Е.П. Путятин, А.В. Гороховатский

# ПРИМЕНЕНИЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ РАДОНА ДЛЯ НОРМАЛИЗАЦИИ ИЗОБРАЖЕНИЙ НОРМАЛИЗАЦИИ

Приведены результаты исследований по разработке методов для вычисления параметров геометрических искажений изображений с использованием интегрального преобразования Радона. Описаны и проанализированы модели и соответствующие алгоритмы для нахождения параметров смещений, поворота и масштаба.

#### 1. Введение

Интегральные преобразования (Фурье, Меллина, Уолша и др.) широко используются в системах технического зрения для вычисления признаков изображений и оценки параметров объектов, содержащихся в изображениях [1]. Достоинствами этих преобразований являются высокая помехозащищенность, избирательные свойства к отдельным характеристикам сигналов [2], наличие быстрых алгоритмов для реализации этих преобразований [3]. Одним из важных направлений повышения эффективности и универсальности методов анализа изображений является использование преобразования Радона [4, 5]. В ряде применений, например, при распознавании электронных подписей с помощью преобразования Радона удается получить эффективный набор признаков, обеспечивающий высокую вероятность распознавания [5], которую не могут гарантировать другие методы. Кроме того, спектр преобразования Радона естественным образом сочетает возможности анализа как локальных особенностей изображения (анализ вдоль прямых), так и учета его интегральных характеристик.

Цель работы – получение соотношений для параметров геометрических преобразований изображений на базе их радоновских образов, а также построение и анализ соответствующих вычислительных алгоритмов.

Задачи исследования — вывод аналитических зависимостей для оценки параметров преобразований изображений, применение преобразования Радона для решения задач нормализации, сравнение эффективности полученных методов с традиционными подходами, исследование помехозащищенности и вычислительных свойств алгоритмов.

## 2. Построение преобразования Радона и его свойства

В самом общем плане [6-8] преобразование Радона R[f] определяется как интеграл от функции  $f(x) = f(x_1,...,x_n)$  в вещественном аффинном пространстве по гиперплоскости  $p = (x,\xi)$ , задаваемой в виде

скалярного произведения  $p = (x, \xi) = (\xi_1 x_1, ..., \xi_n x_n)$ , и имеет вид

$$R[f] = \int f(x)\delta(p - (x, \xi))dx, \qquad (1)$$

где  $\delta(y)$  - дельта-функция Дирака[8], определяемая условием

$$\int\limits_{a}^{b} f(z) \delta(z-v) dz = \begin{cases} 0, & \text{при } v < a \text{ или } v > b, \\ \frac{1}{2} f(v), & \text{при } v = a \text{ или } v = b, \\ f(v), & \text{при } a < v < b, \end{cases}$$

а интегрирование в (1) производится по всему пространству определения функции f(x).

В результате функции f(x) в n-мерном аффинном пространстве путем применения оператора R[f] ставится в соответствие некоторая функция  $R(p,\xi)$  величин  $p,\xi$ . Для существования интеграла (1) необходимо, чтобы исходная функция f(x) была абсолютно интегрируемой по всему пространству [8]. Это условие всегда выполнено для изображений как функций, имеющих ограниченные значения во всей области определения.

Наиболее распространенное практическое применение получило двумерное преобразование Радона в задачах томографии - реконструкции изображений по проекциям [4,7]. Для решения этой проблемы применяется параллельное проектирование функции яркости B(x,y) на некоторую ось р вдоль заданного направления t. Этим задается поворот системы координат на некоторый угол  $\theta$ , связанный с параметрами оси р. Преобразование Радона вычисляется путем интегрирования B(x,y) на ось р (проектирования по направлению t, перпендикулярному к оси) в соответствии с рис 1.

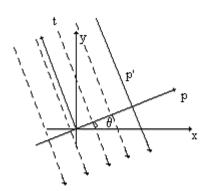


Рис. 1. Схематическая модель параллельного проектирования

Прямая р', параллельная направлению интегрирования, представима в нормальном виде посредством параметров р и  $\theta$ :  $p' = x \cos \theta + y \sin \theta$ .

