

Студент 2 курса  
факультета международных экономических отношений ХНЭУ им. С. Кузнеця

## РАЗРАБОТКА ОПТИМАЛЬНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ САМОЛЕТОВ ПО МАРШРУТАМ КОМПАНИИ "ХОРС"

*Анотація. Розглянуто економіко-математичну модель розподілу взаємозамінних ресурсів. Дана задача зводиться до транспортної задачі. Наведено рішення задачі з визначення оптимального плану закріплення літаків авіакомпанії "Хорс" за повітряними лініями з урахуванням мінімізації загальної суми транспортних витрат.*

*Анотация. Розглянуто економіко-математичну модель розподілу взаємозамінних ресурсів. Дана задача зводиться до транспортної задачі. Наведено рішення задачі з визначення оптимального плану закріплення літаків авіакомпанії "Хорс" за повітряними лініями з урахуванням мінімізації загальної суми транспортних витрат.*

*Annotation. The article deals with the economic and mathematical model of interchangeable resources. This problem reduces to the transportation problem. The solution of the transportation problem to determine the optimal plan of assignment aircrafts of the airline "Khors" to airways with a view to minimize the total transport costs is suggested.*

**Ключевые слова:** распределение самолетов по авиалиниям, пассажирские авиаперевозки, воздушный транспорт, рынок авиаперевозок, минимизация транспортных затрат.

В настоящее время гражданская авиация является одной из наиболее важных отраслей экономики, поскольку воздушный транспорт и сферы его поддерживающие, вносят в мировой ВВП больше, чем любая другая индустрия. Глобализация экономики, которая характеризуется выходом предприятий за рамки национальных государств, диктует свои требования к уровню развития транспортной инфраструктуры, в том числе в сфере авиасообщения. Со времен взлета первого реактивного самолета в 1949 году, объем перевозок коммерческой авиации мира вырос более чем в 70 раз. Подобный рост не наблюдался ни в одной другой сфере перевозок. В Украине за первое полугодие 2013 года пассажироперевозки авиационным транспортом выросли на 3,6 % по сравнению с аналогичным периодом прошлого года и достигли 6,3 млн человек. Индустрия пассажирских перевозок развивается все более увеличивающимися темпами, о чем свидетельствуют данные, представленные на рис. [1].



Рис. Динамика пассажирских авиаперевозок Украины за 2000 – 2010 гг.

Положительная динамика на украинском рынке пассажирских авиаперевозок отображает рост благосостояния населения, поскольку по данным многочисленных исследователей, рост пассажирских авиаперевозок напрямую зависит от роста ВВП по отдельным странам и регионам. Также в условиях современной жизни ключевую роль играет высокая скорость перевозок, которой отличается воздушный транспорт. Однако при всех его положительных характеристиках наибольшим его недостатком является дороговизна, поэтому выбор оптимального распределения имеющихся ресурсов, то есть самолетов, как для производителя, так и для потребителя позволит получить значительную выгоду.

Авиакомпания "Хорс" на сегодняшний день является лидером внутренних перевозок в Украине. Авиакомпания "Хорс" создана в 1990 году, и ее флот состоит из 10 McDonnell Douglas MD-82, восьми McDonnell Douglas MD-83, одного McDonnell Douglas DC9-51, одного воздушного судна бизнес класса Learjet-60 и в 2011 г. парк пополнился четырьмя Airbus 320. Сегодня компания осуществляет регулярные внутренние рейсы по следующим направлениям:

- 1) Киев-Донецк-Киев;
- 2) Киев-Харьков-Киев;
- 3) Киев-Симферополь-Киев;
- 4) Киев-Львов-Киев;
- 5) Киев-Афины-Киев, а также чартерные перелеты в страны Европы, Африки и Ближнего Востока [2].

Таким образом, авиакомпания имеет 5 регулярных авиалиний, для которых использует 5 видов самолетов, которые имеются в ограниченных количествах. Вместимость каждого типа самолета отображена в табл. 1.

Таблица 1

Тип самолета	Вместимость самолета
MD-82	165
MD-83	161
DC9-51	125
Learjet-60	6
Airbus A320 -200	180

При составлении расписания самолетов необходимо для каждого рейса выбрать самолет таким образом, чтобы как можно лучше заполнить пассажирский салон. Место в самолете является самым "скоропортящимся" товаром в мире – каждый раз, когда в самолете остается незанятое кресло, теряется возможный доход от продажи билета. Поэтому расписание должно разрабатываться так, чтобы извлечь максимальную выгоду: максимизировать доходы при минимально возможных эксплуатационных расходах.

