УДК 621.923

Ф.В. Новиков, д-р техн. наук, И.А. Рябенков, Харьков, Украина

РАСЧЕТ И АНАЛИЗ ЗАКОНОМЕРНОСТЕЙ ИЗМЕНЕНИЯ ВЕЛИЧИНЫ УПРУГОГО ПЕРЕМЕЩЕНИЯ ПРИ ШЛИФОВАНИИ С ТЕЧЕНИЕМ ВРЕМЕНИ ОБРАБОТКИ

В работе предложен подход к расчету и анализу закономерностей изменения величины упругого перемещения при шлифовании с течением времени обработки

При обработке внутренних и наружных цилиндрических поверхностей широко применяются процессы шлифования, обеспечивающие высокие показатели шероховатости и точности обрабатываемых поверхностей. Однако, как показывает практика, процессы шлифования характеризуются относительно высокой трудоемкостью обработки, особенно при низкой жесткости технологической системы. Чтобы повысить производительность обработки в этих условиях, рекомендуется использовать оптимальные по структуре и параметрам автоматизированные циклы шлифования [1,2]. При их разработке важно располагать теоретическими решениями о характере изменения упругих перемещений в технологической системе с течением времени обработки. Поэтому целью работы является аналитическое описание величины упругого перемещения, возникающего в технологической системе, и на его основе определение условий уменьшения основного времени обработки с учетом ограничения по точности размера обрабатываемой поверхности.

Для решения поставленной задачи воспользуемся теоретическими решениями, приведенными в наших работах [3,4,5]. Рассмотрим закономерности изменения величины упругого перемещения y с течением времени обработки при круглом внутреннем продольном шлифовании, т.е. на всех проходах круга. Для этого представим зависимость для определения величины упругого перемещения на первом проходе круга y_1 в виде [5]:

$$y_1 = \frac{t}{\varepsilon}, \qquad (1)$$

где $\varepsilon = 1 + \frac{K_{рез} \cdot c}{\sigma \cdot S} \cdot \frac{V_{кр}}{V_{дет}}$ – уточнение на проходе круга; t – глубина шлифования, м; $V_{кр}, V_{дет}$ – скорости круга и детали, м/с; S – продольная подача, м/об; c – приведенная жесткость технологической системы в радиальном направлении, Н/м; σ – условное напряжение резания, Н/м^2; $K_{рез} = P_z / P_y$ – коэффициент резания; P_z, P_y – тангенциальная и радиальная составляющие силы резания, Н.

Тогда на втором и соответственно на n-ном проходе круга величины упругого перемещения y_2 и y_n с учетом зависимости (1) выразятся:

$$y_2 = \frac{t + y_1}{\varepsilon} = \frac{t}{\varepsilon} \cdot \left(1 + \frac{1}{\varepsilon}\right) = y_1 \cdot \left(1 + \frac{1}{\varepsilon}\right), \tag{2}$$

$$y_n = \frac{t + y_{n-1}}{\varepsilon} = y_1 \cdot \left(1 + \frac{1}{\varepsilon} + \frac{1}{\varepsilon^2} + \ldots + \frac{1}{\varepsilon^{n-1}}\right). \tag{3}$$

Из зависимости (3) вытекает, что с каждым последующим проходом круга величина упругого перемещения увеличивается. В итоге пришли к геометрической прогрессии со знаменателем $1/\varepsilon$, который меньше единицы, т.к. $\varepsilon > 1$. Это означает, что геометрическая прогрессия является убывающей. Сумма первых n членов убывающей геометрической прогрессии вычисляется по известной формуле:

$$y_n = \frac{a_1 - a_n \cdot q}{1 - q} = y_1 \cdot \frac{\left(1 - \frac{1}{\varepsilon^n}\right)}{\left(1 - \frac{1}{\varepsilon}\right)}, \tag{4}$$

где $a_1 = y_1$ – первый член убывающей геометрической прогрессии; $a_n = \frac{y_1}{\varepsilon^{n-1}}$ – последний член убывающей геометрической прогрессии; $q = 1/\varepsilon$ – знаменатель убывающей геометрической прогрессии.

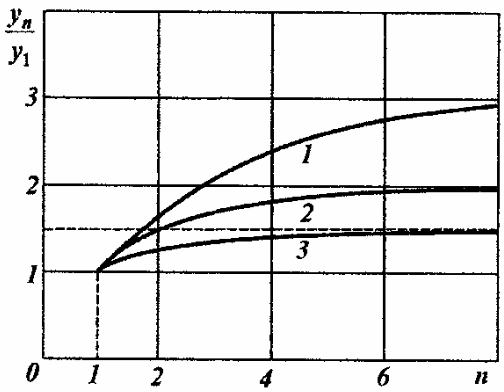

Рис. 1 – Зависимость отношения y_n / y_1 от количества проходов круга n:
1 – ε=1,5; 2 – ε=2; 3 – ε=3.

