

ОТНОСИТЕЛЬНАЯ ПОЛНОТА ПРОФИЛЯ РАБОЧЕЙ ПОВЕРХНОСТИ КРУГА ИЗ СТМ

В последнее время опубликован ряд работ, посвященных исследованию рельефа рабочей поверхности круга после правки и шлифования с использованием уравнений теории вероятностей и методов обработки результатов экспериментов на базе математической статистики.

Для описания распределения зерен в рабочем поверхностном слое круга применялись статические модели с учетом различных вероятностных законов: равномерного, параболического, нормального, бета-распределения и других [1]. Такое многообразие вероятностных методов описания распределения зерен в объеме рабочего слоя, как отмечено в работе [1], обусловлено в основном разнообразием уравнений, аппроксимирующих с достаточной для практики точностью распределения вершин зерен в данном шлифовальном круге для частных условий эксперимента, отражая особенности методики его осуществления.

Немаловажную роль играет также степень изменения первоначального закона распределения зерен во всем объеме круга, предусмотренного технологией его изготовления, а затем нарушенного в рабочей поверхностном слое последующей правкой и шлифованием. Можно предположить, что исходный равномерный закон распределения зерен, характерный для матрицы многослойного инструмента-круга [1], может остаться неизменным, если использовать способы удаления поверхностного слоя связки, исключая механическое воздействие на зерна поверхностного слоя и обеспечивающие необходимую для конкретных условий шлифования высоту выступания вершин зерен над связкой.

Одним из таких способов может быть электрофизическая правка кругов на токопроводящих связках. Естественно, такое идеализированное состояние сохраняется только до момента шлифования и представляет определенный интерес для аналитического описания исходного микрорельефа рабочей поверхности круга и определения номинальных возможностей процесса шлифования. В статье изложена методика аналитического определения относительной полноты профиля рабочей поверхности круга с использованием известных законов распределения вершин зерен в рабочем слое. Показана возможность перехода одного закона в другой вследствие кинематики процесса шлифования, что позволяет в определенной мере объяснить многообразие уравнений законов, описывающих рельеф рабочего слоя круга и микрорельеф шлифованной поверхности. А также в дальнейшем построить кинематическую модель процесса шлифования кругами из СТМ.

Для упрощения аналитического решения поставленной задачи примем следующие допущения: зерна имеют форму конуса с углом при вершине 2γ [1]: размеры и формы зерен постоянны во времени; высоты выступания вершин

зерен над уровнем связки подчинены равномерному закону распределения с плотностью $f(y_i) = 1/b$ (b – высота максимально выступающих вершин зерен над связкой); расстояние между зернами, вершины которых расположены на одном уровне, постоянно.

С учетом этих допущений определим число зерен, вершины которых располагаются в рабочем слое бесконечно малой толщины dy_i (рис. 1,а):

$$dn = n \cdot f(y_i) \cdot dy_i, \quad (1)$$

где $n = k \cdot B \cdot l$ – число зерен на рабочей поверхности круга; k – поверхностная концентрация зерен; B – ширина рабочей поверхности круга; l – длина развертки рабочей поверхности круга.

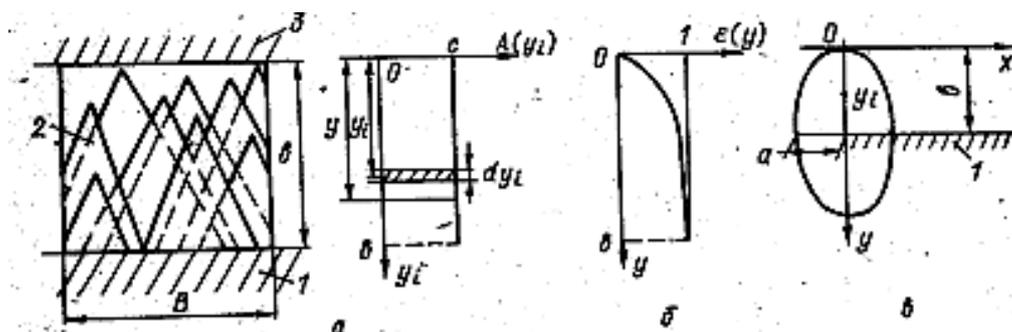


Рис. 1. Расчетная схема статической модели рабочей поверхности круга: 1 – связка круга; 2 – зерна круга; 3 – материал обрабатываемого изделия.

