

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ**

**ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ ЕКОНОМІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
ІМЕНІ СЕМЕНА КУЗНЕЦЯ**

**ТЕОРІЯ ЙМОВІРНОСТЕЙ, ЙМОВІРНІСНІ  
ПРОЦЕСИ ТА МАТЕМАТИЧНА  
СТАТИСТИКА**

**Робоча програма  
для студентів спеціальності  
122 "Комп'ютерні науки та інформаційні технології"  
першого (бакалаврського) рівня**

**Харків  
ХНЕУ ім. С. Кузнеця  
2017**

УДК 519.21/.22(07.034)

Т33

**Укладач** Т. В. Денисова

Затверджено на засіданні кафедри вищої математики й економіко-математичних методів.

Протокол № 5 від 07.12.2016 р.

*Самостійне електронне текстове мережеве видання*

**Теорія ймовірностей, імовірнісні процеси та математична статистика** : робоча програма для студентів спеціальності 122 "Комп'ютерні науки та інформаційні технології" першого (бакалаврського) рівня [Електронний ресурс] / уклад. Т. В. Денисова. – Харків : ХНЕУ ім. С. Кузнеця, 2017. – 75 с.

Подано тематичний план навчальної дисципліни та її зміст за змістовими модулями й темами. Вміщено: професійні компетентності, якими повинен володіти студент після вивчення дисципліни; плани лекцій, практичних та лабораторних занять; матеріали для закріплення знань (завдання для самостійної роботи, контрольні запитання); методики активізації процесу навчання та критерії щодо оцінювання знань студентів.

Рекомендовано для студентів спеціальності 122 "Комп'ютерні науки та інформаційні технології" першого (бакалаврського рівня) всіх форм навчання.

**УДК 519.21/.22(07.034)**

© Харківський національний економічний  
університет імені Семена Кузнеця, 2017

## Вступ

Сучасні економічні умови, в яких функціонують вітчизняні підприємства, характеризуються високим рівнем невизначеності та динамічності факторів зовнішнього середовища. Усе це сприяє виникненню несприятливих ситуацій, що супроводжуються конфліктністю економічних інтересів і відсутністю повної та достовірної інформації. Можливість уникнення невизначеності обумовлюється ґрунтовною фаховою підготовкою не тільки майбутніх фахівців-економістів та керівників підприємства, а й спеціалістів із сучасних комп'ютерних технологій, які б ураховували всі аспекти сучасної практики господарювання.

Навчальна дисципліна "Теорія ймовірностей, імовірнісні процеси та математична статистика" є невід'ємною частиною базової математичної підготовки студентів, яка передбачає опанування методів дослідження так званих масових процесів і явищ. Її складові частини ("Теорія ймовірностей", "Математична статистика", "Ймовірнісні процеси") тісно пов'язані між собою: теорія ймовірностей є теоретичним підґрунтям, на якому базується як теорія випадкових процесів, так і методи дослідження в математичній статистиці.

Математичний апарат навчальної дисципліни є необхідним під час вивчення дисциплін, пов'язаних з теоріями інформації, алгоритмів і програм, процесів управління, масового обслуговування тощо, а також може бути безпосередньо застосованим для розв'язання багатьох прикладних задач фахової спрямованості.

Навчальна дисципліна "Теорія ймовірностей, імовірнісні процеси та математична статистика" є базовою і вивчається згідно з навчальним планом підготовки фахівців спеціальності 122 "Комп'ютерні науки та інформаційні технології" першого (бакалаврського рівня) всіх форм навчання. Вивчення цієї навчальної дисципліни спирається на знання шкільного курсу математики і попередні знання, отримані під час вивчення таких навчальних дисциплін, як: "Математичний аналіз", "Лінійна алгебра та аналітична геометрія" та "Дискретна математика".

Програма навчальної дисципліни розрахована на один семестр і передбачає проведення лекційних, практичних, лабораторних занять та самостійну роботу; містить 9 тем, для кожної з яких наведено перелік питань, що розкривають її зміст. Значна частина питань за кожною темою відведена для самостійної роботи студентів.

## 1. Опис навчальної дисципліни

Найменування показників	Галузь знань, спеціальність, освітній ступінь	Характеристика навчальної дисципліни	
		денна форма навчання	заочна форма навчання
Кількість кредитів: денна форма навчання – 5; заочна форма навчання – 5	Галузь знань 12 "Інформаційні технології"	Базова	
Змістових модулів – 2	Спеціальність 122 "Комп'ютерні науки та інформаційні технології"	Рік підготовки	
Загальна кількість годин: денна форма навчання – 150; заочна форма навчання – 150		2-й	2-й
		Семестр	
		4-й	4-й
		Лекції	
Тижневих годин для денної форми навчання: аудиторних – 4; самостійної роботи – 4,65		34 год	8 год
	Практичні		
	18 год	8 год	
	Лабораторні		
	16 год	–	
	Самостійна робота		
	78 год	130 год	
	Передекзаменаційні консультації		
	2 год	2 год	
	Вид контролю		
екзамен			
2 год	2 год		
	Освітній ступінь: бакалавр		

Співвідношення кількості годин аудиторних занять до кількості годин, відведених на самостійну роботу, становить:

для денної форми навчання – 83 %;

для заочної форми навчання – 12 %.

## 2. Мета та завдання навчальної дисципліни

**Об'єктом** вивчення теорії ймовірностей (ТЙ) є масові однорідні випадкові явища і процеси.

**Предмет** ТЙ – вивчення закономірностей масових однорідних випадкових (імовірних, стохастичних) явищ.

**Об'єктом** вивчення математичної статистики (МС) є стохастичні та детерміновані масові явища і процеси.

**Предмет** МС складає розроблення методів наукового аналізу масових явищ з метою визначення їх узагальнюючих характеристик і виявлення статистичних закономірностей.

**Метою** вивчення ТЙ є побудова та застосування математичних моделей явищ, що враховують вплив випадку, аналіз результатів, одержаних за допомогою ймовірнісних моделей.

**Метою** вивчення МС є формування: навичок первинного оброблення статистичних даних, зображення й аналізу кількісної інформації, поданої в різних формах (у вигляді таблиць, діаграм, графіків реальних залежностей); знань про основні статистичні методи, а саме: методи оцінювання параметрів та перевірки статистичних гіпотез; навичок порівняння ймовірностей появи випадкових подій із результатами конкретних статистичних експериментів.

Для досягнення мети поставлені такі основні **завдання**:

засвоєння основних принципів побудови та застосування математичних моделей явищ, що враховують вплив випадку із використанням відомих законів розподілу (ймовірностей) одновимірних і багатовимірних випадкових величин;

здатність до виявлення закономірностей випадкових явищ, застосування методів статистичного оброблення даних та оцінювання стохастичних процесів реального світу;

оволодіння навичками самостійного здійснення аналізу результатів, одержаних за допомогою ймовірнісних моделей, з використанням сучасної комп'ютерної техніки та програмно-математичних комплексів під час вирішення прикладних і наукових завдань у галузі інформаційних систем і технологій.

У процесі навчання студенти отримують необхідні знання під час проведення аудиторних занять (лекційних, практичних, лабораторних)

та самостійної роботи. Велике значення в процесі вивчення та закріплення знань має самостійна робота студентів, кількість годин на яку становить 55 % від загальної кількості годин, відведених на вивчення навчальної дисципліни. Усі види занять розроблені відповідно до Європейської кредитно-трансферної системи.

У результаті вивчення навчальної дисципліни студент повинен:

**знати:**

існуючі підходи до кількісної характеристики ступеня можливості появи випадкових подій;

теореми і розрахункові формули, на яких ґрунтується визначення ймовірностей випадкових подій (сумісних і несумісних, залежних і незалежних);

основні закони розподілу випадкових величин (нормальний, показниковий та ін.);

закон великих чисел і центральну граничну теорему;

класифікацію випадкових процесів та елементи теорії черг;

загальний підхід до побудови математичної моделі масового явища (процесу) вибіркоvim методом;

статистичні оцінки параметрів генеральної сукупності; вимоги, яким повинні відповідати статистичні оцінки; означення точкових та інтервальних оцінок і визначення їх точності;

основи дисперсійного аналізу та теорії кореляції і регресії;

**вміти:**

визначати ту чи іншу ймовірнісну міру випадкової події;

знаходити числові характеристики одновимірної та багатовимірної випадкової величини або випадкової функції, системи випадкових величин чи функцій;

визначати закон розподілу випадкової величини та обчислювати її числові характеристики за відомим законом її розподілу;

застосовувати ймовірнісні моделі для оцінювання ризику, шансів в іграх, для прийняття рішення в ситуаціях, що залежать від випадку;

проводити збирання кількісної інформації (статистичного матеріалу) для вивчення закономірностей масового явища;

зображати результати експериментів, спостережень, опитувань у вигляді таблиць, графіків, діаграм; інтерпретувати таблиці, графіки, діаграми, схеми;

обчислювати та застосовувати різні вибіркові характеристики;  
 оцінювати невідомі параметри за статистичними даними;  
 перевіряти гіпотези за статистичними даними;  
 порівнювати ймовірності випадкових подій, числові характеристики випадкових величин із відповідними статистичними характеристиками;  
 створювати та досліджувати математичні та програмні моделі обчислювальних та інформаційних процесів, пов'язаних з функціонуванням об'єктів професійної діяльності.

Сучасною тенденцією у вищій освіті є переорієнтація студентів вищих навчальних закладів з процесу навчання на результат, із знань на вміння. Тож у процесі викладання навчальної дисципліни "Теорія ймовірностей, імовірнісні процеси та математична статистика" основна увага приділяється оволодінню студентами професійними компетентностями, що наведені в табл. 2.1.

Таблиця 2.1

**Професійні компетентності, які отримують студенти  
 після вивчення навчальної дисципліни**

Код компетентності	Назва компетентності	Складові компетентності
1	2	3
КЗН.01*	Грунтовна математична підготовка з теорії ймовірностей, математичної статистики та елементів теорії імовірнісних процесів з їх подальшим застосуванням до розв'язання прикладних задач	Відстежувати основні тенденції та напрями розвитку математичної науки, визначати основні прогностичні результати або наслідки подальшого розвитку процесу, самостійно працювати з математичною і науково-технічною літературою
		Застосовувати метод зведення складного завдання до простого, тобто розкладання окремих складних частин на більш прості з подальшим аналізом інформації для обґрунтування прийнятих рішень
		Аналізувати, теоретично й експериментально досліджувати методи, алгоритми та програми апаратно-програмних комплексів і систем

Закінчення табл. 2.1

1	2	3
КЗП.02**	Ґрунтова підготовка з теоретичних, методичних і алгоритмічних основ інформаційних технологій для використання математичного апарату під час вирішення прикладних і наукових завдань у галузі інформаційних систем і технологій	Визначати ймовірнісні міри випадкових подій і випадкових величин
		Визначати числові характеристики одновимірних і двовимірних випадкових величин
		Проводити аналіз незалежності чи взаємної залежності випадкових величин
		Розпізнавати серед розподілів випадкових величин, що зустрічаються на практиці, основні розподіли випадкових величин
КСП.03***	Знання закономірностей випадкових явищ і вміння застосовувати ймовірнісно-статистичні методи для вирішення професійних завдань	Здійснювати оброблення статистичного матеріалу (вибірки) для побудови математичної моделі масового явища
		Визначати обґрунтований вибір гіпотези про розподіл генеральної сукупності
		Застосовувати існуючі методи визначення точкових та інтервальних оцінок невідомих параметрів
		Здійснювати перевірку адекватності побудованої моделі за новою вибіркою
		Визначати тип систем масового обслуговування (СМО) згідно з теорією марківських процесів
		Прогнозувати перебіг масового явища залежно від зміни характеристик його чинників

\* КЗН – компетентності загальнонаукові;

\*\* КЗП – компетентності загальнопрофесійні;

\*\*\* КСП – компетентності спеціалізовано-професійні.

Структуру складових професійних компетентностей та їх формування відповідно до Національної рамки кваліфікацій України наведено в додатку А.



### **3. Програма навчальної дисципліни**

#### **Змістовий модуль 1. Теорія ймовірностей**

##### **Тема 1. Імовірнісні міри. Дискретний і неперервний імовірнісні простори**

###### *1.1. Основні поняття теорії ймовірностей.*

Мета, об'єкт, предмет та основні завдання ТЙ. Детерміновані (передбачувані) й стохастичні (непередбачувані) експерименти. Елементарні випадкові події (наслідки), простір наслідків. Випадкові події та їх класифікація. Операції над подіями, алгебра подій. Означення ймовірності (ймовірнісної міри) випадкової події: класичне, статистичне, геометричне. Основні властивості ймовірності. Аксиоматичний підхід до побудови ТЙ.

###### *1.2. Основні теореми ТЙ та їх застосування.*

Теореми про ймовірність суми подій. Залежні та незалежні події. Умовна ймовірність. Теореми про ймовірність добутку подій. Застосування теорем ТЙ для оцінювання надійності роботи технічних систем. Формула повної ймовірності та формула Байєса.

###### *1.3. Схема незалежних випробувань (схема Бернуллі).*

Незалежні випробування з двома наслідками. Ймовірність настання успіху  $k$  (від  $k_1$  до  $k_2$ ) разів. Найімовірніше число появи події у  $n$  випробуваннях за схемою Бернуллі. Граничні теореми для схеми Бернуллі: теорема Муавра – Лапласа (локальна й інтегральна), теорема Пуассона, та наслідки з них.

##### **Тема 2. Одновимірні випадкові величини, їх розподіли та числові характеристики**

###### *2.1. Дискретні випадкові величини (ВВ).*

Означення дискретної ВВ як числової функції, заданої на множині елементарних подій. Закон розподілу ймовірностей та способи його задання. Функція розподілу ймовірностей дискретної ВВ, її основні властивості та застосування до обчислення ймовірностей  $P(\xi < x)$ ,  $P(\xi \geq x)$ ,  $P(a < \xi < b)$ . Основні розподіли дискретних ВВ: біноміальний, геометричний, гіпергеометричний, пуассонівський.

## *2.2. Неперервні ВВ.*

Означення неперервної ВВ. Функція розподілу та щільність розподілу неперервної ВВ, їх властивості та зв'язок між ними. Обчислення ймовірності попадання значень неперервної ВВ у заданий інтервал (проміжок) за допомогою функції розподілу і щільності розподілу. Основні розподіли неперервних ВВ: рівномірний, показниковий, нормальний.

## *2.3. Числові характеристики одновимірних ВВ.*

Математичне сподівання (центр розподілу, середнє значення); дисперсія (розсіювання), їх властивості; середнє квадратичне відхилення; моменти, мода, медіана, асиметрія, ексцес.

*2.4. Числові характеристики основних розподілів дискретних та неперервних ВВ.*

## **Тема 3. Закон великих чисел, центральна гранична теорема**

### *3.1. Закон великих чисел (ЗВЧ) і його наслідки.*

Оцінка ймовірностей заданих відхилень ВВ від їх середніх значень (нерівність Чебишова). Збіжність за ймовірністю. ЗВЧ і його наслідки: для ВВ з обмеженими дисперсіями (у формі Чебишова); для однаково розподілених ВВ (у формі Леві – Ліндеберга). Стійкість відносних частот (теорема Бернуллі).

### *3.2. Центральна гранична теорема.*

Особлива роль нормального розподілу. Теорема Ляпунова. Асимптотична нормальність біноміальної ВВ.

## **Тема 4. Багатовимірні випадкові величини та їх розподіл**

### *4.1. Двовимірні ВВ.*

Означення двовимірної ВВ. Функція і закон сумісного розподілу ймовірностей двовимірної ВВ дискретного типу; функція і щільність сумісного розподілу ймовірностей двовимірної ВВ неперервного типу. Залежні та незалежні ВВ. Критерії незалежності двох ВВ дискретного і неперервного типу. Частинні (маргінальні) та умовні закони розподілу двовимірних ВВ.

### *4.2. Числові характеристики двовимірної ВВ.*

Числові характеристики складових двовимірної ВВ: математичне сподівання, дисперсія, середнє квадратичне відхилення. Числові харак-

теристики, що описують зв'язок між складовими ВВ: коваріація, коваріаційна матриця, коефіцієнт кореляції та його властивості. Нормальна двовимірна ВВ.

#### *4.3. Багатовимірні ВВ.*

Закони розподілу багатовимірних ВВ. Залежні та незалежні ВВ. Частинні та умовні розподіли ВВ, їх числові характеристики.

### **Тема 5. Функції випадкових аргументів**

#### *5.1. Функції одного випадкового аргументу.*

Означення поняття функції (від) однієї ВВ. Розподіли функцій від ВВ дискретного і неперервного типу та їх числові характеристики.

#### *5.2. Функції кількох випадкових аргументів.*

Означення поняття функції від кількох ВВ. Операції над ВВ. Розподіли суми (різниці), добутку двох ВВ.

#### *5.3. Розподіли Пірсона і Стьюдента.*

Означення розподілів Пірсона і Стьюдента, їхні щільності розподілу, числові характеристики, асимптотична поведінка.

## **Змістовий модуль 2. Математична статистика.**

### **Імовірнісні процеси**

#### **Тема 6. Основи математичної статистики**

#### *6.1. Основні поняття математичної статистики (МС).*

Мета, об'єкт, предмет та основні завдання МС. Масові явища. Статистичний матеріал. Генеральна та вибіркова сукупності. Випадкова повторна вибірка, дві її трактовки, вимоги до неї. Вибірковий метод побудови моделі масового явища: висунення гіпотези, оцінювання параметрів, перевірка адекватності, прогнозування.

#### *6.2. Емпіричні розподіли повторної вибірки.*

Первинне оброблення результатів спостережень. Дискретні та неперервні емпіричні ряди. Емпіричні розподіли вибірки та їх геометричне зображення. Теорема про збіжність за ймовірністю емпіричної функції розподілу до функції розподілу генеральної сукупності (теорема Гливенко). Числові характеристики повторної вибірки.

## **Тема 7. Статистичне оцінювання параметрів розподілу та перевірка статистичних гіпотез**

### *7.1. Точкові оцінки параметрів розподілу.*

Постановка задачі статистичного оцінювання невідомих параметрів розподілу. Означення точкової оцінки параметра та вимоги, що висуваються до точкових оцінок: конзистентність, незсуненість, ефективність. Основні методи відшукування точкових оцінок: моментів, максимальної правдоподібності. Точкові оцінки математичного сподівання і дисперсії генеральної сукупності.

