 10.12,б) охлаждение идет медленнее, что естественно ближе к реальным условиям.

Кроме этого, движущийся источник тепла позволяет оценить температуру впереди источника, что в ряде случаев является важным фактором при оценке процесса реззки.

#### 10.3.1.4. ВЛИЯНИЕ ШИРИНЫ ТЕПЛООВОГО ИСТОЧНИКА НА ТЕМПЕРАТУРНОЕ ПОЛЕ

Одной из важнейших особенностей реззки круглой заготовки с вращением ее являются, как было отмечено ранее, малые размеры источника тепла по ширине, т.е. по координате  $Z$ . В формулах (10.11, 10.12)  $z_1$  - полуширина источника и она равна половине толщины диска  $h/2$  (рис. 10.6).

Поскольку реззка с вращением ведется тонким диском ( $h < 1$  мм), то представляет определенный научный и практический интерес выявить влияние  $z_1 = h/2$  на температурное поле в детали.

Для этого выполним расчет по (10.12) зависимости температуры по координате  $X$  при следующих постоянных условиях:  $q=1$  кал/см<sup>2</sup>·с,  $\lambda=0,095$  кал/см·с·град,  $L=0,8$  см,  $v=3$  см/с,  $\tau=0,4$  с,  $y=0$ .

Кроме координаты  $X$ , изменяемой при расчете дискретно, также дискретно изменялось и значение  $z_1$ , а координата  $Z$  бралась в долях  $z_1$ . При таком расчете появляется возможность вывода на график за-

висимости температуры от полуширины источника  $z_1$  для координаты  $z$ , равной какой-то доли  $z_1$ .

Выполнение таких расчетов позволило обобщить исследования в виде графиков, приведенных на рис. 10.13. На этом рисунке ось  $z$  представлена в долях  $z_1$ , а по оси ординат отложена температура. Каждый из графиков на рис. 10.13 соответствует какой-то полуширине источника  $z_1$ .

На основании рис. 10.13 прежде всего следует отметить, что с увеличением ширины источника температура детали в зоне контакта заметно растет. Этому есть очевидное объяснение. Когда источник узкий, теплота от него интенсивно «растекается» не только в глубь детали, но и в стороны, в то время как при широком источнике теплота в стороны идет тепло в основном только на участках источника, близко прилегающих к его краям по ширине. Тепло в середине источника ( $z=0$ ) устремляется в основном в глубь детали, т.е. по координате  $Y$  и, естественно, сильнее нагревает деталь.

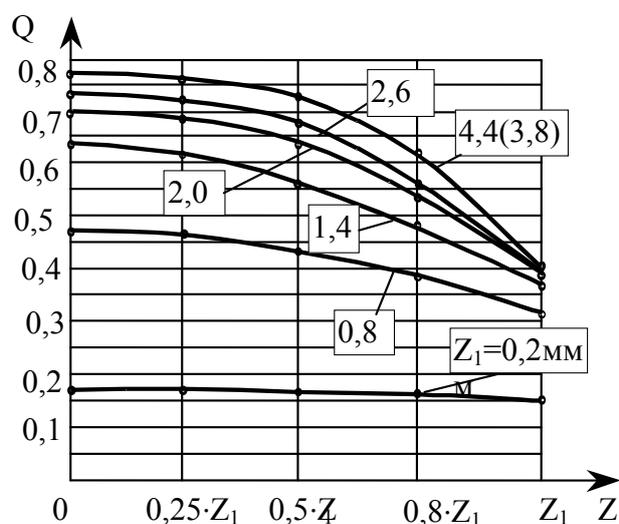


Рис.10.13. Влияние полуширины источника на максимальную температуру в источнике.

Таким образом, если считать, что при разрезке как тонким, так и толстым диском удельная работа трения, т.е. приходящаяся на единицу площади контакта, будет одинакова, то прогрев металла, удаляемого диском, будет больше, если диск толще. Это как бы говорит в пользу применения толстых дисков. Однако, применяя более толстые диски, мы затрачиваем большую общую энергию, диск хуже охлаждается и, поэтому преимущество толстого диска, отмеченное выше, значительно ослабляется.

Для толстых дисков (для большой ширины источника тепла) температура в детали сильно меняется по ширине источника, в то время как для тонкого диска  $z_1=0,02$  см она практически не зависит от координаты  $z$  в пределах  $\pm z_1$ . Такой диск равномерно прогревает деталь по всей ширине источника.

### 10.3.1.5. ВЛИЯНИЕ РАССТОЯНИЯ ОТ ПОВЕРХНОСТИ РАЗРЕЗАЕМОЙ ДЕТАЛИ ДО ИСТОЧНИКА ТЕПЛА НА ТЕМПЕРАТУРНОЕ ПОЛЕ

Выше было отмечено, что в отличие от шлифования источник тепла при фрикционной разрезке перемещается на каком-то расстоянии  $C$  (рис.10.7) от поверхности детали. Известно, что теплоотдача от этой поверхности конвективным теплообменом воздухом значительно менее интенсивна, чем теплопроводностью и поэтому ею часто пренебрегают. Чтобы при расчете создать условия отсутствия теплоотдачи от поверхности детали в окружающую среду, нужно поместить дополнительный источник тепла, такой же, как и реальный, симметричный реальному относительно поверхности детали. Температурное поле в детали будет суперпозицией полей от двух источников.

Температурное поле от реального источника тепла описывается выражением (10.12). Температурное поле  $T_2$  от фиктивного, “отраженного” источника тепла также описывается выражением (10.12), но с подстановкой вместо координаты  $Y$ , координаты  $(y - 2h)$ , где  $h$  – расстояние реального источника тепла от поверхности детали. Температурное поле в детали  $T = T_1 + T_2$ .

Обычно исследователя, прежде всего, интересует задача установить с какого расстояния  $h$  до поверхности детали можно не учиты-

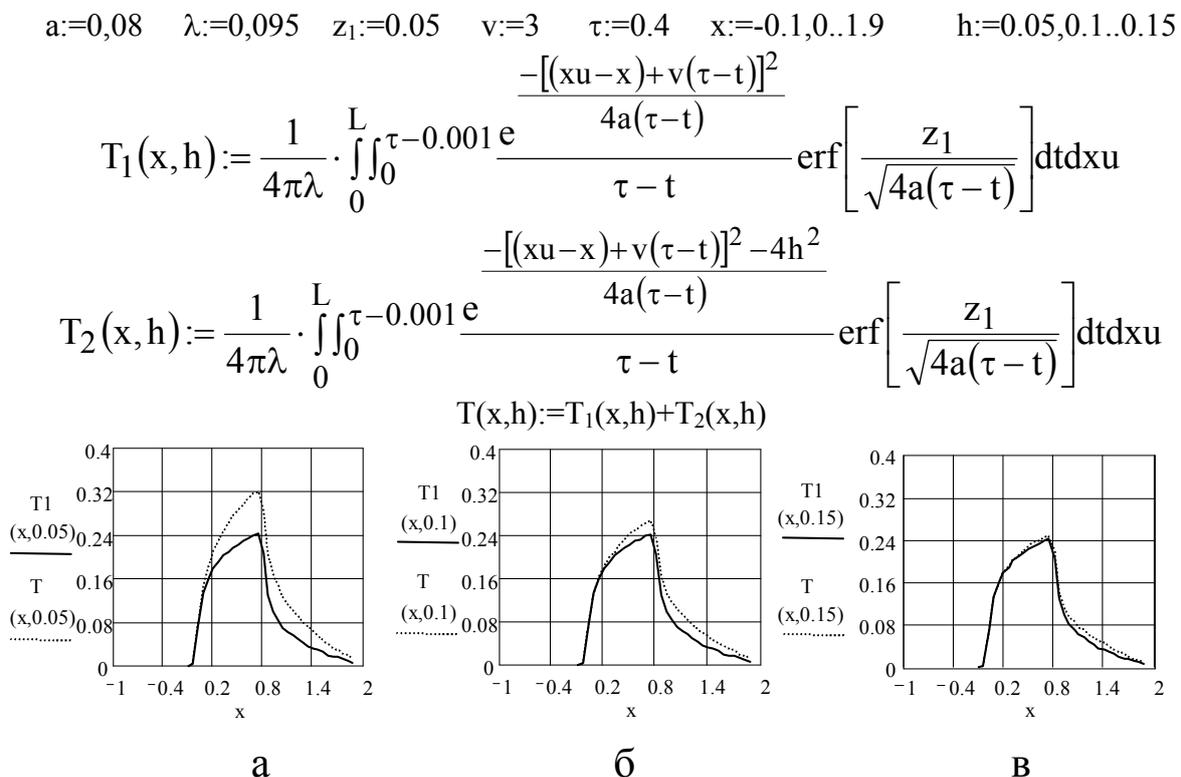


Рис.10.14. Влияние расстояния  $h$  источника тепла от поверхности разрезаемой детали на температуру в источнике.

вать адиабатичность её. Ответ на этот вопрос можно получить варьированием  $h$  и сравнением температурных полей.

На рис.10.14 приведена распечатка расчета в пакете «MathCAD» зависимостей температуры в источнике тепла от координаты  $X$  при варьировании величиной  $h=0,05\text{см}; 0,1\text{см}; 0,15\text{см}$ . На рис.10.14,а, б, в приведены графики  $T_1$  и  $T$ , из которых видно, что для  $y=0$  при небольшом удалении источника от поверхности детали (рис.10.14, а, б) различие в  $T_1$  и  $T$  значительное, а при удалении от поверхности детали  $h=0,15\text{см}$  его практически нет. Это значит, что температура в источнике тепла может быть рассчитана, без учета адиабатичности поверхности детали при удалении источника на расстояние от поверхности  $h > 0,15\text{см}$ .

### 10.3.2. МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕМПЕРАТУРНЫХ ПОЛЕЙ С НАКЛОННЫМ ИСТОЧНИКОМ ТЕПЛА

#### 10.3.2.1. ПОСТАНОВКА И РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ

Выше получены формулы для расчета температурного поля в разрезаемой детали для плоского прямоугольного источника тепла. Такая форма источника тепла широко применяется при исследовании теплофизики шлифования и обосновывается тем, что глубина шлифования не велика и дуга контакта мало отличается от ее проекции на направлении движения источника.

При фрикционной разрезке глубина резания больше, чем при шлифовании и, принимая источник тепла плоским, т.е. прямоугольником, являющимся проекцией реального источника тепла на поверхность полупространства, на которой лежит вектор скорости движения источника, мы, очевидно, допускаем большую погрешность, чем при шлифовании. Поэтому возникает задача дальнейшего совершенствования математической модели теплофизики фрикционной разрезки переходом от плоского источника тепла к форме его более близкой к реальной. Если обратиться к рис. 10.7, то видно, что реальная форма поверхности контакта, которая и является источником тепла, представляет собой цилиндрическую поверхность. Если глубина резания  $h$  достаточно велика, то более близкой поверхностью к цилиндрической, чем проекция на плоскость  $X_1O_1Z_1$ , будет плоскость, след которой на плоскости  $XOY$  представляет собой хорду, стягивающую дугу контакта. Таким образом, получается плоский наклонный источник тепла к направлению его перемещения. Пока-



Ранее показано, что

$$\int_{-z_1}^{+z} \exp\left[\frac{-(z-z_u)^2}{4a(\tau-t)}\right] dz_u = \sqrt{\pi a(\tau-t)} \left\{ \operatorname{erf}\left[\frac{z+z_1}{\sqrt{4a(\tau-t)}}\right] - \operatorname{erf}\left[\frac{z-z_1}{\sqrt{4a(\tau-t)}}\right] \right\}. \quad (10.16)$$

Преобразуем экспоненту в (10.16)

$$\begin{aligned} & \exp\left\{-\frac{[(x-x_u)+v(\tau-t)\cos\alpha]^2 + [y+v(\tau-t)\sin\alpha]^2}{4a(\tau-t)}\right\} = \\ & = \exp\left\{-\frac{v}{2a}[(x-x_u)\cos\alpha + y\sin\alpha]\right\} \exp\left\{-\frac{(x-x_u)^2 + v^2(\tau-t)^2 + y^2}{4a(\tau-t)}\right\} = \\ & = \exp\left[-\frac{v \cdot y \cdot \sin\alpha}{2a}\right] \exp\left[-\frac{v(x-x_u)\cos\alpha}{2a}\right]. \quad (10.17) \end{aligned}$$

Подставив (10.17) и (10.18) в (10.16), получим

$$\begin{aligned} T_{n.d.n.} &= \frac{q}{8\pi\lambda} \exp\left[-\frac{x \cdot y \cdot \sin\alpha}{2a}\right] \cdot \int_0^L \exp\left[-\frac{v(x-x_u)\cos\alpha}{2a}\right] \times \\ & \times \int_0^\tau \frac{1}{\tau-t} \exp\left\{-\frac{(x-x_u)^2 + v^2(\tau-t)^2 + y^2}{4a(\tau-t)}\right\} \times \\ & \times \left\{ \operatorname{erf}\left[\frac{z+z_1}{\sqrt{4a(\tau-t)}}\right] - \operatorname{erf}\left[\frac{z-z_1}{\sqrt{4a(\tau-t)}}\right] \right\} dt dx_u. \quad (10.18) \end{aligned}$$

Выражение (10.18) справедливо при равномерной интенсивности теплового потока  $q$ . Если принять распределение теплового потока по треугольнику с максимумом на переднем фронте его, то, при равенстве тепла, выделяемого в источниках с равномерным распределением и с распределением тепла по треугольнику, интенсивность последнего должна изменяться линейно от нуля при  $x=0$  до  $2q$  при  $x=L$ . Поэтому нужно в (10.18) вместо  $q$  подставить  $2q \cdot x_u / L$ . Выполнив эту подстановку в (10.18) и записав его более компактно (вернувшись к экспоненциальной функции в (10.15)) получим

$$\begin{aligned} T_{n.d.n.} &= \frac{q}{4\pi\lambda} \int_0^L \int_0^\tau \frac{1}{\tau-t} \exp\left\{-\frac{[(x-x_u)+v(\tau-t)\cos\alpha]^2 + [y+v(\tau-t)\sin\alpha]^2}{4a(\tau-t)}\right\} \times \\ & \times \frac{x_u}{L} \left\{ \operatorname{erf}\left[\frac{z+z_1}{\sqrt{4a(\tau-t)}}\right] - \operatorname{erf}\left[\frac{z-z_1}{\sqrt{4a(\tau-t)}}\right] \right\} dt dx_u. \quad (10.19) \end{aligned}$$

Полученное решение (10.19) справедливо, когда наклонный ис-

точник движется в пространстве, т.е. в металле, бесконечном в направлении всех трех осей  $X, Y, Z$ . Если же источник движется близко к поверхности заготовки, то необходимо учитывать условия теплоотдачи от поверхности. Это учитывается, как отмечалось ранее, введением фиктивного источника, симметричного реальному относительно поверхности детали. При этом поверхность детали будет адиабатической.

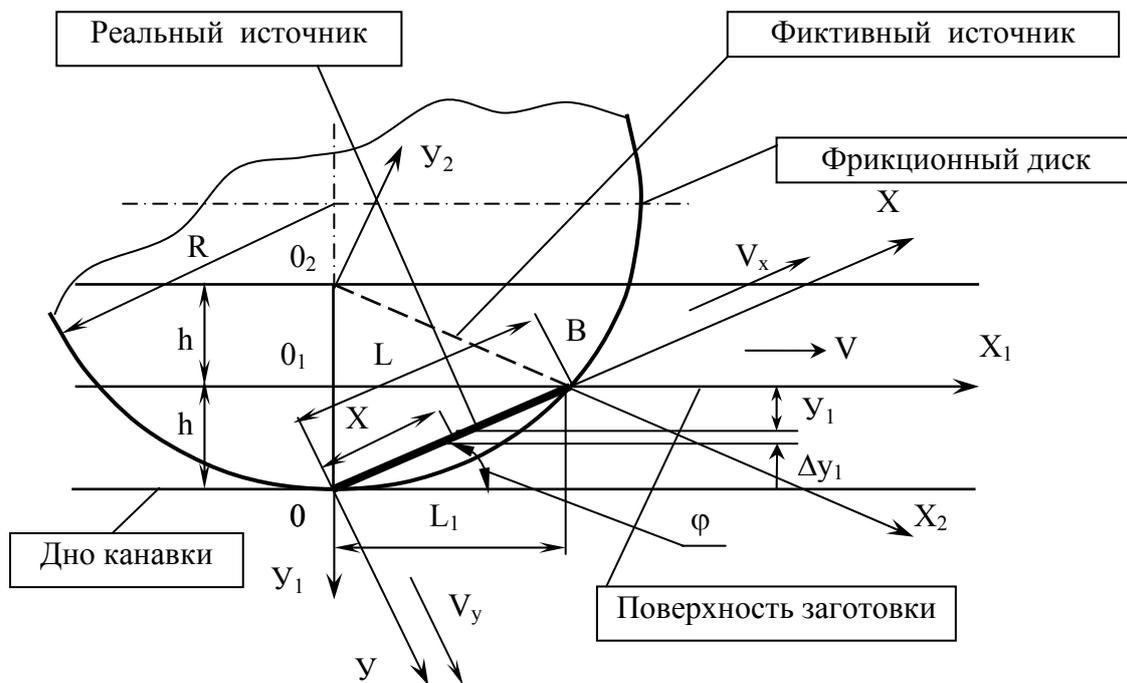


Рис. 10.16. Схема для расчета температурного поля в детали при наклонном источнике тепла с учетом адиабатичности поверхности заготовки.

На рис. 10.16 показан случай, когда источник тепла выходит на поверхность заготовки. Это имеет место при первом обороте разрезаемой детали. На этом рисунке сплошной линией показан реальный источник, а пунктирной – фиктивный. Температурное поле в заготовке  $T_3(X, Y, Z)$  будет суперпозицией полей от  $T_1(X, Y, Z)$  и фиктивного  $T_2(X, Y, Z)$  источников тепла

$$T_3(X, Y, Z) = T_1(X, Y, Z) + T_2(X, Y, Z). \quad (10.20)$$

Решение для реального источника тепла – это выражение (10.19). Для фиктивного, это тоже (10.19), если в него вместо координат  $X$  и  $Y$  подставить  $X_2$ ,  $Y_2$ . Температурное поле  $T_3$  и  $T_1$  описываются в системе координат  $X_0Y_0$ . Поэтому, чтобы описывать  $T_1$  и  $T_2$  нужно в решении для фиктивного источника перейти от координат  $X_2$ ,  $Y_2$  к  $X$ ,  $Y$ . Для вывода формул перехода из  $X_2Y_2$  в  $X_0Y_0$  воспользуемся рис. 10.17. Согласно этого рисунка, координаты какой-то точки  $M$  в системе  $X_2Y_2$  и  $X_0Y_0$  следующие:



определением глубины прогрева разрезаемой заготовки до температуры выше  $150^{\circ}\text{C}$ . При этом пользуемся методикой измерения, описанной в 10.2.2.

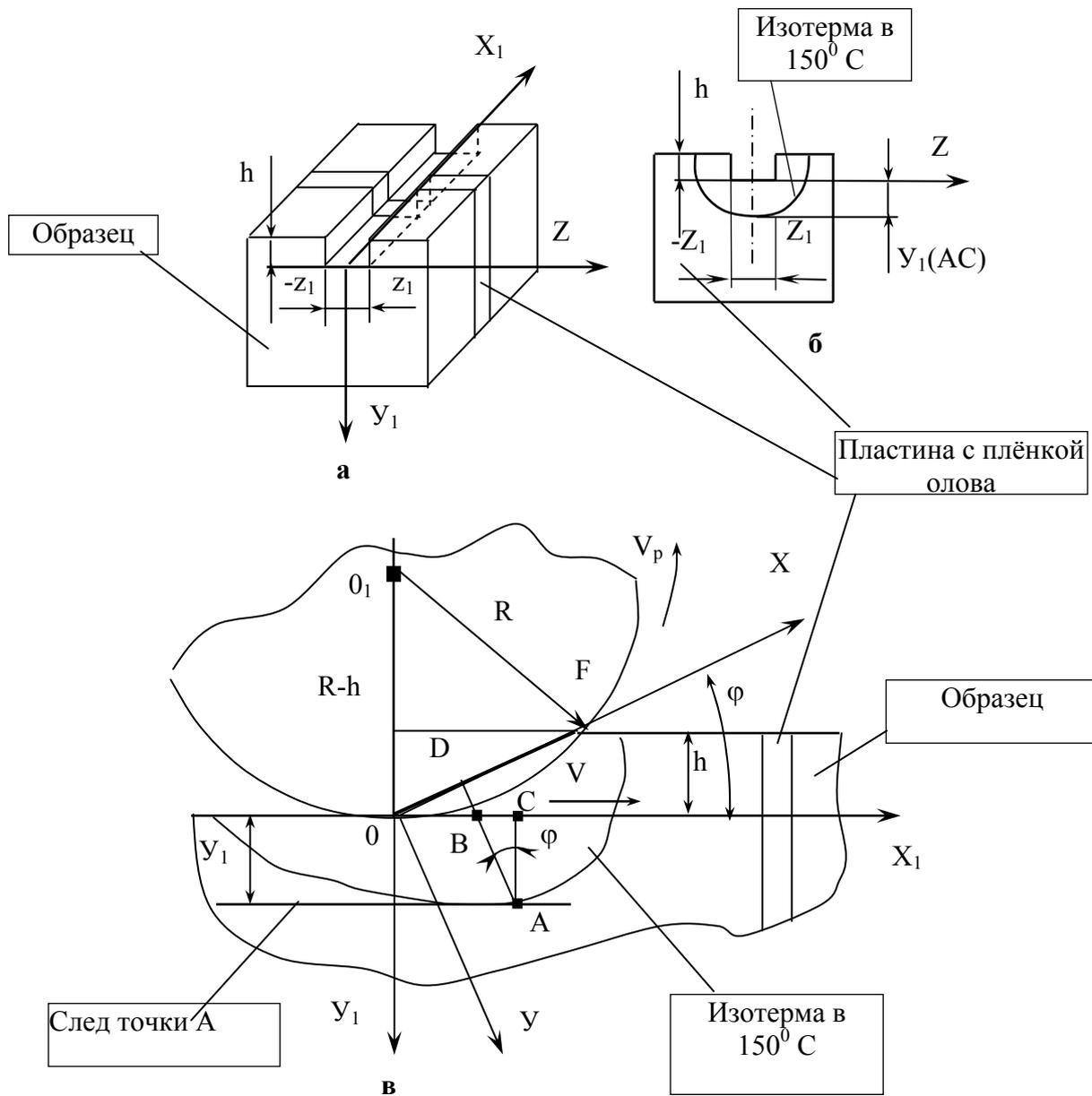


Рис. 10.18. Экспериментальный образец и схема источника тепла с изотермой в  $150^{\circ}\text{C}$ .

Для использования этой методики образец для экспериментального моделирования фрикционной разрезки с вращением заготовки изготавливается таким, как показано на рис. 10.18,а. Он является сборным, состоящим из двух половин, между которыми располагается пластина, боковые поверхности которой покрыты гальванически осажденным оловом. Образец плотно собирается и представляет собой единое целое.

После прорезки канавки фрикционным диском, образец разбирается и пластинка, покрытая оловом исследуется. Вид ее показан на рис. 10.18,б. На пластине хорошо видна область прогрева ее выше 150°C, ограниченная изотермой в 150°C.

В плоскости диска изотерма в 150°C, движущаяся вместе с источником тепла, имеет вид такой, как показано на рис. 10.18,в. Из этого рисунка видно, что максимальная глубина  $Y_1$  прогрева до 150°C определяется точкой А изотермы. Величина  $Y_1$  легко измеряется на инструментальном микроскопе. Зная  $Y_1$ , можно, пользуясь уравнени-

$$\begin{aligned}
 h &:= 0.23 & r &:= 20 & m &:= \sqrt{2 \cdot r \cdot h - h^2} & m &= 3.024 & L &:= \sqrt{h^2 + m^2} & L &= 3.033 \\
 \phi &:= \operatorname{atan}\left(\frac{h}{m}\right) & \phi &= 0.076 & a &:= 0.08 & \lambda &:= 0.095 & v &:= 0.4 & z &:= 0 \\
 y_1 &:= 0.75 & \tau &:= 15 & i &:= 0..30 & x_1 &:= 3 - 0.2 \cdot i & z_1 &:= 0.05 \\
 x_i &:= (x_1 - y_1 \cdot \tan(\phi)) \cdot \cos(\phi) & y_i &:= \frac{y_1}{\cos(\phi)} + (x_1 - y_1 \cdot \tan(\phi)) \cdot \sin(\phi) \\
 T_{1i} &:= \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \lambda} \cdot \int_0^L \int_0^\tau \frac{e^{-\frac{[x_i - xu + v(\tau-t)\cos(\phi)]^2 - [y_i + v(\tau-t)\sin(\phi)]^2}{4a(\tau-t)}}}{\tau - t} \cdot \frac{xu}{L} \cdot \left[ \operatorname{erf}\left[\frac{z + z_1}{\sqrt{4 \cdot a \cdot (\tau - t)}}\right] - \operatorname{erf}\left[\frac{z - z_1}{\sqrt{4 \cdot a \cdot (\tau - t)}}\right] \right] dt dxu \\
 y_{2i} &:= x_i \cdot \sin(2 \cdot \phi) - h \cdot \frac{\sin(2 \cdot \phi)}{\sin(\phi)} - y_i \cdot \cos(2 \cdot \phi) \\
 x_{2i} &:= \frac{h}{\sin(\phi)} + \frac{y_i}{\sin(2 \cdot \phi)} + y_{2i} \cdot \frac{\cos(2 \cdot \phi)}{\sin(2 \cdot \phi)} \\
 T_{2i} &:= \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \lambda} \cdot \int_0^L \int_0^\tau \frac{e^{-\frac{[x_{2i} - xu + v(\tau-t)\cos(\phi)]^2 - [y_{2i} + v(\tau-t)\sin(\phi)]^2}{4a(\tau-t)}}}{\tau - t} \cdot \frac{xu}{L} \cdot \left[ \operatorname{erf}\left[\frac{z + z_1}{\sqrt{4 \cdot a \cdot (\tau - t)}}\right] - \operatorname{erf}\left[\frac{z - z_1}{\sqrt{4 \cdot a \cdot (\tau - t)}}\right] \right] dt dxu \\
 T_{3i} &:= T_{1i} + T_{2i} & q &:= \frac{150}{\max(T_3)} & q &= 1.196 \times 10^3 & \max(T_1) &= 0.072 \\
 & & & & & & \max(T_2) &= 0.054 \\
 & & & & & & \max(T_3) &= 0.125
 \end{aligned}$$

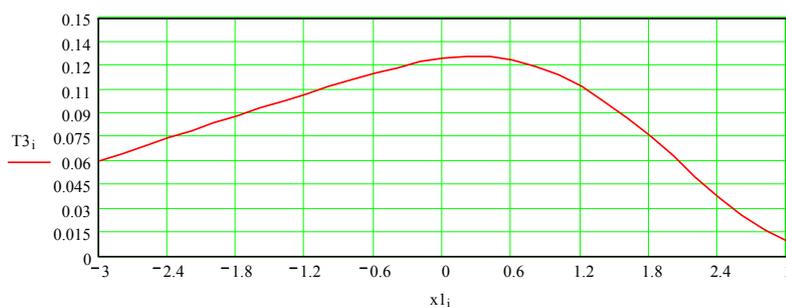


Рис.10.19. Пример расчета интенсивности теплового потока  $q$ .

ем (10.20), вычислить интенсивность теплового потока.

Значение  $Y_1$  измеряется в системе координат  $X_1OY_1$  (рис.10.18,в). Поэтому решение (10.20) нужно записать в системе координат  $X_1OY_1$ , для чего координаты  $X, Y$  выразить через  $X_1, Y_1$ . Формулы такого перехода согласно рис. 10.18,в получаются следующие

$$\begin{aligned} X &= (X_1 - Y_1 \operatorname{tg} \varphi) \cdot \cos \varphi, \\ Y &= \frac{Y_1}{\cos \varphi} + (X_1 - Y_1 \operatorname{tg} \varphi) \sin \varphi. \end{aligned} \quad (10.22)$$

Подставив (10.22) в (10.21), получаем  $T_3(X_1, Y_1)$ . Выражение  $T_3(X_1, Y_1)$  можно записать как произведение  $q$  на какую-то функцию  $F(X_1, Y_1)$ :

$$T_3(X_1, Y_1) = q \cdot F(X_1, Y_1). \quad (10.23)$$

Измеренное на пластине значение  $Y_1$  (рис. 10.18,б) соответствует максимальному удалению изотермы в  $150^\circ\text{C}$  от дна канавки по оси  $Y_1$ , а значит и максимальному значению функции  $F(X_1, Y_1)$ . Поэтому, подставив в (10.23) вместо  $T_3(X_1, Y_1)$  значение в  $150^\circ\text{C}$  и разделив его на  $\max F(X_1, Y_1)$ , вычисляем  $q$

$$q = \frac{150}{\max F(x_1, y_1)}. \quad (10.24)$$

Описанный алгоритм расчета иллюстрируется примером, выполненным в пакете “Mathcad”, распечатка которого приведена на рис. 10.19.

Исходными данными расчета являются: глубина резания  $h = 0,23$  см, скорость подачи  $v = 0,4$  см/с, расстояние изотермы в  $150^\circ\text{C}$  от дна канавки  $Y_1 = 0,75$  см, радиус диска  $r = 20$  см, температуропроводность материала образца  $a = 0,08$  см<sup>2</sup>/с, теплопроводность  $\lambda = 0,095$  кал/см·с·град, полутолщина диска  $Z_1 = 0,05$  см, координата  $Z = 0$ .

Координата  $X$  описана как дискретный аргумент с перебором её значений от  $-3$  см до  $+3$  см. Функция  $F(X_1, Y_1)$  на распечатке имеет обозначения  $T_{3i}$  и кроме максимального её значения  $\max(T_3) = 0,125$  выведен график  $T_{3i}$ , на котором видно изменение  $T_3$  в функции  $X$ . Расчетная величина  $q$  для приведенного примера получалась равной  $1,196 \cdot 10^3$  кал/(см<sup>2</sup>·с). Возможность экспериментально получить границу прогрева образца до  $150^\circ\text{C}$ , которая показана на рисунке пластины (рис. 10.18,б), позволяет рассчитать интенсивность теплового потока в заготовку не только по координате точки, лежащей на изотерме в  $150^\circ\text{C}$  при  $z = 0$ . Можно взять любую точку на изотерме и,

подставив её координаты в (10.23) аналогично вышеописанному, вычислить  $q$ .

Такая возможность многократного вычисления  $q$  по результатам одного опыта и построение теоретически изотермы в  $150^{\circ}\text{C}$  в плоскости  $ZOY_1$ , позволяет более точно определить  $q$  как среднее из нескольких вычислений, а сравнение изотерм, полученных экспериментально и теоретически, позволяет оценить качество теоретического решения. Известно, что любая математическая модель получена при ряде допущений, которые принимаются, упрощая задачу. В частности, для случая прорезки канавки, при математической постановке задачи не учитывается отсутствие металла в канавке за источником тепла. Принимается, что ниже поверхности заготовки - сплошной металл. Такие допущения объясняются тем, что диск тонкий и наличие узкой канавки не скажется сильно на точности решения.

Кроме этого, сравнение экспериментальной и теоретической изотерм позволяет косвенно проверить характер распределения интенсивности теплового потока в заготовку. Если  $q$  распределено равномерно по поверхности источника, то максимальные температуры в заготовке находятся на выходе детали из под источника тепла. Если источник принимается движущимся в отрицательном направлении оси  $X$ , как например для уравнения (10.12) и (10.14), то это соответствует значениям  $X$ , большим  $L$  – длины источника тепла. Такой результат подтверждают температурные поля на рис. 10.9 для которых  $L=0,8$  см.

В случае распределения  $q$  по треугольнику с максимумом на переднем фронте источника и нулём на заднем, максимальные температуры имеют место под источником тепла, на некотором расстоянии от переднего его фронта.

Если распределение  $q$  по треугольнику, то в области максимальных температур наличие канавки за источником не сильно скажется на точности решения, т.к. максимум температур будет под источником, где канавка прорезана еще на неполную глубину. При равномерном распределении  $q$  максимум температур будет вне источника, после него, где канавка прорезана на полную глубину и, следовательно, в большей степени будет уменьшаться точность решения, чем при распределении  $q$  по треугольнику.

