

УДК 621.923

УСТОЙЧИВОСТЬ МАГНИТНОГО ДАВЛЕНИЯ ПРИ ФОРМОБРАЗОВАНИИ ПОВЕРХНОСТЕЙ

Морачковский О.К., докт. техн. наук, Новиков Ф.В., докт. техн. наук
(г. Харьков, Украина)

The problems of mathematical modeling of formatting processes of thin-wall electro conductive metals by magnetic fields and close with it of a problem of efficiency of effect by magnetic pressure for obtaining qualitative items are discussed. It is noted, that irreciprocal forming at the expense of resiliency of thin-wall metal are accompanied by small oscillations about stable equilibrium, the frequency which one depends on value of magnetic pressure, and pressure in these conditions variably in time, that can result in instability of formatting.

Рассматриваются вопросы математического моделирования процессов формообразования тонкостенных электропроводящих заготовок магнитными полями и связанные с этим проблемы эффективности воздействия магнитным давлением для получения качественных изделий. Показано, что необратимое формообразование за счет упругости тонкостенных заготовок сопровождаются малыми колебаниями около устойчивого равновесия, частота которых зависит от величины магнитного давления, а само давление в этих условиях переменено во времени, что может привести к неустойчивости процесса формообразования.

Постановка проблемы. Вопросам моделирования процессов формообразования тонкостенных электропроводящих заготовок магнитными полями посвящено большое число публикаций, например, [1-3]. В этих публикациях в основном обсуждаются проблемы создания технологических систем для обработки металлов магнитными полями. Вопросы пластического деформирования листовых заготовок и тонких оболочек при формообразовании достаточно изучены в большом количестве публикаций по теории пластичности и теории обработки металлов давлением, преимущественно в предположении квазистатического деформирования при известном распределении магнитного поля. Малочисленными остаются исследования по проблеме эффективности воздействия на заготовку магнитным давлением для получения качественных изделий. Основанием для таких исследований может послужить работа [4], в которой показано, что возмущенное деформируемым объектом магнитное поле приводит к появлению бегущей волны срединной поверхности тонкостенной заготовки с амплитудой и частотой, зависящих от магнитного давления.

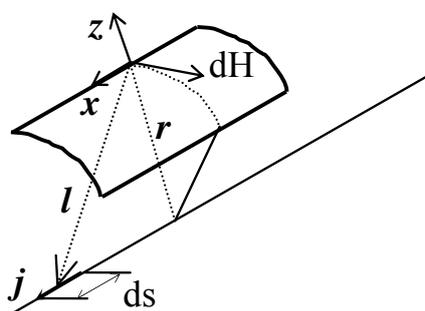


Рис. 1

Математическое моделирование. Сохраняя в основном обозначения работы [4], рассмотрим математическую постановку задачи о деформировании тонкостенной заготовки в магнитном поле.

Для описания магнитных полей с проводящим материалом воспользуемся частным представлением уравнений Максвелла.

$$\operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad \vec{j} = \operatorname{rot} \vec{H}, \quad \operatorname{div} \vec{D} = \rho_e, \quad \operatorname{div} \vec{B} = 0, \quad \vec{j} = \sigma(\vec{E} + \vec{V} \times \vec{B}), \quad (1)$$

где \vec{E}, \vec{H} - векторы напряженности электрического и магнитного полей; $\vec{j}, \vec{D}, \vec{B}$ - векторы плотности тока, магнитной и электрической индукции; ρ_e, \vec{V}, σ - объемная плотность и скорость движения электрического заряда, проводимость тока.

Интегрированием (1), найдем для произвольной точки пространства, которое задано вектором положения \vec{l} , выражение для известного закона Био и Савара. Этим законом устанавливается связь между приращением вектора напряженности магнитного поля $d\vec{H}$ и приращением вектора $d\vec{s}$, лежащего на недеформируемой электропроводящей поверхности, направленным по линии тока с плотностью \vec{j} :

$$d\vec{H} = \frac{1}{4\pi} j \frac{d\vec{s} \times \vec{l}}{|\vec{l}|^3}, \quad |\vec{H}| = \frac{j}{2\pi r},$$

где r - кратчайшее расстояние от точки пространства до проводника.

Представим поверхность оболочки формообразованную основным магнитным давлением $\vec{p}_0 = -\frac{\mu_0 j^2}{8\pi^2 R^2} \vec{e}_r$ и возмущенным давлением, представляющим разность для изогнутого и основного состояний $\Delta \vec{p} = (2 \frac{w}{R} \vec{e}_r + ikw \vec{e}_x) p_0$, в виде:

$$w = W \exp[i(kx - \omega t)], \quad u = U \exp[i(kx - \omega t)], \quad (2)$$

где W, U, k, ω - амплитуды перемещений, волновое число и круговая частота, $\vec{n} = \vec{e}_r - ikw \vec{e}_x$ - вектор внешней нормали для формообразованной поверхности, записанный с точностью до малых величин высшего порядка.

