УДК 519.86:005.52-048.34

АНАЛІЗ МЕТОДІВ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ БАГАТОКРИТЕРІАЛЬНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ В УПРАВЛІННІ ПІДПРИЄМСТВОМ

Малярець Людмила Михайлівна, д.е.н., професор кафедри вищої математики і ЕММ Харківського національного економічного університету імені Семена Кузнеця, м. Харків,
Мінєнкова Олена Вадимівна, викладач кафедри вищої математики і ЕММ Харківського національного економічного університету імені Семена Кузнеця, м. Харків

Анотація — **Наведено переваги і недоліки сучасних методів розв'язування задач багатокритеріальної оптимізації, які отримано на основі детального аналізу кожної групи методів, виокремлених за ознакою функцій особи, що приймає рішення (ОПР). Вибір методу розв'язування залежить як від його переважаючих можливостей, так і від мети моделювання.**

Ключові слова — **задачі багатокритеріальної оптимізації, методи розв'язування, аналіз, переваги і недоліки.**

Виконання умов комплексності, системності та повномасштабності в управлінні підприємством забезпечується на основі врахування багатовимірності та багатокритеріальності його діяльності. В сучасних умовах методи багатовимірного статистичного аналізу та методи багатокритеріальної оптимізації добре розвинені, проблема залишається у виборі найкращого метода для розв'язування тієї чи іншої задачі в управлінні підприємством.

Доцільно серед багатокритеріальних оптимізаційних задачах (БОЗ) виокремлювати чотири типа задач, а саме: 1) задачі оптимізації на множині цілей, кожна з яких повинна бути врахована при виборі оптимального розв'язку. До цього типу відносяться задачі складання плану роботи підприємства, в якій критеріями є економічні показники; 2) задачі оптимізації на множині об'єктів, якість функціонування кожного з яких оцінюється окремими критеріями. Це задача розподілу дефіцитного ресурсу між підприємствами, при цьому критерієм оптимальності є ступінь задоволення їх потреб в ресурсі або отримання максимуму прибутку; 3) задача оптимізації на множині умов функціонування, де відповідно до кожної якість функціонування оцінюється деяким частинним критерієм; 4) задачі оптимізації на множині етапів функціонування, де якість управління на кожному з них оцінюється частинним критерієм, а загальна якість – загальним векторним критерієм. Прикладом даного типу задач є задача розподілу квартального плану цеха за декадами із критерієм максимізації завантаження в кожній декаді кварталу [1]. Проте найбільш важливою із класифікаційних ознак методів багатокритеріальної оптимізації є ознака за функціями особи, яка приймає рішення (ОПР), а саме: 1) методи пошуку оптимального розв'язку без участі ОПР; 2) апостеріорні методи; 3) апріорні методи; 4) інтерактивні методи [2 – 5]. В першій групі методів вирішальне правило або безпосередній критерій будується без участі ОПР на основі деякої аксіоматики. Тут задача складається в пошуку деякого компромісного розв'язку зазвичай в «центральній частині» фронту Парето. До цієї групи методів належать методи глобального критерію і метод нейтрального компромісного розв'язку. Відмінністю апостеріорних методів є уточнення розв'язку багатокритеріальних оптимізаційних задач ОПР на основі своїх переваг після того, як отримана деяка множина не домінуючих розв'язків. Дані методи ґрунтуються на апроксимації фронту Парето та передбачають використання еволюційних алгоритмі. Загальним недоліком даних методів є великі обчислювальні затрати.

В методах, що утворюють групу апріорних методів розв'язання БОЗ ОПР вносить коригування до початку реалізації обчислювальної процедури, яка зазвичай спрямована на зведення багатокритеріальної задачі до однокритеріальної. Сюди відносять методи скалярної згортки, метод обмежень, лексикографічне упорядкування та методи цільового програмування.

