

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ ЕКОНОМІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ СЕМЕНА КУЗНЕЦЯ

Лабораторний практикум
з навчальної дисципліни
"ЕКОНОМЕТРИКА І МОДЕЛЮВАННЯ
ЕКОНОМІЧНОЇ ДИНАМІКИ"
для студентів галузі знань
0305 "Економіка та підприємництво"
денної форми навчання

Харків. ХНЕУ ім. С. Кузнеця, 2015

Затверджено на засіданні кафедри статистики та економічного прогнозування.

Протокол № 6 від 17.12.2014 р.

Укладачі: Стрижиченко К. А.
Гольцяєва Л. А.
Дериховська В. І.

Л 12 Лабораторний практикум з навчальної дисципліни "Економетрика і моделювання економічної динаміки" для студентів галузі знань 0305 "Економіка та підприємництво" денної форми навчання / уклад. К. А. Стрижиченко, Л. А. Гольцяєва, В. І. Дериховська. – Х. : ХНЕУ ім. С. Кузнеця, 2015. – 44 с. (Укр. мов.)

Подано лабораторні роботи за темами навчальної дисципліни, метою яких є закріплення й поглиблення знань теоретичного та практичного матеріалу, набуття навичок моделювання динамічних економічних процесів за допомогою можливостей пакета прикладних програм Statistica 8.0.

Рекомендовано для студентів економічних спеціальностей.

Вступ

Синтез таких наукових напрямів, як економетрика та моделювання економічної динаміки є необхідним для поглибленого вивчення процесів, що відбуваються в економіці. Міждисциплінарний підхід дозволяє використовувати весь спектр методів, за допомогою яких аналізуються дані про сутність об'єкта дослідження, його кількісні характеристики, характер взаємодії між складовими елементами, місце та важливість певного явища у загальному процесі функціонування економічних систем.

Метою викладання навчальної дисципліни "*Економетрика і моделювання економічної динаміки*" є формування теоретичних знань та практичних навичок із питань моделювання динамічних економічних процесів. У центрі уваги перебувають методи і моделі аналізу тенденцій та причинно-наслідкових зв'язків в економіці, що є необхідною умовою аналізу та прогнозування окремих показників динаміки соціально-економічного розвитку країни.

Лабораторний практикум із навчальної дисципліни "*Економетрика і моделювання економічної динаміки*" призначений для закріплення теоретичного та практичного матеріалу з моделювання динамічних економічних процесів, вироблення навичок роботи з пакетами прикладних програм, що забезпечують аналіз статистичних даних. Для виконання лабораторних робіт пропонується використовувати пакет прикладних програм *Statistica*.

Лабораторні роботи розроблені за основними темами навчальної дисципліни й ґрунтуються на теоретичному матеріалі відповідної теми. Кожна робота містить мету, завдання й методичні рекомендації до виконання. Лабораторні роботи рекомендується виконувати послідовно, оскільки послідовне виконання дозволяє краще засвоїти й закріпити матеріал навчальної дисципліни.

Для кожної лабораторної роботи оформлюється звіт. Оцінка за виконання роботи ставиться за результатами виконання та захисту лабораторної роботи. Особлива увага приділяється правильності висновків та повноті економічної інтерпретації результатів.

У процесі викладання навчальної дисципліни основна увага приділяється оволодінню студентами професійними компетентностями, що наведені в табл. 1.

**Професійні компетентності, які отримують студенти після вивчення
навчальної дисципліни**

| Код компетентності | Назва компетентності | Складові компетентності |
|--------------------|--|---|
| ЕМЕД* 1 | Здатність до цілісного уявлення процесу економетричного дослідження та використання відповідних підходів | Визначати основні етапи економетричного дослідження |
| | | Відокремлювати характерні риси кожного з етапів |
| | | Визначати підходи до дослідження динамічних систем |
| | | Виділяти характерні риси синергетичного підходу |
| ЕМЕД 2 | Здатність будувати лінійні та нелінійні моделі регресії | Визначати види моделей регресії |
| | | Обирати методи оцінювання параметрів регресії |
| | | Виділяти переваги методу максимальної правдоподібності |
| ЕМЕД 3 | Здатність розробляти та контролювати моделі аналізу часових рядів | Визначати класи моделей часових рядів |
| | | Визначати ефективний лаг та конструювати моделі розподіленого лагу |
| | | Використовувати моделі згладжування часових рядів |
| | | Будувати інтегровані моделі, визначати тип моделей |
| ЕМЕД 4 | Здатність розробляти систему складних моделей динамічних систем | Визначати фактори, які впливають на побудову моделей динамічних систем |
| | | Здійснювати побудову різних видів моделей динамічних систем |
| | | Формувати сценарії використання моделей динамічних систем |
| ЕМЕД 5 | Здатність розробляти факторні моделі економічного розвитку | Визначати фактори, які впливають на розвиток соціально-економічних систем |
| | | Визначати оптимальний вид моделі |
| | | Будувати модель факторного аналізу |

* Економетрика та моделювання економічної динаміки

Змістовий модуль 1.

Економетрія і моделювання економічної динаміки: загальнотеоретичний аспект

Лабораторне заняття № 1 на тему "Побудова лінійної регресії. Перевірка моделі на наявність мультиколінеарності та її усунення"

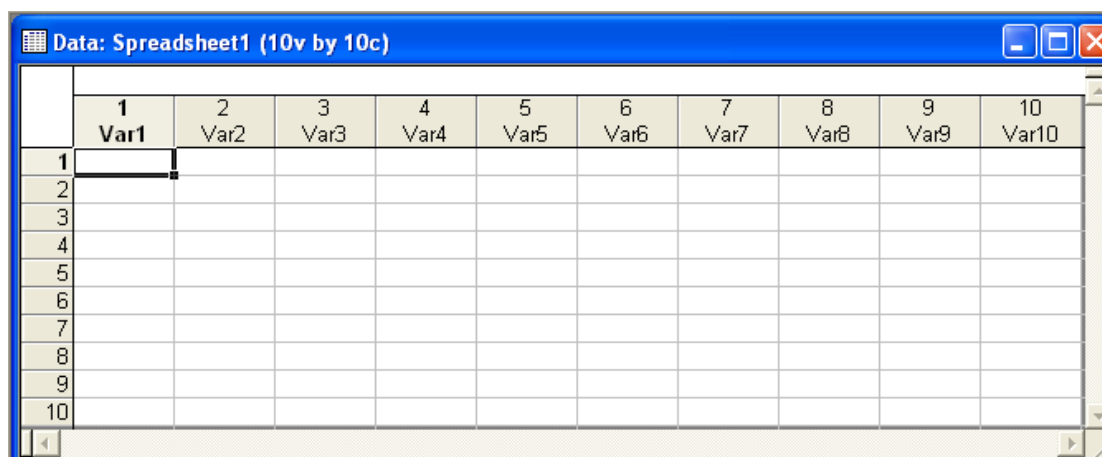
Мета – закріплення теоретичного та практичного матеріалу, набуття навичок побудови та аналізу простих економетричних моделей у пакеті *Statistica 8.0*.

Методичні рекомендації

Частина 1

Для аналізу даних у пакеті *Statistica* необхідно в меню програм вибрати ярлик програми *Statistica*, далі для збереження файла з початковими даними необхідно вибрати в меню пункт *File / New Data*. З'явиться діалогове вікно *New Data: Specify file name* (Нові дані: Визначте ім'я файла), в якому необхідно вказати ім'я файла і його розміщення. Після введення імені файла натиснути кнопку "зберегти" у вікні, що з'явилося.

У результаті з'являється порожнє поле даних, яке є таблицею розміру 10 × 10. Стовпці таблиці називаються *Variables* (змінні), а рядки – *Cases* (випадки, спостереження) (рис. 1).



| | 1 Var1 | 2 Var2 | 3 Var3 | 4 Var4 | 5 Var5 | 6 Var6 | 7 Var7 | 8 Var8 | 9 Var9 | 10 Var10 |
|----|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-------------|
| 1 | | | | | | | | | | |
| 2 | | | | | | | | | | |
| 3 | | | | | | | | | | |
| 4 | | | | | | | | | | |
| 5 | | | | | | | | | | |
| 6 | | | | | | | | | | |
| 7 | | | | | | | | | | |
| 8 | | | | | | | | | | |
| 9 | | | | | | | | | | |
| 10 | | | | | | | | | | |

Рис. 1. Порожнє поле даних

Кожна змінна має своє ім'я, формат та інші атрибути (які називаються специфікацією змінної), що задаються користувачем. Для зручності роботи з даними необхідно спочатку встановити кількість змінних і спостережень. Для даного прикладу поле даних повинно містити 6 змінних (*Variables*) і 27 спостережень (*Cases*). Операції зі змінними *Vars* і спостереженнями *Cases* доступні або в меню *Data*, вибравши відповідну кнопку *Vars (Cases)*, або через контекстне меню, натиснувши правою кнопкою миші на імені змінної (спостереження). За допомогою команд *Add* (додати), *Move* (перемістити), *Copy* (копіювати), *Delete* (видалити) можливе проведення дій як зі змінними, так і зі спостереженнями. Таблиця початкових статистичних даних матиме вигляд (рис. 2).

| | 1 Filial | 2 Plategi | 3 Viplati |
|--------------------|-------------|--------------|--------------|
| Vinniscaja | 47,0 | 18,5 | 7,3 |
| Volinscaja | 45,0 | 14,7 | 4,8 |
| Dnepropetrovskaja | 100,0 | 63,1 | 21,2 |
| Donetskaja | 91,0 | 66,9 | 24,7 |
| Jitomerskaja | 39,0 | 11,1 | 3,9 |
| Zakarpatskaja | 39,0 | 15,7 | 4,1 |
| Zaporojskaja | 70,0 | 44,0 | 16,5 |
| Ivano-frankovskaja | 44,0 | 14,1 | 3,7 |
| Kievskaja | 48,0 | 22,9 | 10,3 |
| Kirovogradskaja | 36,0 | 9,9 | 2,5 |
| Kiev | 87,0 | 376,3 | 187,6 |
| Luganskaja | 89,0 | 32,1 | 10,3 |
| Lvovskaja | 93,0 | 44,6 | 16,1 |
| Nikolaevskaja | 41,0 | 15,7 | 4,4 |
| Odesskaja | 69,0 | 43,9 | 12,9 |
| Poltavskaja | 52,0 | 17,3 | 6,6 |
| Rovenskaja | 40,0 | 14,5 | 3,3 |
| Sumskaja | 41,0 | 9,1 | 2,8 |
| Ternopolskaja | 38,0 | 9,8 | 2,0 |
| Harkovskaja | 63,0 | 35,3 | 13,5 |
| He | 43,0 | 10,8 | 4,2 |
| Hmel | 44,0 | 11,7 | 4,6 |
| Cherk | 44,0 | 13,2 | 6,1 |
| Chernoveskaja | 29,0 | 8,2 | 1,7 |
| Chernigovskaja | 57,0 | 13,3 | 4,2 |
| ARK | 64,0 | 29,3 | 12,4 |
| Sevastopol | 15,0 | 11,8 | 5,8 |

Рис. 2. Таблиця даних для аналізу

Далі необхідно провести графічне подання даних, що можливо за допомогою графічного аналізу. Для побудови гістограм для графічного аналізу на панелі інструментів необхідно вибрати *Graphs – 2DGraphs –*

Histograms. 2DGraphs – це візуальний аналіз даних на площині, який здійснюється за допомогою різноманітних гістограм, діаграм розсіювання, імовірнісних графіків, лінійних графіків, діаграм діапазонів, діаграм розмахів, кругових діаграм, стовпчастих графіків, графіків послідовних значень і т. д.

Для обрання параметрів візуального аналізу необхідно виділити вкладку **Advanced**, натиснувши кнопку **Variables**, вибрати змінну, для якої будується гістограма. Гістограму для інших змінних можливо побудувати, натиснувши кнопку **Change Variable**. У результаті з'явиться наступне вікно (рис. 3).

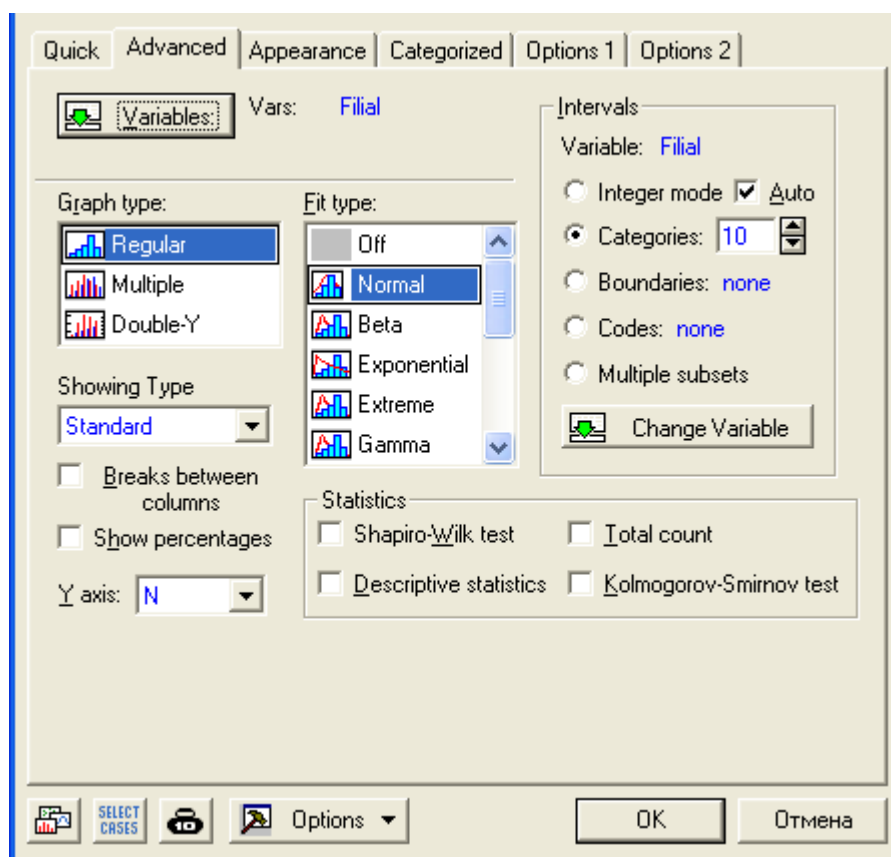


Рис. 3. Вікно побудови гістограм

Вибір усіх параметрів підтверджується кнопкою **OK**. У результаті була отримана гістограма для змінної "філія" (рис. 4), аналогічним чином для інших змінних. Наочне подання гістограм зберігається у файлі *Workbook* для можливості використання в подальшому.

