

PACS numbers: 05.45.Ac, 05.45.Gg, 05.45.Jn, 05.45.Pq, 61.72.Bb, 61.72.Lk

## **Сложная регулярная и хаотическая динамика индивидуальных дислокаций в условиях проявления инерционного эффекта**

В. Я. Белошапка, В. Я. Платков\*

*Бердянский государственный педагогический университет,  
ул. Шмидта, 4,  
71112 Бердянск, Украина*

*\*Харьковский национальный экономический университет,  
просп. Ленина, 9<sup>а</sup>  
61001 Харьков, Украина*

Численными методами в динамике индивидуальных дислокаций обнаружены режимы детерминированного хаоса, который имеет место в условиях проявления инерционного эффекта при наличии хаотически распределенных слабых закрепляющих центров в плоскости скольжения дислокаций. Установлены качественные и количественные признаки хаоса, изучен сценарий перехода к нему. Установлено, что проявление хаотических режимов в динамике дислокаций обусловлено динамической неустойчивостью их движения.

Чисельними методами в динаміці індивідуальних дислокацій виявлено режими детермінованого хаосу, що має місце в умовах прояву інерційного ефекту за наявності хаотично розподілених слабких закріплювальних центрів у площині ковзу дислокацій. Встановлено якісні і кількісні ознаки хаосу, вивчено сценарій переходу до нього. Встановлено, що прояв хаотичних режимів у динаміці дислокацій обумовлено динамічною нестійкістю їх руху.

Modes of the determined chaos are revealed using numerical methods in dynamics of individual dislocations. Such a chaos takes place in the conditions of inertia-effect manifestation at presence of chaotically distributed weak fixing centres in a dislocation slip plane. Qualitative and quantitative indications of chaos are established, scenario of the transition to it is studied. As established, the display of chaotic modes in dynamics of dislocations is caused by dynamic instability of their movement.

**Ключевые слова:** динамика дислокаций, детерминированный хаос, динамическая неустойчивость, показатель Ляпунова.

(Получено 8 октября 2008 г.)

Нелинейные детерминированные физические системы с диссипацией являются в настоящее время объектами интенсивных исследований [1, 2]. Сложная динамика таких систем и, в особенности, явление детерминированного хаоса в них вызывают интерес в связи с фундаментальными аспектами и многочисленными практическими приложениями. Однако, несмотря на значительное количество исследований по хаотической динамике в таких системах, работы, посвященные исследованию распределенных систем и систем с большим числом степеней свободы, весьма немногочисленны. Это связано со сложностью теоретического описания нерегулярной динамики многомерных систем и с увеличением числа управляющих параметров.

Настоящая работа посвящена систематическому исследованию динамики такой нелинейной распределенной системы, как дислокация, содержащая в своей плоскости скольжения сетку хаотически распределенных слабых центров закрепления. В реальном кристалле роль таких центров выполняет система неподвижных точечных дефектов. В известных в настоящее время теориях дислокационного гистерезиса в силовых полях точечных дефектов [3] вопрос о проявлении нелинейной динамики дислокаций, обусловленной наличием силовых полей в плоскости ее скольжения, не рассматривался, а поэтому актуально систематическое исследование данной динамической системы в широком интервале изменения ее физических параметров. В связи с междисциплинарным и универсальным характером нелинейных эффектов в детерминированных системах такое исследование представляет интерес и с общезначимой точки зрения.

## 1. МОДЕЛЬ И МЕТОДИКА ВЫЧИСЛЕНИЙ

Численными методами была изучена динамика дислокационной петли (ДП) при наличии в плоскости скольжения слабых центров закрепления при выполнении условия

$$F_m/C \ll 1,$$

где  $C$  — линейное натяжение дислокации;  $F_m$  — максимальное значение силы взаимодействия слабого центра закрепления с дислокацией. Координаты слабых центров закрепления задавались генератором псевдослучайных чисел. Анализ проводился в рамках модели, описанной в [4, 5], при безактивационном отрыве дислокаций от центров закрепления. После нормировки выражения для нормированных параметров имели следующий вид:



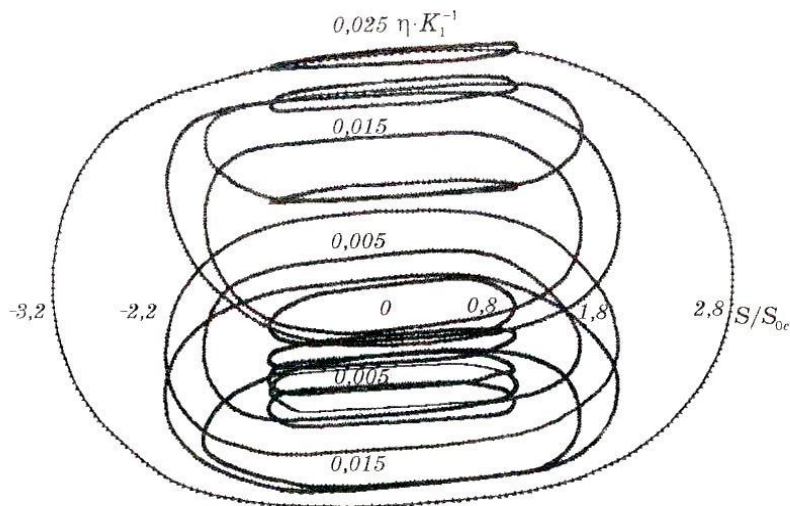
$$\xi = (x / l_s)(F_m / 2C)^{1/2}, \quad \eta = (u / l_s)(F_m / 2C)^{1/2}, \quad \theta = (t / l_s)(F_m / 2A)^{1/2},$$

где  $\xi$ ,  $x$  и  $\eta$ ,  $u$  — соответственно безразмерные и обычные координаты вдоль и поперек длины дислокационной петли;  $l_s$  — среднее расстояние между центрами закрепления;  $A$  — масса единицы длины дислокации;  $\theta$  и  $t$  — безразмерное и обычное время;  $\Omega = \omega l_s (2A/F_m)^{1/2}$  и  $S_0 = (\sigma b l_s / (F_m)^{1/2}) (2C)^{1/2}$  — соответственно нормированные частота и амплитуда внешнего напряжения;  $\omega$  и  $\sigma$  — частота и амплитуда внешнего напряжения;  $b$  — вектор Бюргерса;  $\gamma = (B l_s) (2A/F_m)^{1/2}$  — нормированная вязкость;  $B$  — коэффициент демпфирования.

Диапазоны изменения нормированных параметров выбирались в соответствии с интервалами физических значений этих параметров, наблюдаемых в различных материалах. Длина ДП  $l_N$  изменялась в пределах  $10^{-6}$ – $10^{-4}$  м, отношение  $l_N/l_s$  в пределах от 10 до 150, размер области взаимодействия центра закрепления с дислокацией —  $10^{-8}$ – $10^{-7}$  м, коэффициент демпфирования — в интервале  $10^{-7}$ – $10^{-4}$  Н·с·м<sup>-2</sup>. При этом  $\gamma$  для большинства материалов оказывается в диапазоне  $10^{-2}$ – $10^2$ , для которого и проводился анализ. Интервал изменения частоты внешнего напряжения от 0 до  $10^7$  Гц также перекрывал диапазон частот, реализуемых в эксперименте.

## 2. РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

Численный анализ, проведенный при различных значениях  $\gamma$ ,  $S_0$ ,  $\Omega$ , свидетельствует, что динамике дислокаций при наличии в их плос-



**Рис. 1.** Зависимости дислокационной деформации  $\eta$  от величины нормированного внешнего напряжения, вычисленные для четырех значений  $S_0$ , при различных начальных условиях:  $l_N/l_s = 20$ ,  $\gamma = 3$ .

кости скольжения закрепляющих центров присущи черты, типичные для нелинейных динамических систем. Так, первой такой чертой динамики изучаемой системы является проявление в ней мультистабильности (рис. 1). Явление мультистабильности состоит в том, что вид петли дислокационного гистерезиса  $\eta(S)$  зависит от начальных условий при неизменности всех остальных параметров. В качестве начальных условий выступают зависимости смещения и скорости участков ДП от координаты  $\xi$ .