На рис. 1 приведены значения отношения y_n / y_1, рассчитанные по зависимости (4) для разных значений безразмерной величины ε. Как видно, отношение y_n / y_1 с увеличением количества проходов круга n увеличивается, причем тем значительнее, чем больше безразмерная величина ε. При ε>2 изменение отношения y_n / y_1 не столь значительно. При $n \to \infty$

числитель зависимости (4) равен y_1 и величина y_n принимает наибольшее значение и описывается следующей зависимостью:

$$y_n = \frac{y_1}{\left(1-\frac{1}{\varepsilon}\right)} = \frac{t}{(\varepsilon-1)} . \tag{5}$$

Таблица 1 – Расчетные значения отношения y_n / y_1

ε	1,5	2	3
y_n / y_1	3,03	2,0	1,4925

В табл. 1 приведены значения отношения y_n / y_1, рассчитанные по зависимости (5). Сравнивая расчетные данные, приведенные на рис. 1 и в табл. 1, видно, что наибольшие значения отношения y_n / y_1 для всех рассматриваемых значений безразмерной величины ε достигаются фактически при изменении количества проходов круга n в пределах $n \le 8$.

Как видно, при установившемся процессе шлифования отношение y_n / y_1 принимает максимально возможное значение, равное $1/(\varepsilon-1)$. Чтобы его уменьшить, на практике используют процесс выхаживания, т.е. процесс шлифования с отключенной радиальной подачей. Этот процесс обработки в научно-технической литературе достаточно полно изучен. Однако, для оценки возможностей его дальнейшего совершенствования проведем теоретический анализ изменения величины упругого перемещения с течением времени обработки. Предположим, что при первом проходе круга при шлифовании по жесткой схеме с глубиной шлифования t в технологической системе образуется упругое перемещение величиной y_1, описываемое зависимостью (1). Тогда при выхаживании, т.е. на втором проходе круга при шлифовании с отключенной радиальной подачей, величина упругого перемещения y_2 по аналогии с зависимостью (1) определится:

$$y_2 = \frac{y_1}{\varepsilon} = \frac{t}{\varepsilon^2} . \tag{6}$$

Соответственно на третьем и n-ном проходах круга при выхаживании величины упругого перемещения y_3 и y_n выразятся:

$$y_3 = \frac{y_2}{\varepsilon} = \frac{t}{\varepsilon^3} , \tag{7}$$

$$y_n = \frac{y_{n-1}}{\varepsilon} = \frac{t}{\varepsilon^n} . \tag{8}$$

С каждым последующим проходом круга n величина упругого перемещения y_n уменьшается. Следовательно, применение процесса выхаживания на последнем этапе выхаживания позволяет существенно уменьшить величину упругого перемещения y_n и тем самым обеспечить требуемую точность обработки. Сравнивая зависимость (3) для определения величины y_n при шлифовании с зависимостью (8) для определения величины y_n при выхаживании, видно, что они принципиально отличаются. Зависимость (8) определяет последний член убывающей геометрической прогрессии, описываемой зависимостью (3), тогда как величина y_n при шлифовании равна сумме первых n членов геометрической прогрессии. Этим объясняется то, что величина n при выхаживании будет всегда меньше величины y_n при шлифовании, определяемой зависимостью (3).

Из зависимости (8) следует, что величина упругого перемещения y_n на n-ном проходе круга выражается через глубину шлифования t и безразмерную величину ε, которая в данном случае определяет уточнение на размер на каждом проходе круга. Суммарное уточнение $\varepsilon_{сум} = t / y_n$, исходя из зависимости (8), равно

$$\varepsilon_{сум} = \varepsilon^n . \tag{9}$$

Зная уточнение ε, можно определить количество проходов круга n для обеспечения заданного суммарного уточнения $\varepsilon_{сум}$. Для этого прологарифмируем зависимость (9):

$$n = \frac{\ln \varepsilon_{сум}}{\ln \varepsilon} . \tag{10}$$

Как видно, количество проходов круга n тем больше, чем больше $\varepsilon_{сум}$ и меньше ε. Из зависимости (9) вытекает, что обеспечить заданное суммарное уточнение $\varepsilon_{сум}$ можно двумя путями: увеличивая n или уменьшая ε. Для того чтобы оценить какой путь более эффективный, проведем анализ уточнения $\varepsilon = 1 + \frac{K_{рез} \cdot c}{\sigma \cdot S} \cdot \frac{V_{кр}}{V_{дет}}$ при круглом наружном внутреннем продольном шлифовании. Учитывая то, что величина ε и количество проходов круга n связаны между собой, выразим скорость детали $V_{дет}$ через основное время обработки τ:

$$\tau = \frac{l_{дет} \cdot n}{S_м} , \tag{11}$$

где $l_{дет}$ – длина обрабатываемой детали, м; n – количество проходов круга; $S_м = V_{дет} \cdot \frac{S}{\pi \cdot D_{дет}}$ – продольная подача, м/с; S – продольная подача, м/об; $D_{дет}$ – диаметр обрабатываемой детали, м.