### *7.2. Інтервальні оцінки параметрів розподілу.*

Постановка задачі інтервального оцінювання невідомих параметрів. Надійний інтервал і надійна ймовірність, точність (межова похибка) оцінки, коефіцієнт (рівень значущості) похибки. Побудова інтервальних оцінок математичного сподівання у випадку великих обсягів вибірки (за відомої і невідомої дисперсії генеральної сукупності). Точні розподіли емпіричного середнього та емпіричної дисперсії вибірок нормально розподіленої генеральної сукупності. Побудова надійних інтервалів для математичного сподівання і дисперсії за малих обсягів вибірки. Квантилі та квартилі, критичні області та критичні точки в інтервальному оцінюванні параметрів.

### *7.3. Статистична перевірка статистичних гіпотез.*

Означення статистичної гіпотези і постановка задачі про її статистичну перевірку. Нульова та конкуруюча гіпотези. Область практичної вірогідності, критична область та критична точка. Односторонні та двосторонні критерії. Рівень значущості критерію. Постановка задачі перевірки гіпотез про закон розподілу генеральної сукупності та поняття статистичного критерію згоди між емпіричним та теоретичним розподілами. Перевірка гіпотез про шуканий закон розподілу за критеріями Пірсона та Колмогорова.

## **Тема 8. Статистичний аналіз взаємозв'язків**

### *8.1. Кореляційний статистичний аналіз.*

Сутність кореляційного аналізу. Основні завдання: оцінювання коефіцієнтів кореляції за вибірковими даними; перевірка значущості вибіркових коефіцієнтів кореляції або кореляційного відношення; оцінювання

близькості виявленого зв'язку до лінійного; побудова довірчого інтервалу для коефіцієнтів кореляції.

### *8.2. Регресійний статистичний аналіз.*

Сутність регресійного аналізу. Основні завдання: визначення впливу факторів (незалежних змінних) на вислідний показник (залежну змінну); прогнозування значення залежної змінної за допомогою незалежної; визначення внеску окремих незалежних змінних у варіацію залежної. Парний регресійний аналіз. Метод найменших квадратів відшукування оцінок параметрів моделі. Вибіркове рівняння регресії. Коефіцієнт регресії, коефіцієнт кореляції та їх смисл. Статистична значущість (незначущість) регресійної моделі, коефіцієнт детермінації і його смисл. Адекватність регресійної моделі та її перевірка за критерієм Фішера. Поняття про багатофакторний регресійний аналіз.

## **Тема 9. Елементи теорії імовірнісних процесів і теорії масового обслуговування**

### *9.1. Основні поняття теорії імовірнісних (випадкових) процесів.*

Система, стан системи; процес, крок процесу. Випадковий процес (ВП), його фазовий простір, переріз (значення), вибірка функція (реалізація, траєкторія). Закон розподілу й усереднені характеристики ВП.

### *9.2. Класифікація ВП.*

Класифікація ВП залежно від області визначення і множини станів. Випадкові послідовності. Класифікація ВП залежно від закону розподілу й усереднених характеристик: стаціонарні, з незалежними приростами, без післядії (марківські), розгалужені.

### *9.3. Марківські процеси, ланцюги.*

Поняття потоку подій. Потік: однорідний, без післядії, стаціонарний, найпростіший потік (потік Пуассона) і його властивості. Марківські ВП з дискретними станами і дискретним часом (ланцюги Маркова), Марківські ВП з дискретними станами і неперервним часом. Рівняння Колмогорова.

### *9.4. Системи масового обслуговування (СМО) марківського типу.*

Поняття про теорію масового обслуговування. Мета, об'єкт, предмет та основні завдання теорії масового обслуговування. Класифікація СМО: з відмовами (задача Ерланга), з очікуванням черги, мішаного типу.

## 4. Структура навчальної дисципліни

Із самого початку вивчення навчальної дисципліни кожен студент має бути ознайомлений як із робочою програмою і формами організації навчання, так і зі структурою, змістом та обсягом кожного з її змістових модулів, а також з усіма видами контролю та методикою оцінювання сформованих професійних компетентностей.

Вивчення навчальної дисципліни студентом *денної* форми навчання відбувається шляхом послідовного і ґрунтовного опрацювання змістових модулів. Змістовий модуль – це окремий, відносно самостійний блок навчальної дисципліни, який логічно об'єднує кілька навчальних елементів дисципліни за змістом та взаємозв'язками. Тематичний план навчальної дисципліни складається з двох змістових модулів (табл. 4.1).

Таблиця 4.1

### Структура залікового кредиту навчальної дисципліни (денна форма навчання)

Назви змістових модулів і тем	Кількість годин						
	усього	аудиторних				самостійна робота (СР)	
		лекційні	практичні	лабораторні	підсумковий контроль	виконання завдань СР	підготовка до занять
1	2	3	4	5	6	7	8
<b>Змістовий модуль 1. Теорія ймовірностей</b>							
<i>Тема 1.</i> Імовірнісні міри. Дискретний і неперервний імовірнісні простори	26	6	4	4	–	6	6
<i>Тема 2.</i> Одновимірні випадкові величини, їх розподіли та числові характеристики	22	6	2	2	–	6	6
<i>Тема 3.</i> Закон великих чисел, центральна гранична теорема	8	2	2	–	–	2	2
<i>Тема 4.</i> Багатовимірні випадкові величини та їх розподіл	9	2	1	2	–	2	2
<i>Тема 5.</i> Функції випадкових аргументів	7	2	1	–	–	2	2
<b>Разом годин за змістовим модулем 1</b>	<b>72</b>	<b>18</b>	<b>10</b>	<b>8</b>	<b>–</b>	<b>18</b>	<b>18</b>

1	2	3	4	5	6	7	8
<b>Змістовий модуль 2. Математична статистика. Імовірнісні процеси</b>							
Тема 6. Основи математичної статистики	14	2	2	2	–	4	4
Тема 7. Статистичне оцінювання параметрів розподілу та перевірка статистичних гіпотез	16	4	2	2	–	4	4
Тема 8. Статистичний аналіз взаємозв'язків	16	4	2	2	–	4	4
Тема 9. Елементи теорії імовірнісних процесів і теорії масового обслуговування	21	6	2	2	–	6	6
<b>Разом годин за змістовим модулем 2</b>	<b>67</b>	<b>16</b>	<b>8</b>	<b>8</b>	<b>–</b>	<b>18</b>	<b>18</b>
Підготовка до екзамену	6	–	–	–	–	–	6
Передекзаменаційні консультації	2	–	–	–	2	–	–
Екзамен	2	–	–	–	2	–	–
<b>Разом годин за семестр</b>	<b>150</b>	<b>34</b>	<b>18</b>	<b>16</b>	<b>4</b>	<b>36</b>	<b>42</b>

Навчальний процес за *заочною* формою навчання організовується відповідно до навчального плану і здійснюється під час: *установчої сесії; екзаменаційної сесії; міжсесійного періоду.*

**Сесія** (від лат. *sessio* – засідання) для заочної форми навчання – це частина навчального року, протягом якої здійснюються всі форми навчального процесу, передбачені навчальним планом (лекції, практичні заняття, консультації та контрольні заходи).

**Лекції** (від лат. *lectio* – читання) за форми навчання без відриву від виробництва, як правило, мають постановочний, концептуальний, узагальнюючий та оглядовий характер.

**Практичні заняття** (від грец. *πράξις* – діяльність) проводяться за основними темами навчальної дисципліни, які виносяться на самостійне вивчення студентами, і забезпечують формування необхідного рівня вмінь та навичок.

**Міжсесійний період** для заочної форми навчання – це частина навчального року, протягом якого здійснюється робота студента над засвоєнням навчального матеріалу як самостійно, так і під керівництвом педагогічного працівника.

Основною формою роботи студента-заочника над засвоєнням навчального матеріалу є виконання ним *контрольних робіт* (звичайно,

після опрацювання теоретичного матеріалу). Контрольні роботи, передбачені навчальним планом, можуть виконуватися як у домашніх умовах (поза навчальним закладом), так і в університеті. При цьому слід дотримуватися таких рекомендацій:

до виконання контрольної роботи можна приступати тільки тоді, коли є впевненість у тому, що засвоєно весь теоретичний матеріал щодо тієї чи іншої задачі;

розв'язання задач треба подавати разом з усіма проміжними перетвореннями;

необхідно керуватися зразками розв'язання задач, які містяться в методичних рекомендаціях [21 – 24];

хід розв'язання задачі треба супроводжувати коротким поясненням (що до чого, куди, як, на якій підставі);

писати чітким, розбірливим почерком; не допускати перекреслювань, будь-яких позначень, які не є загальноприйнятими в літературі з відповідної навчальної дисципліни;

рисунки виконувати за допомогою креслярських інструментів, а ескізи можна виконувати олівцем від руки.

Структура залікового кредиту навчальної дисципліни для заочної форми навчання наведена в табл. 4.2.

Таблиця 4.2

**Структура залікового кредиту навчальної дисципліни  
(заочна форма навчання)**

Назви змістових модулів і тем	Кількість годин						
	усього	аудиторних				самостійна робота	
		лекційні	практичні	лабораторні	підсумковий контроль	виконання контрольних робіт	засвоєння теоретичного матеріалу
1	2	3	4	5	6	7	8
<b>Змістовий модуль 1. Теорія ймовірностей</b>							
<i>Тема 1. Імовірнісні міри. Дискретний і неперервний імовірнісні простори</i>	22	1	1	–	–	10	10
<i>Тема 2. Одновимірні випадкові величини, їх розподіли та числові характеристики</i>	22	1	1	–	–	10	10



Закінчення табл. 4.2

1	2	3	4	5	6	7	8
<i>Тема 3. Закон великих чисел, центральна гранична теорема</i>	10	1	1	–	–	4	4
<i>Тема 4. Багатовимірні випадкові величини та їх розподіл</i>	9	0,5	0,5	–	–	4	4
<i>Тема 5. Функції випадкових аргументів</i>	9	0,5	0,5	–	–	4	4
<b>Разом годин за змістовим модулем 1</b>	<b>72</b>	<b>4</b>	<b>4</b>	<b>–</b>	<b>–</b>	<b>32</b>	<b>32</b>
<b>Змістовий модуль 2. Математична статистика. Імовірнісні процеси</b>							
<i>Тема 6. Основи математичної статистики</i>	18	1	1	–	–	8	8
<i>Тема 7. Статистичне оцінювання параметрів розподілу та перевірка статистичних гіпотез</i>	14	1	1	–	–	6	6
<i>Тема 8. Статистичний аналіз взаємозв'язків</i>	18	1	1	–	–	8	8
<i>Тема 9. Елементи теорії імовірнісних процесів і теорії масового обслуговування</i>	18	1	1	–	–	8	8
<b>Разом годин за змістовим модулем 2</b>	<b>68</b>	<b>4</b>	<b>4</b>	<b>–</b>	<b>–</b>	<b>30</b>	<b>30</b>
<i>Підготовка до екзамену</i>	<b>6</b>	–	–	–	–	–	6
<i>Передекзаменаційні консультації</i>	<b>2</b>	–	–	–	2	–	–
<i>Екзамен</i>	<b>2</b>	–	–	–	2	–	–
<b>Разом годин за семестр</b>	<b>150</b>	<b>8</b>	<b>8</b>	<b>–</b>	<b>4</b>	<b>62</b>	<b>68</b>

Сформувати правильну, найбільш доцільну систему самостійних занять – справа нелегка, але існують основні умови організації роботи, які корисні для всіх студентів:

*планування самостійних занять;*

*серйозна (вдумлива) робота над навчальним матеріалом* (поки той чи інший розділ не засвоєно і знання не закріплені, переходити до нових розділів не слід; матеріал підручника треба продумувати до тих пір, поки він не стане повністю зрозумілим; виконання вправ та розв'язання задач – необхідна складова роботи над курсом);

*систематичність самостійних занять*, що сприяє розвиткові творчої думки (заняття час від часу, з тривалими перервами не можуть дати

міцних знань; ніякі короткочасні, епізодичні, навіть дуже інтенсивні заняття не дають таких результатів, які забезпечуються за умови систематичного вивчення матеріалу);

*самоконтроль як спосіб перевірки ступеня засвоєння матеріалу* (відповіді на запитання в процесі самоперевірки допомагають більш глибоко усвідомити матеріал навчальної дисципліни і закріпити його в пам'яті; треба намагатися відповідати на запитання, не підглядаючи в підручник).

## 5. Теми практичних занять

**Практичне заняття** – форма навчального заняття, за якої викладач організовує детальний розгляд окремих теоретичних положень навчальної дисципліни і формує вміння та навички їх практичного застосування шляхом індивідуального виконання студентом сформульованих завдань.

Правильно організовані практичні заняття мають важливе виховне та практичне значення, бо реалізують базовий дидактичний принцип – зв'язок теорії з практикою та орієнтовані на вирішення таких завдань:

поглиблення, закріплення і конкретизацію знань, отриманих на лекціях і в процесі самостійної роботи;

формування практичних умінь і навичок, необхідних у майбутній професійній діяльності;

розвиток умінь спостерігати та пояснювати явища, що вивчаються;  
розвиток самостійності тощо.

Проведення практичних занять ґрунтується на попередньо підготовленому методичному матеріалі – тестах для виявлення ступеня оволодіння необхідними теоретичними положеннями, наборі завдань різного рівня складності для розв'язування їх на занятті. Воно містить проведення попереднього контролю знань, умінь і навичок студентів, постановку загальної проблеми викладачем та її обговорення за участю студентів, розв'язування завдань із їх обговоренням, розв'язування контрольних завдань, їх перевірку, оцінювання.

Перелік тем практичних занять з навчальної дисципліни "Теорія ймовірностей, імовірнісні процеси та математична статистика" наведено в табл. 5.1.

## Перелік тем практичних занять

Назва змістового модуля	Теми практичних занять та питання для опрацювання (за модулями)	Кількість годин	Література
1	2	3	4
Змістовий модуль 1. Теорія ймовірностей	<p><i>Тема 1. Імовірнісні міри. Дискретний і неперервний імовірнісні простори</i></p> <p>1. Аналітичне подання за допомогою операцій над подіями їхнього словесного опису.</p> <p>2. Розв'язання задач на використання: класичного, геометричного та статистичного означення ймовірності випадкової події; теорем про ймовірність суми та добутку подій; формули повної ймовірності та формули Байєса.</p> <p>3. Знаходження ймовірностей подій у схемі незалежних випробувань за формулою Бернуллі, локальною й інтегральною теоремою Муавра – Лапласа, формулою Пуассона та наслідків з них</p>	4	Основна: [4 – 7]. Додаткова: [8 – 15]
	<p><i>Тема 2. Одновимірні випадкові величини, їх розподіли та числові характеристики</i></p> <p>1. Подання закону розподілу дискретної ВВ у різних формах задання. Знаходження функції розподілу, побудова її графіка, застосування до обчислення ймовірностей різноманітних подій.</p> <p>2. Відшукування функції розподілу і щільності розподілу ймовірностей неперервної ВВ, побудова їх графіків, знаходження за їх допомогою ймовірностей різноманітних подій.</p> <p>3. Знаходження числових характеристик дискретних і неперервних випадкових величин.</p> <p>4. Розв'язання задач на застосування основних дискретних і неперервних розподілів</p>	2	Основна: [4 – 7]. Додаткова: [8 – 15]

1	2	3	4
	<p><i>Тема 3. Закон великих чисел, центральна гранична теорема</i></p> <p>1. Оцінювання модуля відхилення значень ВВ від її середнього за допомогою нерівності Чебишова.</p> <p>2. Розв'язання задач на застосування закону великих чисел у формах Чебишова і Бернуллі.</p> <p>3. Використання граничних теорем для оцінювання ймовірностей у випадку великої кількості випробувань</p>	2	<p>Основна: [4 – 7].</p> <p>Додаткова: [8 – 15]</p>
	<p><i>Тема 4. Багатовимірні випадкові величини та їх розподіл</i></p> <p>1. Розв'язання задач на встановлення: законів розподілу складових двовимірної ВВ (дискретної чи неперервної).</p> <p>2. Знаходження щільності розподілу двовимірної ВВ за заданою функцією сумісного розподілу і навпаки.</p> <p>3. Встановлення умовних розподілів дискретних і неперервних двовимірних ВВ.</p> <p>4. Знаходження числових характеристик двовимірних ВВ, які характеризують їх складові та взаємозв'язок між ними</p>	1	<p>Основна: [4 – 7].</p> <p>Додаткова: [8 – 15]</p>
	<p><i>Тема 5. Функції випадкових аргументів</i></p> <p>1. Встановлення законів розподілу функцій дискретного випадкового аргументу та їх числових характеристик.</p> <p>2. Встановлення законів розподілу функцій неперервного випадкового аргументу та їх числових характеристик.</p> <p>3. Функції двох випадкових аргументів та їх числові характеристики.</p> <p>4. Розподіли Стюдента і Пірсона: щільності розподілу, числові характеристики, користування таблицями</p>	1	<p>Основна: [4 – 7].</p> <p>Додаткова: [8 – 15]</p>

1	2	3	4
Змістовий модуль 2. Математична статистика. Імовірнісні процеси	<p><i>Тема 6. Основи математичної статистики</i></p> <p>1. Побудова за вибіркою варіаційних рядів, статистичних рядів (за частотою і частістю).</p> <p>2. Геометричне зображення емпіричних розподілів – побудова полігону, кумуляти, гістограми.</p> <p>3. Знаходження числових характеристик вибірки: вибіркового середнього, вибіркової дисперсії (методом добутків, методом сум)</p>	2	<p>Основна: [4 – 7].</p> <p>Додаткова: [8 – 15]</p>
	<p><i>Тема 7. Статистичне оцінювання параметрів розподілу та перевірка статистичних гіпотез</i></p> <p>1. Знаходження точкових оцінок невідомих параметрів методами: моментів і найбільшої правдоподібності.</p> <p>2. Встановлення інтервальних оцінок математичного сподівання і дисперсії за малих і великих обсягів вибірки.</p> <p>3. Тлумачення на модельних прикладах основних понять статистичної перевірки гіпотез.</p> <p>4. Розв'язання задачі статистичного оцінювання згоди між емпіричними і теоретичними розподілами за критеріями Пірсона і Колмогорова.</p> <p>5. Користування таблицями квантилів відповідних розподілів</p>	2	<p>Основна: [4 – 7].</p> <p>Додаткова: [8 – 15]</p>
	<p><i>Тема 8. Статистичний аналіз взаємозв'язків</i></p> <p>1. Складання кореляційної таблиці на основі вибірки із генеральної сукупності двовимірної ВВ, її оброблення з метою проведення аналізу взаємозв'язку.</p> <p>2. Побудова вибіркового рівняння регресії.</p> <p>3. Проведення статистичного оцінювання коефіцієнтів рівняння регресії.</p> <p>4. Перевірка адекватності математичної моделі парної регресії</p>	2	<p>Основна: [1; 4 – 7].</p> <p>Додаткова: [8 – 15]</p>

1	2	3	4
	<p><i>Тема 9. Елементи теорії імовірнісних процесів і теорії масового обслуговування</i></p> <p>1. Розв'язання задач на знаходження: перерізів і траєкторій випадкових процесів; суми (різниці), добутку ВП; одновимірних розподілів – розподілів перерізів – за їх сумісним розподілом.</p> <p>2. Установлення усереднених характеристик ВП: математичного сподівання, дисперсії, автоковаріаційної і кореляційної функцій зв'язку двох випадкових процесів.</p> <p>3. Задання однорідних ланцюгів Маркова за допомогою матриці ймовірностей; знаходження матриці ймовірностей переходу за <math>n</math> кроків та граничних імовірностей ланцюгів.</p> <p>4. Аналіз потоку подій з метою встановлення того, чи буде він найпростішим. Обчислення ймовірностей <math>P_k(t)</math> пуассонівського ВП.</p> <p>5. Опис СМО з відмовами, з очікуванням черги, мішаних</p>	2	<p>Основна: [4 – 7]. Додаткова: [8 – 16]</p>
<b>Разом годин за змістовими модулями</b>		<b>18</b>	

## 5.1. Приклади типових практичних завдань за темами

### Змістовий модуль 1. Теорія ймовірностей

#### Тема 1. Імовірнісні міри. Дискретний і неперервний імовірнісні простори

*Рівень 1.* Розв'язати задачі, використовуючи класичне означення ймовірності випадкової події.