Количество гистерезисных петель  $\eta(S)$ , полученных при различных начальных условиях и фиксированных значениях  $\gamma$ ,  $S_0$  и  $\Omega$ , как видно, могло достигать 10 и убывало с ростом  $S_0$ . Явление наблюда-

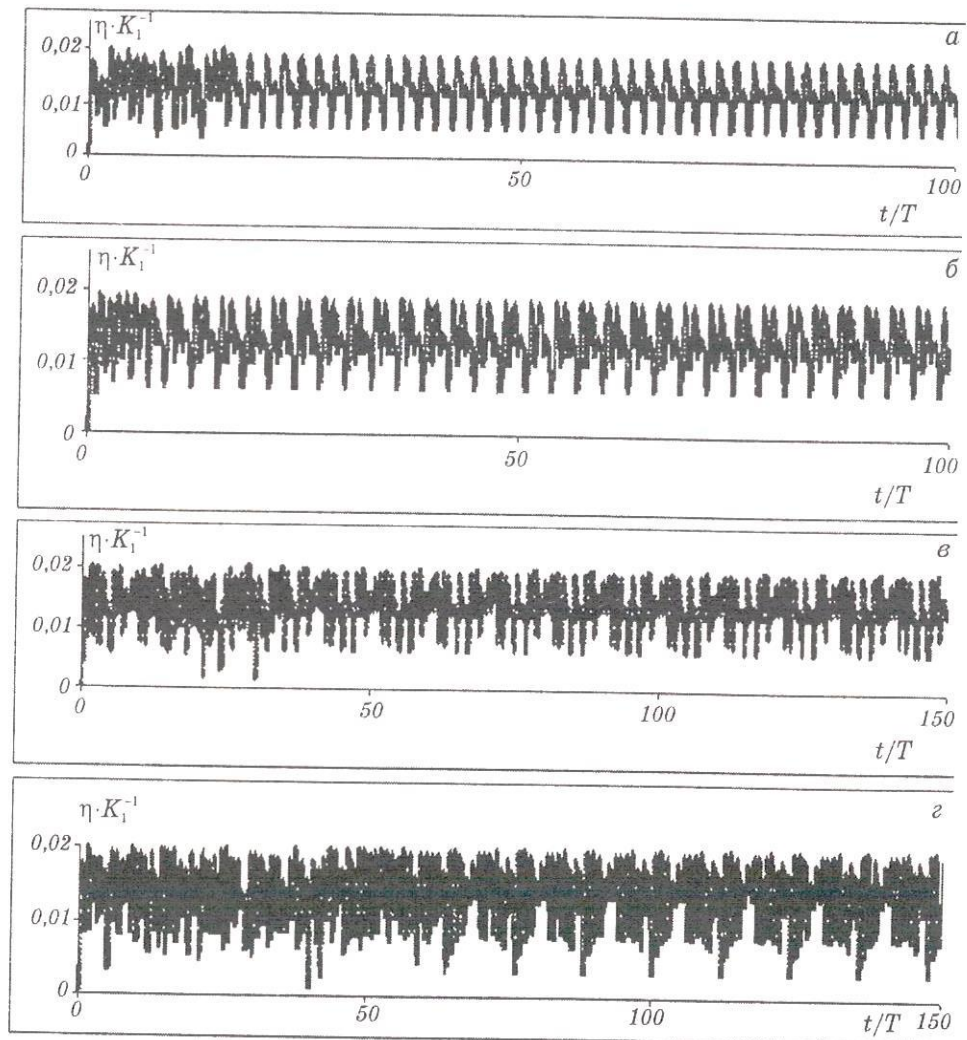


Рис. 2. Многопериодические временные зависимости дислокационной деформации с периодами  $2T$  при  $\gamma = 1,5$  (а),  $3T$  при  $\gamma = 1,4$  (б),  $10T$  при  $\gamma = 1,2$  (в),  $12T$  при  $\gamma = 1,15$  (г) ( $T$  – период внешне приложенного напряжения).