Для определения относительной полноты профиля рабочей поверхности круга воспользуемся понятием коэффициента длины контактной линии профиля, примененного в работе [2] для оценки геометрии рельефа поверхности круга. Под рельефом поверхности круга будем понимать суммарный профиль рабочего профиля круга, который образован проекцией n зерен, выступающих над связкой после вскрытия электрофизической правкой, на сечение, перпендикулярное вектору окружной скорости круга. Для этого выразим относительную длину контактной линии элементарного профиля, образованного наложением проекций зерен, вершины которых расположены в слое dy_i :

$$\varepsilon_i(y) = \frac{dn \cdot 2 \cdot \operatorname{tg} \gamma \cdot (y - y_i)}{B} = \frac{n \cdot f(y_i) \cdot dy_i \cdot 2 \cdot \operatorname{tg} \gamma \cdot (y - y_i)}{B}. \quad (2)$$

Здесь y_i – координата графика плотности распределения $f(y_i)$; y – текущая координата сечения.

Аналогично определим $\varepsilon_k(y)$ для k -участков, где $k = 1, 2, \dots, i, \dots, \infty$.

Пользуясь теоремой умножения вероятностных независимых случайных величин $\varepsilon_k(y)$, получаем суммарную относительную длину контактной линии $\varepsilon(y)$ профиля, образованного наложением проекций всех зерен n , вершины которых расположены в рабочем слое круга. Для этого выполним переход от вероятности события $\varepsilon(y)$ к противоположному событию: $\Phi(y) = 1 - \varepsilon(y)$. Следовательно

$$\Phi(y) = \prod_{k=1}^{\infty} \left[1 - \frac{2 \cdot \operatorname{tg} \gamma \cdot n}{B} \cdot f(y_k) \cdot (y - y_k) \cdot dy_k \right].$$

После умножения и интегрирования слагаемых запишем:

$$\Phi(y) = e^{-\frac{2 \cdot \operatorname{tg} \gamma \cdot n}{b \cdot B} \cdot y^2}.$$

Перейдем от $\Phi(y)$ к $\varepsilon(y)$:

$$\varepsilon(y) = 1 - \Phi(y) = 1 - e^{-\frac{2 \cdot \operatorname{tg} \gamma \cdot n}{b \cdot B} \cdot y^2}. \quad (3)$$

Эта функция графически изображена на рис. 1,б: $\varepsilon(y)$ представляет собой отношение суммарной длины профилей зерен на текущей высоте от наиболее выступающей вершины к ширине круга и может характеризовать относительную полноту профиля рабочей поверхности круга на заданном уровне y . Функция $\varepsilon(y)$ выражает взаимосвязь всех параметров рабочей поверхности круга и поэтому может использоваться в качестве основной ее характеристики. Структура формул (1) – (3) остается неизменной для других форм зерен, законов их распределения по высоте рабочего слоя круга и по расстояниям между вершинами зерен, находящихся на одном уровне.

Рассмотрим как изменится формула (3) при переходе от конической формы зерен к эллипсоидной и сферической. Для упрощения выкладок к ранее принятым для зерен конической формы допущений введем дополнительные: большая ось зерна $2b$ расположена вдоль оси; предельная глубина заделки зерна в связке равна b .

Пользуясь расчетной схемой (рис. 1,в), получим текущее значение ширины $2x$ единичного зерна эллипсоидной формы. Согласно уравнению эллипса

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{(y-b)^2}{b^2} = 1. \quad (4)$$

Выразим

$$x = a \cdot \sqrt{1 - \frac{(y-b)^2}{b^2}}. \quad (5)$$

Для зерен, вершины которых расположены на уровне y_i , уравнение (5) имеет вид:

$$x = a \cdot \sqrt{1 - \frac{(y-b-y_i)^2}{b^2}}. \quad (6)$$

Относительную полноту профиля для dn зерен, вершины которых расположены в слое dy_i , рассчитаем по формуле, аналогичной (2):

$$\varepsilon_i(y) = \frac{2 \cdot x \cdot dn}{B} = \frac{2 \cdot x \cdot n \cdot f(y_i) \cdot dy_i}{B} = 2 \cdot a \cdot n \cdot \frac{\sqrt{1 - \frac{(y-b-y_i)^2}{b^2}} \cdot f(y_i) \cdot dy_i}{B}.$$

Таким же образом определяется $\varepsilon_k(y)$ для k -участков. Применив теорему умножения вероятностных независимых случайных величин $\varepsilon_k(y)$, после преобразований получим уравнение относительной полноты профиля:

$$\varepsilon(y) = 1 - e^{-\frac{\pi \cdot a}{B} \left[\frac{\pi}{2} \arcsin \frac{y-b}{b} - \frac{1}{2} \sin 2 \left(\arcsin \frac{y-b}{b} \right) \right]} \quad (7)$$

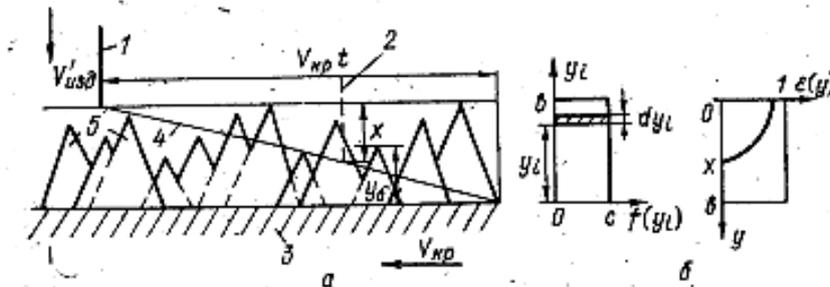


Рис. 2. Расчетная схема кинематической модели рабочей поверхности круга: 1 – начальное положение сечения обрабатываемого изделия; 2 – текущее положение сечения обрабатываемого изделия; 3 – связка круга; 4 – траектория относительного перемещения изделия и круга; 5 – зерна круга.