После преобразований зависимости (11) определим скорость детали $V_{дет}$:

$$V_{дет} = \frac{\pi \cdot D_{дет} \cdot l_{дет} \cdot n}{S \cdot \tau} . \qquad (12)$$

Соответственно величина ε выразится:

$$\varepsilon = 1 + \frac{K_{рез} \cdot c}{\sigma} \cdot \frac{V_{кр} \cdot \tau}{\pi \cdot D_{дет} \cdot l_{дет} \cdot n} . \qquad (13)$$

Разрешим зависимость (9) относительно величины ε:

$$\varepsilon = \sqrt[n]{\varepsilon_{сум}} . \qquad (14)$$

Сравнивая зависимости (13) и (14) и разрешая полученное выражение относительно основного времени обработки τ, имеем:

$$\tau = \frac{\sigma}{K_{рез} \cdot c} \cdot \frac{\pi \cdot D_{дет} \cdot l_{дет} \cdot n}{V_{кр}} \cdot \left(\sqrt[n]{\varepsilon_{сум}} - 1 \right) . \qquad (15)$$

Как видно, величина n неоднозначно влияет на основное время обработки τ. Поэтому проведем исследование функции τ на экстремум, подчиняя ее необходимому условию экстремума: $\tau'_n = 0$. После несложных математических преобразований, имеем:

$$\varepsilon_{сум}^{\frac{1}{n}} \cdot \left(1 - \frac{\ln \varepsilon_{сум}}{n} \right) = 1 . \qquad (16)$$

Поскольку суммарное уточнение $\varepsilon_{сум} > 1$, то уравнение (16) выполняется при условии $n \to \infty$.

Определим вторую производную функции τ от n и по ней оценим характер экстремума функции τ, т.е. наличие минимума или максимума:

$$\tau''_n = \frac{\sigma}{K_{рез} \cdot c} \cdot \frac{\pi \cdot D_{дет} \cdot l_{дет} \cdot n}{V_{кр}} \cdot \varepsilon_{сум}^{\frac{1}{n}} \cdot \frac{\ln^2 \varepsilon_{сум}}{n^3} > 0 . \qquad (17)$$

Вторая производная функции τ всегда положительна. Следовательно, имеет место минимум функции τ в условной точке экстремума ($n \to \infty$).

Из зависимости (15) вытекает, что при $n \to \infty$ функция τ имеет неопределенность вида ($\infty \cdot 0$). Поэтому раскроем данную неопределенность, для чего придем к неопределенности вида ($\frac{0}{0}$):

$$\tau = \frac{\sigma}{K_{рез} \cdot c} \cdot \frac{\pi \cdot D_{дет} \cdot l_{дет}}{V_{кр}} \cdot \frac{\left(\varepsilon_{сум}^{\frac{1}{n}} - 1 \right)}{\left(\frac{1}{n} \right)} . \qquad (18)$$

Подчиним зависимость (18) правилу Лопиталя:

$$\tau = \frac{\sigma}{K_{рез} \cdot c} \cdot \frac{\pi \cdot D_{дет} \cdot l_{дет}}{V_{кр}} \cdot \lim_{n \to \infty} \frac{\left(\varepsilon_{сум}^{\frac{1}{n}} - 1\right)'}{\left(\frac{1}{n}\right)'} = \frac{\sigma}{K_{рез} \cdot c} \cdot \frac{\pi \cdot D_{дет} \cdot l_{дет}}{V_{кр}} \cdot \ln \varepsilon_{сум} \cdot \qquad (19)$$

Таблица 2 – Расчетные значения τ для $\varepsilon_{сум}$ =50

n	1	2	3	4	5	6	∞
τ, с	49	12,14	8,1	6,64	6,0	5,52	3,92

Таким образом, получена зависимость для определения минимального значения основного времени обработки τ. В табл. 2 и на рис. 2 приведены значения основного времени обработки τ, рассчитанные по зависимостям (15) и (19) при условии $\frac{\sigma}{K_{рез} \cdot c} \cdot \frac{\pi \cdot D_{дет} \cdot l_{дет}}{V_{кр}}$ =1с. Зависимость (19) определяет основное время обработки τ для $n \to \infty$.