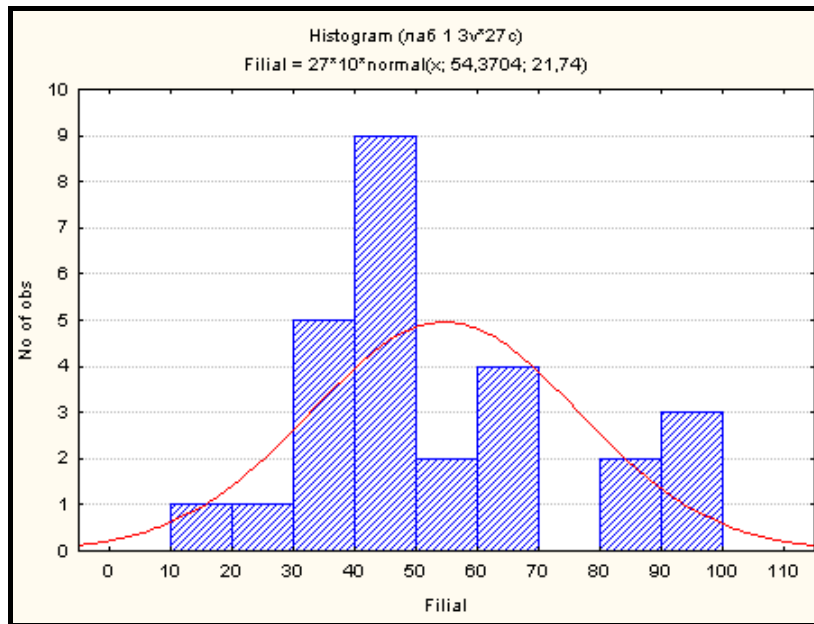


Рис. 4. Гістограма розміщення філій страхових компаній України за областями

Для подальшого аналізу даних використовується модуль *Descriptive Statistics* (описових статистик) (рис. 5).

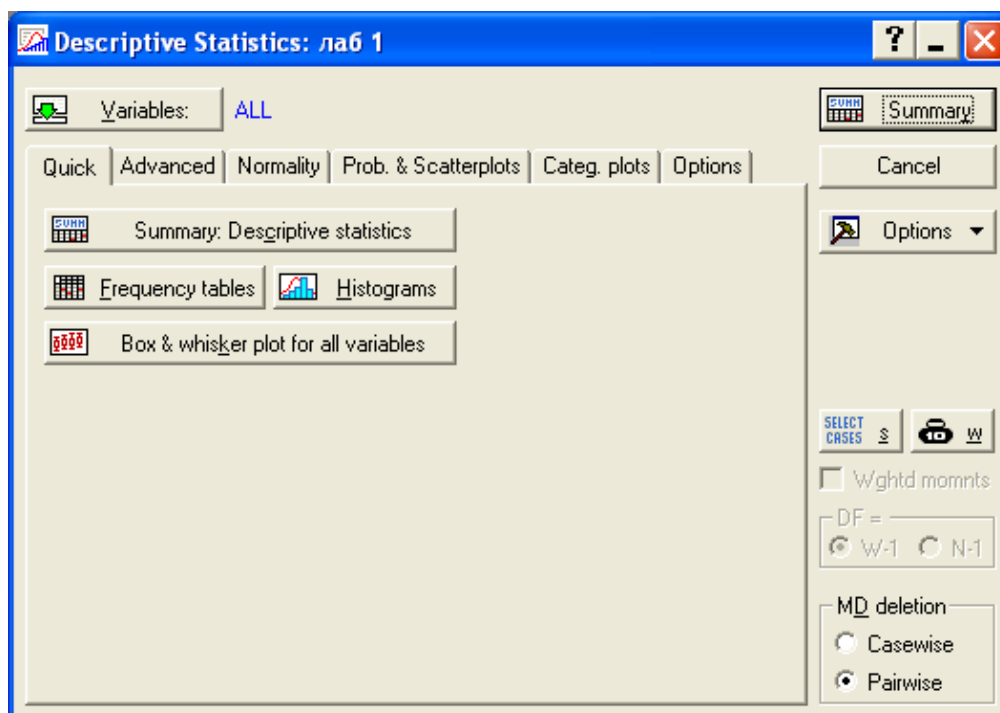


Рис. 5. Діалогове вікно описових статистик

Вибір змінних для аналізу виконується у наступному вікні (рис. 6).

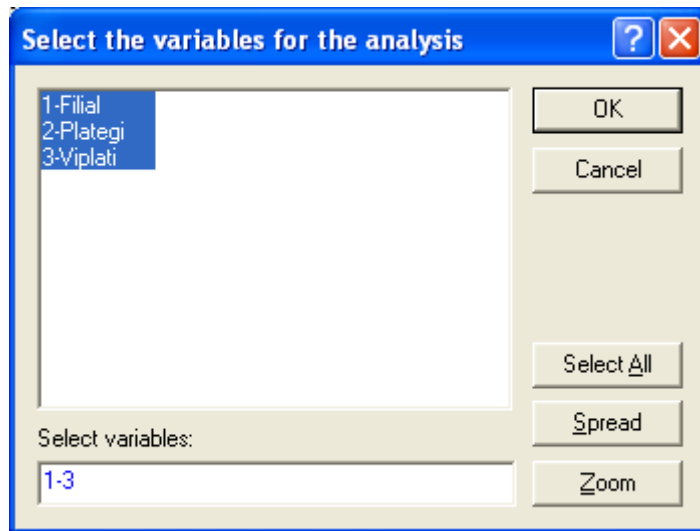



Рис. 6. Вибір змінних

У результаті натискання кнопки  розраховуються описові статистики (рис. 7).

| Variable | Descriptive Statistics (наб 1) | | | | | | | | | | | | | | | |
|----------|--------------------------------|----------|------------------------|------------------------|----------|----------|----------------------|------------------------|------------------------|----------|-------------------|----------|----------|----------|----------------------|----------|
| | Valid N | Mean | Confidence -95,000% | Confidence +95,000% | Median | Mode | Frequency of Mode | Percentile 10,00000 | Percentile 90,00000 | Range | Quartile Range | Variance | Std.Dev. | Skewness | Std.Err. Skewness | Kurtosis |
| Filial | 27 | 54,37037 | 45,77032 | 62,97042 | 45,00000 | 44,00000 | 3 | 36,00000 | 91,00000 | 85,00000 | 29,00000 | 472,627 | 21,73998 | 0,716793 | 0,447852 | -0,26939 |
| Plategi | 27 | 36,21481 | 8,55302 | 63,87661 | 15,70000 | 15,70000 | 2 | 9,80000 | 63,10000 | 368,1000 | 23,60000 | 4889,643 | 69,92598 | 4,756960 | 0,447852 | 23,74804 |
| Viplati | 27 | 14,72222 | 0,84599 | 28,59846 | 5,80000 | Multiple | | 2,50000 | 21,20000 | 185,9000 | 9,00000 | 1230,438 | 35,07760 | 4,953540 | 0,447852 | 25,21913 |

Рис. 7. Вікно розрахованих описових статистик

Розраховані значення основних показників можливо інтерпретувати таким чином:

Valid N (число спостережень) – обсяг вибірки. У даному випадку обсяг вибірки становить 27 одиниць для кожного показника.

Mean (середнє) – це узагальнюючий показник, що характеризує типовий рівень явища. Показує центральне положення змінної і розглядається спільно з довірчим інтервалом. У даному випадку для змінної філіал у середньому дорівнює 54,37.

Conf. limits for mean (довірчий інтервал для середнього) – інтервал значень навколо оцінки, де з певною ймовірністю знаходиться "істинне" середнє генеральної сукупності. Для змінної філіал цей інтервал [45,77; 62,97].

Median (медіана) – вимір центральної тенденції, значення, яке розподіляє вибірку на дві рівні частини так, що 50 % значень лежить нижче значення медіани, а інші 50 % – вище. Медіана для змінної, що аналізується, дорівнює 45.

Mode (мода) – значення, що відповідає найбільшій частоті появи змінної у вибірці. Для змінної філія мода дорівнює 44.

Standart Deviation (середньоквадратичне відхилення) – показує абсолютне відхилення виміряних значень від середньоарифметичного (21,73 значення середньоквадратичного відхилення досліджуваної змінної).

Variance (дисперсія) – один із показників варіації кількісної змінної, дорівнює відношенню суми квадратів відхилень від середнього арифметичного до числа ступенів свободи даної суми квадратів ($n - 1$) (472,62 для змінної філія).

Skewness (асиметрія) – міра симетричності розподілу. Якщо розподіл симетричний, то вона дорівнює 0; якщо асиметрія істотно відрізняється від 0 – розподіл несиметричний. Асиметрія з довгим правим хвостом позитивна, з лівим – негативна. Розподіл несиметричний.

Kurtosis (ексцес) – міра гостроти піку розподілу, а за умови нормального розподілу ексцес дорівнює 0. Якщо ексцес позитивний – розподіл має загострений пік, якщо від'ємний – плоский пік. Розподіл із плоским піком.

Range (розмах вибірки) вимірює різницю між максимальним і мінімальним значеннями ознаки, що варіює 85 для змінної, що аналізується.

Частина 2

Далі слід побудувати економетричну модель. Вихідні дані за період із 2006 по 2014 рр. наведено на рис. 8.

| | 1 ВВП, млн. грн. | 2 Безробіття, % | 3 Обсяг реалізації підприємства, тис.грн. |
|----|---------------------|--------------------|--|
| 1 | 1234 | 5,8 | 43,9 |
| 2 | 1231 | 5,9 | 43,9 |
| 3 | 1236 | 5,9 | 42,7 |
| 4 | 1234 | 5,8 | 44,1 |
| 5 | 1233 | 5,8 | 42,6 |
| 6 | 1229 | 6 | 42,7 |
| 7 | 1232 | 6,1 | 43,4 |
| 8 | 1233 | 6,1 | 44,2 |
| 9 | 1232 | 6,2 | 45,2 |
| 10 | 1237 | 6,1 | 46,2 |
| 11 | 1233 | 6,1 | 45,7 |
| 12 | 1231 | 6,1 | 46,3 |
| 13 | 1232 | 6,2 | 45,3 |
| 14 | 1225 | 6,3 | 44,4 |
| 15 | 1213 | 6,6 | 42,8 |
| 16 | 1203 | 7,2 | 41,1 |
| 17 | 1198 | 7,7 | 41 |
| 18 | 1196 | 8 | 40,5 |
| 19 | 1194 | 8 | 40,3 |
| 20 | 1184 | 8,4 | 40,1 |
| 21 | 1188 | 8,6 | 40,4 |
| 22 | 1184 | 8,6 | 41,7 |
| 23 | 1183 | 8,7 | 41 |
| 24 | 1190 | 8,4 | 41,1 |
| 25 | 1191 | 8,6 | 41,1 |
| 26 | 1203 | 8,5 | 42,4 |
| 27 | 1215 | 8,5 | 42,8 |
| 28 | 1218 | 8,3 | 44,4 |
| 29 | 1222 | 8,2 | 43,8 |
| 30 | 1229 | 8,2 | 44,4 |
| 31 | 1229 | 8,1 | 44 |
| 32 | 1231 | 8,1 | 44,1 |

Рис. 8. Вихідні дані

Після ініціювання вкладки *Multiple Regression*, буде отримано результати регресійного аналізу (рис. 9).

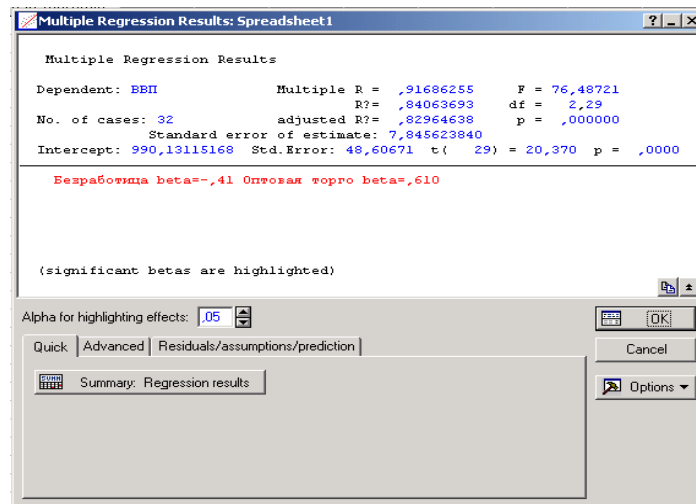


Рис. 9. Вікно результатів регресійного аналізу

Треба проаналізувати отримані результати моделі:

$R = 0,917$ – коефіцієнт множинної кореляції;

$R^2 = 0,84$ – коефіцієнт детермінації;

Adjusted $R^2 = 0,83$ – скоригований коефіцієнт детермінації на кількість спостережень і кількість параметрів;

$F(2,29) = 76,487$ – критерій адекватності Фішера.

Табличне значення критерію Фішера за умови, якщо $\alpha = 0,05$ дорівнює $F_{табл.} = 2,495$ і менше розрахункового, а отже з імовірністю 95 % можна стверджувати, що коефіцієнт детермінації значущий;

$Std. Error of estimate = 7,85$ – середньоквадратичне відхилення помилок моделі.

Параметри моделі наведено на рис. 10.

| Regression Summary for Dependent Variable: ВВП (Spreadsheet1) | | | | | | |
|---|-----------|-------------------|----------|----------------|----------|----------|
| R= .91686255 R²= .84063693 Adjusted R²= .82964638 | | | | | | |
| F(2,29)=76.487 p<.00000 Std.Error of estimate: 7.8456 | | | | | | |
| | Beta | Std. Err. of Beta | B | Std. Err. of B | t(29) | p-level |
| N=32 | | | | | | |
| Intercept | | | 990,1312 | 48,60671 | 20,37026 | 0,000000 |
| Безработица | -0,414293 | 0,091478 | -6,8768 | 1,51843 | -4,52887 | 0,000094 |
| Оптовая торговля | 0,610436 | 0,091478 | 6,4083 | 0,96033 | 6,67301 | 0,000000 |

Рис. 10. Результати регресійного аналізу

Слід визначити $(a_0; a_1; a_2) = (990,1312; -6,8768; 6,4083)$ – параметри моделі, а отже, модель має вигляд:

$$y = 990,1312 - 6,8768 \cdot X_1 + 6,4083 \cdot X_2.$$

$Std. Error of B = (48,61; 1,52; 0,96)$ – середньоквадратичні відхилення параметрів моделі;

$t(29) = (20,37; -4,53; 6,67)$ – значущість параметрів моделі за критерієм Стьюдента.

Табличне значення критерію Стьюдента при $\alpha = 0,05$ дорівнює $t_{\text{табл.}} = 1,699$. Оскільки розрахункове значення критерію Стьюдента параметра a_2 більше табличного, то даний фактор (обсяг реалізації) істотно впливає на ВВП і є статистично значущим параметром. Розрахункове значення критерію Стьюдента параметра a_1 менше табличного, отже фактор безробіття несуттєво впливає на ВВП.

Далі необхідно здійснити перевірку моделі на мультиколінеарність методом Феррара – Глобера, для цього використати критерій χ^2 .

$$\chi^2 = - \left[n - 1 - \frac{1}{6} \times (2m + 5) \right] \times \ln|r|,$$

де n – кількість спостережень;

m – кількість незалежних факторів;

r – детермінант матриці парних кореляцій.