Выполним сравнение изотерм в  $150^{\circ}\text{C}$ , полученных экспериментально и теоретически. Для большей наглядности и точности измерения координат точек на изотерме, пластина, с оловом на боковых по-

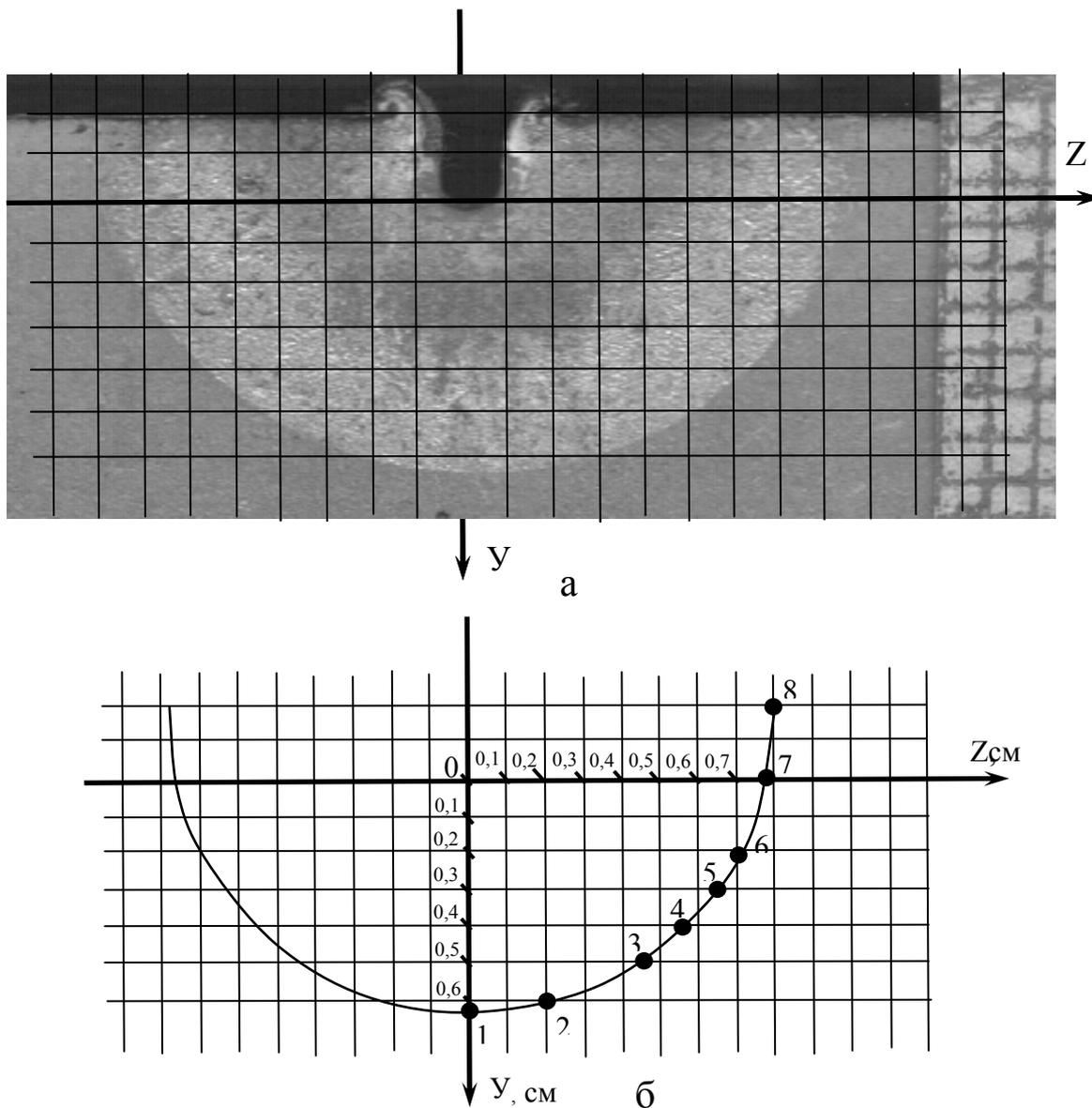


Рис. 10.20. а - поверхность пластины покрытая оловом после про- резки канавки. Область прогрева выше  $150^{\circ}\text{C}$  светлая; б - рисунок изотермы в  $150^{\circ}\text{C}$  с постановкой номеров точек на изотерме и градуировкой осей. Условия опыта:  $V=0,4$  см/с,  $h=0,2$  см,  $V_{\text{рез.}}=100$  м/с.

верхностях, сканирована на ЭВМ и распечатка этого вида пластины приведена на рис. 10.20. Для определения масштаба рисунка вместе с пластиной сканирован участок миллиметровой бумаги. Миллиметровые деления бумаги использованы для нанесения миллиметровой шкалы на рисунок (сетка черных линий).

На рис. 10.20,а, хорошо видна канавка. Поэтому можно измерить ее ширину и глубину. Глубина  $h=2$ мм, а ширина  $\approx 1,3$ мм. Ширина канавки несколько больше толщины диска  $b=1$ мм за счет торцевого биения диска и образования утолщения его у периферии.

Изотерма в 150°C вынесена на отдельный рис. 10.20,б и на ней проставлены точки от 1 до 8, координаты которых можно отсчитать по рис. 10.20,б.

Из рис. 10.20 видно, что координата точки 1 -  $z=0$   $y_1=0,616$  см. Для этих условий, согласно описанной методике расчета  $q$ , и для такой точки выполнен расчет, аналогичный расчету, приведенному на рис. 10.19. В результате получено значение  $q$  равное 803,56 кал/см<sup>2</sup>·с. При этом график изменения функции  $F(X_1, q_1=0,616)$  (10.23) показывает, что  $\max F(X_1, y_1=0,616)$  соответствует  $x_1=0,31$  см, при длине источника тепла  $L=2,608$  см, т.е. максимум находится под источником.

Аналогичные расчеты выполнены для всех восьми точек и сведены в табл. 10.1, в которой приведены значения координат точек, расчетные значения  $q$ , значения координаты  $X$  для максимума функции  $F(X_1, Y_1)$ . Анализ значений  $q$  показывает, что они колеблются в пределах 783...812. Среднее значение  $q_{cp}=798$ . Максимальное отклонение от среднего 15, что составляет  $(14/798) \cdot 100=1,75\%$ .

Таблица 10.1

Результаты расчета  $q$  по 8<sup>ми</sup> точкам.

№ точки на изотерме	Координаты точки, см		$q$ , кал/см <sup>2</sup> ·с	Координата $X$ , см	$T_3, ^\circ\text{C}$ при $q_{cp}=798$
	$Y_1$	$Z$			
1	0,616	0	803,56	0,31	148,96
2	0,59	0,2	803,28	0,31	149
3	0,5	0,4	794,0	0,31	150
4	0,4	0,53	791,0	0,32	151
5	0,3	0,616	783	0,32	152,7
6	0,2	0,7	805	0,31	148,65
7	0	0,783	812	0,31	147,4
8	-0,2	0,8	800	0,32	149,6

Таким образом, колебания значений  $q$  незначительны и при вычислении  $q$  по одной точке погрешность не превысит 3,7%.

Используя  $q_{cp}$  выполнены расчеты температуры в точках 1...8 и результаты расчета сведены в последнюю колонку из которой видно, что колебания температуры находятся в пределах  $(147,4...152,7)^\circ\text{C}$ , т.е. значения очень близки к 150°C. Используя  $q_{cp}$  выполнен расчет температурного поля для координаты  $x=0,31$  см (координата максимального удаления изотермы в 150°C по осям  $Z, Y_1$ ). Распечатка расчёта представлена на рис. 10.21 и внизу этого рисунка приведена гра-

фическая картина температурного поля в виде изотерм в плоскости  $ZOY_1$ .

Среди изотерм приведенного поля есть изотерма в  $150^\circ\text{C}$ , коор-

$$h := 0.2 \quad r := 17 \quad L1 := \sqrt{2 \cdot r \cdot h - h^2} \quad L1 = 2.6 \quad L := \sqrt{h^2 + L1^2} \quad L := 2.608$$

$$\phi := \operatorname{atan}\left(\frac{h}{L1}\right) \quad \phi = 0.077 \quad a := 0.08 \quad \lambda := 0.095 \quad v := 0.4$$

$$y1 := 0.616 \quad \tau := 25 \quad z1 := 0.065$$

$$i := 0..5 \quad y1_i := -0.2 + 0.2 \cdot i \quad x1 := 0.31 \quad j := 0..10 \quad z_j := -1 + 0.2 \cdot j$$

$$x_i := (x1 - y1_i \cdot \tan(\phi)) \cdot \cos(\phi) \quad y_i := \frac{y1_i}{\cos(\phi)} + (x1 - y1_i \cdot \tan(\phi)) \cdot \sin(\phi)$$

$$T1_{i,j} := \frac{798}{4 \cdot \pi \cdot \lambda} \cdot \int_0^L \int_0^{\tau-0.01} \frac{e^{-\frac{[x_i - xu + v(\tau-t)\cos(\phi)]^2 - [y_i + v(\tau-t)\sin(\phi)]^2}{4a(\tau-t)}}}{\tau - t} \cdot \frac{xu}{L} \cdot \left[ \operatorname{erf}\left[\frac{z_j + z1}{\sqrt{4 \cdot a \cdot (\tau - t)}}\right] - \operatorname{erf}\left[\frac{z_j - z1}{\sqrt{4 \cdot a \cdot (\tau - t)}}\right] \right] dt dxu$$

$$y2_i := x_i \cdot \sin(2 \cdot \phi) - h \cdot \frac{\sin(2 \cdot \phi)}{\sin(\phi)} - y_i \cdot \cos(2 \cdot \phi)$$

$$x2_i := \frac{h}{\sin(\phi)} + \frac{y_i}{\sin(2 \cdot \phi)} + y2_i \cdot \frac{\cos(2 \cdot \phi)}{\sin(2 \cdot \phi)}$$

$$T2_{i,j} := \frac{798}{4 \cdot \pi \cdot \lambda} \cdot \int_0^L \int_0^{\tau-0.01} \frac{e^{-\frac{[x2_i - xu + v(\tau-t)\cos(\phi)]^2 - [y2_i + v(\tau-t)\sin(\phi)]^2}{4a(\tau-t)}}}{\tau - t} \cdot \frac{xu}{L} \cdot \left[ \operatorname{erf}\left[\frac{z_j + z1}{\sqrt{4 \cdot a \cdot (\tau - t)}}\right] - \operatorname{erf}\left[\frac{z_j - z1}{\sqrt{4 \cdot a \cdot (\tau - t)}}\right] \right] dt dxu$$

$$T3_{i,j} := T1_{i,j} + T2_{i,j}$$

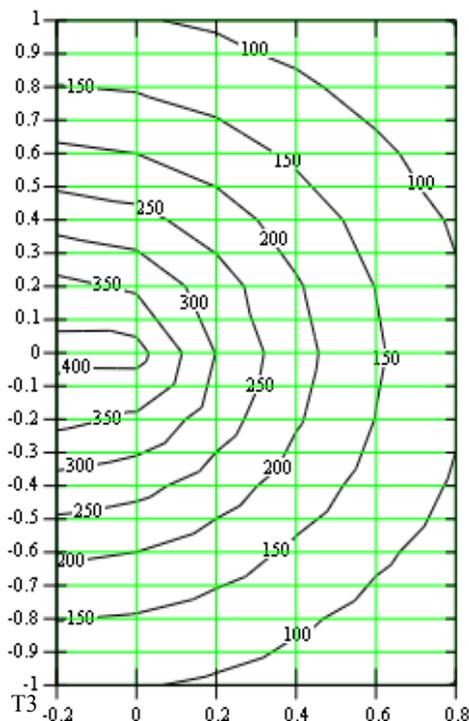


Рис. 10.21. Распечатка расчета температурного поля в плоскости  $Y_1OZ$ .

динаты точек которой можно сравнить с координатами их на изотерме, полученной экспериментально (рис. 10.20).

Сравнение этих изотерм показывает, что разницу между ними трудно уловить, настолько она мала. Отсюда следует важный вывод, что качество решения тепловой задачи (10.20), описания температурного поля в заготовке с использованием наклонного, ограниченного по ширине источника тепла с учетом адиабатичности поверхности заготовки и треугольного распределения интенсивности теплового потока, высокое. Это решение достоверно описывает реальное распределение температуры в заготовке.

### 10.3.2.3. ТЕПЛОВОЙ БАЛАНС ПРОЦЕССА ФРИКЦИОННОЙ РАЗРЕЗКИ

Решение задачи теплового баланса при фрикционной резке - важная задача теплофизики этого процесса. Зная это распределение, можно управлять потоками тепла, а значит и процессом резки. Очевидно, что при фрикционной резке тепло, выделяемое в зоне резания, желательно сосредотачивать в стружке, тем самым разупрочняя её. Также желательно уменьшать количество тепла, идущего в фрикционный диск, что будет способствовать увеличению его стойкости.

Рассмотрим сначала расчет количества тепла, уносимого стружкой. Для этого используем описание (10.19) температуры в заготовке от наклонного движущегося в пространстве источника тепла, ограниченного по ширине с треугольным распределением интенсивности теплового потока.

Приняв в (10.19)  $y=0$ , можно вычислить температуру в источнике тепла:

$$T_{ndn} \Big|_{y=0} = \frac{q}{4\pi\lambda} \int_0^L \int_0^\tau \frac{1}{\tau-t} \exp \left\{ - \frac{[(x_u - x) + v(\tau-t)\cos\alpha]^2 + [v(\tau-t)\sin\alpha]^2}{4a(\tau-t)} \right\} \times \\ \times \frac{x_u}{L} \left[ \operatorname{erf} \left( \frac{z+z_1}{\sqrt{4a(\tau-t)}} \right) - \operatorname{erf} \left( \frac{z-z_1}{\sqrt{4a(\tau-t)}} \right) \right] dt dx_u. \quad (10.25)$$

При перемещении источника тепла на расстояние  $L_1$  (рис. 10.15)

в стружку уйдёт объём металла  $h \cdot L_1 \cdot 2Z_1$ . Каждый элементарный объём металла  $dW = dy_1 \cdot L_1 \cdot 2Z_1$  унесёт элементарное количество тепла  $dQ$ , которое получится умножением  $dW$  на температуру  $T(y_1)$ , которую приобретёт этот слой при прохождении через источник, и на удельную теплоёмкость  $c\rho$

$$dQ = dy_1 \cdot L_1 \cdot 2Z_1 \cdot c\rho \cdot T(y_1), \quad (10.26)$$

где  $T(y_1)$  – это температура расчётная по (10.25) для  $x = \left( L - \frac{y_1}{\sin \alpha} \right)$ .

Чтобы определить количество тепла, уносимого стружкой, нужно просуммировать тепло, уносимое всеми элементарными слоями в пределах всей глубины резания  $h$ :

$$Q_{cmp} = L_1 \cdot 2Z_1 \cdot c \cdot \rho \cdot \int_0^h T \left( L - \frac{y_1}{\sin \alpha} \right) dy_1. \quad (10.27)$$

Для того, чтобы получить  $T \left( L - \frac{y_1}{\sin \alpha} \right)$ , нужно получить зависимость

$T_{ndn}(x) \Big|_{y=0}$ , согласно (10.25), аппроксимировать её какой-то функцией  $f(x)$ , затем в этой функции перейти от переменной  $X$  к переменной  $Y_1$ , подстановкой  $x = \left( L - \frac{y_1}{\sin \alpha} \right)$ . Получив  $T \left( L - \frac{y_1}{\sin \alpha} \right)$ , можно

вычислить, согласно (10.27), тепло, уносимое в стружку  $Q_{cmp}$ .

Тепло, переходящее в стружку и заготовку равно объёму фигу-

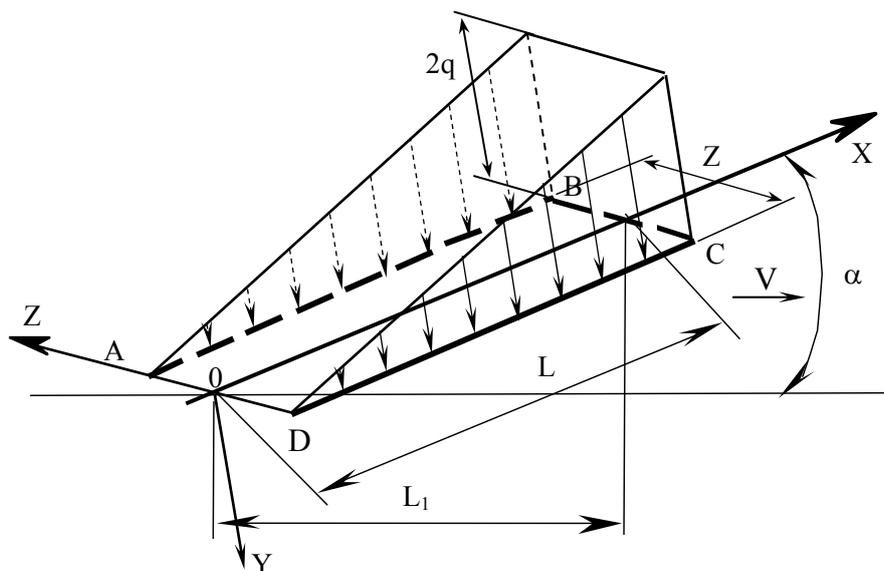


Рис. 10.22. Расчетная схема.

ры, показанной на рис. 10.22, умноженному на время перемещения её на расстояние  $L_1$ . Таким образом:

$$Q_{zc} = 2q \cdot 2z_1 \cdot L \cdot \frac{L_1}{2v} = 2L \cdot z_1 \cdot \frac{L_1}{v} \cdot q. \quad (10.28)$$

Отношение  $p = \frac{Q_{cmp}}{Q_{zc}}$  представляет определённый интерес и

может быть вычислено теоретически, т.е. без экспериментально – теоретического определения  $q$ , т.к.  $q$  входит сомножителем как в  $Q_{cmp}$ , так и в  $Q_{zc}$  и при делении их друг на друга она сокращаются.

$$\lambda := 0.095 \quad a := 0.08 \quad h := 0.05 \quad r := 20 \quad v := 2 \quad L := \sqrt{2r \cdot h} \quad L = 1.414$$

$$\alpha := \arcsin\left(\frac{h}{L}\right) \quad \alpha = 0.035 \quad q := 1 \quad \tau := 1.2 \quad z_1 := 0.03 \quad N := \text{ceil}\left(\frac{L}{0.05}\right)$$

$$i := 0..N \quad x_i := 0 + 0.05 \cdot i \quad z := 0.015 \quad N = 29$$

$$T_i := \frac{q}{4 \cdot \pi \cdot \lambda} \cdot \int_0^L \int_0^{\tau-0.001} \frac{e^{-\frac{[(x_i-xu+v(\tau-t)\cos(\alpha)]^2 + [v(\tau-t)\sin(\alpha)]^2]}{4a(\tau-t)}}}{\tau-t} \cdot \frac{xu}{L} \cdot \left[ \text{erf}\left[\frac{z_1 \cdot 1.5}{\sqrt{4 \cdot a \cdot (\tau-t)}}\right] + \text{erf}\left[\frac{0.5 \cdot z_1}{\sqrt{4 \cdot a \cdot (\tau-t)}}\right] \right] dt dxu$$

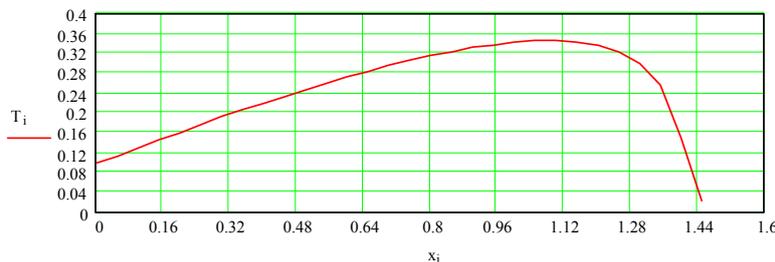


Рис.10.23. Температура в источнике тепла ( $q=1$ ).

На рис. 10.23, 10.24, 10.25 приведены фрагменты описанного алгоритма расчета  $P$  в пакете «MathCAD» для следующих условий резки:  $V=2$  см/с,  $h=0,05$  см, при радиусе диска  $r = 20$  см и его полутолщине  $z_1=0,03$  см, а теплофизические константы металла заготовки (среднеуглеродистая сталь) следующие:  $a=0,08$  см<sup>2</sup>/с,  $\lambda=0,095$  кал/см·с·град.

При вычислении в «MathCAD»  $T_{\text{под}}(x) \Big|_{y=0}$  нужно выбрать

верхний предел интегрирования по времени, т.е.  $\tau$ . Принимаем его не менее чем в 1,5раза больше времени перемещения источника тепла на расстояние, равное его длине. Это гарантирует достижение установившейся температуры в источнике 10.3.1.2. Т.к. в приведенном при-

мере время перемещения источника на расстояние  $L$  равно  $\frac{L}{V} = \frac{1.41}{2} = 0,7\text{с}$ , то принимаем  $\tau = 1,2$ .

При вычислении  $T(x)$  по (10.25) учитываем, что температура в источнике по координате  $z$  в пределах  $\mp z_1$  для  $z_1 < 0,6$  мм практически не меняется, что установлено в 10.3.1.2. Однако и это незначительное изменение можно учесть, взяв за координату  $z$  её значение  $0,05z_1$ , т.е., координату с приблизительным средним значением температуры по оси  $Z$  в пределах источника.

На рис. 10.23 приведена распечатка расчета и график изменения температуры в источнике тепла по координате  $X$ .

$$A := \begin{bmatrix} \sum_i (x_i)^0 & \sum_i (x_i)^1 & \sum_i (x_i)^2 & \sum_i (x_i)^3 & \sum_i (x_i)^4 & \sum_i (x_i)^5 \\ \sum_i (x_i)^1 & \sum_i (x_i)^2 & \sum_i (x_i)^3 & \sum_i (x_i)^4 & \sum_i (x_i)^5 & \sum_i (x_i)^6 \\ \sum_i (x_i)^2 & \sum_i (x_i)^3 & \sum_i (x_i)^4 & \sum_i (x_i)^5 & \sum_i (x_i)^6 & \sum_i (x_i)^7 \\ \sum_i (x_i)^3 & \sum_i (x_i)^4 & \sum_i (x_i)^5 & \sum_i (x_i)^6 & \sum_i (x_i)^7 & \sum_i (x_i)^8 \\ \sum_i (x_i)^4 & \sum_i (x_i)^5 & \sum_i (x_i)^6 & \sum_i (x_i)^7 & \sum_i (x_i)^8 & \sum_i (x_i)^9 \\ \sum_i (x_i)^5 & \sum_i (x_i)^6 & \sum_i (x_i)^7 & \sum_i (x_i)^8 & \sum_i (x_i)^9 & \sum_i (x_i)^{10} \end{bmatrix} \quad B := \begin{bmatrix} \sum_i (x_i)^0 \cdot T_i \\ \sum_i (x_i)^1 \cdot T_i \\ \sum_i (x_i)^2 \cdot T_i \\ \sum_i (x_i)^3 \cdot T_i \\ \sum_i (x_i)^4 \cdot T_i \\ \sum_i (x_i)^5 \cdot T_i \end{bmatrix}$$

$$a := A^{-1} \cdot B \quad a = \begin{pmatrix} 0.106 \\ -1.609 \times 10^{-3} \\ 2.041 \\ -4.757 \\ 4.426 \\ -1.47 \end{pmatrix} \quad k := 0,001 \cdot L$$

$$f(k) := a_0 + a_1 \cdot k + a_2 \cdot k^2 + a_3 \cdot k^3 + a_4 \cdot k^4 + a_5 \cdot k^5$$

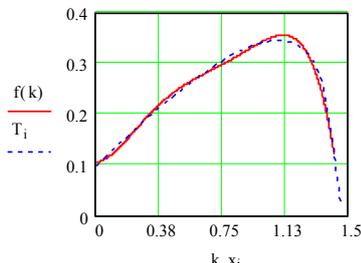


Рис.10.24. Аппроксимация  $T(x)$  полиномом пятой степени.

Полученную зависимость  $T(x) \Big|_{y=0}$  аппроксимируем полином 5<sup>ой</sup> степени методом наименьших квадратов. Расчет коэффициентов

полинома приведен на рис. 10.24. В результате расчета получаем функцию  $f(x)=a_0+a_1k+a_2k^2+a_3k^3+a_4k^4+a_5k^5$ , коэффициенты которой приведены на рис. 10.24. На этом же рисунке приведены два графика  $T(x)$  и  $f(k)$ , которые практически совпадают, что подтверждает высокую точность аппроксимации.

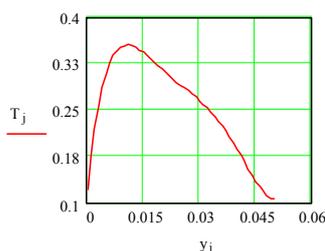
$$M := \frac{h}{0.001} \quad j := 0..M \quad y_j := 0 + 0.001 \cdot j$$

$$T(y) := a_0 + a_1 \cdot \left( L - \frac{y}{\sin(\alpha)} \right) + a_2 \cdot \left( L - \frac{y}{\sin(\alpha)} \right)^2 + a_3 \cdot \left( L - \frac{y}{\sin(\alpha)} \right)^3 + a_4 \cdot \left( L - \frac{y}{\sin(\alpha)} \right)^4 + a_5 \cdot \left( L - \frac{y}{\sin(\alpha)} \right)^5$$

$$T_j := T(y_j)$$

$$L1 := L \cdot \cos(\alpha)$$

$$cp := 1.2$$



$$Q := 2 \cdot L1 \cdot z1 \cdot cp \cdot \int_0^h \left[ a_0 + a_1 \cdot \left( L - \frac{y}{\sin(\alpha)} \right) + a_2 \cdot \left( L - \frac{y}{\sin(\alpha)} \right)^2 + a_3 \cdot \left( L - \frac{y}{\sin(\alpha)} \right)^3 + a_4 \cdot \left( L - \frac{y}{\sin(\alpha)} \right)^4 + a_5 \cdot \left( L - \frac{y}{\sin(\alpha)} \right)^5 \right] dy$$

$$Q = 1.307 \times 10^{-3}$$

$$Q_d := L \cdot 2 \cdot z1 \cdot \frac{L1}{v} \cdot q$$

$$Q_d = 0.06$$

$$P := \frac{Q}{Q_d}$$

$$P = 0.022$$

Рис.10.25. Расчет температуры  $T(y)$  и отношения  $P$  тепла, перешедшего в стружку, к теплу, перешедшему в заготовку и стружку.

Заменив переменную  $K$  в полиноме на  $\left( L - \frac{y}{\sin \alpha} \right)$ , получаем зависимость  $T(y)$ , график которой приведен на рис. 10.25. Эту зависимость можно интегрировать по  $y$  и вычислить количество тепла  $Q$ , перешедшее в стружку по (10.27), что также приведено на рис. 10.25.

Вычислив количество тепла  $Q_d$ , перешедшее в заготовку и стружку, находим отношение  $P = Q / Q_d$ . В приведенном примере оно равно 0,022.

Аналогичные расчеты выполнены для нескольких значений  $h=0,025; 0,05; 0,08; 0,15$ ; при  $V=2$  см/с и при  $V=4$  см/с. Результаты этих расчетов сведены в графики на рис. 10.26.

Из графиков на рис. 10.26 хорошо видно влияние глубины резания  $h$  и скорости подачи  $V$  на  $P$  – отношение тепла, перешедшего в стружку, к теплу, перешедшему в стружку и заготовку. Полученные

результаты имеют ясное физическое объяснение. Рост глубины резания ведёт к росту объёма стружки, который естественно уносит относительно большее количество тепла в относительном его значении к

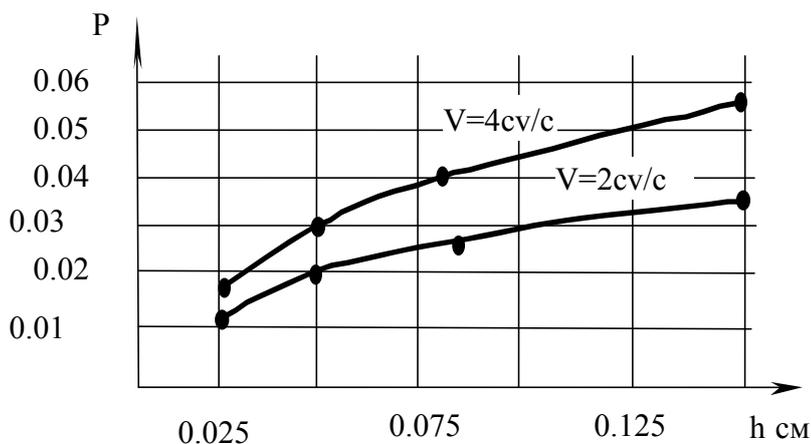


Рис.10.26. Зависимости  $P = \frac{Q_c}{Q_{3c}}$  от  $h$  и  $V$ .

теплу, перешедшему в стружку и заготовку, т.к. более высокие температуры сосредотачиваются вблизи источника тепла, т.е. в стружке.

Рост скорости подачи  $V$  приводит к тому, что тепло, не успевая распространиться внутрь заготовки, всё более сосредотачивается в стружке.

Важной составляющей теплового баланса является тепло, идущее в инструмент, в данном случае в диск трения. Оно определяется как разность при вычитании из общего количества тепла  $Q_t$ , выделившегося в зоне резания, тепла  $Q_{3c}$  - перешедшего в заготовку и стружку. Последнее вычисляется по (10.28), а  $Q_t$  вычисляется из работы резания

$$Q_t = V_d \cdot P_z \cdot \frac{L_1}{V}, \quad (10.29)$$

где  $V_d$  - окружная скорость диска трения (скорость резания);  $P_z$  - тангенциальная составляющая силы резания;  $V$  - скорость подачи.

Тепло, перешедшее в заготовку, находим вычитанием из тепла, перешедшего в заготовку и стружку  $Q_{3c}$ , тепла, перешедшего в стружку  $Q_{cmp}$ , вычисляемого по (10.27)  $Q_3 = Q_{3c} - Q_c$ . Доли всего тепла  $Q_t$ , выделившегося в зоне резания, перешедшие в заготовку, стружку и диск, находим соответственно:

$$Q_{13} = \frac{Q_3}{Q_t}; \quad Q_{1c} = \frac{Q_c}{Q_t}; \quad Q_{1d} = \frac{Q_d}{Q_t}. \quad (10.30)$$

Таким образом, для вычисления теплового баланса необходимо проведение экспериментального исследования, чтобы рассчитать  $q$ -интенсивность теплового потока в заготовку и стружку, по измерению координаты  $Y_1$  изотермы в  $150^\circ\text{C}$ , и общее количество выделившегося тепла, по измерению тангенциальной составляющей  $P_z$  силы резания.

Результаты такого экспериментального исследования при про-  
резке канавки в плоском образце (рис. 10.18) приведены в табл. 10.2.

Таблица 10.2

Условия и результаты опытов.

№ опыта	Режимы резания			Результаты из- мерений		$Q_{1d}$	$Q_{1c}$	$Q_{1p}$
	$V$ , мм/с	$h$ , мм	$V_d$ , м/с	$Y_1$ , мм	$P_z$ , Н			
1	4	2,3	100	7,5	35,85	0,584	0,012	0,404
2	6	2,3	100	7	44,12	0,58	0,017	0,403
3	4	2,3	50	7	53,9	0,49	0,015	0,495
4	6	2,3	50	6,5	60,06	0,438	0,023	0,539
5	4	1,2	100	6,5	24,57	0,596	0,009	0,395
6	6	1,2	100	5,2	30,09	0,672	0,0097	0,318
7	4	1,2	50	5,5	35,56	0,544	0,0098	0,447
8	6	1,2	50	5,7	42	0,472	0,016	0,512

Варьировались режимы резания  $V$ - скорость подачи,  $V_d$  - ско-  
рость резания,  $h$  - глубина резания. Измерялись: координата  $Y_1$  изо-  
термы в  $150^\circ\text{C}$ , сила  $P_z$ . Материал образца и диска трения - сталь 3.

Условия опытов соответствуют полному трёхфакторному экс-  
перименту. Уравнения регрессии с натуральными значениями факто-  
ров следующие:

$$Q_{1d}=0,702 - 0,056 \cdot V - 2,205 \cdot 10^{-3} \cdot V_d + 0,035 \cdot h + 9,8 \cdot 10^{-4} \cdot V \cdot V_d - \\ - 0,014 \cdot V \cdot h - 1,455 \cdot 10^{-4} \cdot V_d \cdot h ; \quad (10.31)$$

$$Q_{1c}=-7,485 \cdot 10^{-3} + 3,249 \cdot 10^{-3} \cdot V + 1,622 \cdot 10^{-4} \cdot V_d - 5,227 \cdot 10^{-4} \cdot h - \\ - 4,25 \cdot 10^{-5} \cdot V \cdot V_d + 1,386 \cdot 10^{-3} \cdot V \cdot h - 1,727 \cdot 10^{-5} \cdot V_d \cdot h ; \quad (10.32)$$

$$Q_{1p}=0,311 + 0,052 \cdot V + 2,008 \cdot 10^{-3} \cdot V_d - 0,037 \cdot h - 9,35 \cdot 10^{-4} \cdot V \cdot V_d + \\ + 0,013 \cdot V \cdot h + 1,727 \cdot 10^{-4} \cdot V_d \cdot V. \quad (10.33)$$

Анализ таблицы показывает, что для всего диапазона исследуе-  
мых режимов резания доли тепла, идущих в диск, стружку, заготовку,  
колеблются в следующих пределах:

$$Q_{1d}=0,472 \dots 0,672 ; \\ Q_{1c}=0,009 \dots 0,023 ; \\ Q_{1p}=0,318 \dots 0,539 .$$

Таким образом, наибольшая доля тепла идёт в диск, значительно  
меньшая в заготовку и совсем небольшая доля тепла уносится струж-  
кой. С точки зрения эффективности процесса разрезки, очевидно,  
необходимо стремиться как можно большую долю тепла сообщить

стружке, тем самым разупрочняя её и облегчая её удаление. Также, очевидно желание обеспечить высокую стойкость инструмента - фрикционного диска, а значит уменьшить его нагрев. Анализ уравнений  $Q_{1c}(V, V_d, h)$ ,  $Q_{1d}(V, V_d, h)$  можно сделать по графикам двухмерных сечений поверхностей отклика. Так на рис. 10.27 показана зависимость  $Q_{1d}(V, h)$  при  $V_d=50$  м/с, а на рис. 10.28- зависимость  $Q_{1c}(V, h)$  при  $V_d=50$  м/с.

