

УДК 519.816:519.22

В.И. Плоткин, Е.В. Огурцова, О.В. Вильхивская

Харьковский национальный экономический университет, Харьков

## МЕТОДИКА СОГЛАСОВАНИЯ ЭКСПЕРТНЫХ ДАННЫХ

Рассматривается методика, которая позволяет добиться быстрой согласованности экспертных данных, представленных в виде матрицы парных сравнений. Она базируется на особенностях математической структуры матрицы парных сравнений при использовании метрики Т. Саати. Методика позволяет автоматизировать процесс поиска согласованных решений. Может быть применена в автоматизированных локальных экспертных системах при анализе различных процессов, в том числе и экономических (например, оценки деятельности менеджеров фирм, персонала в электронном бизнесе и др.), в обучающих экспертных системах, системах тестирования знаний, мультиагентных системах обучения и др.

**Ключевые слова:** Матрица парных сравнений, шкала Т. Саати, экспертные системы, согласованность данных, вектор относительных приоритетов, нормализация главного собственного вектора, транзитивность элементов матрицы суждений, ранг матрицы, собственное значение матрицы.

### Введение

**Постановка проблемы.** В современных условиях быстрого развития информационных технологий и связанного с этим расширения информационного пространства постиндустриальное общество ускоренными темпами преобразуется в информационное. При этом информация стала одним из важных стратегических ресурсов, что привело к широкому развитию экспертных систем, обрабатывающих большие объемы информации.

С ростом числа сравниваемых факторов метод парных сравнений, несмотря на свою простоту применения, не позволяет получить быстро хороший результат. Только используя повторные «встречи» экспертов, обсуждение полученных ранее результатов, а также привлечение группы экспертов для выработки коллективных решений позволяют добиться приемлемой согласованности в исходных данных, которые подлежат обработке. Согласование мнений экспертов представляет актуальную задачу для специалистов, использующих различные экспертные системы.

**Анализ последних исследований и публикаций.** В известной методике [1] оценка согласованности экспертных данных, представляемых в виде матрицы парных сравнений с использованием шкалы Т. Саати, производится с помощью оценки согласованности  $I_s$ . Этот показатель рассчитывается по формуле:

$$I_s = \frac{\lambda_{\max} - n}{n - 1}$$

где  $n$  – порядок матрицы парных сравнений  $A = \{a_{ij}\}$ ,  $i, j = 1, 2, \dots, n$ ;  $\lambda_{\max}$  – максимальное или главное собственное значение матрицы  $A$ .

Матрица используется для вычисления вектора  $W = \{W_i\}$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$  – вектора относительных приоритетов для сравниваемых факторов  $F_1, F_2, \dots, F_n$ .

Вектор  $W$  получается в результате нормализации главного собственного вектора  $V = \{V_1, V_2, \dots, V_n\}$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$  матрицы  $A$ , соответствующего значению  $\lambda_{\max}$ .

Если  $I_s < 0,1$ , то считается, что исходные данные, т. е. полученные экспертные данные  $a_{ij} \in A$ , практически согласованные.

Если значение  $I_s > 0,1$ , то представленные экспертные данные считаются несогласованными, их не рекомендуется использовать для прогнозирования, для принятия каких-либо решений и т. п. Несогласованность проявляется как следствие нарушения транзитивности элементов матрицы суждений  $A$ , которая возрастает с увеличением порядка матрицы  $n$ .

Попарно сравнивая элементы множества  $F_1, F_2, \dots, F_n$  и заполняя матрицу  $A$ , эксперт должен выполнить  $k = n \cdot (n - 1) / 2$  сравнений. При значении  $n > 5$ , как правило, в первых турах экспертизы не удается не нарушить свойство транзитивности. В этом случае матрица  $A$  получается несогласованной.

Между тем свойства матрицы  $A$  позволяют построить простую процедуру, которая требует обязательных только  $(n - 1)$  парных сравнений и возможно некоторого дополнительного их количества для уточнения согласованного решения.

**Формулировка цели статьи.** Целью статьи является разработка методики быстрого согласования экспертных данных, представленных в виде матрицы парных сравнений ( $A$ ).

### Изложение основного материала

Рассмотрим основные свойства такой матрицы. Матрица парных сравнений  $A$  с использованием шкалы оценок Т. Саати относится к положительным квадратным обратным симметричным матрицам. Матрица  $A$  имеет следующую структуру:

1. Элементы матрицы, расположенные на главной диагонали, равны 1, т. е.  $a_{ij} = 1$ ,  $i, j = 1, 2, \dots, n$ .