Матриця парних кореляцій наведена на рис. 11.

| | | Correlations (Spreadsheet1) | | | |
|------------------|--|---|------------------|--|--|
| | | Marked correlations are significant at p < ,05000 | | | |
| | | N=32 (Casewise deletion of missing data) | | | |
| Variable | | Безробіття | Оптовая торговля | | |
| Безробіття | | 1,00 | -0,59 | | |
| Оптовая торговля | | -0,59 | 1,00 | | |

Рис. 11. Матриця парних кореляцій

$$r = (1 \times 1) - (-0,59)^2 = 1 - 0,3481 = 0,6519,$$

$$\chi_{\text{расч}}^2 = 12,662.$$

Рівень значимості $\alpha = 0,05$, число ступенів свободи 1.

$$\chi_{\text{табл.}}^2 = 0,00393.$$

Оскільки розрахункове значення критерію більше табличного, то можна зробити висновок про наявність загальної мультиколінеарності. Слід усунути мультиколінеарності за допомогою виключення одного з двох сильно пов'язаних факторів. Для цього необхідно побудувати однофакторну лінійну модель для кожного з двох факторів і визначити, в якій з моделей коефіцієнт детермінації більше, той фактор і залишити в моделі.

Треба побудувати однофакторну модель зі змінною "обсяг реалізації", результати побудови наведено на рис. 12.

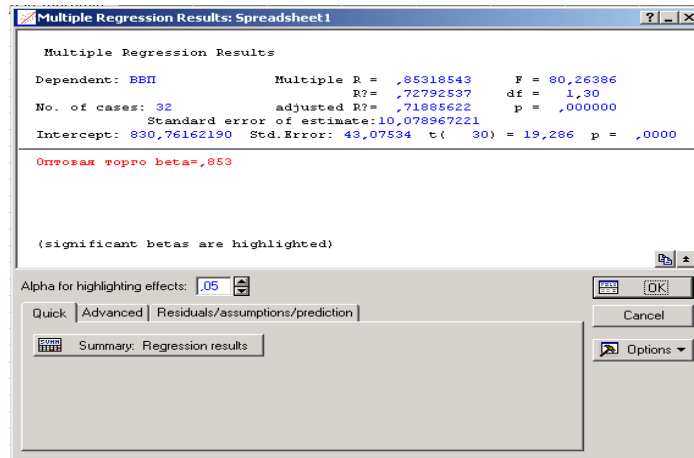


Рис. 12. Вікно результатів регресійного аналізу

Натиснувши кнопку *Summary: Regression results*, слід визначити найважливіші характеристики моделі та ступінь її адекватності (рис. 13).

| Regression Summary for Dependent Variable: ВВП (Spreadsheet1) | | | | | | |
|---|----------|-------------------|----------|----------------|----------|----------|
| R= ,85318543 R ² = ,72792537 Adjusted R ² = ,71885622 | | | | | | |
| F(1,30)=80,264 p<,00000 Std. Error of estimate: 10,079 | | | | | | |
| N=32 | Beta | Std. Err. of Beta | B | Std. Err. of B | t(30) | p-level |
| Intercept | | | 830,7616 | 43,07534 | 19,28625 | 0,000000 |
| Оптовая торговля | 0,853185 | 0,095232 | 8,9566 | 0,99973 | 8,95901 | 0,000000 |

Рис. 13. Результати регресійного аналізу

Слід проаналізувати отримані результати моделі:

$R = 0,853$ – коефіцієнт множинної кореляції (у разі простої лінійної регресії дорівнює модулю коефіцієнта парної кореляції);

$R^2 = 0,728$ – коефіцієнт детермінації моделі (оцінює адекватність моделі в цілому);

Adjusted $R^2 = 0,719$ – скоригований коефіцієнт детермінації на кількість спостережень і кількість параметрів;

$F(1,30) = 80,264$ – критерій адекватності Фішера.

Табличне значення критерію Фішера при $\alpha = 0,05$ дорівнює $F_{\text{табл.}} = 4,17$ менше розрахункового, а отже з імовірністю 95 % можна стверджувати, що коефіцієнт детермінації значущий. *Std. Error of estimate* = 10,079 – середньоквадратичне відхилення помилок моделі;

$B(a_0, a_1) = (830,7616; 8,9566)$ – параметри моделі, а тому модель має вигляд:

$$y = 830,7616 + 8,9566 \cdot X.$$

$Std. Error of B = (43,075; 0,999)$ – середньоквадратичне відхилення параметрів моделі;

$t(30) = (19,28; 8,96)$ – значущість параметрів моделі за критерієм Стьюдента.

Табличне значення критерію Стьюдента при $\alpha = 0,05$ дорівнює $t_{\text{табл.}} = 1,69$. Оскільки розрахункове значення критерію Стьюдента для кожного параметра більше табличного, то кожен фактор суттєво впливає на ВВП і є статистично значущим параметром (рис. 14).

| Summary Statistics; DV: ВВП (Spreadsheet1) | |
|--|----------------|
| Statistic | Value |
| Multiple R | 0,85319 |
| Multiple R? | 0,72793 |
| Adjusted R? | 0,71886 |
| F(1,30) | 80,26387 |
| p | 0,00000 |
| Std.Err. of Estimate | 10,07897 |

Рис. 14. Результати регресійного аналізу

Далі необхідно побудувати однофакторну лінійну модель для фактора безробіття, результати регресійного аналізу наведено на рис. 15.

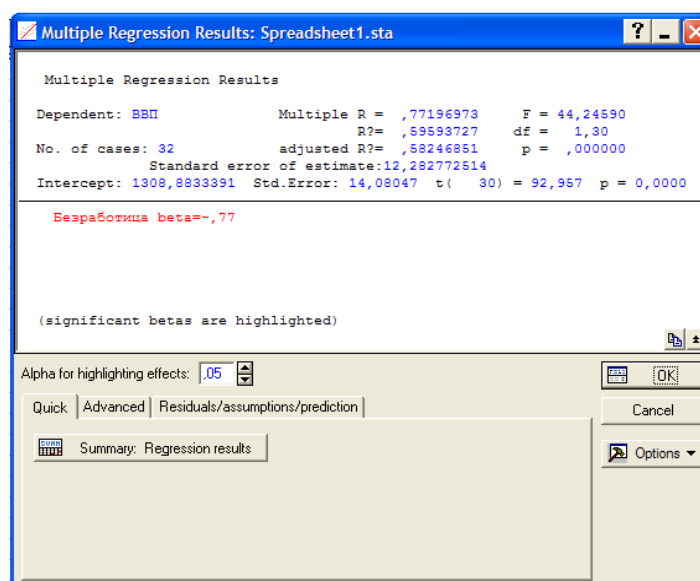


Рис. 15. Вікно результатів регресійного аналізу

Оцінювання параметрів моделі наведено на рис. 16.

| Regression Summary for Dependent Variable: БВП (Spreadsheet1.sta) | | | | | | |
|---|-----------|------------------|----------|---------------|----------|----------|
| R= ,77196973 R ² = ,59593727 Adjusted R ² = ,58246851 | | | | | | |
| F(1,30)=44,246 p<,00000 Std.Error of estimate: 12,283 | | | | | | |
| N=32 | Beta | Std.Err. of Beta | B | Std.Err. of B | t(30) | p-level |
| Intercept | | | 1308,883 | 14,08047 | 92,95736 | 0,000000 |
| Безработиця | -0,771970 | 0,116055 | -12,814 | 1,92638 | -6,65176 | 0,000000 |

Рис. 16. Оцінка параметрів моделі

Коефіцієнт детермінації моделі дорівнює $R^2 = 0,596$. Отже, попередня модель є більш адекватною.

Виходячи з проведених розрахунків, можна зробити висновок, що однофакторна лінійна економетрична модель, у якій фактором виступає рівень оптової торгівлі, найкращим чином описує реальні дані.

Лабораторне заняття № 2 на тему "Побудова моделі декомпозиції часових рядів"

Мета – закріплення теоретичного та практичного матеріалу, набуття навичок декомпозиції часового ряду в пакеті *Statistica 8.0*.

Методичні рекомендації

Для побудови моделі декомпозиції часового ряду слід розглянути за показником обсягу залучених депозитів юридичних осіб комерційного банку за період із 01.10.2005 р. по 01.10.2014 р. Вихідні дані наведені в табл. 1.

Таблиця 1

Динаміка зміни показника обсягу залучених депозитів юридичних осіб за період з 01.10.2005 р. по 01.10.2014 р.

| Періоди | Обсяг залучених депозитів юридичних осіб (млн грн) |
|---------------|---|
| 1 | 2 |
| 01.10.2005 р. | 339,098 |
| 01.01.2006 р. | 440,058 |
| 01.04.2006 р. | 422,953 |
| 01.07.2006 р. | 443,501 |
| 01.10.2006 р. | 389,782 |
| 01.01.2007 р. | 409,736 |
| 01.04.2007 р. | 384,301 |
| 01.07.2007 р. | 480,968 |
| 01.10.2007 р. | 638,946 |
| 01.01.2008 р. | 711,281 |

| 1 | 2 |
|---------------|----------|
| 01.04.2008 р. | 685,274 |
| 01.07.2008 р. | 687,703 |
| 01.10.2008 р. | 611,038 |
| 01.01.2009 р. | 522,444 |
| 01.04.2009 р. | 544,676 |
| 01.07.2009 р. | 709,042 |
| 01.10.2009 р. | 714,812 |
| 01.01.2010 р. | 596,614 |
| 01.04.2010 р. | 682,466 |
| 01.07.2010 р. | 608,628 |
| 01.10.2010 р. | 588,416 |
| 01.01.2011 р. | 603,184 |
| 01.04.2011 р. | 809,808 |
| 01.07.2011 р. | 713,808 |
| 01.01.2012 р. | 732,024 |
| 01.04.2012 р. | 682,789 |
| 01.07.2012 р. | 717,428 |
| 01.10.2012 р. | 591,7573 |
| 01.01.2013 р. | 578,227 |
| 01.04.2013 р. | 687,426 |
| 01.07.2013 р. | 805,934 |
| 01.10.2013 р. | 911,793 |
| 01.01.2014 р. | 903,526 |
| 01.04.2014 р. | 908,502 |
| 01.07.2014 р. | 838,968 |
| 01.10.2014 р. | 738,462 |

Для початку за допомогою розрахунків критеріїв Стьюдента та Фішера слід перевірити ряд динаміки на наявність тренда.

Для цього треба розподілити ряд динаміки на майже дві рівні або майже рівні частини, таким чином ряд депозитів юридичних осіб розподілити на 2 вибірки по 18 спостережень.

Далі треба розрахувати значення середніх та дисперсій за допомогою модуля *Descriptive Statistics* у пакеті *Statistica 8.0*. Дані розрахунків зображені на рис. 17.

| Variable | Descriptive Statistics (Spreadsheet1) | | | | |
|----------|---------------------------------------|----------|----------|----------|----------|
| | Valid N | Mean | Minimum | Maximum | Std.Dev. |
| x1 | 18 | 540,6793 | 339,0980 | 714,8120 | 130,6948 |
| x2 | 18 | 727,9526 | 578,2270 | 911,7930 | 113,4380 |

Рис. 17. Розрахунок дисперсії та середньої за вибірками депозитів юридичних осіб

$$t = \frac{|\overline{y_1} - \overline{y_2}|}{\sigma \times \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}, \text{ де } \sigma = \sqrt{\frac{(n_1 - 1) \times \sigma_1^2 + (n_2 - 1) \times \sigma_2^2}{n_1 + n_2 - 2}}.$$

Розрахунок критерію Фішера за формулою:

$$F = \begin{cases} \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}, & \text{якщо } \sigma_1^2 > \sigma_2^2; \\ \frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2}, & \text{якщо } \sigma_1^2 < \sigma_2^2. \end{cases}$$

Розрахункові та табличні значення критеріїв Стьюдента та Фішера подано в табл. 2.

Таблиця 2

Значення критеріїв Стьюдента та Фішера

| Критерії | Депозити юридичних осіб | |
|----------|-------------------------|-------------------|
| | Фактичне значення | Табличне значення |
| σ | 88,378 | – |
| t | 0,232 | 2,032 |
| F | 1,389 | 4,49 |

Виходячи з даних у табл. 2 можна зробити висновок, що тренд у дисперсії відсутній за обсягом залучених депозитів юридичних осіб. Також можна зробити висновок щодо адитивного характеру залежності між компонентами (рис. 18).

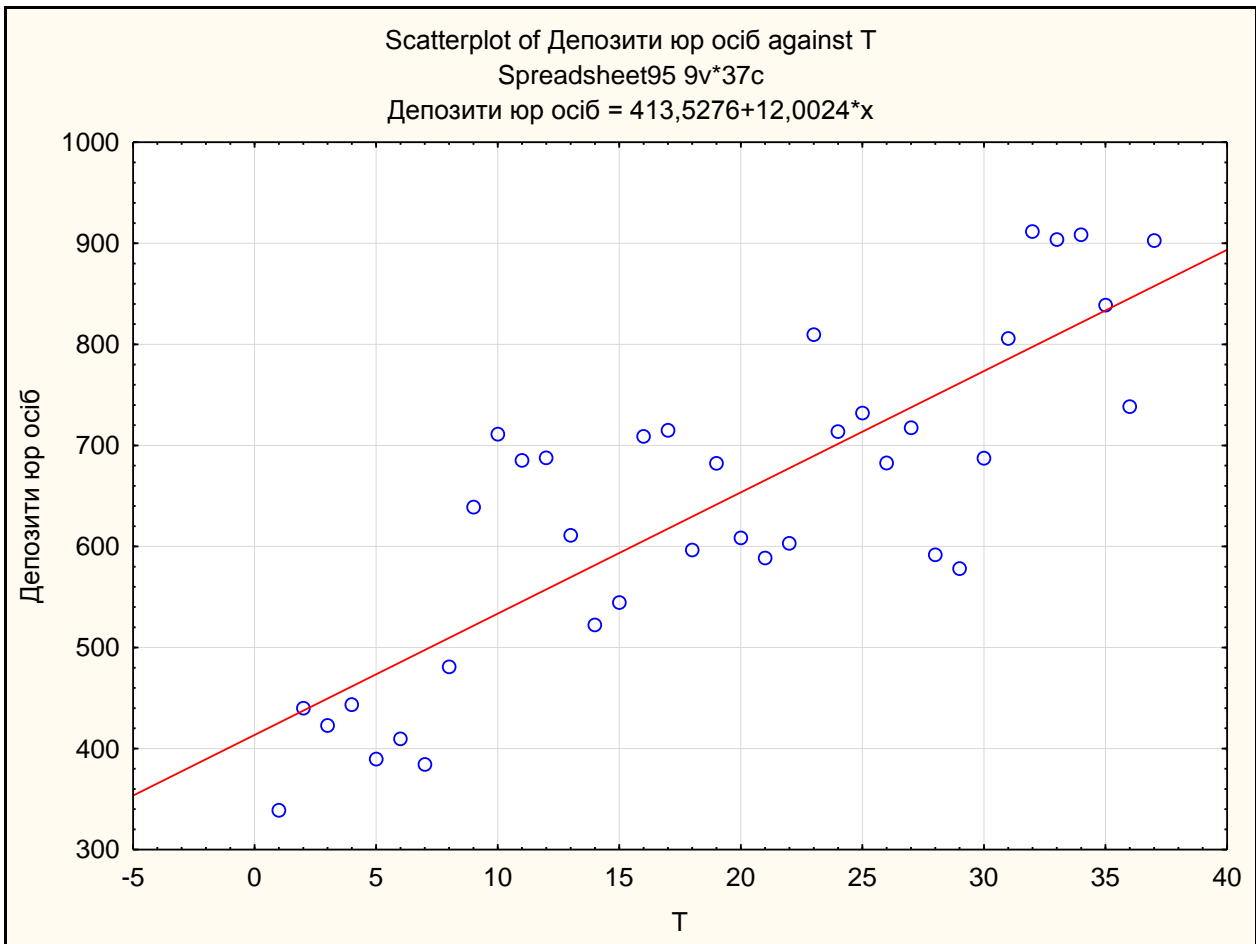


Рис. 18. Графік вхідних даних

Далі слід подати графічно динаміку депозитів юридичних осіб комерційного банку (рис. 19).