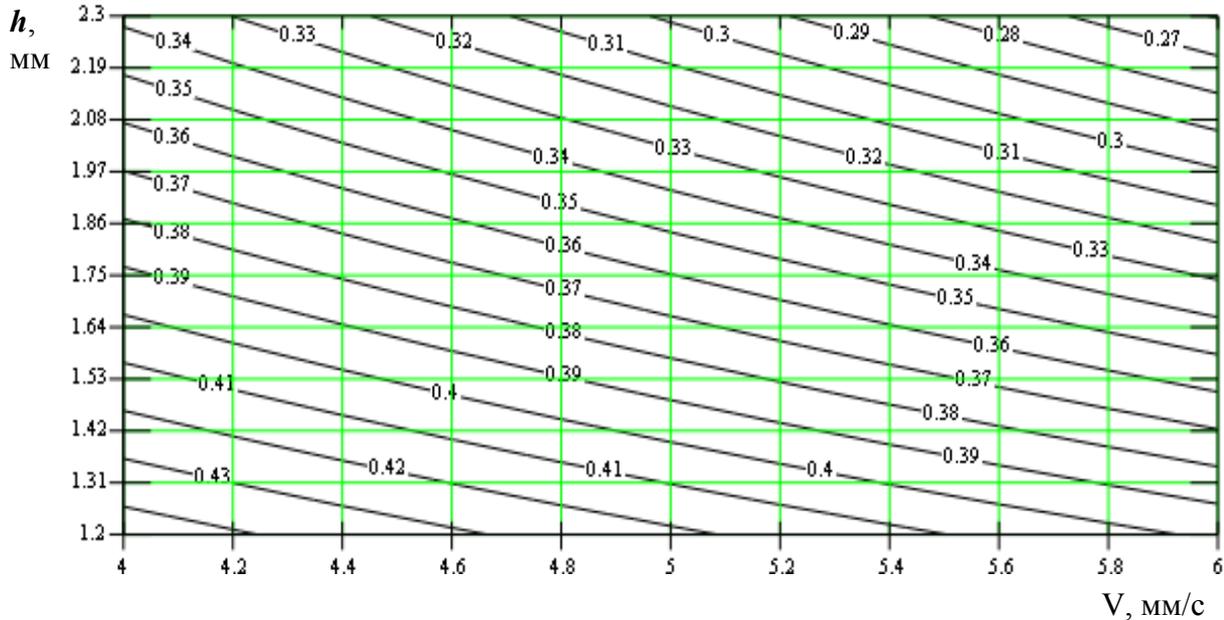


Рис. 10.27. Зависимость  $Q_{1d}(V, h)$  при  $V_d=50$  м/с.

Из графиков рис 10.27, 10.28 следует, что целесообразно увеличение режимов резания, т.к. при этом доля тепла, идущего в диск (рис. 10.27), уменьшается, а в стружку (рис. 10.28) - увеличивается.

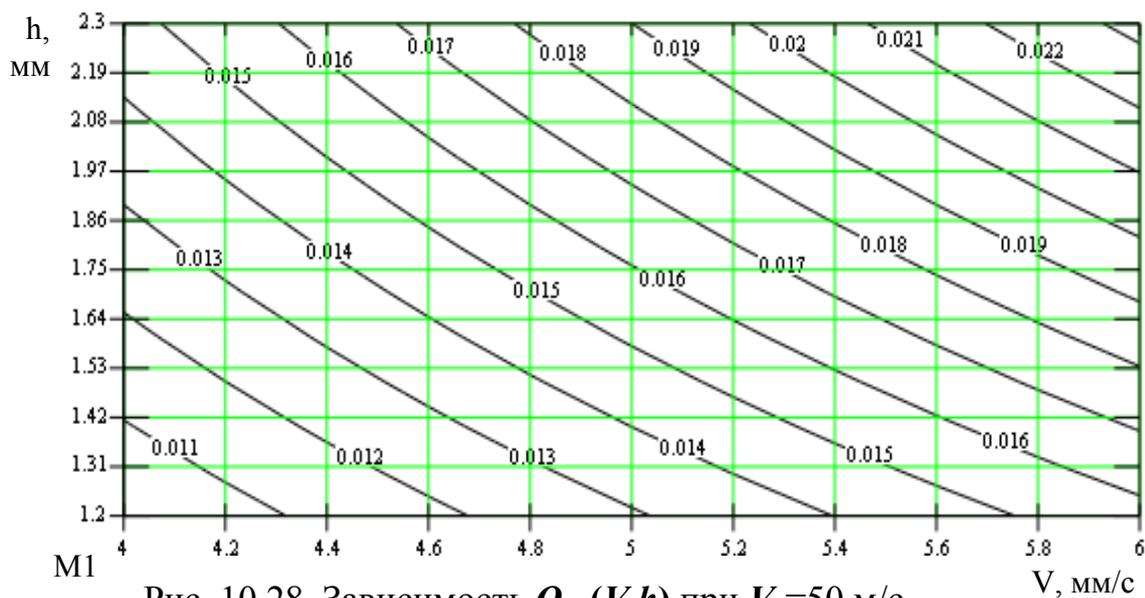


Рис. 10.28. Зависимость  $Q_{1c}(V, h)$  при  $V_d=50$  м/с.

## 10.4. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕМПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ В ИНСТРУМЕНТЕ – ФРИКЦИОННОМ ДИСКЕ

### 10.4.1. ПОСТАНОВКА И РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ

На рис. 10.29 показаны схемы разрезки неподвижной (рис. 10.29,а) и вращающейся (рис. 10.29,б) заготовки. В обоих случаях видно, что каждая точка периферии диска находится в контакте с разрезаемым прокатом на некотором участке  $L_k$  окружности с диаметром  $D$ . Время контакта или, иными словами, нагрева  $t_k = \frac{L_k}{V}$ , остальное время в течении оборота – время остывания  $t_{ост} = (nD - L_k)/V$ . Источник тепла – поверхность контакта. Форма источника – близкая к плоскости площадью  $L_k \cdot B$ , где  $B$  – толщина диска у периферии его. Интенсивность источника принимаем равномерно распределенной по поверхности контакта и равной  $q_1$ .

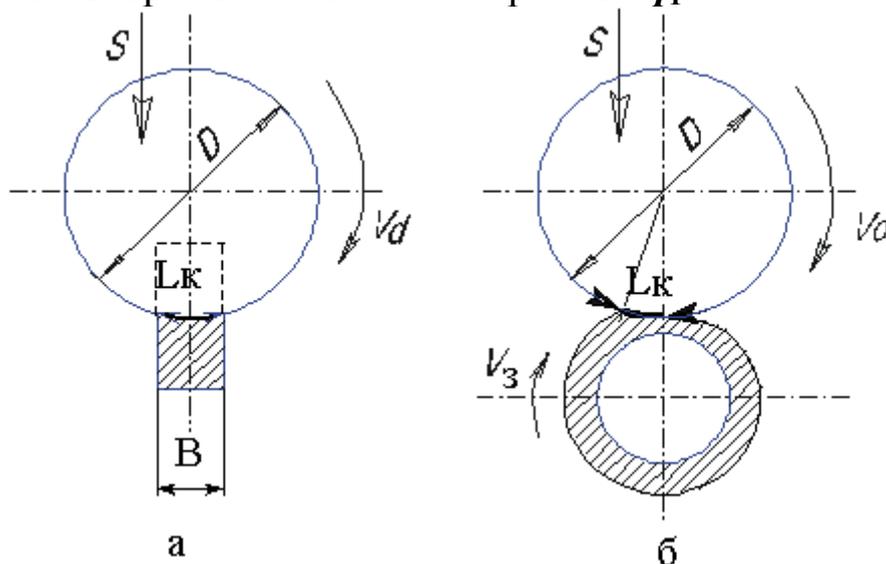


Рис. 10.29. Схема разрезки неподвижной и вращающейся заготовки.

Для математической формулировки задачи удобно вращение диска заменить вращением проката вокруг диска, т.е. вращением источника тепла со скоростью  $V$ .

Вращающийся вокруг диска источник тепла можно принять быстродвижущимся на основании того, что критерий Пекле  $Pe \geq 10$  [127]

$$Pe = \frac{V \cdot L_k}{a},$$

где  $a$  – коэффициент температуропроводности.

Расчеты показывают, что для  $V=(30...135)$  м/с,  $L_k = 1...50$  мм и

$a \approx 0,08 \text{ см}^2/\text{с}$  критерий  $Pe \geq 3750$ .

Известно, что быстро движущийся источник тепла можно заменить непрерывно действующим с интенсивностью  $q_1$  по всей периферии диска в периоды контакта и отсутствующим в периоды охлаждения. В результате получается, что в течение времени  $t_k$  по всей периферии неподвижного диска вспыхивает и действует источник тепла с постоянной интенсивностью  $q_1$ . По окончании времени  $t_k$  источник гаснет до следующей вспышки после времени  $t_{ост.} = (\pi \cdot D - L_k) / V$ .

Кроме этого, в данной задаче принимается диск бесконечно толстый, т.е. как бы с адиабатическими, не отдающими тепло стенками. Такое упрощение задачи исключает теплоотдачу конвективным теплообменом с окружающей средой и сводит в итоге решаемую задачу к одномерной задаче теплопроводности. Таким образом, тепло распространяется только в радиальном направлении к диску.

Учитывая, что радиус диска велик ( $D > 300 \text{ мм}$ ), а также то, что диск устанавливается на массивном шпинделе и в основном рассматривается нагрев у самой его периферии, можно условно диск развернуть в пластину длиной  $\pi \cdot D$ . Следовательно, в конечном итоге задача сводится к одномерной задаче теплопроводности с периодически

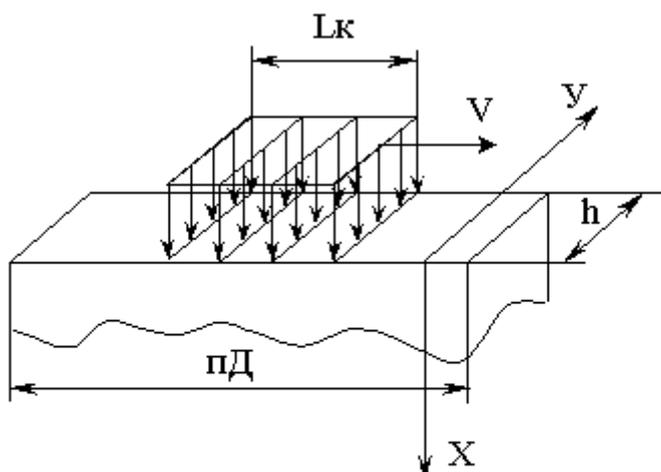


Рис.10.30. Развертка диска.

действующим источником тепла на поверхности полу-пространства  $X \geq 0$ .

В то же время необходимо отметить, что в процессе работы нагревается в основном слой диска, близкий к периферии, и поэтому развернутый диск можно представить стержнем, показанным на рис. 10.30, который отдает тепло с боковых сторон и с торцовой поверхности.

При этом можно считать, что вся торцовая поверхность участвует в теплоотдаче, так как длина  $L_k$  источника тепла, быстро движущегося по ней, очень мала по сравнению с шириной стержня  $\pi \cdot D$ .

Таким образом, элемент объема стержня  $F \cdot dx$ , (где  $F$  – площадь сечения стержня, нагретого до температуры  $T$ ), отдает за время  $dt$  через боковую поверхность  $P \cdot dx$ , (где  $P$  – периметр стержня,  $P = 2 \cdot \pi \cdot D$ ) и торцовую поверхность  $\pi \cdot D \cdot dy$  в окружающую среду

с нулевой температурой количество тепла, которое определяется, как

$$dG = \alpha \cdot T \cdot dt(P \cdot dx + \pi \cdot D \cdot dy),$$

где  $\alpha$  - коэффициент теплоотдачи.

Принимаем  $dx = dy$ . Тогда

$$dG = \alpha \cdot T \cdot dt(2 \cdot \pi \cdot D + \pi \cdot D) = 3 \cdot \pi \cdot D \cdot \alpha \cdot T \cdot dt \cdot dy.$$

Мгновенная скорость изменения температуры, обусловленная поверхностной теплоотдачей,

$$v \cdot T = \frac{3 \cdot \pi \cdot D \cdot \alpha \cdot T \cdot dt \cdot dx}{C_v \cdot F \cdot dx \cdot dt} = \frac{3 \cdot \pi \cdot D \cdot \alpha \cdot T}{\pi \cdot D \cdot \rho_v \cdot h_q} = \frac{3 \cdot \alpha \cdot T}{\rho_v \cdot h_q},$$

откуда

$$v = \frac{3 \cdot \alpha}{C_v \cdot h_q}, \quad (10.34)$$

где  $C_v$  – объемная теплоемкость;  $v$  – коэффициент теплоотдачи для стержня,  $c^{-1}$ .

Скорость изменения температуры  $v \cdot T$  за счет теплоотдачи периферии и боковых стенок диска учитывается в одномерном нестационарном уравнении теплопроводности

$$\frac{dT(x, t)}{dt} = a \cdot \frac{d^2T(x, t)}{dx^2} - v \cdot T(x, t). \quad (10.35)$$

Краевые условия для (10.35)

$$q(0, t) = -\lambda \left. \frac{dT(x, t)}{dx} \right|_{x=0} = \begin{cases} q_1, & \text{при } n \cdot t_n < t < n \cdot t_n + t_k \\ 0, & \text{при } n \cdot t_n + t_k < t < t_n \cdot (n + 1); \end{cases} \quad (10.36)$$

$$T(\infty, t) = 0; \quad (10.37)$$

$$T(x, 0) = 0, \quad (10.38)$$

где  $q(0, t)$  – тепловой поток в диск на периферии его (при  $x=0$ );  $t_n$  – время периода нагрева – охлаждения (время одного оборота диска);  $n$  – номер цикла нагрева – охлаждения (номер оборота диска).

Сформулированная задача решается операционным методом и, следовательно,  $T(x, t)$  рассматривается, как функция от  $t$ , и принимается оригиналом. Изображение  $T(x, t)$ , обозначенное через  $F(x, s)$ , определяется по правилу

$$L_t[T(x, t)] = \int_0^{\infty} T(x, t) \cdot e^{-st} dt = F(x, s). \quad (10.39)$$

Тогда  $L_t \left[ \frac{dT(x,t)}{dx} \right] = \frac{dF(x,s)}{dx}$ ;  $L_t \left[ \frac{d^2 T(x,t)}{dx^2} \right] = \frac{d^2 F(x,s)}{dx^2}$ .

Используя правило дифференцирования и начальное условие (10.38), получаем

$$\frac{dT(x,t)}{dt} = s \cdot F(x,s).$$

Дифференциальное уравнение (10.34) в изображениях

$$s \cdot F(x,s) = a \frac{d^2 F(x,s)}{dx^2} - v \cdot F(x,s). \quad (10.40)$$

Решаем его при условии

$$L_t \left[ \frac{dT}{dx} \right] \Big|_{x=0} = \frac{dF(x,s)}{dx} \Big|_{x=0} = L_t \left[ \frac{q(0,t)}{\lambda} \right] = -\frac{1}{\lambda} L_t [q(0,t)]. \quad (10.41)$$

Так как функция  $q(0,t)$ , согласно (10.36), периодическая, находим ее изображение

$$L_t [q(0,t)] = \frac{1}{1 - e^{-s \cdot t_n}} \int_0^{t_n} e^{-st} q(0,t) dt = \frac{q_1(1 - e^{-s \cdot t_n})}{s \cdot (1 - e^{-s \cdot t_n})}. \quad (10.42)$$

Уравнение (10.41) запишем в следующем виде

$$\frac{d^2 F(x,s)}{dx^2} - \frac{s+v}{a} \cdot F(x,s) = 0. \quad (10.43)$$

Решение (10.43) ищем в виде  $e^{rx}$  и, подставив в (10.43), получаем

$$r_{1,2} = \pm \sqrt{\frac{s+v}{a}}.$$

Таким образом, общее решение (10.43)

$$F(x,s) = C_1 \exp\left(x \cdot \sqrt{\frac{s+v}{a}}\right) + C_2 \exp\left(-x \cdot \sqrt{\frac{s+v}{a}}\right). \quad (10.44)$$

Постоянные  $C_1$  и  $C_2$  находим из граничных условий

$$t(\infty, t) = 0;$$

$$L_t [t(\infty, t)] = 0;$$

$$C_1 \cdot e^{\infty \cdot \sqrt{\frac{s+v}{a}}} + C_2 \cdot \frac{1}{e^{\infty \cdot \sqrt{\frac{s+v}{a}}}} = 0.$$

Это тождество будет выполнено при  $C_1 = 0$ . Таким образом, (10.44) упрощается

$$F(x,s) = C_2 \exp -x \cdot \sqrt{\frac{s+\nu}{a}}.$$

Найдем производную изображения  $F(x,s)$  по  $x$  при  $x=0$

$$\left. \frac{dF(x,s)}{dx} \right|_{x=0} = C_2 \left( -\sqrt{\frac{s+\nu}{a}} \right) \cdot e^{-x \cdot \sqrt{\frac{s+\nu}{a}}} \Big|_{x=0} = -C_2 \sqrt{\frac{s+\nu}{a}}. \quad (10.45)$$

Приравняем (10.45) к (10.41) и, учитывая (10.42), получим

$$C_2 = \frac{q_1(1 - e^{-s \cdot t_k})}{\lambda \cdot s \cdot (1 - e^{-s \cdot t_n}) \cdot \sqrt{\frac{s+\nu}{a}}}.$$

Решение (10.44)

$$F(x,s) = \frac{q_1(1 - e^{-s \cdot t_k})}{\lambda \cdot s \cdot (1 - e^{-s \cdot t_n}) \cdot \sqrt{\frac{s+\nu}{a}}} \exp\left(-x \sqrt{\frac{s+\nu}{a}}\right). \quad (10.46)$$

Для определения оригинала  $F(x,s)$  воспользуемся сверткой двух функций, предварительно найдя оригиналы сомножителей  $F(x,s)$ . Для

сомножителя  $\frac{q_1(1 - e^{-s \cdot t_k})}{\lambda \cdot s \cdot (1 - e^{-s \cdot t_n})}$  согласно (10.42)

$$L^{-1} \left[ \frac{q_1(1 - e^{-s \cdot t_k})}{\lambda \cdot s \cdot (1 - e^{-s \cdot t_n})} \right] = \frac{q(0,t)}{\lambda}. \quad (10.47)$$

Для нахождения оригинала сомножителя  $\frac{\exp\left(-x \sqrt{\frac{s+\nu}{a}}\right)}{\sqrt{\frac{s+\nu}{a}}}$  вос-

пользуемся сначала нахождением оригинала функции  $\frac{\exp\left(-x \sqrt{\frac{s}{a}}\right)}{\sqrt{\frac{s}{a}}}$ :

$$L^{-1} \left[ \frac{\exp\left(-x \sqrt{\frac{s}{a}}\right)}{\sqrt{\frac{s}{a}}} \right] = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{\pi \cdot t}} \exp\left(-\frac{x^2}{4at}\right).$$

По теореме смещения

$$L^{-1} \left[ \frac{\exp\left(-x\sqrt{\frac{s+\nu}{a}}\right)}{\sqrt{\frac{s+\nu}{a}}}\right] = e^{-\nu t} L^{-1} \left[ \frac{\exp\left(-x\sqrt{\frac{s}{a}}\right)}{\sqrt{\frac{s}{a}}}\right] = e^{-\nu t} \cdot \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{\pi \cdot t}} \cdot \exp\left(\frac{x^2}{4at}\right).$$

Таким образом

$$T(x, t) = L^{-1}(F(x, s)) = \frac{\sqrt{a}}{\lambda\sqrt{\pi}} \int_0^t \exp\left[-\frac{x^2}{4a(t-\tau)} - b(t-\tau)\right] \cdot q(0, \tau) \frac{d\tau}{\sqrt{t-\tau}} \quad (10.48)$$

Итак, получено решение поставленной задачи. Для анализа полученного решения значительный интерес представляет умение рассчитывать максимальную и минимальную температуры для любого оборота диска. Получим формулы расчета  $T_{max}$  и  $T_{min}$  для периферии диска, т. е. при  $x=0$ .

Формула (10.49) при  $x=0$

$$T(0, t) = \frac{\sqrt{a}}{\lambda \cdot \sqrt{\pi}} \int_0^t \exp[-\nu(t-\tau)] \cdot q(0, \tau) \frac{d\tau}{\sqrt{t-\tau}}. \quad (10.49)$$

Максимальная температура диска при  $x=0$  на каждом  $n$ -ом обороте соответствует времени окончания контакта, т.е.  $t=(n-1) \cdot t_n + t_k$ , а минимальная температура – времени входа диска в контакт, т.е.  $t = n \cdot t_n$ . Таким образом, температура после контакта на  $n$ -ом обороте диска, т.е. максимальная температура в  $n$ -ом периоде нагрева – охлаждения, определится

$$T_{max}|_{x=0} = T(0, (n-1) \cdot t_n + t_k) = \frac{\sqrt{a}}{\lambda \cdot \sqrt{\pi}} \int_0^{(n-1) \cdot t_n + t_k} \exp[-\nu(n-1) \cdot t_n + t_k - \tau] \times \\ \times q(0, \tau) \frac{d\tau}{\sqrt{(n-1) \cdot t_n + t_k - \tau}}, \quad (10.50)$$

соответственно минимальная температура

$$T_{min}|_{x=0} = T(0, n \cdot t_n) = \frac{\sqrt{a}}{\lambda \cdot \sqrt{\pi}} \int_0^{n \cdot t_n} \exp[-\nu(n \cdot t_n - \tau)] \cdot q(0, \tau) \frac{d\tau}{\sqrt{n \cdot t_n - \tau}}. \quad (10.51)$$

Учитывая условие (10.36), выражения (10.50) и (10.51), можно

представить в виде суммы интегралов

$$\begin{aligned}
 T(0, (n-1) \cdot t_n + t_k) &= \frac{q_1 \sqrt{a}}{\lambda \cdot \sqrt{\pi}} \sum_{i=1}^n \int_{(i-1) \cdot t_n}^{(i-1) \cdot t_n + t_k} \exp[-v((n-1) \cdot t_n + t_k - \tau)] \times \\
 &\times \frac{d\tau}{\sqrt{(n-1) \cdot t_n + t_k - \tau}} = \frac{q_1 \sqrt{a}}{\lambda \cdot \sqrt{\pi}} \sum_{i=1}^n \left\{ \int_0^{(i-1) \cdot t_n + t_k} \exp[-v((n-1) \cdot t_n + t_k - \tau)] \right\} \times \\
 &\times \frac{d\tau}{\sqrt{(n-1) \cdot t_n + t_k - \tau}} - \int_0^{(i-1) \cdot t_n} \exp((n-1) \cdot t_n + t_k - \tau) \cdot \frac{d\tau}{\sqrt{(n-1) \cdot t_n + t_k - \tau}}. \quad (10.52)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 T(0, n \cdot t_n) &= \frac{q_1 \sqrt{a}}{\lambda \cdot \sqrt{\pi}} \sum_{i=1}^n \int_{(i-1) \cdot t_n}^{(i-1) \cdot t_n + t_k} \exp[-v(n \cdot t_n - \tau)] \cdot \frac{d\tau}{\sqrt{n \cdot t_n - \tau}} = \\
 &= \frac{q_1 \sqrt{a}}{\lambda \cdot \sqrt{\pi}} \sum_{i=1}^n \left\{ \int_0^{(i-1) \cdot t_n + t_k} \exp[-v(n \cdot t_n - \tau)] \cdot \frac{d\tau}{\sqrt{n \cdot t_n - \tau}} - \right. \\
 &\quad \left. - \int_0^{(i-1) \cdot t_n} \exp[-v(n \cdot t_n - \tau)] \times \frac{d\tau}{\sqrt{n \cdot t_n - \tau}} \right\}. \quad (10.53)
 \end{aligned}$$

Для решения (10.52) и (10.53) нужно взять интеграл вида  $\int_0^{t_2} \exp[-v(t_1 - \tau)] \frac{d\tau}{\sqrt{t_1 - \tau}}$ . Рассмотрим его решение. Выполним замену

переменной  $\frac{z^2}{v} = t_1 - \tau$ ;  $z = \sqrt{v \cdot (t_1 - \tau)}$ ;  $\tau = t_1 - \frac{z^2}{v}$ ;  $d\tau = \frac{2z \cdot dz}{v}$ .

Пределы интегрирования: при  $\tau = 0$ ,  $z = \sqrt{v \cdot t_2}$ ;  
при  $\tau = t_2$ ,  $z = \sqrt{v(t_1 - t_2)}$ .

Таким образом,

$$\begin{aligned}
 \int_0^{t_2} \exp[-v(t_1 - \tau)] \frac{d\tau}{\sqrt{t_1 - \tau}} &= \frac{2}{\sqrt{v}} \int_{\sqrt{v(t_1 - t_2)}}^{\sqrt{v \cdot t_1}} e^{-z^2} dz = \\
 &= \frac{2}{\sqrt{v}} \left\{ \int_0^{\sqrt{v \cdot t_1}} e^{-z^2} dz - \int_0^{\sqrt{v(t_1 - t_2)}} e^{-z^2} dz \right\}.
 \end{aligned}$$

Известно, что

$$\frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-z^2} dz = \operatorname{erf}(x), \quad \text{откуда} \quad \int_0^x e^{-z^2} dz = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \operatorname{erf}(x).$$

Таким образом, получаем

$$\int_0^{t_2} \exp[-\nu(t_1 - \tau)] \frac{d\tau}{\sqrt{t_1 - \tau}} = \frac{\sqrt{\pi}}{\sqrt{\nu}} \cdot [\operatorname{erf}(\sqrt{\nu \cdot t_1}) - \operatorname{erf}(\sqrt{\nu(t_1 - t_2)})]. \quad (10.54)$$

Решаем (10.52), имея в виду, что в квадратных скобках имеется два интеграла. Для первого из них

$$t_2 = (i-1) \cdot t_n + t_k, \quad t_1 = (n-1) \cdot t_n + t_k; \quad (10.55)$$

$$\text{а для второго} \quad t_2 = (i-1) \cdot t_n, \quad t_1 = (n-1) \cdot t_n + t_k. \quad (10.56)$$

Используя (10.54) и значения  $t_1, t_2$  согласно (10.55), (10.56), получаем

$$\begin{aligned} T_{max}|_{x=0} &= T(0, (n-1) \cdot t_n + t_k) = \\ &= \frac{q_1}{\lambda} \cdot \sqrt{\frac{a}{\nu}} \sum_{i=1}^n \left\{ \operatorname{erf} \sqrt{\nu[(n-i) \cdot t_n + t_k]} - \operatorname{erf} \sqrt{\nu \cdot (n-i) \cdot t_n} \right\}. \end{aligned} \quad (10.57)$$

По аналогии решаем (10.53), имея в виду, что для первого интеграла

$$t_2 = (i-1) \cdot t_n + t_k, \quad t_1 = n \cdot t_n; \quad (10.58)$$

$$\text{а для второго} - \quad t_2 = (n-1) \cdot t_n, \quad t_1 = n \cdot t_n. \quad (10.59)$$

Используя (10.54) и значения  $t_1, t_2$  согласно (10.58) и (10.59) получаем

$$\begin{aligned} T_{min}|_{x=0} &= T(0, n \cdot t_n) = \\ &= \frac{q_1}{\lambda} \cdot \sqrt{\frac{a}{\nu}} \sum_{i=1}^n \left\{ \operatorname{erf} \sqrt{\nu(n-i+1) \cdot t_n} - \operatorname{erf} \sqrt{\nu(n-i+1) \cdot t_n - t_k} \right\}. \end{aligned} \quad (10.60)$$

Рассмотрим значения  $T(0, (n-1) \cdot t_n + t_k)$  и  $T(0, n \cdot t_n)$  при  $\nu=0$ . Если обратиться к (10.57) и (10.60), то видно, что в обоих случаях при  $\nu=0$  значения  $T(0, (n-1) \cdot t_n + t_k)$  и  $T(0, n \cdot t_n)$  представляют собой неопределенности вида  $\frac{0}{0}$ . Раскроем эту неопределенность, т.е. найдем

$$\lim_{\nu \rightarrow 0} T(0, (n-1) \cdot t_n + t_k),$$

используя правило Лопиталю. Для этого необходимо взять производную по  $\nu$  от интеграла вероятности:

$$\frac{d[\operatorname{erf} \sqrt{\nu \cdot t}]}{d\nu} = \left\{ \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\sqrt{\nu \cdot t}} e^{-z^2} dz \right\}'_{\nu}$$

Воспользуемся выражением для производной от интеграла

$$Y(y) = \int_{x_1(y)}^{x_2(y)} f(x, y) dx$$

$$\frac{dY'(y)}{dy} = \int_{x_1(y)}^{x_2(y)} f(x, y) dx = f[x_2(y), y] \cdot \frac{dx_2}{dy} - f[x_1(y), y] \cdot \frac{dx_1}{dy}. \quad (10.61)$$

Учитывая (10.61), получаем

$$\left\{ \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\sqrt{v \cdot t}} e^{-z^2} dz \right\} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \cdot e^{-v \cdot t} \cdot \frac{1}{2 \cdot \sqrt{v}} \sqrt{t}. \quad (10.62)$$

Найдем  $\lim_{v \rightarrow 0} T(0, (n-1) \cdot t_n + t_k)$ , используя (10.62) и учитывая, что в (10.62)  $v \rightarrow 0$   $t = (n-1) \cdot t_n + t_k$ :

$$\begin{aligned} & \lim_{v \rightarrow 0} T(0, (n-1) \cdot t_n + t_k) = \\ & = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \cdot \frac{q_1 \sqrt{a}}{\lambda} \sum_{i=1}^n \left\{ \int_0^{\sqrt{v[(n-i+1) \cdot t_n + t_k]}} e^{-z^2} dz - \int_0^{\sqrt{v[(n-i) \cdot t_n]}} e^{-z^2} dz \right\}' \cdot v \times \\ & \quad \times \frac{1}{(\sqrt{v})'} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \cdot \frac{q_1 \sqrt{a}}{\lambda} \times \\ & \quad \times \sum_{i=1}^n \left\{ e^{-v[(n-i) \cdot t_n + t_k]} \cdot \sqrt{(n-i) \cdot t_n + t_k} - e^{-v \cdot (n-i) \cdot t_n} \cdot \sqrt{(n-i) \cdot t_n} \right\}. \end{aligned}$$

При  $v = 0$  имеем

$$\begin{aligned} T_{max} \Big|_{x=0} &= \lim_{v=0} T(0, (n-1) \cdot t_n + t_k) = \\ &= \frac{2}{\sqrt{\pi}} \cdot \frac{q_1 \sqrt{a}}{\lambda} \cdot \sqrt{t_n} \cdot \sum_{i=1}^n \left( \sqrt{n-i + \frac{t_k}{t_n}} - \sqrt{n-i} \right). \end{aligned} \quad (10.63)$$

По аналогии находим  $\lim_{v \rightarrow 0} T(0, n \cdot t_n)$ :

$$\begin{aligned} T_{min} \Big|_{x=0} &= \lim_{v \rightarrow 0} T(0, n \cdot t_n) = \\ &= \frac{2}{\sqrt{\pi}} \cdot \frac{q_1 \sqrt{a}}{\lambda} \cdot \sqrt{t_n} \cdot \sum_{i=1}^n \left( \sqrt{n-i+1} - \sqrt{n-i+1 - \frac{t_k}{t_n}} \right). \end{aligned} \quad (10.64)$$

Для вычисления по (10.57), (10.60), (10.63), (10.64) необходимо знать интенсивность теплового потока  $q_1$ . Однако качественную оценку этих зависимостей можно сделать по относительной температуре, т.е. отнесенной к температуре после контакта  $t_k$  в первом цикле нагрева – охлаждения, которая по (10.57) при  $v \neq 0$

$$T(0, t_k) = \frac{q_1}{\lambda} \cdot \sqrt{\frac{a}{v}} \cdot \operatorname{erf} \sqrt{v \cdot t_k}, \quad (10.65)$$

а при  $v = 0$ , согласно (10.63)

$$T(0, t_k)|_{v=0} = \frac{q_1}{\lambda} \cdot \sqrt{\frac{a}{\pi}} \cdot \sqrt{t_k}. \quad (10.66)$$

Таким образом, вычисляем относительные температуры по формулам

$$\begin{aligned} T_{отн, max}|_{x=0} &= \frac{T(0, (n-1) \cdot t_n + t_k)}{T(0, t_k)} = \\ &= \frac{\sum_{i=1}^n \left\{ \operatorname{erf} \sqrt{\nu(n-i) \cdot t_n + t_k} - \operatorname{erf} \sqrt{\nu(n-i) \cdot t_n} \right\}}{\operatorname{erf} \sqrt{\nu \cdot t_k}}; \end{aligned} \quad (10.67)$$

$$\begin{aligned} T_{отн, min}|_{x=0} &= \frac{T(0, (n \cdot t_n))}{T(0, t_k)} = \\ &= \frac{\sum_{i=1}^n \left\{ \operatorname{erf} \sqrt{\nu(n-i+1) \cdot t_n} - \operatorname{erf} \sqrt{\nu(n-i+1) \cdot t_n - t_k} \right\}}{\operatorname{erf} \sqrt{\nu \cdot t_k}}; \end{aligned} \quad (10.68)$$

$$T_{отн, max} \left| \begin{array}{l} x=0 \\ v=0 \end{array} \right. = \frac{T_{max} \left| \begin{array}{l} x=0 \\ v=0 \end{array} \right.}{T(0, t_k) \left| \begin{array}{l} x=0 \\ v=0 \end{array} \right.} = \sqrt{\frac{t_n}{t_k}} \cdot \sum_{i=1}^n \left( \sqrt{n-i + \frac{t_k}{t_n}} - \sqrt{n-i} \right); \quad (10.69)$$

$$T_{отн, min} \left| \begin{array}{l} x=0 \\ v=0 \end{array} \right. = \frac{T_{min} \left| \begin{array}{l} x=0 \\ v=0 \end{array} \right.}{T(0, t_k) \left| \begin{array}{l} x=0 \\ v=0 \end{array} \right.} = \sqrt{\frac{t_n}{t_k}} \cdot \sum_{i=1}^n \left( \sqrt{n-i+1} - \sqrt{n-i+1 - \frac{t_k}{t_n}} \right). \quad (10.70)$$

При  $x \neq 0$  относительная температура вычисляется так же, как температура, вычисленная по (10.48) и отнесенная к вычисляемой по (10.65). При этом нужно учитывать, что время, соответствующее максимальной и минимальной температурам, неизвестно. Максимальная температура будет соответствовать моменту времени  $t_{max}$ , наступающему несколько позже (на величину  $\Delta t$ ), чем время окончания контакта в соответствующем цикле  $t_{max} = t_n \cdot (n-1) + \Delta t$ . При этом в течении времени  $\Delta t$  согласно (10.37)  $q(0, t) = 0$ , и поэтому из (10.48) и (10.65) имеем:

$$T(x, t_{max}) = \frac{q_1}{\lambda} \cdot \sqrt{\frac{a}{\pi}} \sum_{i=1}^n \frac{t_n^{(n-1)+t_k}}{t_n^{(n-1)}} \int \exp \left[ -\frac{x^2}{4a(t_{max} - \tau)} - \nu(t_{max} - \tau) \right] \cdot \frac{d\tau}{\sqrt{t_{max} - \tau}};$$

$$T_{отнmax}(x, t_{max}) = \frac{T(x, t_{max})}{T(0, t_k)} = \sqrt{\frac{\nu}{\pi}} \cdot \frac{1}{\operatorname{erf}\sqrt{\nu \cdot t_k}} \times \\ \times \sum_{i=1}^n \int_{t_n(n-1)}^{t_n(n-1)+t_k} \exp\left[-\frac{x^2}{4a(t_{max} - \tau)} - \nu(t_{max} - \tau)\right] \frac{d\tau}{\sqrt{t_{max} - \tau}}. \quad (10.71)$$

Поиск  $T_{max}(x, t_{max})$  проводится приближенным вычислением интегралов в (10.71) с подстановкой вместо  $T_{max}$  значения  $t$ , начиная с  $t_n(n-1)+t_k$ , и затем добавляя к нему  $\Delta t$ , пока не будет найдено  $T_{max}$ .

