

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПОГРЕШНОСТИ ОБРАБОТКИ ПРИ ШЛИФОВАНИИ ПО ЖЕСТКОЙ СХЕМЕ

**Фадеев В.А., канд. техн. наук, Новиков Ф.В., докт. техн. наук**  
(ГП ХМЗ «ФЭД»,  
Харьковский государственный экономический университет)

*В работе теоретически обоснованы пути повышения точности обработки при шлифовании. Для сравнения показаны возможности снижения погрешности обработки при точении.*

На машиностроительных предприятиях при механической обработке деталей параметры точности формируются, как правило, на операциях шлифования. Наиболее распространенным методом шлифования является шлифование по жесткой схеме. В «идеале» при неограниченной жесткости технологической системы, этот метод может исключить погрешности обработки, связанные с упругими перемещениями в технологической системе. Однако, в реальных условиях шлифования упругие перемещения возникают всегда, что требует изыскания эффективных путей управления ими. В настоящее время накоплен большой опыт управления упругими перемещениями при шлифовании [1,2,3]. Весьма важные теоретические решения получены в работах [4,5,6]. Вместе с тем, в них недостаточно раскрыта физическая сущность передаточных функций между глубиной шлифования и величиной упругого перемещения, являющихся основой для определения путей повышения точности обработки.

Целью данной работы является выявление эффективных условий снижения упругих перемещений при шлифовании на основе разработки математической модели, учитывающей статическое равновесие технологической системы и энергетический уровень процесса микрорезания зернами круга.

В настоящей статье приведены теоретические решения, показывающие пути уменьшения величины упругого перемещения без снижения производительности обработки при шлифовании по жесткой схеме.

В общем виде величина упругого перемещения  $y$  при шлифовании описывается зависимостями:

$$y = \frac{P_y}{c} = \frac{P_z}{c \cdot K_{ш}} = \frac{\sigma \cdot S_{сумм}}{c \cdot K_{ш}} = \frac{\sigma}{c \cdot K_{ш}} \cdot \frac{Q}{V_{кр}} = \frac{\sigma}{c \cdot K_{ш}} \cdot \frac{B \cdot V_{дет} \cdot (t - y)}{V_{кр}}, \quad (1)$$

где  $P_z$ ,  $P_y$  - соответственно тангенциальная и радиальная составляющие силы резания, н;

$c$  - приведенная жесткость технологической системы, н/м;

$K_{ш}$  - коэффициент резания при шлифовании;

$S_{сумм}$  - мгновенная суммарная площадь поперечного сечения среза всеми одновременно работающими зернами круга,  $m^2$ ;

$Q$  - производительность обработки,  $m^3/c$ ;

$\sigma$  - условное напряжение резания,  $n/m^2$ ;

$B$  - ширина шлифования, м;

$V_{кр}, V_{дет}$  - соответственно скорости круга и детали, м/с;

$t$  - глубина шлифования, м.

В результате получено уравнение относительно неизвестной величины  $y$ . Разрешая его относительно  $y$ , имеем:

$$y = \frac{t}{\left(1 + \frac{c}{B} \cdot \frac{V_{кр}}{V_{дет}} \cdot \frac{K_{ш}}{\sigma}\right)}. \quad (2)$$

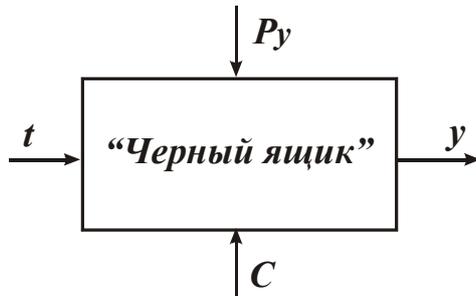


Рис.1. Структурная связь между параметрами шлифования.

Как видим, при  $c \rightarrow \infty$  величина  $y \rightarrow 0$ . Уменьшить  $y$  можно увеличением соотношений  $c/B$ ,  $V_{кр}/V_{дет}$  и  $K_{ш}/\sigma$ . С физической точки зрения соотношение  $c/B$  определяет жесткость, приходящуюся на единицу ширины шлифования. Знаменатель зависимости (2) является передаточной функцией («черным ящиком») между параметрами  $y$  и  $t$ , рис.1. В работе [6] получены расчетные зависимости:

$$\frac{\sigma}{K_{ш}} = \frac{1}{3} \cdot \sqrt[3]{\frac{2}{HV^2 \cdot \tau_{сдв}} \cdot \left(\frac{a_z}{\rho}\right)^2}, \quad (3)$$

$$a_z = \frac{315 \cdot \pi \cdot \bar{x}^3 \cdot V_{дет} \cdot \sqrt{t \cdot \left(\frac{1}{R_{кр}} + \frac{1}{R_{дет}}\right)}}{m \cdot V_{кр} \cdot \rho^2}, \quad (4)$$

где  $HV$ ,  $\tau_{сдв}$  - соответственно твердость (по Виккерсу) и предел прочности на сдвиг обрабатываемого материала,  $n/m^2$ ;

$a_z$  - толщина среза отдельным зерном круга,  $m^2$ ;

$\rho$  - радиус округления режущей части зерна, м;

$\bar{x}$ ,  $m$  - зернистость (в м) и концентрация круга;

$R_{кр}$ ,  $R_{дет}$  - радиусы круга и детали, м.