Данная задача является одной из типов задач, которые сводятся к транспортной модели. Следует рассмотреть ее постановку. В аэропорту для перевозки пассажиров по  $n$  маршрутам может быть использовано  $k$  типов самолетов. Вместимость одного самолета  $i$ -го типа равна  $a_i$  человек ( $i = 1, 2 \dots k$ ), а количество пассажиров, перевозимых по  $j$ -му маршруту за сезон, составляет  $b_j$  человек ( $j = 1, 2, \dots n$ ). Эксплуатационные расходы, связанные с использованием самолета  $i$ -го типа на  $j$ -ом маршруте, составляют  $c_{ij}$  (US\$). Необходимо определить, сколько самолетов каждого типа и на каком маршруте следует использовать, чтобы удовлетворить потребности в объемах перевозок при наименьших суммарных затратах, если известно, что количество самолетов  $i$ -го типа равно  $m_i$ ,  $i = 1, 2, \dots k$ .

Запасы самолетов каждого типа, таблица эксплуатационных расходов (затрат фирмы, непосредственно связанных с выполнением перевозок, то есть транспортных тарифов) на перевозку и объемы перевозок, которые необходимо выполнять еженедельно представлены в табл. 2.

Таблица 2

Тип самолета	Число самолетов	Эксплуатационные расходы на 1 рейс по данному маршруту, долларов США				
		1	2	3	4	5
MD-82	10	2 844	2 203	3 004	2 343	3 665
MD-83	8	2 694	2 087	2 846	2 220	3 472
DC9-51	1	2 993	2 319	3 162	2 466	3 858
Learjet-60	1	1 033	800	1 091	851	1 330
Airbus A320-200	4	3 891	3 014	4 110	3 206	5 015
	План перевозок	3 000	3 300	2 900	3 500	4 700

Составим математическую модель данной задачи. Количество единиц самолетов  $i$ -го типа, направленное по  $j$ -му маршруту, обозначим через  $x_{ij}$ . Критерий эффективности (целевая функция) будет иметь вид:

$$Z(X) = 2844x_{1,1} + 2203x_{1,2} + 3004x_{1,3} + 2343x_{1,4} + 3665x_{1,5} + 2694x_{2,1} + 2087x_{2,2} + 2846x_{2,3} + 2220x_{2,4} + 3472x_{2,5} + 2993x_{3,1} + 2319x_{3,2} + 3162x_{3,3} + 2466x_{3,4} + 3858x_{3,5} + 1033x_{4,1} + 800x_{4,2} + 1091x_{4,3} + 851x_{4,4} + 1330x_{4,5} + 3891x_{5,1} + 3014x_{5,2} + 4110x_{5,3} + 3206x_{5,4} + 5015x_{5,5}.$$

Тогда основная система ограничений предполагающая, что количество пассажиров, перевозимых по каждому  $j$ -му маршруту самолетами всех типов, не должно быть меньше 3000, 3300, 2900, 3500 и 4700 по 1, 2, 3, 4 и 5 маршрутам соответственно, будет иметь вид:

$$\begin{cases} 165x_{1,1} + 161x_{2,1} + 125x_{3,1} + 6x_{4,1} + 180x_{5,1} \geq 800 \\ 165x_{1,2} + 161x_{2,2} + 125x_{3,2} + 6x_{4,2} + 180x_{5,2} \geq 1000 \\ 165x_{1,3} + 161x_{2,3} + 125x_{3,3} + 6x_{4,3} + 180x_{5,3} \geq 820 \\ 165x_{1,4} + 161x_{2,4} + 125x_{3,4} + 6x_{4,4} + 180x_{5,4} \geq 500 \\ 165x_{1,5} + 161x_{2,5} + 125x_{3,5} + 6x_{4,5} + 180x_{5,5} \geq 620 \end{cases}$$

Кроме того, суммарное количество самолетов каждого  $i$ -го типа, направляемых по всем  $n$  маршрутам, должно быть равно их количеству  $m_i$ :