Как видно, с увеличением количества проходов круга n основное время обработки τ уменьшается и стремится к минимальному значению, определяемому зависимостью (19), которое равно τ=3,92 с (для $n \to \infty$). Значения τ для n=3…6 отличаются от минимального значения τ не столь значительно, всего в 2…1,5 раза. Следовательно, при относительно небольшом количестве проходов (n=6) можно добиться значения основного времени обработки τ, близкого к минимальному.

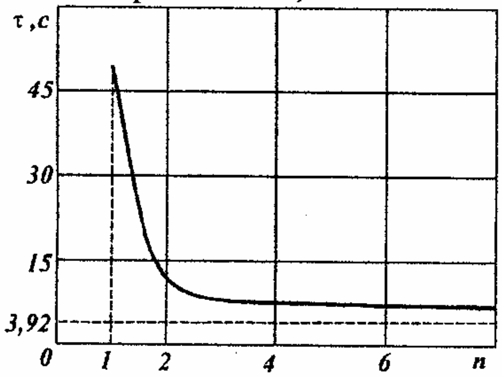

Рис. 2 – Зависимость основного времени обработки τ от количества проходов круга n для $\varepsilon_{сум}$ =50.

Из зависимости (19) следует, что основное время обработки τ зависит от суммарного уточнения $\varepsilon_{сум}$. Чем больше $\varepsilon_{сум}$, тем больше τ.

В соответствие с зависимостью (12) для реализации минимального значения τ (при $n \to \infty$) скорость детали необходимо устанавливать бесконечно большой: $V_{дет} \to \infty$. Однако, выполнить данное условие нельзя, т.к. скорость детали $V_{дет}$ конечная (ограниченная) величина. В этом случае количество проходов круга n должно определяться максимально достижимой на станке скоростью детали, исходя из зависимости (14):

$$\varepsilon = 1 + \frac{K_{рез} \cdot c}{\sigma \cdot S} \cdot \frac{V_{кр}}{V_{дет}} = \sqrt[n]{\varepsilon_{сум}} \ . \qquad (20)$$

Зная значение $V_{дет}$ и n, по зависимости (15) можно определить основное время обработки τ. Несомненно, в данном случае оно будет больше минимального значения τ, определяемого зависимостью (9). Чем больше $V_{дет}$, тем меньше τ. Этим показано, что снижение основного времени обработки τ при условии обеспечения заданной точности обработки связано с возможностью реализации на станке более высоких значений скорости детали.

Подводя итоги проведенного анализа можно заключить, что в общем случае для уменьшения величины упругого перемещения y_n при выхаживании, определяемой зависимостью (8), необходимо увеличивать как количество проходов круга n, так и безразмерную величину ε. Однако, исходя из зависимости $\varepsilon = 1 + \frac{K_{рез} \cdot c}{\sigma \cdot S} \cdot \frac{V_{кр}}{V_{дет}}$, увеличивать безразмерную величину ε необходимо не путем уменьшения скорости детали $V_{дет}$, а за счет уменьшения отношения $\sigma / K_{рез}$ и увеличения жесткости технологической системы c и скорости круга $V_{кр}$. Скорость детали $V_{дет}$, как показано выше, необходимо увеличивать с целью уменьшения основного времени обработки τ.

Таким образом, теоретически определены условия уменьшения величины упругого перемещения и основного времени обработки при шлифовании.

Список литературы: **1.** *Лурье Г.Б.* Прогрессивные методы круглого наружного шлифования. – Л.: Машиностроение, Ленинград. отд-ние, 1984. – 103 с. **2.** *Михелькевич В.Н.* Автоматическое управление шлифованием. – М.: Машиностроение, 1975. – 304 с. **3.** Теоретические основы резания и шлифования материалов: Учеб. пособие / *Якимов А.В., Новиков Ф.В., Новиков Г.В., Серов Б.С., Якимов А.А.* – Одесса: ОГПУ, 1999. – 450 с. **4.** Физико-математическая теория процессов обработки материалов и технологии машиностроения / Под общ. ред. *Ф.В. Новикова и А.В. Якимова.* В десяти томах. – Т. 7. "Точность обработки деталей машин" – Одесса: ОНПУ, 2004. – 546 с. **5.** *Рябенков И.А.* Определение условий образования погрешностей обработки при шлифовании // Восточно-европейский журнал, №3/5 (33), 2008. – С. 6-9.

Поступила в редколлегию 15.05.2008