Безумовну перевагу мають ітеративні методи БОЗ завдяки організації їх обчислювального алгоритму в діалоговому режимі та постійному контролі параметрів обчислення ОПР. До структурованих ітеративних методів відносяться метод Джоффріона-Дайєра-Файнберга (GDF), метод Зайонца-Валеніуса, метод Штойєра, метод Штойєра-Чу для нелінійних задач. Так, наприклад, метод Джоффріона-Дайєра-Файнберга (GDF) ґрунтується на ідеях відомого метода Френка-Вулфа розв'язування випуклих задач оптимізації, який має істотну перевагу над іншими – швидку збіжність. Якщо положити, що функції $f_i(x),\ (i=\overline{1,k})$ увігнуті та диференційовані, і ОПР має свої вподобання у вигляді увігнутої диференційованої функції корисності $U(y)$. Проблема складається в тім, щоб знайти максимум $\max\limits_{x\in X} U(f(x))$, де функція $U(y)$ невідома ОПР. В методі Джоффріона-Дайєра-Файнберга для розв'язання даної задачі пропоновано застосувати ітеративну процедуру, яка ґрунтується на методі Френка-Вулфа та дозволяє не будувати функцію корисності на всьому просторі. Якщо x_l – поточна точка, необхідно знайти апроксимацію $gradU(f(x))\big|_{x=x_l}$. Похідні $\frac{\partial f_i}{\partial x_j}$ можна знайти, оскільки функції $f_i(x),\ (i=\overline{1,k})$ задані, а похідні $\frac{\partial U}{\partial y_i}$ знаходять, використовуючи процедуру апроксимації поверхні байдужості функції корисності в точці $y_l = f(x_l)$ критеріального простору. В даному методі ОПР будує градієнт функції корисності и вказує максимум функції корисності на відрізку. Складність появляється, якщо кількість критеріїв більше двох. Слід відмітити, що і процедура побудови градієнта функції корисності, яка передбачає багатократне попарне порівняння критеріальних поступок, є складною. Все це ускладнює застосування даного методу для розв'язування реальних економічних задач.

В методі Зайонца-Валеніуса визначення уподобань ОПР спрямовано на зменшення невизначеності у встановленні значень вагових коефіцієнтів. В даному методі розглядається лінійна БОЗ $y \to max, y = Cx, X = \{x \in R^n \mid Ax \le b\}$. Передбачається, що функція корисності також лінійна $U(y) = \sum\limits_{i=1}^{k} \lambda_i y_i$, $\sum\limits_{i=1}^{k} \lambda_i = 1, \lambda_i \ge 0, i = \overline{1,k}$. Вважається, що перед черговою ітерацією відомий конус, якому належить вектор ваги λ. Задача ітерації складається в тім, щоб звузити цей конус. Для звуження конуса використовуються результати порівняння точок в просторі критеріїв. Якщо всі сусідні вершини множини X виявились гірші, ніж $\tilde{x}_l$, то з огляду, що задача лінійна, знайдено оптимальну вершину. В даному методі недоліком є багатократне порівняння двох багатовимірних альтернатив.