Как известно краевая задача динамической теории упругости для тонкой оболочки тела, в рамках предположения о малости деформаций, формулируется следующим образом:

$$\frac{d^2u}{dx^2} + \frac{\nu}{R} \frac{dw}{dx} = -\frac{1-\nu^2}{Eh} p_x, \quad (3)$$

$$\frac{\nu}{R} \frac{du}{dx} + \frac{h^2}{12} \frac{d^4w}{dx^4} + \frac{w}{R^2} = -\frac{1-\nu^2}{Eh} \left(p_r - \frac{\gamma}{g} h \frac{d^2w}{dt^2} \right) \quad (4)$$

где u, w - осевая и нормальная к поверхности оболочки компоненты вектора перемещений; h, R - толщина радиус цилиндрической оболочки; γ/g - массовая плотность, E, ν - модуль упругости материала и коэффициент Пуассона материала оболочки; p_x, p_r - компоненты векторов сил, приведенных к исходной поверхности.

Для учета вязкопластического течения поверхности при необратимом формообразовании воспользуемся способом, позволяющим свести учет течения материала при формообразовании поверхности к дополнительным «фиктивным» силам, приведенным к поверхности. Воспользуемся законом пластического течения, ассоциированным с поверхностью Треска, тогда, с точностью до малых величин, можно записать, что дополнительное давление будет равным:

$$\bar{p}_v = \frac{1-\nu^2}{Eh} P_v \left(\frac{dw}{dt} \right)^m \bar{e}_r, \quad (5)$$

где P_v, m - амплитуда давления вязкопластического течения и материальная постоянная нелинейной диаграммы деформирования материала оболочки. Связь между эквивалентной скоростью деформации и эквивалентным напряжением аппроксимирована степенным законом, а эквивалентное напряжение принято отвечающим максимальным касательным напряжениям.

Подставляя выражения для давлений, с учетом (5), в систему уравнений (3)–(4), получим следующую систему нелинейных дифференциальных уравнений:

$$\frac{d^2u}{dx^2} + \frac{\nu}{R} \frac{dw}{dx} + \frac{1-\nu^2}{Eh} ikwp_0 = 0, \quad (6)$$

$$\frac{\nu}{R} \frac{du}{dx} + \frac{h^2}{12} \frac{d^4w}{dx^4} + \frac{w}{R^2} - 2 \frac{1-\nu^2}{Eh} \frac{w}{R} p_0 + \frac{1-\nu^2}{Eh} \bar{P}_v \left(\frac{dw}{dt} \right)^m + \frac{1-\nu^2}{E} \frac{\gamma}{g} h \frac{d^2w}{dt^2} = 0. \quad (7)$$

Для линеаризованной системы уравнений, за счет не учета пластического течения, из системы (6)–(7) получим линейную систему упругого деформирования оболочки под действием магнитного давления, отвечающую рассмотренной в работе [4]. Эту линеаризованную систему, после подстановки функции (2) и преобразований относительно амплитудных значений перемещений поверхности, найдем частоту колебаний поверхности в виде:

$$\omega^2 = \frac{g}{\gamma h} \left(\frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} k^4 + \frac{Eh}{R^2} \right) - \frac{2+\nu}{R\gamma h} g p_0.$$

В случае, если магнитное поле отсутствует, получаем частоту осесимметричных колебаний кольца, мысленно выделенного из оболочки:

$$\Omega^2 = \frac{g}{\gamma h} \left(\frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} k^4 + \frac{Eh}{R^2} \right).$$

Отсюда следует, что давление от возмущения магнитного поля при формообразовании поверхности снижает частоту колебаний и тем больше, чем выше интенсивность магнитного поля. С другой стороны, это движение изменяет магнитное давление в зависимости от знака прогиба, так что в сжатых областях при изгибе поверхности может наступить неустойчивость формообразования.