1. З десяти карток із цифрами 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 вибирають навмання три. Знайти ймовірність того, що: а) із цифр у порядку вибору карток утвориться число 327; б) із цифр на вибраних картках можна буде скласти число 327.

2. За підсумком року акції десяти фірм стали прибутковими, чотирьох фірм – знецінились, а акції шести фірм зберегли свою номінальну вартість. Яка ймовірність того, що серед семи навмання придбаних акцій різних фірм три матимуть прибуток?

3. З урни, в якій 4 білих і 5 чорних куль, навмання одна за одною виймають усі кулі і, не дивлячись, відкладають у бік. Знайти ймовірність того, що остання куля буде білою.

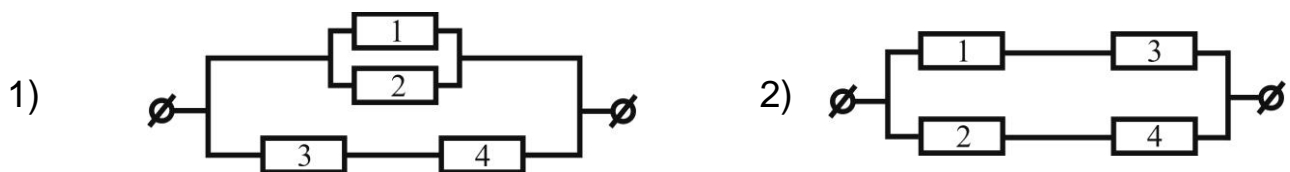
*Рівень 2.* Розв'язати задачі, використовуючи геометричне означення ймовірності події.

1. У прямокутнику зі сторонами 6 см і 20 см розташовані два круги діаметром 3 см кожний, які не перетинаються. Знайдіть ймовірність того, що випадково вибрана точка прямокутника не належить жодному з цих кругів.

2. У коло радіуса  $R$  вписано правильний трикутник. Всередину кола кидають точку. Знайти ймовірність того, що точка потрапить усередину трикутника.

3. Навмання взято два додатні числа  $x$  і  $y$ , кожне з яких не перевищує 2. Знайти ймовірність того, що сума цих чисел буде не більшою за 2, а частка  $y/x$  – не меншою за 1.

*Рівень 3.* Електрична схема містить чотири елементи, які працюють незалежно один від одного. Ймовірність безвідмовної роботи кожного елемента дорівнює, відповідно,  $p_1 = 0,9$ ,  $p_2 = 0,8$ ,  $p_3 = 0,7$ ,  $p_4 = 0,9$ . Знайти ймовірність того, що схема: а) буде працювати; б) не буде працювати:



## Тема 2. Одновимірні випадкові величини, їх розподіли та числові характеристики

*Рівень 1.* Імовірність отримати премію за якісно виконані роботи протягом місяця становить 0,8. Знайти закон розподілу дискретної випадкової величини  $\xi$  – числа премій, отриманих за 2 місяці, математичне сподівання, дисперсію і середнє квадратичне відхилення, побудувати полігон розподілу.

**Рівень 2.** Випадкова величина  $\xi$  розподілена за нормальним законом з математичним сподіванням  $\alpha = 11$  і середнім квадратичним відхиленням  $\sigma = 5$ . Знайти: а) ймовірність того, що абсолютна величина відхилення випадкової величини  $\xi$  від її математичного сподівання не перевищить  $\varepsilon = 6$ ; б)  $P(10 \leq \xi < 16)$ .

**Рівень 3.** Випадкова величина  $\xi$  задана щільністю розподілу ймовірностей:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 1, \\ C(x-1), & 1 < x \leq 3, \\ 0, & x > 3. \end{cases}$$

Знайти: 1) сталу  $C$ , 2) функцію розподілу  $F(x)$ ; 3) математичне сподівання  $M(\xi)$ , дисперсію  $D(\xi)$  і середнє квадратичне відхилення  $\sigma(\xi)$ ; 4)  $P(1,2 < \xi < 2,7)$ .

## **Змістовий модуль 2. Математична статистика. Ймовірнісні процеси**

### **Тема 7. Статистичне оцінювання параметрів розподілу та перевірка статистичних гіпотез**

**Рівень 1.** Під час дослідження випадкової величини  $\xi$  із генеральної сукупності було отримано вибірку: 5, 7, 4, 6, 5, 5, 5, 7, 5, 6, 6, 5, 5, 6, 4, 6, 5, 6, 4, 5, 4, 4, 5, 6, 7. Треба записати вибірку у вигляді: а) варіаційного ряду; б) статистичного ряду за частотами та відносними частотами. Знайти точкові оцінки математичного сподівання і дисперсії генеральної сукупності.

**Рівень 2.** Для заданого інтервального статистичного ряду частот знайти: 1) точкові оцінки математичного сподівання і дисперсії генеральної сукупності; 2) у припущенні нормального розподілу за заданої надійності  $P = 95\%$  побудувати довірчий інтервал для невідомого математичного сподівання генеральної сукупності:

$[x_{i-1}; x_i)$	[4; 6)	[6; 8)	[8; 10)	[10; 12)	[12; 14]
$m_i$	5	3	2	8	2



*Рівень 3.* За вибірковими даними для рівня значущості  $\alpha = 0,05$  за допомогою критерію Пірсона перевірити гіпотезу про нормальний розподіл генеральної сукупності ( $m_i$  ( $\tilde{m}_i$ ) – емпіричні (теоретичні) частоти):

$m_i$	5	10	20	8	7
$\tilde{m}_i$	6	14	18	7	5

## Тема 9. Елементи теорії імовірнісних процесів і теорії масового обслуговування

*Рівень 1.* Нехай  $\xi(t) = \begin{cases} 1, & t < \eta, \\ 2, & t \geq \eta \end{cases}$  ( $t \in [0; \infty)$ ) – випадковий процес,

де  $\eta$  – випадкова величина, розподілена за показниковим законом зі щільністю розподілу:

$$f_{\eta}(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ e^{-x}, & x \geq 0. \end{cases}$$

Необхідно: 1) знайти переріз випадкового процесу  $\xi(t)$ , якщо  $t = 1$ ; 2) побудувати реалізацію цього випадкового процесу, якщо в результаті експерименту випадкова величина  $\eta$  прийняла значення  $y = 2$ .

*Рівень 2.* Знайти числові характеристики випадкового процесу  $\xi(t)$  із попередньої задачі: математичне сподівання  $M_{\xi}(t)$ , дисперсію  $D_{\xi}(t)$ , середнє квадратичне відхилення  $\sigma_{\xi}(t)$ , кореляційну функцію  $K_{\xi}(t_1, t_2)$ , нормовану кореляційну функцію  $r_{\xi}(t_1, t_2)$ .

*Рівень 3.* Робота персонального комп'ютера (ПК) описується ланцюгом Маркова з трьома станами:  $S_1$  – ПК у робочому стані;  $S_2$  – ПК у режимі очікування;  $S_3$  – ПК у сплячому режимі. За заданою матрицею  $P$  перехідних ймовірностей за один крок знайти: а) матрицю ймовірностей переходу за 2 кроки; б) граничні ймовірності. Побудувати граф ланцюга:

$$P = \begin{pmatrix} 0,1 & 0,6 & 0,3 \\ 0,2 & 0,4 & 0,4 \\ 0,5 & 0,3 & 0,2 \end{pmatrix}.$$

## 6. Теми лабораторних занять

**Лабораторне заняття (ЛЗ)** – форма навчального заняття, за якої студент під керівництвом викладача особисто здійснює розв'язання практичних завдань за допомогою комп'ютера, закріплює набуті на аудиторних заняттях теоретичні та практичні знання з певної теми, проводить імітаційні експерименти чи досліді з метою практичного підтвердження окремих теоретичних положень навчальної дисципліни.

Лабораторні заняття проводяться у комп'ютерному класі з використанням пакетів прикладних програм, у результаті чого студент набуває професійних компетентностей та практичних навичок роботи з комп'ютерним обладнанням і відповідними програмними продуктами. Це сприяє тому, що студент має можливість реалізовувати складні та трудомісткі математичні обчислення, безпосередньо використовуючи відповідні вбудовані функції і команди, а також полегшувати аналіз умови задачі й процесу її розв'язання, застосовуючи різноманітні графічні засоби візуалізації даних. Такий підхід дозволяє більше уваги приділяти осмисленню та практичному тлумаченню отриманих результатів.

За результатами виконання завдань на лабораторному занятті студенти оформляють індивідуальні звіти про його виконання та захищають ці звіти перед викладачем. Перелік тем лабораторних робіт наведено в табл. 6.1.

Таблиця 6.1

### Перелік тем лабораторних занять

Назва теми	Питання для опрацювання (за модулями та темами)	Кількість годин	Література
1	2	3	4
<b>Змістовий модуль 1. Теорія ймовірностей</b>			
<i>Тема 1.</i> Імовірнісні міри. Дискретний і неперервний імовірнісні простори	Застосування вбудованих функцій програмного середовища MS Excel до обчислення ймовірностей випадкових подій за класичним, геометричним і статистичним означеннями, теоремами додавання і множення ймовірностей; формулою повної ймовірності та формулою Байєса	2	Основна: [2; 3; 6]. Додаткова: [8 – 15]

1	2	3	4
<i>Тема 1.</i> Імовірнісні міри. Дискретний і неперервний імовірнісні простори	Розв'язання задач на знаходження ймовірностей випадкових подій із застосуванням формули Бернуллі, локальної та інтегральної теорем Муавра – Лапласа, формули Пуассона та їх наслідків	2	Основна: [2; 3; 5]. Додаткова: [8 – 15]
<i>Тема 2.</i> Одновимірні випадкові величини, їх розподіли та числові характеристики	Обчислення числових характеристик дискретних ВВ за означенням і за допомогою вбудованих функцій MS Excel. Розв'язання задач на застосування основних дискретних і неперервних розподілів	2	Основна: [2; 3; 5]. Додаткова: [8 – 15]
<i>Тема 4.</i> Багатовимірні випадкові величини та їх розподіл	Побудова закону розподілу двовимірної ВВ, обчислення її числових характеристик за означенням і за допомогою вбудованих функцій MS Excel; побудова умовних законів розподілу її складових; дослідження щільності кореляційного зв'язку	2	Основна: [2; 3; 5]. Додаткова: [8 – 15]
<b>Змістовий модуль 2. Математична статистика. Імовірнісні процеси</b>			
<i>Тема 6.</i> Основи математичної статистики	Побудова за вибіркою дискретного або інтервального статистичних рядів (за частотою і частістю), полігону, кумуляти, гістограми. Обчислення числових характеристик вибірки за означенням і за допомогою вбудованих функцій MS Excel	2	Основна: [2; 3; 5]. Додаткова: [8 – 15]
<i>Тема 7.</i> Статистичне оцінювання параметрів розподілу та перевірка статистичних гіпотез	Знаходження точкових та інтервальних оцінок невідомих параметрів емпіричного розподілу за допомогою вбудованих функцій і надбудови "Аналіз даних" MS Excel. Перевірка статистичних гіпотез про шуканий закон розподілу ймовірностей за критеріями Пірсона та Колмогорова	2	Основна: [2; 3; 5]. Додаткова: [8 – 15]

1	2	3	4
Тема 8. Статистичний аналіз взаємозв'язків	Побудова вибіркового рівняння регресії за незгрупованими даними за допомогою вбудованих функцій і надбудов MS Excel. Проведення статистичних оцінок коефіцієнтів рівняння регресії. Перевірка адекватності математичної моделі парної регресії	2	Основна: [1 – 3; 5]. Додаткова: [8 – 15]
Тема 9. Елементи теорії імовірнісних процесів і теорії масового обслуговування	Аналіз ланцюгів Маркова за допомогою матриці переходу і граничних імовірностей	2	Основна: [2; 3; 5]. Додаткова: [8 – 16]
<b>Разом годин за змістовими модулями</b>		<b>16</b>	

## 7. Самостійна робота

**Самостійна робота студента (СРС)** є формою організації навчального процесу, за якої заплановані завдання виконуються студентом самостійно під методичним керівництвом викладача.

**Мета СРС** – системне і послідовне засвоєння в повному обсязі навчальної програми, вироблення у студентів самостійності у здобутті і поглибленні знань, що сприятиме формуванню загальних і професійних компетентностей та підвищенню конкурентоспроможності майбутніх фахівців на світовому ринку праці.

Навчальний час, відведений для самостійної роботи студентів денної форми навчання, визначається навчальним планом і становить 55 % (82 год) від загального обсягу навчального часу на вивчення навчальної дисципліни (150 год).

СРС містить:

- опрацювання лекційного матеріалу;
- опрацювання рекомендованої літератури, підготовку до практичних, лабораторних занять;
- поглиблене опрацювання окремих лекційних тем або питань;
- підготовку до контрольних робіт та інших форм поточного контролю;
- підготовку до модульного контролю (колоквіуму); систематизацію вивченого матеріалу з метою підготовки до семестрового екзамену.

Протягом семестру основною формою контролю самостійної роботи студентів є включення в письмові контрольні роботи питань із переліку, наведених у табл. 7.1.

Таблиця 7.1

**Завдання для самостійної роботи студентів  
та форми її контролю**

Назва теми	Зміст самостійної роботи студентів	Кількість годин	Форми контролю СРС	Література
1	2	3	4	5
<b>Змістовий модуль 1. Теорія ймовірностей</b>				
<i>Тема 1.</i> Імовірнісні міри. Дискретний і неперервний імовірнісні простори	1. Статистичний підхід до означення ймовірності. 2. Використання міри для побудови загальної ТЙ. Геометрична ймовірнісна міра. 2. Аксиоматика ТЙ. 3. Виведення нерівності для найімовірнішого числа успіхів у схемі Бернуллі	12	Домашні завдання (ДЗ), самостійна контрольна робота (СКР), письмова контрольна робота (ПКР)	Основна: [2 – 7]. Додаткова: [8 – 15]
<i>Тема 2.</i> Одновимірні випадкові величини, їх розподіли та числові характеристики	1. Обчислення ймовірностей дискретних ВВ на півінтервалах. 2. Геометричний зміст диференціала функції розподілу. 3. Мода і медіана дискретних та неперервних ВВ. 4. Обчислення числових характеристик основних дискретних і неперервних розподілів. 5. Формули зв'язку між початковими і центральними моментами ВВ	12	ДЗ, СКР, ПКР	Основна: [2 – 7]. Додаткова: [8 – 15]
<i>Тема 3.</i> Закон великих чисел, центральна гранична теорема	1. Закон великих чисел для однаково розподілених ВВ (у формі Леві – Ліндеберга). 2. Застосування правила "трьох сигм"	4	ДЗ, СКР, ПКР	Основна: [2 – 7]. Додаткова: [8 – 15]

1	2	3	4	5
Тема 4. Багатовимірні випадкові величини та їх розподіл	1. Виведення властивості функції розподілу системи двох незалежних ВВ. 2. Співвідношення, за якими визначаються математичне сподівання і дисперсія багатовимірних ВВ	4	ДЗ, СКР, ПКР	Основна: [2 – 7]. Додаткова: [8 – 15]
Тема 5. Функції випадкових аргументів	1. Функція розподілу $F(y)$ функції від дискретної ВВ $\xi: \eta = g(\xi)$ , якщо $y = g(x)$ є (не є) монотонною функцією. 2. Формули, за якими підраховуються математичне сподівання і дисперсія функції від дискретної (неперервної) ВВ $\xi: \eta = g(\xi)$	4	ДЗ, СКР, ПКР	Основна: [2 – 7]. Додаткова: [8 – 15]
<b>Усього годин за змістовим модулем 1</b>		<b>36</b>		
<b>Змістовий модуль 2. Математична статистика. Імовірнісні процеси</b>				
Тема 6. Основи математичної статистики	1. Формули зв'язку між початковими і центральними моментами ВВ. 2. Дисперсії основних розподілів дискретних і неперервних ВВ	8	ДЗ, СКР, ПКР	Основна: [2 – 7]. Додаткова: [8 – 15]
Тема 7. Статистичне оцінювання параметрів розподілу та перевірка статистичних гіпотез	1. Мішані моменти (початкові та центральні) системи двох ВВ. 2. Точні розподіли емпіричного середнього та емпіричної дисперсії вибірок із нормально розподіленої генеральної сукупності. 3. Користування статистичними таблицями для відшукування квантилів різних розподілів. 4. Статистика і сутність критеріїв: знаків, Вілкоксона, Манна й Уїтні, серій та інверсій	8	ДЗ, СКР, ПКР	Основна: [2 – 7]. Додаткова: [8 – 15]

Закінчення табл. 7.1

1	2	3	4	5
Тема 8. Статистичний аналіз взаємозв'язків	<p>1. Інформація Фішера і нерівність Рао – Крамера – Фреше щодо ефективності точкової оцінки невідомих параметрів.</p> <p>2. Перевірка точкових оцінок основних розподілів на конзистентність, незсуненість та ефективність.</p> <p>3. Побудова таблиці критеріїв для перевірки гіпотез про рівність математичних сподівань (за відомих і невідомих дисперсій), про рівність двох дисперсій (за відомих і невідомих математичних сподівань)</p>	8	ДЗ, СКР, ПКР	<p>Основна: [1 – 7].</p> <p>Додаткова: [8 – 15]</p>
Тема 9. Елементи теорії імовірнісних процесів і теорії масового обслуговування	<p>1. Ланцюги Маркова як узагальнення схеми Бернуллі на випадок залежних випробувань.</p> <p>2. Піднесення матриці перехідних імовірностей до <math>n</math>-го степеня.</p> <p>3. Окремі випадки процесу народження і загибелі: суто народження і суто загибель.</p> <p>4. Розподіл Ерланга і його застосування в теорії черг</p>	12	ДЗ, СКР, ПКР	<p>Основна: [2 – 7].</p> <p>Додаткова: [8 – 16]</p>
<b>Усього годин за змістовим модулем 2</b>		<b>36</b>		
<i>Підготовка до екзамену</i>		6		<p>Основна: [1 – 7].</p> <p>Додаткова: [8 – 16]</p>
<i>Екзамен</i>		4		
<b>Усього годин за семестр</b>		<b>82</b>		

## 7.1. Самостійна контрольна робота

Самостійні контрольні роботи (СКР) передбачають: сприяння розвитку у студентів мотивації до навчання й поглибленню їх професійних наукових і практичних інтересів; розвинення у студентів культури розумової праці й ініціативи у пошуку та набутті знань; створення умов для гармонійного розвитку особистості студента; систематизацію, закріплення і розширення теоретичних та практичних знань із навчальної дисципліни і використання їх під час розв'язання застосовних задач; набуття навичок самостійної роботи з літературними джерелами.

