

ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИКИ АБОНЕНТСКИХ БАЗ МОБИЛЬНЫХ ОПЕРАТОРОВ УКРАИНЫ

Аннотация. Построены модели квартальной динамики абонентских баз GSM-операторов Украины. Выбраны лучшие модели и сформирована система дифференциальных (разностных) уравнений. Найденны точки равновесия системы и их вид. Построен фазовый портрет и предполагаемая траектория развития системы.

Анотация. Побудовано моделі квартальної динаміки абонентських баз GSM-операторів України. Обрано найкращі моделі і сформовано систему диференціальних (різницевих) рівнянь. Знайдено точки рівноваги системи та їх вид. Побудовано фазовий портрет і передбачувану траєкторію розвитку системи.

Annotation. The quarterly dynamics models of the subscriber base of GSM-operators in Ukraine are estimated. The best models are selected and a system of differential equations has been formed. The equilibrium points of the system and their type are found. The phase portrait and trajectory of the system are built.

Ключевые слова: абонент, мобильный (сотовый) оператор, дифференциальные уравнения, фазовый портрет, траектория, точка равновесия, экономическая динамика, моделирование экономической динамики.

Мобильная связь прочно вошла в нашу жизнь. В 2011 г. абонентская база мобильной связи в глобальном масштабе выросла до 6 млрд пользователей, стремительно приближаясь к количеству мирового населения.

Бурный рост количества абонентов в Украине продолжался до 2007 года. В 4 квартале 2006 года уровень проникновения мобильной связи превысил 100 %, к концу 2007 года достиг 119,8 % и с тех пор оставался практически неизменным: на данный момент составляет около 116,8 % (в Украине 46 млн населения и 55 млн абонентов мобильной связи).

Система достигла насыщения, но все равно наблюдаются хаотические колебания в динамике абонентских баз мобильных операторов. Так как система замкнутая, то привлечение новых абонентов идет в основном за счет привлечения абонентов конкурентов. На долю трех основных операторов по состоянию на 3-й квартал 2011 года приходится 95,33 % абонентов мобильной связи Украины. Оставшаяся доля рынка поделена между 4-мя операторами, но конкуренция между ними и "большой тройкой" непрямая, так как направлена на разные сегменты рынка (массовый рынок и рыночные ниши), поэтому влияние изменения количества абонентов друг на друга незначительно.

Необходимо исследовать взаимовлияние абонентских баз крупнейших мобильных операторов Украины друг на друга, близость системы к состоянию равновесия, устойчивость системы к внешним влияниям и возможную траекторию развития системы в будущем.

Исходные данные: количество абонентов по состоянию на последний день соответствующего квартала (Y_t^i) по трём GSM-операторам: Киевстар (+ Beeline), МТС-Украина, life:). Месячная динамика слишком хаотична для построения адекватных моделей.

По исходным данным были рассчитаны квартальные абсолютные приросты абонентских баз i -го оператора: $\Delta Y_{t+1}^i = Y_{t+1}^i - Y_t^i$. Модель квартальной динамики абонентской базы (абсолютный прирост абонентов в следующем периоде) i -го оператора состоит из 2 частей [1]:

линейная часть модели зависимости от текущего количества абонентов i -го оператора;

нелинейная часть модели зависимости от доли рынка конкурентов – GSM-операторов (обоих или основного конкурента) – либо от соотношения абонентских баз рассматриваемого (i -го) оператора и основного конкурента.

Общий вид системы дифференциальных (разностных) уравнений:

$$\frac{dY_t^i}{dt} = \Delta Y_{t+1}^i = \underbrace{a_0 + a_1 \cdot Y_t^i}_{\text{линейная часть}} + a_2 \cdot \underbrace{\frac{\{\sum_j Y_t^j | j \neq i\}}{\sum_j Y_t^j}}_{\text{нелинейная часть}}, i = \overline{1,3}, t = \overline{1,18}$$

Лучший вид нелинейной части модели выбирался на основе статистической значимости параметров, коэффициента детерминации и средней абсолютной процентной ошибки (m.a.p.e.). Все три лучших модели имеют все статистически значимые параметры, коэффициенты детерминации от 46 до 67 % и m.a.p.e. от 1 до 2,5 %.

