

Новиков Ф.В.

Харьковский национальный экономический университет (Украина)

Рябенков И.А.

ГП Харьковский машиностроительный завод “ФЭД” (Украина)

Полянский В.И.

ООО “Империя металлов” (Харьков, Украина)

Теоретический анализ температуры шлифования для неустановившегося во времени теплового процесса

Произведено сравнение значений температур шлифования, полученных с использованием классического уравнения теплопроводности и упрощенного уравнения баланса тепла в поверхностном слое обрабатываемой детали

Как известно, формирование параметров качества обработки деталей происходит, как правило, под воздействием температурного фактора. Образование прижогов и микротрещин на обрабатываемых поверхностях является итогом высоких температур, возникающих в зоне резания [1]. Поэтому изыскание путей уменьшения тепловой напряженности механической обработки, в особенности процесса шлифования, представляет собой важную и актуальную задачу, направленную на повышение качества и производительности обработки. Целью работы является определение температуры шлифования на основе различных теоретических подходов и оценка возможности практического использования теоретических решений.

Для оценки теплонапряженности процесса шлифования в работе [1] предложена упрощенная расчетная схема, в которой снимаемый припуск представлен пакетом элементарных прямолинейных адиабатических стержней с площадью поперечного сечения S , которые перерезаются шлифовальным кругом. На каждый стержень в течение его контакта с кругом действует тепловой источник плотностью q . В результате происходит нагревание стержня. При этом принято считать, что тепло распространяется вдоль стержня (стенки стержня изолированы) – вдоль координаты x . Следовательно, наибольшая температура достигается на торце стержня, контактирующего с шлифовальным кругом. По мере удаления от источника тепла (торца стерж-

ня) температура уменьшается. Для расчета температуры $\theta(x, \tau)$ в стержне может быть использована аналитическая зависимость [2], полученная на основе решения уравнения теплопроводности для граничного $q(x=0)=q_0$ и начального $\theta(\tau=0)=0$ условий:

$$\theta(x, \tau) = 2 \cdot a \cdot \sqrt{\frac{\tau}{\pi}} \cdot \frac{q_0}{\lambda} \cdot e^{-\frac{x^2}{4 \cdot a^2 \cdot \tau}} - \frac{q_0}{\lambda} \cdot x \cdot \left[1 - \operatorname{erf}\left(\frac{x}{2 \cdot a \cdot \sqrt{\tau}}\right) \right], \quad (1)$$

где q_0 – плотность теплового потока, Вт/м²; $a^2 = \lambda / (c \cdot \rho)$ – коэффициент температуропроводности обрабатываемого материала, м²/с; c – удельная теплоемкость обрабатываемого материала, Дж/(кг·К); λ – коэффициент теплопроводности обрабатываемого материала, Вт/м·К; ρ – плотность обрабатываемого материала, кг/м³; τ – время обработки, с; x – координата.

С учетом безразмерной величины $z = \frac{x}{2 \cdot a \cdot \sqrt{\tau}}$, имеем

$$\theta(z, \tau) = 2 \cdot a \cdot \sqrt{\tau} \cdot \frac{q_0}{\lambda} \cdot \left[\frac{1}{\sqrt{\pi}} \cdot e^{-z^2} - z \cdot (1 - \operatorname{erf} z) \right] \quad (2)$$

или в относительных величинах

$$\theta(z, \tau) = 2 \cdot a \cdot \sqrt{\tau} \cdot \frac{q_0}{\lambda} \cdot \bar{\theta}(z), \quad (3)$$

где $\bar{\theta}(z) = \left[\frac{1}{\sqrt{\pi}} \cdot e^{-z^2} - z \cdot (1 - \operatorname{erf} z) \right]$ – безразмерная функция температуры [3].

Максимальная температура $\theta_{\max_1}$ достигается при $x=0$ и равна

$$\theta(x=0, \tau) = \theta_{\max_1} = 1,129 \cdot a \cdot \frac{q_0}{\lambda} \cdot \sqrt{\tau}. \quad (4)$$

С учетом (4) зависимость (3) выразится

$$\theta(z) = \sqrt{\pi} \cdot \theta_{\max_1} \cdot \bar{\theta}(z). \quad (5)$$

Плотность теплового потока

$$q(x, \tau) = -\lambda \cdot \frac{\partial \theta}{\partial x}(x, \tau) = q_0 \cdot \left[1 - \operatorname{erf}\left(\frac{x}{2a \cdot \sqrt{\tau}}\right) \right] \quad (6)$$

или в относительных величинах

$$q(z, \tau) = q_0 \cdot \bar{q}(z), \quad (7)$$

где $\bar{q}(z) = 1 - \operatorname{erf} z$ – безразмерная функция плотности теплового потока.