СКР з навчальної дисципліни складаються відповідно до матеріалу змістових модулів і видаються студенту на початку вивчення тем чи розділів, які охоплюються модулями; перевірка-захист завдань здійснюється до проведення поточного чи підсумкового модульного контролю. Бали за виконання завдань СКР додаються до загальної кількості набраних балів з навчальної дисципліни.

Передбачається, що зміст СКР повинен мати дещо проблемний характер, що спонукатиме на творчий підхід студента до їх виконання, вимагатиме опрацювання додаткових літературних джерел і сприятиме висловленню особистого погляду автора роботи на питання-задачі, які порушуються в завданнях СКР.

Протягом семестру передбачено виконання двох СКР (СКР-1 і СКР-2), перша з яких охоплює матеріал змістового модуля 1 "Теорія ймовірностей", а друга – змістового модуля 2 "Математична статистика. Імовірнісні процеси". Далі наведено зміст обох СКР.

### 7.1.1. Приклади типових задач самостійних контрольних робіт

#### *СКР-1. Теорія ймовірностей*

1. До магазину надійшло 15 телевізорів, з яких 10 виготовлені на харківському заводі, а решта – на львівському. Знайти ймовірність того, що серед п'яти навмання вибраних телевізорів виявлять три телевізори, виготовлені на харківському заводі.

2. Токар поклав у коробку 4 нові різці і, приступаючи до роботи, щоразу бере навмання один із них, а після роботи знову кладе його в коробку. Знайти ймовірність того, що через 4 зміни всі різці в коробці буде використано, якщо протягом зміни токар користується лише одним різцем.



3. Середини сторін прямокутника  $ABCD$  є вершинами чотирикутника  $MNPK$ . Периметр прямокутника дорівнює 40 см, а одна сторона в три рази більша за іншу. З прямокутника навмання вибирають точку. Знайти ймовірність того, що вона належить чотирикутнику  $MNPK$ .

4. До каси підприємства надійшли банкноти в пачках від двох банків: 50 пачок від першого і 70 – від другого. Ймовірність помилки касирів першого банку становить 0,15 %, другого – 0,2 %. Знайти ймовірність того, що: а) навмання вибрану пачку сформовано без помилок; б) пачку без помилок було сформовано касирами другого банку.

5. Локальна мережа складається із 100 комп'ютерів. Ймовірність виникнення збоїв у роботі протягом доби для кожного з них дорівнює 0,002. Яка ймовірність того, що протягом доби збої виникнуть не більше ніж у 3-х комп'ютерах?

6. Ймовірність укладення угоди між партнерами за результатами ділових переговорів дорівнює 0,7. Для дискретної ВВ  $\xi$ , значеннями якої є число укладених угод після трьох ділових зустрічей, необхідно: 1) скласти закон розподілу; 2) знайти її математичне сподівання  $M\xi$ , дисперсію  $D\xi$ , середнє квадратичне відхилення  $\sigma_\xi$ ; 3) побудувати полігон розподілу; 4) знайти функцію розподілу  $F_\xi(x)$  та побудувати її графік.

7. За заданою функцією розподілу  $F(x)$  неперервної ВВ  $\xi$  знайти: 1) щільність розподілу ймовірностей  $f(x)$ ; 2) математичне сподівання  $M\xi$ , дисперсію  $D\xi$ , середнє квадратичне відхилення  $\sigma_\xi$ ; 3) побудувати графіки функцій  $f(x)$  і  $F(x)$ ; 4) обчислити  $P(-1 < \xi < 1,5)$ :

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0, \\ \frac{1}{8}x^3, & 0 < x \leq 2, \\ 1, & x > 2. \end{cases}$$

8. За заданою щільністю розподілу ймовірностей  $f(x)$  неперервної ВВ  $\xi$  визначити, за яким законом вона розподілена, і знайти: 1) математичне сподівання  $M\xi$ , дисперсію  $D\xi$ , середнє квадратичне відхилення  $\sigma_\xi$ ; 2) функцію розподілу  $F(x)$ ; 3)  $P(1 < \xi < 5)$ :

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ 0,2e^{-0,2x}, & x \geq 0. \end{cases}$$

## СКР-2. Математична статистика. Імовірнісні процеси

1. Задано вибірку  $W$ , яка характеризує місячний прибуток підприємців (у тис. грн). Побудувати статистичну модель генеральної сукупності вибіркоvim методом, для чого: 1) скласти інтервальний статистичний ряд; 2) побудувати гістограму і полігон частостей; 3) знайти основні числові характеристики вибірки (вибіркоче середнє, вибіркочу дисперсію, вибіркоче середнє квадратичне відхилення); 4) висунути гіпотезу щодо можливого закону розподілу досліджуваної випадкової величини і перевірити її на адекватність за критерієм Пірсона з рівнем значущості  $\alpha = 0,05$ :

$W = \{6, 10, 12, 11, 11, 14, 6, 8, 12, 10, 14, 8, 9, 11, 7, 7, 12, 10, 13, 4, 6, 10, 12, 11, 11, 14, 6, 8, 12, 10\}$ .

2. Проведено дослідження обчислювального процесу на мережі комп'ютерів (або одного комп'ютера) за показниками: час виконання тієї чи іншої процедури (програми)  $x$  (ум. од.) і ресурси ПК  $y$  (ум. од.). (Під ресурсами ПК розуміють обсяг оперативної і зовнішньої пам'яті, швидкість процесора, час звертання до зовнішніх пристроїв тощо). Необхідно: 1) знайти теоретичні рівняння лінії регресії  $\xi$  на  $\eta$  і  $\eta$  на  $\xi$ , і зобразити їх; 2) оцінити тісноту кореляційного зв'язку між  $\xi$  на  $\eta$  ( $\xi, \eta$  – ВВ, значеннями яких є, відповідно, час і ресурси):

$\xi \backslash \eta$	15	20	25
6	3	8	
12	5	13	8
18		9	4

Під час розв'язання задач СКР необхідно дотримуватися установлених правил оформлення тексту, таблиць, формул, розрахунків, схем, рисунків. Розв'язання усіх задач треба супроводжувати коротким коментарем. СКР має бути виконана і подана викладачеві не пізніше зазначеної в технологічній карті дати. Якісне виконання СКР є обов'язковою умовою отримання студентом позитивної підсумкової оцінки рівня опанування навчальної дисципліни.

## 7.2. Контрольні запитання для самодіагностики

### Тема 1. Імовірнісні міри. Дискретний і неперервний імовірнісні простори

1. Мета, об'єкт, предмет та основні завдання теорії ймовірностей.
2. Означення та класифікація випадкових подій.
3. Операції над випадковими подіями.
4. Класичне означення ймовірності та її основні властивості.
5. Поняття міри множини. Геометричне означення ймовірності.
6. Відносна частота настання події (частість). Статистичне означення ймовірності.
7. Теорема про ймовірність суми сумісних та несумісних подій.
8. Теорема про ймовірність добутку залежних і незалежних подій.
9. Формула повної ймовірності.
10. Формула Байєса (перерахунок імовірностей гіпотез).
11. Схема незалежних випробувань (схема Бернуллі): означення, обчислення ймовірності настання успіху  $k$  (від  $k_1$  до  $k_2$ ) разів.
12. Визначення найімовірнішого числа успіхів у схемі Бернуллі.
13. Локальна й інтегральна асимптотичні формули Муавра – Лапласа.
14. Функції  $\varphi(x)$ ,  $\Phi(x)$  та їх властивості.
15. Асимптотична формула Пуассона.

### Тема 2. Одновимірні випадкові величини, їх розподіли та числові характеристики

1. Дискретні випадкові величини: означення, закон розподілу і способи його задання.
2. Функція розподілу дискретної ВВ: означення, властивості, застосування до обчислення ймовірностей на інтервалі, півсегменті, сегменті.
3. Неперервні ВВ: означення, щільність розподілу та її властивості.
4. Функція розподілу неперервної ВВ: означення, властивості, зв'язок зі щільністю розподілу.
5. Відшукання ймовірностей  $P(x_1 < \xi < x_2)$  за допомогою інтегральної і диференціальної функцій розподілу.
6. Основні розподіли дискретних ВВ (біноміальний, Пуассона, геометричний, гіпергеометричний): означення, ряд розподілу.

7. Основні розподіли неперервних ВВ (рівномірний, нормальний, показниковий): означення, функція розподілу  $F(x)$  і щільність розподілу  $f(x)$  та їх графіки.

8. Математичне сподівання (центр розподілу, середнє значення) дискретної і неперервної ВВ: означення, основні властивості.

9. Дисперсія та середнє квадратичне відхилення дискретної і неперервної ВВ: означення, основні властивості.

10. Початкові та центральні теоретичні моменти дискретної і неперервної ВВ.

11. Мода, медіана, асиметрія й ексцес дискретної і неперервної ВВ.

12. Числові характеристики основних розподілів дискретних ВВ.

13. Числові характеристики основних розподілів неперервної ВВ.

### **Тема 3. Закон великих чисел, центральна гранична теорема**

1. Як оцінюється ймовірність заданих відхилень ВВ від їх середніх значень за допомогою нерівності Чебишова?

2. Що розуміють під збіжністю за ймовірністю?

3. Як формулюється закон великих чисел (ЗВЧ)?

4. Який вигляд має ЗВЧ для ВВ з обмеженими дисперсіями (у формі Чебишова)?

5. Яке правило називають "правилом трьох сигм"?

6. Який вигляд має ЗВЧ для однаково розподілених ВВ (у формі Леві – Ліндеберга)?

7. Як формулюється теорема про стійкість відносних частот (теорема Бернуллі)?

8. У чому полягає особлива роль нормального розподілу?

9. Як формулюється центральна гранична теорема – теорема Ляпунова?

### **Тема 4. Багатовимірні випадкові величини та їх розподіл**

1. Що називають системою випадкових величин (випадковим вектором, багатовимірною випадковою величиною)?

2. Який вигляд мають функція і закон сумісного розподілу системи двох дискретних ВВ?

3. Який вигляд мають функція і щільність сумісного розподілу системи двох неперервних ВВ?

4. У чому полягає критерій незалежності двох випадкових величин дискретного та неперервного типу?

5. Що розуміють під частинними та умовними розподілами двовимірних ВВ?

6. Якими співвідношеннями описують числові характеристики складових двовимірного випадкового вектора?

7. Як називаються числові характеристики взаємного зв'язку складових двовимірного випадкового вектора?

8. Що таке "коваріаційна матриця"?

### **Тема 5. Функції випадкових аргументів**

1. Який вигляд має ряд розподілу функції від дискретної ВВ  $\xi$ :  $\eta = g(\xi)$ , якщо  $y = g(x)$  є монотонною функцією?

2. Як будується ряд розподілу функції від дискретної ВВ  $\xi$ :  $\eta = g(\xi)$ , якщо  $y = g(x)$  не є монотонною функцією?

3. Як виглядає функція розподілу функції від неперервної ВВ  $\xi$ :  $\eta = g(\xi)$ , якщо  $y = g(x)$ : а) монотонно зростає; б) монотонно спадає?

4. Як знайти щільність розподілу  $f(y)$  функції від неперервної ВВ  $\xi$ :  $\eta = g(\xi)$ , за відомою функцією розподілу?

5. Які розподіли називають розподілами Пірсона ( $\chi^2$ ), Стьюдента ( $t$ ), Фішера ( $F$ )? За якими співвідношеннями визначають їх числові характеристики?

### **Тема 6. Основи математичної статистики**

1. Що називають масовим явищем, статистичним матеріалом?

2. Що є метою, об'єктом, предметом та основними завданнями МС?

3. Що розуміють під генеральною сукупністю, вибірковою сукупністю, випадковою вибіркою, повторною і безповторною випадковими вибірками?

4. Який смисл вкладають у поняття "репрезентативна вибірка"?

5. У чому полягає фізична інтерпретація повторної вибірки?

6. Що розуміють під моделлю "урн та куль" випадкової вибірки?

7. У чому полягає вибірковий метод побудови моделі масового явища?

8. Як означаються дискретні й інтервальні статистичні ряди за частотами і частостями?
9. Які статистичні (емпіричні, вибіркові) розподіли описують повторну вибірку?
10. Що розуміють під полігоном, кумулятою, гістограмою емпіричного розподілу?
11. Що таке "щільність" емпіричного розподілу?
12. Як формулюється теорема про збіжність за ймовірністю емпіричної функції розподілу (теорема Гливенко)?

### **Тема 7. Статистичне оцінювання параметрів розподілу та перевірка статистичних гіпотез**

1. Як формулюється постановка задачі статистичного оцінювання невідомих параметрів розподілу генеральної сукупності?
2. Що називають статистикою невідомого параметра генеральної сукупності?
3. Що розуміють під точковими оцінками невідомого параметра та які вимоги до них висуваються?
4. У чому полягає сутність методу моментів знаходження точкових оцінок?
5. У чому полягає сутність методу максимальної правдоподібності?
6. Які переваги та недоліки методу моментів і методу максимальної правдоподібності?
7. Які вимоги до точкових оцінок задовольняють точкові оцінки математичного сподівання і дисперсії генеральної сукупності?
8. Як формулюється постановка задачі інтервального оцінювання невідомих параметрів?
9. Що називають надійним інтервалом, надійною ймовірністю?
10. Що називають точністю (межовою похибкою) оцінки, коефіцієнтом (рівнем значущості) похибки?
11. Як здійснюється побудова інтервальних оцінок математичного сподівання у випадку великих обсягів вибірки за відомої дисперсії генеральної сукупності?
12. Як здійснюється побудова інтервальних оцінок математичного сподівання у випадку великих обсягів вибірки за невідомої дисперсії генеральної сукупності?

13. Які розподіли мають емпіричне середнє й емпірична дисперсія вибірок із нормально розподіленої генеральної сукупності?
14. Як будуються інтервали надійності для математичного сподівання і дисперсії за малих обсягів вибірки?
15. Що називають квантилями і кuartилями в інтервальному оцінюванні параметрів?
16. Що таке "критична область" і "критична точка" в інтервальному оцінюванні параметрів?
17. Як формулюється постановка задачі перевірки гіпотез про закон розподілу генеральної сукупності?
18. Що таке "нульова гіпотеза", "альтернативна гіпотеза"?
19. Що називають статистичним критерієм згоди між емпіричним та теоретичним розподілами?
20. Що називають областю практичної вірогідності, критичною областю та критичною точкою?
21. У чому полягає сутність односторонніх і двосторонніх критеріїв?
22. Що розуміють під рівнем значущості критерію?
23. Як здійснюється перевірка гіпотез про шуканий закон розподілу за критерієм Пірсона?
24. Як здійснюється перевірка гіпотез про шуканий закон розподілу за критерієм Колмогорова?

### **Тема 8. Статистичний аналіз взаємозв'язків**

1. У чому полягає сутність кореляційного аналізу?
2. Як здійснюється точкове оцінювання емпіричних (вибіркових) коефіцієнтів кореляції?
3. Як здійснюється перевірка значущості емпіричних коефіцієнтів кореляції або кореляційного відношення за вибірковими даними?
4. Як будується довірчий інтервал для коефіцієнтів кореляції?
5. У чому полягає сутність регресійного аналізу?
6. За допомогою чого визначається вплив факторів (незалежних змінних) на вислідний показник (залежну змінну)?
7. Як здійснюється прогнозування значення залежної змінної за допомогою незалежних змінних?
8. Як визначається внесок окремих незалежних змінних у варіацію залежної змінної?

9. Який порядок реалізації парного регресійного аналізу?
10. Що розуміють під багатофакторним регресійним аналізом?