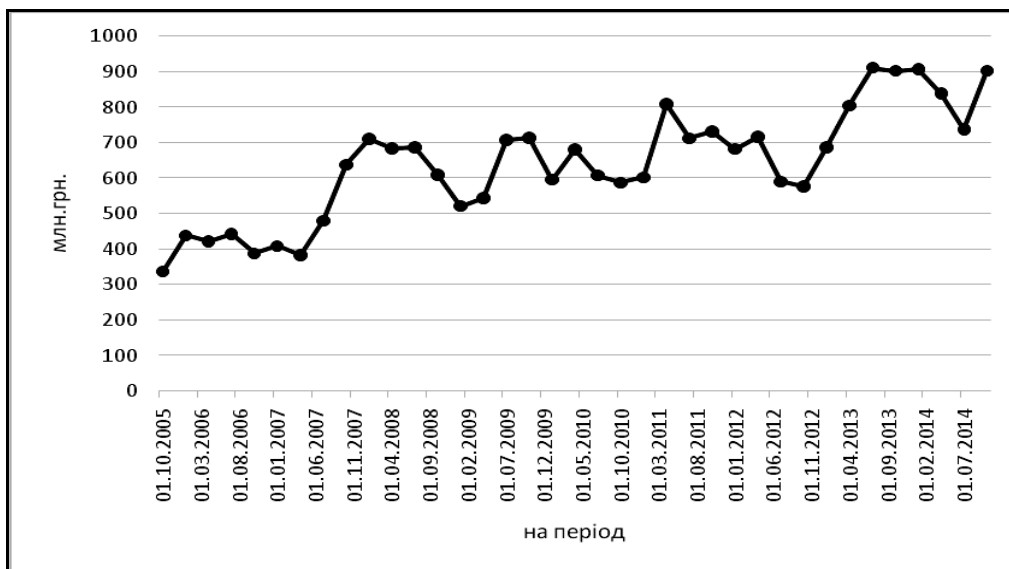


Рис. 19. Динаміка депозитів юридичних осіб комерційного банку

За допомогою рис. 19 можна зробити висновок, що сезонна складова відсутня. Таким чином, буде побудована адитивна модель декомпозиції динамічного ряду депозитів юридичних осіб:

$$Y_t = T_t + C_t + E_t,$$

де Y_t – темпи приросту депозитів юридичних осіб;

T_t – тенденція розвитку депозитів юридичних осіб;

C_t – циклічна компонента динамічного ряду;

E_t – випадкова компонента динамічного ряду.

Декомпозиція ряду динаміки депозитів юридичних осіб комерційного банку має такий же як на рис. 20 вигляд.

| Seasonal Decomposition: Additive season (4) (Spreadsheet95) | | | | | | | |
|---|------------------|-----------------|----------|------------------|-----------------|-------------------|----------------|
| Депозити юр осіб | | | | | | | |
| Case | Депозити юр осіб | Moving Averages | Diffnrcs | Seasonal Factors | Adjusted Series | Smoothed Trend-c. | Irreg. Compon. |
| 1 | 339,0980 | | | 0,5755 | 338,5225 | 392,7638 | -54,2413 |
| 2 | 440,0580 | | | -16,7743 | 456,8323 | 400,6791 | 56,1533 |
| 3 | 422,9530 | 411,4025 | 11,551 | 16,2706 | 406,6824 | 416,5096 | -9,8272 |
| 4 | 443,5010 | 424,0735 | 19,428 | -0,0718 | 443,5728 | 422,8710 | 20,7018 |
| 5 | 389,7820 | 416,4930 | -26,711 | 0,5755 | 389,2065 | 409,1665 | -19,9600 |
| 6 | 409,7360 | 406,8300 | 2,906 | -16,7743 | 426,5103 | 413,1797 | 13,3306 |
| 7 | 384,3010 | 416,1968 | -31,896 | 16,2706 | 368,0304 | 438,5298 | -70,4995 |
| 8 | 480,9680 | 478,4878 | 2,480 | -0,0718 | 481,0398 | 512,2763 | -31,2365 |
| 9 | 638,9460 | 553,8740 | 85,072 | 0,5755 | 638,3705 | 596,7039 | 41,6665 |
| 10 | 711,2810 | 629,1173 | 82,164 | -16,7743 | 728,0553 | 663,0809 | 64,9744 |
| 11 | 685,2740 | 680,8010 | 4,473 | 16,2706 | 669,0034 | 676,3893 | -7,3859 |
| 12 | 687,7030 | 673,8240 | 13,879 | -0,0718 | 687,7748 | 654,3922 | 33,3826 |
| 13 | 611,0380 | 626,6147 | -15,577 | 0,5755 | 610,4625 | 609,1981 | 1,2644 |
| 14 | 522,4440 | 591,4652 | -69,021 | -16,7743 | 539,2183 | 588,0310 | -48,8127 |
| 15 | 544,6760 | 596,8000 | -52,124 | 16,2706 | 528,4054 | 600,7310 | -72,3257 |
| 16 | 709,0420 | 622,7435 | 86,298 | -0,0718 | 709,1138 | 640,5813 | 68,5325 |
| 17 | 714,8120 | 641,2860 | 73,526 | 0,5755 | 714,2365 | 664,7016 | 49,5349 |
| 18 | 596,6140 | 675,7335 | -79,120 | -16,7743 | 613,3883 | 657,6491 | -44,2608 |
| 19 | 682,4660 | 650,6300 | 31,836 | 16,2706 | 666,1954 | 638,3155 | 27,8799 |
| 20 | 608,6280 | 619,0310 | -10,403 | -0,0718 | 608,6998 | 618,6131 | -9,9133 |
| 21 | 588,4160 | 620,6735 | -32,257 | 0,5755 | 587,8405 | 631,1745 | -43,3340 |
| 22 | 603,1840 | 652,5090 | -49,325 | -16,7743 | 619,9583 | 660,5789 | -40,6206 |
| 23 | 809,8080 | 678,8040 | 131,004 | 16,2706 | 793,5374 | 707,5086 | 86,0288 |
| 24 | 713,8080 | 714,7060 | -0,898 | -0,0718 | 713,8798 | 723,4592 | -9,5794 |
| 25 | 732,0240 | 734,6073 | -2,583 | 0,5755 | 731,4485 | 723,9918 | 7,4567 |
| 26 | 682,7890 | 711,5122 | -28,723 | -16,7743 | 699,5633 | 696,6234 | 2,9399 |
| 27 | 717,4280 | 680,9996 | 36,428 | 16,2706 | 701,1574 | 666,1508 | 35,0066 |
| 28 | 591,7573 | 642,5503 | -50,793 | -0,0718 | 591,8291 | 637,4299 | -45,6007 |
| 29 | 578,2270 | 643,7096 | -65,483 | 0,5755 | 577,6515 | 646,2038 | -68,5523 |

Рис. 20. Результат декомпозиції динамічного ряду депозитів юридичних осіб

У результаті декомпозиції було виділено сезонну, випадкову та тренд-циклічну компоненти динамічного ряду.

Далі необхідно з отриманої тренд-циклічної компоненти виділити тренд та циклічну складову ряду.

Цикл може включати в себе декілька гармонік із різними періодами коливань, що накладаючись одна на одну, створюють загальний вплив на розвиток явища чи процесу. Слід провести спектральний аналіз циклічної компоненти ряду депозитів юридичних осіб, отриманої в наслідок його декомпозиції (рис. 21). Формування циклічної компоненти здійснюється за рахунок найбільш важливих гармонік, що були виділені в наслідок спектрального аналізу.

| Spectral analysis: Smoothed Trend-c (Spreadsheet95) | | | | | | | |
|---|-----------|----------|---------------|-------------|-------------|----------|-----------------|
| No. of cases: 36 | | | | | | | |
| | Frequency | Period | Cosine Coeffs | Sine Coeffs | Periodogram | Density | Hamming Weights |
| 0 | 0,000000 | | 2,3142 | 0,0000 | 96,40 | 10648,80 | 0,035714 |
| 1 | 0,027778 | 36,00000 | -15,1483 | 28,3677 | 18615,53 | 16167,80 | 0,241071 |
| 2 | 0,055556 | 18,00000 | -7,0157 | -34,9126 | 22825,92 | 26026,47 | 0,446429 |
| 3 | 0,083333 | 12,00000 | 11,7168 | -49,5491 | 46663,19 | 28870,96 | 0,241071 |
| 4 | 0,111111 | 9,00000 | -7,2750 | -9,8225 | 2689,34 | 21566,48 | 0,035714 |
| 5 | 0,138889 | 7,20000 | -16,6566 | 40,3178 | 34253,38 | 17911,48 | |
| 6 | 0,166667 | 6,00000 | -8,1792 | -1,2421 | 1231,97 | 8960,07 | |
| 7 | 0,194444 | 5,14286 | 3,4730 | 0,5299 | 222,17 | 1640,39 | |
| 8 | 0,222222 | 4,50000 | 0,3463 | -2,1204 | 83,09 | 140,69 | |
| 9 | 0,250000 | 4,00000 | -0,1476 | -1,1435 | 23,93 | 41,01 | |
| 10 | 0,277778 | 3,60000 | 0,1828 | 0,6291 | 7,73 | 15,66 | |
| 11 | 0,305556 | 3,27273 | -0,1865 | -0,8603 | 13,95 | 9,76 | |
| 12 | 0,333333 | 3,00000 | -0,0252 | -0,4275 | 3,30 | 5,43 | |
| 13 | 0,361111 | 2,76923 | 0,0901 | -0,1768 | 0,71 | 2,94 | |
| 14 | 0,388889 | 2,57143 | 0,4206 | 0,2129 | 4,00 | 5,31 | |
| 15 | 0,416667 | 2,40000 | 0,5710 | 0,4944 | 10,27 | 12,85 | |
| 16 | 0,444444 | 2,25000 | 0,8014 | -0,7392 | 21,40 | 26,53 | |
| 17 | 0,472222 | 2,11765 | -1,1925 | 1,3705 | 59,41 | 34,41 | |
| 18 | 0,500000 | 2,00000 | -0,2373 | 0,0000 | 1,01 | 30,62 | |

Рис. 21. Основні характеристики гармонік циклічної компоненти ряду депозитів юридичних осіб

Таким чином, у ході виконання лабораторної роботи часовий ряд розкладено на складові, що надає змогу отримання більш якісного прогнозу значень.

Лабораторне заняття № 3 на тему "Прогнозування часових рядів за допомогою експоненціального згладжування"

Мета – набуття навичок прогнозування часових рядів за допомогою експоненційного згладжування в пакеті *Statistica 8.0*.

Методичні рекомендації

Вхідні дані наведено в рис. 22.

| Період | Показник ефективності використання електроенергії | Період | Показник ефективності використання електроенергії |
|------------|---|------------|---|
| 01.01.2004 | 1,20982718 | 01.01.2007 | 1,59777471 |
| 01.02.2004 | 1,27834821 | 01.02.2007 | 1,633890876 |
| 01.03.2004 | 1,514566326 | 01.03.2007 | 1,973832863 |
| 01.04.2004 | 1,54764835 | 01.04.2007 | 2,237319336 |
| 01.05.2004 | 1,600397516 | 01.05.2007 | 2,062611012 |
| 01.06.2004 | 1,821002203 | 01.06.2007 | 2,502758633 |
| 01.07.2004 | 2,122722915 | 01.07.2007 | 2,991313738 |
| 01.08.2004 | 2,273722705 | 01.08.2007 | 3,173583035 |
| 01.09.2004 | 2,058814162 | 01.09.2007 | 2,998345896 |
| 01.10.2004 | 1,794736893 | 01.10.2007 | 2,860028295 |
| 01.11.2004 | 1,702445486 | 01.11.2007 | 2,616503314 |
| 01.12.2004 | 2,510009396 | 01.12.2007 | 3,536762178 |
| 01.01.2005 | 1,247670773 | 01.01.2008 | 1,932454053 |
| 01.02.2005 | 1,286140332 | 01.02.2008 | 2,17941783 |
| 01.03.2005 | 1,456974398 | 01.03.2008 | 2,30721971 |
| 01.04.2005 | 1,596815873 | 01.04.2008 | 2,713010215 |
| 01.05.2005 | 1,749766937 | 01.05.2008 | 2,622589532 |
| 01.06.2005 | 1,846175724 | 01.06.2008 | 2,888808842 |
| 01.07.2005 | 2,114614016 | 01.07.2008 | 3,717023955 |
| 01.08.2005 | 2,464125631 | 01.08.2008 | 3,572300522 |
| 01.09.2005 | 1,975640374 | 01.09.2008 | 3,38394339 |
| 01.10.2005 | 1,788388528 | 01.10.2008 | 3,367798459 |
| 01.11.2005 | 1,700016431 | 01.11.2008 | 2,886250224 |
| 01.12.2005 | 2,718877379 | 01.12.2008 | 4,511109646 |
| 01.01.2006 | 1,26834417 | 01.01.2009 | 2,315408905 |
| 01.02.2006 | 1,377314405 | 01.02.2009 | 2,519082714 |
| 01.03.2006 | 1,533593494 | 01.03.2009 | 2,504722849 |
| 01.04.2006 | 1,76775895 | 01.04.2009 | 3,052254599 |
| 01.05.2006 | 1,747846944 | 01.05.2009 | 3,171663038 |
| 01.06.2006 | 1,804177201 | 01.06.2009 | 3,374728823 |
| 01.07.2006 | 2,061203618 | 01.07.2009 | 4,248052887 |
| 01.08.2006 | 2,55474233 | 01.08.2009 | 4,223822178 |
| 01.09.2006 | 2,554129509 | 01.09.2009 | 4,409503905 |
| 01.10.2006 | 2,342063566 | 01.10.2009 | 4,31513992 |
| 01.11.2006 | 2,194392523 | 01.11.2009 | 4,141818815 |
| 01.12.2006 | 3,179671689 | 01.12.2009 | 5,415524853 |

Рис. 22. Динаміка зміни ефективності використання електроенергії за період з 1.01.2007 р. по 31.12.2013 р.

1. Перевірка на наявність тренда в часовому ряді

1.1. Ряд динаміки розподіляють на дві рівні або майже рівні частини. Ряд, що аналізується, можна розподілити на 2 вибірки по 36 спостережень (див. рис. 22).