2. Элементы матрицы, расположенные симметрично относительно ее главной диагонали, обратны симметричны, т. е.

$$a_{ji} = 1/a_{ij}, \quad i, j = 1, 2, \dots, n; i \neq j.$$

Для согласованной матрицы  $A$  справедливы следующие эквивалентные утверждения:

- 1) матрица  $A$  имеет ранг, равный единице;
- 2) матрица  $A$  имеет единственное собственное значение  $\lambda = \lambda_{\max}$ ;
- 3) строки матрицы  $A$  инвариантны, т. е. каждая строка является положительным кратным любой заданной строки (кардинальное свойство согласованной матрицы).

Указанные свойства позволяют в процессе получения экспертных данных выполнить только  $(n-1)$  парных сравнений для формирования любой строки матрицы суждений. Лучше это сделать для первой строки. Затем, используя свойство кардинальности, сформировать согласованную матрицу парных решений. Далее предложить эксперту «работать» с такой матрицей, элементы которой теперь будут «выступать» как динамические подзадачи в дальнейшей работе эксперта.

Учитывая вышеизложенное, методика быстрого согласования экспертных данных должна включать выполнение следующих шагов.

1-й шаг. Задание матрицы  $A$

$$A = \{ a_{ij} \} = 1, \quad i, j = 1, 2, \dots, n$$

2-й шаг. Формирование 1-й строки матрицы осуществляет эксперт:

$$a_{1j} = 1, \quad a_{12}, \quad a_{13}, \dots, \quad a_{1n},$$

где  $a_{ij}, j = 2, \dots, n$  - данные, поступающие от эксперта.

Это обязательный начальный итог адаптации. В соответствии со свойством обратной симметричности будет сформирован и первый столбец матрицы.

3-й шаг. Формирование инвариантных строк матрицы (их количество равно  $n-1$ ):

$$a_{ij} = a_{i1} * a_{1j}, \quad i = 2, \dots, n, \quad j = 1, \dots, n.$$

Для сформированной матрицы имеет место  $\lambda_{\max} = n$  и  $I_s = 0$ .

4-й шаг. Приведение элементов матрицы к шкале Т. Саати. Такое приведение проводится с целью удобства работы эксперта при последующей коррекции элементов матрицы  $A$ .

Для преобразования элементов  $a_{ij}$  текущей матрицы  $A$  служит табл/ 1. Выполняя сканирование строк матрицы для всех  $a_{ij} \geq 1$ , выбирают значения из правого столбца. Значения для симметричных элементов матрицы находят по ее свойству:  $a_{ji} = 1/a_{ij}$

5-й шаг. Анализируя результаты начальной адаптации, эксперт по своему усмотрению корректирует значения элементов матрицы  $A$  (после приведения ее к шкале Т. Саати), контролируя свои действия с помощью текущих оценок согласованности  $\lambda_{\max}$  и  $I_s$ .

Таблица 1

Таблица приведения значений элементов матрицы к шкале Т. Саати

Текущее значение элемента $a_{ij}$	Результат приведения
$1 \leq a_{ij} < 1,5$	1
$1,5 \leq a_{ij} < 2,5$	2
$2,5 \leq a_{ij} < 3,5$	3
$3,5 \leq a_{ij} < 4,5$	4
$4,5 \leq a_{ij} < 5,5$	5
$5,5 \leq a_{ij} < 6,5$	6
$6,5 \leq a_{ij} < 7,5$	7
$7,5 \leq a_{ij} < 8,5$	8
$8,5 \leq a_{ij}$	9

Рассмотрим на примере согласование экспертных данных, используя предложенную методику.

1-й шаг. Пусть исходная матрица  $A$  имеет порядок  $n = 6$  (табл. 2).

Таблица 2

Исходная матрица  $A$

	$F_1$	$F_2$	$F_3$	$F_4$	$F_5$	$F_6$
$F_1$	1					
$F_2$		1				
$F_3$			1			
$F_4$				1		
$F_5$					1	
$F_6$						1

2-й шаг. Начальный этап работы эксперта - заполнение первой строки матрицы (табл. 3).

Таблица 3

Заполнение первой строки матрицы

	$F_1$	$F_2$	$F_3$	$F_4$	$F_5$	$F_6$
$F_1$	1	4	3	1	3	4
$F_2$	1/4	1				
$F_3$	1/3		1			
$F_4$	1			1		
$F_5$	1/3				1	
$F_6$	1/4					1

3-й шаг. Формирование остальных строк матрицы, кратных 1-й строке, достигается путем умножения 1-й строки на соответствующие элементы 1-го столбца (табл. 4).

4-й шаг. Приведение матрицы, полученной на 3-м шаге, к шкале Т. Саати, используя табл/ 1 (табл. 5).