Критическое давление оказывается равным:

$$p_{0кр.} = \frac{\gamma h R g}{(2+\nu)\gamma h} \Omega^2.$$

Пример расчета. Далее рассмотрим пример, в котором представим результаты анализа процессов формообразования тонкостенной электропроводящей заготовки. Для примера рассмотрим стальную цилиндрическую заготовку с геометрическими и физико-механическими параметрами: $R=10h$; $L=100R$; $E=6.77 \cdot 10^6 \text{ Н/м}^2$; $\nu=0.3$,

которая формообразуется магнитным давлением. Давление в основном состоянии - $\bar{p}_0 = -\frac{\mu_0 J^2}{8\pi^2 R^2} \bar{e}_r$ отвечает

раздаче заготовки на величину: $w_0 = 0,25h$. Возмущенное давление, $\Delta \bar{p} = \left(2 \frac{w}{R} \bar{e}_r + ikw \bar{e}_x \right) p_0$, создается за счет движения стенки заготовки при изгибе, и изменяется со временем в зависимости от приобретаемой оболочкой формы. Так, осесимметричной форме оболочки отвечает $k=1$, а если $k=2\pi/\lambda$ - вдоль осевой координаты образуются волны, длина которых λ . В равенстве (5) для «фиктивного» давления, вызванного пластическим течением, примем: $\bar{P}_v = 10^{-6}$, $m=4$.

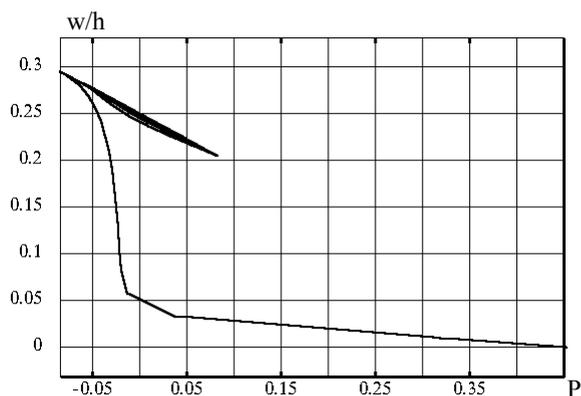


Рис. 2. Изменение максимальных значений амплитуды радиального перемещения оболочки в зависимости от магнитного давления.

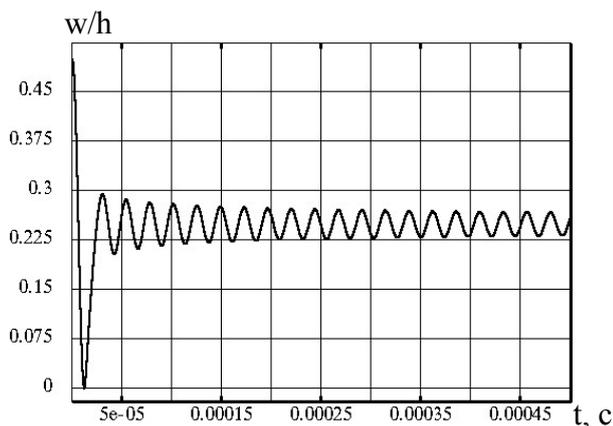


Рис. 3. Изменение максимальных значений амплитуды радиальных перемещений в зависимости от времени

Результаты расчетов при $k = 1$ представлены на рис. 2 - в виде закона для изменения максимальных значений амплитуды радиального перемещения оболочки в зависимости от магнитного давления, и на рис. 3 - в виде формообразования поверхности со временем, которое происходит при затухании. Представленное решение отвечает эффективному воздействию магнитным давлением для получения качественного изделия. Как следует из расчетных данных, необратимое формообразование за счет упругости тонкостенной заготовки сопровождаются малыми колебаниями около устойчивого равновесия, частота которых зависит от величины магнитного давления, а само давление в этих условиях переменное во времени.

Расчеты получены путем интегрирования полученных выше уравнений (6), (7), моделирующих движение поверхности при формообразовании с учетом вязкопластического ее течения.

Выводы. Показано, что необратимое формообразование за счет упругости тонкостенных заготовок сопровождаются малыми колебаниями около устойчивого равновесия, частота которых зависит от величины магнитного давления, а само давление в этих условиях переменное во времени, что может привести к неустойчивости процесса формообразования.

Литература

1. Батыгин Ю.В., Лавинский В.И., Хименко Л.Т. Импульсные магнитные поля для прогрессивных технологий - X: МОСТ-Торнадо, 2003. - 288 с.
2. Лавинский В.И. Выбор параметров магнитно-импульсной штамповки тонких листовых материалов// Кузнечно-штамповое производство. - 2000, №8. - С. 18-21с.
3. Белый И.В., Фертик С.М., Хименко Л.Т. Справочник по магнитно-импульсной обработке металлов. - Харьков: Вища школа, 1970.- 190 с.
4. Вольмир А.С. Задачи магнитоупругости в теории оболочек // Сб. Расчеты на прочность, вып.16. - М.: Машиностроение, 1975. - С. 261-279.