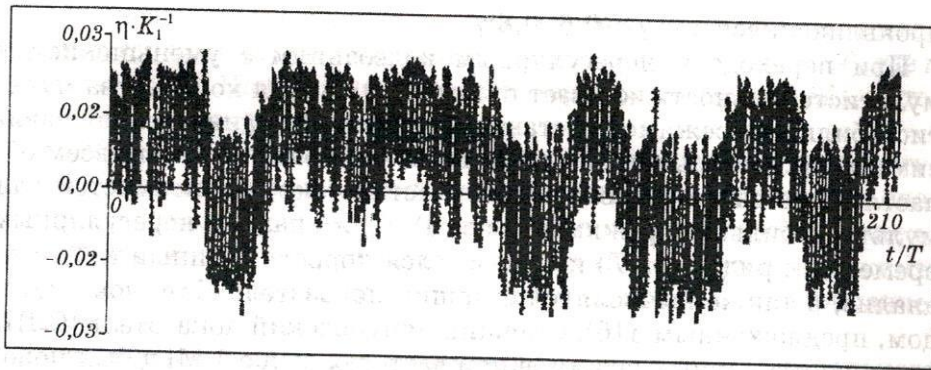


Рис. 3. Нерегулярная временная зависимость дислокационной деформации при  $\gamma = 0,9$ .

ется при значениях  $S$ , соответствующих участку роста декремента амплитудно-зависимого внутреннего трения, для  $\gamma > \gamma^*$  (где  $\gamma^* \sim 2$ ; отметим, что неравенство  $\gamma < \gamma^*$  является найденным в [4] условием проявления инерционного эффекта) во всем частотном интервале. Изучение геометрии бассейнов притяжения и их границ для различных режимов  $\eta(S)$  не представляется возможным вследствие многомерности фазового пространства изучаемой системы.

Кроме указанной черты, динамике ДП присущи многопериодические (рис. 2) и нерегулярные колебательные режимы (рис. 3),

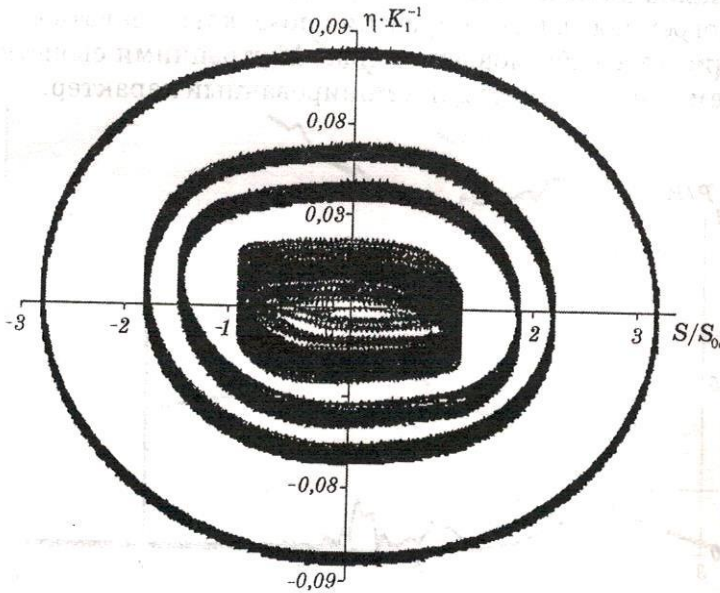


Рис. 4. Зависимости дислокационной деформации  $\eta$  от величины нормированного внешнего напряжения, вычисленные для четырех значений  $S_{0c}$ , при нерегулярных колебательных движениях ДП для  $\gamma = 1,0$ .

проявляющиеся при  $\gamma < (0,6-0,8)\gamma^*$ .

При переходе к нерегулярным колебаниям с уменьшением  $\gamma$  мультистабильность исчезает путем уменьшения количества мультистабильных режимов. Оставшаяся при этом единственная зависимость  $\eta(S)$  оказывается нерегулярной и может отвечать всем областям, где ранее располагались участки таких зависимостей для мультистабильных режимов (рис. 4). Для анализа нерегулярных временных рядов  $\eta(t/T)$  использовался корреляционный и Фурье-анализ, а также вычислялся старший показатель Ляпунова методом, предложенным в [6]. Старший ляпуновский показатель (СЛП)  $\lambda$  для нерегулярных режимов при частотах выше 1 МГц был положительным, тогда как для всех регулярных во всем диапазоне частот и нерегулярных при частоте ниже 1 МГц — отрицательным.

