

## ОСОБЕННОСТИ ПРИМЕНЕНИЯ ДИНАМИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ В ОЦЕНКЕ РАЗВИТИЯ РЕГИОНА

*Аннотация. Рассмотрена проблема оценки уровня развития региона. Для исследования экономического состояния региона построена односекторная динамическая модель развития региона. Проведена апробация данной модели на Харьковском регионе и сделаны выводы на основе полученных данных.*

*Анотація. Розглянуто проблему оцінки рівня розвитку регіону. Для дослідження економічного стану регіону побудовано односекторну динамічну модель розвитку регіону. Проведено апробацію даної моделі на Харківському регіоні та зроблено висновки на основі отриманих даних.*

*Annotation. The problem of assessing the level of development of the region is examined. One-sector dynamic model of the region to study the economic situation in the region is built. This model is tested in the Kharkiv region and conclusions on the basis of data obtained are drawn.*

*Ключевые слова: экономическое состояние, экономическое развитие, динамическое моделирование, модель развития региона.*

Економічний ріст України неможлив без розвитку її неотъемлемых елементів – регіонів. Однією з головних цілей державного регулювання економіки сьогодні є розвиток регіонів. Дослідження їх економічного стану стає пріоритетною задачею сучасних економістів. Основним параметром для оцінки розвитку регіону можна виділити ріст економіки, оскільки він визначає розвиток і піддається кількісним оцінкам.

Економіка регіону є складною системою, формованою великою кількістю елементів і взаємозв'язей, пронизуючих всі суспільно важливі сфери діяльності. Для оцінки економічного розвитку регіону можуть бути використані сучасні моделі економічної динаміки. Моделі росту – однією з напрямків даної методології. Дані моделі дають можливість оцінити траєкторії збалансованого розвитку регіональної системи, які характеризуються незмінністю темпів росту виробництва і використовуваних ресурсів. Режим збалансованого росту правомірно розглядати як стан стаціонарних станів у "пространстві темпів", до яких сходяться всі можливі траєкторії системи.

У роботі розглядається побудова односекторної динамічної моделі розвитку регіону. Данна модель є модифікацією динамічних моделей Кейнса і Харрода-Домара. Основні відмінності побудованої моделі від вказаних складаються в наступному:

рівняння динаміки числа зайнятих в економіці складено з урахуванням конкуренції на ринку праці; обсяг кінцевого споживання лінійно залежить від чисельності населення, тобто темп росту кінцевого споживання є змінною величиною;

дохідна частина регіонального бюджету знаходиться в залежності від ВРП [1].

В моделі передбачається, що:

1) валовий регіональний продукт (ВРП)  $X$  розподіляється між інвестиціями  $I$  і загальним споживанням  $S$  в відповідності з балансовим рівнянням

$$X = I + S, \quad (1)$$

2) швидкість зміни валового регіонального продукту пропорційна інвестиціям:

$$\dot{X} = mI, \quad (2)$$

де  $m \in [0; 1]$  – норма інвестицій;  
 $t$  – час.

Обсяг виробництва ВРП  $X$  визначається виробничою функцією

$$X = F(K, L),$$

де  $K$  – вартість основних фондів економіки;

$L$  – чисельність населення, зайнятого в економіці;

3) інвестиції витрачаються на збільшення основних виробничих фондів  $K$ , витрати їх відсутні, інвестиційний лаг дорівнює нулю:

$$\dot{K} = I. \quad (3)$$

Пусть общее потребление  $S$  делится на производственное потребление  $\alpha F(K, L)$  и конечное потребление  $S_1 = bN + c$ , где  $a \in [0; 1)$  – склонность к потреблению;  $N$  – численность населения, проживающего в регионе;  $b$  – среднедушевое потребление, то есть

$$S = \alpha F(K, L) + bN + c. \quad (4)$$

Подставляя (1) и (4) в (2), а (2) в (3), получим уравнение динамики основных производственных фондов:

$$\dot{K} = (1 - \alpha)F(K, L) - bN - c. \quad (5)$$

Считается, что численность населения, занятого в экономике  $L$ , пропорциональна численности населения, проживающего на данной территории,  $N$ :

$$L = \mu N + \alpha. \quad (6)$$

Динамика численности населения, проживающего на данной территории, описывается логистическим уравнением, так называемым уравнением П. Ф. Ферхюльста [2]:

$$\dot{N} = rN\left(\frac{M-N}{M}\right) \quad (7)$$

где  $M$  – максимально допустимая численность населения на данной территории,  $r$  – коэффициент прироста (убыли) населения [3].

Предполагается, что коэффициент рождаемости  $\beta$  – линейная убывающая функция, зависящая от численности населения  $N$ , так что  $\beta = \beta_0 - \beta_1 N$ , где  $\beta_0$  и  $\beta_1$  – положительные константы. Если показатель смертности  $\delta = \delta_0$  остается постоянным, то параметр  $M = \frac{\beta_0 - \delta_0}{\beta_1}$ .