Для проверки правильности решения (10.48) можно сравнить его с решением, описывающим температурное поле от полосового быстродвижущегося источника тепла равномерной интенсивности по адиабатической поверхности полубесконечного тела или пластины с адиабатическими боковыми поверхностями, полученными Резниковым А.Н.

Для этого запишем (10.48) при  $x = \nu = 0$

$$T(0, t)|_{\nu=0} = \frac{1}{\lambda} \cdot \sqrt{\frac{a}{\pi}} \int_0^t q(0, \tau) \frac{d\tau}{\sqrt{t - \tau}}. \quad (10.72)$$

Когда  $t < t_k$ , т.е. для точки на поверхности диска в пределах дуги контакта, получаем

$$T(0, t)|_{\nu=0} = \frac{2q_1}{\lambda} \cdot \sqrt{\frac{a}{\pi}} \cdot \sqrt{t}. \quad (10.73)$$

Если расстояние рассматриваемой точки на поверхностном слое диска от начала входа в зону контакта обозначить через  $l$ , то время пребывания этой точки в контакте  $t=l/\nu$ . Подставив это значение в (10.73), умножив и разделив (10.73) на  $\sqrt{L_k}$ , получим

$$T(0, t)|_{\nu=0} = \frac{2q_1}{\lambda} \cdot \sqrt{\frac{a \cdot L_k}{\nu \cdot \pi}} \cdot \sqrt{\varphi}, \quad (10.74)$$

где  $L_k$  – длина дуги контакта (рис. 10.29),  $\varphi = l / L_k$  – относительный путь точки в пределах дуги контакта.

Если время наблюдения за точкой периферии диска  $t$  находится в диапазоне  $t_k < t \leq t_n$ , то

$$T(0, t) = \sqrt{\frac{a}{\pi}} \int_0^t q(0, \tau) \frac{d\tau}{\sqrt{t - \tau}} = \sqrt{\frac{a}{\pi}} \int_0^t \frac{q_1}{\lambda \cdot \sqrt{t - \tau}},$$

так как  $q(0, \tau) = 0$  в интервале  $t_k < T \leq t_n$ .

Выполнив преобразования и подставив  $t=l/\nu$ ,  $t_k = L_k / \nu$ , получим

$$T(0,t)|_{v=0} = \frac{2 \cdot q_1}{\lambda} \cdot \sqrt{\frac{a \cdot l_k}{v \cdot \pi}} \cdot (\sqrt{\varphi} - \sqrt{\varphi - 1}). \quad (10.75)$$

Выражения (10.74) и (10.75) в точности повторяют формулы Резникова А.Н. [127], являясь частными случаями уравнения (10.48), что подтверждает его правильность.

#### 10.4.2. АНАЛИЗ ТЕМПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ В ДИСКЕ

На рис. 10.31 приведен график изменения  $T_{om}$  на периферии диска диаметром  $D=0,7$  м при скорости резания  $V=100$  м/с без охлаждения и длине дуги контакта  $L_k=0,02$  м. Для этих условий фрикционной разрезки  $t_k = L_k/V = 0,0002$  с,  $t_n = \pi \cdot D/V \approx 0,02$  с.

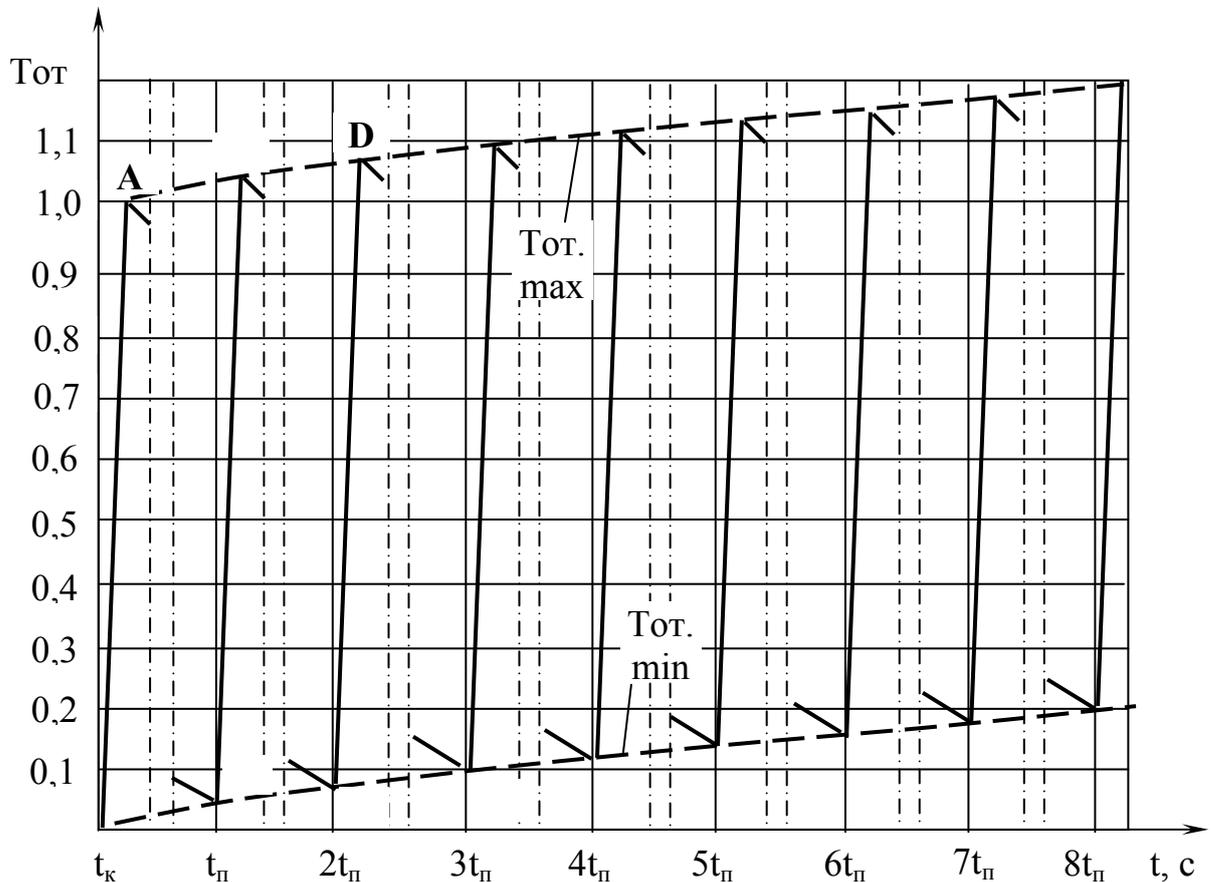


Рис. 10.31. Кривые нагрева и охлаждения фрикционного диска при  $t_k = 0,0002$  с,  $t_n = 0,02$  с и  $v = 0$ .

С использованием (10.69) и (10.70) получены значения  $T_{om.max}$  и  $T_{om.min}$  для восьми циклов нагрева-охлаждения. Так как  $t_k < t_n$ , то для компактности графика время между  $t_n(n-1)+t_k$  и  $t_n \cdot n$  разрываем, что на рис. 10.31 показано штрих-пунктирными линиями. Из графика видно, что за первый контакт температура резко возросла до точки А, а затем

к следующему контакту падает до точки **B**. С последующими циклами  $T_{om.max}$  диска растет (точки **C**, **D** и т.д.), растет и минимальная температура  $T_{om.min}$  (точки **B**, **E**, **G** и т.д.).

В дальнейшем удобно анализировать влияние различных условий на нагрев диска, рассматривая только кривые максимального нагрева  $T_{om.max}$ , полученные соединением точек **A**, **C** и **D** и т.д., откладывая на оси абсцисс – число  $n$  оборотов диска (циклов нагрева-охлаждения). Момент, соответствующий максимальной температуре, равен дробному значению числа оборотов. Масштаб этого значения на графике не выдерживается, что позволяет разместить их компактно, не меняя характера изменения кривых  $T_{om.max}$  и  $T_{om.min}$ .

Большое влияние на нагрев диска оказывает его диаметр. При одном и том же времени  $t_k$  увеличение диаметра при неизменной скорости резания ведет к росту  $t_n$ . В результате этого диск сильнее охлаждается, а значит, меньше нагревается. Кроме этого, с ростом  $D$  уменьшается количество оборотов диска до полной разрезки проката, а значит, и полная, накопившаяся температура будет намного ниже.

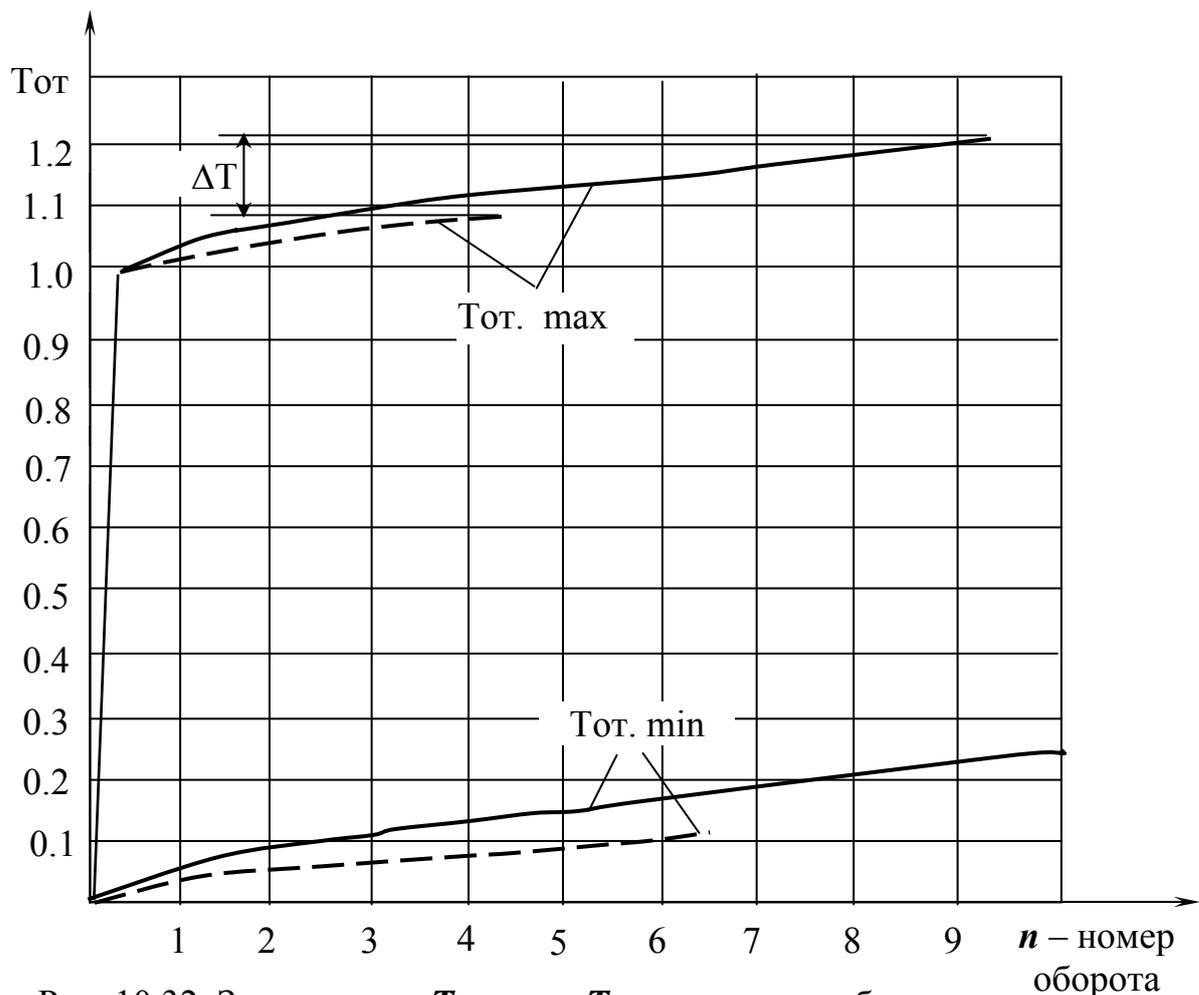


Рис. 10.32. Зависимость  $T_{отн.max}$  и  $T_{отн.min}$  от числа оборотов  $n$  и диаметра дисков ( — — — 0,7м, — — — 1,5м).

Такие выводы иллюстрируются на рис. 10.32.

Так, например, при разрезке проката за 10 оборотов диска  $D=0,7\text{м}$  при  $V=100\text{м/с}$  и длине дуги контакта  $L_k=0,02\text{мм}$   $T_{om.max}$  достигает значения 1,22 (рис. 10.32). Такой же прокат разрезает за 5 оборотов диск  $D=1,5\text{м}$  при  $V=100\text{м/с}$  и той же скорости подачи. Его  $T_{om.max}$  достигает значения 1,08. Таким образом, диск диаметром 0,7м нагреется на  $T_{om}=0,14$  больше, чем диск диаметром 1,5м. Наибольшее влияние на нагрев диска оказывает длина дуги контакта  $L_k$ , которая при постоянной скорости резания  $V$  однозначно определяет время контакта  $t_k=L_k/V$ .

На рис. 10.33 показаны графики  $T_{om.max}$  для периферии диска ( $x=0$ ) диаметром 0,7м, работающего без охлаждения ( $v=0$ ) при разрезке со скоростью  $V=100\text{м/с}$  с различной длиной дуги контакта:  $L_k=0,005\text{м}$  (кривая 1);  $0,01\text{м}$  (кривая 2);  $0,02\text{м}$  (кривая 3). При этом во всех трех случаях  $t_n=0,022\text{с}$ , а  $t_k$  в каждом случае соответственно свое:  $t_{k1}=0,00005\text{с}$ ,  $t_{k2}=0,0001\text{с}$ . Чтобы можно было количественно сравнить нагрев диска при различных значениях  $L_k$ , расчет ведется по

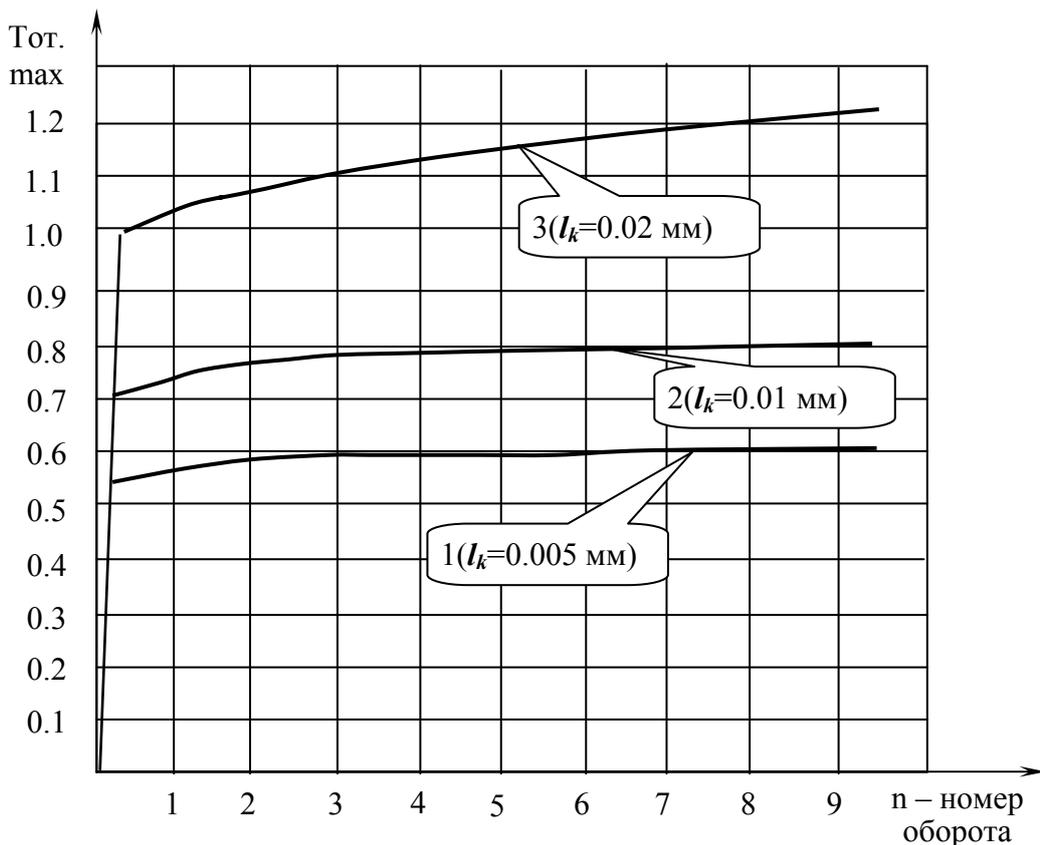


Рис.10. 33.Зависимость максимальной температуры  $T_{om.max}$  от числа оборотов и длины дуги контакта  $L_k$ .

зависимости (10.69) и при этом в знаменателе во всех трех случаях стоит температура при  $t_{k3}$ . Из графиков рис. 10.33 виден значительный рост температуры с ростом  $L_k$ . Кроме этого, с каждым обо-

ротом растет  $T_{om.max}$  и тем интенсивнее, чем больше  $L_k$ . Влияние теплоотдачи от стенок диска на нагрев его определяются коэффициентом  $v$ , рассчитываемым по (10.34). Расчет приведен для диска толщиной  $h_q=2\text{мм}$

при коэффициентах теплоотдачи, равных 10300, 15500, 27500 Вт/м<sup>2</sup>·°С, что согласно [127] соответствует охлаждению, соответственно, распыленной жидкостью, поливом и высоконапорной струей. Материал диска – Сталь 20, для которой  $C_v=5,15 \cdot 10^6$  Дж/м<sup>3</sup>·°С. Для этих условий коэффициент теплоотдачи  $\nu$  соответственно равен 3; 4,5 и 8.

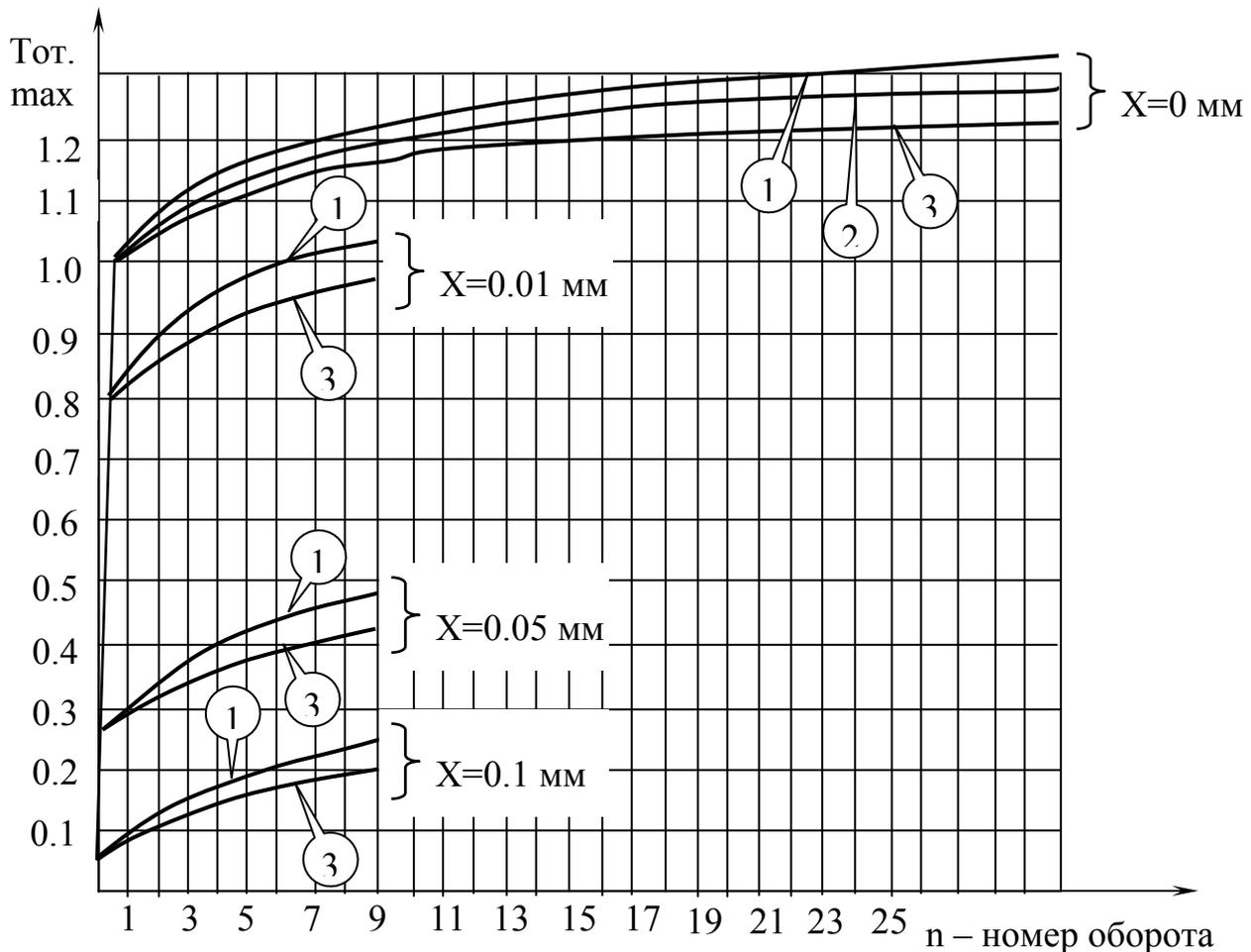


Рис. 10.34. Зависимость максимальной температуры  $T_{om.max}$  от числа оборотов диска, расстояния  $X$  от периферии диска и условий охлаждения:  $\nu=3(1)$ ; 4,5(2); 8(3).

Расчет  $T_{om.max}$  проводим по (10.67) для диска  $D=0,5$  м,  $V=100$  м/с,  $L_k=0,02$  м. Результаты расчетов даны в виде трех графиков. В верхней части рис. 10.34, где видно, что охлаждение значительно снижает накапливающуюся с каждым оборотом температуру. При охлаждении высоконапорной струей ( $\nu=8$ ) для данных условий уже после 20-го оборота  $T_{om.max}$  практически не растет, т.е. режим нагрева диска из неустановившегося переходит в квазистационарный.

Следует также отметить, что с удалением от периферии диска к центру, температура его быстро уменьшается. Это установлено расчетами по (10.71) при вышеприведенных условиях для различных

значений  $X$ . Из графиков рис. 10.34 видно, что даже при удалении от периферии на 0,01мм  $T_{от.мах}$  значительно уменьшается, а при  $X=0,05$ мм она меньше, чем на периферии в 2,5 раза.

### 10.4.3. НАГРЕВ ДИСКА ПРИ РАЗРЕЗКЕ С ВРАЩЕНИЕМ ЗАГОТОВКИ

Выше получены формулы расчета температуры в фрикционном диске и выполнен качественный их анализ. Рассмотрим применение их для резки заготовки с ее вращением и выполним анализ полученных результатов. При расчете температурного поля в диске по формулам (10.48), (10.49) необходимо воспроизводить функцию  $q(\mathbf{0}, T)$  согласно граничного условия (10.36), т.е. в моменты времени, когда отсутствует контакт точки периферии диска с разрезаемой деталью  $q(\mathbf{0}, T)=0$ , а когда он имеет место -  $q(\mathbf{0}, T)=q_1$ . Поскольку наличие контакта и его отсутствие периодически повторяется в каждом обороте, решения (10.48), (10.49) нужно представить суммой решений, число которых равно числу оборотов  $n$  диска. Причем каждый  $i$ -ый оборот диска начинается с контакта, который длится время  $t_k=L/V_d$ , где  $L$  - длина дуги контакта,  $V_d$  - окружная скорость диска.

Для каждого  $i$ -го оборота диска текущее время начала контакта равно  $t_p(i-1)$ , где  $t_p$  - время оборота диска и  $t_p=2 \cdot \pi \cdot r/V_d$ . Пределы интегрирования программируются условным оператором  $if(t \leq t_p(i-1))$ ,  $t, t_p(i-1)$ , который читается следующим образом: если время наблюдения  $t$  меньше или равно  $t_p(i-1)$ , то оно равно  $t$ , иначе нижний предел равен  $t_p(i-1)$ . Таким образом, нижний предел интегрирования меняется с каждым оборотом и равен для  $i$ -го оборота времени окончания  $(i-1)$ -го оборота.

Верхний предел интегрирования для  $i$ -го оборота в течение времени контакта, т.е. в течении времени после окончания предыдущего оборота  $t_p(i-1)$  до времени окончания действия источника тепла на этом  $i$ -ом обороте -  $[t_p(i-1)+t_k]$ , равен времени наблюдения  $t$ , а после  $t_p(i-1)+t_k$ , он неизменен и равен  $t_p(i-1)+t_k$ . Таким образом, после окончания действия источника тепла время наблюдения  $t$  в подинтегральном выражении растет, а действие источника тепла прекратилось и происходит рассеивание тепла (остывание диска).

Время наблюдения, для получения температуры в диске как функции времени, должно быть описано как дискретный аргумент с каким-то шагом. Шаг этот должен быть в несколько десятков раз меньше времени контакта  $t_k$  для высокой точности расчета.

$$\begin{aligned}
 h &:= 0.23 & r &:= 17 & m &:= \sqrt{2 \cdot r \cdot h - h^2} & m &= 2.787 & L &:= \sqrt{h^2 + m^2} & L &= 2.796 \\
 \phi &:= \operatorname{atan}\left(\frac{h}{m}\right) & \phi &= 0.082 & a &:= 0.08 & \lambda &:= 0.095 & v &:= 0.4 & z &:= 0 \\
 y1 &:= 0.75 & \tau &:= 25 & i &:= 0..30 & x1_i &:= 3 - 0.2 \cdot i & z1 &:= 0.05
 \end{aligned}$$

$$x_i := (x1_i - y1 \cdot \tan(\phi)) \cdot \cos(\phi) \qquad y_i := \frac{y1}{\cos(\phi)} + (x1_i - y1 \cdot \tan(\phi)) \cdot \sin(\phi)$$

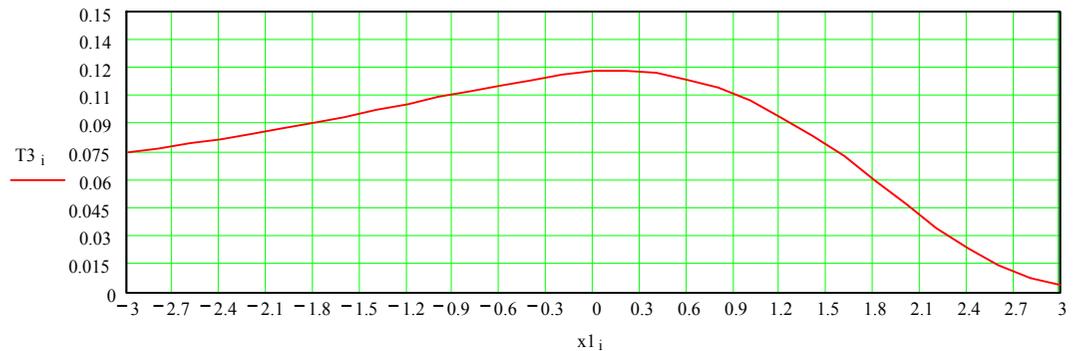
$$T1_i := \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \lambda} \cdot \int_0^L \int_0^\tau \frac{e^{-\frac{[x_i - xu + v \cdot (\tau - t) \cdot \cos(\phi)]^2 - [y_i + v \cdot (\tau - t) \cdot \sin(\phi)]^2}{4 \cdot a \cdot (\tau - t)}}}{\tau - t} \cdot \frac{xu}{L} \cdot \left[ \operatorname{erf}\left[\frac{z + z1}{\sqrt{4 \cdot a \cdot (\tau - t)}}\right] - \operatorname{erf}\left[\frac{z - z1}{\sqrt{4 \cdot a \cdot (\tau - t)}}\right] \right] dt dxu$$

$$y2_i := x_i \cdot \sin(2 \cdot \phi) - h \cdot \frac{\sin(2 \cdot \phi)}{\sin(\phi)} - y_i \cdot \cos(2 \cdot \phi) \qquad x2_i := \frac{h}{\sin(\phi)} + \frac{y_i}{\sin(2 \cdot \phi)} + y2_i \cdot \frac{\cos(2 \cdot \phi)}{\sin(2 \cdot \phi)}$$

$$T2_i := \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \lambda} \cdot \int_0^L \int_0^\tau \frac{e^{-\frac{[x2_i - xu + v \cdot (\tau - t) \cdot \cos(\phi)]^2 - [y2_i + v \cdot (\tau - t) \cdot \sin(\phi)]^2}{4 \cdot a \cdot (\tau - t)}}}{\tau - t} \cdot \frac{xu}{L} \cdot \left[ \operatorname{erf}\left[\frac{z + z1}{\sqrt{4 \cdot a \cdot (\tau - t)}}\right] - \operatorname{erf}\left[\frac{z - z1}{\sqrt{4 \cdot a \cdot (\tau - t)}}\right] \right] dt dxu$$

$$T3_i := T1_i + T2_i \qquad q := \frac{150}{\max(T3)}$$

$$\max(T3) = 0.118 \qquad q = 1.274 \times 10^3$$



Расчет интенсивности теплового потока в заготовку и стружку.  
 Режимы прорезки канавки:  $h=0.23$  см,  $V_d=100$  м/с,  $V=0.4$  см/с.  
 Рис.7

В рассматриваемом ниже примере он меньше  $t_k$  примерно в 55 раз.

Тепловой поток в диск  $q_d$  рассчитывается как разность между общим тепловым потоком  $q_t$  в зоне контакта и тепловым потоком  $q$  в заготовку и стружку. Последний рассчитывается согласно описанного алгоритма в параграфе 10.3.2.2. Для рассматриваемого ниже примера расчета температуры диска вычисление  $q$  приведено на распечатке расчета рис. 10.35. Условия расчета: глубина резания  $h=0,23$  см, радиус диска  $r=17$  см, скорость подачи  $V=0,4$  см/с, координата  $Z=0$ ,  $Z_1=0,05$  см, координата изотермы  $Y_1=0,75$  см. В результате расчета получено  $q=1274$  кал/см<sup>2</sup>·с.