### **Тема 9. Елементи теорії імовірнісних процесів і теорії масового обслуговування**

1. Що називають системою, станом системи, процесом, кроком процесу?
2. Які процеси називаються ймовірнісними або випадковими процесами?
3. Що розуміють під областю визначення ВП?
4. У чому полягає принципова відмінність між ВВ і ВП?
5. Що називають фазовим простором, перерізом (значенням), вибірковою функцією (реалізацією, траєкторією) ВП?
6. Що називають законом розподілу випадкового процесу?
7. Які величини називаються усередненими характеристиками ВП?
8. Як класифікуються ВП залежно від області визначення і множини станів?
9. Як класифікуються ВП залежно від закону їх розподілу та усереднених характеристик?
10. Які ВП називаються: стаціонарними; з незалежними приростами; без післядії (марківськими); розгалуженими?
11. Що розуміють під випадковою послідовністю?
12. Які явища називають потоком подій?
13. Який потік називається однорідним, потоком без післядії, стаціонарним потоком?
14. Які властивості має найпростіший потік – потік Пуассона?
15. Як класифікуються марківські процеси залежно від станів і областей існування?
16. Які ВП називаються марківськими процесами з дискретними станами і дискретним часом?
17. Який граф називають графом станів марківського процесу з дискретними станами?
18. Яку послідовність випробувань називають ланцюгом Маркова?
19. Що розуміють під вектором початкових імовірностей ланцюга Маркова?
20. Що називають матрицею переходу ланцюга Маркова?



21. Як формулюється теорема про граничні ймовірності ланцюга Маркова?
22. Що характеризує  $n$ -й степінь матриці переходу марківського ланцюга?
23. Які ймовірності ланцюга Маркова називаються фінальними (граничними)?
24. До розв'язання якої системи лінійних алгебраїчних рівнянь зводиться знаходження граничних (фінальних) імовірностей?
25. Які ВП називаються марківськими процесами з дискретними станами і неперервним часом?
26. Який вигляд мають рівняння Колмогорова і для визначення яких імовірностей вони використовуються?
27. Як визначають математичне сподівання, дисперсію, автоковаріаційну і кореляційну функції марківського процесу?
28. Що називають системою масового обслуговування?
29. Що є метою, об'єктом, предметом та основними завданнями теорії масового обслуговування?
30. Якими характеристиками описуються системи масового обслуговування: з відмовами; з очікуванням черги; мішаного типу?
31. Як здійснюється аналіз потоку подій з метою встановлення того, чи буде він найпростішим?

### 7.3. Компетентнісно-орієнтовані завдання

Компетентнісно-орієнтовані завдання створюють передумови для більшого та гнучкішого наближення результатів навчання до потреб і вимог ринку праці, подальшого розвитку освітніх технологій та системи освіти в цілому, визначення професійно значущих якостей майбутніх фахівців, серед яких особливого значення набуває професійна компетентність.

Метою компетентнісно-орієнтованих завдань є: формування постійного прагнення до самоосвіти; розуміння можливостей використання сучасних інформаційних технологій; вміння приймати самостійні рішення, які забезпечують оптимальне досягнення визначених цілей; підвищення рівня підготовки до практичної професійної діяльності та адаптації у майбутньому професійному середовищі; набуття інформаційних, комунікативних, загальнонаукових та професійних компетентностей.

### 7.3.1. Приклади компетентнісно-орієнтованих завдань за змістовими модулями

#### Змістовий модуль 1. Теорія ймовірностей

1. Експерт з управління цінними паперами розглядає 20 об'єктів для інвестування. Знайти ймовірність того, що серед чотирьох навмання вибраних для інвестування об'єктів опиниться об'єкт під номером 8.

2. Точку навмання кидають у квадрат, сторона якого дорівнює 1 см. Знайти ймовірність того, що відстань від цієї точки до найближчої сторони квадрата не більша за 0,25 см.

3. Імовірність банкрутства для першої фірми є розв'язком рівняння  $5p^2 - 11p + 2 = 0$ , а для другої фірми ця ймовірність на 20 % більша. Знайти ймовірність того, що хоча б одна із цих фірм збанкрутує.

4. Партію виготовлених деталей перевіряли два контролери. Перший перевіряв 45 %, а другий – 55 % деталей. Імовірність припуститися помилки під час перевірки для першого контролера становить 0,15, для другого – 0,1. Знайти ймовірність того, що: 1) навмання вибрану деталь під час перевірки помилково визнано стандартною; 2) деталь, яку помилково визнано стандартною, перевіряв другий контролер.

5. Відомо, що три чверті населення міста користується послугами кабельного телебачення. Знайти ймовірність того, що серед 400 мешканців такими послугами користуються: 1) 310 осіб; 2) не менше 280 осіб.

6. Дискретна ВВ  $\xi$  задана рядом розподілу:

$\xi$	12	15	21	27	32
$p_i$	0,2	0,1	0,3	0,1	0,3

Знайти: 1) математичне сподівання  $M\xi$ , дисперсію  $D\xi$ , середнє квадратичне відхилення  $\sigma_\xi$ ; 2) функцію розподілу  $F(x)$  та побудувати її графік.

7. Випадкова величина  $\xi$  задана функцією розподілу ймовірностей:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0, \\ 1 - \cos x, & 0 < x \leq \pi/2, \\ 1, & x > \pi/2. \end{cases}$$

Знайти: 1) щільність розподілу  $f(x)$ ; 2) математичне сподівання  $M\xi$ , дисперсію  $D\xi$ , середнє квадратичне відхилення  $\sigma_\xi$ ; 3) побудувати графіки функцій  $f(x)$  і  $F(x)$ ; 4) обчислити  $P(\xi < \pi/4)$ ,  $P(\pi/4 \leq \xi < \pi/3)$ .

## **Змістовий модуль 2. Математична статистика. Імовірнісні процеси**

1. У цеху працюють 100 робітників. Для вивчення продуктивності праці навмання вибрали 10 осіб і підраховували кількість деталей, що виготовляє кожний із них за зміну. Одержали такі результати: 18, 22, 22, 24, 20, 22, 18, 22, 22, 22.

Потрібно:

- 1) побудувати варіаційний ряд, дискретний статистичний ряд за частотами та частостями;
- 2) знайти емпіричну функцію розподілу і побудувати її графік;
- 3) обчислити основні числові характеристики вибірки (вибіркове середнє, вибіркєву дисперсію і вибіркєве середнє квадратичне відхилення);
- 4) знайти точкові оцінки математичного сподівання і дисперсії генеральної сукупності;
- 5) висунути гіпотезу щодо можливого закону розподілу досліджуваної випадкової величини і перевірити її на адекватність за критерієм Пірсона з рівнем значущості  $\alpha = 0,05$ .

2. Для контролю роботи дозуючого пристрою здійснена вибірка з партії виробів хлібозаводу та отримано результати зважування виробів з точністю до 0,1 г: 99,6; 100,3; 101,5; 98,1; 99,4; 100,7; 101,2; 100,8; 100,5; 99,2; 98,0; 100,4; 103,0; 99,8; 101,2; 101,3; 100,2; 102,3; 100,6; 99,7.

Потрібно:

- 1) скласти інтервальний статистичний ряд, розбивши діапазон значень на 5 інтервалів;
- 2) побудувати гістограму і полігон частостей;
- 3) знайти емпіричну функцію розподілу і побудувати її графік;
- 4) знайти точкові оцінки математичного сподівання і дисперсії генеральної сукупності;
- 5) у припущенні нормального розподілу для заданої надійності  $P = 99\%$  побудувати довірчий інтервал для невідомого математичного сподівання генеральної сукупності.

3. За заданою кореляційною таблицею необхідно: а) побудувати емпіричні лінії регресії  $\xi$  на  $\eta$  і  $\eta$  на  $\xi$ ; б) знайти теоретичні рівняння ліній регресії  $\xi$  на  $\eta$  і  $\eta$  на  $\xi$ , і зобразити їх; в) за вибіркоким коефіцієнтом кореляції оцінити тісноту кореляційного зв'язку між  $\xi$  на  $\eta$ :

$\eta \backslash \xi$	4	9	14	19	24	29
10	2	3				
20		7	3			
30			2	50	2	
40			1	10	6	
50				4	7	3

#### 7.4. Самостійна творча робота

Самостійна творча робота студента – це одна зі складових позааудиторної самостійної роботи, метою якої є формування ініціативних, цілеспрямованих і творчих спеціалістів з високим рівнем теоретичної і практичної підготовки, здатністю до здобуття й осмислення нової інформації, вмінням самостійно працювати, планувати пізнавальну діяльність, ставити та вирішувати задачі фахової спрямованості.

Завданнями самостійної творчої роботи є: сприяння творчій самореалізації особистості; пізнання нового через отримання додаткових знань; розвиток культури мислення й вироблення власної думки; більш глибоке засвоєння матеріалу, розвиток індивідуальних якостей студента; налагодження міжособистісного спілкування у процесі навчання; уміння пов'язувати теоретичні знання з практикою; забезпечення ефективного входження студента у професійне середовище.

У рамках цього виду самостійної роботи студенту пропонується підготувати в електронному вигляді наукову публікацію або презентацію за однією з тем навчальної дисципліни (за уподобанням студента), яка буде містити навчальний матеріал, що був віднесений до самостійного опанування. Створення презентації повинно відбуватися із застосуванням пакетів програм для створення навчально-методичних аудіо- та відеорозробок, таких як: Microsoft PowerPoint, Camtasia Studio, Adobe Captivate.

Самостійна творча робота передбачає наявність таких елементів наукового дослідження: чітка постановка задачі; визначення реального бюджету часу та його раціональне використання; пошук шляхів розв'язання задач дослідницького характеру, не обмежуючи ініціативи самого студента; використання нових методів і технологій, які б відкривали простір для поглиблення та розширення професійних знань, здібностей і творчого мислення.

Як звіт з виконання самостійної творчої роботи студент надає викладачу на перевірку файл з презентацією в електронному вигляді або наукову публікацію в роздрукованому чи електронному вигляді.

Оцінка за виконання самостійної творчої роботи виставляється після виправлення всіх зауважень викладача та виступу студента з презентацією або доповіддю основних результатів, що викладені в науковій публікації, перед аудиторією.

## **8. Індивідуально-консультативна робота**

Зазначений вид навчальної роботи викладача зі студентами здійснюється за відповідним графіком у формі індивідуальних занять, консультацій, перевірки та захисту завдань, що винесені на поточний контроль та самостійне опрацювання.

Індивідуально-консультативна робота з теоретичної частини навчальної дисципліни проводиться у вигляді:

індивідуальних консультацій (запитання – відповідь щодо проблемних питань теоретичного матеріалу навчальної дисципліни);

групових консультацій (розгляд теоретичних положень, які важко піддаються осмисленню).

Індивідуально-консультативна робота з практичної частини навчальної дисципліни проводиться у вигляді:

індивідуальних консультацій (розгляд практичних завдань щодо яких виникли запитання);

групових консультацій (розгляд типових прикладів і задач, які викликають утруднення у студентів).

Індивідуально-консультативна робота для комплексного оцінювання засвоєння програмного матеріалу проводиться у вигляді:

захисту студентами завдань СКР;

підготовки рефератів із тем, засвоєння яких викликає утруднення;

підготовки рефератів для виступу на науковій конференції;  
 підготовки самостійних творчих робіт, передбачених робочим планом з навчальної дисципліни.

## 9. Методи навчання

У процесі викладання навчальної дисципліни "Теорія ймовірностей, імовірнісні процеси та математична статистика" для активізації навчально-пізнавальної діяльності студентів передбачається застосування як активних, так й інтерактивних навчальних технологій, серед яких: лекції проблемного характеру, міні-лекції, мозкові атаки, дискусії та презентації.

Основні відмінності активних та інтерактивних методів навчання від традиційних визначаються не тільки методикою і технікою викладання, але й високою ефективністю навчального процесу, який виявляється у: високій мотивації студентів; закріпленні теоретичних знань на практиці; підвищенні самосвідомості студентів; формуванні здатності приймати самостійні рішення; формуванні здатності до ухвалення колективних рішень; формуванні здатності до соціальної інтеграції; набутті навичок вирішення конфліктів; розвитку здатності до знаходження компромісів.

Практичне втілення навчальних технологій, які використовуються для активізації процесу навчання, наведено в табл. 9.1.

Таблиця 9.1

### Розподіл форм та методів активізації процесу навчання за темами навчальної дисципліни

Тема	Практичне застосування навчальних технологій
1	2
Тема 1. Імовірнісні міри. Дискретний і неперервний імовірнісні простори	<p><i>Дискусія</i> з питання "Переваги та недоліки класичного, геометричного, статистичного й аксіоматичного підходів до означення ймовірності".</p> <p><i>Лекція проблемного характеру</i> з питання "Міра множини та її використання для побудови теорії ймовірностей".</p> <p><i>Презентація</i> з питання "Застосування основних теорем і формул теорії ймовірностей для оцінювання надійності роботи технічних систем".</p> <p><i>Мозкова атака</i> з питання "Гіпотези у формулі повної ймовірності та їх властивості"</p>

1	2
<p><i>Тема 2.</i> Одновимірні випадкові величини, їх розподіли та числові характеристики</p>	<p><i>Лекція проблемного характеру</i> з питання "Способи задання закону розподілу дискретної ВВ".  <i>Презентація</i> з питання "Як знайти функцію розподілу дискретної ВВ за відомим законом розподілу?".  <i>Мозкова атака</i> з питань:  1. "Як обчислити середнє значення дискретної ВВ з нескінченною множиною значень?".  2. "Чи завжди ВВ має математичне сподівання?"</p>
<p><i>Тема 3.</i> Закон великих чисел, центральна гранична теорема</p>	<p><i>Мозкова атака</i> з питань:  1. "Чому правило "трьох сигм" застосовне до будь-якого закону розподілу?".  2. "За яких умов нерівність Чебишова вироджується у рівність?"</p>
<p><i>Тема 4.</i> Багатовимірні випадкові величини та їх розподіл</p>	<p><i>Дискусія</i> з питання "У чому полягає перевага коефіцієнта кореляції як числової характеристики системи двох ВВ перед коваріацією?"</p>
<p><i>Тема 5.</i> Функції випадкових аргументів</p>	<p><i>Презентація</i> з питання "Загальна методика знаходження щільності розподілу функції від неперервної ВВ".  <i>Міні-лекція</i> з питання "Математичне сподівання та дисперсія суми (добутку) ВВ"</p>
<p><i>Тема 6.</i> Основи математичної статистики</p>	<p><i>Лекція проблемного характеру</i> з питання "Зв'язок між теорією ймовірностей і математичною статистикою та їх взаємний вплив"</p>
<p><i>Тема 7.</i> Статистичне оцінювання параметрів розподілу та перевірка статистичних гіпотез</p>	<p><i>Лекція проблемного характеру</i> з питання "Переваги та недоліки інтервального оцінювання параметрів порівняно з точковими оцінками"</p>
<p><i>Тема 8.</i> Статистичний аналіз взаємозв'язків</p>	<p><i>Дискусія</i> з питання "У чому полягає принципова відмінність кореляційного і регресійного аналізів у математичній статистиці?"</p>
<p><i>Тема 9.</i> Елементи теорії ймовірнісних процесів і теорії масового обслуговування</p>	<p><i>Міні-лекція</i> з питання "Взаємні коваріаційна і кореляційна функції двох випадкових процесів".  <i>Презентація</i> з питання "Марківські ланцюги як розвинення схеми незалежних випробувань (схеми Бернуллі) на випадок залежних випробувань".  <i>Міні-лекція</i> з питання "Випадковий процес народження і загибелі"</p>

**Лекції проблемного характеру** – один із найважливіших елементів активізації процесу навчання студентів. Вони спрямовані на розвиток логічного мислення студентів. У ході викладання теоретичного матеріалу лектор пропонує проблемні питання дискусійного характеру, залучаючи студентів до самостійного розв'язання відповідної задачі. Чітко і зрозуміло сформульована проблема активізує мислення студентів у пошуках правильної відповіді. Проте лектор не чекає ґрунтовної відповіді студентів, а поступово сам висвітлює вирішення відповідної проблеми.

**Міні-лекції** передбачають викладення навчального матеріалу за короткий проміжок часу й характеризуються значною ємністю інформації, складністю логічних побудов та їх узагальнень. Лекційний матеріал подається в так званому структурно-логічному вигляді; зафіксовані в плані лекції питання викладаються стисло. Більш детальне вивчення матеріалу виноситься на самостійне опрацювання.

**Мозкова атака** як метод розв'язання нових за змістом проблем за дуже короткий проміжок часу передбачає: спільне обговорення задачі (в малих групах); висловлення якнайбільшої кількості ідей щодо її розв'язання, при цьому критичні зауваження щодо ідей, які висловлюють інші члени групи, не допускаються; аналіз і селекцію запропонованих ідей. За формою такий підхід до активізації процесу навчання можна здійснювати у вигляді змагання.

**Презентації** – виступи перед аудиторією, що використовуються для подання певних досягнень (оригінальне розв'язання задач того чи іншого типу і звіту з виконання компетентнісно-орієнтованих завдань) з метою обміну досвідом. Презентації можуть бути як індивідуальними, коли виступає один доповідач, так і колективними, тобто у формі виступу двох або більше доповідачів.

**Дискусії** передбачають обмін думками та поглядами учасників з приводу даної теми, а також розвивають мислення, допомагають формувати погляди і переконання, виробляють вміння формулювати думки й висловлювати їх, вчать оцінювати пропозиції інших людей, критично підходити до власних поглядів.

Використання методик активізації процесу навчання на лекційних, практичних і лабораторних заняттях за темами навчальної дисципліни наведено в табл. 9.2.