Нелинейная часть модели оператора "Киевстар" зависит от доли рынка обоих конкурентов. Нелинейная часть модели оператора "МТС-Украина" больше всего зависит от отношения абонентских баз life:) и МТС, это можно объяснить тем, что после потери лидерства на рынке оператор "МТС" переориентировался с конкуренции с "Киевстар" на основную конкуренцию с оператором "life:). Нелинейная часть модели оператора "life:)" зависит от отношения абонентских баз МТС и Киевстар, потому что оператор всячески привлекает абонентов конкурентов, в первую очередь, чувствительных к цене, предлагая очень низкие тарифы.

Общий вид системы дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \Delta Y_{t+1}^K = 36\,968\,413 - 0,719 \cdot Y_t^K - 35\,492\,823 \cdot \frac{Y_t^M + Y_t^L}{Y_t^K + Y_t^M + Y_t^L} \\ \Delta Y_{t+1}^M = 19\,707\,413 - 0,899 \cdot Y_t^M - 5\,534\,564 \cdot \frac{Y_t^L}{Y_t^M} \\ \Delta Y_{t+1}^L = 13\,870\,615 - 0,396 \cdot Y_t^L - 12\,734\,122 \cdot \frac{Y_t^M}{Y_t^K} \end{cases}$$

Для нахождения точек равновесия необходимо найти корни однородной системы дифференциальных уравнений.

Система имеет 5 точек равновесия (таблица), но последние 2 – сопряженные комплексные числа, поэтому по сути это одна точка. Только первые две точки имеют реальный смысл, последние 2 находятся за областью возможных реальных значений системы (отрицательные области, комплексные числа). Но наличие комплексных чисел может указывать на наличие хаотического поведения системы [1].

Киевстар в обоих случаях теряет незначительно от текущего положения (250 тыс. или 1,4 млн абонентов), а основная борьба развернется между МТС и life:), при этом МТС необходимо удержать своих абонентов, так как потери могут составить или 920 тыс., или 7,7 млн, а life:) в любом случае увеличит количество абонентов (либо на 250 тыс., либо 8,4 млн), поэтому ему необходимо стимулировать переход абонентов, в первую очередь, от МТС.

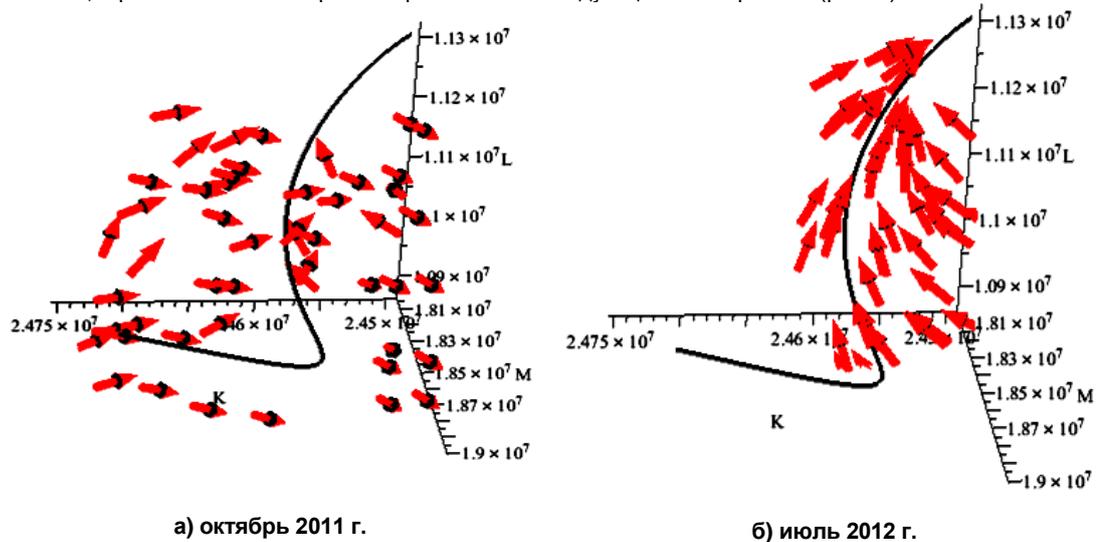
Таблица

Точки равновесия и текущее состояние системы

| | Киевстар (Y_t^K) | МТС (Y_t^M) | life:) (Y_t^L) |
|-------------|-------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| 1 | 23 348 206 | 11 274 720 | 19 498 429 |
| 2 | 24 498 513 | 18 066 745 | 11 312 304 |
| 3 | 1 996 440 | 119 274 675 | - 1 886 143 431 |
| 4 | - 19 492 697 ± 18 025 731 · I | 9 883 829 ± 15 068 250 · I | 56 069 969 ± 5 271 687 · I |
| 3 кв 2011 г | 24 747 379 | 18 988 704 | 11 062 000 |

Так как в системе 4 точки равновесия, то существует 12 двумерных проекций, в некоторых из которых можно определить вид точки равновесия по корням характеристического уравнения [2; 3].