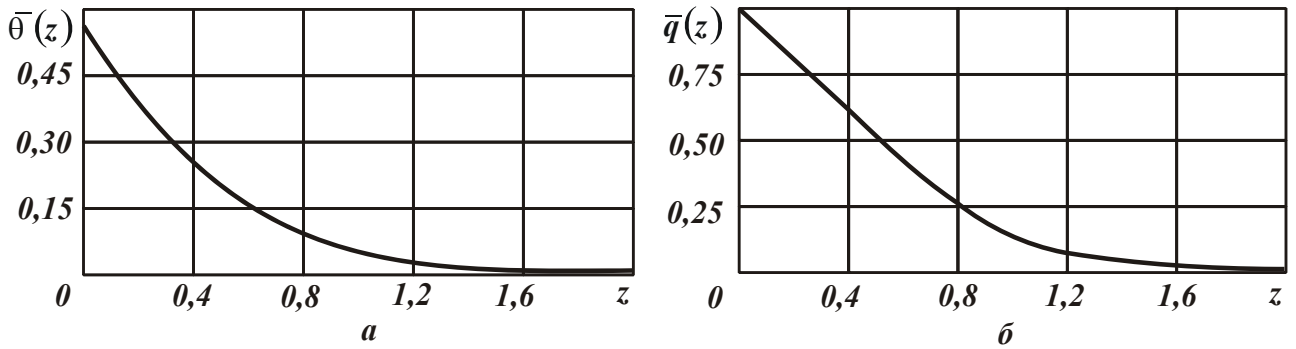


Рис. 1. Характер изменения функций: а – $\bar{\theta}(z)$; б – $\bar{q}(z)$.

Графики изменения функций $\bar{\theta}(z)$ и $\bar{q}(z)$ показаны на рис. 1. С увеличением параметра z функции $\bar{\theta}(z)$ и $\bar{q}(z)$ неограниченно уменьшаются, асимптотически приближаясь к нулю. Это не позволяет определить истинное значение глубины z проникновения тепла в поверхностный слой обрабатываемой детали. Его можно установить с лишь наперед заданной степенью точности, например, принимая $z=1$; 1,5; 2 и т.д. Поэтому для определения данного значения z необходимо использовать другой подход к расчету температуры резания.

В случае действия теплового источника с постоянной плотностью q_0 в течении весьма малого промежутка времени $\Delta\tau$, когда тепло распространяется вдоль адиабатического стержня на небольшую глубину Δx , решение упростим, считая, что изменение плотности теплового потока подчиняется зависимости $q(x) = q_0 \cdot \left(1 - \frac{x}{\Delta x}\right)$.

Тогда количество тепла, вошедшее в стержень за время $\Delta\tau$, равно

$$Q_1 = q_0 \cdot S \cdot \Delta\tau. \quad (8)$$

Количество тепла, необходимое для нагревания стержня на глубину Δx , до температуры θ за время $\Delta\tau$, равно

$$Q_2 = c \cdot \rho \cdot S \cdot \int_0^{\Delta x} \theta(x) \cdot dx. \quad (9)$$

Здесь $\theta(x) = -\frac{1}{\lambda} \cdot \int q(x) \cdot dx$. Для условия $\theta(x = \Delta x) = 0$, имеем

$$\theta(x) = \theta_{max2} \cdot \left(1 - \frac{x}{\Delta x}\right)^2; \quad (10)$$

$$\theta(x = 0) = \theta_{max2} = \frac{q_0}{\lambda} \cdot \frac{\Delta x}{2}. \quad (11)$$

Из условия $Q_1=Q_2$ получим

$$\Delta x = \sqrt{\frac{6 \cdot \lambda}{C \cdot \rho}} \cdot \Delta \tau = 2,45 \cdot a \cdot \sqrt{\Delta \tau}; \quad (12)$$

$$\theta(x=0) = \theta_{max_2} = 1,225 \cdot a \cdot \frac{q_0}{\lambda} \cdot \sqrt{\Delta \tau}. \quad (13)$$