## Використання методик активізації процесу навчання

Тема навчальної дисципліни	Практичне застосування методик	Методики активізації процесу навчання
1	2	3
<i>Тема 1. Імовірнісні міри. Дискретний і неперервний імовірнісні простори</i>	<i>Лекція "Основні поняття теорії ймовірностей". Практичне заняття "Обчислення ймовірностей випадкових подій за класичним, геометричним та статистичним означеннями"</i>	Дискусія, лекція проблемного характеру, презентація, мозкова атака
<i>Тема 2. Одновимірні випадкові величини, їх розподіли та числові характеристики</i>	<i>Лекція "Дискретні ВВ". Лабораторне заняття "Числові характеристики ВВ"</i>	Лекція проблемного характеру, мозкова атака
<i>Тема 3. Закон великих чисел, центральна гранична теорема</i>	<i>Лекція "Закон великих чисел, центральна гранична теорема"</i>	Лекція проблемного характеру, мозкова атака
<i>Тема 4. Багатовимірні випадкові величини та їх розподіл</i>	<i>Лекція "Багатовимірні ВВ та їх розподіл". Практичне заняття "Багатовимірні ВВ"</i>	Лекція проблемного характеру, дискусія
<i>Тема 5. Функції випадкових аргументів</i>	<i>Лекція "Функції випадкових аргументів". Лабораторне заняття "Функції випадкових аргументів"</i>	Презентація, міні-лекція
<i>Тема 6. Основи математичної статистики</i>	<i>Лекція "Основи математичної статистики". Лабораторне заняття "Первинне опрацювання статистичних даних. Числові характеристики повторної вибірки"</i>	Лекція проблемного характеру, дискусія
<i>Тема 7. Статистичне оцінювання параметрів розподілу та перевірка статистичних гіпотез</i>	<i>Лекція "Статистичне оцінювання параметрів розподілу та перевірка статистичних гіпотез". Практичне заняття "Точкове та інтервальне оцінювання параметрів розподілу. Перевірка статистичних гіпотез"</i>	Лекція проблемного характеру, дискусія

1	2	3
Тема 8. Статистичний аналіз взаємозв'язків	Лекція "Регресійний статистичний аналіз". Лабораторне заняття "Елементи теорії кореляції і регресії"	Лекція проблемного характеру, дискусія
Тема 9. Елементи теорії імовірнісних процесів і теорії масового обслуговування	Лекція "Марківські процеси, ланцюги". Практичне заняття "Аналіз однорідних ланцюгів Маркова; відшукування матриці переходу та граничних ймовірностей"	Презентація, міні-лекція

## 10. Методи контролю

Система оцінювання сформованих компетентностей (див. табл. 2.1) у студентів враховує види занять, які згідно з програмою навчальної дисципліни передбачають лекційні, практичні та лабораторні заняття, а також виконання самостійної роботи. Оцінювання сформованих компетентностей у студентів здійснюється за накопичувальною 100-бальною системою. Відповідно до Тимчасового положення "Про порядок оцінювання результатів навчання студентів за накопичувальною бально-рейтинговою системою" ХНЕУ ім. С. Кузнеця, контрольні заходи містять:

**поточний контроль**, що здійснюється протягом семестру під час проведення лекційних, практичних, лабораторних занять і оцінюється сумою набраних балів (максимальна сума – 60 балів; мінімальна сума, що дозволяє студенту скласти екзамен, – 35 балів);

**модульний контроль**, що проводиться з урахуванням поточного контролю за відповідний змістовий модуль і має на меті *інтегровану оцінку* результатів навчання студента після вивчення матеріалу з логічно завершеної частини навчальної дисципліни – змістового модуля;

**підсумковий/семестровий контроль**, що проводиться у формі семестрового екзамену, відповідно до графіка навчального процесу.

*Поточний контроль* із цієї навчальної дисципліни проводиться в таких формах:

- активна робота на лекційних заняттях;
- активна участь у виконанні практичних завдань;

активна участь у виконанні лабораторних робіт;  
проведення письмових контрольних робіт;  
проведення самостійних контрольних робіт;  
виконання домашніх завдань;  
експрес-опитування;  
проведення диктанту за лекційним матеріалом.

*Модульний контроль* із цієї навчальної дисципліни проводиться у формі колоквіуму. **Колоквіум** – це форма перевірки й оцінювання знань студентів у системі освіти у вищих навчальних закладах. Проводиться як проміжний міні-екзамен з ініціативи викладача.

*Підсумковий/семестровий контроль* проводиться у формі семестрового екзамену. **Семестрові екзамени** – форма оцінювання підсумкового засвоєння студентами теоретичного та практичного матеріалу з окремої навчальної дисципліни, що проводиться як контрольний захід.

**Порядок проведення поточного оцінювання знань студентів.** Оцінювання знань студентів під час практичних занять і лабораторних робіт проводиться за накопичувальною 100-бальною системою.

Критерії оцінювання враховують:

розуміння, ступінь засвоєння теорії та методології проблем, що розглядаються;

ступінь засвоєння фактичного матеріалу навчальної дисципліни;

ознайомлення з рекомендованою літературою;

вміння поєднувати теорію з практикою під час розв'язання задач обчислювального і застосовного характеру;

логіка, структура, стиль викладу матеріалу в письмових роботах і під час виступів в аудиторії, вміння обґрунтовувати свою позицію, здійснювати узагальнення інформації та робити висновки.

Максимально можливий бал за конкретним завданням ставиться за умови відповідності індивідуального завдання студента або його усної відповіді всім зазначеним критеріям. Відсутність тієї або іншої складової знижує кількість балів.

Поточний тестовий контроль (колоквіум) проводиться 2 рази за семестр. Письмові контрольні роботи проводяться 2 рази за семестр та містять практичні завдання різного рівня складності відповідно до тем змістового модуля.

**Критерії оцінювання позааудиторної самостійної роботи студентів.** Загальними критеріями, за якими здійснюється оцінювання поза-

аудиторної самостійної роботи студентів, є: глибина і міцність знань; належний рівень мислення, вміння систематизувати знання за окремими темами і робити обґрунтовані висновки; володіння понятійним апаратом, навичками і прийомами виконання практичних завдань; вміння знаходити необхідну інформацію, здійснювати її систематизацію та оброблення.

Виконання завдань самостійних контрольних робіт за темами навчальної дисципліни оцінюється, зважаючи на:

розуміння, ступінь засвоєння теорії та методології проблем, що розглядаються;

ступінь ознайомлення з рекомендованою літературою і засвоєння фактичного матеріалу навчальної дисципліни;

вміння поєднувати теорію з практикою під час розгляду практичних ситуацій, розв'язання задач, проведення розрахунків, виконання завдань, винесених для самостійного опрацювання;

повнота урахування вимог до виконання завдання;

логічність викладеного матеріалу та відповідність його структури передбаченим у завданні змістовим елементам;

наявність та повнота розгляду ключових понять (визначень, термінів, різновидів та ін.) предметної області завдання;

наявність та обґрунтованість підсумкових висновків студента;

ілюстрування опрацьованого матеріалу наведенням (студентом) власних прикладів та графічного матеріалу.

**Порядок підсумкового контролю з навчальної дисципліни.** Підсумковий контроль знань та компетентностей студентів здійснюється на підставі проведення семестрового екзамену, який проводиться письмово. Завданням екзамену є перевірка розуміння студентом програмного матеріалу в цілому, логіки та взаємозв'язків між окремими розділами, здатності творчо використовувати накопичені знання, вміння формулювати своє ставлення до певної проблеми навчальної дисципліни тощо.

В умовах реалізації компетентнісного підходу екзамен оцінює рівень засвоєння знань та ступінь опанування студентом компетентностей, що передбачені кваліфікаційними вимогами (див. табл. 2.1).

На екзамен виносяться ключові питання, типові та комплексні завдання, а також завдання, що потребують творчої відповіді, вміння узагальнювати інформацію та синтезувати отримані знання для вирішення певних проблем фахової спрямованості.

Кожен екзаменаційний білет містить два стереотипних, два діагностичних та одне евристичне завдання, які дозволяють діагностувати рівень компетентності з навчальної дисципліни і оцінюються відповідно до Тимчасового положення "Про порядок оцінювання результатів навчання студентів за накопичувальною бально-рейтинговою системою" ХНЕУ ім. С. Кузнеця.

Студент, який із поважних причин, підтверджених документально, не мав можливості брати участь у формах поточного контролю, тобто не склав змістовий модуль, має право на його відпрацювання у двотижневий термін після повернення до навчання за розпорядженням декана факультету відповідно до встановленого терміну.

Студент *не може бути допущений* до складання екзамену, якщо кількість балів, отриманих за результатами перевірки успішності під час поточного та модульного контролю відповідно до змістового модуля впродовж семестру, в сумі не досягла 35. Після екзаменаційної сесії декан факультету видає розпорядження про ліквідацію академічної заборгованості. У встановлений термін студент добирає залікові бали.

Студента слід *вважати атестованим*, якщо сума балів, одержаних за результатами підсумкової/семестрової перевірки успішності, дорівнює або перевищує 60. Мінімально можлива кількість балів за поточний і модульний контроль упродовж семестру – 35 та мінімально можлива кількість балів, набраних на екзамені, – 25.

Результат семестрового екзамену оцінюється в балах (максимальна кількість – 40 балів, мінімальна кількість, що зараховується, – 25 балів) і проставляється у відповідній графі екзаменаційної *"Відомості обліку успішності"*.

Підсумкова оцінка з навчальної дисципліни є сумою балів за екзамен та балів, отриманих у результаті поточного і модульного контролю за накопичувальною системою. Сумарний результат у балах за семестр складає: *"60 і більше балів – зараховано"*, *"59 і менше балів – не зараховано"* та заноситься у залікову *"Відомість обліку успішності"* навчальної дисципліни. У випадку отримання менше 60 балів студент обов'язково складає екзамен після закінчення екзаменаційної сесії у встановлений деканом факультету термін, але не пізніше двох тижнів після початку семестру. У випадку повторного отримання менше 60 балів декан факультету призначає комісію у складі трьох викладачів на чолі із завідувачем кафедри та визначає термін перескладання екзамену, після чого прийма-

ється рішення відповідно до чинного законодавства: "зараховано" – студент продовжує навчання за графіком навчального процесу, а якщо "не зараховано", то декан факультету пропонує студенту повторне вивчення навчальної дисципліни протягом наступного навчального періоду самостійно.

### Зразок екзаменаційного білета

Форма № Н-5.05

Харківський національний економічний університет  
імені Семена Кузнеця

Освітній ступінь "бакалавр"

Спеціальність 122 "Комп'ютерні науки та інформаційні технології"

Навчальна дисципліна "Теорія ймовірностей, імовірнісні процеси  
та математична статистика"

Семестр 4

### Екзаменаційний білет

**Завдання 1 (стереотипне).** Виробник комп'ютерів отримує комплектуючі деталі від трьох постачальників, причому від першого постачальника – 200, від другого – 450, від третього – 350 деталей. Деталі першого постачальника мають 2 % браку, другого – 1,5 %, третього – 1,7 %. Знайти ймовірність того, що: а) навмання вибрана комплектуюча деталь буде з браком; б) комплектуючу деталь без браку було отримано від другого постачальника.

**Завдання 2 (стереотипне).** Імовірність виходу з ладу виробу під час проведення експерименту дорівнює 0,2. Було перевірено 400 виробів. Знайти ймовірність того, що під час проведення експерименту: а) з ладу вийде 75 виробів; б) з ладу вийде не більш ніж 75 виробів; в) абсолютна величина відхилення відносної частоти виходу виробу з ладу від імовірності цієї події не перевищить  $\varepsilon = 0,01$ .

**Завдання 3 (діагностичне).** ВВ  $\xi$  задана функцією розподілу:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0, \\ 0,5 \cdot (1 - \cos x), & 0 < x \leq \pi, \\ 1, & x > \pi. \end{cases}$$

Знайти: а) щільність імовірностей  $f(x)$ ; б)  $P(\pi/3 \leq \xi \leq 2\pi)$ . Побудувати графіки функцій  $f(x)$  і  $F(x)$ .

**Завдання 4 (діагностичне).** За допомогою критерію Пірсона для рівня значущості  $\alpha = 0,05$  перевірити гіпотезу про нормальний розподіл генеральної сукупності за відомими вибірковою і теоретичною частотами:

$m_i$	4	20	33	23	12
$\tilde{m}_i$	5	17	27	25	10

**Завдання 5 (евристичне).** За заданою кореляційною таблицею необхідно:

- побудувати емпіричні лінії регресії  $\xi$  на  $\eta$  і  $\eta$  на  $\xi$ ;
- знайти теоретичні рівняння ліній регресії  $\xi$  на  $\eta$  і  $\eta$  на  $\xi$ , зобразити ці лінії;
- за вибіркоким коефіцієнтом кореляції оцінити тісноту кореляційного зв'язку між  $\xi$  та  $\eta$ ;

$\xi \backslash \eta$	3	6	9
4	2	11	
8	6	15	4
12		8	4

Затверджено на засіданні кафедри вищої математики й економіко-математичних методів.

Протокол № \_\_\_\_ від \_\_\_\_ \_\_\_\_\_ 20\_\_р.

Зав. кафедри \_\_\_\_\_  
(підпис)

Екзаменатор \_\_\_\_\_  
(підпис)

**Критерій оцінювання екзаменаційної роботи  
з навчальної дисципліни "Теорія ймовірностей, імовірнісні процеси  
та математична статистика"**

Кожний білет містить п'ять практичних завдань: два завдання *першого* рівня – діагностичні – визначають ступінь засвоєння студентом початкових теоретичних основ навчальної дисципліни; два завдання *другого* рівня – стереотипні – виявляють здатність студента до вирішення типових завдань і одне завдання *третього* рівня – евристичне – ставить за мету оцінити глибину знань і творчі можливості студента (табл. 10.1).

## Структура екзаменаційного білета

Рівень завдання	Зміст завдання за рівнем
Перший (діагностичні завдання: 1, 2)	Завдання на обчислення ймовірностей подій за допомогою теорем про ймовірність суми та добутку подій, формули повної ймовірності та формули Байєса і застосування їх до визначення надійності роботи електричних схем. Завдання на схему повторних незалежних випробувань: формули Бернуллі, Муавра – Лапласа, Пуассона
Другий (стереотипні завдання: 3, 4)	Завдання на побудову ряду розподілу дискретної випадкової величини і знаходження її числових характеристик; знаходження щільності ймовірностей за відомою функцією розподілу (або навпаки) та обчислення за їх допомогою числових характеристик неперервної випадкової величини. Завдання на основні дискретні та неперервні розподіли
Третій (евристичне завдання: 5)	Завдання на знаходження за кореляційною таблицею теоретичного рівняння лінії регресії, обчислення вибіркового коефіцієнта кореляції і визначення тісноти кореляційного зв'язку

За умови виконання всіх завдань білета з демонстрацією глибоких знань теоретичних положень навчальної дисципліни і вміння застосовувати їх під час розв'язання практичних завдань, за високий рівень оформлення письмової роботи студент отримує 40 балів. При цьому: словесні формулювання і символічні математичні записи повинні бути чіткими і лаконічними; формальні викладки (перетворення виразів), числові розрахунки здійснені раціональними (ефективними) способами; використані (за доцільності чи необхідності) наочні засоби (рисунки, графіки, схеми, діаграми тощо); оформлення як всієї роботи в цілому, так і її окремих фрагментів акуратне, без виправлень.

У ході перевірки робіт використовується бальна система оцінювання кожного завдання. Загальна оцінка визначається як сума балів за кожне завдання, округлення до цілого числа виконується на користь студента.

Бездоганне виконання завдань оцінюються таким чином: *перший рівень* – 6 балів; *другий рівень* – 8 балів; *третій рівень* – 12 балів.

Оцінка за виконання кожного завдання білета знижується залежно від недоліків і допущених помилок, перелік яких наведено в табл. 10.2.



**Зниження оцінки за виконання завдання залежно  
від недоліків і допущених помилок**

Рівень завдання	Бали зниження оцінки	Відповідні недоліки та помилки
1	2	3
Перший	1	Розв'язання завдання виконано правильно, але не описані позначення розглянутих подій або коментарі наведені не для всіх кроків розв'язання завдання
	2	Завдання виконано частково: є суттєва помилка в обчисленнях, яка вплинула на отримання правильного результату, або неправильно виконано геометричні побудови
	3	У процесі розв'язання завдання допущена смислова помилка: неправильно підібрана розрахункова формула або геометричне подання не відповідає числовим розрахункам
	4	Наведено лише початкові правильні міркування щодо обчислення ймовірності події, але є помилки, що суттєво вплинули на процес правильного розв'язання завдання
	5	Розпочато розв'язання завдання, теоретичний матеріал використано лише на рівні початкових понять, обрано й записано правильні формули для розрахунків, але не здійснено їх застосування
Другий	1	Розв'язання завдання виконано правильно, але не описані позначення розглянутих подій або коментарі наведені не для всіх кроків розв'язання завдання
	2	У процесі виконання завдання правильно використано відповідні факти, формули і залежності, але допущено 1 – 2 несуттєві помилки, які не вплинули на правильність подальшого розв'язання і остаточну відповідь
	3	Завдання виконано не повністю: розрахункові формули обрані правильно, але процес обчислення виконано з помилками, що вплинуло на отримання правильного кінцевого результату
	4	Завдання виконано лише частково: розрахункові формули обрані правильно, але остаточний числовий результат не отриманий
	5	Розпочато розв'язання завдання, але допущено суттєву помилку: неправильно побудовано ряд розподілу, або неправильно встановлено зв'язок між функцією розподілу і щільністю розподілу, або помилково визначено тип розподілу ВВ
	6	Є суттєві помилки: неправильно вибрано розрахункові формули за умови правильного алгоритму реалізації завдання або розрахункові формули не відповідають умові завдання
	7	Розпочато розв'язання завдання, теоретичний матеріал використано лише на рівні початкових понять, обрано й записано правильні формули для розрахунків, але не здійснено їх застосування

1	2	3
Третій	1	Розв'язання завдання виконано правильно, але не описано позначення величин, що розглядаються, або коментарі наведені не для всіх кроків розв'язання завдання
	2	Розв'язання завдання виконано правильно, але коментар наведено не для всіх кроків розв'язання завдання і не виконано побудову лінії регресії на кореляційному полі
	3	У процесі виконання завдання правильно використано відповідні факти, формули і залежності, але допущено 1 – 2 несуттєві помилки, які не вплинули на правильність подальшого розв'язання і остаточну відповідь
	4	Завдання виконано не повністю: здійснено всі числові розрахунки, але не записано рівняння лінії регресії або не знайдено коефіцієнт кореляції
	5	Завдання виконано частково: знайдено значення не всіх параметрів рівняння регресії за умови правильної реалізації алгоритму розв'язання завдання
	6	Знайдені суми для обчислення параметрів рівняння регресії, але без подальшої реалізації розв'язання
	7	Розв'язання завдання виконано частково: допущено суттєву помилку під час підрахунку сум або значень параметрів рівняння регресії, яка призвела до неправильної відповіді; не наведено обґрунтування деяких кроків розв'язання завдання
	8	Розв'язання завдання розпочато, але не доведено до логічного кінця: реалізовані лише окремі кроки алгоритму розв'язання, записано правильно деякі формули (без подальших відповідних розрахунків)
	9	Хід розв'язання завдання викладено неправильно, однак окремі його кроки свідчать про наявність деяких базових знань. Наведено обґрунтування не всіх кроків розв'язання завдання
	10	Розпочато розв'язання завдання, теоретичний матеріал використано лише на рівні початкових понять, вибрано й записано правильні формули для розрахунків, але не здійснено їх застосування
	11	Вибрано алгоритм розв'язання, який не відповідає умові завдання

*Примітка.* Якщо відповідь така, що під час її оцінювання виникають сумнівні або спірні моменти, то питання вирішується на користь студента.