Тогда выражение (1) формулируется в следующем виде [4,7]:

$$R(p,\theta) = \iint_{x y} B(x,y)\delta(p - x\cos\theta - y\sin\theta)dxdy, \qquad (2)$$

где р - расстояние от центра координат до фиксированной линии, вдоль которой осуществляется проектирование,  $\theta$  - угол поворота осей координат. Соотношение (2) получено из (1) подстановкой вектора  $\xi = [\cos\theta\sin\theta]$ . Интегрирование в (2) осуществляется по некоторой области D = xy, где определена функция B(x,y). Считается, что вне области D выполняется условие B(x,y) = 0. Заметим, что величина расстояния р в (2) может принимать как положительные, так и отрицательные значения.

В то же время выражение (2) можно записать через проекцию на ось, полученную поворотом системы координат ху на угол  $\theta$  [5,6]

$$R(x',\theta) = \int_{-\infty}^{\infty} B(x'\cos\theta - y'\sin\theta, x'\sin\theta + y'\cos\theta)dy',$$

(3) где  $R(x',\theta)$  - проекция двумерной функции B(x,y) на ось x'. Здесь оси x'и y' задаются поворотом системы координат xy на угол  $\theta$  против часовой стрелки, т.е.

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +\cos\theta\sin\theta \\ -\sin\theta\cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}.$$

Выражения (2),(3) непосредственно могут быть использованы для вычисления преобразования Радона. Интегрирование в (3) так же, как и в (2), осуществляется в пределах области D.

Преобразование Радона не накладывает никаких дополнительных ограничений на функцию изображения и может быть применено к произвольному сигналу из множества изображений [1,7].

Рассмотрим теперь некоторые важные для нас свойства преобразования Радона.

#### 1. Однородность[8].

Из формулы (1) непосредственно следует, что R есть четная однородная функция от величин  $\xi$ , p степени однородности, равной -1. Это означает, что для любого вещественного числа  $\alpha \neq 0$  справедливо следующее равенство

$$R(\alpha p, \alpha \xi) = \left|\alpha\right|^{-1} R(p, \xi)$$
.

Таким образом, чтобы найти все значения функции R, достаточно знать, например, ее значения при p=1 и при всевозможных  $\xi$ , т.е функция R фактически зависит от того же числа переменных, что и исходная функция f(x). Это свойство можно использовать при вычислении произвольных значений  $R(p,\xi)$  (или  $R(p,\theta)$ ), имея в памяти лишь сравнительно небольшой фиксированный объем значений.

Свойство однородности можно выразить через параметр  $\theta$  путем соответствующего масштабирования вектора  $\xi = [\cos\theta\sin\theta]$ .

2. Периодичность по параметру  $\theta$  и ограниченность области определения  $R(p,\theta)$  размерами области D [8].

$$R(p,\theta) = R(-p,\theta+\pi) = R(p,\theta+2\pi),$$

 $R(p,\theta) = 0 \;,\;\; \text{если} \;\; \left| p \right| \geq d \;,\;\; \text{где} \;\; d \;-\;\; \text{размер} \;\; \text{обла-}$  сти D .

Это означает, что значения функции  $R(p,\theta)$  полностью определяются ее значениями на интервале  $0 \le \theta \le \pi, -d \le p \le d$  .

3. Связь преобразования Радона с преобразованием Фурье [8].

Преобразование Фурье в n – мерном пространстве сводится к преобразованию Радона и последующему одномерному преобразованию Фурье. Это утверждает известная «теорема о проекциях» [4,8]. В частности, вычисление двумерного Фурье-преобразования сводится к преобразованию Радона, а затем к операции вычисления фурье-образа по первой переменной [4]

$$F(u, v) = \int_{-\infty}^{\infty} R(p, v) e^{ipu} dp.$$

Применяя к этому соотношению обратное одномерное преобразование Фурье, получаем выражение для преобразования Радона через преобразование Фурье:

$$R(p,\theta) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(t,\theta) e^{-itp} dt.$$

Таким образом, в вещественном аффинном пространстве преобразование Радона функции f(x) тесно связано с ее преобразованием Фурье, а именно, одно из другого получается одномерным преобразованием Фурье. Это дает возможность использовать свойства обоих преобразований совместно, а также применять отработанные алгоритмы для одного из преобразований с целью вычисления значений другого преобразования.