Разрешим (4) относительно соотношения  $V_{кр} / V_{дем}$ :

$$\frac{V_{кр}}{V_{дем}} = \frac{315 \cdot \pi \cdot \bar{x}^3 \cdot \sqrt{t \cdot \left( \frac{1}{R_{кр}} + \frac{1}{R_{дем}} \right)}}{m \cdot a_z \cdot \rho^2} . \quad (5)$$

Подставим зависимости (3) и (5) в (2):

$$y = \frac{t}{\left( 1 + \frac{c}{B} \cdot \sqrt[3]{\frac{\rho}{a_z}} \cdot \frac{105 \cdot \pi \cdot \bar{x}^3 \cdot \sqrt{t \cdot \left( \frac{1}{R_{кр}} + \frac{1}{R_{дем}} \right)}}{m \cdot \rho^3} \cdot \sqrt[3]{\frac{2}{HV^2 \cdot \tau_{сдв}}} \right)} . \quad (6)$$

Исходя из полученной зависимости, уменьшить величину  $y$  можно уменьшением известного соотношения  $a_z / \rho$ , а также параметров  $m$ ,  $\rho$ ,  $t$  и увеличением  $c / B$  и  $\bar{x}$ .

По данным проф. Богомолова Н.И., процесс микрорезания единичным зерном осуществим при  $\alpha = a_z / \rho > 0,04$ . Поэтому соотношение  $a_z / \rho$  можно уменьшить до величины 0,04.

Если рассматривать  $\rho = 0,5 \cdot \bar{x}$ , то параметры  $\rho$  и  $\bar{x}$ , исходя из зависимости (6), не влияют на  $y$ . Однако, в результате износа зерна радиус округления его режущей части  $\rho$  может превышать собственно радиус зерна  $0,5 \cdot \bar{x}$ . В этом случае, по мере затупления зерна (увеличения  $\rho$ ) величина  $y$  будет увеличиваться. Для уменьшения  $y$  необходимо регулировать степень затупления зерен – своевременно удалять их с рабочей поверхности круга путем выбора оптимальных связок круга или применением эффективных методов правки круга.

При шлифовании с заданной величиной  $\alpha = a_z / \rho = 0,04$  необходимо регулировать соотношение  $V_{кр} / V_{дем}$ , которое описывается преобразованной зависимостью (5):

$$\frac{V_{кр}}{V_{дем}} = \frac{315 \cdot \pi \cdot \bar{x}^3 \cdot \sqrt{t \cdot \left( \frac{1}{R_{кр}} + \frac{1}{R_{дем}} \right)}}{m \cdot \rho^3 \cdot \alpha} . \quad (7)$$

Уменьшение  $\alpha$  до значения 0,04 предполагает увеличение соотношения  $V_{кр} / V_{дем}$ , что может быть реализовано за счет увеличения  $V_{кр}$  (применения высокоскоростного или сверх высокоскоростного шлифования) и за счет уменьшения  $V_{дем}$ . Однако, уменьшение  $V_{дем}$  ведет к

уменьшению производительности обработки. Поэтому более эффективно увеличивать соотношение  $V_{кр} / V_{дет}$  за счет увеличения  $V_{кр}$ .

По мере затупления зерен круга (увеличения  $\rho$ ), для выполнения условия  $\alpha = 0,04$ , соотношение  $V_{кр} / V_{дет}$  необходимо уменьшать (т.е. уменьшать  $V_{кр}$ ), что не всегда целесообразно. Гораздо эффективнее обеспечить поддержание в процессе шлифования минимально возможное значение  $\rho$ . Например, применяя в качестве абразивных материалов синтетические алмазы и другие сверхтвердые материалы, которые характеризуются высокой остротой режущих кромок. Уменьшение  $y$  за счет уменьшения концентрации зерен круга  $m$ , исходя из зависимости (6), также предполагает увеличение  $V_{кр}$ .

