

УДК 534.2

## ФУНКЦІЯ РОЗПОДІЛУ ДЛЯ ОПИСУ ПРОЦЕСІВ НИЗЬКОТЕМПЕРАТУРНОЇ АКУСТИЧНОЇ РЕЛАКСАЦІЇ

Рибалко Антоніна Павлівна, канд.фіз.-мат. наук, доцент, Харківський національний економічний університет імені Семена Кузнеця, м. Харків, Україна

**Анотація** — Явища непружної, магнітної та діелектричної релаксації в твердотільних системах різної природи останні тридцять років інтенсивно вивчаються як в нашій країні, так і за кордоном [1-5]. Результати цих досліджень можуть бути використані при вирішенні широкого спектру практичних задач, зокрема, при створенні нових конструкцій, що мають працювати в екстремальних умовах: в ядерній енергетиці, аерокосмічній та медико-біологічній техніці, у різноманітних галузях кріогенної техніки, тощо.

**Ключові слова** — тверді тіла, акустична релаксація, математична модель, функція розподілу.

Основною характеристикою релаксаційних процесів є так званий час релаксації  $\tau$ , тобто час, на протязі якого відповідна фізична величина, що релаксує, змінюється в  $e$  раз. На практиці, елементарні релаксатори часто знаходяться під впливом різних випадкових факторів: температурних градієнтів, полів дефектів кристалів, внутрішніх напружень та ін. Завдяки цьому час релаксації навіть для релаксаторів одного типу має певний розкид. Тому поширеним підходом для опису цих процесів є введення розподілу часів релаксації, дискретного або неперервного. Було запропоновано багато видів розподілу для релаксаційних моделей в фізичних системах [5,2], але при дослідженні кожного конкретного процесу стає питання вибору функції розподілу, що якнайкраще відповідає експериментально отриманим результатам. Необхідно, щоб відновлена функція розподілу задовольняла всі умови і обмеження, які продиктовані сутністю фізичних явищ, що вивчаються. За допомогою

побудованого розподілу обчислюються кількісні параметри релаксаційного процесу, їх залежність від різних умов та характеристик матеріалів, робляться висновки щодо спостережених явищ та прогнози відносно поведінки системи за межами спостережень. Як наслідок, на практиці це дає змогу ефективно управляти фізичними властивостями матеріалів, змінюючи їх характеристики.

В роботі представлено порівняльний аналіз різних функцій розподілу часів релаксації та функцій розподілу енергій активації з точки зору їх застосування для опису низькотемпературної акустичної релаксації в твердих тілах. Зроблено висновки відносно того, який саме вигляд повинна мати функція розподілу для адекватного відображення термічно активованих процесів в твердих тілах, та який аналіз експериментальних даних може бути проведений на основі отриманої теоретичної моделі.

Час релаксації  $\tau$  термічно активованого процесу задовольняє рівняння Арреніуса

$$\tau(T) = \tau_0 \cdot \exp\left[\frac{U}{kT}\right], \quad (1)$$

де  $T$  – абсолютна температура;  $U$  – енергія активації;  $\tau_0$  – фактор частоти (період спроб);  $k$  – стала Больцмана. Велика кількість експериментальних даних підтверджує, що рівняння (1) служить добрим описом енергетичної та температурної залежності часу релаксації  $\tau$ .

Застосування розподілів часів релаксації та енергій активації при моделюванні низькотемпературного термічно активованого релаксаційного процесу в кристалах потребує свідомого підходу. Так, досить популярні функції розподілу часів релаксації Девідсон-Коула та Коул-Коула неможна вважати підходящими для моделювання

термічно активованих процесів в твердих тілах. З великої кількості розроблених для релаксаційних моделей в цілому функцій розподілу, адекватними для релаксаційних процесів в кристалах можна вважати лише наступні.

У випадку майже симетричного піку внутрішнього тертя можливе використання нормального розподілу логарифму часів релаксації  $\ln \tau$ , який також називається логнормальним законом розподілу. Відповідна функція розподілу Вагнера  $f(\tau) = f(\ln \tau)$  має вигляд

$$f(\ln \tau) = \frac{b}{\tau \sqrt{\pi}} \cdot \exp \left\{ - \left( b \ln \frac{\tau}{\tau_m} \right)^2 \right\},$$

де  $\tau_m$  – математичне сподівання;  $b$  – параметр дисперсії.

Як зазначалось, дуже корисно (та природно) мати узгоджений з розподілом часів релаксації розподіл енергій активації. Відповідний розподілу Вагнера розподіл енергій активації має вигляд:

$$g(U) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \exp \left[ - \frac{1}{2} \left\{ \frac{U - U_m}{\sigma} \right\}^2 \right]$$

де  $U_m$  – математичне сподівання;  $\sigma$  – середнє квадратичне відхилення.

Також для моделювання низько-температурної акустичної релаксації в твердих тілах можливо використовувати квазігауссівську функцію розподілу енергій активації вигляду:

$$g(U) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \cdot \frac{U}{U_0} \cdot \exp \left( - \frac{(U - U_0)^2}{2\sigma^2} \right),$$

де  $U_0 = kT \ln \left( \frac{\tau}{\tau_0} \right)$  – енергія активації, що

відповідає періоду спроб  $\tau_0$ .

На відміну від логнормального, цей розподіл можна застосовувати лише у випадку, коли в результаті експерименту був зафіксований асиметричний пік внутрішнього тертя. За асиметрію відповідає перед-експоненціальний множник, який залежить від енергії активації.

Третій можливий для застосування розподіл часів релаксації задається функцією

$$f(\tau) = \begin{cases} N \cdot \tau^{-(1+\rho)}, & \tau \in (\tau_s; \tau_l); \\ 0, & \tau \notin (\tau_s; \tau_l), \end{cases}$$

де  $\rho = \xi kT$ ;  $\xi, N$  – параметри, що не залежать від температури  $T$ ;  $k$  – стала Больцмана;  $\tau_s, \tau_l$  – найменше та найбільше часи релаксації.

При різних значеннях параметрів цей розподіл моделює як симетричні, так і асиметричні піки. Ця властивість дає змогу застосовувати його для опису широкого класу релаксаційних процесів. Розподіл енергій активації в цьому випадку є повністю узгодженим (при будь-яких значеннях температур) і задається функцією розподілу наступного вигляду:

$$g(U) = M \exp(-\xi U),$$

де  $M$  та  $\xi$  – температурно незалежні константи.

### Список використаної літератури

1. Иванов В.В. Спектр времен релаксации в монокристаллах ТГС / Иванов В.В., Макаров В.В., Клевцова Е.А. // Вестник ТвГУ, Серия «Физика». – 2004. – № 4(6). – Р. 115-117
2. Macdonald J. R. Restriction on the Form of Relaxation-Time Distribution Functions for a Termally Activated Process // J.Chem. Phys. – 1962. – V. 16. – № 2. – Р. 345–349.
3. Нацик В.Д. Статистический анализ низкотемпературного  $\alpha$ -пика внутреннего трения в монокристаллах железа / Нацик В.Д., Паль-Валь П.П., Паль-Валь Л.Н., Семеренко Ю.А. // ФНТ. – 2000. – Т.26. – № 7. – С. 711–720.
4. Новик А. Релаксационные явления в кристаллах / Новик А., Берри Б. – М.: Атомиздат, 1975. – 472 с.

Автор

Рибалко Антоніна Павлівна, доцент кафедри вищої математики та економіко-математичних методів ХНЕУ ім..С.Кузнеця. Antonina.Rybalko@hneu.net

Тези доповіді надійшли 05 січня 2020 року.

Опубліковано в авторській редакції.