# 3. Компьютерная реализация преобразования

Выражения для преобразования Радона (1)-(3) сформулированы для непрерывных функций. Практическое же использование радоновских образов осуществляется в дискретном виде[4]. Здесь исходное изображение и его преобразование Радона представляются в виде матриц.

Вычисление преобразования Радона можно осуществить различными способами. Они определяются вариантами сканирования изображения, дискретизацией параметров p,  $\theta$ , D. Реальное применение ставит также некоторые дополнительные требования, такие как способ проектирования, технические возможности аппаратуры, способ дальнейшей обработки полученных значений преобразований и др. [4].

Один из подходов состоит в использовании однородности преобразования Радона, когда на базе некоторого набора значений преобразования вычисляется всё множество значений. Второй способ состоит в последовательном построении линий интегрирования с определенным шагом для параметров  $\theta$  или  $\xi$ . Третий путь заключается в вычислении преобразования Радона через преобразование Фурье.

Большее предпочтение с точки зрения простоты вычислений и минимизации ошибок дискретизации имеет следующий подход, который заключается в проведении линий интегрирования параллельно оси х или у, последующем пошаговом вращении изображения и снятия показаний с этих линий. Дискретизация по оси р проводится с шагом, равным  $\Delta p$ . Для учета полной информации о дискретном изображении естественно взять  $\Delta p = 1$ , хотя возможны и другие варианты. При этом изображение на каждом шаге поворачивается на величину шага  $\Delta\theta$  градусов. При этих предположениях для изображения размера  $N \times N$  пикселей получаем  $180^{\circ} / \Lambda \theta$ значений для угла  $\theta$  и N значений для расстояния p . На основании этого строим матрицу преобразования Радона, где значения параметров р и  $\theta$  расположены в соответствии с рис. 2. Нечетность значения N, которая очевидно предполагается в матрице преобразования, здесь не является принципиальной.

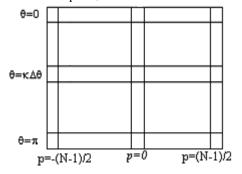


Рис. 2. Вид матрицы преобразования Радона

Возможны и другие варианты построения вычислительных схем для формирования значений преобразования Радона, а также разнообразные комбинации вышеприведенных способов.

## 4. Определение параметров геометрических искажений

Рассмотрим методы определения параметров для следующих геометрических преобразований изображений на базе преобразования Радона:  $a_1, a_2$  - смещения по координатным осям,  $\phi$  - угол поворота,  $\alpha_1, \alpha_2$  - параметры изменения масштаба. Считается, что геометрические преобразования не выводят функцию яркости изображения за пределы области D ее определения [1].

1. Смещение изображения осуществляется путем изменения координат:

$$\begin{cases} x' = x + a_1 \\ y' = y + a_2 \end{cases}.$$

Подставляя эти выражения в (2)

$$R(p,\theta,a_1,a_2) = \iint_{xy} B(x+a_1,y+a_2)\delta(p-x\cos\theta - y\sin\theta)dxdy$$

и учитывая, что изменение изображения под влиянием геометрических преобразований осуществляются внутри области D, делаем замену переменных и получаем следующий вид для радоновского образа:

$$R(p, \theta, a_1, a_2) =$$

$$= \iint_{x'y'} B(x', y') \delta(p - x' \cos \theta - y' \sin \theta + a_1 \cos \theta + a_2 \sin \theta) dx' dy'$$
(4)

Из соотношения (4) имеем зависимость радоновского образа от смещений изображения в виде

$$R(p, \theta, a_1, a_2) = R(p + a_1 \cos \theta + a_2 \sin \theta, \theta).$$

Таким образом, смещение изображения приводит к следующему изменению в системе координат  $(p, \theta)$ :

$$p = p + a_1 \cos \theta + a_2 \sin \theta. \tag{5}$$

Значение параметра  $\theta$  при этом не изменяется.