На первый взгляд может показаться, что соотношение  $\alpha = a_z / \rho$  не значительно влияет на величину  $y$  по зависимости (6), так как входит с относительно небольшой степенью 0,3. Однако, существует дополнительная связь между  $\alpha$  и  $y$  через соотношение  $V_{кр} / V_{дет}$ , описываемое зависимостью (7). Уменьшение  $\alpha$  требует прямо пропорционального увеличения  $V_{кр} / V_{дет}$ , т.е. между  $\alpha$  и  $y$  существует более сложная и значимая связь.

Сравним величины упругого перемещения  $y$ , при шлифовании и точении. В последнем случае

$$y = \frac{P_y}{c} = \frac{\sigma \cdot S}{c \cdot K_{рез}} = \frac{\sigma}{c \cdot K_{рез}} \cdot B \cdot (a - y) \quad (8)$$

где  $K_{рез} = \frac{P_z}{P_y}$  - коэффициент резания;

$S$  - площадь поперечного сечения среза, м<sup>2</sup>;

$B, a$  - соответственно ширина и толщина среза, м.

Разрешим (8) относительно  $y$ :

$$y = \frac{a}{\left(1 + \frac{c \cdot K_{рез}}{\sigma \cdot B}\right)} \quad (9)$$

Подставим в (9) зависимость (3), рассматривая  $K_{ш} = K_{рез}$ ,  $a_z = a$ :

$$y = \frac{a}{\left[1 + \frac{c}{B} \cdot \frac{1}{3} \cdot \sqrt[3]{\frac{2}{HV^2 \cdot \tau_{сдв}} \cdot \left(\frac{a}{\rho}\right)^2}\right]} \quad (10)$$

С учетом  $\alpha = a_z / \rho$ , имеем:

$$y = \frac{\alpha \cdot \rho}{\left(1 + \frac{1}{3} \cdot \frac{c}{B} \cdot \sqrt[3]{\frac{2 \cdot \alpha^2}{HV^2 \cdot \tau_{cdв}}}\right)} \quad (11)$$

Уменьшить  $y$  можно уменьшением параметров  $\alpha$ ,  $\rho$ ,  $B$  и увеличением  $c$  для заданных значений  $HV$  и  $\tau_{cdв}$ . Характер влияния указанных параметров на величину  $y$  такой же, как и при шлифовании, рассматривая зависимость (6). Сравним значения  $y$  для шлифования и точения при одинаковой производительности обработки  $Q$ . Для этого представим зависимости (2) и (9) в виде:

$$y = \frac{Q}{B \cdot V_{кр} \cdot \left(1 + \frac{c}{B} \cdot \frac{V_{кр}}{V_{дет}} \cdot \frac{K_{ш}}{\sigma}\right)} \quad (12)$$

$$y = \frac{Q}{B \cdot V_{рез} \left(1 + \frac{c}{B} \cdot \frac{K_{рез}}{\sigma}\right)} \quad (13)$$

где  $V_{рез}$  - скорость резания при точении, м/с.

Структурно зависимости (12) и (13) отличаются множителем  $V_{кр} / V_{дет}$ , входящим в (12). Поскольку  $V_{кр} > V_{рез}$ , а  $V_{кр} / V_{дет} \gg 1$ , то при заданных значениях производительности обработки  $Q$  и  $K_{ш} / \sigma$  ( $K_{рез} / \sigma$ ) знаменатель зависимости (12) больше знаменателя зависимости (13). Следовательно, при шлифовании можно добиться меньших значений  $y$ . Однако, сделанный вывод справедлив для одинаковых значений  $K_{ш} / \sigma$ , определяемых зависимостью (3). Как известно, при точении соотношение  $a / \rho$  может быть больше, чем при шлифовании, в особенности при шлифовании кругом с недостаточно высокой режущей способностью величина  $y$  может быть больше, чем при точении. Это приведет к увеличению  $K_{ш} / \sigma$  и уменьшению величины  $y$ .

Оценим количественно знаменатель зависимости (9) с учетом зависимости (3). Для сталей  $HV \cong 6 \cdot \tau_{cdв} = 3 \cdot \sigma_{сж}$ , где  $\sigma_{сж}$  - предел прочности стали на сжатие. Примем наименьшее значение  $a / \rho = 0,04$ ;  $c = 10^4$  н/мм;  $B = 10$  мм. Тогда для  $\sigma_{сж} = 500$  н/мм<sup>2</sup> соотношение  $K_{ш} / \sigma$ , определяемое зависимостью (3), равно  $6 \cdot 10^{-5}$  мм<sup>2</sup>/н. Соответственно величина  $y$ :

$$y = \frac{a}{\left(1 + \frac{10^3}{10} \cdot 6 \cdot 10^{-4}\right)} = \frac{a}{1,06} \quad (14)$$

Как видим, при  $\alpha = 0,04$  величина  $y$  не существенно отличается от толщины среза  $a$ , т.е. съём обрабатываемого материала практически отсутствует. Увеличить знаменатель зависимости можно увеличением  $c/B$ . Например, при увеличении  $B$  в 10 раз знаменатель увеличится до значения 1,6. А при дополнительном увеличении  $c$  в 10 раз знаменатель будет равен 7.