1.2. Розрахунок дисперсії та середньої за кожною частиною вибірки. Для розрахунку значення середніх та дисперсій доцільно використати модуль *Descriptive Statistics* в пакеті *Statistica 8.0* (рис. 23).

| Variable | Descriptive Statistics (Spreadsheet1) | | | | | |
|----------|---------------------------------------|---------|---------|---------|----------|----------|
| | Valid N | Mean | Minimum | Maximum | Variance | Std.Dev. |
| X1 | 36 | 1,88235 | 1,20982 | 3,17967 | 0,22070 | 0,46978 |
| X2 | 36 | 3,05439 | 1,59777 | 5,41552 | 0,79858 | 0,89363 |

Рис. 23. Розрахунок дисперсії та середньої за вибірками

1.3. Розрахунок коефіцієнта Стюдента за формулою:

$$t = \frac{|\bar{y}_1 - \bar{y}_2|}{\sigma \times \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}, \text{ де } \sigma = \sqrt{\frac{(n_1 - 1) \cdot \sigma_1^2 + (n_2 - 1) \cdot \sigma_2^2}{n_1 + n_2 - 2}},$$

$$\sigma = 7,16; t=0,7.$$

Якщо $t < t_{\alpha}$ ($0,7 < 2,02$), то гіпотеза про відсутність тренда в середній приймається.

1.4. Розрахунок критерію Фішера за формулою:

$$F = \begin{cases} \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}, & \text{якщо } \sigma_1^2 > \sigma_2^2; \\ \frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2}, & \text{якщо } \sigma_1^2 < \sigma_2^2, \end{cases}$$

$$F = 3,6.$$

Якщо F більше, ніж табличне значення ($F_{\text{табл.}} = 2,37$), то гіпотезу про рівність дисперсій відхиляють, тобто тренд присутній в дисперсії.

2. Прогнозування ряду динаміки за допомогою експоненціального згладжування

Аналіз рядів динаміки в пакеті *Statistica 7.0* здійснюється в модулі Time Series Analysis. Спочатку необхідно провести експоненціальне згладжування вихідних даних. Для цього необхідно вибрати вкладку *Exponential smoothing & forecasting* (рис. 24).

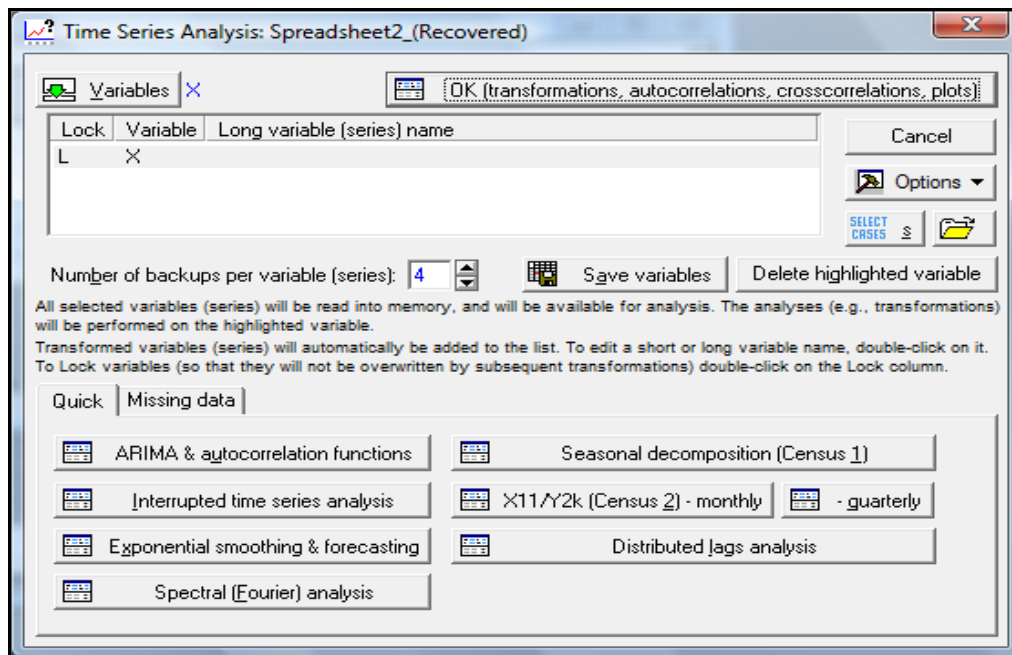


Рис. 24. Стартова панель модуля Time Series Analysis

У наступному вікні необхідно задати параметри експоненціального згладжування. Змінні для аналізу, лаг сезонної компоненти – 12. Вид моделі – *Winters* (рис. 25). Вибір виду моделі зумовлений наявністю тренда в дисперсії.

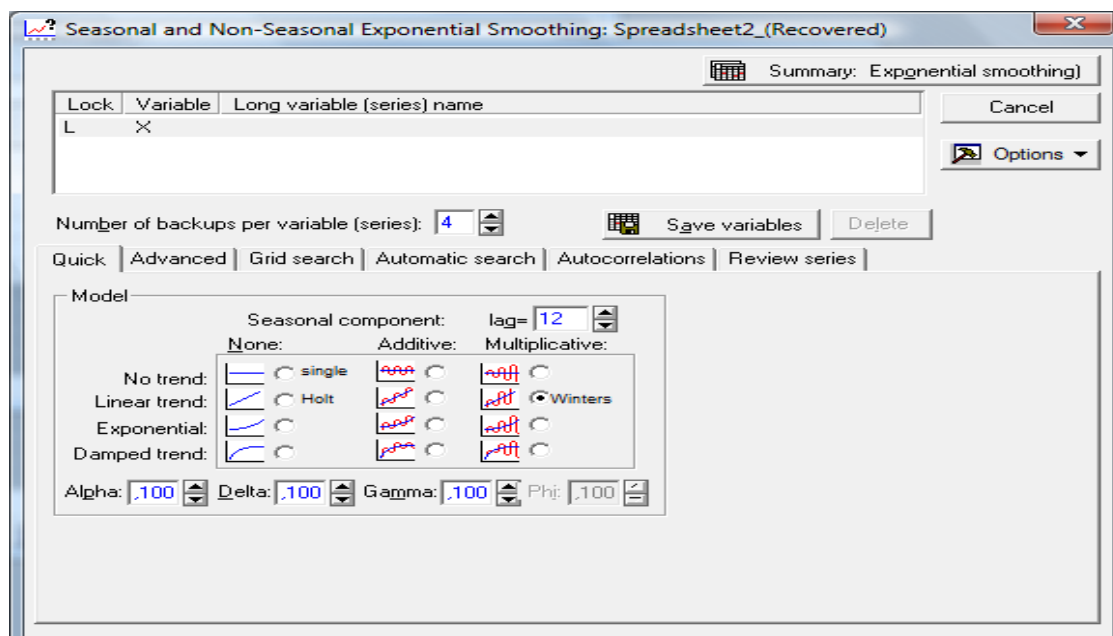


Рис. 25. Діалогове вікно модуля Exponential smoothing & forecasting

На рис. 26 зображений графік результатів розрахунку за цією моделлю.

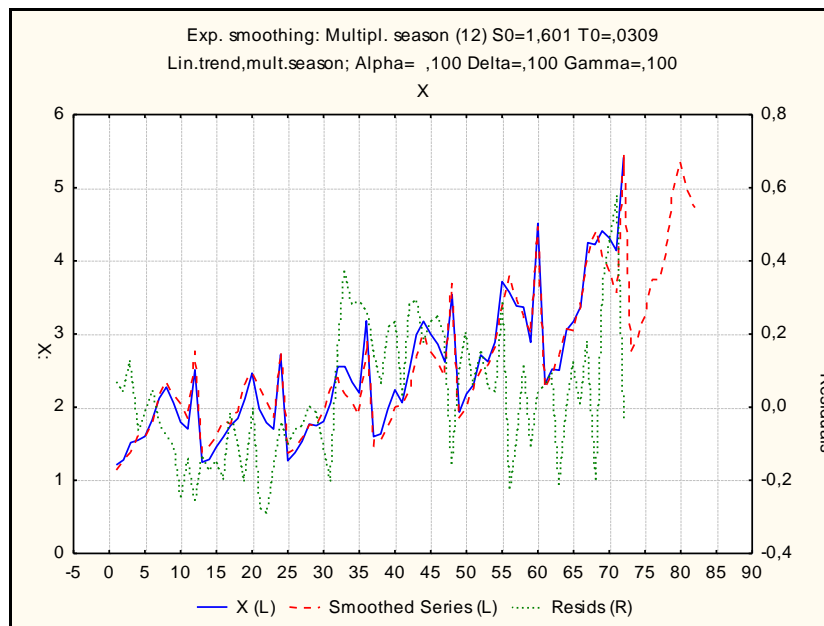


Рис. 26. Графік результатів прогнозування показника ефективності використання електроенергії

На рис. 27 показано таблицю аналізу помилок, для побудованої моделі показник середньої абсолютної процентної похибки становить 6,4 %, що менше граничного значення показника (10 %).

| Exp. smoothing: Multipl. season (12) Lin.trend,mult.season; Alpha= ,100 X | |
|---|-----------------|
| Summary of error | Error |
| Mean error | 0,0334737883736 |
| Mean absolute error | 0,1520281630934 |
| Sums of squares | 2,5945059675100 |
| Mean square | 0,0360348051043 |
| Mean percentage error | 0,4299145249501 |
| Mean abs. perc. error | 6,4058492084847 |

Рис. 27. Таблиця аналізу похибок прогнозування

На рис. 28 показані значення прогнозу ефективності використання електроенергії в 2013 р.

| Период | Показник ефективності використання електроенергії розрахункове |
|------------|--|
| 01.01.2010 | 2,753456 |
| 01.02.2010 | 2,955544 |
| 01.03.2010 | 3,272780 |
| 01.04.2010 | 3,745566 |
| 01.05.2010 | 3,745469 |
| 01.06.2010 | 4,117651 |
| 01.07.2010 | 4,989774 |
| 01.08.2010 | 5,362973 |
| 01.09.2010 | 5,003525 |
| 01.10.2010 | 4,729032 |
| 01.11.2010 | 4,328571 |
| 01.12.2010 | 6,402972 |

Рис. 28. Прогноз показника ефективності використання електроенергії

У роботі було проаналізовано наявність тренда в ряді динаміки та побудовано модель експоненційного згладжування, що дозволило розрахувати прогноз показника ефективності використання електроенергії на 2013 рік.

Лабораторне заняття № 4 на тему "Побудова нелінійної моделі Леонт'єва"

Мета – набуття навичок побудови нелінійних моделей та дослідження траєкторій економічного розвитку.

Динамічна модель Леонт'єва є деталізованою моделлю зростання валового суспільного продукту (ВСП) і національного доходу (НД).

В основі моделі лежить припущення про взаємозв'язок між накопиченням і приростом ВСП. Цей взаємозв'язок реалізується за допомогою матриці капіталомісткості приростів виробництва. Крім того, передбачається миттєвість перетворення капіталовкладень у приріст основних фондів та миттєвість віддачі цих фондів в обсяги виробництва (що, взагалі, неправильно). Час передбачається безперервним, що і визначає застосування диференціальних рівнянь.

Основне співвідношення моделі має такий вигляд:

$$X(t) = AX(t) + B \frac{dX}{dt} + C(t),$$

де $X(t)$ – вектор обсягів валового випуску продукції за галузями у момент часу t ;

$\frac{dX}{dt}$ – вектор абсолютних приростів за малу одиницю часу;

A – матриця коефіцієнтів прямих витрат, включаючи витрати на відшкодування вибуття основних фондів;

$AX(t)$ – виробниче споживання, яке забезпечує просте відтворення;

B – матриця коефіцієнтів капіталомісткості приростів виробництва;

$C(t)$ – вектор-стовпець, що характеризує споживання за галузями.

Використовуючи взаємозв'язок між ВСП та НД:

$$X(t) = (E - A)^{-1} Y(t),$$

де вектор $Y(t)$ характеризує галузеву структуру НД, буде одержано рівняння моделі Леонтьєва щодо НД:

$$Y(t) = B(E - A)^{-1} \frac{dY}{dt} + C(t).$$

$B(E - A)^{-1} = \tilde{B}$. Коефіцієнт цієї матриці – \tilde{b}_{ij} , що характеризує величину виробничого накопичення продукції i -го виду на одиницю приросту j -го елемента НД, а сама вона називається матрицею коефіцієнтів повного приросту капіталомісткості.

Для з'ясування можливостей системи слід дослідити модель під час різних траєкторій споживання.

Слід визначити технологічні можливості системи, які визначаються параметрами A і B . Для цього нехай $C(t) =$

$$Y(t) = B(E - A)^{-1} \frac{dY}{dt}.$$

Цей вираз є системою лінійних однорідних диференціальних рівнянь з постійними коефіцієнтами першого порядку. Загальне рішення цієї системи відповідно до теорії диференціальних рівнянь має вигляд:

$$Y(t) = \sum_I d_I K_I e^{s_I t},$$

де s_I – власні числа матриці повного приросту капіталомісткості;

K_I – відповідні їм власні вектори;

d_I – коефіцієнти, які визначаються з початкової умови $Y(0) = \sum_I d_I K_I$.

Траєкторія, що виходить з $Y(0)$, є комбінацією експонент з різними темпами приросту ($1 / s_I$). Отже, в загальному випадку розвиток по траєкторії $Y(t) = Y_0 e^{kt}$, тобто з єдиним для всіх галузей темпом неможливий, а відбувається з постійними структурними змінами. Однак існує певна схожість між рішенням макроекономічної моделі, агрегованої до 1 показника та рішенням структурної моделі. Ця схожість обумовлена наявністю у матриці коефіцієнтів повного приросту капіталомісткості власного числа Фробеніуса-Перрона.

Нехай тепер екзогенно задана траєкторія споживання $C(t) = C_0 e^{rt}$.

У цьому випадку рішення системи є сумою загального рішення однорідної системи і приватного рішення неоднорідної і має вигляд:

$$Y(t) = \sum_I d_I K_I e^{s_I t} + (E - rB(E - A)^{-1})^{-1} C_0 e^{rt},$$

де коефіцієнти d_I визначаються виходячи з початкової умови:

$$Y(0) = \sum_I d_I K_I + (E - rB(E - A)^{-1})^{-1} C_0.$$

Існує чотири модифікації моделі Леонтьєва.

Модифікація 1. Ця модифікація пов'язана зі скасуванням обмеження незворотності капіталовкладень.

Модифікація 2. Облік виробничих потужностей.

Модифікація 3. Введення лагів між приростом потужностей і приростом валового продукту.

Модифікація 4. Використання запасів.

Економіка складається з двох галузей, причому відомі матриці прямих матеріальних витрат (A) і приростом капіталомісткості (B). А також відомо початковий стан системи. Необхідно побудувати траєкторію розвитку системи з нульовим і ненульовим споживаннями.

$$A = \begin{pmatrix} 0.1 & 0.1 \\ 0.2 & 0.3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0.8 & 0.9 \\ 0.5 & 0.4 \end{pmatrix}, X(0) = \begin{pmatrix} 50 \\ 50 \end{pmatrix}, Y(0) = \begin{pmatrix} 25 \\ 15 \end{pmatrix}, C(0) = \begin{pmatrix} 10 \\ 10 \end{pmatrix},$$

$$r = 0,1$$

Алгоритм побудови динамічної моделі Леонтьєва

Крок 1. Перевірка допустимості траєкторії.

Траєкторія моделі Леонтьєва має вигляд:

$$X(t) = AX(t) \times B \frac{dX}{dt} + C(t),$$

де A – матриця прямих матеріальних витрат;

B – матриця прямої капіталомісткості;

C (t) – функція споживання;

$\frac{dX}{dt}$ – вектор абсолютних приростів за малу одиницю часу.