B соотношении (5) при условии  $\theta=0^\circ$  имеем  $p=p+a_1\,,\,a$  при  $\theta=90^\circ$  получаем  $p=p+a_2\,.$ 

Таким образом, значения смещений  $a_1, a_2$  можно определить путем сопоставления значений функции  $R(p,\theta,a_1,a_2)$  при фиксированных  $\theta=0^\circ$  и  $\theta=90^\circ$  с соответствующими значениями  $R(p,\theta)$  для эталона. Алгоритмы для осуществления этого анализа будут рассмотрены далее.

2. Поворот изображения на угол ф определяется соотношениями:

$$\begin{cases} x' = x \cos \phi + y \sin \phi \\ y' = -x \sin \phi + y \cos \phi \end{cases}$$

Угол ф считается положительным при повороте против часовой стрелки. После подстановки в (2) и замены переменных имеем:

$$R(p,\theta,\phi) = \int\limits_{x'y'} B(x',y') \delta(p-y' \sin(\theta-\phi) - x' \cos(\theta-\phi)) dx' dy'$$

(6)

Из выражения (6) видно, что поворот исходного изображения на угол ф приводит к повороту на угол — ф его радоновского образа. Это можно было бы предположить, исходя из природы построения преобразования Радона путем поворота оси проектирования. Для определения величины угла ф нужно сравнивать значения преобразований Радона для исходного и повернутого изображений при фиксированном параметре р. С учетом свойства периодичности преобразования Радона при повороте происходит циклическое смещение значе-

ний по параметру  $\theta$  на величину ( $-\phi$ ) в каждом столбце преобразования (p фиксировано). Алгоритмы вычисления значения поворота близки к алгоритмам для определения смещения.

3. Изменение масштаба  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  по осям абсцисс и ординат.

После подстановки в (2) формул масштабирования

$$\begin{cases} x' = \alpha_1 x \\ y' = \alpha_2 y \end{cases}$$

получаем выражение для преобразования Радона в зависимости от значений параметров масштаба:

$$R(p, \theta, \alpha_1, \alpha_2) = \frac{1}{\alpha_1 \alpha_2} \iint_{x'y'} f(x', y') \delta(p - \frac{x'}{\alpha_1} \cos \theta - \frac{y'}{\alpha_2} \sin \theta) dx' dy'$$

(7)

При однородном масштабировании, когда  $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$  , выражение (7) упрощается к виду

$$R(p, \theta, \alpha) = \frac{1}{\alpha^2} R(p, \frac{1}{\alpha} \theta)$$
 (8)

Это означает масштабирование эталона по параметру  $\theta$  с величиной  $\frac{1}{\alpha}$  и последующим умножением значения масштабированного преобразования на коэффициент  $\frac{1}{\alpha^2}$ . Здесь параметр  $\alpha$  можно найти, воспользовавшись, например, одномерным вариантом функционала «площади»  $\Phi = \int f(u)du$  [1]. Вычислив значение  $\Phi$  для эталона и радоновского образа при p=0, получаем выражение для однородного масштаба  $\alpha = \frac{\Phi_{\alpha}}{\Phi_{0}}$ , где в числителе стоит значение функционала для строки преобразования от изображения, в знаменателе — от эталона. Для других значений р значение  $\alpha$  будет аналогичным.

Другим вариантом нормализации остается корреляционный метод, который сводится к перебору всевозможных значений масштаба для одномерных функций радоновского образа.

Более сложным для теоретического анализа представляется вариант неоднородного масштабирования, т.е. при  $\alpha_1 \neq \alpha_2$ . В этой ситуации для определения масштабов нужно сформировать и решить систему как минимум двух нелинейных уравнений.