Зависимость (13) имеет вид, аналогичный (4), отличающийся лишь числовым коэффициентом (для $\Delta \tau = \tau$). Расхождение расчетных значений максимальной температуры, установленных по зависимостям (4) и (13), составляет 7,8%. В относительных величинах:

$$\theta(z) = \theta_{max_2} \cdot (1 - 0,816 \cdot z)^2 = \theta_{max_2} \cdot \bar{\theta}(z); \quad (14)$$

$$q(z) = q_0 \cdot (1 - 0,816 \cdot z) = q_0 \cdot \bar{q}(z), \quad (15)$$

где $\bar{\theta}(z) = (1 - 0,816 \cdot z)^2$; $\bar{q}(z) = (1 - 0,816 \cdot z)$.

Проведем анализ температуры шлифования $\theta(x)$ и величины Δx для случая $q(x) = q_0$. Решение примет более простой вид

$$\theta(x) = \theta_{max_3} \cdot \left(1 - \frac{x}{\Delta x}\right); \quad (16)$$

$$\theta(x=0) = \theta_{max_3} = 1,414 \cdot a \cdot \frac{q_0}{\lambda} \cdot \sqrt{\Delta \tau}; \quad (17)$$

$$\Delta x = 1,414 \cdot a \cdot \sqrt{\Delta \tau}. \quad (18)$$

В итоге пришли к зависимостям, аналогичным зависимостям (12) и (13) и отличающимся от них лишь числовыми коэффициентами. Как видно, расхождение значений максимальной температуры $\theta(x=0)$ незначительно (13,7%), тогда как расхождение значений Δx больше и составляет 42%. Зависимость (17) также отличается от аналогичной зависимости (4) лишь числовыми коэффициентами. Расхождение значений максимальной температуры, рассчитанных по данным зависимостям, составляет 20%. В относительных величинах

$$\theta(z) = \theta_{max_3} \cdot (1 - 1,414 \cdot z) = \theta_{max_3} \cdot \bar{\theta}(z); \quad (19)$$

$$q(z) = q_0 \cdot \bar{q}(z), \quad (20)$$

где $\bar{\theta}(z) = (1 - 1,414 \cdot z)$; $\bar{q}(z) = 1$.

Для более наглядного представления о характере изменения функции $\theta(z)$ для трех рассматриваемых в работе случаев представим их графически в обобщенном виде. Расчет значений $\theta(z)$ произведем по преобразованным зависимостям (2), (14) и (19):

$$\theta(z) = 2 \cdot a \cdot \sqrt{\tau} \cdot \frac{q_0}{\lambda} \cdot \left[\frac{1}{\sqrt{\pi}} \cdot e^{-z^2} - z \cdot (1 - \operatorname{erf} z) \right]; \quad (21)$$

$$\theta(z) = 1,225 \cdot a \cdot \sqrt{\tau} \cdot \frac{q_0}{\lambda} \cdot (1 - 0,816 \cdot z)^2; \quad (22)$$

$$\theta(z) = 1,414 \cdot a \cdot \sqrt{\tau} \cdot \frac{q_0}{\lambda} \cdot (1 - 1,414 \cdot z). \quad (23)$$

Для удобства анализа множитель $a \cdot \sqrt{\tau} \cdot \frac{q_0}{\lambda}$ в зависимостях прием равным единице. Как следует из рис. 2, значение максимальной температуры шлифования $\theta(z)$, установленное на основе зависимости (23), наибольшее, а установленное на основе зависимости (21), – наименьшее. Во всем диапазоне изменения функции $\theta(z)$, описываемой зависимостью (22), ее значения незначительно отличаются от значений функции $\theta(z)$, описываемой зависимостью (21). В диапазоне $z < 0,7$ значения функции $\theta(z)$, описываемой зависимостью (23), также отличаются несущественно от значений $\theta(z)$, рассчитанных по зависимостям (21), (22). Это указывает на то, что температура шлифования $\theta(z)$, в особенности максимальная температура шлифования, с достаточной для практики точностью может быть описана упрощенными зависимостями (22) и (23), полученными на основе упрощенных расчетов, не требующих решения сложного дифференциального уравнения теплопроводности.