Пользуясь зависимостью (2), оценим количественно величину  $y$  при шлифовании. Для прежних исходных данных:  $K_{ш} / \sigma = 6 \cdot 10^{-5} \text{ мм}^2/\text{Н}$ ,  $c = 10^4 \text{ Н/мм}$ ;  $B = 10 \text{ мм}$  и  $V_{кр} / V_{дет} = 160$  величина  $y$  равна:

$$y = \frac{t}{7} . \quad (15)$$

В данном случае за счет соотношения  $V_{кр} / V_{дет}$  можно в более широких пределах ( $>> 1$ ) изменять знаменатель зависимости (2), обеспечивая уменьшение величины  $y$ . Следовательно, процесс шлифования по жесткой схеме потенциально располагает большими возможностями в плане уменьшения величины упругого перемещения  $y$  в технологической системе и соответственно уменьшения погрешности обработки.

Наиболее существенно увеличить соотношение  $V_{кр} / V_{дет}$  и знаменатель зависимости (2) можно в условиях глубинного высокоскоростного шлифования ( $V_{дет} \cong 0,1 \text{ м/мин}$ ;  $V_{кр} = 100 \text{ м/м}$ ) -  $V_{кр} / V_{дет} = 6 \cdot 10^4$ . Здесь знаменатель зависимости (2) может быть равен  $3,6 \cdot 10^3$ . Однако, при этом существенно увеличивается глубина шлифования  $t$ , например, до значения 10 мм и более.

В результате:  $y = 10 \text{ мм} / 3,6 \cdot 10^3 \cong 3 \text{ мкм}$ , т.е. при глубинном высокоскоростном шлифовании можно добиться высоких показателей точности обработки. Это предполагает широкое практическое использование данного метода обработки, так как обеспечивается одновременное решение проблем высокопроизводительного съема относительно больших припусков и высокой точности обработки. Об эффективности использования данного метода обработки свидетельствует опыт создания и применения западноевропейскими фирмами шлифовальных станков, реализующих скорости круга свыше 300 м/с.

Таким образом, на основе теоретического анализа передаточных функций между упругими перемещениями и глубиной шлифования (толщиной среза при лезвийной обработке) выявлены основные пути снижения погрешности обработки и сформулированы практические рекомендации. Перспективными направлениями дальнейших исследований следует рассматривать углубленное изучение закономерностей микрорезания с учетом износа зерен круга и установления на их основе передаточных функций для выявления новых техноло-

гических возможностей шлифования в плане повышения точности и производительности обработки.

### Список литературы

1. Маталин А.А. Точность механической обработки и проектирование технологических процессов. – М.: Машиностроение, 1970. – 390 с.
2. Балакшин Б.С. Основы технологии машиностроения. – М.: Машиностроение, 1969. – 359 с.
3. Якимов А.В., Свирщев В.И., Паршаков А.Н., Ларшин В.П. Управление процессом шлифования. – К.: Техника, 1983. – 184 с.
4. Новиков Г.В. Повышение эффективности алмазно-искрового шлифования деталей с высокопрочными покрытиями. – Автореф. дис. ... канд. техн. наук. – Харьков, 1990. – 16 с.
5. Новиков Г.В. Задачи точности и производительности обработки в технологии машиностроения. – Авиационно-космическая техника и технология. Труды Гос. аэрокосмического ун-та им. Н.Е. Жуковского “ХАИ”. Вып. 14, 2000. – С. 31-35.
6. Качество и производительность алмазно-абразивной обработки: учебное пособие / А.в. Якимов, Ф.В.Новиков, Г.В.Новиков, А.А. Якимов – Одесса: ОГПУ, 1999. – 212 с.
7. Фадеев В.А. Научный подход к выбору оптимальных способов и условий финишной обработки агрегатов авиационной техники. - Авиационно-космическая техника и технология. Труды Гос. аэрокосмического ун-та им. Н.Е. Жуковского “ХАИ”. Вып. 14, 2000. – С. 36-40.

### Анотація

#### **Математична модель погрішності обробки при шліфуванні по жорсткій схемі**

*В роботі теоретично обґрунтовані шляхи підвищення точності обробки при шліфуванні. Для порівняння показані можливості зменшення погрішності обробки при точінні.*

### Abstract

#### **Mathematical model of treatment error in the process of grinding according to stiff scheme**

*This work contains theoretical justifications of methods of runout accuracy increase in the process of grinding. Ways of treatment error declining in the process of whetting are given for comparison.*