Анализ выражения (7) показывает, что при  $\theta$  =0 его можно преобразовать к виду

$$R(p,0,\alpha_1,\alpha_2) = \frac{1}{\alpha_1\alpha_2} \iint_{x'y'} f(x',y') \delta(\frac{\alpha_1 p - x'}{\alpha_1}) dx' dy'$$

где, используя свойство однородности дельта-функции [8]  $\delta(\beta x) = \frac{1}{\beta} \delta(x), \beta > 0$ , получаем

$$R(p,0,\alpha_1,\alpha_2) = \frac{1}{\alpha_2} \iint_{x'y'} f(x',y') \delta(\alpha_1 p - x') dx' dy'$$

Соотношение (9) используем как базовое при определении масштабов. С этой целью наряду с функционалом Ф для построения системы уравнений можно применить другие известные функционалы, например,  $\Psi=\int x f(x) dx$ . Анализ показал, что одного функционала Ф даже для разных углов  $\theta=0^\circ$  и  $\theta=90^\circ$  недостаточно, т.к. получаются зависимые между собой уравнения. Применяя интегрирование по переменной р в (9) с целью формирования значений функционалов для образа эталона  $\Psi_0$ ,  $\Phi_0$  и для масштабированного образа  $\Psi_\alpha$   $\Phi_\alpha$ , имеем соотношения для величин масштаба в следующем виде

$$\alpha_1 = \frac{\Phi^2_{\alpha} \Psi_0}{\Phi^2_{0} \Psi_{\alpha}}, \qquad \alpha_2 = \frac{\Phi_0 \Psi_{\alpha}}{\Phi_{\alpha} \Psi_0} \qquad (10)$$

Соотношения, аналогичные (10), можно получить и на основании интегрирования выражения  $R(p,90^{\circ},\alpha_1,\alpha_2)$ , которое имеет вид (9) с заменой  $\alpha_1$  на  $\alpha_2$ .

Кроме описанного подхода, для определения масштабов можно также использовать полный перебор их значений.

## 5.Алгоритмы

1. Вычисление параметров смещений.

Пусть  $R(p,\theta)=R[B(x,y)]$  - преобразование Радона для эталона, а  $R(p,\theta,a_1,a_2)=R[B(x+a_1,y+a_2)]$  - для смещенного изображения.

Если помехи отсутствуют или отношение сигнал/шум достаточно велико, то изображение можно представить в бинарном виде, когда информационные точки кодируются значением 1, а точки фона как 0. Для этой идеальной ситуации применяют нормализацию смещений на базе функционалов центра тяжести [1]. Находим центры тяжести векторов R(p,0) и  $R(p,0,a_1,a_2)$ . Их разность дает значение параметра  $a_1$ . Аналогично разность центров тяжести векторов  $R(p,90^\circ)$  и  $R(p,90^\circ,a_1,a_2)$  дает значение параметра  $a_2$ .

При наличии сложного фона или помех лучше применять корреляционный подход [1]. Пусть предполагаемые смещения находятся в диапазоне  $a_1, a_2 \in [-L, L]$ . Дополним значение вектора  $R(p,0,a_1,a_2)L$  точками вначале и в конце. В результате получим рабочий вектор размером N+2L+1 точек, по которому и будем осуществлять сканирование вектором R(p,0) размером N элементов. Для каждого положения сканирования

вычисляем некоторую меру сходства двух векторов функций проекций, например, в виде

$$\mu(a) = \sum\limits_{k=1}^{N} \mid R_{\,0}(k) - R_{\,1}(k) \mid$$
 , где  $\,R_{\,0}(k)\,$  -вектор эталона,

 $R_1(k)$ -рабочий вектор. Значение a, при котором величина  $\mu$  достигает минимума, принимается в качестве смещения  $a_1$ . Аналогичные операции проводим с векторами  $R(p,90^\circ)$  и  $R(p,90^\circ,a_1,a_2)$ , в результате находим параметр  $a_2$ .

### 2. Вычисление параметра поворота.

Пусть  $R(p,\theta)$  - преобразование Радона для эталона, а  $R(p,\theta-\phi)$  - для повернутого изображения.

Как и в случае смещений, параметр поворота можно определить по неполному представлению преобразования. Если для смещений необходимы были значения векторов  $R(p,0,a_1,a_2)$  и  $R(p,90^\circ,a_1,a_2)$ , то здесь достаточно одного вектора при фиксированном значении p.

Для простых ситуаций применяем функционалы центров тяжести, а в более сложных ситуациях необходимо применение корреляционного метода, связанного либо со сканированием внутри столбца, либо с перебором строк изображения и сопоставления их с одной из строк эталона.