5-й шаг. Коррекция отдельных элементов матрицы. Пусть принимается решение об изменении значений во второй строке

$$a_{23} = 4; \quad a_{24} = 1; \quad a_{25} = 1/2.$$

Получаем характеристики согласованности:

Таблиця 4  
Формирование матрицы

	F <sub>1</sub>	F <sub>2</sub>	F <sub>3</sub>	F <sub>4</sub>	F <sub>5</sub>	F <sub>6</sub>
F <sub>1</sub>	1	4	3	1	3	4
F <sub>2</sub>	0,25	1	0,75	0,25	0,75	1
F <sub>3</sub>	0,33	1,33	1	0,33	1	1,33
F <sub>4</sub>	1	4	3	1	3	4
F <sub>5</sub>	0,33	1,33	1	0,33	1	1,33
F <sub>6</sub>	0,25	1	0,75	0,25	0,75	1

Таблиця 5  
Приведение матрицы к шкале Т. Саати

	F <sub>1</sub>	F <sub>2</sub>	F <sub>3</sub>	F <sub>4</sub>	F <sub>5</sub>	F <sub>6</sub>
F <sub>1</sub>	1	4	3	1	3	4
F <sub>2</sub>	1/4	1	1	1/4	1	1
F <sub>3</sub>	1/3	1	1	1/3	1	1
F <sub>4</sub>	1	4	3	1	3	4
F <sub>5</sub>	1/3	1	1	1/3	1	1
F <sub>6</sub>	1/4	1	1	1/4	1	1

$$\lambda_{\max} = 6,428; I_s = 0,086$$

Вектор  $V = \{0,329; 0,128; 0,079; 0,261; 0,112; 0,091\}$ .

Полученный здесь результат лучше по согласованности, чем в [2].

## Выводы

Предложенная методика может быть рекомендована для использования в автоматизированных локальных экспертных системах при анализе различных процессов, в том числе и экономических

(например, оценки деятельности менеджеров фирм, персонала в электронном бизнесе и др.), в обучающих экспертных системах, системах тестирования знаний, мультиагентных системах обучения и др.

В диалоговом режиме удобно реализовывать пошаговую коррекцию матрицы, выполняемую экспертом в процессе поиска приемлемого решения.

Эксперименты с матрицами высокого порядка ( $n > 10$ ) подтвердили предварительный вывод о том, что количество шагов коррекции  $k$  всегда меньше  $n$  ( $k < n$ ).

Предварительный этап начальной адаптации очень важен. Его значимость может существенно возрасти, если предложить экспертам упорядочить элементы множества  $F_1, F_2, \dots, F_n$  в соответствии со своими индивидуальными «интересами» (опытом, знанием проблемы и т. д.).

Реализация такого ранжирования не вызывает никаких проблем в автоматизированных диалоговых системах.

## Список литературы

1. Саати Т. Аналитическое планирование. Организация систем / Т. Саати, К. Кернс. - М.: Радио и связь, 1991. - 224 с.

2. Саати Т. Принятие решений. Метод анализа иерархий / Т. Саати. - М.: Радио и связь. 1993. - 320 с.

Поступила в редколлегию 28.09.2012

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф. Е.П. Пуятин, Харьковский национальный университет радиоэлектроники, Харьков.

## МЕТОДИКА УЗГОДЖЕННЯ ЕКСПЕРТНИХ ДАНИХ

В.І. Плоткін, К.В. Огурцова, О.В. Вільхівська

*Розглядається методика, яка дозволяє домогтися швидкої узгодженості експертних даних, поданих у вигляді матриці парних порівнянь. Вона базується на особливостях математичної структури матриці парних порівнянь при використанні метрики Т. Сааті. Методика дозволяє автоматизувати процес пошуку узгоджених рішень; може бути використана в автоматизованих локальних експертних системах щодо аналізу різних процесів, у тому числі й економічних (наприклад, оцінки діяльності менеджерів фірм, персоналу в електронному бізнесі та ін.), у навчальних експертних системах, системах тестування знань, мультиагентних системах навчання та ін.*

**Ключові слова:** матриця парних порівнянь, шкалою Т. Сааті, експертні системи, узгодженість даних, вектор відносних пріоритетів, нормалізація головного власного вектора, транзитивність елементів матриці суджень, ранг матриці, власне значення матриці.

## METHOD OF CONCORDANCE OF EXPERT DATA

V.I. Plotkin, E.V. Ogurtsova, O.V. Vilhivska

*The method, which allows to obtain rapid coordination of the expert data presented as matrix of pair comparison, is considered. It is based on the features of mathematical structure of matrix of pair comparison using of T. Saati birth-certificate. The method allows to automatize the process of the coordinated decisions. Can be used in automated systems, local expert in the analysis of various processes, including economic (eg, evaluation of firm managers, staff, e-business, etc.), in the training of expert systems, knowledge testing, multi-agent systems, training, etc.*

**Keywords:** the matrix of pairwise comparisons, the scale of T. Saaty, expert systems, data consistency, the vector of relative priorities, the normalization of the main eigenvector, transitivity elements of judgment, rank, eigenvalues of the matrix.