Тепловой поток в диск  $q_d$  рассчитывается как разность между общим тепловым потоком  $q_t$  выделяющимся в зоне контакта и тепловым потоком в заготовку и стружку:

$$q_d = q_t - q,$$

$$Pz := 35.85 \quad Vd := 100 \quad tp := 2 \cdot \pi \cdot \frac{r}{Vd \cdot 100} \quad tp = 0.011 \quad tk := \frac{L \cdot 0.01}{Vd} \quad tk = 2.796 \times 10^{-4}$$

$$qt := \frac{Pz \cdot Vd}{L \cdot 2 \cdot z1 \cdot 4.19} \quad qt = 3.06 \times 10^3 \quad qd := qt - q \quad qd = 1.786 \times 10^3 \quad x := 0 \quad n := 4$$

$$M := 8000 \quad j := 0..M \quad t_j := 0.00000001 + 0.000005 \cdot j \quad v := 0.75$$

$$G(t) := \frac{qd \cdot \sqrt{a}}{\lambda \cdot \sqrt{\pi}} \cdot \sum_{i=1}^n \int_{\text{if } t \leq tp(i-1), t, tp(i-1)}^{\text{if } t \leq tp(i-1)+tk, t-0.00000001, tp(i-1)+tk} \frac{e^{-\left[\frac{-x^2}{4a(t-\tau)} + v \cdot (t-\tau)\right]}}{\sqrt{t-\tau}} d\tau$$

$$p := 3 \quad k := 0..p \quad nk := 1 + k \cdot 1$$

$$T_{max}(n) := \frac{qd}{\lambda} \cdot \sqrt{\frac{a}{v}} \cdot \left[ \sum_{i=1}^n \left[ \text{erf}\left[\sqrt{v} \cdot [(n-i) \cdot tp + tk]\right] - \text{erf}\left[\sqrt{v} \cdot (n-i) \cdot tp\right] \right] \right] \quad M1_k := T_{max}(nk)$$

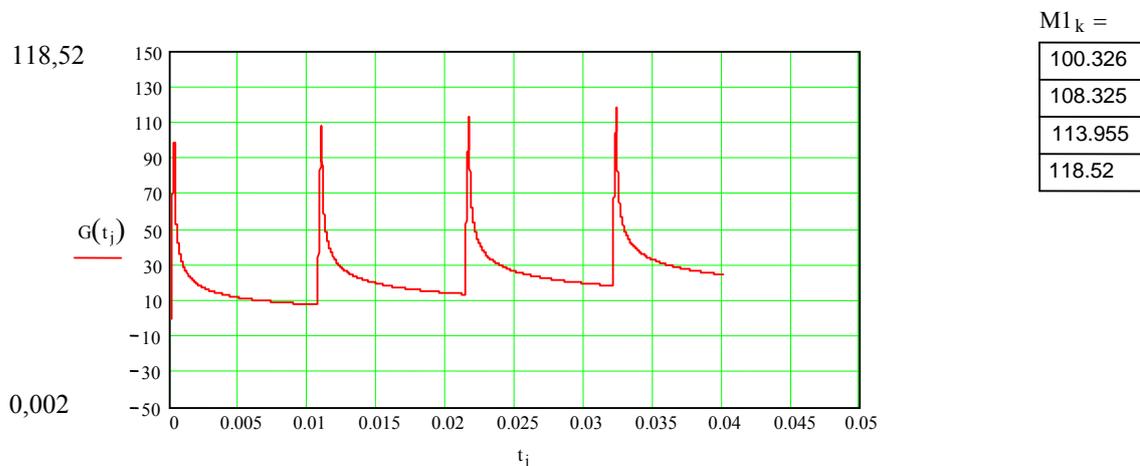


Рис. 10.36. Расчет температуры  $G(t_j)$  на периферии диска ( $x=0$ ) в течение четырех оборотов и максимальных её значений  $T_{max}$  на каждом из оборотов.

где  $q_t = P_z \cdot V_d / L \cdot 2 \cdot Z_1 \cdot 4,19$ ;  $P_z$  – окружная составляющая силы резания;  $L, 2Z_1$  – длина и ширина источника тепла.

Для приведенного, в качестве примера, расчета  $P_z = 35,85$  Н. Пример расчета температуры на периферии диска ( $x=0$ ) для четырех оборотов его при охлаждении воздухом (коэффициент теплоотдачи  $\nu = 0,75$ ) приведен на распечатке рис. 10.36. На этой же распечатке приведен расчет максимальных температур  $T_{max}$  на каждом обороте диска, согласно полученной выше формулы (10.57). Вектор максимальных температур  $M1_k$  на каждом из четырех оборотов, приведенный на распечатке, позволяет убедиться в высокой точности формулы (10.57). Так на графике  $G(t_i)$  максимальное значение  $G(t_i)$  равно 118,52, что соответствует максимальной температуре на 4-ом обороте круга. Значение этой температуры, рассчитанное по формулам (10.57) равно 118,52.

Из графика  $G(t_i)$  видно, что с каждым оборотом растет как максимальная, так и минимальная температуры диска.

Формула расчета максимальных температур позволяет легко и

$$p := 400 \quad k := 0..p \quad n_k := 1 + k \cdot 1 \quad j := 0..3 \quad \nu_j := 0.75 + j \cdot 5.75$$

$$T_{max}(n, \nu) := \frac{qd}{\lambda} \cdot \sqrt{\frac{a}{\nu}} \cdot \left[ \sum_{i=1}^n \left[ \operatorname{erf} \left[ \sqrt{\nu} \cdot [(n-i) \cdot tp + tk] \right] - \operatorname{erf} \left[ \sqrt{\nu} \cdot (n-i) \cdot tp \right] \right] \right] \quad M3_{k,j} := T_{max}(n_k, \nu_j)$$

$$T1_{max}(n) := \frac{2 \cdot qd \cdot \sqrt{a}}{\lambda \cdot \sqrt{\pi}} \cdot \sqrt{tp} \cdot \left[ \sum_{i=1}^n \left( \sqrt{n-i + \frac{tk}{tp}} - \sqrt{n-i} \right) \right] \quad V_k := T1_{max}(n_k)$$

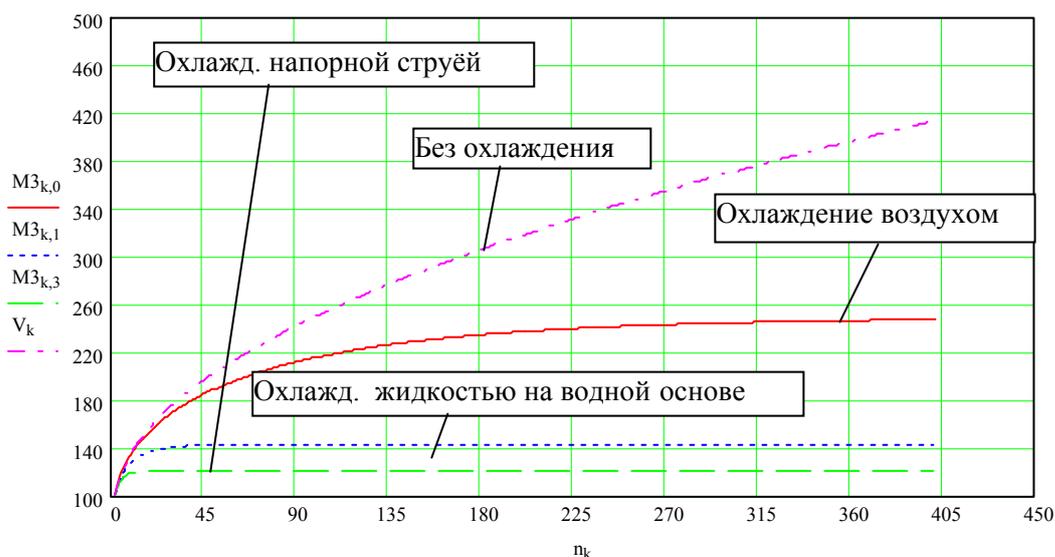


Рис.10.37. Расчет максимальной температуры на периферии диска в течение 400 оборотов при различных условиях охлаждения.

быстро вычислять температуру для большого числа оборотов, что не очень удобно делать пользуясь формулой (10.48). Вычисляя максимальную температуру на каждом обороте для различных условий охлаждения можно определить максимальную установившуюся температуру диска. Такой расчет имеет важное практическое значение, т.к. именно установившийся максимальный нагрев диска является одним из ограничений режимов резки.

Условия охлаждения определяются коэффициентом теплоотдачи  $\nu$ , который рассчитывается по формуле (10.34). Для этого расчета коэффициент теплоотдачи  $\alpha$  и объемную теплоемкость –  $C_v$ , можно заимствовать из [127].

При охлаждении сухим воздухом  $\alpha = 0,02-0,07$  кал/см<sup>2</sup> · с · град, при охлаждении поливом жидкостью на водной основе  $\alpha=0,25-0,53$  и при охлаждении высоконапорной струей жидкости  $\alpha=0,72-1,43$ . Объемная теплоемкость для углеродистых сталей  $C_v=1,2$  кал/см<sup>2</sup> · град. Принимая для расчета коэффициента теплоотдачи  $\nu$  по (10.34) значения  $\alpha$  близкие к нижней границе указанных интервалов, получим следующие значения  $\nu=(0,75; 6,5; 18)\text{с}^{-1}$ . Эти значения программируются дискретным аргументом и по формулам (10.57), (10.63) можно рассчитать температуру на периферии диска ( $x=0$ ) для большого  $n$  числа оборотов диска, например для 400.

Такой расчет выполнен для вышеописанных режимов резки и распечатка его приведена на рис. 10.37.

Из этого рисунка видно, что при отсутствии охлаждения температура диска все время монотонно увеличивается и не стабилизируется, в то время как при охлаждении она устанавливается на каком-то уровне. При охлаждении воздухом диск нагревается максимально до 250°С, при охлаждении жидкостью на водной основе до 145°С, и при охлаждении высоконапорной струей жидкости – до 125°С.

Представляет важный практический интерес влияние режимов резания на  $T_{max,y}$  – максимальную установившуюся температуру нагрева диска. Для выявления этого влияния приведен эксперимент и выполнены расчеты согласно описанной методике. Условия опытов в данном эксперименте, результаты измерений и расчетные значения  $T_{max,y}$  при охлаждении воздухом и поливом жидкостью приведены в табл. 10.3. В качестве варьируемых режимов резания использовались скорость подачи  $S$  см/с и глубина резания  $h$ , см. Скорость резания  $V_d$  принималась неизменной, равной 100м/с. Это максимальная применявшаяся в экспериментах скорость резания.

$$X := \begin{pmatrix} 1 & 6 & 2.3 & 13.8 \\ 1 & 4 & 2.3 & 9.2 \\ 1 & 6 & 1.2 & 7.2 \\ 1 & 4 & 1.2 & 4.8 \end{pmatrix} \quad Y := \begin{pmatrix} 310 \\ 250 \\ 290 \\ 220 \end{pmatrix} \quad Y1 := \begin{pmatrix} 175 \\ 145 \\ 170 \\ 135 \end{pmatrix} \quad B := (X^T \cdot X)^{-1} \cdot (X^T \cdot Y) \\
 B1 := (X^T \cdot X)^{-1} \cdot (X^T \cdot Y1) \\
 B = \begin{pmatrix} 25.455 \\ 40.455 \\ 45.455 \\ -4.545 \end{pmatrix} \quad B1 = \begin{pmatrix} 25.455 \\ 40.455 \\ 45.455 \\ -4.545 \end{pmatrix} \quad Ta(S,H) := 25.455 + 40.455 \cdot S + 45.455 \cdot H - 4.545 \cdot S \cdot H \\
 Tw(S,H) := 28.182 + 20.227 \cdot S + 18.182 \cdot H - 2.273 \cdot S \cdot H \\
 i := 0..20 \quad S_i := 4 + 0.1 \cdot i \quad j := 0..11 \quad H_j := 1.2 + 0.1 \cdot j \\
 M_{i,j} := Ta(S_i, H_j) \quad M1_{i,j} := Tw(S_i, H_j)$$

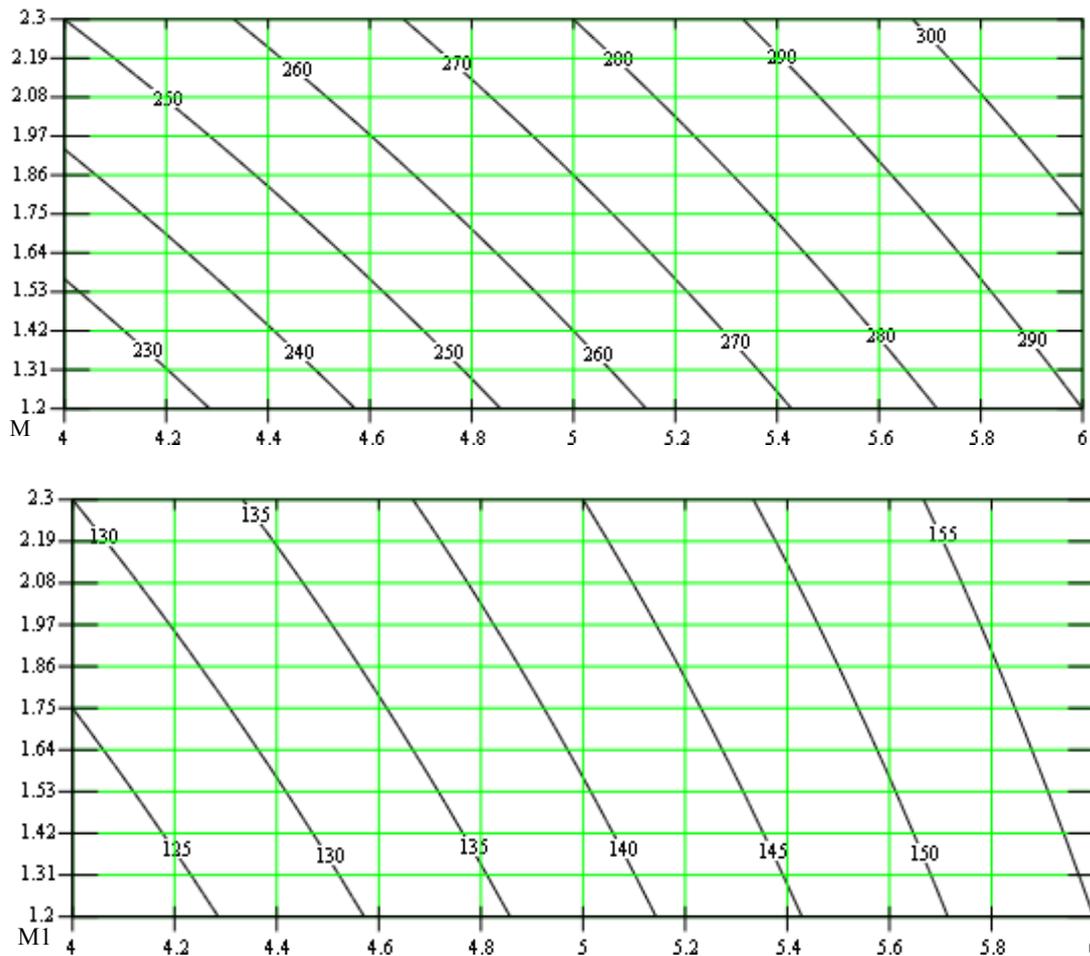


Рис.10.38. Расчет коэффициентов полиномиальных моделей  $Ta(S,H)$ ,  $Tw(S,H)$  и их графические образы.

Условия опытов соответствуют полному двухфакторному эксперименту. На рис. 10.38 приведена распечатка расчета коэффициентов моделей  $Ta(S,H)$ ,  $Tw(S,H)$  – максимальных установившихся температур диска при охлаждении воздухом и поливом соответственно.

Значения факторов в приведенных моделях соответствует нату-

ральным их величинам. На рис. 10.38 также приведены графики поверхностей отклика в виде линий равного отклика. Верхний график соответствует  $Ta(S,H)$ , а нижний -  $Tw(S,H)$ . Из графиков видно, что с увеличением режимов резки ( $S$  – скорости подачи и  $h$  – глубины резания) максимальная установившаяся температура диска растет. Она при охлаждении воздухом достигает значения  $\approx 310^\circ\text{C}$ , а поливом  $\approx 160^\circ\text{C}$ .

Табл. 10.3

Условия, результаты измерений и расчета  $T_{max,y}$ .

№ опыта	Режимы резания		Результаты измерений		Результаты расчета $T_{max,y}$ , °C	
	$S$ , см/с	$h$ , см	$Y_1$ , м	$P_z$ , Н	Охлаждение воздухом	Охлаждение поливом жидкостью
1	0,6	0,23	0,7	44,12	310	160
2	0,4	0,23	0,75	35,85	250	130
3	0,6	0,12	0,52	33,09	290	155
4	0,4	0,12	0,65	27,57	220	120

Если экстраполировать полученные результаты на режимы резания превышающие значения их, применявшиеся в описанном эксперименте, то можно, ограничившись предельным значением температуры диска из условия его стойкости, определить предельные режимы резки.

## 10.5. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕПЛОВЫХ ПРОЦЕССОВ ПРИ УПРОЧНЕНИИ ПОВЕРХНОСТИ ТРЕНИЕМ

### 10.5.1. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ОПИСАНИЯ ТЕМПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ В ДЕТАЛИ

Упрочнение трением плоской или цилиндрической поверхности выполняется быстровращающимся стальным диском по схеме резания, аналогичной соответственно плоскому и круглому шлифованию. В то же время, отработку режимов упрочнения с расчетом температурного поля в упрочняемой детали удобно вести по схеме плоского шлифования при толщине диска больше ширины обрабатываемой поверхности, как это показано на рис.10.39.

Удобство это состоит в том, что на боковые поверхности образца – пластины можно нанести гальванически слой олова и измерять после обработки глубину  $y_u$  прогрева образца до  $150^\circ\text{C}$ .

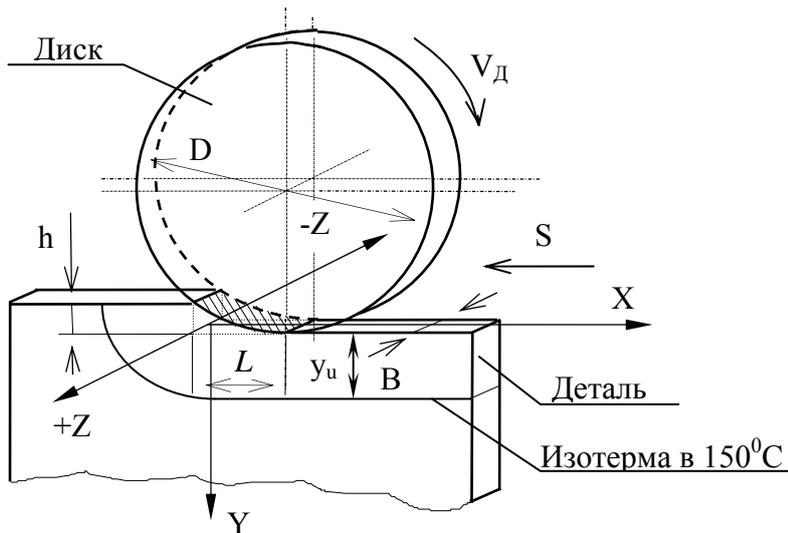


Рис. 10.39. Схема упрочнения поверхности трением.

Имея математическое описание температурного поля в упрочняемой детали, можно по результатам измерения  $y_u$  рассчитать интенсивность теплового потока -  $q$ , подобно расчетам в подразделе 10.3.2.2, и зная  $q$ , рассчитывать температурное поле в детали. По температурному полю в детали можно построить

и рассчитать температурный цикл (цикл нагрева-охлаждения) в точках, прилежащих к поверхности образца, и по ним судить о структурных превращениях в металле образца.

На рис. 10.39 заштрихованная поверхность - это поверхность контакта являющаяся источником тепла. Поскольку глубина резания  $h$  при упрочнении невелика, реальный источник можно заменить плоским длиной  $L$  и шириной  $B$ . Этот источник движется по плоской поверхности заготовки.

Общепринято [127,147] поверхности образца принимать адиабатическими в связи с низкой теплоотдачей конвективным теплообменом в сравнении с теплоотдачей теплопроводностью. Такое допущение фактически означает, что источник тепла бесконечный вдоль оси  $z$  и движется по поверхности полупространства  $y \geq 0$ .

При некоторых условиях упрочнения источник тепла можно принять быстродвижущимся. Согласно [127] такие условия определяются величиной критерия Пекле

$$Pe = \frac{S \cdot L}{a} > 10,$$

где  $a$  - коэффициент температуропроводности.

Если принять источник тепла быстродвижущимся, то задача сводится к одномерной задаче теплопроводности, т.к. распространением тепла вдоль оси  $x$  можно пренебречь.

Для окончательной формулировки задачи необходимо иметь описание закона распределения интенсивности теплового потока по поверхности источника. Самое простое и в то же время самое грубое

допущение - источник тепла имеет равномерное распределение интенсивности теплового потока.

При шлифовании торцом чашечного круга интенсивность теплового потока иногда [127] принимают экспоненциально распределенной с максимумом на переднем фронте. Такое решение справедливо обосновывается распределением удельных сил резания в зоне контакта.

Поскольку для обработки трением отсутствуют экспериментальные данные о распределении удельных сил резания, предполагаем, что они распределены в соответствии с распределением глубины внедрения микронеровностей диска трения по дуге контакта. Поэтому возникает необходимость установить вид зависимости глубины внедрения микронеровности диска как функции угла его поворота.

На рис. 10.40 стрелками  $O_oE$  и  $O_oD$  показаны на окружности радиуса  $R$  две микронеровности. Диск с этими микронеровностями вращается с угловой скоростью  $\omega$  в направлении часовой стрелки. Микронеровность  $D$  отстает от  $E$  на угол  $\varphi_1$ . Диск радиусом  $R$  кроме вращательного движения совершает и поступательное перемещение вдоль оси  $x$  со скоростью  $S$ .

Принимаем, что микронеровность  $O_oE$  находится на оси  $y$ . В какой-то момент  $t_1$  отсчитываемая от момента времени в исходном положении микронеровность  $E$  займет положение в точке  $A$ . При этом она повернется на угол  $\varphi = \omega \cdot t_1$  и будет находится на окружности радиусом  $R$  с центром в точке  $O_1$ . Расстояние  $O_oO_1 = S \cdot t_1$ .

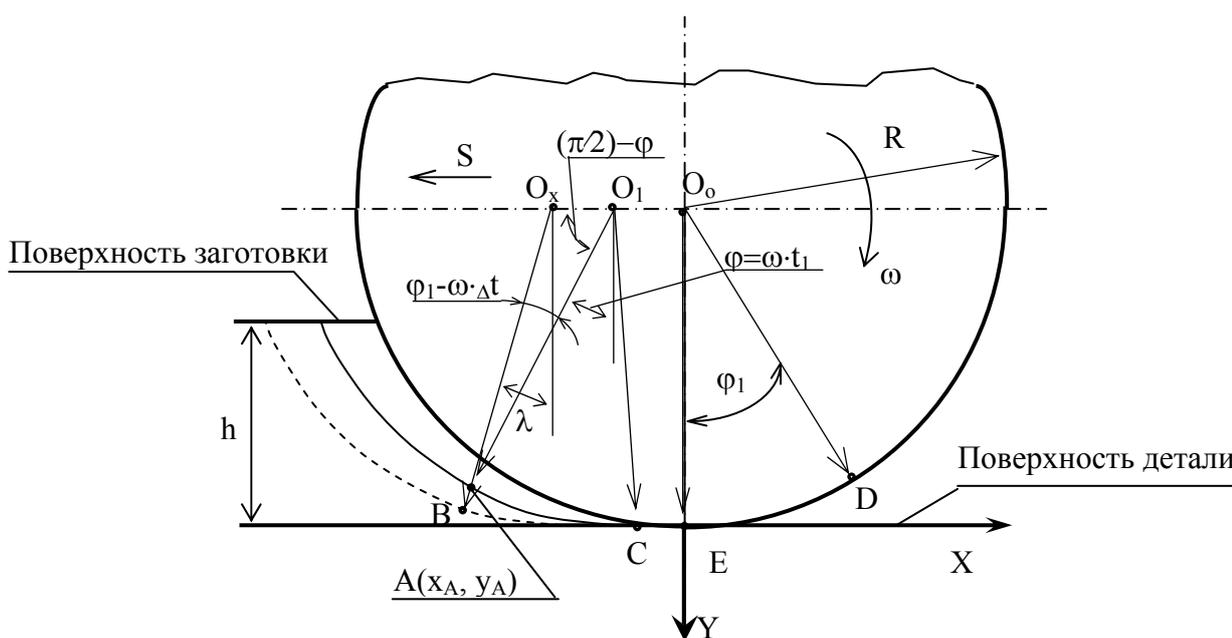


Рис.10.40. Схема расчета глубины внедрения микронеровности диска.

Микронеровность  $D$  в этот же момент времени  $t_1$  займет положение в точке  $C$ .

Через какой-то промежуток времени  $\Delta t$  после  $t_1$  микронеровность  $D$  переместится в точку  $B$ . При этом ось диска займет положение  $O_x$  и радиус соединяющий ось  $O_x$  с точкой  $B$  пройдет через точку  $B$ . Расстояние  $AB$  и есть глубина  $a_z$  внедрения микронеровности в каком-то положении по дуге контакта, заданном углом  $\varphi = \omega \cdot t_1$ .

Вычисление глубины внедрения микронеровности  $a_z = AB$  производим, рассматривая треугольник  $AO_xO_1$ . В этом треугольнике  $O_1A = R$ , угол  $O_xO_1R = \frac{\pi}{2} - \omega \cdot t_1$ , сторона  $O_xO_1 = S \cdot \Delta t$ .

Микронеровность  $D$  за время поворота  $(t_1 + \Delta t)$  повернется на угол  $\omega \cdot (t_1 + \Delta t)$  и, если его отсчитывать от оси  $y$  в направлении по часовой стрелке, то он будет равен  $\omega \cdot (t_1 + \Delta t) - \varphi_1$ . На рис. 10.40 этот угол  $\lambda$ , т.е.  $\lambda = \omega \cdot (t_1 + \Delta t) - \varphi_1$ . Поэтому в треугольнике  $AO_xO_1$  угол  $AO_xO_1$  будет равен  $\lambda + \frac{\pi}{2} = \omega \cdot (t_1 + \Delta t) - \varphi_1 + \frac{\pi}{2}$ . Таким образом, нам известны углы  $O_xO_1A$  и  $AO_xO_1$  и поэтому можно определить угол  $O_xAO_1$

$$\angle O_xAO_1 = \pi - \left( \frac{\pi}{2} - \omega t_1 \right) - \left[ \omega(t_1 + \Delta t) - \varphi_1 + \frac{\pi}{2} \right] = \varphi_1 - \omega \Delta t.$$

Согласно теореме синусов, из треугольника  $AO_xO_1$  находим

$$O_1A = R = \frac{S \cdot \Delta t \cdot \sin \left[ \frac{\pi}{2} + \omega(t_1 + \Delta t) - \varphi_1 \right]}{\sin(\varphi_1 - \omega \cdot \Delta t)}. \quad (10.76)$$

Из полученного равенства [147] неизвестное  $\Delta t$  может быть найдено численно, перебором его значений.

Найдя  $\Delta t$ , вычисляется  $O_xO_1 = S \cdot \Delta t$  и опять, используя теорему синусов, получается выражение для определения  $AO_x$

$$AO_x = \frac{S \cdot \Delta t \cdot \sin \left( \frac{\pi}{2} - \omega t_1 \right)}{\sin(\varphi_1 - \omega \cdot \Delta t)}.$$

Глубина внедрения микронеровности  $a_z = R - O_xA$  и поэтому

$$a_z = R - \frac{S \cdot \Delta t \cdot \sin \left( \frac{\pi}{2} - \omega t_1 \right)}{\sin(\varphi_1 - \omega \cdot \Delta t)}.$$

Для построения зависимости  $a_z$  от угла поворота диска время пребывания микронеровности в пределах дуги контакта,

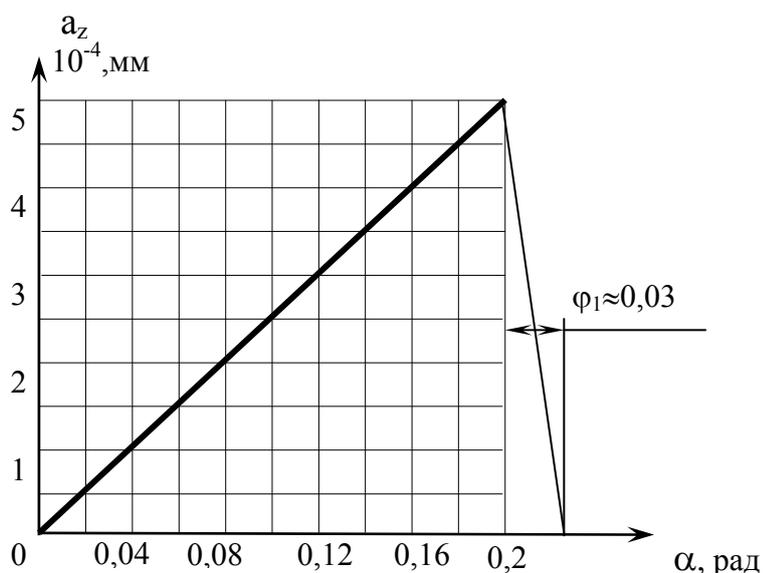


Рис. 10.41. Зависимость глубины внедрения микронеровности  $a_z$  от угла поворота диска.

$$t = \frac{\alpha}{\omega} = \frac{\arccos\left(\frac{R-h}{R}\right)}{\omega},$$

делим на  $n$  дискретных значений, т.е. получаем

$$t_1 = \frac{t}{n},$$

и для этих  $n$  значений  $t_1$  и вычисляем  $a_z$ .

Результаты расчета для исходных данных  $\omega=314$  рад/с,  $S=25$  мм/с,  $h=3$  мм,  $R=150$  мм,  $n=10$ ,  $\varphi_1=0,0314$  рад представлены в виде жирной линии графика на рис. 10.41.

Полученная зависимость  $a_z$  справедлива на участке дуги контакта до выхода ее на поверхность заготовки. После выхода микронеровности  $E$  на поверхность заготовки, следующая за ней микронеровность  $D$ , после момента резания с максимальной толщиной среза, будет резать с уменьшающейся  $a_z$ , до выхода микронеровности  $D$  на поверхность заготовки. Микронеровность  $D$  выйдет на поверхность заготовки только тогда, когда она повернется на угол  $\varphi_1$ , на который она отстает от микронеровности  $E$ .

Таким образом, если на оси абсцисс после угла поворота диска  $\alpha=0,2$  рад, т.е. угла при котором толщина среза максимальна, отложить угол  $\varphi_1$ , то угол  $O_1R + \varphi$  и будет углом поворота диска, при котором  $a_z=0$ . Фаза уменьшения  $a_z$  на рис. 10.41 показана тонкой линией.

Анализ изменения толщины среза  $a_z$  от угла поворота диска показывает, что при значительных глубинах резания максимум толщины среза близок к переднему фронту поверхности контакта, в то время как при малых глубинах он смещается к середине и даже к переднему фронту поверхности контакта.

Такой анализ позволяет косвенно оценить характер распределения интенсивности теплового потока в источнике тепла. При фрикционной разрезке он ближе к распределению по треугольнику с максимумом на переднем фронте, а при упрочнении поверхности, когда диск режет с малыми глубинами, распределение теплового потока ближе к равномерному.

Таким образом, в терминологии метода источников [127] рассматриваемая задача - это задача описания температурного поля от полосового быстродвижущегося источника тепла равномерной интенсивности  $q$  на адиабатической поверхности полубесконечного тела или пластины с адиабатическими боковыми поверхностями.

Решение такой задачи известно [127], однако оно представлено графиками функций, аналитическое описание которых не приводится, что неудобно для расчетов особенно на ЭВМ. Поэтому ниже приводится решение поставленной задачи. Решение выполняется методом источников [127].

Сначала запишем выражение для температурного поля от полосового мгновенного источника тепла, с координатами  $x_u, z_u$ . Для этого записываем фундаментальное решение задачи теплопроводности для мгновенного точечного источника тепла, а затем интегрируем его по  $x_u$  от начала  $x_1$  до конца  $x_2$  источника тепла по оси  $x$  и по  $z_u$  от  $z_1$  до  $z_2$ .

$$T_{n.m.} = 2q_1 \int_{x_1}^{x_2} dx_u \int_{z_1}^{z_2} \frac{dz_u}{\lambda \sqrt{\omega} (4\pi t)^{3/2}} \times \exp \left[ -\frac{(x_u - x)^2 + y^2 + (z_u - z)^2}{4\omega t} \right]. \quad (10.77)$$

Сомножитель 2 перед  $q_1$  в (10.77) необходим для того, чтобы устранить распространение тепла в отрицательном направлении оси  $Y$ , поместив на поверхность  $y=0$  еще один источник той же интенсивности  $q_1$  (Дж/м<sup>2</sup>).

Для перехода к быстродвижущемуся источнику тепла, т.е. для перехода к непрерывно действующему по всей поверхности полупространства в течении времени от  $0$  до  $t_1$ , необходимо время  $t$  заменить на  $(\tau - t_i)$ , где  $\tau$  - время наблюдения за температурным полем, и проинтегрировать выражение (10.77) по  $t$  в пределах от нуля до времени действия источника  $t_1$ .

Кроме этого, интегрирование по оси  $X$  должно быть в пределах от  $-\infty$  до  $+\infty$ , т.к. мы принимаем, что тепло не распространяется вдоль оси  $X$ , и интегрирование по оси  $Z$  также должно быть в пределах от  $-\infty$  до  $+\infty$ , т.к. боковые стенки пластины адиабатические. Таким образом, получаем

$$T_{n.n.} = 2q \int_0^{\tau} dt_i \int_{-\infty}^{+\infty} dx_u \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dz_u}{\lambda \sqrt{\omega} (4\pi(\tau - t_i))^{3/2}} \times$$

$$\times \exp\left[-\frac{(x_u - x)^2 + y^2 + (z_u - z)^2}{4\omega(\tau - t_i)}\right]. \quad (10.78)$$

Полученное выражение (10.78) может быть переписано следующим образом

$$T_{n.u} = \frac{2q}{\lambda\sqrt{\omega}(4\pi)^{3/2}} \int_0^\tau \exp\left[-\frac{y^2}{4\omega(\tau - t_i)}\right] \frac{dt_i}{(\tau - t_i)^{3/2}} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left[-\frac{(x_u - x)^2}{4\omega(\tau - t_i)}\right] dx_u \times \\ \times \int_{-\infty}^{+\infty} -\frac{(z_u - z)^2}{4\omega(\tau - t_i)} dz_u. \quad (10.79)$$

Обозначим

$$I_1 = \int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left[-\frac{(z_u - z)^2}{4\omega(\tau - t_i)}\right] dz_u; \quad I_2 = \int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left[-\frac{(x_u - x)^2}{4\omega(\tau - t_i)}\right] dx_u.$$

Эти интегралы  $I_1$  и  $I_2$  заменой переменной (10.79) приводятся к интегралу вероятности и окончательное решение для этих интегралов следующее

$$I_1 = I_2 = \sqrt{4\pi\omega(\tau - t_i)}.$$

Подставив значения  $I_1$  и  $I_2$  в (10.79), получаем

$$T = \frac{q\sqrt{\omega}}{\lambda\sqrt{\pi}} \int_0^\tau \exp\left(-\frac{y^2}{4\omega(\tau - t_i)}\right) \frac{dt_i}{\sqrt{\tau - t_i}}. \quad (10.80)$$

Время действия источника тепла  $t_1$ , т.е. верхний предел интегрирования по  $t$  при вычислении (10.80) на ЭВМ необходимо программировать. Это время равно времени наблюдения, если оно меньше времени пребывания точки поверхности заготовки в источнике тепла, т.е.  $L/V$ , и оно равно  $L/V$ , если время наблюдения больше  $L/V$ .