Спектр мощности для нерегулярных зависимостей  $\eta(t/T)$ , полученный с помощью Фурье-анализа, при условии  $\lambda > 0$  обогащался низкочастотными компонентами с частотами ниже частоты возбуждения и образующими участки непрерывного спектра (рис. 5). Автокорреляционная функция (АКФ) для зависимостей  $\eta(t/T)$  при этом всегда убывала за времена  $T/2$ , после чего оставалась периодической, что указывает на наличие в анализируемом сигнале случайной составляющей. Знак СЛП, вид спектра мощности и поведение АКФ указывают, что динамика дислокаций для данного диапазона параметров является хаотической [2]. Атермический характер взаимодействия дислокаций с центрами закрепления в нашей модели и анализ влияния шага дискретизации по времени и координате на погрешность интегрирования позволяют сделать вывод, что проявление хаоса обусловлено только внутренними свойствами самой системы, и хаос имеет детерминированный характер.

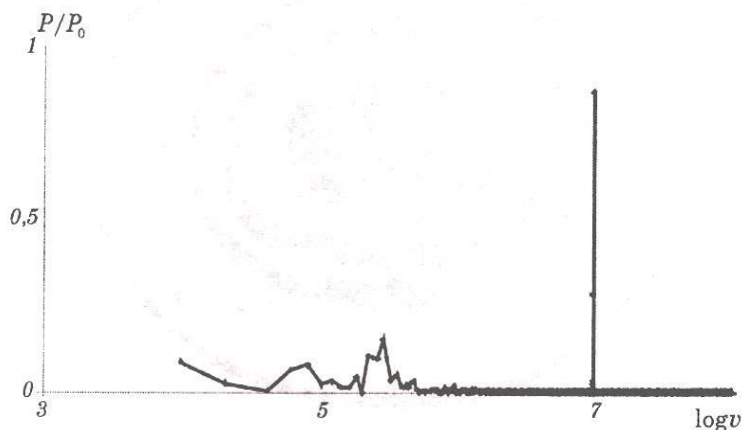


Рис. 5. Спектр мощности в относительных единицах нерегулярной временной зависимости дислокационной деформации, представленной на рис. 3, вычисленной при частоте внешнего напряжения 10 МГц.



Изучен сценарий перехода к хаосу. Хаотическому режиму всегда предшествуют многопериодические колебания с периодом  $nT$ , где  $n$  — целое число. Наибольшее значение периода колебаний ДП, которое наблюдалось, равно  $36T$ .

Колебания с  $n = 2$  присутствуют всегда при различных конфигурациях слабых закрепляющих центров, тогда как для многих значений  $n > 2$  колебательные режимы могли отсутствовать. С уменьшением величины нормированной вязкости хаотические режимы колебаний могли прерываться узкими «окнами» многопериодических режимов.

Предварительный анализ временных зависимостей локального СЛП  $\lambda^*$ , сил сопротивления движению дислокации со стороны за-