Траєкторія називається допустимою за умови.

Таким чином,

$$\begin{pmatrix} 50 \\ 50 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.1 & 0.1 \\ 0.2 & 0.3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 50 \\ 50 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0.8 & 0.9 \\ 0.5 & 0.4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \frac{dX_1}{dt} \\ \frac{dX_2}{dt} \end{pmatrix},$$

Дана формула може бути записана у вигляді системи:

$$\begin{cases} 50 = 0.1 \cdot 50 + 0.1 \cdot 50 + 0.8 \cdot \frac{dX_1}{dt} + 0.9 \cdot \frac{dX_2}{dt} \\ 50 = 0.2 \cdot 50 + 0.3 \cdot 50 + 0.5 \cdot \frac{dX_1}{dt} + 0.4 \cdot \frac{dX_2}{dt} \end{cases},$$

$$\begin{cases} 40 = 0.8 \cdot \frac{dX_1}{dt} + 0.9 \cdot \frac{dX_2}{dt} \\ 25 = 0.5 \cdot \frac{dX_1}{dt} + 0.4 \cdot \frac{dX_2}{dt} \end{cases}.$$

Вирішуючи дану систему, буде отримано $\begin{cases} \frac{dX_1}{dt} = 50 \\ \frac{dX_2}{dt} = 0 \end{cases}$.

Таким чином, умова допустимості траєкторії виконується.

Слід перевірити допустимість траєкторії за умови ненульового споживання:

$$\begin{pmatrix} 50 \\ 50 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.1 & 0.1 \\ 0.2 & 0.3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 50 \\ 50 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0.8 & 0.9 \\ 0.5 & 0.4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \frac{dX_1}{dt} \\ \frac{dX_2}{dt} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 10 \\ 10 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{cases} 30 = 0.8 \cdot \frac{dX_1}{dt} + 0.9 \frac{dX_2}{dt} \\ 15 = 0.5 \cdot \frac{dX_1}{dt} + 0.4 \frac{dX_2}{dt} \end{cases}.$$

Вирішуючи дану систему, буде отримано $\begin{cases} \frac{dX_1}{dt} = 30 \\ \frac{dX_2}{dt} = 0 \end{cases}$.

Таким чином, за умови ненульового споживання також умова допустимості траєкторії виконується.

Крок 2. Розрахунок матриці повних матеріальних витрат (C):

$$C = (E - A)^{-1}.$$

У результаті розрахунків буде отримано $C = \begin{pmatrix} 1.143 & 0.164 \\ 0.328 & 1.475 \end{pmatrix}$.

Крок 3. Знаходження матриці повного приросту капіталомісткості:

$$\tilde{B} = B \cdot C.$$

У результаті розрахунків буде отримано:

$$\tilde{B} = \begin{pmatrix} 1.213 & 1.459 \\ 0.705 & 0.672 \end{pmatrix}.$$

Крок 4. Знаходження власних чисел для матриці повного приросту капіталомісткості. Таким чином:

$$|\tilde{B} - \lambda E| = \begin{vmatrix} 1.213 - \lambda & 1.459 \\ 0.705 & 0.672 - \lambda \end{vmatrix} = 0.$$

Дане рівняння перетворюється в квадратне рівняння:

$$\lambda^2 - 1.885\lambda - 0.214 = 0.$$

Треба знайти корені даного рівняння:

$$\begin{cases} \lambda_1 = 1.992 \\ \lambda_2 = -0.107 \end{cases}$$

Отже, показники темпів зростання в рівняннях дорівнюють:

$$\rho_1 = \frac{1}{\lambda_1} = \frac{1}{1.992} = 0.502, \quad \rho_2 = \frac{1}{\lambda_2} = \frac{1}{-0.107} = -9.346.$$

Оскільки власні числа мають різні знаки, то траєкторія є допустимою.

Крок 5. Знаходження власних векторів.

Власні вектори для системи з двох галузей мають вигляд:

$K_1 = \begin{pmatrix} K_{11} \\ K_{21} \end{pmatrix}$, $K_2 = \begin{pmatrix} K_{12} \\ K_{22} \end{pmatrix}$, для відповідних власних чисел. Власний вектор

знаходиться, виходячи з такої умови: $\tilde{B} \cdot K = \lambda \cdot K$.

Таким чином, буде отримано два рівняння:

$$\begin{pmatrix} 1.213 & 1.459 \\ 0.705 & 0.672 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} K_{11} \\ K_{21} \end{pmatrix} = 1.992 \cdot \begin{pmatrix} K_{11} \\ K_{21} \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} 1.213 & 1.459 \\ 0.705 & 0.672 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} K_{12} \\ K_{22} \end{pmatrix} = -0.107 \cdot \begin{pmatrix} K_{12} \\ K_{22} \end{pmatrix}.$$

Вирішуючи дані системи, буде отримано:

$$K_1 = \begin{pmatrix} K_{11} \\ K_{21} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0.533 \end{pmatrix} \quad K_2 = \begin{pmatrix} K_{12} \\ K_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -0.904 \end{pmatrix}.$$

Крок 6. Знаходження коефіцієнтів d .

Коефіцієнти d використовуються в побудові рівняння системи.

Вони розраховуються у двох варіантах: з нульовим споживанням і з ненульовим споживанням.

Формула для розрахунків коефіцієнтів d така:

$$Y(0) = \sum d \cdot K + (E - rB(E - A)^{-1})^{-1} C(0).$$

Під час нульового споживання другий доданок дорівнює 0, а отже, d розраховується, виходячи з такого рівняння:

$$Y(0) = \sum d \cdot K.$$

Таким чином: $\begin{pmatrix} 25 \\ 15 \end{pmatrix} = d_1 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0.533 \end{pmatrix} + d_2 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -0.904 \end{pmatrix}.$

Дане рівняння також є системою:

$$\begin{cases} 25 = d_1 + d_2 \\ 15 = 0.533 \cdot d_1 - 0.904 \cdot d_2 \end{cases}.$$

Вирішуючи дану систему, буде отримано:

$$d_1 = 26.162, \quad d_2 = -1.162.$$

У разі ненульового споживання d :

$$\begin{pmatrix} 25 \\ 15 \end{pmatrix} = d_1 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0.533 \end{pmatrix} + d_2 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -0.904 \end{pmatrix} + \left[\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} - 0.1 \cdot \begin{pmatrix} 1.213 & 1.459 \\ 0.705 & 0.672 \end{pmatrix} \right]^{-1} \begin{pmatrix} 10 \\ 10 \end{pmatrix}.$$

Перетворюючи цю формулу, буде отримано:

$$\begin{pmatrix} 25 \\ 15 \end{pmatrix} = d_1 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0.533 \end{pmatrix} + d_2 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -0.904 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 13.33 \\ 11.73 \end{pmatrix}.$$

Дане рівняння також є системою:

$$\begin{cases} 11.67 = d_1 + d_2 \\ 3.27 = 0.533 \cdot d_1 - 0.904 \cdot d_2 \end{cases}.$$

Вирішуючи дану систему, буде отримано:

$$d_1 = 9.17, \quad d_2 = 2.05.$$

Крок 7. Побудова остаточної траєкторії розвитку системи.

Таким чином, побудована траєкторія має вигляд:

$$Y_1(t) = 26.162 \cdot e^{0.502t} - 1.162 \cdot e^{9.346t},$$

$$Y_2(t) = 26.162 \cdot e^{0.502t} - 1.162 \cdot (-0.904) \cdot e^{9.346t} = 13.944 \cdot e^{0.502t} + 1.05 \cdot e^{9.346t}$$

Під час ненульового споживання траєкторія набуде вигляду:

$$Y_1(t) = 26.162 \cdot e^{0.502t} - 1.162 \cdot e^{9.346t} + 13.33 \cdot e^{0.1t}.$$

$$Y_2(t) = 13.944 \cdot e^{0.502t} + 1.05 \cdot e^{9.346t} + 11.73 \cdot e^{0.1t}.$$

Таким чином, побудовані траєкторії розвитку системи дозволяють прогнозувати поведінку системи в певні моменти часу як з наявністю, так і з відсутністю споживання.

Лабораторне заняття № 5 на тему "Побудова моделі за допомогою факторного аналізу"

Мета – набуття навичок обробки даних за допомогою методів факторного аналізу в пакеті *Statistica 8.0*.

Методичні рекомендації

Модуль **Factor Analysis** (факторний аналіз) містить широкий набір методів, за допомогою яких можливо проводити виділення факторів, тим самим скорочуючи вхідний інформаційний простір.

Слід розглянути основні етапи проведення факторного аналізу в системі *Statistica* на прикладі.

Для аналізу діяльності приватного підприємства було відібрано такі показники (рис. 29):

- X1 – питома вага втрат від браку;
- X2 – індекс зниження собівартості продукції;
- X3 – фондівіддача;
- X4 – коефіцієнт змінності устаткування;
- X5 – продуктивність праці;
- X6 – питома вага виробів, що купуються.

| | 1 X1 | 2 X2 | 3 X3 | 4 X4 | 5 X5 | 6 X6 |
|----|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| 1 | 5,571 | 47,88 | 0,522 | 0,153 | 1,071 | 0,225 |
| 2 | 4,914 | 27,09 | 1,377 | 0,135 | 0,873 | 0,441 |
| 3 | 5,85 | 131,76 | 0,63 | 0,144 | 1,035 | 0,234 |
| 4 | 5,949 | 16,29 | 1,593 | 0,135 | 0,018 | 0,252 |
| 5 | 3,888 | 12,24 | 0,666 | 0,153 | 0,054 | 0,153 |
| 6 | 6,633 | 80,82 | 0,972 | 0,306 | 1,251 | 0,153 |
| 7 | 6,318 | 56,25 | 1,035 | 0,306 | 0,072 | 0,279 |
| 8 | 7,425 | 41,67 | 0,873 | 0,306 | 0,693 | 0,162 |
| 9 | 7,335 | 93,123 | 1,008 | 0,171 | 0,693 | 0,279 |
| 10 | 7,848 | 65,97 | 0,891 | 0,171 | 0,972 | 0,162 |
| 11 | 5,976 | 68,94 | 0,522 | 0,306 | 0,837 | 0,279 |
| 12 | 7,29 | 65,709 | 0,927 | 0,306 | 0,09 | 0,135 |
| 13 | 4,968 | 29,07 | 1,116 | 0,135 | 0,099 | 0,252 |
| 14 | 8,433 | 178,686 | 0,801 | 0,171 | 1,296 | 0,162 |
| 15 | 11,853 | 538,308 | 0,612 | 0,306 | 0,432 | 0,126 |
| 16 | 6,003 | 64,521 | 0,927 | 0,171 | 1,116 | 0,162 |
| 17 | 5,112 | 81,567 | 0,657 | 0,288 | 0,693 | 0,261 |
| 18 | 4,671 | 73,89 | 0,657 | 0,171 | 0,837 | 0,27 |
| 19 | 9,018 | 68,58 | 0,765 | 0,297 | 0,117 | 0,243 |
| 20 | 7,344 | 107,523 | 0,927 | 0,306 | 1,557 | 0,261 |
| 21 | 4,671 | 73,89 | 0,657 | 0,171 | 0,837 | 0,27 |

Рис. 29. Початкові дані

Для виклику модуля факторного аналізу можна використовувати **Statistics / Multivariate Exploratory Techniques / Factor Analysis** (Багатовимірні методи / факторний аналіз). На екрані з'явиться діалогове вікно (рис. 30) **Factor Analysis**:

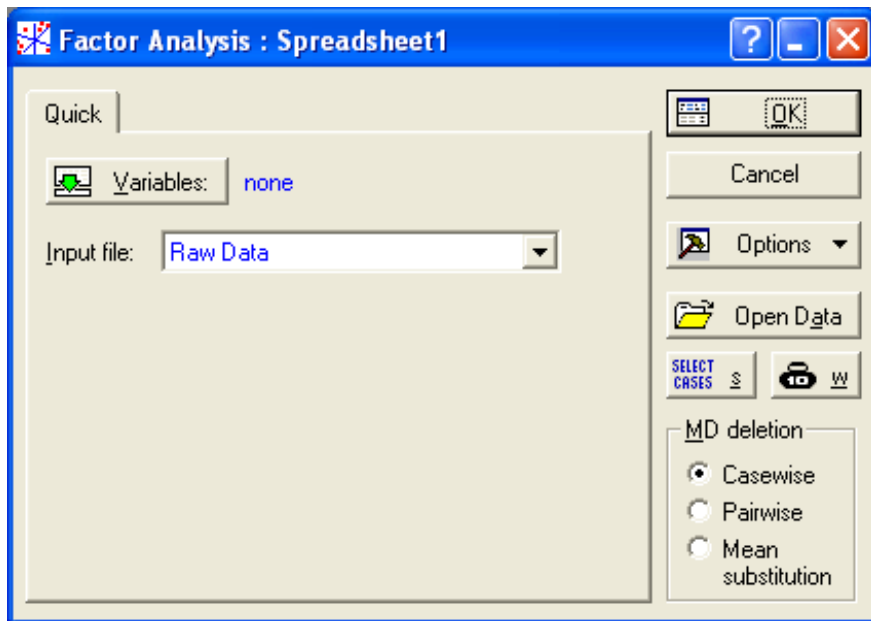


Рис. 30. Діалогове вікно факторного аналізу

Кнопка **Variables** (змінні) дозволяє відібрати всі змінні з файла даних, які повинні бути включені в факторний аналіз (рис. 31).

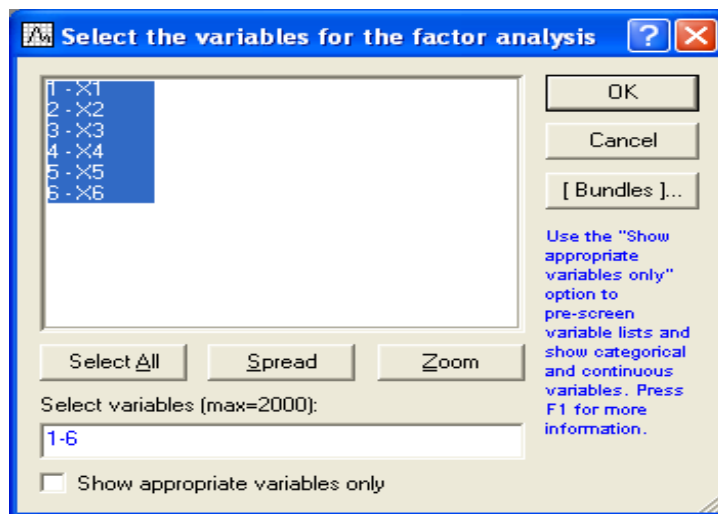


Рис 31. Вікно вибору змінних

Якщо під час аналізу використовуватимуться не всі змінні, то можна скористатися кнопкою **Select All** (виділити все).

У модулі можливі такі типи вихідних даних: **Correlation Matrix** (кореляційна матриця) та **Raw Data** (вихідні дані).

Треба обрати, наприклад, **Raw Data**. Це звичайний файл даних, де по рядках записані значення змінних.

MD deletion (заміна пропущених змінних). Спосіб обробки пропущених значень.