Решение (10.80) с программируемым верхним пределом интегрирования следующее

$$T_{n.б.} = \frac{q\sqrt{a}}{\lambda\sqrt{\pi}} \int_0^{\text{if}\left(\tau \leq \frac{L}{V}, \tau, \frac{L}{V}\right)} \exp\left(-\frac{y^2}{4a(\tau - t)}\right) \frac{dt}{\sqrt{\tau - t}}. \quad (10.81)$$

В [142] такое же решение получено нами операционным методом, что подтверждает его правильность.

Для описания температурного поля от движущегося полосового источника тепла нужно в (10.77), также как и для быстродвижущегося, вместо  $t$  подставить  $T - t_i$ , а кроме этого движение источника в положительном направлении оси  $X$  учесть подстановкой вместо

$x - x_u$  выражения  $x + v(\tau - t_i) - x_u$

$$\begin{aligned}
 T_{n.d.} &= 2q \int_0^L dx_u \int_0^\tau dt_i \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dz_u}{\lambda \sqrt{a} \cdot [4\pi(\tau - t_i)]^{3/2}} \times \\
 &\times \exp \left[ -\frac{[x + v(\tau - t_i) - x_u]^2 + y^2 + (z - z_u)^2}{4a(\tau - t_i)} \right] = \\
 &= 2q \int_0^L dx_u \int_0^\tau \frac{dt_i}{\lambda \sqrt{a} \cdot [4\pi(\tau - t_i)]^{3/2}} \cdot \exp \left[ -\frac{[x + v(\tau - t_i) - x_u]^2 + y^2}{4a(\tau - t_i)} \right] \times \\
 &\times \int_{-\infty}^{\infty} \exp -\frac{(z - z_u)^2}{4a(\tau - t_i)} dz_u.
 \end{aligned}$$

Интеграл

$$\begin{aligned}
 \int_{-\infty}^{\infty} \exp -\frac{(z - z_u)^2}{4a(\tau - t_i)} dz_u &= \sqrt{4\pi a(\tau - t_i)}, \quad \text{ПОЭТОМУ} \\
 T_{n.d.} &= \frac{1}{2\pi\lambda} \int_0^L \int_0^\tau \frac{\exp \left[ -\frac{[x + v(\tau - t_i) - x_u]^2 + y^2}{4a(\tau - t_i)} \right]}{\tau - t_i} \cdot dt_i dx_u. \quad (10.82)
 \end{aligned}$$

Если принять, что время наблюдения  $\tau$  за температурным полем стремится к бесконечности, т.е. будет квазистационарным, то выражение (10.82) подстановкой  $\xi = \frac{r^2}{4a(\tau - t_i)}$ , где  $r^2 = (x - x_u)^2 + y^2$ , сводится [10,147] к следующему

$$T_{n.d.} = \frac{1}{\pi\lambda} \int_0^L \exp \left[ -\frac{v(x - x_u)}{2a} \right] Ko \left[ \frac{v}{2a} \sqrt{y^2 + (x - x_u)^2} \right] dx_u. \quad (10.83)$$

Таким образом, решение (10.82) может быть использовано для описания температурного поля в любой момент наблюдения  $T$  за ним от начала его действия.

Подинтегральное выражение в (10.82) имеет особую точку  $T_i - T$ . Чтобы ее исключить, надо верхний предел интегрирования уменьшить на малую величину  $\Delta$ . Выражение (10.82) универсальное, т.е. оно может быть использовано для описания неустановившегося температурного поля и установившегося. В последнем случае нет необходимости увеличивать верхний предел до очень большой величины. Согласно 10.3.1.2, для установившегося температурного поля по ко-

ординате  $Y \leq 0,1$  см достаточно  $T$  принять большим  $1,5 \cdot L/V$ . При  $T \geq 5 \cdot L/V$  температурное поле устанавливается до глубины  $y > 0,4$  см.

Выражение (10.83) для установившегося температурного поля ( $T \rightarrow \infty$ ) вычисляется в пакете «MathCAD» не во всем диапазоне параметров, хотя считается оно значительно быстрее чем (10.82).

### 10.5.2. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ОПИСАНИЯ ТЕМПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ НА КРОМКЕ УПРОЧНЯЕМОЙ ПОВЕРХНОСТИ

При упрочнении, например плоской поверхности трением, когда толщина инструмента-диска трения больше ширины упрочняемой поверхности, взаимное положение диска и поверхности при врезании диска в нее выглядит так, как показано на рис. 10.42.

Диск вращается со скоростью  $V_p$  и перемещается в направлении подачи со скоростью  $V$ . Толщина пластины  $b < B$ . До врезания диска на полную глубину  $h$  глубина резания растет от нуля до  $h$ , а длина источника - от нуля до максимального ее значения, которое определяется глубиной резания  $h$  и радиусом диска  $R$ . Таким образом, размер источника тепла поверхности контакта все время растет

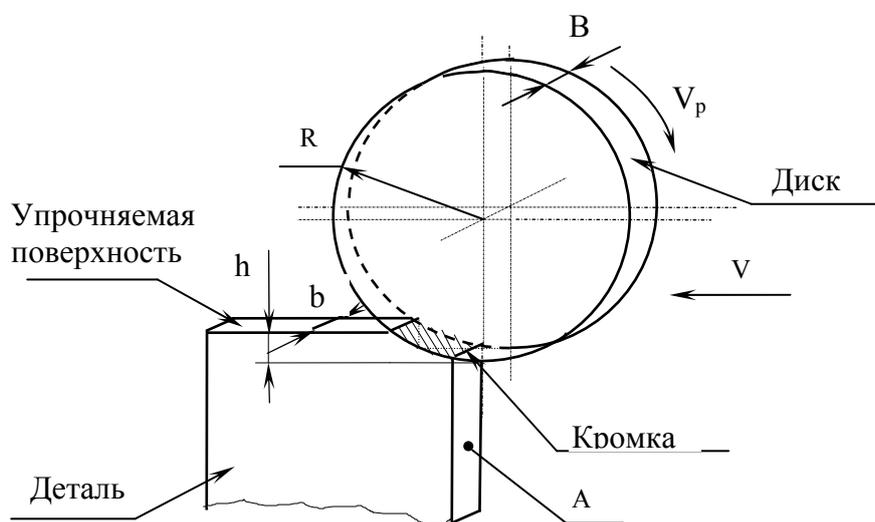


Рис.10.42. Схема врезания диска в упрочняемую поверхность.

в направлении подачи от нуля до  $L$  - равной проекции дуги контакта на упрочняемую поверхность.

При такой схеме взаимодействия диска с упрочняемой поверхностью источник тепла в связи с малой глубиной  $h$  можно принять плоским, длиной  $b$

и шириной  $V \cdot t$ , где  $t$  - время, изменяющееся от нуля до  $L/V$ .

Очевидно, что условия нагрева и охлаждения участка поверхности, прилегающего к кромке при врезании диска, отличаются от этих условий при значительном удалении диска от кромки. Прежде

всего, имеет место изменение размеров источника тепла - поверхности контакта. Кроме этого, теплообмен на торцевой  $A$  (рис.10.42) поверхности детали отличается от теплообмена на участке поверхности, когда он значительно удален от кромки. Необходимость описания температурного поля у кромки упрочняемой поверхности очевидна, т.к. именно кромка, например, в матрицах вырубных или гибочных штампов, определяет их стойкость.

Рассмотрим физическую и математическую постановку задачи описания температурного поля в детали на участке, прилегающем к кромке упрочняемой поверхности. Поместим декартовую систему координат  $XYZ$  так, как показано на рис.10.43. Начало системы поместим на кромке детали, ось  $z$  направим вдоль кромки, ось  $x$  в направлении подачи  $V$ . Принимаем боковые поверхности детали адиабатическими, что позволяет принять источник тепла, заштрихованный на рис.10.43, бесконечным в отрицательном и положительном направлениях оси  $z$ .

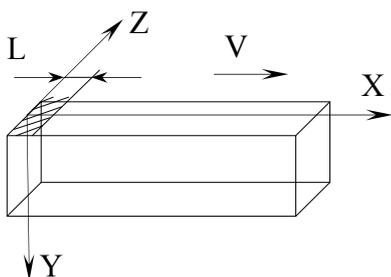


Рис.10.43. Расчетная схема температурного поля.

Адиабатической следует принять и плоскость  $x=0$ . В какой-то момент времени  $t$  при

врезании диска в деталь со стороны кромки ( $x=0$ ) в направлении оси  $x$  размер источника тепла в направлении оси  $x$  будет равен  $L=Vt$ . В этот момент времени источник тепла полосовой. Температурное поле от полосового непрерывно действующего источника тепла на поверхности полупространства равномерной интенсивности опишется следующим выражением [147]

$$T_{n.n.} = 2q \int_0^{\tau_1} dt \int_0^l dx_u \int_{-\infty}^{+\infty} F(R_i, \tau - t) dz_u, \quad (10.84)$$

где  $R_i^2 = [(x - x_u)^2 + y^2 + (z - z_u)^2]$  - расстояние точки детали с координатами  $x, y, z$  до какой-то точки в источнике тепла с координатами  $x_u, z_u$  (координата  $y_u=0$ );

$$F(R_i, \tau - t) = \frac{1}{\lambda \sqrt{a} (4\pi)^{3/2} \cdot (\tau - t)^{3/2}} \exp\left[-\frac{R_i^2}{4a(\tau - t)}\right].$$

Если подставить в (10.84)  $R_i$  и  $F[R_i, (\tau - t)]$ , то получим

$$T_{n.n.} = \frac{2q}{\lambda \sqrt{a} (4\pi)^{3/2}} \int_0^l dx_u \int_0^{\tau_1} \frac{dt}{(\tau - t)^{3/2}} \cdot \exp\left[-\frac{(x - x_u)^2 + y^2}{4a(\tau - t)}\right] \times$$

$$\times \int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left[-\frac{(z-z_u)^2}{4a(\tau-t)}\right] dz_u, \quad (10.85)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left[\frac{(z-z_u)^2}{4a(\tau-t)}\right] dz_u = \sqrt{4\pi a(\tau-t)}. \quad (10.86)$$

Подставив (10.86) в (10.85) получим

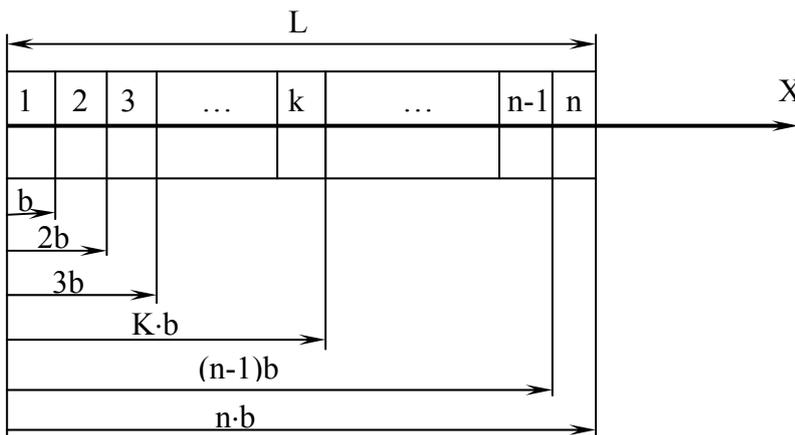
$$T_{n.n.} = \frac{q}{2\pi\lambda} \int_0^l dx_u \int_0^{\tau_1} \frac{dt}{\tau-t} \exp\left[-\frac{(x-x_u)^2 + y^2}{4a(\tau-t)}\right]. \quad (10.87)$$

Уравнение (10.87) описывает температурное поле в полупространстве  $y \geq 0$  от полосового источника длиной  $L$ , действующего в течение времени  $\tau_1$  в момент  $\tau$  наблюдения за температурным полем.

В рассматриваемой задаче источник тепла все время увеличивается в направлении оси  $x$  и достигает максимального размера по оси  $x$ , равного  $L$ , когда глубина резания  $h$  достигнет своего максимального значения при  $x=0$ . Этот увеличивающийся источник можно представить суммой дискретных источников, разбив источник длиной  $L$  на  $n$  источников длиной  $b = \frac{L}{n}$ , как показано на рис.10.44.

Пронумеруем эти источники  $1, 2, \dots, k, \dots, n-1, n$ .

Выбирая  $b$  достаточно малой величиной принимаем, что пер-



вый источник вспыхивает мгновенно в момент времени  $t=0$  и действует в течение времени от 0 до  $L/V$ .

Таким образом температурное поле  $T1$  в упрочняемой детали опишется уравнением (10.87) с подстановкой вышеуказанных пределов интегрирования

Рис.10.44. Схема дискретных источников.

$$T1 = \frac{q}{2\pi\lambda} \int_0^b \int_0^{\text{if}(\tau \leq \frac{L}{V}, \tau, \frac{L}{V})} \frac{1}{\tau-t} \cdot \exp\left[-\frac{(x-x_u)^2 + y^2}{4a(\tau-t)}\right] dt dx_u. \quad (10.88)$$

Второй источник имеет длину от  $b$  до  $2b$ , действует в течение

времени от  $b/V$  до  $L/V$ . При записи уравнения (10.87) для этого источника надо учесть, что "подключается" этот источник после времени  $\tau > \frac{b}{V}$ , а до времени  $\tau \leq \frac{b}{V}$  он отсутствует. Поэтому необходимо программировать нижний и верхний пределы интегрирования по времени так, чтобы источник не работал до времени  $\tau \leq \frac{b}{V}$  и работал когда  $\frac{b}{V} < \tau \leq \frac{L}{V}$ . Програмируем это следующим образом. Когда  $\tau \leq \frac{b}{V}$  - нижний и верхний пределы интегрирования равны нулю. В этом случае температура  $T_2$  от него будет равна нулю. Когда же  $\tau > \frac{b}{V}$ , то нижний предел интегрирования по времени становится равным  $b/V$ , а верхний – равный текущему значению времени  $\tau$ . Когда же это текущее значение больше  $L/V$ , то время действия остается  $L/V$ , т.е. верхний предел интегрирования остается равным  $L/V$ . Согласно изложенного, температурное поле  $T_2$  от второго источника опишется следующим образом

$$T_2 = \frac{q}{2\pi\lambda} \int_b^{2b} \int_{\substack{\text{if}(\tau \leq \frac{b}{V}, 0, \text{if}(\tau \leq \frac{L}{V}, \tau, \frac{L}{V})) \\ \text{if}(\tau \leq \frac{b}{V}, 0, \frac{b}{V})}} \frac{1}{\tau - t} \exp\left[-\frac{(x - x_u)^2 + y^2}{4a(\tau - t)}\right] dt dx_u. \quad (10.89)$$

По аналогии запишем уравнение (10.87) для  $n$ -го источника тела

$$T_n = \frac{q}{2\pi\lambda} \int_{(n-1)b}^{n \cdot b} \int_{\substack{\text{if}(\tau \leq \frac{(n-1)b}{V}, 0, \text{if}(\tau \leq \frac{n \cdot b}{V}, \tau, \frac{n \cdot b}{V})) \\ \text{if}(\tau \leq \frac{(n-1)b}{V}, 0, \frac{(n-1)b}{V})}} \frac{1}{\tau - t} \times \\ \times \exp\left[-\frac{(x - x_u)^2 + y^2}{4a(\tau - t)}\right] dt dx_u. \quad (10.90)$$

Температурное поле от удлиняющегося источника тепла будет суперпозицией температурных полей от всех  $n$  дискретных источников, т.е. суммой всех полей от этих  $n$  источников

$$T_1 = \frac{q}{2\pi\lambda} \times \\ \times \sum_{k=1}^n \int_{(k-1)b}^{k \cdot b} \int_{\substack{\text{if}(\tau \leq \frac{(k-1)b}{V}, 0, \text{if}(\tau \leq \frac{L}{V}, \tau, \frac{L}{V})) \\ \text{if}(\tau \leq \frac{(k-1)b}{V}, 0, \frac{(k-1)b}{V})}} \frac{1}{\tau - t} \exp\left[-\frac{(x - x_u)^2 + y^2}{4a(\tau - t)}\right] dt dx_u. \quad (10.91)$$

Для того чтобы учесть адиабатичность плоскости  $x=0$ , нужно ввести мнимый источник такой же, как и действительный, описанный выше, но симметричный действительному относительно плоскости  $x=0$ , как показано на рис. 10.45. Здесь мнимый источник изображен пунктирной линией.

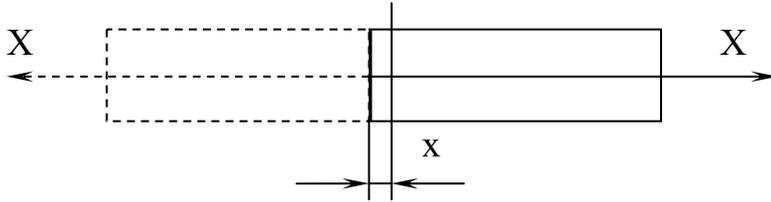


Рис. 10.45. Мнимый и действительный источники.

Температурное поле от мнимого источника тепла  $T_2$  опишется тем же уравнением (10.91), но координата  $x$  будет отрицательной.

Когда источник достигнет своей максимальной длины, то он уже не растет, а "отрывается" от кромки и начинает двигаться в направлении оси  $X$  со скоростью  $V$ . Таким образом источник превращается в движущийся и для описания температурного поля от такого источника надо к координате  $x$  добавить слагаемое  $V(\tau - t)$  [42, 147, 186] в уравнение (10.87). В результате этого мы получаем описание температурного поля в движущейся вместе с источником системе координат вдоль оси  $x$ . Нас же интересует температура в точке на каком-то расстоянии  $x$  от кромки. Движущийся источник тепла будет удаляться от кромки и будет уменьшаться расстояние от начала движущейся системы координат до расстояния  $x$  от кромки. Поэтому вместо  $x$  в (10.87) нужно подставить  $(x - Vt)$ . Причем отнимать произведение  $Vt$  нужно тогда, когда время наблюдения будет больше  $L/V$  и только то расстояние, которое источник пройдет после времени  $L/V$ , т.е. нужно от  $x$  отнимать величину  $V(x - Vt)$ . Таким образом температурное поле  $T_3$  от движущегося источника тепла будет описываться следующим уравнением

$$T_3 = \frac{q}{2\pi\lambda} \int_0^L \int_0^{\tau} \frac{1}{\tau - t} \times \exp\left[-\frac{(x - V(\tau - \frac{L}{V}) + V(\tau - t) - x_u)^2 - y^2}{4a(\tau - t)}\right] dt dx_u. \quad (10.92)$$

Как для удлиняющегося источника тепла, так и для движущегося, адиабатичность плоскости  $x=0$  учитываем введением мнимого источника тепла, симметричного  $T_3$ , относительно плоскости  $x=0$ .

Температурное поле  $T_4$  от мнимого движущегося источника опишется тем же уравнением (10.92), с заменой знака перед  $x$  на минус. Таким образом для описания температурных полей от мнимых "удлиняющегося" и движущегося источников тепла пользуемся соответственно уравнениям (10.91) и (10.92) рассматривая координату  $x$  со знаком минус.

Полное решение задачи описания температурного поля  $T_5$  в упрочняемой детали для координат прилежащих к кромке упрочняемой поверхности, получаем суперпозицией полей  $T_1, T_2, T_3, T_4$

$$T_5 = T_1 + T_2 + T_3 + T_4. \quad (10.93)$$

Рассмотрим теперь вариант, когда источник, перемещаясь по

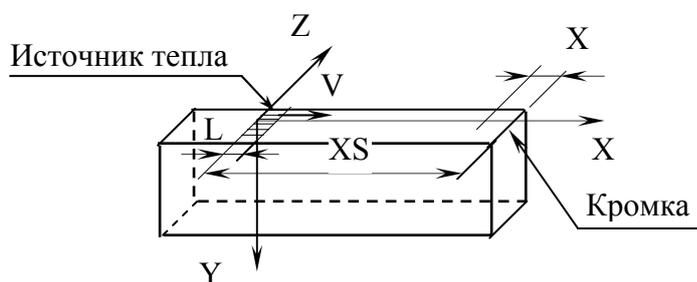


Рис. 10.46. Расчетная схема температурного поля у кромки поверхности.

поверхности, приближается к кромке и "съезжает" с нее, т.е. когда диск выходит из обрабатываемой поверхности.

Температурное поле у кромки поверхности в этом случае будет суперпозицией полей от источника приближающегося к ней и

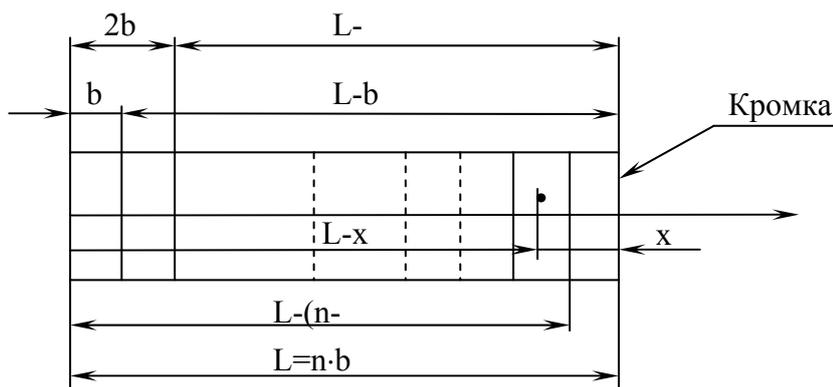
"укорачивающегося" источника, после того как передний фронт его достигнет кромки. Итак, сначала надо описать температурное поле от движущегося со скоростью  $V$  по поверхности полупространства  $y=0$  полосового источника. Для решения этой задачи принимаем, что этот источник начинает действовать (рис. 10.46) с расстояния  $XS$  от кромки. Выбор величины этого расстояния должен гарантировать стабилизацию температурного поля вокруг источника до подхода к кромке. Координату расстояния точки, для которой нас интересует температурный цикл нагрева-охлаждения, вдоль оси  $X$  назначаем от кромки и обозначаем  $X$  (рис. 10.46). В момент начала действия движущегося источника координата по оси  $x$  интересующей нас точки равна  $XS - x$ .

Чтобы воспользоваться известным решением описания температурного поля от движущегося источника тепла в движущейся вместе с ним системе координат, нужно от  $XS - x$  отнять произведение  $V\tau$ , т.к. координата интересующей нас точки неизменна относительно кромки, т.е. не движется с системой координат источника. Таким образом используем уравнение (10.92) подставив в выражение экс-

поненты вместо  $x - V(\tau - \frac{L}{V})$  выражение  $X_S - x - V\tau$ . Кроме этого перепрограммируем пределы интегрирования по времени. Нижний предел равен нулю, а верхний равен времени  $\tau$  наблюдения за температурным полем, пока  $\tau$  не достигло времени выхода переднего фронта источника на кромку, т.е.  $\tau \leq \tau_s = \frac{X_S - L}{V}$ . Иначе  $\tau = \tau_s$ . Таким образом температурное поле  $T_1$  от приближающегося к кромке источника опишется следующим образом

$$T_1 = \frac{q}{2\pi\lambda} \times \int_0^L \int_0^{\text{if}(\tau \leq \tau_s, \tau, \tau_s)} \frac{1}{\tau - t} \exp\left[-\frac{(X_s - x - V\tau + V(\tau - t) - x_u)^2 - y^2}{4a(\tau - t)}\right] dt dx_u \quad (10.94)$$

Когда передний фронт источника достигнет кромки, он начнет



"съезжать" с поверхности, т.е. длина его будет уменьшаться. Рассмотрим решение тепловой задачи для такого источника подробнее.

Когда источник дошел до кромки, то будем считать, что он остановился. Система

Рис. 10.47. Система координат источника.

координат так же стала неподвижной и начало ее вдоль оси  $x$  отстоит от кромки на расстоянии  $L$ , как показано на рис.10.47. Непрерывное уменьшение длины источника заменим на дискретное. Источник будет уменьшаться дискретно на постоянную величину  $b$ .

Источник полной длины, т.е. между координатами по оси  $X$  ноль и  $L$  будет действовать от времени  $\tau_s$  до времени  $\tau_s + \frac{b}{V}$ . Источник на дискрету меньший, т.е. расположенный по оси  $x$  между  $x=b$  и  $x=L$  будет действовать в течении времени от  $\tau_s + \frac{b}{V}$  до  $\tau_s + \frac{2b}{V}$  и т.д. Какой то  $k$ -й источник будет располагаться по оси  $x$  между значениями от  $kb$  до  $L$  и будет действовать в течение времени от

$\tau_s + (k-1)\frac{b}{V}$  до  $\tau_s + k\frac{b}{V}$ . Дискрета  $b$  укладывается  $n$  раз в длине  $L$ .

Поэтому, до выхода источника тепла с поверхности детали, температурное поле в детали будет представлять собой суперпозицию температурных полей от  $n$  дискретных неподвижных источников.

Температурное поле от неподвижного непрерывно действующего источника описывается выражением (10.87). Для использования его в рассматриваемом случае пределы интегрирования нужно программировать так, как описано выше. Координата по оси  $x$  интересующей нас точки должна задаваться величиной  $L - x$ , где  $x$  - расстояние этой точки по оси  $X$  от кромки, как показано на рис.10.47. Учитывая вышеизложенное, выражение (10.87), для описания температурного поля от "уменьшающегося" по длине источника тепла, примет следующий вид

$$T_2 = \frac{q}{2\pi\lambda} \sum_{k=1}^n \int_{0+kb}^L \int_{\substack{\text{if}(\tau \leq \tau_s + \frac{(k-1)b}{V}, 0, \text{if}(\tau \leq \tau_s + \frac{kb}{V}, \tau, \tau_s + \frac{kb}{V})) \\ \text{if}(\tau \leq \tau_s + \frac{(k-1)b}{V}, 0, \tau_s + \frac{(k-1)b}{V})}} \frac{1}{\tau - t} \times \\ \times \exp\left[-\frac{(L - x - x_u)^2 + y^2}{4a(\tau - t)}\right] dt dx_u \quad . \quad (10.95)$$

Для того, чтобы учесть адиабатичность плоскости, перпендикулярной оси  $X$  и проходящей через кромку, нужно ввести мнимые источники симметричные подвижному и неподвижному дискретно уменьшающемуся. Температурные поля от этих источников  $T_3$  и  $T_4$  будут описываться соответственно уравнениями (10.94) и (10.95) с заменой знака перед координатой  $x$  с минуса на плюс. Окончательно температурное поле  $T$  вблизи кромки упрочняемой поверхности опишется суперпозицией полей  $T_1$ ,  $T_2$ ,  $T_3$  и  $T_4$ , т.е.

$$T = T_1 + T_2 + T_3 + T_4.$$

Представляет интерес сравнить результаты по (10.93) и (10.96) с расчетами температуры в точке далеко отстоящей от кромки. Для этого случая температурное поле описывается известным решением [147].

Эта формула используется нами не только для описания температурного поля, но и для экспериментально-теоретического определения интенсивности теплового источника  $q$ .

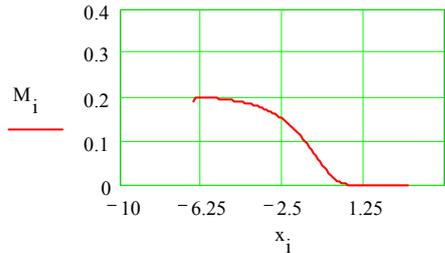
Методика такого расчета аналогична расчету  $q$  при фрикционной разрезке (подраздел 10.3.2.2). На боковой поверхности образца-пластины (рис. 10.42) измеряется глубина  $y_u$  прогрева ее до темпе-

ратуры 150°C. Подставив это значение координаты  $y$  в (10.91) и принимая  $q=1$  получаем из (10.91) какую-то функцию  $f(x)$ . Найдя ее максимум, вычисляем  $q = \frac{150}{\max f(x)}$ .

$$a := 0.057 \quad \lambda := 0.064 \quad v := 10 \quad L := 1.4 \quad y := 0.3 \quad i := 0..100 \quad x_i := -6.67 + i \cdot 0.1$$

$$f(x) := \frac{1}{\pi \cdot \lambda} \cdot \int_0^L e^{\frac{-v \cdot (x-xu)}{2 \cdot a}} \cdot K0 \left[ \frac{v}{2 \cdot a} \cdot \sqrt{y^2 + (x-xu)^2} \right] dxu \quad M_i := f(x_i) \quad q := \frac{150}{\max(M)}$$

$$q = 748.031$$



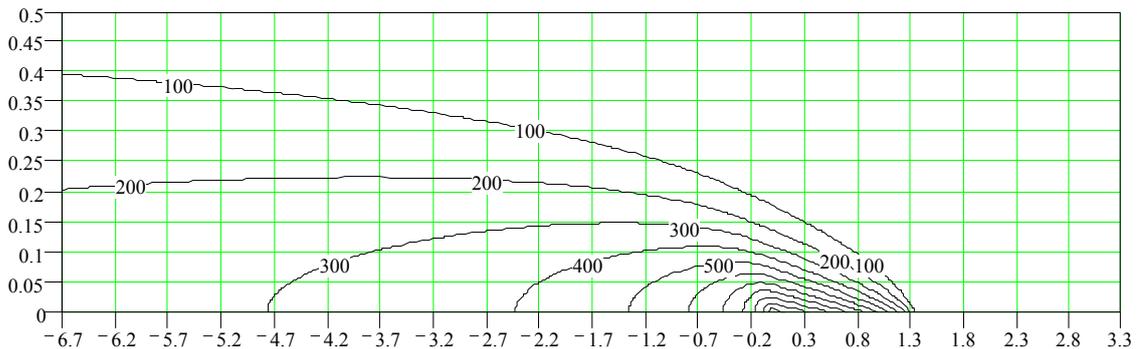
$$i := 0..100$$

$$x_i := -6.66 + i \cdot 0.1$$

$$j := 0..100$$

$$y_j := 0 + j \cdot 0.005$$

$$f(x, y) := \frac{q}{\pi \cdot \lambda} \cdot \int_0^L e^{\frac{-v \cdot (x-xu)}{2 \cdot a}} \cdot K0 \left[ \frac{v}{2 \cdot a} \cdot \sqrt{y^2 + (x-xu)^2} \right] dxu \quad M_{i,j} := f(x_i, y_j)$$



M

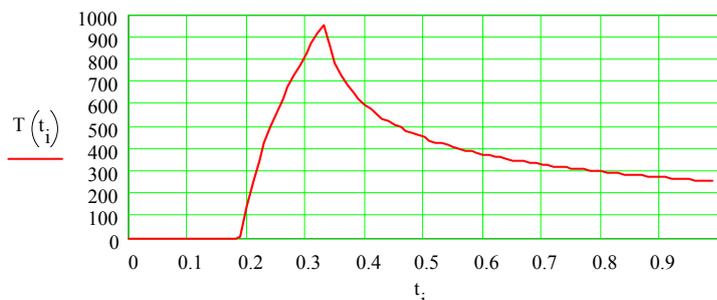
$$i := 0..99$$

$$y := 0.02$$

$$t_i := 0 + i \cdot \frac{0.1}{v}$$

$$x := 3.3$$

$$T(t) := \frac{q}{\pi \cdot \lambda} \cdot \int_0^L e^{\frac{-v \cdot (x-v \cdot t-xu)}{2 \cdot a}} \cdot K0 \left[ \frac{v}{2 \cdot a} \cdot \sqrt{y^2 + (x-v \cdot t-xu)^2} \right] dxu$$



$$M1_i := T(t_i)$$

$$\max(M1) = 955.559$$

Рис.10.48. Расчет интенсивности теплового потока  $q$  и температурного поля в образце – пластине из стали 15X11МФ3.