В методі Штойєра лінійність функції корисності не обов'язкова. Лінійна згортка використовується лише для апроксимації уподобань. В методі перед початком $(l+1)$-ї ітерації відомі величини p_i^l, q_i^l, де $\lambda_i \in [p_i^l, q_i^l], i = \overline{1,m}$. На самій ітерації генерується велика кількість (порядку $N = 50m$) наборів ваги $\lambda^s = (\lambda_1^s, ..., \lambda_m^s), s = \overline{1,N}$ рівномірно розподілених на $[p^l, q^l]$, де $p^l = (p_1^l, ..., p_m^l), q^l = (q_1^l, ..., q_m^l)$. Точки нормуються $\sum\limits_{i=1}^{m} \lambda_i^s = 1, s = \overline{1,N}$. Далі виконується фільтрація точок так, щоб залишилось точок $S=3m$, які добре представляють множину $[p^l, q^l]$. Розв'язуються задачі $\max_{x\in X}(\tilde{\lambda}^s, Cx)$ для всіх $\tilde{\lambda}^s, s=\overline{1,S}$. В результаті чого визначаються відповідні точки максимуму $\tilde{x}(s)$. Розглядаючи вектори $f(x(s)), s=\overline{1,S}$ та відповідний вектор $\tilde{\lambda}^s$, який позначається як λ^{l+1}. Будується новий паралелепіпед $[p^{l+1}, q^{l+1}]$, де $p^{l+1}=\lambda^{l+1}-\frac{r^l}{2}$, $q^{l+1}=\lambda^{l+1}+\frac{r^l}{2}$, де $r\in(0,1)$ – число, яке характеризує швидкість стиснення (воно, як правило, задається раніше). Недоліком даного методу є те, що стиснення паралелепіпеда відбувається зі швидкістю, яка не залежить від ОПР, тому даний метод може не зійтись до найбільш вподобаного розв'язку (при дуже швидкому стисненні воно може бути відсіченим). Метод є складним, оскільки ОПР потрібно вибирати з $3m$ багатокритеріальних альтернатив.

Метод Штойєра-Чу застосовується для розв'язування нелінійних задач з реалізацією ідей метода Штойєра. В нелінійній задачі пропонується використовувати чебишевські згортки, які зв'язані з ідеальною точкою. Даний метод відрізняється від метода Штойєра тільки тим, що замість лінійної функції з вагами використовується функція Чебишева $\rho_\lambda(y, y^*)=\max_{i=1,\ldots,m}(\lambda_i|y_i^*-y_i|)$. При цьому всі складності метода Штойєра зберігаються і добавляються нові, пов'язані з нелінійністю задачі.

Характерною рисою структурованих методів є використання: 1) градієнтів; 2) вагових коефіцієнтів; 3) цільових точок; 4) обмежень.

Отже, знання переваг та недоліків кожного методу розв'язування БОЗ надають широкі можливості для управління діяльністю підприємства, а саме: визначення реально можливого досягнення максимального рівня ефективності діяльності, визначення умов стійкості функціонування підприємства зі збереженням відповідного рівня ефективності діяльності, отримання оптимальних значень показників діяльності, які можна використовувати як еталонні при здійсненні оцінки діяльності та обґрунтування планових і бажаних значень показників при розробленні та коригуванні стратегій на підприємстві.

Список використаної літератури

1. Экономико-математические методы и модели : [учеб. пособие] / под общ. ред. А. В. Кузнецова. – Мн. : БГЭУ, 1999. – 416 с.
2. Малярець Л. М. Багатокритеріальна оптимізаційна задача управління ефективністю виробничо-господарської діяльності підприємства / Л. М. Малярець, Б. В. Сінкевич, А. В. Жуков // Проблеми економіки. – 2013. – № 4. – С. 392–400.
3. Y.Jin, M.Olhofer; B.Sendhoof. A framework for evolutionary optimization with approximate fitness functions. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, Vol.6, No.5, pp.481-494, 2002.
4. K.Rasheed, H.Hirsh, 2000. Informed operators: Speeding up genetic-algorithm-based design optimization using reduced models. In Proceedings of the Genetic and Evolutionary Computation Conference (GECCO-2000), Las Vegas, Morgan Kaufmann, pp. 628–635, 2000.
5. A.Persson, H.Grimm, A.Ng. Metamodel-assisted global search using a probing technique. In Proceedings of The IAENG International Conference on Artificial Intelligence and Applications (ICAIA'07), 2007.

Автори

Малярець Людмила Михайлівна, д.е.н., профессор кафедри вищої математики і ЕММ Харківського національного економічного університету імені Семена Кузнеця, м. Харків, Україна, kafmath@hneu.edu.ua

Мінєнкова Олена Вадимівна, викладач кафедри вищої математики і ЕММ Харківського національного економічного університету імені Семена Кузнеця, м. Харків

Тези доповіді надійшли 09 січня 2017 року

Опубліковано в авторській редакції.