## 11. Розподіл балів, які отримують студенти

Система оцінювання рівня сформованості професійних компетентностей студентів денної форми навчання наведена в табл. 11.1.

Таблиця 11.1

### Система оцінювання рівня сформованості професійних компетентностей

Професійні компетентності	Навчальний тиждень	Години	Методи та форми навчання		Оцінка рівня сформованості компетентностей			
					Форми контролю	Максимальний бал		
1	2	3	4		5	6		
<b>Змістовий модуль 1. Теорія ймовірностей</b>						<b>26,8</b>		
Знання, вміння та навички щодо оволодіння ймовірнісними методами дослідження складних систем і їх практичного застосування в процесах аналізу та синтезу обчислювальних комплексів	Визначати ймовірнісні міри випадкових подій і випадкових величин	<b>Тема 1. Імовірнісні міри. Дискретний і неперервний ймовірнісні простори</b>						
		1	Ауд.	2	<b>Лекція</b>	Основні поняття теорії ймовірностей	Активна робота на парі	0,2
				2	<b>Практичне заняття</b>	Аналітичне подання за допомогою операцій над подіями їхнього словесного опису. Розв'язання задач, які потребують використання класичного, геометричного та статистичного означення ймовірності випадкової події	Активна робота на парі	0,4
			СРС	4	<b>Підготовка до занять</b>	Пошук, підбір та огляд літературних джерел за заданою тематикою, опрацювання лекційного матеріалу	Контроль самостійної роботи не відбувається	–
		2	Ауд.	2	<b>Лекція</b>	Основні теореми ТЙ та їх застосування	Активна робота на парі	0,2
				2	<b>Лабораторне заняття</b>	Застосування вбудованих функцій MS Excel до обчислення ймовірностей випадкових подій за класичним, геометричним і статистичним означеннями, теоремами додавання і множення ймовірностей, формулою повної ймовірності та формулою Байеса	Активна робота на парі	0,4
		СРС	4	<b>Підготовка до занять</b>	Пошук, підбір та огляд літературних джерел за заданою тематикою, опрацювання лекційного матеріалу	Контроль самостійної роботи не відбувається	–	

Продовження табл. 11.1

1	2	3	4		5	6		
Визначати ймовірнісні міри випадкових подій і ВВ. Розпізнавати серед розподілів ВВ, що зустрічаються на практиці, основні розподіли ВВ	3	Ауд.	2	Лекція	Схема незалежних випробувань (схема Бернуллі)	Активна робота на парі	0,2	
			2	Практичне заняття	Розв'язання задач на застосування: теорем про ймовірність суми та добутку подій; формули повної ймовірності та формули Байєса. Знаходження ймовірностей подій у схемі незалежних випробувань	Активна робота на парі	0,4	
		СРС	4	Підготовка до занять	Пошук, підбір та огляд літературних джерел за заданою тематикою, опрацювання лекційного матеріалу. Виконання домашніх практичних завдань	Домашнє завдання	0,6	
	<b>Тема 2. Одновимірні випадкові величини, їх розподіли та числові характеристики</b>							
	4	Ауд.	2	Лекція	Дискретні ВВ	Активна робота на парі	0,2	
			2	Лабораторне заняття	Розв'язання задач на знаходження ймовірностей випадкових подій із застосуванням формули Бернуллі, локальної та інтегральної теорем Муавра – Лапласа, формули Пуассона та їх наслідків	Активна робота на парі	0,4	
		СРС	4	Підготовка до занять	Пошук, підбір та огляд літературних джерел за заданою тематикою, опрацювання лекційного матеріалу	Контроль самостійної роботи не відбувається	–	
	5	Ауд.	2	Лекція	Неперервні ВВ	Активна робота на парі	0,2	
			2	Практичне заняття	Подання закону розподілу дискретної ВВ у різних формах; знаходження функції розподілу, побудова її графіка. Відшукання функції розподілу та щільності розподілу неперервної ВВ, побудова їх графіків. Знаходження ймовірностей різноманітних подій за допомогою функції розподілу та щільності розподілу	Активна робота на парі	0,4	
		СРС	4	Підготовка до занять	Пошук, підбір та огляд літературних джерел за заданою тематикою, опрацювання лекційного матеріалу. Виконання домашніх практичних завдань	Письмова контрольна робота	5	
			СРС	4	Підготовка до занять	Пошук, підбір та огляд літературних джерел за заданою тематикою, опрацювання лекційного матеріалу. Виконання домашніх практичних завдань	Домашнє завдання	0,6

1	2	3	4		5	6		
Визначати числові характеристики одновимірних ВВ	6	Ауд.	2	<b>Лекція</b>	Числові характеристики ВВ	Активна робота на парі	0,2	
			2	<b>Лабораторне заняття</b>	Обчислення числових ха- рактеристик дискретних ВВ за означенням і за допомогою вбудованих функцій про- грамного середовища MS Excel. Розв'язання задач на засто- сування основних дискрет- них і неперервних розподі- лів	Активна робота на парі	0,4	
		СРС	4	<b>Підготовка до занять</b>	Пошук, підбір та огляд літе- ратурних джерел за зада- ною тематикою, опрацюван- ня лекційного матеріалу	Контроль самостійної роботи не відбувається	–	
	Оцінювати ймовірності подій у випадку великої кількості випробувань	<b>Тема 3. Закон великих чисел, центральна гранична теорема</b>						
		7	Ауд.	2	<b>Лекція</b>	Закон великих чисел, централь- на гранична теорема	Активна робота на парі	0,2
				2	<b>Практичне заняття</b>	Оцінювання модуля відхи- лення значень випадкової величини від її середнього за допомогою нерівності Че- бишова. Розв'язання задач на застосування закону ве- ликих чисел у формах Че- бишова і Бернуллі	Активна робота на парі	0,4
	СРС	4	<b>Підготовка до занять</b>	Пошук, підбір та огляд літе- ратурних джерел за зада- ною тематикою, опрацюван- ня лекційного матеріалу. Виконання домашніх прак- тичних завдань	Домашнє завдання	0,6		
	Визначати закони розподілу та числові характеристики двовимірних ВВ	<b>Тема 4. Багатовимірні випадкові величини та їх розподіл</b>						
		8	Ауд.	2	<b>Лекція</b>	Багатовимірні випадкові ве- личини та їх розподіл	Активна робота на парі	0,2
				2	<b>Лабораторне заняття</b>	Побудова закону розподілу двовимірної ВВ, обчислення її числових характеристик за означенням і за допомогою вбудованих функцій про- грамного середовища MS Excel; побудова умовних за- конів розподілу її складових	Активна робота на парі	0,4
			СРС	5	<b>Підготовка до занять</b>	Пошук, підбір та огляд літе- ратурних джерел за зада- ною тематикою, опрацюван- ня лекційного матеріалу. Підготовка до колоквіуму за змістовим модулем 1	Самостійна контрольна робота	4
						Контроль самостійної роботи не відбувається	–	

Продовження табл. 11.1

1	2	3	4		5	6	
Знання, вміння та навички щодо оволодіння ймовірнісними методами дослідження	<b>Тема 5. Функції випадкових аргументів</b>						
	9	Ауд.	2	Лекція	Функції випадкових аргументів	Активна робота на парі	0,2
			2	Практичне заняття	Встановлення законів розподілу функцій від ВВ дискретного або неперервного типу, та їх числові характеристики	Активна робота на парі	0,4
		СРС	5	Підготовка до занять	Пошук, підбір та огляд літературних джерел за заданою тематикою, опрацювання лекційного матеріалу. Виконання домашніх практичних завдань	Компетентнісно-орієнтоване завдання	5
						Домашнє завдання	0,6
<b>Змістовий модуль 2. Математична статистика. Імовірнісні процеси</b>						<b>33,2</b>	
Знання, вміння та навички щодо статистично-ймовірнісних моделей для отримання наукових і практичних висновків	<b>Тема 6. Основи математичної статистики</b>						
	10	Ауд.	2	Лекція	Основи математичної статистики	Активна робота на парі	0,2
			2	Лабораторне заняття	Побудова за вибіркою дискретного або інтервального статистичних рядів (за частотою і частістю), полігону, кумуляти, гістограми. Обчислення числових характеристик вибірки за означенням і за допомогою вбудованих функцій програмного середовища MS Excel	Активна робота на парі	0,4
		СРС	4	Підготовка до занять	Пошук, підбір та огляд літературних джерел за заданою тематикою, опрацювання лекційного матеріалу	Контроль самостійної роботи не відбувається	–
	<b>Тема 7. Статистичне оцінювання параметрів розподілу та перевірка статистичних гіпотез</b>						
11	Ауд.	2	Лекція	Статистичне оцінювання параметрів розподілу	Активна робота на парі	0,2	
		2	Практичне заняття	Знаходження точкових оцінок невідомих параметрів методами: моментів і найбільшої правдоподібності. Встановлення інтервальних оцінок математичного сподівання і дисперсії за малих і великих обсягах вибірки	Активна робота на парі	0,4	
	СРС	4	Підготовка до занять	Пошук, підбір та огляд літературних джерел за заданою тематикою, опрацювання лекційного матеріалу. Виконання домашніх практичних завдань	Домашнє завдання	0,6	

Продовження табл. 11.1

1	2	3	4		5	6	
Здатність застосовувати методи регресійного та кореляційного аналізу для дослідження економічних задач. Здійснювати перевірку адекватності побудованої моделі за новою вибіркою	12	Ауд.	2	<b>Лекція</b>	Статистична перевірка статистичних гіпотез	Активна робота на парі	0,2
			2	<b>Лабораторне заняття</b>	Знаходження точкових та інтервальних оцінок невідомих параметрів емпіричного розподілу за допомогою вбудованих функцій і надбудови "Аналіз даних" MS Excel. Перевірка статистичних гіпотез про шуканий закон розподілу ймовірностей за критеріями Пірсона та Колмогорова	Активна робота на парі	0,4
		СРС	4	<b>Підготовка до занять</b>	Пошук, підбір та огляд літературних джерел за заданою тематикою, опрацювання лекційного матеріалу	Контроль самостійної роботи не відбувається	–
	<b>Тема 8. Статистичний аналіз взаємозв'язків</b>						
	13	Ауд.	2	<b>Лекція</b>	Кореляційний статистичний аналіз	Активна робота на парі	0,2
			2	<b>Практичне заняття</b>	Складання кореляційної таблиці на основі вибірки із генеральної сукупності двовимірної ВВ, її оброблення з метою проведення аналізу взаємозв'язку	Активна робота на парі Письмова контрольна робота	0,4 5
		СРС	4	<b>Підготовка до занять</b>	Пошук, підбір та огляд літературних джерел за заданою тематикою, опрацювання лекційного матеріалу. Виконання домашніх практичних завдань	Домашнє завдання	0,6
	14	Ауд.	2	<b>Лекція</b>	Регресійний статистичний аналіз	Активна робота на парі	0,2
			2	<b>Лабораторне заняття</b>	Побудова вибіркового рівняння регресії за незгрупованими даними за допомогою вбудованих функцій і надбудов MS Excel. Проведення статистичного оцінювання коефіцієнтів рівняння регресії. Перевірка адекватності математичної моделі парної регресії	Активна робота на парі Самостійна творча робота	0,4 7
		СРС	4	<b>Підготовка до занять</b>	Пошук, підбір та огляд літературних джерел за заданою тематикою, опрацювання лекційного матеріалу	Контроль самостійної роботи не відбувається	–

Закінчення табл. 11.1

1	2	3	4		5	6		
Знання, уміння та навички щодо оволодіння методами теорії випадкових процесів з метою їх практичного застосування для аналізу та синтезу обчислювальних комплексів	<b>Тема 9. Елементи теорії імовірнісних процесів і теорії масового обслуговування</b>							
	Прогнозувати перебіг масового явища залежно від зміни характеристик її чинників	15	Ауд.	2	Лекція	Основні поняття теорії імовірнісних процесів (ІП)	Активна робота на парі	0,2
				2	Практичне заняття	Знаходження: перерізів і траєкторій ІП; їх суми (різниці), добутку; розподілів перерізів за їх сумісним розподілом	Активна робота на парі	0,4
			СРС	4	Підготовка до занять	Пошук, підбір та огляд літературних джерел за заданою тематикою, опрацювання лекційного матеріалу. Виконання домашніх практичних завдань	Домашнє завдання	0,6
	Визначати тип систем масового обслуговування згідно з теорією марківських процесів	16	Ауд.	2	Лекція	Марківські процеси, ланцюги	Активна робота на парі	0,2
				2	Лабораторне заняття	Установлення усереднених характеристик ІП. Задання однорідних ланцюгів Маркова за допомогою матриці ймовірностей; знаходження матриці ймовірностей переходу за $n$ кроків та граничних ймовірностей ланцюгів	Активна робота на парі Самостійна контрольна робота Компетентнісно-орієнтоване завдання	0,4 4 5
			СРС	5	Підготовка до занять	Пошук, підбір та огляд літературних джерел за заданою тематикою, опрацювання лекційного матеріалу	Контроль самостійної роботи не відбувається	–
	СЕСІЯ	17	Ауд.	2	Лекція	Системи масового обслуговування (СМО) марківського типу	Активна робота на парі Колоквіум	0,2 5
				2	Практичне заняття	Задання однорідних ланцюгів Маркова за допомогою матриці ймовірностей; знаходження матриці граничних ймовірностей ланцюгів. Аналіз потоку подій. Опис СМО з відмовами, з очікуванням черги, мішаних	Активна робота на парі	0,4
			СРС	5	Підготовка до занять	Пошук, підбір та огляд літературних джерел за заданою тематикою, опрацювання лекційного матеріалу. Виконання домашніх практичних завдань	Домашнє завдання	0,6
	СЕСІЯ	17	СРС	6	Підготовка до екзамену	Повторення матеріалу змістових модулів	Підсумковий контроль	40
			Ауд.	2	Передекзаменаційна консультація	Розв'язання практичних завдань з тем, що входять до підсумкового контролю		
				2	Екзамен	Виконання завдань екзаменаційного білета		
	<b>Усього годин</b>	<b>150</b>	<b>Загальна максимальна кількість балів із дисципліни</b>				<b>100</b>	
	із них							
аудиторні	68	45 %	поточний контроль			60		
самостійна робота	82	55 %	підсумковий контроль			40		



Розподіл балів у межах тем змістових модулів наведено в табл. 11.2.

Таблиця 11.2

### Розподіл балів за темами

Поточне тестування та самостійна робота									Екзамен	Сума
Змістовий модуль 1					Змістовий модуль 2					
T1	T2	T3	T4	T5	T6	T7	T8	T9	40	100
2,8	7	1,2	5,8	5,0	1,0	1,8	11,8	12,6		
Колоквіум					Колоквіум					
5					5					

Примітка. T1, T2 ... T9 – теми змістових модулів.

Максимальну кількість балів, яку може накопичити студент протягом тижня за формами та методами навчання, наведено в табл. 11.3.

Таблиця 11.3

### Розподіл балів за тижнями

Теми змістового модуля		Лекції	Практичні заняття	Лабораторні заняття	Домашні завдання	Самостійна творча робота	Письмові КР	Самостійні КР	Колоквіуми	Усього
Змістовий модуль 1. Теорія ймовірностей	Тема 1	1 тиждень	0,2	0,4	–	–	–	–	–	0,6
		2 тиждень	0,2	–	0,4	–	–	–	–	0,6
		3 тиждень	0,2	0,4	–	0,6	–	–	–	1,2
	Тема 2	4 тиждень	0,2	–	0,4	–	–	–	–	0,6
		5 тиждень	0,2	0,4	–	0,6	–	5	–	6,2
		6 тиждень	0,2	–	0,4	–	–	–	–	0,6
	Тема 3	7 тиждень	0,2	0,4	–	0,6	–	–	–	1,2
	Тема 4	8 тиждень	0,2	–	0,4	–	–	–	4	4,6
Тема 5	9 тиждень	0,2	0,4	–	0,6	–	–	5	6,2	
Змістовий модуль 2. Математична статистика. Імовірнісні процеси	Тема 6	10 тиждень	0,2	–	0,4	–	–	–	–	0,6
	Тема 7	11 тиждень	0,2	0,4	–	0,6	–	–	–	1,2
		12 тиждень	0,2	–	0,4	–	–	–	–	0,6
	Тема 8	13 тиждень	0,2	0,4	–	0,6	–	5	–	6,2
		14 тиждень	0,2	–	0,4	–	7	–	–	7,6
	Тема 9	15 тиждень	0,2	0,4	–	0,6	–	–	–	1,2
		16 тиждень	0,2	–	0,4	–	–	–	4	4,6
17 тиждень		0,2	0,4	–	0,6	–	–	–	5	6,2
Усього		3,4	3,6	3,2	4,8	7	10	8	10	60

Підсумкова оцінка з навчальної дисципліни розраховується як сума балів з навчальної дисципліни, отриманих протягом семестру за накопичувальною системою (максимальна кількість – 60 балів) та балів, отриманих під час екзамену (максимальна кількість – 40 балів), і визначається відповідно до Тимчасового положення "Про порядок оцінювання результатів навчання студентів за накопичувальною бально-рейтинговою системою" ХНЕУ ім. С. Кузнеця (табл. 11.4).