Подставив (6) в (7), получается уравнение динамики числа занятых в экономике, учитывающее конкуренцию за ограниченный ресурс рабочих мест:

$$\dot{L} = rL - \frac{rL^2}{M\mu} - ra\left(1 + \frac{a}{M\mu}\right) + \frac{2rLa}{M\mu}. \quad (8)$$

В качестве производственной функции используется мультипликативная функция Кобба-Дугласа вида  $F(K, L) = a_0 K^{a_1} L^{a_2}$ . Подставим (6) в (5), тогда дифференциальные уравнения (5) и (8) описывают динамическую модель экономического развития региона:

$$\begin{cases} \dot{K} = (1 - \lambda)a_0 K^{a_1} L^{a_2} - \left(\frac{bL}{\mu} - \frac{ba}{\mu} + c\right), \\ \dot{L} = -\frac{rL^2}{M\mu} + L\left(r + \frac{2ra}{M\mu}\right) - ra\left(1 + \frac{a}{M\mu}\right). \end{cases} \quad (9)$$

Модель может служить инструментом исследования роста экономики в регионах. В работе представлена апробация модели на Харьковском регионе, поскольку он имеет весомый удельный вес в ВВП страны. С помощью методов регрессионного анализа на основе (2), (4), (6) и данных за 1999 – 2009 гг. были получены регрессионные уравнения:

1. Зависимость конечного потребления ( $S_1$ ) от численности населения ( $N$ ) имеет вид:

$$S_1 = -225,8N + 668\,678,1.$$

2. Зависимость числа занятых в экономике ( $L$ ) от численности населения ( $N$ ) имеет вид:

$$L = 0,51N + 234,87.$$

3. Производственная функция имеет вид:

$$X = 6,985K^{0,937}L^{0,022},$$

где  $X$  – объем производства ВРП;

$K$  – стоимость основных фондов экономики;

$L$  – численность населения, занятого в экономике.

Анализ коэффициентов производственной функции говорит о том, что функция является линейно однородной, то есть она демонстрирует постоянную отдачу при изменении масштабов производства, так как сумма степенных показателей практически равна единице.

Далее строится модель динамики численности населения (7), для этого выражается зависимость коэффициента рождаемости от населения:  $\beta = 53,56 - 0,0158N$ . Коэффициент смертности за 10 лет колеблется около значения 16,01. На основе этих данных рассчитана максимально допустимая численность населения Харьковского региона.

$$M = \frac{53,56 - 16,01}{0,0158} = 2367,59.$$

Уравнение Ферхюльста имеет вид:

$$N(t) = \frac{2367,59N_0}{N_0 + (2367,59 - N_0)\exp^{-r(t-t_0)}}$$

так как известны все показатели, кроме  $r$ , он был найден с помощью регрессионного анализа и  $r = 0,036$ .

Таким образом, все построенные выше модели являются адекватными и статистически значимыми, следовательно, полученные коэффициенты могут быть использованы для построения динамической односекторной модели развития региона. Получены следующие значения параметров динамической модели (9):

$$\lambda = 0,77, a_0 = 6,985, a_1 = 0,937, a_2 = 0,022, b = -225,8, \mu = 0,5064, \\ c = 668\,678,1, M = 2\,367,59, r = 0,036, \alpha = 234,87,$$

с учетом которых система принимает вид:

$$\begin{cases} \dot{K} = 0,23 \times 6,985 K^{0,937} L^{0,022} - \left( \frac{-225,8L}{0,5064} + 773\,404,89 \right), \\ \dot{L} = -\frac{0,036L^2}{1198,95} + 0,049L - 8,88. \end{cases} \quad (10)$$

Теоретически данная модель должна иметь фазовые траектории, представленные на рисунке. В области I будет наблюдаться постепенное уменьшение стоимости основных производственных фондов при увеличении численности населения, занятого в экономике. В области II стоимость основных производственных фондов растет до некоторой величины, а затем снижается при уменьшении численности населения, занятого в экономике. В области III численность населения, занятого в экономике, будет снижаться, а стоимость основных производственных фондов расти. В области IV стоимость основных производственных фондов уменьшается до некоторой величины, а затем увеличивается при увеличении численности населения, занятого в экономике. В области V стоимость основных производственных фондов будет расти при снижении численности населения, занятого в экономике [4].

Области I и II характеризуют экономический кризис, IV область – экономический рост, а области III и V – рост стоимости основных фондов экономики при снижении численности населения, занятого в экономике.