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^n x_{1,j} = 10 \\ \sum_{j=2}^n x_{2,j} = 8 \\ \sum_{j=3}^n x_{3,j} = 1, \quad j = \overline{1,5} \\ \sum_{j=4}^n x_{4,j} = 1 \\ \sum_{j=5}^n x_{5,j} = 4 \end{cases}$$

Данная задача является задачей целочисленного линейного программирования, поскольку переменные  $x_{ij}$  – самолеты, которые могут быть только целыми числами, тогда:

$$x_{ij} \geq 0, \text{ целое}, i = \overline{1,5}, j = \overline{1,5}.$$

Решать данную задачу целесообразно в Microsoft Excel, используя надстройку "Поиск решений" [3]. Расчеты показаны в таблице 3.

Таблица 3

#### Решение задачи

Тип самолета	Число самолетов	Эксплуатационные расходы на 1 рейс по данному маршруту, долларов США					Вместимость самолета
		1	2	3	4	5	
MD-82	10	2 844,0	2 203,0	3 004,0	2 343,0	3 665,0	165
MD-83	8	2 694,0	2 087,0	2 846,0	2 220,0	3 472,0	161
DC9-51	1	2 993,0	2 319,0	3 162,0	2 466,0	3 858,0	125
Learjet-60	1	1 033,0	800,0	1 091,0	851,0	1 330,0	6
Airbus A320-200	4	3 891,0	3 014,0	4 110,0	3 206,0	5 015,0	180
Оптимальное распределение самолетов по авиалиниям							
Тип самолета	Матрица переменных					Число самолетов	
	1	2	3	4	5		
MD-82	2	1	4	3	0	10	
MD-83	3	0	1	0	4	8	
DC9-51	0	1	0	0	0	1	
Learjet-60	0	0	0	1	0	1	
Airbus A320-200	0	4	0	0	0	4	
План перевозок	800	1 000	820	500	620	Целевая функция	
Объем перевозок	813	1 010	821	501	644	<b>66 978</b>	

$$Z_{\min}(X) = 2 \times 2844 + 2203 + 4 \times 3004 + 3 \times 2343 + 3 \times 2694 + 2846 + 4 \times 3472 + 2319 + 851 + 4 \times 3014 = 66978.$$

Таким образом, чтобы общие издержки на перевозку пассажиров за неделю были минимальными и составляли 66978 US\$ необходимо распределить самолеты следующим образом: 2 самолета типа MD-82 на маршрут Киев – Донецк – Киев, 1 самолет типа MD-82 на маршрут Киев – Харьков – Киев, 4 самолета типа MD-82 на маршрут Киев–Симферополь–Киев, 3 самолета типа MD-82 на маршрут Киев–Львов–Киев, 3 самолета типа MD-83 на маршрут Киев–Донецк–Киев, 1 самолета типа MD-83 на маршрут Киев–Симферополь–Киев, 4 самолета типа MD-83 на маршрут Киев–Афины–Киев, 1 самолет типа DC-91 на маршрут Киев–Харьков–Киев,

1 самолет типа Learjet-60 на маршрут Киев–Львов–Киев и 4 самолета типа Airbus A300-200 на маршрут Киев–Харьков–Киев. При этом все самолеты использованы и потребности в перевозках удовлетворены.

Проанализировав полученные результаты можно сделать вывод, что проблема составления расписания авиарейсов является весьма актуальной задачей и позволяет значительно снизить затраты на осуществление перелетов, и таким образом снизить стоимость авиабилетов. Крупным авиакомпаниям ежедневно необходимо распределять сотни тысяч пассажиров, путешествующих между несколькими сотнями городов, по лайнерам с различной вместимостью, определяя наиболее эффективный самолет для каждого маршрута и минимизировав при этом любые затраты.

*Научн. рук. Малярец Л. М.*

---

**Литература:** 1. Государственная авиационная служба Украины [Электронный ресурс]. – Режим доступа : <http://avia.gov.ua>. 2. Официальный сайт авиакомпании "Хорс" [Электронный ресурс]. – Режим доступа : <http://www.khors.com.ua/>. 3. Малярец Л. М., Куликов П. М., Лебедева И. Л. и др. Лабораторный практикум по научной дисциплине "Экономико-математическое моделирование" : учебно-практическое пособие / Л. М. Малярец, П. М. Куликов, И. Л. Лебедева и др. – Х. : Изд. ХНЭУ, 2009. – С. 136.