Таблиця 11.4

### Шкала оцінювання: національна та ЄКТС

Сума балів за всі види навчальної діяльності	Оцінка ЄКТС	Оцінка за національною шкалою	
		для екзамену, курсового проекту (роботи), практики	для заліку
90 – 100	A	відмінно	зараховано
82 – 89	B	добре	
74 – 81	C		
64 – 73	D	задовільно	
60 – 63	E		
35 – 59	FX	незадовільно	не зараховано
1 – 34	F		

## 12. Рекомендована література

### 12.1. Основна

1. Егоршин А. А. Корреляционно-регрессионный анализ : пособие для вузов / А. А. Егоршин, Л. М. Малярец. – Харьков : Основа, 1998. – 208 с.

2. Лабораторний практикум із розділу "Теорія ймовірностей та математична статистика" навчальної дисципліни "Математика для економістів" : навч.-практ. посіб. / І. Л. Лебедева, О. О. Єгоршин, Е. Ю. Железнякова та ін. – Харків : Вид. ХНЕУ, 2009. – 116 с.

3. Лабораторний практикум з навчальної дисципліни "Теорія ймовірностей та математична статистика" : навч. посіб. / Е. Ю. Железнякова,

І. Л. Лебедева, Л. О. Норік та ін. – Харків : ХНЕУ ім. С. Кузнеця, 2016. – 184 с.

4. Малярець Л. М. Математика для економістів. Теорія ймовірностей та математична статистика : навч. посіб. У 3 ч. Ч. 3 / Л. М. Малярець, І. Л. Лебедева, Л. Д. Широкоград. – Харків : Вид. ХНЕУ, 2011. – 568 с.

5. Малярець Л. М. Практикум з теорії ймовірностей та математичної статистики в Excel : навч.-практ. посіб. / Л. М. Малярець, І. Л. Лебедева, Е. Ю. Железнякова. – Харків : Вид. ХНЕУ, 2007. – 160 с.

6. Малярець Л. М. Теорія ймовірностей і математична статистика у вправах, прикладах та задачах : навч.-практ. посіб. / Л. М. Малярець, А. В. Ігначкова, Л. Д. Широкоград. – Харків : Вид. ХНЕУ, 2010. – 548 с.

7. Теорія ймовірностей і математична статистика : навч. посіб. / Л. М. Малярець, І. Л. Лебедева, Е. Ю. Железнякова та ін. – Харків : Вид. ХНЕУ, 2010. – 404 с.

## 12.2. Додаткова

8. Барковський В. В. Теорія ймовірностей та математична статистика / В. В. Барковський, Н. В. Барковська, О. К. Лопатін. – 5-е вид. – Київ : Центр учбової літератури, 2010. – 424 с.

9. Валєєв К. Г. Збірник задач з теорії ймовірностей та математичної статистики / К. Г. Валєєв, І. А. Джалладова. – Київ : КНЕУ, 2005. – 340 с.

10. Гмурман В. Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике / В. Е. Гмурман. – Москва : Высшая школа, 2001. – 575 с.

11. Гмурман В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика : учеб. пособ. для вузов / В. Е. Гмурман. – 6-е изд. – Москва : Высшая школа, 1998. – 480 с.

12. Жлуктенко В. І. Теорія ймовірностей і математична статистика : навч.-метод. посіб. : у 2 ч. Ч. 1. Теорія ймовірностей / В. І. Жлуктенко, С. І. Наконечний. – Київ : КНЕУ, 2000. – 304 с.

13. Жлуктенко В. І. Теорія ймовірностей і математична статистика : навч.-метод. посіб. : у 2 ч. Ч. 2. Математична статистика / В. І. Жлуктенко, С. І. Наконечний, С. С. Савіна. – Київ : КНЕУ, 2000. – 336 с.

14. Кремер Н. Ш. Теория вероятностей и математическая статистика / Н. Ш. Кремер. – Москва : ЮНИТИ-ДАНА, 2000. – 544 с.

15. Письменный Д. Т. Конспект лекций по теории вероятностей, математической статистике и случайным процессам / Д. Т. Письменный. – 3-е изд. – Москва : Айрис-пресс, 2008. – 288 с.

16. Чернов В. П. Математика для экономистов. Теория массового обслуживания / В. П. Чернов, В. Б. Ивановский. – Москва : ИНФРА-М, 2000. – 158 с.

### **12.3. Інформаційні ресурси**

17. Жлуктенко В. І. Теорія ймовірностей і математична статистика [Електронний ресурс] : навч.-метод. посіб. : у 2 ч. Ч. 2. Математична статистика / В. І. Жлуктенко, С. І. Наконечний, С. С. Савіна. – Київ : КНЕУ, 2001. – 336 с. – Режим доступу : <http://dozkontrol.ucoz.ua/index/0-40>.

18. Иглин С. П. Математические расчеты на базе MatLab [Электронный ресурс] / С. П. Иглин. – Санкт-Петербург : БХВ-Петербург, 2005. – 640 с. – Режим доступа : <http://iglin.exponenta.ru/matst.html>.

19. Сеньо П. С. Теорія ймовірностей та математична статистика [Електронний ресурс] : підручник / П. С. Сеньо. – Київ : Знання, 2007. – 556 с. – Режим доступу : [http://chtyvo.org.ua/authors/Seno\\_Petro/Teoriia\\_imovirnostei\\_ta\\_matematychna\\_statystyka/](http://chtyvo.org.ua/authors/Seno_Petro/Teoriia_imovirnostei_ta_matematychna_statystyka/).

20. Хом'юк І. В. Теорія ймовірностей та математична статистика [Електронний ресурс] : навч. посіб. / І. В. Хом'юк, В. В. Хом'юк, В. О. Краєвський. – Вінниця : ВНТУ, 2008. – 194 с. – Режим доступу : <http://kraevskyyvolodymyr.vk.vntu.edu.ua/file/posibnyky/d4301269e226b5f2e8ec6a7fd6b1d49d.pdf>.

### **12.4. Методичне забезпечення**

21. Методичні рекомендації до виконання самостійної роботи з теми "Основні закони розподілу дискретних та неперервних випадкових величин" у середовищі MatLab навчальної дисципліни "Теорія ймовірностей і математична статистика" для студентів усіх спеціальностей всіх форм навчання / уклад. Б. В. Сенкевич. – Харків : Вид. ХНЕУ, 2007. – 48 с.

22. Методичні рекомендації до застосування комбінаторики з теорії ймовірностей та математичної статистики для студентів всіх спеціальнос-

тей всіх форм навчання / уклад. Е. Ю. Железнякова. – Харків : Вид. ХНЕУ, 2007. – 28 с.

23. Методичні рекомендації до розв'язання задач з теми "Статистична перевірка статистичних гіпотез" навчальної дисципліни "Теорія ймовірностей та математична статистика" для студентів усіх спеціальностей денної форми навчання / уклад. З. Г. Попова. – Харків : Вид. ХНЕУ, 2006. – 92 с.

24. Методичні рекомендації з теми "Формула Бернуллі. Диференціальна та інтегральна теореми Лапласа і їх застосування" навчальної дисципліни "Теорія ймовірностей і математична статистика" для студентів усіх спеціальностей всіх форм навчання / уклад. Л. М. Афанасьєва, Л. Д. Широкоград, К. М. Дубовик. – Харків : Вид. ХНЕУ, 2007. – 44 с.

# Додатки

Додаток А

Таблиця А.1

## Структура складових професійних компетентностей з навчальної дисципліни "Теорія ймовірностей, імовірнісні процеси та математична статистика" за Національною рамкою кваліфікацій України

Складові компетентності, яка формується в рамках теми	Мінімальний досвід	Знання	Вміння	Комунікації	Автономність і відповідальність
1	2	3	4	5	6
<b>Тема 1. Імовірнісні міри. Дискретний і неперервний імовірнісні простори</b>					
Здатність використовувати поняття ймовірнісної міри випадкової події під час реалізації функцій інформаційних систем	Базові знання з комбінаторного аналізу (типи комбінаторних конфігурацій та формули для їх підрахунку) і теорії множин (операції над подіями, закони алгебри множин, діаграми Ейлера – Вена)	Знання різновидів випадкових подій та дій з ними, різні підходи до означення ймовірності випадкової події та її властивості, основні теорії ймовірностей та їх застосування	Вміння давати ймовірнісну оцінку досліджуваних явищ і застосувати набуті відомості під час розроблення алгоритмів розв'язання обчислювальних задач	Здатність аналізувати проміжні результати із метою уточнення типу та форми зв'язку між подіями, відокремлювати незалежні та залежні фактори	Формування базових знань для подальшого опанування методів якісного і кількісного аналізу випадкових подій
<b>Тема 2. Одновимірні випадкові величини, їх розподіли та числові характеристики</b>					
Здатність володіти засобами оброблення характеристик явищ і процесів, які описуються одновимірною ВВ, для використання їх під час розроблення різноманітних математичних моделей	Вміти формалізувати текстові задачі з метою складання закону розподілу відповідної ВВ, визначати її функцію розподілу та числові характеристики	Знання щодо типів ВВ, способів задання їх законів розподілу, відшукування числових характеристик, основних дискретних і неперервних розподілів	Уміння застосовувати ВВ під час моделювання різноманітних залежностей між характеристиками складових інформаційних систем	Використання сучасних комп'ютерних технологій та відповідних пакетів прикладних програм для створення й експлуатації інформаційних комплексів та інтегрованих систем обробки інформації	Вміння самостійно впроваджувати одновимірні ВВ дискретного і неперервного типу під час розв'язання задач і ситуаційних вправ фахової спрямованості

1	2	3	4	5	6
<b>Тема 3. Закон великих чисел, центральна гранична теорема</b>					
Здатність застосовувати закон великих чисел і граничні теореми теорії ймовірностей для обчислення ймовірностей відхилень між числовими характеристиками ВВ і результатами їх статистичного оцінювання	Знання основних теорем, що розкривають зміст закону великих чисел і центральної граничної теореми: нерівності Чебишова, теореми Бернуллі, теореми Чебишова і теореми Ляпунова	Знання щодо дослідження граничної поведінки послідовностей ВВ за умови необмеженого збільшення числа дослідів	Уміння встановлювати факт наближення середніх характеристик великого числа дослідів до не випадкових величин, перевіряти узгодженість теоретико-ймовірнісної моделі з досліджуваним явищем	Здатність аналізувати, теоретично та експериментально досліджувати методи, алгоритми, програми апаратно-програмних комплексів і систем	Здатність самостійно виділяти серед різноманітних пропозицій щодо вирішення проблеми інформацію, яка дозволяє це здійснювати
<b>Тема 4. Багатовимірні випадкові величини та їх розподіл</b>					
Здатність володіти засобами обробки характеристик явищ і процесів, які описуються системою двох ВВ, для використання їх під час розроблення різноманітних математичних моделей	Уміння використовувати випадкові вектори під час моделювання процесів управління інформаційними системами	Знання щодо складання закону розподілу двовимірної ВВ дискретного чи неперервного типу, умовних законів розподілу та числових характеристик її складових	Уміння за допомогою двовимірних ВВ інтерпретувати постановки задач для відображення зв'язків між характеристиками процесу, що вивчається	Здатність виконувати необхідні математичні обчислення з метою їх застосування під час розв'язання конкретних практичних задач	Підготовленість до самостійного дослідження двовимірної ВВ з метою визначення щільності кореляційного зв'язку її складових
<b>Тема 5. Функції випадкових аргументів</b>					
Здатність встановлювати закони розподілу функцій від ВВ дискретного або неперервного типу та їх числові характеристики	Визначення законів розподілу та числових характеристик функцій випадкових аргументів, закони розподілу яких відомі	Знання щодо використання математичного апарату функцій випадкових аргументів для вирішення прикладних і наукових завдань у галузі інформаційних систем і технологій	Уміння за законом розподілу (або числовими характеристиками) однієї або кількох ВВ встановлювати розподіл іншої ВВ, функціонально зв'язаної з першою	Здатність застосовувати функції, аргументом яких є ВВ для оброблення дослідних даних	Формування навичок самостійного розв'язання задач щодо обчислення ймовірності значень функції від випадкового аргументу та її числових характеристик

1	2	3	4	5	6
<b>Тема 6. Основи математичної статистики</b>					
Застосування методів статистичного оброблення даних та оцінювання стохастичних процесів реального світу	Володіння основними методами збирання кількісної інформації (статистичного матеріалу) для статистичного опису результатів спостережень з метою вивчення закономірностей масового явища	Знання, щодо методів оброблення, опису та аналізу статистичних моделей для отримання наукових і практичних висновків	Уміння здійснювати збирання та оброблення статистичного матеріалу для побудови математичної моделі масового явища	Здатність застосовувати статистичні методи до оброблення й аналізу даних і приймати на основі цього обґрунтовані рішення	Оволодіння навичками самостійного здійснення статистичних спостережень масових явищ з метою встановлення статистичних закономірностей
<b>Тема 7. Статистичне оцінювання параметрів розподілу та перевірка статистичних гіпотез</b>					
Визначати обґрунтований вибір гіпотези про розподіл генеральної сукупності	Знання основних методів оцінювання невідомих параметрів розподілу та методів перевірки статистичних гіпотез	Знання щодо ймовірності природи статистичних оцінок параметрів генеральної сукупності та закони їх розподілу	Уміння застосовувати наявні методи визначення точкових та інтервальних оцінок невідомих параметрів розподілу, формулювати статистичні гіпотези та перевіряти їх за допомогою статистичних критеріїв	Здатність презентувати й аргументовано подати результати статистичного оцінювання числових характеристик досліджуваної ВВ	Підготовленість до самостійного вибору статистичних методів формування репрезентативної вибіркової сукупності з метою забезпечення узгодженості між вибірковими оцінками і значеннями відповідних характеристик генеральної сукупності
<b>Тема 8. Статистичний аналіз взаємозв'язків</b>					
Здатність застосовувати кореляційно-регресійний аналіз для побудови моделей економічних явищ та прогнозування за цими моделями; проводити аналіз впливу фактора-аргументу на функціональний фактор	Досвід щодо побудови математичної моделі парної регресії і перевірки її адекватності реальним даним; чітке розуміння змісту економічних величин – характеристик процесу, що досліджується	Знати основні методи оцінювання числових характеристик законів розподілу статистичних рядів, принципи побудови моделей за статистичними даними, методи перевірки значущості параметрів моделі	Вміти обґрунтовано вибирати статистики для оцінювання числових параметрів у задачах економічного змісту; застосовувати програмне середовище MS Excel для чисельних розрахунків та побудови моделі в цілому	Уміння знаходити ефективні шляхи узгодження реального процесу з відповідною математичною моделлю, будувати вибіркоче рівняння регресії за незгрупованими даними	Самостійно визначати найбільш прийнятний підхід до побудови моделі вибіркочим методом. Відповідальність за вибір функції, за якою здійснюється апроксимація під час дослідження економічних процесів



1	2	3	4	5	6
<b>Тема 9. Елементи теорії імовірнісних процесів і теорії масового обслуговування</b>					
Здатність аналізувати і розрізняти типи випадкових процесів згідно з їхньою класифікацією: дискретні і неперервні; стаціонарні, з незалежними приростами, без післядії, розгалужені, системи масового обслуговування	Досвід використання розподілу Пуассона для обчислення ймовірностей настання подій за певний проміжок часу в пуассонівських випадкових процесах; досвід оперування засобами матричної алгебри для визначення матриць перехідних ймовірностей та побудова графа станів процесу згідно з теорією графів	Знати основні функціональні й осереднені (числові не випадкові функції) характеристики випадкових процесів: закони розподілу, функції розподілу ймовірностей, математичне сподівання, дисперсію, автоковаріаційну функцію, взаємну кореляційну функцію	Вміти обґрунтовано вибирати тип випадкового процесу для розв'язання задач економічного змісту і застосовувати програмне середовище MS Excel для дослідження можливих станів різних типів систем масового обслуговування	Знаходити ефективні шляхи узгодження реального процесу з відповідною математичною моделлю, обмінюватися здобутками, презентувати результати досліджень	Самостійно визначати найбільш прийнятний тип випадкового процесу для розв'язання поставленої задачі і застосовувати обчислювальні засоби для отримання відповідних характеристик випадкових процесів, здійснювати перевірку результатів на адекватність

## Зміст

Вступ.....	3
1. Опис навчальної дисципліни .....	4
2. Мета та завдання навчальної дисципліни .....	5
3. Програма навчальної дисципліни .....	9
4. Структура навчальної дисципліни.....	14
5. Теми практичних занять .....	18
5.1. Приклади типових практичних завдань за темами.....	22
6. Теми лабораторних занять.....	26
7. Самостійна робота.....	28
7.1. Самостійна контрольна робота .....	32
7.1.1. Приклади типових задач самостійних контрольних робіт .....	32
7.2. Контрольні запитання для самодіагностики .....	35
7.3. Компетентнісно-орієнтовані завдання .....	41
7.3.1. Приклади компетентнісно-орієнтованих завдань за змістовими модулями.....	42
7.4. Самостійна творча робота.....	44
8. Індивідуально-консультативна робота .....	45
9. Методи навчання .....	46
10. Методи контролю .....	50
11. Розподіл балів, які отримують студенти .....	59
12. Рекомендована література.....	66
12.1. Основна .....	66
12.2. Додаткова .....	67
12.3. Інформаційні ресурси.....	68
12.4. Методичне забезпечення .....	68
Додатки.....	70

НАВЧАЛЬНЕ ВИДАННЯ

# ТЕОРІЯ ЙМОВІРНОСТЕЙ, ЙМОВІРНІСНІ ПРОЦЕСИ ТА МАТЕМАТИЧНА СТАТИСТИКА

**Робоча програма  
для студентів спеціальності  
122 "Комп'ютерні науки та інформаційні технології"  
першого (бакалаврського) рівня**

*Самостійне електронне текстове мережеве видання*

Укладач **Денисова** Тетяна Володимирівна

Відповідальний за видання *Л. М. Малярець*

Редактор *В. Ю. Степаненко*

Коректор *В. Ю. Степаненко*

План 2017 р. Поз. № 28 ЕВ. Обсяг 75 с.

---

Видавець і виготовлювач – ХНЕУ ім. С. Кузнеця, 61166, м. Харків, просп. Науки, 9-А

*Свідоцтво про внесення суб'єкта видавничої справи до Державного реєстру  
ДК № 4853 від 20.02.2015 р.*