Приняв в формуле (7) $a = b = r$, запишем выражение $\varepsilon(y)$ применительно к сферической форме зерен, соответствующее принятым допущениям. Изменение любого из принятых допущений значительно усложняет вид формулы $\varepsilon(y)$, хотя при этом методика ее определения остается прежней.

Приведенные выше формулы относительной полноты профиля рабочей поверхности круга $\varepsilon(y)$ приведены для статической модели шлифовального круга. Радиальное и тангенциальное перемещение круга и изделия в процессе обработки вносит изменения в статический закон распределения вершин зерен рабочего слоя. Для определения кинематического закона распределения вершин зерен рассмотрим расчетную схему (рис. 2,а).

Пусть за время t изделие внедрилось в тело круга на глубину $x = V'_{изд} \cdot t$. За это время через сечение изделия на уровне y_s прошло dn зерен, вершины которых расположены в бесконечно малом интервале dy_i : $dn = k \cdot B \cdot V_{кр} \cdot t \cdot f(y_i) \cdot dy$, где $f(y_i) = 1/b$.

При $V'_{изд} = const$ имеем $t = \frac{y_i - y_s}{S_n}$, следовательно:

$$dn = k \cdot B \cdot V_{кр} \cdot \frac{y_i - y_s}{S_n} \cdot f(y_i) \cdot dy.$$

Общее число зерен, прошедшее через сечение изделия на уровне y_s находим из уравнения:

$$n = \int_{y_s}^b dn = \frac{k \cdot B \cdot V_{кр}}{2 \cdot S_n \cdot b} \cdot (b - y_s)^2. \quad (8)$$

Определим функцию распределения вершин зерен в интервале $[(b-x), b]$. Для этого уравнение (8) разделим на нормирующий множитель P [3], представляющий собой общее число зерен, прошедших через изделие за время t :

$$P = n /_{y_s=b-x} = \frac{k \cdot B \cdot V_{кр}}{2 \cdot S_n \cdot b} \cdot x^2. \quad (9)$$

Функция распределения имеет вид:

$$F(y_s) = \frac{n}{P} = \frac{(b-y)^2}{x^2}. \quad (10)$$

Плотность распределения вершин зерен представим следующим образом:

$$\varphi(y_s) = F'(y_s) = \frac{2}{x^2} \cdot (y_s - b). \quad (11)$$

Как следует из формулы (11), кинематический закон распределения вершин зерен отличается от исходного. Исходный равномерный закон плотности распределения вершин зерен, принятый нами для статической модели, при рассмотрении кинематической модели трансформировался в треугольный. Аналогичным образом получают кинематические законы распределения вершин зерен по другим исходным законам.

Для определения $\varepsilon(y)$ с учетом радиального и тангенциального движений круга и изделия необходимо использовать кинематический закон плотности (11), n следует вычислить по уравнению (9).

После преобразований, аналогичных приведенным для вывода формулы (3), получим уравнение, выражающее соотношение между относительной полнотой профиля, кинематическими параметрами процесса шлифования и основными характеристиками рабочей поверхности круга:

$$\varepsilon(y) = 1 - e^{-\frac{tg\gamma \cdot k \cdot V_{кр}}{3 \cdot b \cdot V'_{изд}} \cdot (V'_{изд} \cdot t - y)^3}. \quad (12)$$

Графическое изображение уравнения (12) представлено на рис. 2,б. Как видно из формулы (12) и графика (рис. 2,б), относительная полнота профиля рабочей поверхности круга $\varepsilon(y)$ является переменной величиной, зависящей от состояния взаимного перемещения круга и изделия; она изменяется по мере продвижения обрабатываемого изделия в рабочую поверхность круга.

Уравнение относительной полноты профиля рабочей поверхности круга может служить основой для вывода кинематических соотношений и выполнения расчетов по оптимизации процессов шлифования.

Список литературы: 1. Байкалов А.К. Введение в теорию шлифования. – Киев: Наук. думка, 1978. – 205 с. 2. Попов С.А. Геометрия рельефа режущей поверхности абразивных инструментов из синтетических алмазов и кубического нитрида бора. – В кн.: Синтетические алмазы в промышленности, Киев, 1974, с. 47-54. 3. Венцель Е.С. Теория вероятностей. – М.: Наука, 1969. – 576 с.