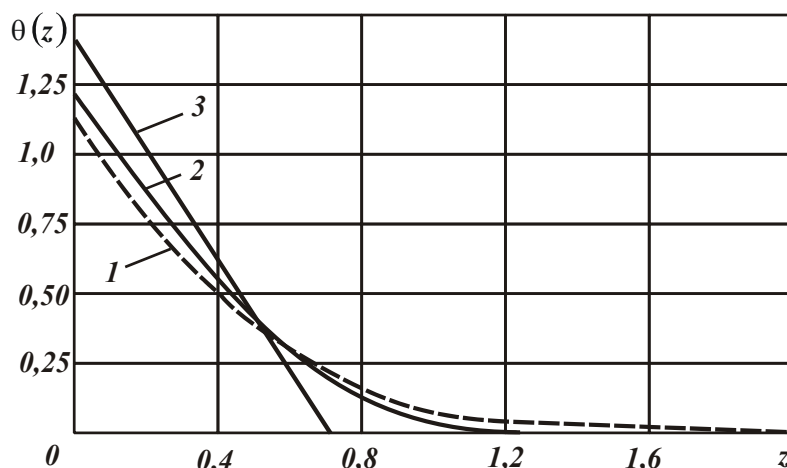


Рис. 2. Графики функции $\theta(z)$: 1 – расчет по зависимости (21); 2 – расчет по зависимости (22); 3 – расчет по зависимости (23).

Необходимо отметить, что согласно полученным приближенным решениям (22) и (23) температура шлифования $\theta(z)$ с увеличе-

нием координаты z уменьшается от максимального значения до нуля, тогда как в уточненном решении (21), она непрерывно уменьшается, асимптотически приближаясь к нулю, но, не достигая нулевого значения. В этом отличие приведенных решений.

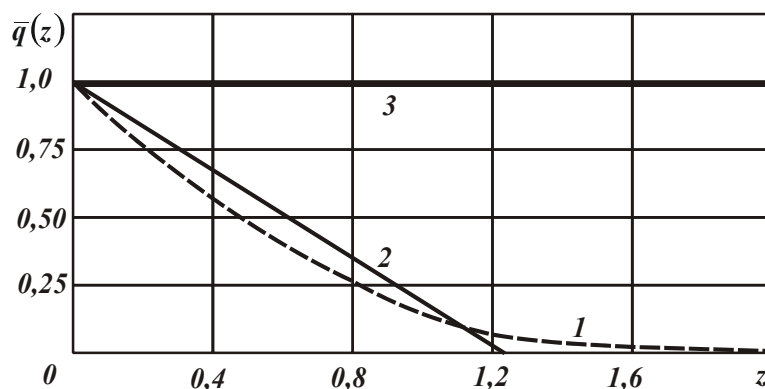


Рис. 3. Графики функции $\bar{q}(z)$: 1 – расчет по зависимости (7); 2 – расчет по зависимости (15); 3 – расчет по зависимости (20).

На рис. 3 в обобщенном виде представлены графики безразмерных функций плотности теплового потока $\bar{q}(z)$, описываемых соответственно зависимостями (7), (15) и (20). Как видно, расхождения значений $\bar{q}(z)$ больше, чем расхождения значений $\theta(z)$. Для случаев, описываемых зависимостями (7) и (15), эти расхождения находятся в относительно небольших пределах – 25%. Следовательно, все вышеуказанные зависимости могут быть использованы для практических расчетов. Этим, собственно, и объясняется то, что различные методики расчета температуры резания (опубликованные в научнотехнической литературе) приводят к достаточно высокой степени сходимости расчетных и экспериментальных данных.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Теплофізика механічної обробки: підручник / О.В. Якимов, А.В. Усов, П.Т. Слободяник, Д.В. Іоргачов. – Одеса: Астропринт, 2000. – 256 с.
 2. Чупров И.Ф. Уравнения математической физики с приложениями к задачам нефтедобычи и трубопроводного транспорта газа: Учебное пособие / И.Ф. Чупров, Е.А. Канева, А.А. Мордвинов. – Ухта: УГТУ, 2004. – 128 с.
- Корн Г. и Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров, – Москва, 1974. – 832 с.