#### 3. Вычисление параметров масштаба.

При однородном масштабировании при значении p=0 параметр находится из соотношения  $\alpha = \Phi_{\alpha} / \Phi_{0}$ . Другие столбцы путем усреднения можно использовать для повышения надежности оценки в условиях помех.

При неоднородном масштабе параметры находятся из соотношений (10) или по аналогичным функционалам, построенным на функции  $R(p,90^\circ,\alpha_1,\alpha_2)$ . При значительном уровне помех или повышенным требованиям по точности определения параметров следует применять корреляционный метод.

#### 6.Сравнительный анализ быстродействия

Как видим, для вычисления параметров геометрических преобразований достаточно ограниченной информации о радоновском образе изображения и эталоне в виде отдельных строк или столбцов матрицы преобразования Радона, что сводит двумерную задачу к одномерной обработке..

Проанализируем быстродействие и эффективность предложенных и известных методов на примере нахождения параметров смещений. Считаем, что допустимые значения смещений находятся в интервале  $a_1, a_2 \in [-L, L]$ , а размер изображения -  $N \times N$  пикселей. Общее количество шагов при использовании кор-

реляционного метода в результате будет равно  $(2L+1)^2$ .

Для классического корреляционного метода количество вычислений (без учета времени построения текущего изображения) составляет  $T_{\kappa}=(2L+1)^2\,N^2\,4t_c$ , где  $t_c$  - время сложения.

Для классического метода нормализации на базе «центров тяжести», где используются функционалы  $\Phi$ ,  $\Psi$ , количество вычислений можно оценить величиной  $T_{\rm H}=10N^2t_{_{\rm C}}$ , где для упрощения считается, что время умножения примерно равно величине  $3t_{_{\rm C}}$ .

Для метода с использованием преобразования Радона на базе «центров тяжести» количество вычислений составляет  $T_{pH}=2N^2t_c+10Nt_c=2Nt_c(N+5)\,, \quad \text{где}$   $2N^2t_c - \text{время вычисления двух строк преобразования Радона}$ 

Как видим, нормализация с применением преобразования Радона имеет существенные преимущества по скорости вычислений по сравнению с классическими подходами. Для конкретных данных при корреляционном подходе имеем выигрыш более, чем в 500 раз, а при нормализации по центрам тяжести — в 4 раза. При этом для радоновских образов время корреляционного метода лишь в 1,5 раза больше, чем для соответсвующего метода центров тяжести. В то же время в исходном пространстве изображений это соотношение равно 170. Это дает возможность применять более помехозащищенный корреляционный метод в пространствах Радона без особого усложнения вычислительных проблем.

Использование полной информации о матрице преобразования Радона позволит в дальнейшем усиливать помехозащищенность оценок параметров путем накопления измерений.

#### 7. Эксперименты

На рис. 3 в качестве примера приведено изображение буквы « $\pi$ » и полученное для него преобразование Радона. Исходное бинарное изображение имеет размеры  $115 \times 115$ , яркость сигнала равна 0, яркость фона 255. Центр координат изображения размещен в точке матрицы с координатами [57,57]. Значения функции преобразования при этом находятся в пределах 0 до  $162 \times 255$  и представлены в виде результирующего полутонового изображения путем соответствующего нормирования амплитуды. В частном случае, когда информационный сигнал кодируется как 1, а фон как 0,

максимум значения проекции равен 162, т.к. длина диагонали изображения с размером 115 равна  $115 \times \sqrt{2}$  =162. Конкретно для бинарного изображения буквы  $\pi$ , использованного в эксперименте, максимум значения проекции был равен 32.

Значение нормирующего коэффициента в интерфейсной части проекта было выбрано равным 10 для обеспечения хорошего визуального анализа результата. В целях удобства все образы преобразования Радона на рисунках представлены в системе координат, когда угол  $\theta$  увеличивается слева направо.

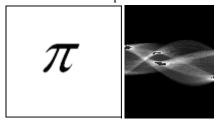
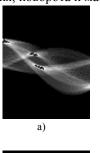
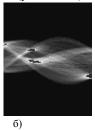


Рис. 3. Изображение и его преобразование Радона

На рис. 4 показаны преобразования Радона для изображения рис.3, подвергнутого преобразованиям смещения, поворота и масштаба (раздельно).