На рис. 10.48 приведена распечатка  $q$  и температурного поля в образце-пластине из стали 15X11МФ при следующих режимах резания: скорость подачи  $V=10\text{см/с}$ , глубина  $h=0,7\text{мм}$ , радиус диска  $R=125\text{мм}$ . При этом длина источника тепла  $L=1,4\text{ см}$ . Глубина прогрева образца до температуры выше  $150^\circ\text{ С}$  была измерена и равна  $0,3\text{ см}$ . Из приведенной распечатки видно, что  $q=748,031\text{ кал/см}^2\cdot\text{с}$ . Кроме этого приведено температурное поле и цикл нагрева-

$$\begin{aligned}
 a &:= 0.057 \quad \lambda := 0.064 \quad q := 748.031 \quad L := 1.4 \quad v := 10 \quad b := 0.05 \quad \Delta\tau := 0.0025 \quad i := 0..200 \\
 \tau_i &:= \Delta\tau + i \cdot \Delta\tau \quad y := 0.02 \quad x := 0.005 \quad n := \text{ceil}\left(\frac{L}{b}\right) \quad \tau_1 := \frac{L}{v} \quad \tau_2 := \frac{b}{v} \\
 T1(\tau) &:= \frac{q}{2 \cdot \pi \cdot \lambda} \cdot \sum_{k=1}^n \int_{(k-1) \cdot b}^{k \cdot b} \int_{\text{if}(\tau \leq (k-1) \cdot \tau_2, 0, \text{if}(\tau \leq \tau_1, \tau - 0.0000001 \cdot \tau_1))}^{\text{if}(\tau \leq (k-1) \cdot \tau_2, 0, (k-1) \cdot \tau_2)} \frac{e^{-\frac{(x^2 - 2 \cdot x \cdot xu + xu^2 + y^2)}{4 \cdot a \cdot (\tau - t)}}}{\tau - t} dt dx \\
 T2(\tau) &:= \frac{q}{2 \cdot \pi \cdot \lambda} \cdot \int_0^L \int_{\text{if}(\tau \leq \tau_1, 0, \tau - 0.0000002)}^{\text{if}(\tau \leq \tau_1, 0, \tau_1)} \frac{e^{-\frac{(x - v \cdot (\tau - \tau_1) + v \cdot (\tau - t) - xu)^2 - y^2}{4 \cdot a \cdot (\tau - t)}}}{\tau - t} dt dx \\
 x &:= -0.005 \\
 T3(\tau) &:= \frac{q}{2 \cdot \pi \cdot \lambda} \cdot \sum_{k=1}^n \int_{(k-1) \cdot b}^{k \cdot b} \int_{\text{if}(\tau \leq (k-1) \cdot \tau_2, 0, \text{if}(\tau \leq \tau_1, \tau - 0.0000001 \cdot \tau_1))}^{\text{if}(\tau \leq (k-1) \cdot \tau_2, 0, (k-1) \cdot \tau_2)} \frac{e^{-\frac{(x^2 - 2 \cdot x \cdot xu + xu^2 + y^2)}{4 \cdot a \cdot (\tau - t)}}}{\tau - t} dt dx \\
 T4(\tau) &:= \frac{q}{2 \cdot \pi \cdot \lambda} \cdot \int_0^L \int_{\text{if}(\tau \leq \tau_1, 0, \tau - 0.0000002)}^{\text{if}(\tau \leq \tau_1, 0, \tau_1)} \frac{e^{-\frac{(x - v \cdot (\tau - \tau_1) + v \cdot (\tau - t) - xu)^2 - y^2}{4 \cdot a \cdot (\tau - t)}}}{\tau - t} dt dx \\
 T5(\tau) &:= T1(\tau) + T2(\tau) + T3(\tau) + T4(\tau)
 \end{aligned}$$

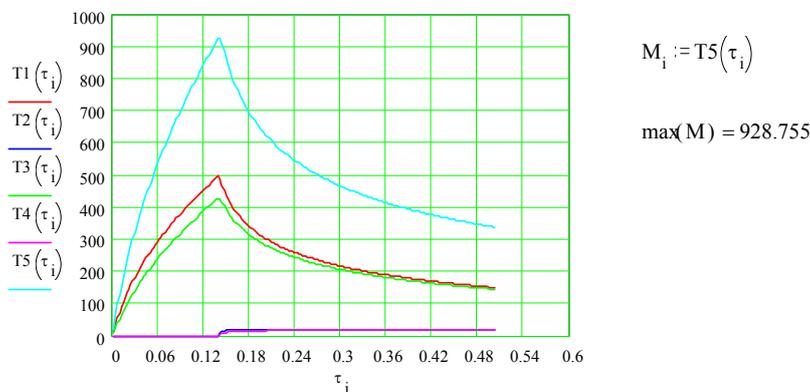


Рис.10.49. Расчет температуры у кромки поверхности ( $X=0,005\text{см}$ ,  $Y=0,02\text{см}$ ) при врезании в нее диска трения.

охлаждения образца на глубине  $y=0,02$  см. Максимальная температура этой глубине равна  $955^\circ\text{C}$ .

На рис.10.49 приведена распечатка расчета по (10.94) для этих же режимов для точки прилежащей к кромке ( $x=0,005\text{см}$ ) на глубине  $y=0,02$  см при врезании диска в упрочняемую поверхность. Для этой точки максимальная температура  $928^\circ\text{C}$ , что несколько ниже (на  $27^\circ\text{C}$ ) температуры на той же глубине  $y=0,02$  см, но на большем расстоянии от кромки (рис. 10.48). И, наконец, для тех же условий выполнен расчет по (10.96) при выходе диска с упрочняемой поверхности, распечатка которого приведена на рис. 10.50. В этом случае максимальная температура  $1024^\circ\text{C}$ , что заметно больше (на  $70^\circ\text{C}$ ), чем на той же глубине  $0,02$  см, но на большем расстоянии от кромки.

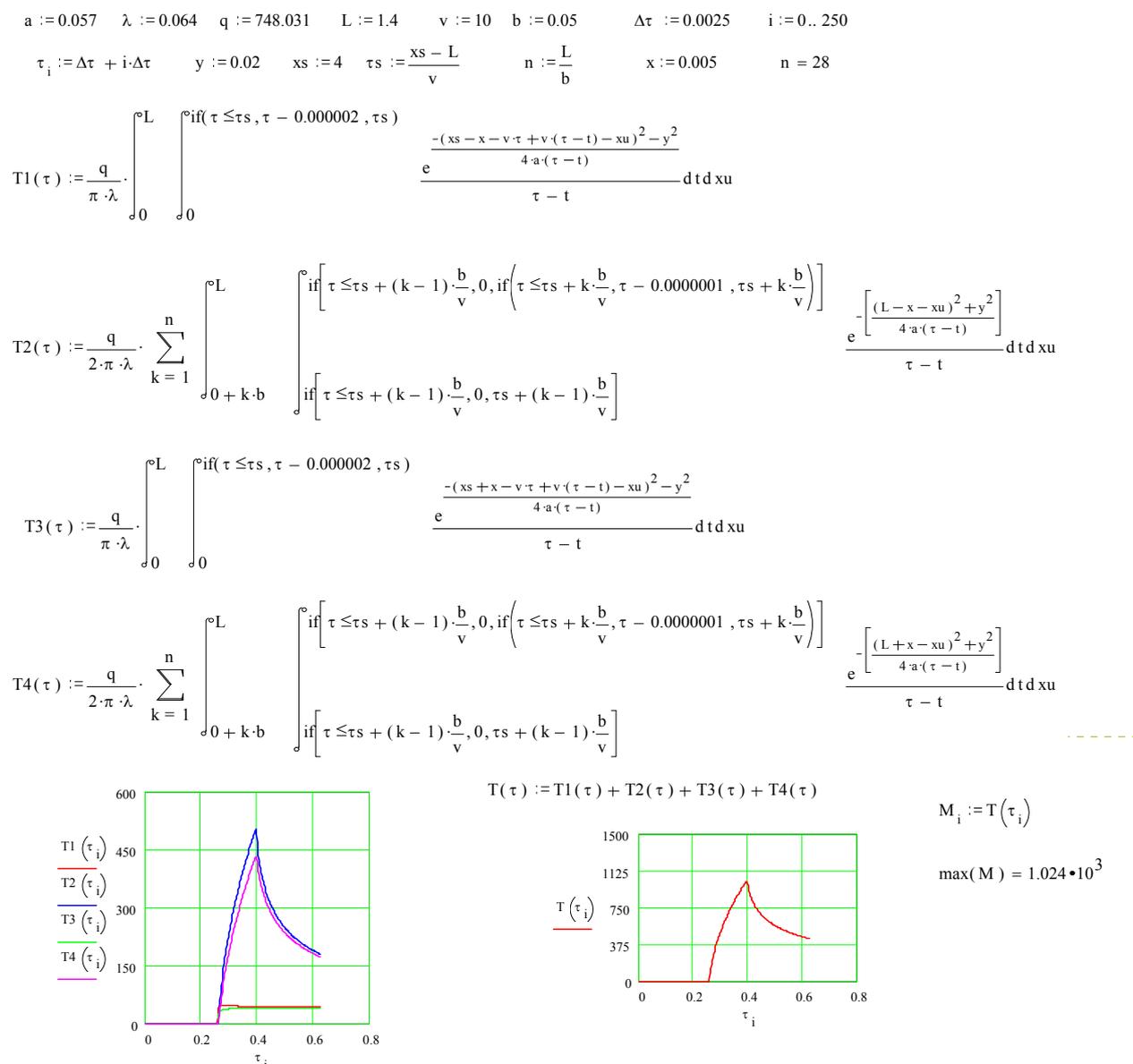


Рис.10.50. Расчет температуры у кромки упрочняемой поверхности ( $X=0,005\text{см}$ ,  $Y=0,02\text{см}$ ) при выходе диска с поверхности.

Таким образом, у кромки упрочняемой поверхности нагрев ее при врезании диска трения несколько ниже, а при выходе - выше по сравнению с нагревом поверхности на участках далеко отстоящих от кромки.

### 10.5.3. ПРИМЕРЫ ИССЛЕДОВАНИЯ ТЕМПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ В УПРОЧНЯЕМОЙ ПОВЕРХНОСТИ

При исследовании процесса упрочнения трением умение описать температурное поле в упрочняемой поверхности позволяет по-

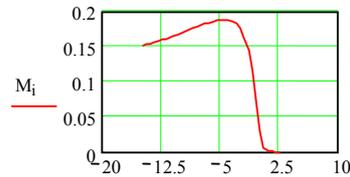
$$a := 0.08 \quad \lambda := 0.095 \quad h := 0.07 \quad r := 12.5 \quad L := \sqrt{2 \cdot r \cdot h - h^2} \quad L = 1.321$$

$$i := 0.35 \quad \tau := 2 \quad s := 10 \quad y := 0.285 \quad x_i := -15 + i \cdot 0.5$$

$$T(x) := \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \lambda} \cdot \int_0^L \int_0^{\tau-0.001} \frac{e^{-\frac{[x+s(\tau-t)-xu]^2 - y^2}{4a(\tau-t)}}}{\tau - t} d t \, x u$$

$$q := \frac{150}{\max(M)} \quad q = 795.819$$

$$M_i := T(x_i)$$



$$i := 0..14 \quad x_i := -4 + i \cdot 0.5 \quad j := 0..50 \quad y_j := 0 + j \cdot 0.01 \quad \tau := 0.7$$

$$Tl(x,y) := \frac{q}{2 \cdot \pi \cdot \lambda} \cdot \int_0^L \int_0^{\tau-0.001} \frac{e^{-\frac{[x+s(\tau-t)-xu]^2 - y^2}{4a(\tau-t)}}}{\tau - t} d t \, x u$$

$$M_{i,j} := Tl(x_i, y_j)$$

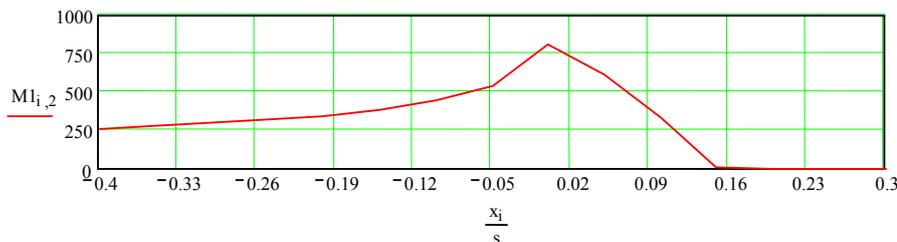
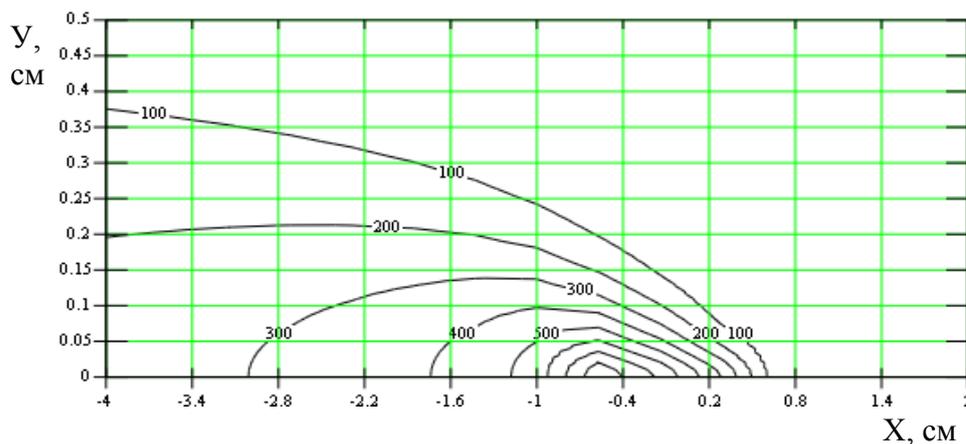


Рис. 10.51. Распечатка расчета температурного поля для условий обработки поверхности:  $V=35\text{м/с}$ ,  $S=10\text{см/с}$ ,  $h=0,07\text{см}$  (условия опыта № 1).

нять физическую природу явлений приводящих к упрочнению. Пример такого исследования приведен ниже.

Таблица 10.4

Условия и результаты опытов

№ опыта	Условия опытов		Результаты опытов			Расчетное значение $q$ , кал/см <sup>2</sup> с
	$S$ , мм/с	$H$ , м	$Y_1$ , мм	$HV$ , кгс/мм <sup>2</sup>	$Y_3$ , мкм	
1	100	0.7	2.85	480	220	295.82
2	10	0.7	5.64	379	250	161.407
3	100	0.1	0.51	580	95	447.284
4	10	0.1	1.54	270	0	143.548

В описываемом исследовании [141] были проведены четыре опыта по упрочнению поверхности. Образцы – пластины толщиной 2 мм из стали 45, боковые поверхности которой покрыты оловом. Торец пластины подвергался обработке диском из стали 3 толщиной 10 мм. Такой диск за один проход обрабатывает поверхность пластины шириной 2 мм. Окружная скорость диска 35 м/с. Варьируемые режимы обработки: скорость продольной подачи  $S$  см/с и глубина резания  $h$  см.

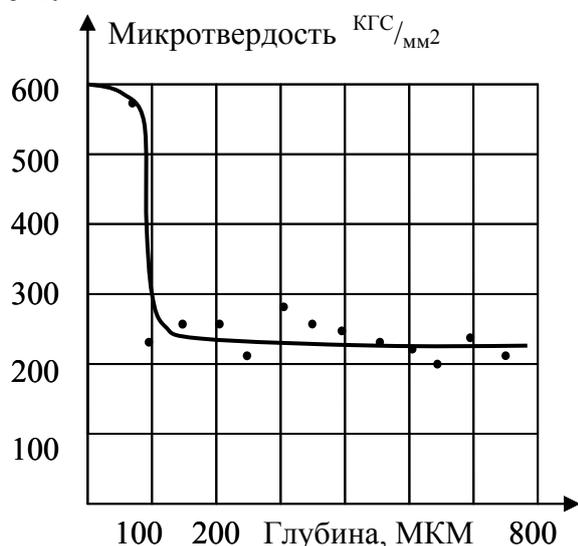


Рис 10.52. Распределение микротвердости по глубине образцов из стали 45: опыт №1 ( $S=100$  мм/с,  $t=0,7$  мм).

При проведении опытов регистрировалась глубина прогрева  $Y_1$  пластины до температуры в 150°С по изотерме на пленке олова, микротвердость  $HV$  кгс/мм<sup>2</sup> на поверхности и глубина  $Y_3$  упрочненного слоя. Условия опытов и их результаты приведены в табл. 10.4.

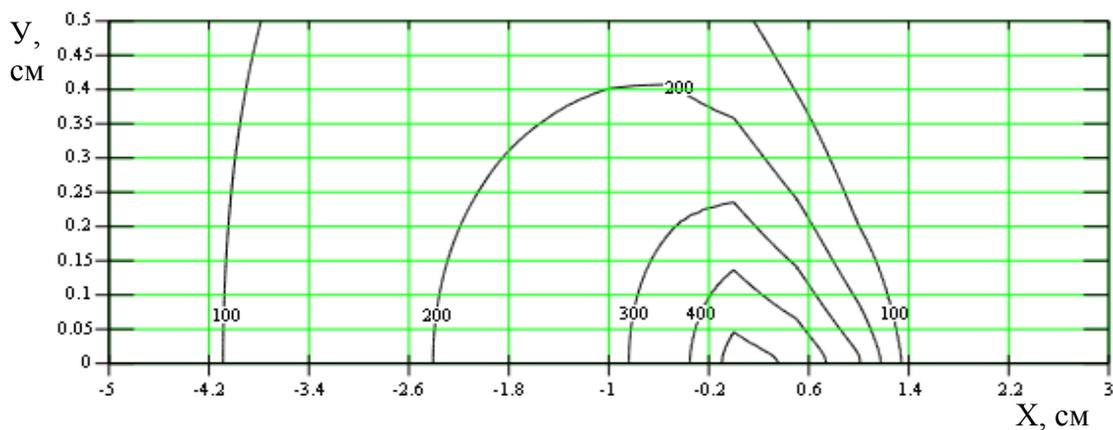
На рис. 10.51 приведена распечатка расчета температурного поля для условий 1-го опыта. В верхней части распечатки приведен расчет интенсивности теплового потока, который полу-

чился равным 795,82 кал/см<sup>2</sup>с. Там же выведен на печать график изменения функции  $T(x)$  для  $Y = 0,285$  см для получения значения  $q = 795,82$  кал/см<sup>2</sup>с. Ниже приведен расчет и распечатка температурного поля в приповерхностном слое упрочняемой поверхности. Согласно

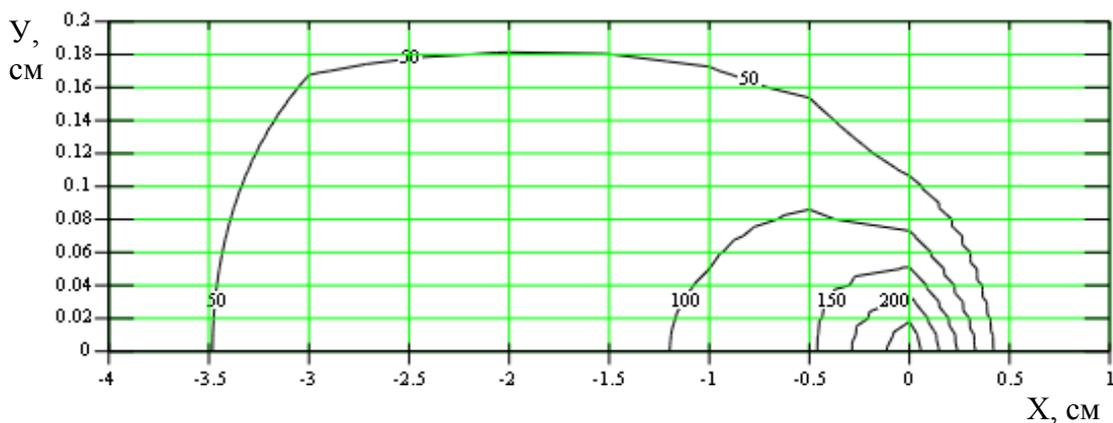
этого температурного поля прогрев поверхности, до температуры выше точки  $A_{c_3}$  ( $750^{\circ}\text{C}$ ) произошел до глубины  $\approx 0,24$  мм.

В самом низу распечатки выведен график изменения температуры в функции времени  $t = x/s$  в приповерхностном слое упрочняемой поверхности на глубине 0,2 мм.

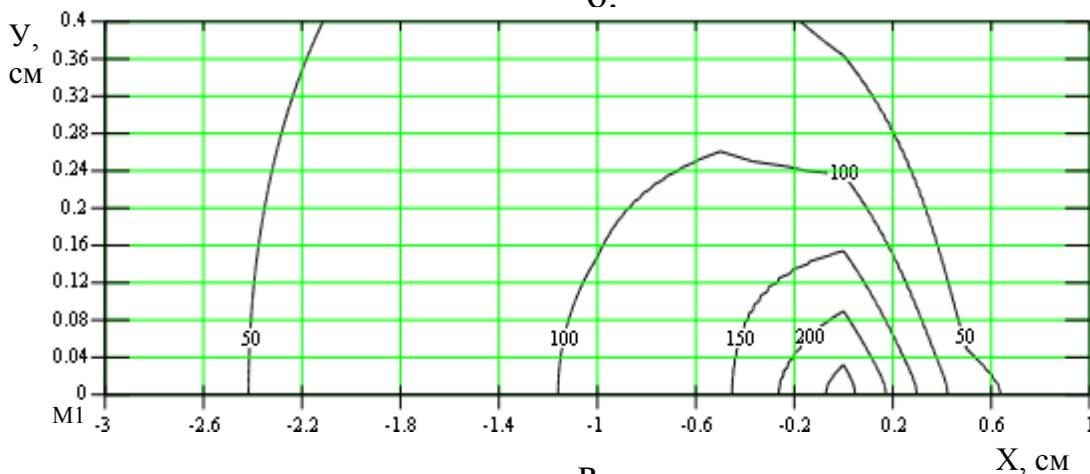
Из этого графика видно, что на глубине 0,2 мм нагрев произошел до температуры несколько выше  $750^{\circ}\text{C}$ . Кроме этого, из него



а.



б.



в.

Рис 10.53. Температурные поля в образцах для условий опытов:  
а) №2, б) №3, в) №4.

можно рассчитать скорость нагрева и охлаждения. Средняя скорость

нагрева  $\approx \frac{800^{\circ}\text{C}}{0,15\text{с}} = 5333$  град/с, а скорость охлаждения

$$\frac{800 - 250}{0,4} = 1375 \text{град/с}.$$

Такие режимы нагрева-охлаждения предполагают закалку, что и подтверждают результаты измерения микротвердости на поверхности и по глубине, приведенные на рис. 10.52. Отсюда следует вывод, что причиной упрочнения является закалка. Последнее еще подтверждается исследованием микроструктуры приповерхностного слоя по его шлифу.

Для остальных опытов рассчитанные значения интенсивности теплового потока  $q$  приведены в последней колонке табл. 10.4, а температурные поля в упрочняемых образцах приведены на рис. 10.53. Из этих приведенных полей видно, что температура во всех опытах кроме 1-го не достигла величины выше  $750^{\circ}\text{C}$ . Поэтому нет причин ожидать закали.

В то же время в опыте № 3 твердость поверхностного слоя достигла величины  $HV=580$  кгс/мм<sup>2</sup>, что даже выше чем в первом опыте, где произошла закалка. Причина этого очевидно в наклепе поверхностного слоя в результате пластических деформаций его и нагреве не выше  $300^{\circ}\text{C}$  (рис. 10.53,б).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Абразивно-алмазная обработка материалов: Справочник / Под ред. А.Н. Резникова. – М.: Машиностроение, 1977. – 390 с.
2. Абрамович Б.Г., Картавец В.Ф. Цветовые индикаторы температуры.- М.: Энергия, 1978. - 216 с.
3. Аваков А.А. Физические основы теории стойкости режущих инструментов. – М.: Машгиз, 1960. – 306 с.
4. Андрианова И.А., Шахновский С.С. Влияние тепловых деформаций на положение шлифовальных кругов торцешлифовальных станков.- Станки и инструмент, 1982, №9.- С.6-7.
5. Анельчик В.Д. Повышение эффективности шлифования деталей с молибденовым покрытием. - Дис. ... канд. техн. наук. - Одесса: ОПИ, 1985. – 242 с.
6. Армарего Н. Дж.А., Браун З.Х. Обработка металлов резанием / Пер. с англ. В.А.Пастухова. - М.: Машиностроение, 1977. - 325 с.
7. Арсенин В.Я. Математическая физика. Основные уравнения и специальные функции. – М.: Наука, 1966. – 346 с.
8. Аршинов В.А., Алексеев Г.А. Резание металлов. – М.: Машгиз, 1959. – 490 с.
9. А.с. 747706 СССР МКИ В24В 49/00. Устройство для ограничения перемещений шлифовального круга / А.В. Якимов, В.П. Ларшин, А.А. Якимов. Опубл. 15.07.80. Бюл. №26. – 3 с.
10. Аттья Косп. Влияние распределения контактного давления на процесс распространения тепла через конструктивные стыки металлорежущих станков.- Конструирование и технология машиностроения, 1980, № 2.- С.208-217.
11. Балакин В.А. Трение и износ при высоких скоростях скольжения. - М.: Машиностроение, 1980.
12. Бекоев А.Д. Исследование влияния теплофизических характеристик элементов системы СПИД на точность обработки.- Тр. СКГМИ: Вопр. точности и конструирования в машиностроении, 1972, вып. 32.- С. 62-66.
13. Беляев М.М. Основы теплопередачи.- К.: Вища шк., 1989.- 343 с.
14. Беляев Н.М., Рядно А.А. Методы теории теплопроводности.- М.: Высш. шк., 1982.- 304 с.
15. Бобров В.Ф. Основы теории резания металлов.- М.: Машиностроение, 1975.- 344 с.
16. Борисов Б.Я. О температурном поле резца. – Вестник машиностроения, 1952, №1.
17. Бояршинов Ю.А. Разработка и исследования способов повышения качества поверхностного слоя при шлифовании высокоточных зубчатых колес. - Дис. ... канд. техн. наук. – Пермь, 1970. –250 с.
18. Бугров Я.С., Никольский С.М. Высшая математика. Дифференциальные уравнения. Кратные интегралы. Ряды. Функции комплексного

- переменного. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1981. – 448 с.
19. Бромберг Б.М. Исследование температурных смещений рабочих органов отделочно-расточного станка. - *Металлорежущие станки*, 1977, вып. 5.- С. 60-65.
  20. Бронштейн И.Н., Семендяев К.А. Справочник по математике для инженеров и учащихся ВТУзов. – 13-е изд. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1986. - 544 с.
  21. Вопросы применения смазочно-охлаждающих жидкостей при резании металлов / Под ред. М.И. Клушина. – Иваново: Верхне-Волжское книжное изд-во, 1965. – 179 с.
  22. Верещака А.С., Проворотов М.В., Кузин В.В. и др. Исследование теплового состояния режущих инструментов с помощью многопозиционных термоиндикаторов. – *Вестник машиностроения*, 1986, № 1. – С. 45-46.
  23. Верещака А.С. Работоспособность режущего инструмента с износостойкими покрытиями. – М.: Машиностроение, 1993. – 336 с.
  24. Воронцов А.П., Мурзаков Х.Е. Влияние тепловых деформаций на технологическую надежность токарно-револьверных станков.- *Станки и инструмент*, 1982, № 10.- С.5.
  25. Галицын А.С., Жуковский А.И. Интегральные преобразования и специальные функции в задачах теплопроводности. – К.: Наук. думка, 1976. – 320 с.
  26. Геращенко О.А., Гордов А.Н., Лах В.І. та ін. Температурні вимірювання: Довідник.- К.: Наук. думка, 1984.- 494 с.
  27. ГОСТ 9990-71. Станки для заточки плоских ножей с прямолинейной режущей кромкой. Основные параметры.
  28. ГОСТ 17735-72. Деревообрабатывающее оборудование. Ножницы для резания пакетов шпона. Основные параметры.
  29. Грабченко А.И. Расширение технологических возможностей алмазного шлифования. – Харьков: Вища шк., 1985. – 184 с.
  30. Грановский Г.И., Белодед В.В., Даниленко Б.Д. и др. Температурное состояние сверл из различных быстрорежущих сталей.- *Вестник машиностроения*, 1975, № 6.- С. 64-66.
  31. Грановский Г.И., Грановский В.Г. Резание металлов. – М.: Высш. шк., 1985. – 304 с.
  32. Градштейн И.С., Рыжик И.М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений.- М.: Физматгиз, 1961.- 1020 с.
  33. Гюнтер Ю., Маркарян Г.К. Влияние скорости и направления изменения толщины и ширины среза на силы и температуру резания. – *Промышленность Армении*, № 7, 1975. – С. 32-35.
  34. Даниелян А.М. Теплота и износ инструментов в процессе резания металлов. – М.: Машгиз, 1954. – 276 с.
  35. Даниелян А.М. Тепловой баланс при резании титанового сплава ВТ2. – *Вестник машиностроения*, 1957, № 1. – С. 39-43.
  36. Даниелян А.М., Бобрик П.И. Особенности тепловых явлений при

- резании жаропрочных сплавов. - Станки и инструмент, 1961, № 12.- С. 25-27.
37. Девин Л.Н. Прогнозирование работоспособности металлорежущего инструмента. – К.: Техніка, 1992. – 132 с.
  38. Дегтяренко Н.С., Колиенкович И.А. Методика исследования температуры при шлифовании твердого сплава. – Сб. “Вопросы заточки инструментов”. Труды ВНИИ инструмент, Москва, вып. 2, 1966.
  39. Диткин В.А., Прудников А.П. Интегральные преобразования и операционное исчисление. – М.: Физматгиз, 1961. – 420 с.
  40. Диткин В.А., Прудников А.П. Справочник по операционному исчислению. - М.: Высш. шк., 1965. – 465 с.
  41. Дубинский Ш.М. Исследование температуры поверхности при заточке. – Дис. ... канд. техн. наук. – Харьков, 1962. – 250 с.
  42. Евсеев Д.Г. Формирование свойств поверхности при абразивной обработке. – Саратов: СГУ, 1975. – 127 с.
  43. Евсеев Д.Г., Сальников А.И. Физические основы процесса шлифования. – Саратов: СГУ, 1978. – 128 с.
  44. Епифанов Г.И., Ребиндер П.Л. Об энергетическом балансе процесса резания металлов. – Доклады АН СССР, 1949, т. 69, № 4.
  45. Жабокрицкий Р.А. Экспериментальное отделение температур в зоне шлифования металлов. – Автореф. дис. ... канд. техн. наук. – Куйбышев, 1973. – С.23.
  46. Захаренко И.П., Шепелев А.А. Алмазная заточка твердосплавного инструмента совместно со стальной державкой. – К.: Наук. думка, 1976. – 219 с.
  47. Иванова Г.М., Кузнецов Н.Д., Чистяков В.С. Теплотехнические измерения и приборы. – М.: Энергоатомиздат, 1984. – 232 с.
  48. Исаев А.И., Силин С.С. Влияние температуры шлифования на изменение свойств поверхностного слоя деталей. – Труды МАТИ, 1969, вып. 38. – С. 32-36.
  49. Исаченко В.В., Осипова В.А., Сукомел А.С. Теплопередача. – М.: Энергоиздат, 1981. – 416 с.
  50. Карташов Э.М. Аналитические методы в теории теплопроводности твердых тел. – М.: Высш. шк., 1985. – 480 с.
  51. Карслоу Х.С., Егер Д.К. Теплопроводность твердых тел. – М.: Наука, 1964. – 410 с.
  52. Качество и производительность абразивно-алмазной обработки: Учеб. пособие / А.В. Якимов, Ф.В. Новиков, Г.В. Новиков, А.А. Якимов. - Одесса: ОГПУ, 1999. – 212 с.
  53. Качество поверхности при алмазно-абразивной обработке / Э.В. Рыжов, А.А. Сагарда, В.Б. Ильицкий, И.Х. Чеповецкий. – К.: Наук. думка, 1979. – 244 с.
  54. Ковальгонов В.Н. Повышение эффективности совмещенного шлифования с применением СОЖ путем термостабилизации зоны обработки. - Дис. ... канд. техн. наук. - Ульяновск: УлГТУ, 2000. – 244с.

55. Коллатц Л., Карбс В. Теория приближений. – М.: Наука, 1978. – 272 с.
56. Коротин Б.С. Определение глубины дефектного слоя по температурному полю в изделии. - В кн.: Теплофизика технологических процессов. - Тольятти: ТолПИ, 1972. – С. 29-30.
57. Коротин Б.С., Урывский Ф.П. Остаточные напряжения и их регулирование за счет режимов и методов механической обработки. - В кн.: Технологические методы повышения точности, надежности и долговечности в машиностроении. – М.: НТО Машпром, 1966. – С. 15-18.
58. Корчак С.Н. Производительность процесса шлифования стальных деталей. – М.: Машиностроение, 1974. – 280 с.
59. Костецкий Б.И. Тепловые режимы шлифования металлов. – Вестник машиностроения, 1947, № 1. – С.51-53.
60. Костецкий Б.И. Трение, смазка и износ в машинах. – К.: Техніка, 1970. – 396 с.
61. Кошин А.А. Исследование функциональных связей между предельными режимами и тепловыми критериями процессов алмазно-абразивной обработки. - Автореф. дис. ... канд. техн. наук. - Челябинск, 1974. - 23 с.
62. Кошляков Н.С., Глинсер Э.Б., Смирнов М.М. Уравнения в частных производных математической физики. – М.: Высш. шк., 1985. – 712 с.
63. Кравченко Б.А., Светличнов Б.П. Остаточные напряжения при обработке жаропрочных материалов точением. - В кн.: Обработываемость жаропрочных и титановых сплавов. – Куйбышевское обл. книжное издательство, 1962. – С. 385-397.
64. Кривоухов В.А. Ускоренный метод нахождения стойкости и силовых зависимостей для составления нормативов по режимам резания. – Станки и инструмент, 1960, № 6. – С. 26-28.
65. Кузнецов С.М. Силы резания при шлифовании зубчатых колес конусным кругом. – Станки и инструмент, 1974, № 5. – С. 33-34.
66. Кумабэ Д. Вибрационное резание. – М.: Машиностроение, 1985. – 424 с.
67. Кушнер В.С. Термомеханическая теория процесса непрерывного резания пластичных материалов. – Иркутск: Изд-во Иркутского ун-та, 1982. – 170 с.
68. Лаврентьев М.А., Шабат Б.В. Методы теории функций комплексного переменного. – М.: Наука, 1973. – 736 с.
69. Ларшин В.П. Интегрированная технологическая система шлифования сложнопрофильных деталей (на примере резьбошлифования). - Автореф. дис. ... докт. техн. наук. – Одесса: ОГПУ, 1995. – 34 с.
70. Ларшин В.П. Управление температурной погрешностью шага резьбы ходовых винтов при резьбошлифовании. – Сб. “Процессы абразивной обработки, абразивные инструменты и материалы”. – Волжский, 1999. – С. 132-135.
71. Ларшин В.П. Интегрированные технологические системы в машиностроении. – Тр. Одес. политехн. ун-та. – Одесса, 1999, вып. 3(9).