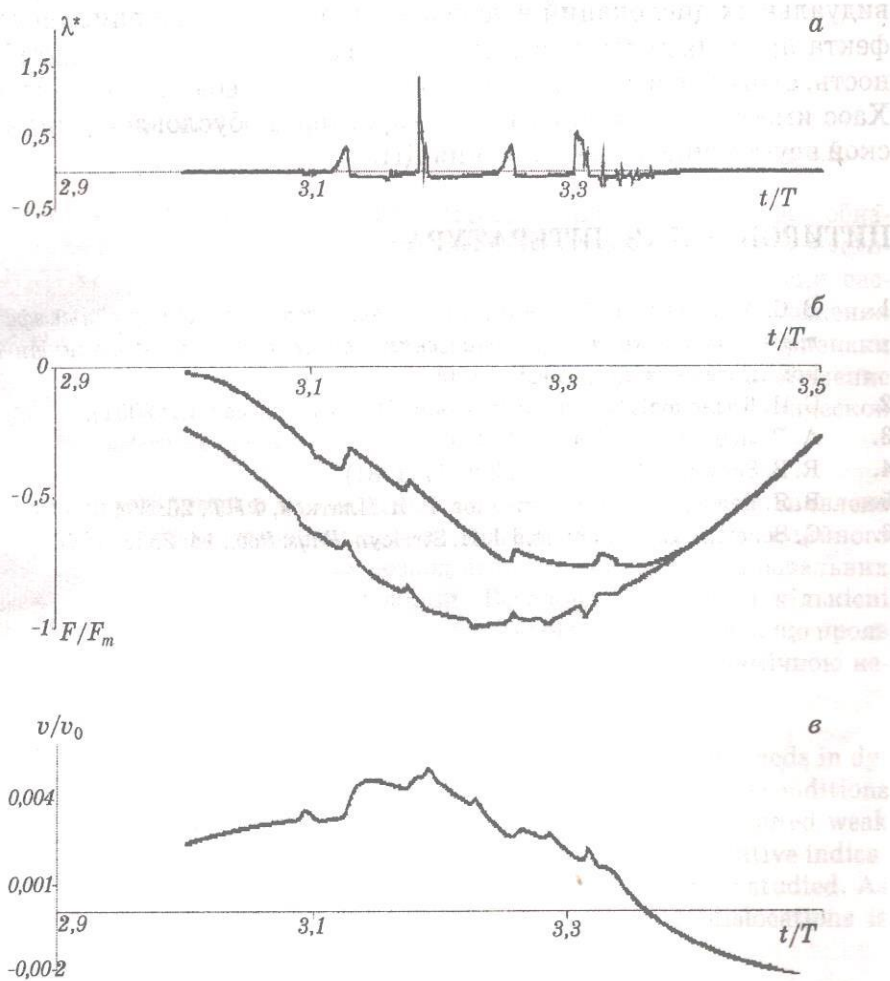


Рис. 6. Временные зависимости локального СЛП  $\lambda^*$  (а), силы сопротивления движению ДП со стороны закрепляющих центров  $F_S$  (—), результирующей силы сопротивления со стороны закрепляющих центров и квазивязкого торможения (—) (б) и средней скорости ДП (в).

крепляющих центров  $F_S$  и квазивязкого торможения и средней скорости ДП  $v$  позволяют сделать вывод о природе механизма возникновения хаоса. Участки зависимостей  $\lambda^*(t)$  с  $\lambda^* > 0$  коррелируют с участками роста средней скорости ДП и участками убывания результирующей силы сопротивления (рис. 6). На этих участках наблюдается падение силы  $F_S$  с ростом  $v$ , компенсирующее рост квазивязкой составляющей  $Bv$ . Положительный знак  $\lambda^*$  свидетельствует, что причиной возникновения хаотических режимов является экспоненциальная динамическая неустойчивость движения ДП, обусловленная убыванием силы торможения ДП с ростом скорости. Выяснение природы такой зависимости  $F_S(v)$  в условиях проявления инерционного эффекта требует дополнительных исследований.

Полученные результаты свидетельствуют, что динамика индивидуальных дислокаций в условиях проявления инерционного эффекта проявляет такие нелинейные свойства, как мультистабильность, сложные регулярные и хаотические колебательные режимы. Хаос имеет детерминированный характер и обусловлен динамической неустойчивостью движения ДП.

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. В. С. Анищенко, В. В. Астахов, Т. Е. Вадивасова и др., *Нелинейные эффекты в хаотических и стохастических системах* (Москва–Ижевск: Ин-т компьютерных исследований: 2003).
2. С. П. Кузнецов, *Динамический хаос* (Москва: Физматлит: 2001).
3. А. В. Лебедев, *ФТТ*, **41**: 1214 (1999).
4. R. V. Schwarz, *Acta Metall.*, **29**: 311 (1981).
5. В. Я. Белошапка, В. Г. Гурьянов, В. Я. Платков, *ФНТ*, **26**: 294 (2000).
6. G. Benettin, L. Galgani, and J. H. Strelcyn, *Phys. Rev.*, **14**: 2338 (1976).