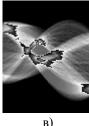


Рис. 4. Преобразования Радона при геометрических преобразованиях изображений: а) смещения  $a_1=5, a_2=-7$ , б) поворот  $\phi=-10^\circ$ , в) масштабы  $\alpha_1=2, \alpha_2=1,5$ .

Параметры смещений и поворота при отсутствии помех определяются без погрешностей. Параметры масштаба в зависимости от вида и размеров исходного изображения, его относительной площади в поле зрения определяются с относительной погрешностью в пределах 7%. Аналогичную погрешность имеют и классические методы нормализации смещений [1].

### 8.Помехозашишенность

Оценка помехозащищенности методов производилась следующим образом [1]. На вход алгоритма подавалась аддитивная смесь изображения и гауссовского шума с нулевым матожиданием и заданной дисперсией  $\sigma^2$ . С целью сокращения времени моделирования размер изображения был уменьшен и выбран равным 57×57, относительный размер объекта в поле зрения (см. рис. 3) составил 12%. Для упрощения анализа изображение преобразовывалось к бинарному с кодированием: сигнал — 1, фон — 0. Отношение сигнал-шум в результате измеряется в виде  $\mu = \frac{1}{\sigma}$ . На рис. 5 приведено зашумленное изображение для  $\mu$  =2 и его преобразование.

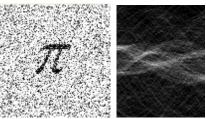


Рис. 5. Зашумленное изображение и его преобразование Радона

Погрешность измерения смещений оценивалась путем усреднения суммы модулей отклонения по обеим координатам от истинного значения в серии экспериментов. В таблице приведены значения погрешностей для разных методов в зависимости от величины  $\mu$ .

Таблица 1
Таблица 1. Зависимость погрешности вычисления смещений от соотношения сигнал-шум

μ Метод	10	7	5	3	2	1	0,5
Центры тяжести	0,27	0,39	0,55	0,91	1,38	2,85	6,82
Центры тяжести Радона	0,01	0,01	0,01	0,1	0,64	2,23	2,76
Корреляционный	0	0	0	0	0	0,11	0,42
Корреляционный Радона	0	0	0	0	0	0,35	1,3

Как видим из табл. 1, метод нормализации по центрам тяжести с использованием преобразования Радона по точности даже несколько лучше, чем классическая нормализация по центрам тяжести. При соотношении сигнал-шум, равном 2, для центров тяжести Радона эта погрешность составляет 0,64 дискрета, в то время как для стандартного метода эта погрешность равна 1,38 дискрета. В то же время классический корреляционный метод по помехозащищенности оказался несколько мощнее, чем корреляция в пространстве Радона. При соотношении сигнал-шум 0,5 погрешность корреляций в пространстве Радона превышает 1 дискрет и равна 1,3, в то время как классический корреляционный метод дает погрешность 0,42, что меньше 1 дискрета. Не забудем при этом, что корреляции в пространстве Радона осуществляются за время, почти в 500 раз меньшее. Конкретно соотношение времени вычислений для процессора Celeron 660 составляло 4 с и 1850 с.

#### 9.Заключение

Новизна предложенного подхода состоит в удачном сочетании интегральных свойств преобразования Радона с переходом из двумерного пространства изображений в пространство векторов-проекций, что приводит к повышению показателей эффективности применительно к задачам нормализации. Для определения параметров отдельных групп преобразований (поворот, смещения, масштабы) достаточно данных о преобразовании лишь при  $\theta = 0$  и  $\theta = \frac{\pi}{2}$ . Использование полной информации позволит дополнительно усилить помехозащищенность оценок параметров нормализации путем накопления измерений.