Casewise (спосіб виключення пропущених випадків) полягає в тому, що в електронній таблиці, яка містить дані, ігноруються всі рядки (випадки), у яких є хоча б одне пропущене значення. Це відноситься до всіх змінних. У таблиці залишаються тільки випадки, в яких немає жодного пропуску.

Pairwise (парний спосіб виключення пропущених значень) – ігноруються пропущені випадки не для всіх змінних, а лише для вибраної пари. Всі випадки, в яких немає пропусків, використовуються в обробці, наприклад, під час поелементного обчислення кореляційної матриці, коли послідовно розглядаються всі пари змінних. Очевидно, в способі **Pairwise** залишається більше спостережень для обробки, ніж у способі **Casewise**. **Mean Substitution** (підстановка середнього замість пропущених значень).

Натиснувши в стартовому вікні модуля на кнопку **OK**, розпочинається аналіз обраних змінних. Система Statistica обробить пропущені значення тим способом, який вказано, обчислить кореляційну матрицю і запропонує на вибір кілька методів факторного аналізу. Обчислення кореляційної матриці (якщо вона не задається відразу) – перший етап факторного аналізу. Після натиснення кнопки **OK** можна перейти до наступного діалогового вікна.

Define Method of Factor Extraction (визначити метод виділення факторів) (рис. 32).

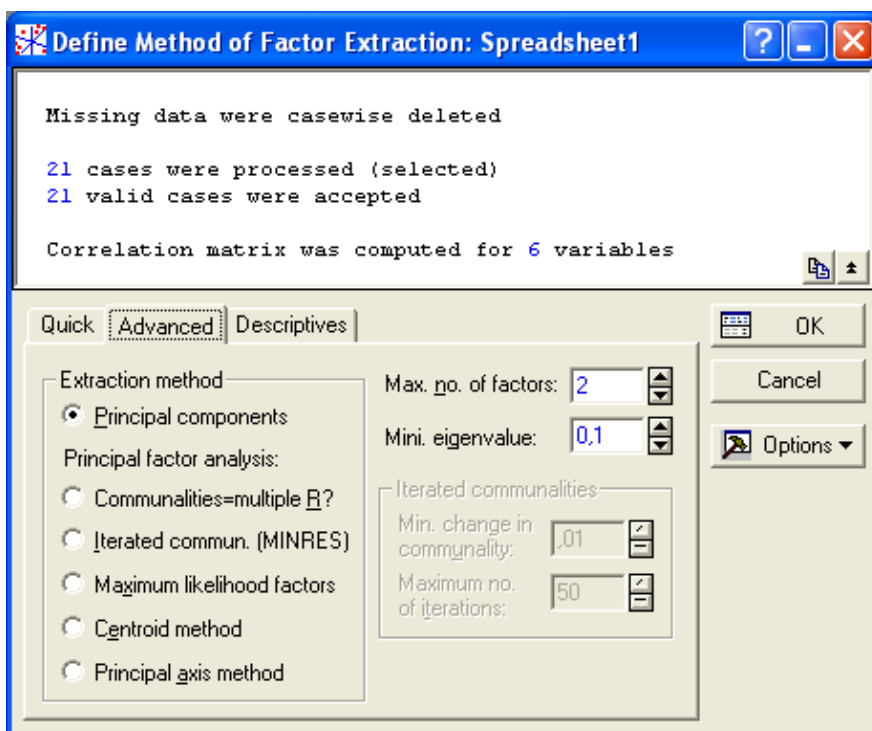


Рис. 32. Вікно вибору методу виділення факторів

Дане вікно має наступну структуру. Верхня частина вікна є інформаційною: тут повідомляється, що пропущені значення оброблені методом **Casewise**. Опрацьовано 21 випадок та 21 випадок прийняті для подальших обчислень. Кореляційна матриця обчислена для 6 змінних. Група опцій, об'єднаних під заголовком **Extraction method** (Методи виділення факторів) – дозволяє вибрати метод обробки.

Для продовження аналізу у вікні *Define Method of Factor Extraction* (визначити метод виділення факторів) (рис. 33) необхідно натиснути на кнопку *Review correlations, means, standart deviations* (проглянути кореляції / середні / стандартні відхилення).

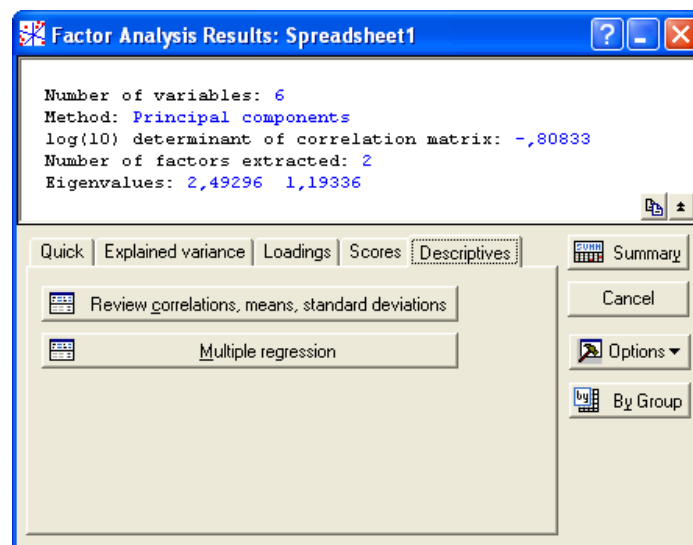


Рис. 33. Вкладки вікна вибору методу виділення факторів

Після чого з'явилося вікно перегляду описових статистик для аналізованих даних (рис. 34), де можна подивитися середні, стандартні відхилення, кореляції, коваріації, побудувати різні графіки.

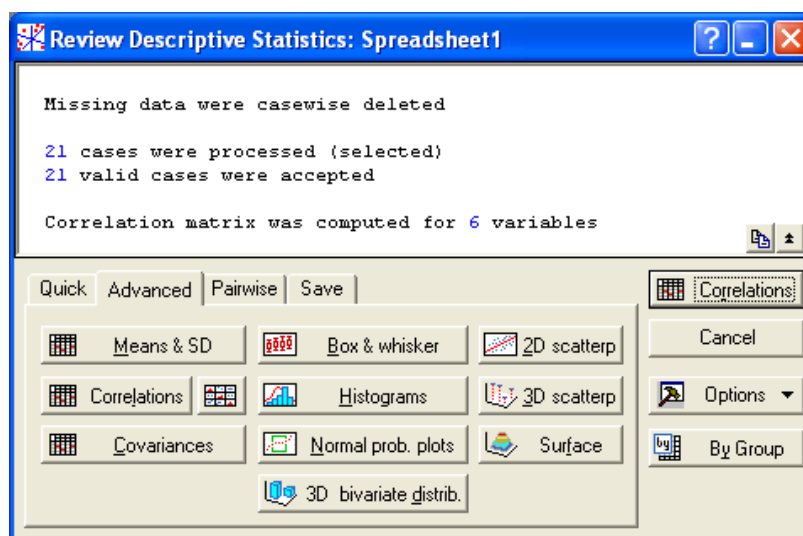
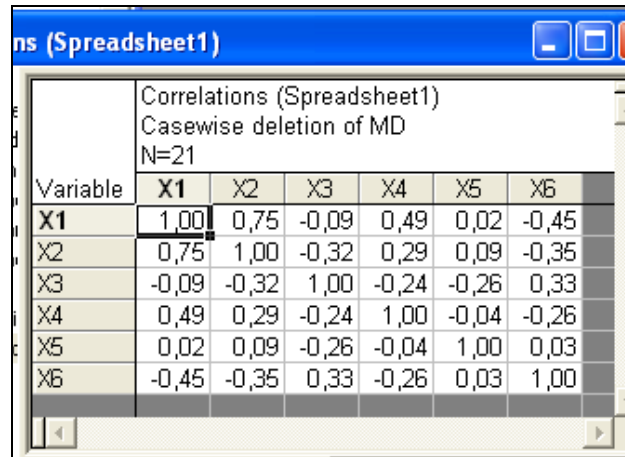


Рис. 34. Вікно перегляду описових статистик

Тут можна провести додатковий аналіз поточних даних, перевірити відповідність вибірових змінних нормальному закону розподілу і існування лінійної кореляції між змінними.

Натиснувши кнопку *Correlations* (кореляції) (рис. 35), на екрані з'явиться кореляційна матриця обраних раніше змінних.

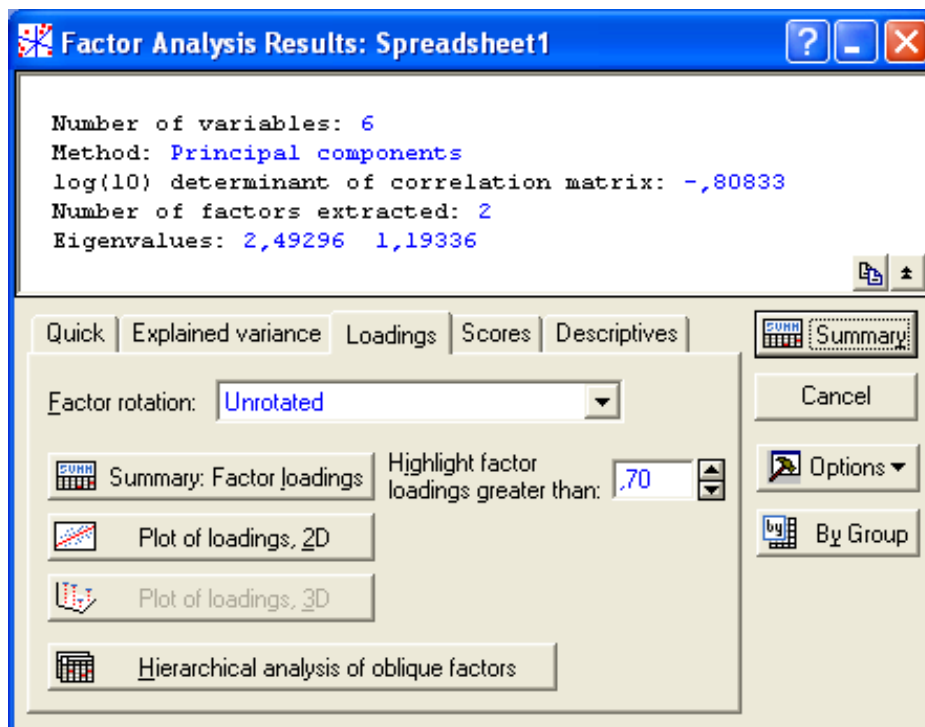


Correlations (Spreadsheet1)
Casewise deletion of MD
N=21

| Variable | X1 | X2 | X3 | X4 | X5 | X6 |
|----------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| X1 | 1,00 | 0,75 | -0,09 | 0,49 | 0,02 | -0,45 |
| X2 | 0,75 | 1,00 | -0,32 | 0,29 | 0,09 | -0,35 |
| X3 | -0,09 | -0,32 | 1,00 | -0,24 | -0,26 | 0,33 |
| X4 | 0,49 | 0,29 | -0,24 | 1,00 | -0,04 | -0,26 |
| X5 | 0,02 | 0,09 | -0,26 | -0,04 | 1,00 | 0,03 |
| X6 | -0,45 | -0,35 | 0,33 | -0,26 | 0,03 | 1,00 |

Рис. 35. Кореляційна матриця

Далі треба обрати опцію *Principal components* (головні компоненти) і натиснути кнопку *OK*. Система швидко зробить обчислення, і на екрані (рис. 36) з'явиться вікно *Factor Analysis Results* (результати факторного аналізу).



Factor Analysis Results: Spreadsheet1

Number of variables: 6
Method: **Principal components**
log(10) determinant of correlation matrix: **-,80833**
Number of factors extracted: 2
Eigenvalues: **2,49296 1,19336**

Quick | Explained variance | Loadings | Scores | Descriptives | Summary

Factor rotation: **Unrotated**

Summary: Factor loadings | Highlight factor loadings greater than: **.70**

Plot of loadings, 2D | Plot of loadings, 3D | Hierarchical analysis of oblique factors

Cancel | Options | By Group

Рис. 36. Вікно результатів факторного аналізу

У верхній частині вікна результатів факторного аналізу дається інформаційне повідомлення: **Number of variables** (число аналізованих змінних) – 6; **Method** (метод аналізу) – головні компоненти; **log (10) determination of correlation matrix** (десятковий логарифм детермінанта кореляційної матриці) – 0,80833; **Number of Factor extraction** (число виділених факторів) – 2; **Eigenvalues** (власні значення) – 2,49296; 1,19336.

У нижній частині вікна знаходяться підрозділи, що дозволяють всебічно ознайомитись з результатами аналізу чисельно та графічно.

Plot of loadings, 2D i Plot of loadings, 3D (графіки навантажень) – ці опції побудують графіки факторних навантажень у проекції на площину будь-яких двох обраних факторів (рис. 37) і в проекції в простір трьох обраних факторів (для чого необхідна наявність як мінімум трьох виділених факторів).

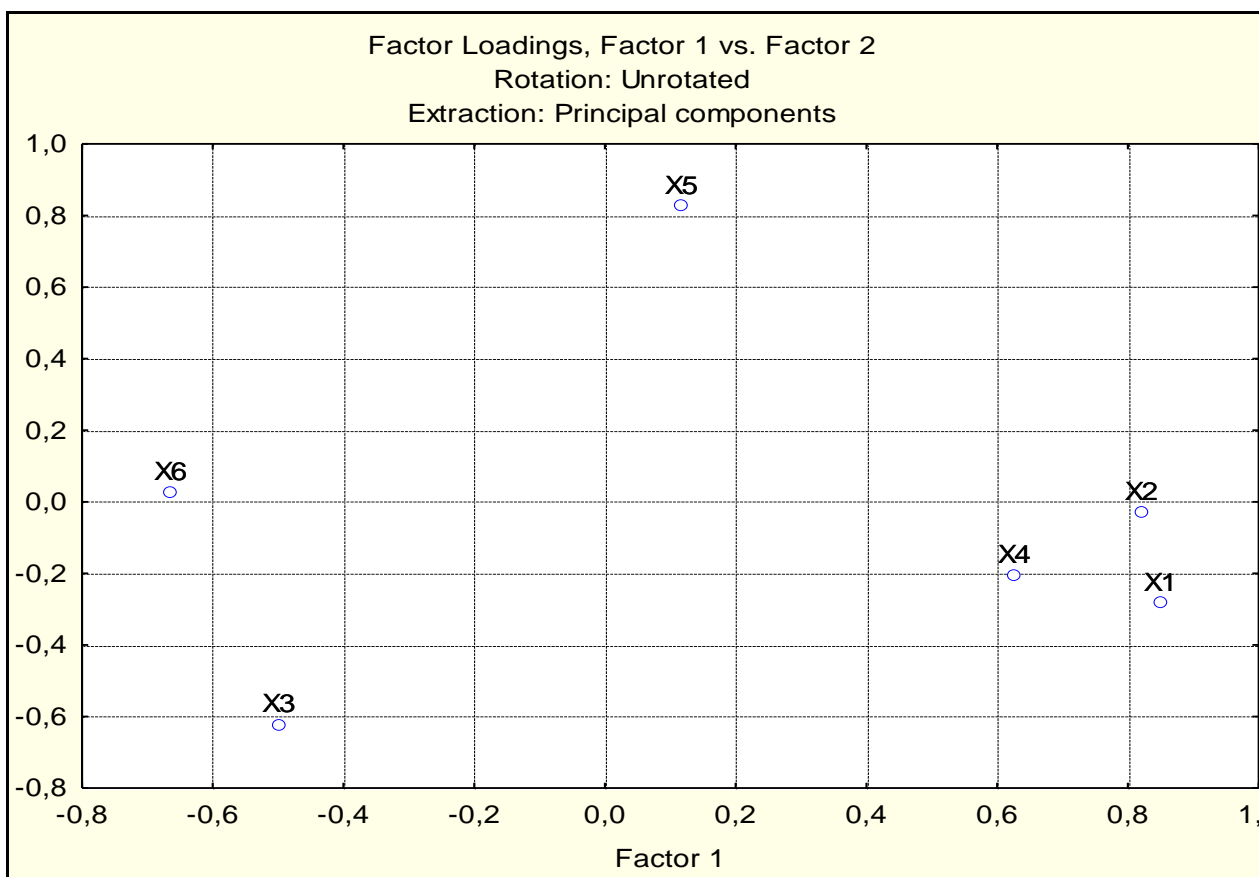


Рис. 37. Графік факторних навантажень

Summary. Factor loadings (факторні навантаження). Ця опція викликає таблицю з поточними факторними навантаженнями (рис. 38),