Был построен 3D фазовый портрет с анимацией, в качестве начальных условий – реальные данные за 3-й квартал 2011 г., а развитие системы рассматривалось на следующие 25 кварталов (рис. 1).



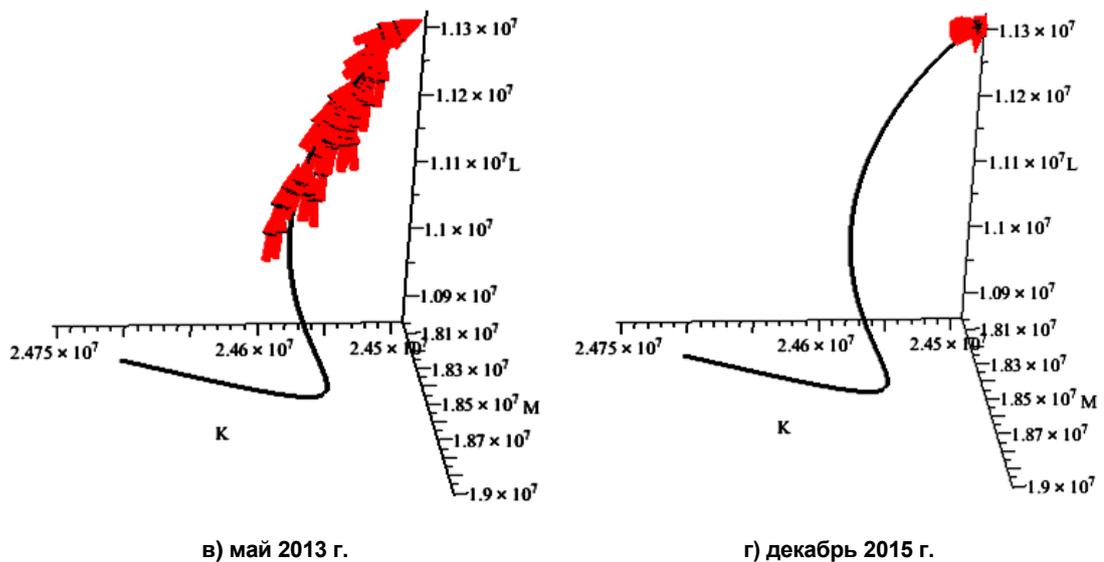


Рис. 3D фазовый портрет системы
(количество абонентов: К – Киевстар, М – МТС, L – life:))

Траектории системы вначале стремятся к основной траектории, после чего движутся вдоль нее к правой верхней точки, после ее достижения начинается устойчивая сходимост к фокусу системы – вращение по кругу с маленьким радиусом. Все операторы должны вначале потерять часть абонентов, что даст возможность life:) привлечь их к себе.

Точка равновесия, к которой стремится система: $\{Y_t^K = 24\,498\,513, Y_t^M = 18\,066\,745, Y_t^L = 11\,312\,303\}$, и данная точка в проекции "Киевстар-life:)" являются устойчивым фокусом, так как корни характеристического уравнения – комплексные числа с отрицательной действительной частью. Но эти изменения незначительны по сравнению с текущей ситуацией ($\pm 5\%$) при длительном временном промежутке ≈ 6 лет.

Траектория развития системы свидетельствует о том, что в ближайшее время не намечается резких изменений. Система достигла насыщения и стремится к устойчивому равновесию. Но все-таки это равновесие динамическое, а не статическое.

Научн. рук. Яценко Р. Н.

Литература: 1. Красс И. А. Математические модели экономической динамики / Красс И. А. – М. : Сов. радио, 1985. – 280 с. 2. Агапова Т. М. Динамические системы в экономике / Агапова Т. М., Бехренс Д. – Д. : ДонГУ, 2000. – 140 с. 3. Сидоренко В. Н. Системная динамика / Сидоренко В. Н. – М. : ТЕИМ, 1998. – 208 с.