Практическая значимость полученных результатов заключается в том, что нормализация путем перехода к радоновским образам существенно уменьшает вычислений (для корреляционного метода почти в 500 раз), помехозащищенность же описанных методов практически не уступает классическим подходам. При нормализации радоновских образов по центрам тяжести в условиях аддитивных помех имеем одновременное увеличение как быстродействия (в 4 раза), так и точности вычислений параметров по отношению к классическим подходам. Например, при соотношении ц=3 погрешности в определении смещений составили 0,91 и 0,1 соответственно. Перспективным представляется также использование оптимального корреляционного подхода на базе преобразования Радона, так как его применение в этой ситуации практически не увеличивает времени вычислений.

По этим причинам преобразование Радона можно рекомендовать для решения сложных практических задач распознавания и нормализации изображений объектов в условиях помех и фона. Избирательные пространственные свойства преобразования Радона и высокая помехозащищенность дают возможность строить эффективные интеллектуальные методы структурного анализа объектов.

Литература: 1. Путятин Е.П., Аверин С.И. Обработка изображений в робототехнике. - Москва: Машиностроение, 1990.- 320с. 2. Ересько Ю.Н. Локализация изображений в автоматических визирах. - Москва: Компания Спутник+, 2002.- 357с. З. Ахмед Н., Рао К.Р. Ортогональные преобразования при обработке цифровых сигналов.- Москва: Связь,1980.-247с. 4. Хермен Г. Восстановление изображений по проекциям.- Москва: Мир, 1983.- 350с. 5. Трипольська В.В. Класифікація підписів на основі інваріантних моментів простору ознак перетворення Радона // Прикладная геометрия и компьютерная графика, 2002, №71, c. 235-239. 6. Radon J. Uber die Bestimmung von Funktionen durch ihre Integralwerte langs gewisser Mannigfaltigkeiten. - Ber. Verh. Sachs. Akad. Wiss. Leipzig, Math. - Nat. Kl., 69, (1917), 262-277. 7. *Форсайт* Д., Понс Ж. Компьютерное зрение. Современный подход. Пер. с англ.-Москва: Издательский дом «Вильямс», 2004. - 928с.8. Гельфанд И.М., Граев М.И., Виленкин М.Я. Интегральная геометрия и связанные с ней вопросы теории представлений.- Москва:Гос. изд-во физ.-мат. лит., 1962.- 656с.

**Рецензент:** профессор кафедры искусственного интеллекта XHУРЭ, докт. техн. наук Филатов В.А.

Путятин Евгений Петрович, докт. техн. наук, профессор, зав. каф. Информатики ХНУРЭ.

Научные интересы: методы анализа и распознавания изображений.

Гороховатский Алексей Владимирович, студент XHУРЭ.

Научные интересы: экспериментальные исследования в области распознавания изображений.

Адрес: 61166, г. Харьков, пр-кт Ленина, 14, XHУРЭ, каф. информатики. Тел. 70-21-419.

УДК 681.3.07

Застосування перетворення Радона для нормалізації зображень / Путятін Є.П., О.В. Гороховатський // Біоніка інтелекту.: наук.-техн. журнал.2005. № 00. Р 000-000.

Розглядаються результати досліджень по нормалізації зображень із застосуванням перетворення Радона. Запропоновано підходи для визначення параметрів переміщення, повороту та масштабу. Проведено дослідження швидкодії та завадостійкості відповідних алгоритмів.

Табл..1 Іл. 5. Бібліогр. 8 назв.

UDC 681.3.07

Application of transformation of Radon for normalization of images / E.P.Putjatin A.V.Gorohovatsky //Bionika intellecta. 2005.N 00. P. 000-000.

Results of researches on normalization of images with use of transformation of Radon are considered. Approaches for definition of parameters of moving, turn and scale are offered. Researches of speed and noise immunity of corresponding algorithms are carried out.

Tab.1 Fig.5.Ref.: 8 items

УДК 681.3.07

Применение преобразования Радона для нормализации изображений. /Е.П. Путятин, А.В. Гороховатский // Бионика интеллекта: научн.-техн. журнал. 2005. № 00.С. 00-00.

Рассмотрены результаты исследований по нормализации изображений с применением преобразования Радона. Предложены подходы для определения параметров смещений, поворотов и масштабов. Поведены исследования быстродействия и помехоустойчивости соответствующих алгоритмов.

Табл.1 Ил. 5 Библиогр.:8