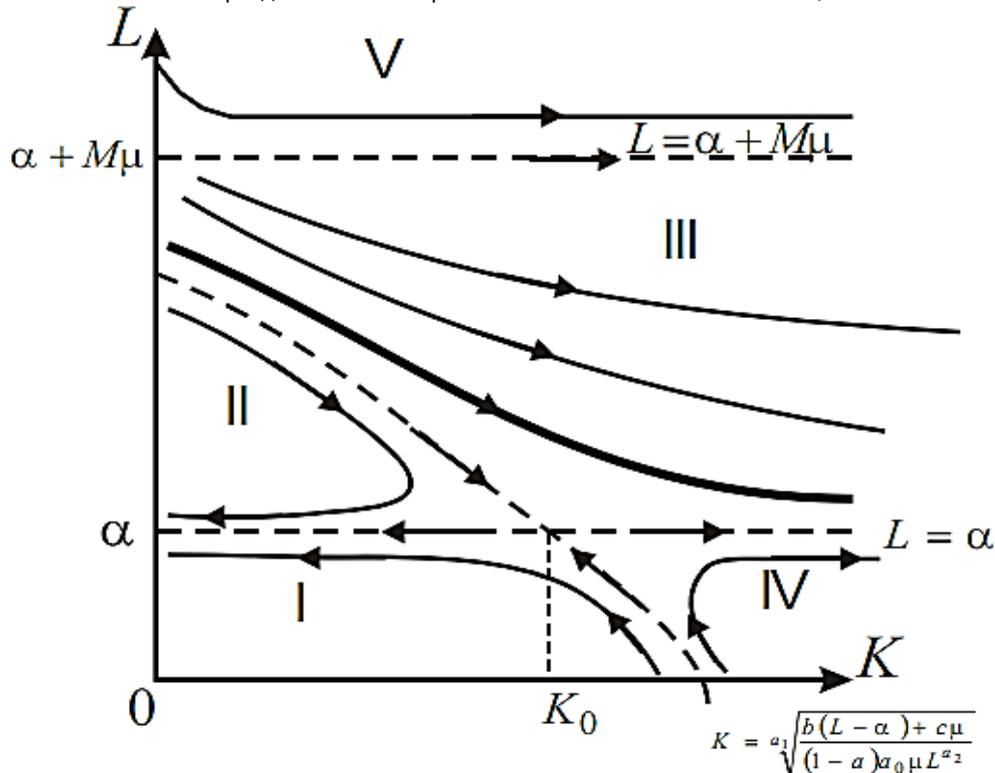


Рис. Фазовый портрет динамической модели развития города

Рассмотрим поведение фазовых траекторий исследуемой системы.

Имеем начальные данные за 2000 год  $L = 1\,699,46$  тыс. чел., а  $K = 1\,387,151$  тыс. грн. Траектория движения расположена в области V, что характеризуется ростом стоимости основных фондов экономики при снижении численности населения. Соответственно, данные за 2000–2009 гг. под-тверждают правильность предложенной тенденции.

Динамическая система (10) имеет одно состояние равновесия:

$$Z(K_0, L_0) = \left( a_1 \sqrt{\frac{c}{(1-a)a_0a^2}}; a \right) = (799522,7; 234,87).$$

Для определения типа состояния равновесия были найдены собственные значения матрицы линейного приближения, её собственные значения равны соответственно

$$\lambda_1 = a_1 \sqrt{(1-a)a_0a^2c^{a-1}} = 0,716; \lambda_2 = r = 0,035.$$

Так как  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  – действительные числа одинаковых знаков, то состояние равновесия  $(K_0, L_0)$  является неустойчивым узлом.

На основе выполненного исследования можно сделать выводы, что в ближайшее время на территории Харьковской области будет наблюдаться снижение численности населения, занятого в экономике, что может повлечь

за собой рост социальной напряженности в регионе; стоимость основных фондов будет падать, после чего, вероятно, последует спад ВРП.

Таким образом, предложенная в работе модель позволяет провести исследование экономического развития региона. Апробация данной модели на Харьковском регионе указала на то, что в регионе сложилась экономическая ситуация, характеризующаяся отсутствием роста производства и требующая вмешательства руководящих структур, прежде всего региональных.

*Научн. рук. Клебанова Т. С.*

---

**Литература:** 1. Тихонов М. С. Построение и анализ односекторной модели региона / Тихонов М. С. // Математические методы в экономике. – 2009. – Т. 1. – С. 422–435. 2. Базыкин А. Д. Нелинейная динамика взаимодействующих популяций / Базыкин А. Д. – Ижевск : Институт компьютерных исследований, 2003. 3. Кундышева Е. С. Математическое моделирование в экономике / Кундышева Е. С. – М. : Дашков и К°, 2004. 4. Гаврилов А. И. Региональная экономика и управление : учебное пособие для вузов / Гаврилов А. И. – М. : ЮНИТИ-ДАНА, 2002. – 239 с.