- С. 55-58.
72. Ларшин В.П., Гречиха А.А. Повышение эффективности шлифования вырубных штампов при использовании твердых технологических смазок. – Тр. Одес. политехн. ун-та. – Одесса, 2000. – С.45-48.
  73. Ларшин В.П., Гречиха А.А. О механизме действия твердых смазок на силы резания при шлифовании. – Вісник інженерної академії України, 2000, спец. вип. – С.215-218.
  74. Ларшин В.П. Повышение производительности плоского шлифования на основе анализа трудоемкости процесса. – Тр. Одес. политехн. ун-та. – Одесса, 2002, вып.1(17). – С.60-64.
  75. Ларшин В.П., Гречиха А.А. Проблемы применения смазывающе-охлаждающих средств в технике и технологии. – Вісник Харківського держ. техн. ун-ту сільського господарства. – Харків, 2002, вып.10. – С.54-59.
  76. Ларшин В.П., Андрусенко А.М. Проектирование, изготовление и эксплуатация технологических систем на основе общей теории управления. – Физические и компьютерные технологии в народном хозяйстве: Тр. 5-й Междунар. научн.-техн. конф. – Харьков: ХНПК “ФЭД”, 2002. – С.19-23.
  77. Ларшин В.П., Якимов А.А., Акимова М.Н. Интегрированная технологическая система зубошлифования – Научно-технические проблемы станкостроения, производство технологической оснастки и инструмента: Материалы междунар. конф. – Киев: АТМ Украины, 2002. – С.70-72.
  78. Лебедев В.Г., Луговская Е.Н., Усов А.В. Исследование температур и сил резания единичным зерном. – Сб. “Новое в абразивной обработке материалов”, Киев, 1976. – С.22-23.
  79. Лебедев В.Г., Вяликов А.С. Теоретические основы процесса работы отрезным кругом и выбор оптимальных режимов подачи. – Деп. УкрНИИНТИ, № 2288, 1986.
  80. Лебедев В.Г., Клименко Н.М. Кинетика изменения температур критических точек при шлифовании закаленных сталей. – Тр. Одес. политехн. ун-та, Одесса, 2000, вып. 2(11). – С. 47-50.
  81. Лебедев В.Г., Клименко Н.М. Количественный и качественный состав фаз и структур, который формируется в поверхностном слое детали из закаленной стали под влиянием температуры шлифования. – Тр. Одес. политехн. ун-та, Одесса, 2000, вып. 3(12). – С. 35-38.
  82. Лебедев В.Г., Клименко Н.М. Некоторые вопросы моделирования процесса образования напряжений и трещин при шлифовании закаленной стали. – Вісник інженерної академії України, 2000, спец. вип. – С. 52-55.
  83. Лебедев В.Г., Клименко Н.М. Природа возникновения шлифовочных дефектов и выбор режимов шлифования для деталей с Ti-Ni-Cu покрытием. – Вісник інженерної академії України, 2001, вип.3 (частина1). – С. 52-55.

84. Лебедев Н.Н. Специальные функции и их приложение. - М.: Госиздат техн.-теор. лит., 1953. – 380 с.
85. Линевег Ф. Измерение температур в технике: Справочник / Пер. с нем. – М.: Металлургия, 1980. – 544 с.
86. Лоладзе Т.Н., Бокучаева Г.И. Износ алмазов и алмазных кругов. – М.: Машиностроение, 1967. – 110 с.
87. Лоладзе Т.Н. Прочность и износостойкость режущего инструмента. – М.: Машиностроение, 1982. – 320 с.
88. Лыков А.В. Теория теплопроводности. – М.: Высш. шк., 1967. - 600 с.
89. Лыков А.В. Теплообмен: Справочник. – М.: Энергия, 1972. – 500 с.
90. Лысак Л.И., Николин Б.И. Физические основы термической обработки стали. – К.: Техніка, 1975. – 223 с.
91. Лысов Б.Н. Исследование электрических явлений, сопровождающих процесс шлифования и пути их использования. – Дис. ... канд. техн. наук. – Челябинск, 1972. – 180 с.
92. Макаров А.Д. Износ и стойкость режущих инструментов. – М.: Машиностроение, 1966. – 263 с.
93. Макаров А.Д. Оптимизация процессов резания. – М.: Машиностроение, 1976. – 178 с.
94. Малыхин В.В. Повышение эффективности шлифования вольфрамсодержащих твердых сплавов совместно со сталью алмазными кругами. - Дис. ... канд. техн. наук. – Харьков, 1985. – 266 с.
95. Мартенситные превращения / Под ред. В.Н. Гриднева. – К.: Наук. думка, 1978. – 352 с.
96. Маталин А.А. Качество поверхности и эксплуатационные свойства машин. – М.: Машгиз, 1956. – 256 с.
97. Маталин А.А. Технологические методы повышения долговечности деталей машин. – К.: Техніка, 1971. – 144 с.
98. Маталин А.А. Технология машиностроения: Учебник. – Л.: Машиностроение, 1985. – 496 с.
99. Методические указания к изучению раздела “Оптимизация режимов резания” курса “Нормирование труда рабочих”/ Сост. Б.Н. Игумнов, Т.П. Завгородняя. – Хмельницкий: ХТИ, 1989. – 128 с.
100. Мухортов В.Н. Повышение точности профиля и производительности шлифования резьбы ходовых винтов ШВП. - Дис. ... канд. техн. наук. – Одесса, 1986. – 140 с.
101. Новиков Г.В. Повышение эффективности алмазно-искрового шлифования деталей с высокопрочными покрытиями. – Автореф. дис. ... канд. техн. наук. – Одесса, 1990. – 16 с.
102. Новиков Ф.В. Режущий рельеф алмазного круга и его роль в формировании технологических показателей шлифования. – Резание и инструмент, 1984, вып. 32. – С. 64-70.
103. Новиков Ф.В., Сошников С.А., Лысенков А.В. Оптимизация высокопроизводительного глубинного шлифования и вопросы качества алмазной обработки твердого сплава инструментального назначения. –

Редколлегия журнала “Сверхтвердые материалы”. Деп. ВИНТИ, 19.04.84, № 2475-84 ДЕП

104. Новиков Ф.В. Физические и кинематические основы высокопроизводительного алмазного шлифования. – Автореф. дис. ... докт. техн. наук. – Одесса, 1995. – 36 с.
105. Новиков Ф.В., Якимов А.В., Новиков Г.В., Якимов А.А. Перспективы развития процессов резания лезвийными и абразивными инструментами. – Вісник Харківського держ. техн. ун-ту сільск. господ., 2002, вип. 10. – С. 24-29.
106. Нормативы времени и режимов резания при работе на станках с программным управлением. – М.: Изд-во НИАТ, 1975. – 144 с.
107. Оптимизация технологии глубинного шлифования / С.С. Силин, Б.Н. Леонов, В.А. Хрульков и др. – М.: Машиностроение, 1989. – 120 с.
108. Основы алмазного шлифования / М.Ф. Семко, А.И. Грабченко, А.Ф. Раб, М.Д. Узунян, М.С. Пивоваров. – К.: Техніка, 1978. – 190 с.
109. Основы прикладной теории колебаний и удара / Я.Г. Пановко. – 4-е изд. – Л.: Политехника, 1990. – 272 с.
110. Остафьев В.А., Мазур Н.П. Применение метода тепловых источников для расчета температурных полей режущего инструмента. – ТЕМАН № 8, 1999. – С. 8-11.
111. Островский В.И. Теоретические основы процесса шлифования. – Л.: Изд-во Ленингр. ун-та, 1981. – 139 с.
112. О точности некоторых формул для определения средней температуры контакта при тчении жаропрочных сплавов / А.Д.Макаров, В.С.Мухин, В.М.Кишуров и др. - Тр. Уфим. Авиаци. ин-та, 1973, вып. 54. – С. 69-75.
113. Охлаждающе-смазывающие жидкости. Влияние на обрабатываемость металлов резанием / Под ред. А.В. Панкина. – М.: Машгиз, 1954. – 185 с.
114. Паршаков А.Н., Свирцев В.И. К вопросу управления автоколебанием при шлифовании. –Сб. тр. ППИ: Повышение эффективности технологических процессов в машиностроении. –Пермь, 1980. –С. 69-76.
115. Подстригач Я.С., Коляко Ю.М. Обобщенная термомеханика. - К.: Наук. думка, 1976. – 310 с.
116. Подураев В.Н. Обработка резанием жаропрочных и нержавеющей материалов. – М.: Высш. шк., 1965. – 518 с.
117. Подураев В.Н. Автоматически регулируемые и комбинированные процессы резания. – М.: Машиностроение, 1977. – 304 с.
118. Полетика М.Ф. Контактные нагрузки на режущих поверхностях инструментов. – М.: Машиностроение, 1969. – 148 с.
119. Попов Г.Я. Концентрация упругих напряжений возле штампов, разрезов, тонких включений и подкреплений. – М.: Наука, 1982. – 344 с.
120. Попов С.А., Малевский Н.П., Терещенко Л.М. Алмазно-абразивная обработка металлов и твердых сплавов. – М.: Машиностроение, 1977. – 263 с.

121. Прогрессивные методы шлифования пропитанным абразивным инструментом. – М.: НИИмаш, 1981. – 42 с.
122. Проников А.С. Надежность машин. – М.: Машиностроение, 1978. – 460 с.
123. Развитие науки о резании металлов / В.Ф. Бобров, Г.И. Грановский, Н.Н. Зорев и др. – М.: Машиностроение, 1967. - 415 с.
124. Равлик А.Г., Самофалов В.Н., Золотницкий Ю.В. Термоиндикаторы на основе пленок пермалоя с полосовой доменной структурой для измерения и визуализации температурных полей. – Приборы и техника эксперимента, 1988, № 3. – С. 241-243.
125. Резание металлов и инструмент / Под ред. А.М.Розенберга. – М.: Машиностроение, 1964. – 226 с.
126. Резников А.Н. Теплообмен при резании и охлаждении инструментов. – М.: Машгиз, 1963. – 199 с.
127. Резников А.Н. Теплофизика резания. – М.: Машиностроение, 1969. – 287 с.
128. Резников А.Н., Яценко Л.Е. Термоупругие деформации изделия и инструмента в процессе развертывания. – Сб. тр. ТПИ: Теплофизика технол. процессов. – Саратов, 1975, вып. 1. – С. 24-34.
129. Резников А.Н. Теплофизика процессов механической обработки материалов. – М.: Машиностроение, 1981. – 279 с.
130. Резников А.Н., Резников Л.А. Основы расчета шлифовальных процессов в технологических расчетах: Учебное пособие. – Куйбышев: КуАИ, 1986. – 153 с.
131. Робочі процеси високих технологій в машинобудуванні: Навч. посібник / За редакцією А.І. Грабченка. – Харків: ХДПУ, 1990. – 436 с.
132. Русские ученые – основоположники науки о резании металлов. Общая редакция и вступительные очерки К.П. Панченко. – М.: Машгиз, 1952. – 478 с.
133. Рыкалин Н.Н. Расчеты тепловых процессов при сварке. – М.: Машгиз, 1951.
134. Сазонов Б.Г. Обеспечение качества поверхностного слоя при шлифовании деталей с диффузными покрытиями. – М.: Машиностроение, 1981. – 144 с.
135. Серегин С.А., Люленко В.И. Температура контактной поверхности при трении металлов. – Сб. “Тепловая динамика трения”. - М.: Наука, 1970. - С. 122-126.
136. Свирщев В.И. Повышение эффективности процесса шлифования за счет динамической стабилизации. – Сб. тр. КАИ: Прогрессивные процессы и оборудование механической обработки. – Казань, 1984. - С. 26-32.
137. Седов Л.И. Методы подобия и размерности в механике. – М.: Наука, 1977. - 440 с.
138. Сегерлинд Л. Применение метода конечных элементов. – М.: Мир, 1979. – 370 с.
139. Сизый Ю.А. Динамика нагрева и охлаждения фрикционного диска с

- учетом теплообмена с окружающей средой. – “Известия вузов. Машиностроение”. – М.: 1993, № 7-9. – С. 139-146.
140. Сизый Ю.А. Теория и практика фрикционной разрезки. -деп. ГНТБ Украины. – К.:, 1995, №2501, Ук95. – 333 с.
141. Сизый Ю.А., Погребной Н.А., Кулик Г.Г. Свойства поверхности и ее нагрев при термофрикционной обработке. – Вісник інженерної академії України, 2000, спец. вип. - С. 42.
142. Сизый Ю.А., Кулик Г.Г. Описание и анализ температурного поля при фрикционной разрезке в заготовке с ее вращением. - Вестник национального технического университета “ХПИ”.- Харьков, вып. 3, 2002. - С.131-142.
143. Силин С.С. Расчет температурных полей при действии движущихся источников тепла. – Инженерно-физический журнал, 1963, т. 3. – С.763-766.
144. Силин С.С. Исследование процессов резания методом теории подобия. – Сб.тр. Рыбинского авиационно-технологического института, №1. – Верхневолжское книжное издательство, 1966. – С.5-54.
145. Силин С.С., Хрульков В.А., Лосанов А.В., Рыкунов Н.С. Глубинное шлифование деталей из труднообрабатываемых материалов. – М.: Машиностроение, 1984. – 64 с.
146. Синтетические алмазы в машиностроении / Под ред. В.Н. Бакуля. – К.: Наук. думка, 1976. – 352 с.
147. Сипайлов В.А. Тепловые процессы при шлифовании и управление качеством поверхности.- М.: Машиностроение, 1978. – 167 с.
148. Слободяник П.Т. Влияние температуры охлаждения детали и резца на температуру и силу резания. – Изв. вузов: Машиностроение, 1975, № 5. – С. 164-169.
149. Слободяник П.Т., Линчевский П.А., Фотти С.С. Стойкость спиральных сверл с внутренним охлаждением. – Машиностроитель, 1979, № 11. – С. 23-24.
150. Смазочно-охлаждающие технологические средства для обработки металлов резанием: Справочник / Под ред. С.Т. Энтелеса, Э.М. Берлингера. – М.: Машиностроение, 1986. – 352 с.
151. Снеддон И. Преобразование Фурье. – М.: Иностран. лит., 1955. – 610 с.
152. Соколов Ю.И. Температурные расчеты в станкостроении. – М.: Машиностроение, 1968. – 77 с.
153. Справочник инструментальщика / И.А. Ординарцев, Г.В. Филиппов, А.Н. Шевченко и др.; под общей ред. И.А. Ординарцева. – Л.: Машиностроение, 1987. – 846 с.
154. Сулима А.М., Евстигнеев М.И. Качество поверхностного слоя и усталостная прочность деталей из жаропрочных и титановых сплавов. – М.: Машиностроение, 1974. – 256 с.
155. Теоретические основы резания и шлифования материалов: Учеб. пособие / А.В. Якимов, Ф.В. Новиков, Г.В. Новиков, Б.С. Серов, А.А. Якимов. – Одесса: ОГПУ, 1999. – 450 с.

156. Теоретические основы технологии машиностроения: Учебник / А.В. Якимов, Ф.В. Новиков, А.А. Якимов, Г.В. Новиков, Н.И. Решетнев. – Одесса: ОНПУ, 2002. – 491 с.
157. Тепловые и механические процессы при резании металлов: Учеб. пособие / Ф.В. Новиков, А.А. Якимов, Г.В. Новиков, С.Г. Зимин, В.А. Вайсман. – Одесса: ОГПУ, 1997. – 179 с.
158. Теплофизика механической обработки: Учеб. пособие / А.В. Якимов, П.Т. Слободяник, А.В. Усов. – К.: Одесса: Лыбидь, 1991. – 240 с.
159. Технологические методы повышения износостойкости деталей машин / Рыжов Э.В. – К.: Наук. думка, 1984. – 272 с.
160. Тимошенко С.П., Гудьер Дж. Теория упругости. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1975. – 576 с.
161. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. – М.: Наука, 1972.
162. Трент Е.М. Резание металлов / Пер. с англ. Г.И. Айзенштока. – М.: Машиностроение, 1980. – 263 с.
163. Управление процессом шлифования / А.В. Якимов, А.Н. Паршаков, В.И. Свирищев, В.П. Ларшин. – К.: Техніка, 1983. – 184 с.
164. Усов А.В. Повышение эффективности процесса бездефектного шлифования материалов и сплавов, предрасположенных к трещинообразованию. – Дис. ... докт. техн. наук. – Киев, 1991. – 350 с.
165. Физические свойства сталей и сплавов, применяемых в энергетике: Справочник / Под ред. Б.Е. Неймарка. – М.: Энергия, 1967. – 240 с.
166. Филоненко С.Н., Слободяник П.Т., Айкирян А.Л. Температурное поле резца с внутренним охлаждением. – Изв. вузов: Машиностроение, 1978, № 7. – С. 152-155.
167. Фридель Ж. Дислокации. – М.: Мир, 1967. – 467 с.
168. Худобин Л.В., Хусаинов А.Ш. Плоское шлифование тонкостенных заготовок. – СТИН, 1997, № 9. – С. 20-22.
169. Худобин Л.В., Хусаинов А.Ш. Тепловые процессы при плоском шлифовании тонкостенных заготовок. – Вестник машиностроения, 1997, № 3. – С. 14-18.
170. Хусаинов А.Ш. Особенности тепловых процессов при шлифовании клиновидных заготовок. – Вестник УлГТУ, № 3, Ульяновск: УлГТУ, 1999. – С. 58-61.
171. Хусаинов А.Ш. Повышение эффективности операций шлифования заготовок тонкостенных деталей путем снижения теплонапряженности процесса обработки. - Дис. ... канд. техн. наук. - Ульяновск: УлГТУ, 1996. – 161 с.
172. Царев В.М. Контактная разность потенциалов. – М.: Госиздат, техн.-теор. лит., 1950. – 250 с.
173. Черепанов Г.П. Механика хрупкого разрушения. – М.: Наука, 1974. – 640 с.
174. Шальнов В.А. Шлифование и полирование высокопрочных материалов. – М.: Машиностроение, 1972. – 272 с.

175. Шарков В.А. Повышение производительности и качества заточки режущего инструмента. - Дис. ... канд. техн. наук.- Одесса, 1984.
176. Шлыков Ю.П., Ганин Е.А., Царевский С.Н. Контактное термическое сопротивление. – М.: Энергия, 1977. – 328 с.
177. Юдковский П.А. Исследование тепловых явлений, износа и стойкости инструмента при сверлении. - Автореф. дис. ... канд. техн. наук. – Куйбышев, 1965. – 23 с.
178. Якимов А.В., Ларшин В.П., Скляр А.М. Влияние формы поверхности обрабатываемой детали на температуру при шлифовании. – Сверхтвердые материалы, 1986, №4. – С.38-43.
179. Якимов А.В., Ларшин В.П., Скляр А.М. Обеспечение качества поверхности путем выбора глубины шлифования. - Вестник машиностроения, 1988, № 2. - С. 48 -50.
180. Якимов А.А. Повышение эффективности прерывистого шлифования деталей закаленных до высокой твердости. – Автореф. дис. ... канд. техн. наук. – Одесса, 1991. – 16 с.
181. Якимов А.В. Оптимизация процесса шлифования. – М.: Машиностроение, 1975. – 176 с.
182. Якимов А.В. Абразивно-алмазная обработка фасонных поверхностей. – М.: Машиностроение, 1984. – 312 с.
183. Якимов А.В., Новиков Ф.В., Якимов А.А. Высокопроизводительная обработка абразивно-алмазными инструментами. – К.: Техніка, 1993. - 152 с.
184. Якимов А.В., Новиков Ф.В., Новиков Г.В., Якимов А.А. Алмазная обработка: Учеб. пособие. – К.: ІЗМН, 1996. – 168 с.
185. Якімов О.В., Новиков Ф.В., Новиков Г.В., Якімов О.О. Високопродуктивне шліфування: Навч. посібник. – К.: ІСДО, 1995. – 180 с.
186. Якимов А.В. и др. Тепловые процессы при обычном и прерывистом шлифовании. – Одесса: ОГПУ, 1998. – 272 с.
187. Якимов О.В., Усов А.В., Слободяник П.Т., Юргачов Д.В. Теплофізика механічної обробки. – Одеса, “Астропринт”, 2000. – 256 с.
188. Ярмонов Н.А. Исследование нестационарных тепловых режимов при шлифовании прерывистыми кругами. – Автореф. дис. ... канд. техн. наук. – Пермь, 1974. – 17 с.
189. Ящерицин П.И., Жальнерович Е.А. Шлифование металлов. – Минск: “Беларусь”, 1970. – 249 с.
190. Dorsch H. Schwingquarz-Temperatur sensoren // Sensor Rept., 1987,2, № 5. - S. 9-10.
191. Kato S., Vamaguchi K, Watanabe Y., Hiraiwa Y. Measurement of Temperature Distribution Within Tool Using Powders of Constant Melting Point. // trans. ASME. 1976.vol. 10, №2. – P.239-245.
192. Nawara L., Ryniewicz A. Zastosowanie termowizji do badan cieplnych w urzadzeniach technologicznych // Mechanik. 1987. 60, №3. – 113-115 s.
193. Ueda T., Hosokawa A., Yamamoto A. Measurement of grinding temperature

- using infrared radiation pyrometer with optical fiber // Trans. ASME: I. Eng. ing. 1986. 108, №4. – P. 247-251.
194. Vieregge G. Zerspanung der Eisenwerkstoffe. Bd. 16. der Stahleisen – Bucher, 2 Aufl. Verlag Stahleisen. – Dusseldorf, 1970. – 363 s.
  195. Jacobus K., Devor R.E., Kapoor S.G. Machining – Induced residual stress: Experimentation and modeling // Transaction of the ASME: Journal of manufacturing science and engineering. 2000. Vol. 122, 1. P. 20 – 31.
  196. Park I.W., Dornfeld D.A. A study of burr formation processes using the finite element method. // Transaction of the ASME: Journal of Engineering materials and technology. 2000. Vol.122, 2. Part 1: P. 221 – 228, Part 2: P. 229 – 237.
  197. Boothroyd G., 1975, Fundamentals of Metal Cutting and Machine Tools, Hemisphere, Washington, Chapter 3.
  198. Koch U., 1970, “Experimental and Theoretical Analysis of Lathe Tool Temperature in Oblique Cutting”, Proc. 11th MTDR Conference, pp. 533-540.
  199. Патент RU 2163527 РФ, МПК<sup>7</sup> В24В3/36. Способ заточки режущего лезвия инструмента / А.Ш. Хусаинов. Бюл. № 6, 2001.
  200. Патент RU 2163528 РФ МПК<sup>7</sup> В24В3/36. Способ заточки режущего лезвия инструмента / А.Ш. Хусаинов. Бюл. № 6, 2001.
  201. Патент RU 2163529 РФ МПК<sup>7</sup> В24В3/36. Способ заточки режущего лезвия инструмента / Л.В. Худобин, А.Ш. Хусаинов. Бюл. № 6, 2001.
  202. Патент RU 2163530 РФ МПК<sup>7</sup> В24В3/36. Способ заточки режущего лезвия инструмента / Л.В. Худобин, А.Ш. Хусаинов. Бюл. № 6, 2001.
  203. Патент RU 2165838 РФ МПК<sup>7</sup> В24В3/36. Способ заточки режущего лезвия инструмента. / Л.В. Худобин, А.Ш. Хусаинов. Бюл. № 12, 2001.

## ОГЛАВЛЕНИЕ

<b>Введение</b> .....	3
<b>Глава 1. Тепловые процессы при резании материалов</b> .....	5
1.1. Упрощенный подход к расчёту и анализу температуры при резании материалов .....	5
1.2. Расчет температуры при резании с учетом теплопроводности материала .....	11
1.3. Расчет теплового баланса при резании материалов .....	17
1.4. Приближенный расчет температуры резания .....	21
1.5. Взаимосвязь стойкости инструмента с производительностью и себестоимостью обработки .....	24
1.6. Расчеты температурных полей в режущем клине инструмента .....	28
1.7. Уточненный расчет температуры резания .....	40
1.8. Расчеты температурных полей методом Фурье разделения переменных .....	45
1.8.1. Уравнение теплопроводности .....	45
1.8.2. Распределение температуры в полуплоскости .....	47
1.8.3. Изменение плотности теплового потока .....	52
1.8.4. Распределение температуры в бесконечной полосе .....	58
1.8.5. Распределение температуры в клине .....	62
1.8.6. Действие теплового источника на некотором удалении от вершины клина .....	63
1.8.7. Распределение температуры в полубесконечной полосе .....	65
1.8.8. Распределение температуры в прямоугольной пластине .....	66
<b>Глава 2. Оптимизация условий обработки по температурному критерию</b> .....	69
2.1. Упрощенное представление об образовании температурных остаточных напряжений в поверхностном слое обработанной детали .....	69
2.2. Формирование поверхностного слоя материала под воздействием силового фактора .....	73
2.3. Условия уменьшения температуры и остаточных растягивающих напряжений в поверхностном слое обрабатываемого материала .....	78
2.4. Условия уменьшения температуры при глубинном шлифовании .....	86
2.5. Расчеты температурных напряжений при резании материалов методами теории упругости .....	93
2.5.1. Температурные напряжения, возникающие в отрезном алмазном круге .....	93
2.5.2. Температурные напряжения, возникающие в поверхностном слое обрабатываемого материала .....	98

<b>Глава 3. Теплофизика процесса резания лезвийным инструментом</b> .....	105
3.1. Тепловой баланс при резании и подходы к расчету температуры резания .....	105
3.2. Численный метод расчета температуры резания.....	115
3.3. Анализ результатов численных расчетов .....	134
3.4. Экспериментальные исследования температуры резания различными методами .....	139
3.5. Связь температуры резания со стойкостью инструмента.....	155
<b>Глава 4. Теплообмен при резании материалов лезвийным инструментом</b> .....	159
4.1. Тепловой баланс в процессе резания .....	159
4.2. Температура в зоне резания .....	168
4.2.1. Температура резания .....	168
4.2.2. Распределение температуры по поверхностям инструмента .....	176
4.2.3. Температурное поле в инструменте.....	180
4.2.4. Температурное поле в обрабатываемой заготовке.....	187
4.2.5. Температурное поле стружки .....	188
4.3. Температура в зоне резания и точение обработки .....	191
4.3.1. Износостойкость режущих инструментов .....	192
4.3.2. Точность размеров и формы поверхностей.....	196
4.3.3. Качество поверхностного слоя детали .....	200
4.4. Пути снижения теплонапряженности процесса резания .....	205
4.4.1. Геометрические параметры режущей части инструментов .....	206
4.4.2. Конструктивное усовершенствование режущих инструментов .....	208
4.4.3. Теплофизические свойства инструментальных материалов.....	210
4.4.4. Смазочно-охлаждающие технологические среды (СОТС) .....	121
4.5. Измерение температуры при механической обработке .....	218
<b>Глава 5. Теплофизика шлифования материалов</b> .....	260
5.1. Функциональные связи режимов с теплонапряженностью процесса шлифования.....	260
5.1.1. Постановка тепловых задач при шлифовании.....	260
5.1.2. Исследование плотности теплового потока .....	269
5.1.3. Измерение сил резания.....	273
5.2. Тепловые процессы при шлифовании зубчатых колес конусным кругом .....	278
5.2.1. Характер взаимодействия шлифовального круга с деталью .....	278
5.2.2. Исследование интенсивности теплового потока при шлифовании зубчатых колес конусным кругом.....	283
5.3. Температурное поле при шлифовании клиновидных дета-	

лей.....	287
5.3.1. Влияние охватывающего теплового источника на температуру.....	293
5.4. Температурное поле при шлифовании пластин.....	296
5.5. Влияние ограничений теплового источника на температурное поле при шлифовании.....	301
5.6. Динамика изменения температуры при шлифовании винтовыми прерывистыми кругами.....	307
5.7. Оценка точности одномерного решения тепловой задачи.....	310
5.8. Моделирование динамики нарастания температуры при шлифовании.....	315
<b>Глава 6. Теплофизика шлифования тонкостенных и клиновидных заготовок.....</b>	<b>337</b>
6.1. Классификация заготовок по критерию теплонапряженности шлифования.....	337
6.2. Математические модели тепловых процессов при шлифовании тонкостенных и клиновидных заготовок.....	349
6.3. Закономерности формирования температурных полей при шлифовании тонкостенных и клиновидных заготовок	
6.3.1. Влияние режима шлифования тонкостенных и клиновидных заготовок на теплонапряженность обработки.....	362
6.3.2. Влияние контактной термической проводимости стыка заготовка – упор (подложка) на теплонапряженность шлифования тонкостенных и клиновидных заготовок.....	372
6.3.3. Влияние теплонапряженности шлифования тонкостенных и клиновидных заготовок на качество изделий (деталей).....	380
<b>Глава 7. Моделирование теплофизических процессов и расчет температуры шлифования материалов.....</b>	<b>391</b>
7.1. Некоторые вопросы теории теплопроводности.....	391
7.2. Дифференциальное уравнение теплопроводности.....	393
7.3. Математическая постановка краевых задач уравнения теплопроводности.....	396
7.4. Аналитические методы решения задач теплопроводности.....	404
7.4.1. Метод Фурье.....	404
7.4.2. Метод интегральных преобразований.....	410
7.4.3. Метод функций Грина.....	420
7.5. Численные методы решения краевых задач теплопроводности.....	427
7.5.1. Метод конечных разностей.....	428
7.5.2. Метод конечных элементов.....	433
7.6. Применение теории подобия к описанию тепловых процессов.....	440

7.7. Моделирование тепловых явлений при алмазно-абразивной обработке .....	446
7.8. Постановка тепловых задач при моделировании процесса шлифования .....	448
7.9. Температурное поле детали при дискретном тепловом источнике .....	458
<b>Глава 8. Экспериментальные исследования температуры при шлифовании материалов</b> .....	<b>461</b>
8.1. Лабораторная методика измерения температуры шлифования микротермопарами .....	461
8.2. Средства получения информации о текущих значениях температуры шлифования в производственных условиях .....	465
8.3. Получение текущей информации о тепловом процессе в зоне контакта круга с деталью путем измерения электрического заряда, возникающего на детали при шлифовании.....	478
<b>Глава 9. Использование теплофизических моделей в компьютерных технологиях проектирования шлифовальных операций</b> .....	<b>488</b>
9.1. Общие положения .....	488
9.2. Особенности компьютерного проектирования шлифовальных операций.....	490
9.3. Исследование путей повышения производительности шлифования на основе теоретического анализа трудоемкости .....	491
9.4. Оптимизация процесса зубошлифования по температурному критерию .....	498
9.5. Расчет температуры шлифования и глубины дефектного слоя на основе программного обеспечения MATHCAD .....	506
9.6. Распределение припуска на проходы плоского шлифования вырубных штампов .....	512
9.7. Автоматизированное проектирование операций шлифования на основе VISUAL BASIC .....	518
<b>Глава 10. Теплофизика процессов обработки трением</b> .....	<b>523</b>
10.1. Введение.....	523
10.2. Измерение температуры в заготовке при фрикционной разрезке .....	525
10.2.1. Измерение контактной температуры .....	525
10.2.2. Методика измерения температуры вне зоны контакта.....	529
10.3. Математическое моделирование температурных полей во вращающейся заготовке при фрикционной разрезке.....	531
10.3.1. Моделирование с плоским источником тепла .....	531
10.3.1.1. Постановка и решение задачи .....	531
10.3.1.2. Анализ решения. Влияние времени наблюдения на температурное поле детали .....	537
10.3.1.3. Сравнение температурных полей при движущейся заготовке .....	537

щемся и быстродвижущемся источниках тепла .....	540
10.3.1.4. Влияние ширины теплового источника на температурное поле .....	542
10.3.1.5. Влияние расстояния от поверхности разре- заемой детали до источника тепла на температурное поле .....	543
10.3.2. Моделирование температурных полей с наклонным источником тепла .....	
10.3.2.1. Постановка и решение задачи .....	545
10.3.2.2. Расчет интенсивности теплового потока в заготовку и стружку .....	549
10.3.2.3. Тепловой баланс процесса фрикционной раз- резки .....	557
10.4. Математическое моделирование температурного поля в инструменте – фрикционном диске .....	565
10.4.1. Постановка и решение задачи .....	565
10.4.2. Анализ температурного поля в диске .....	576
10.4.3. Нагрев диска при разрезке с вращением заготовки .....	579
10.5. Математическое моделирование тепловых процессов при упрочнении поверхности трением .....	586
10.5.1. Решение задачи описания температурного поля в детали .....	586
10.5.2. Решение задачи описания температурного поля на кромке упрочняемой поверхности .....	593
10.5.3. Примеры исследования температурного поля в упрочняемой поверхности .....	605
<b>Список литературы .....</b>	<b>609</b>

Научное издание

**Физико-математическая теория процессов обработки  
материалов и технологии машиностроения**

В десяти томах под общей редакцией

**Ф.В. Новикова и А.В. Якимова**

Том 2

**Теплофизика резания материалов**

Монография

Авторы: **Новиков Федор Васильевич**  
**Якимов Александр Васильевич**  
**Новиков Григорий Васильевич**  
**Якимов Алексей Александрович**  
**Остафьев Владимир Александрович**  
**Кривошапка Юрий Николаевич**  
**Усов Анатолий Васильевич**  
**Лебедев Владимир Георгиевич**  
**Худобин Леонид Викторович**  
**Хусаинов Альберт Шамилевич**  
**Ларшин Василий Петрович**  
**Сизый Юрий Анатольевич**  
**Слободяник Петр Трофимович**

Ответственный за выпуск **Новиков Ф.В.**

Редактор **Лучнева Т.И.**

Корректор **Мищенко Н.В.**

ISBN 966 – 7810 – 33 – X

ISBN 966 – 7810 – 45 – 3

Подписано к печати 15.01.2003. Формат 60 84/16.

Бумага белая. Печать – ризография. 39,0 усл. печ. л. 32,3 уч.– изд. л.

Тираж 500 экз. Заказ № 128. Цена договорная.

---

Одесский Национальный политехнический университет  
г. Одесса, проспект Шевченко, 1

---

Издательство Курсор, г. Харьков, пр. Театральный, 11/13

---

Отпечатано в типографии завода «ФЭД»  
г. Харьков, ул. Сумская, 132