тобто обчисленими для даного методу обертання факторів, який вказаний праворуч від відповідної кнопки. У цій таблиці факторам відповідають стовпці, а змінним – рядки і для кожного фактора вказується навантаження кожної вихідної змінної, яка показує відносну величину проекції змінної на факторну координатну вісь. Факторні навантаження можуть інтерпретуватися як кореляції між відповідними змінними і чинниками – чим вище навантаження за модулем, тим більше близькість фактора до початкової змінної; та вони становлять найбільш важливу інформацію для інтерпретації отриманих факторів. У згенерованій таблиці для полегшення трактування будуть виділені факторні навантаження за абсолютною величиною більше 0,7.

| Variable | Factor Loadings (Unrotated Extraction: Principal component method) (Marked loadings are greater than 0.7) | |
|-----------|---|-----------|
| | Factor 1 | Factor 2 |
| X1 | 0,850059 | -0,282785 |
| X2 | 0,821316 | -0,026843 |
| X3 | -0,498412 | -0,621588 |
| X4 | 0,626536 | -0,202623 |
| X5 | 0,117676 | 0,827365 |
| X6 | -0,664075 | 0,026784 |
| Expl. Var | 2,492965 | 1,193365 |
| Prp. Totl | 0,415494 | 0,198894 |

Рис. 38. Таблиця факторних навантажень

За результатами таблиці видно, що перший фактор більш корелює зі змінними, ніж другий. Оскільки кореляція інших факторів незначна, у цьому випадку доцільно вдатися до повороту осей, сподіваючись отримати рішення, яке можна інтерпретувати в предметній області.

Мета обертання – отримання простої структури, за якої більшість спостережень знаходиться поблизу осей координат. У разі випадкової конфігурації спостережень неможливо отримати просту структуру. Далі необхідно натиснути *Factor rotation* (обертання факторів) (рис. 39).

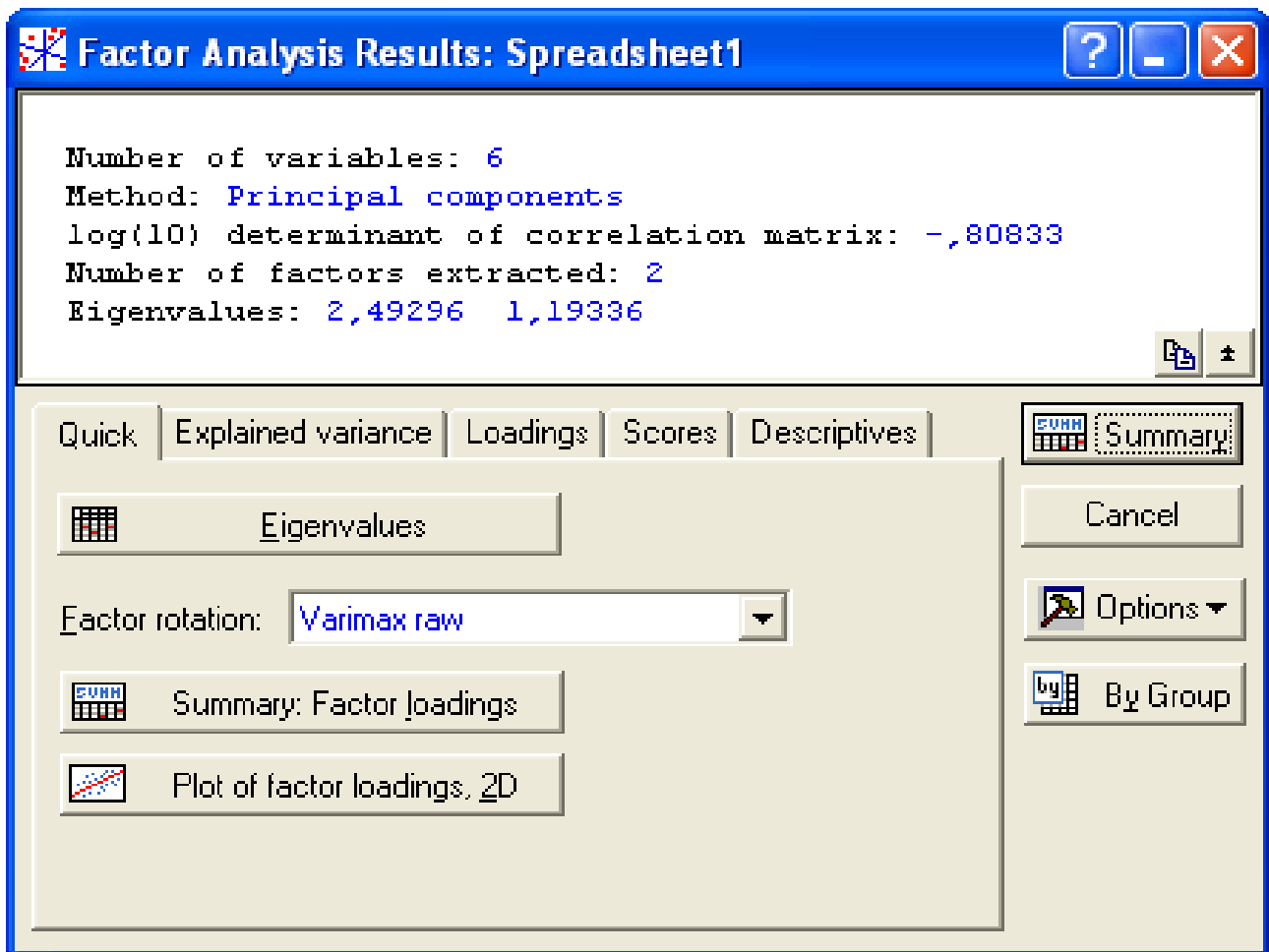


Рис. 39. Вибір методу повороту осі

У даному меню можливо обирати різні повороти осі. Вікно пропонує кілька можливостей оцінити й знайти потрібний поворот такими методами: **Varimax** – варімакс; **Biquartimax** – біквартімакс; **Quartimax** – квартімакс; **Equamax** – еквімакс.

Термін – **normalized** (нормалізовані) – вказує на те, що факторні навантаження в процедурі нормалізуються, тобто діляться на корінь квадратний з відповідною дисперсією.

Термін **raw** (вихідні) показує, що обертаються навантаження не нормалізовані.

Ініціювавши кнопку **Varimax raw** (варімакс). Система робить обертання факторів методом варімакс, і вікно **Factor Analysis Results** (результати факторного аналізу) знову з'являться на моніторі. Знову ініціювавши в цьому вікні кнопку **Plot of Loadings 2D** (двовимірний графік навантажень) з'явиться графік навантажень (рис. 40).

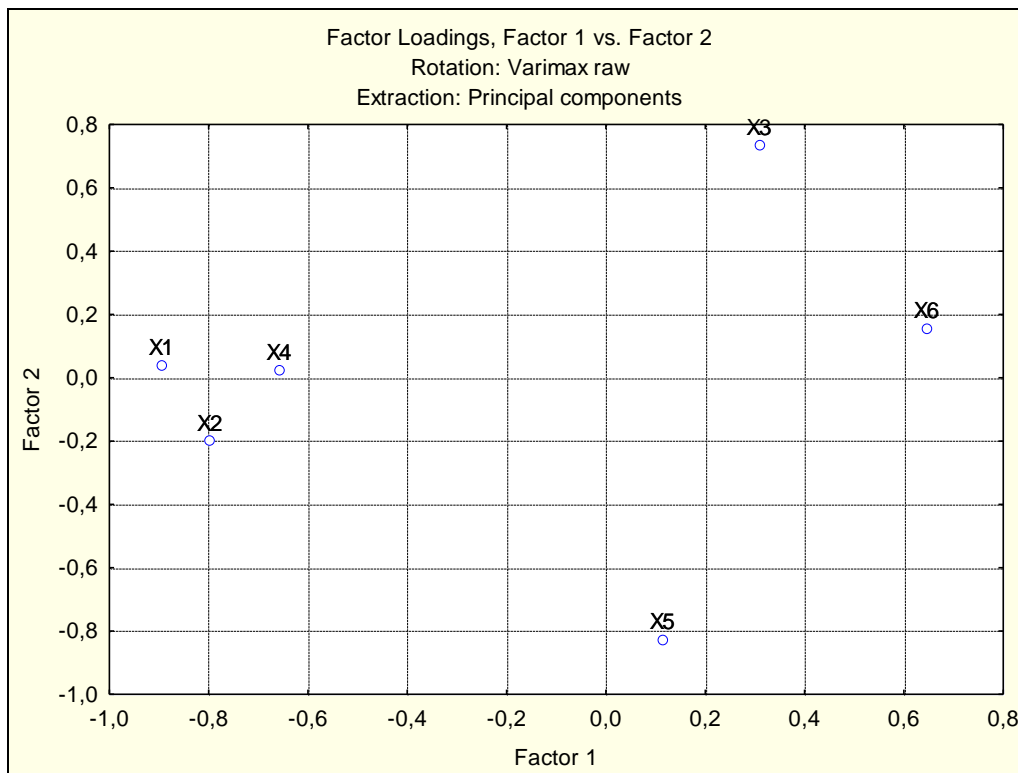


Рис. 40. Графік навантажень

Цей графік відрізняється від попереднього. Навантаження ще можна подивитися чисельно, ініціювавши кнопку "Факторні навантаження" (*Factor loadings*). Натиснувши на кнопку "*Summary. Factor loadings*" відкриється вікно, що наведено на рис. 41.

Тепер знайдене рішення вже можна інтерпретувати. Фактори частіше інтерпретують за навантаженнями. Перший фактор найтісніше пов'язаний з X1, X2, X4, X6. Другий фактор – X3 і X5. Таким чином, початковий простір скорочено й отримано два нових фактори.

| Variable | Factor Loadings (Varim Extraction: Principal co (Marked loadings are > | |
|-----------|--|-----------|
| | Factor 1 | Factor 2 |
| X1 | -0,895031 | 0,038570 |
| X2 | -0,797132 | -0,199649 |
| X3 | 0,308632 | 0,734529 |
| X4 | -0,758089 | 0,022847 |
| X5 | 0,113966 | -0,827884 |
| X6 | 0,745916 | 0,156541 |
| Expl. Var | 2,395031 | 1,291299 |
| Prp. Totl | 0,399172 | 0,215216 |

Рис. 41. Матриця факторних навантажень

Для підтвердження цього в програмному пакеті *Statistica* існує критерій *Scree plot* (критерій кам'янистого осипу). У вікні *Factor Analysis Results* після натиснення кнопки *Scree plot* буде отримано такий графік власних значень (рис. 42).

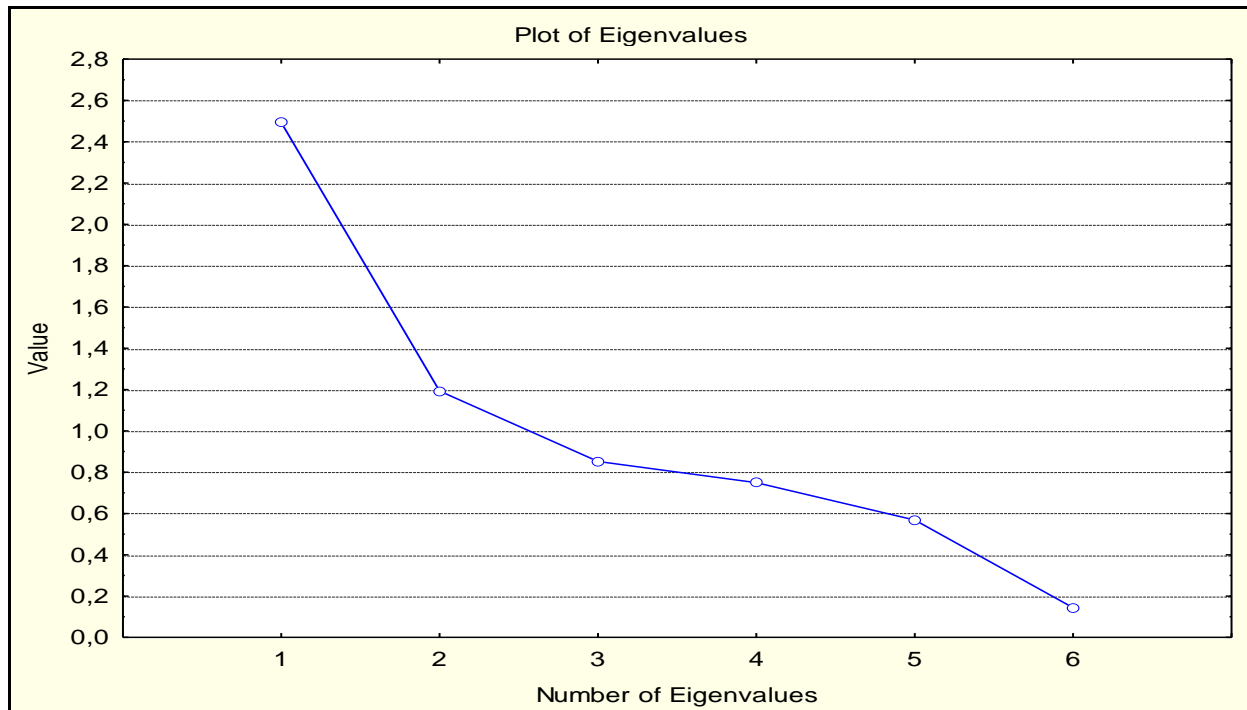


Рис. 41. Результати критерію кам'янистого осипу

У точках з координатами 1, 2 осипання сповільнюється найбільш істотно, отже, теоретично можна обмежуватися двома факторами.

Отримані результати можливо інтерпретувати таким чином:

$F1 = 0,746 \cdot X6 - 0,895 \cdot X1 - 0,797 \cdot X2 - 0,758 \cdot X4$ – виробничі фактори;

$F2 = X3 \cdot 0,735 - 0,828 \cdot X5$ – фактори, пов'язані з трудовими ресурсами.

Рекомендована література

Основна

1. Статистика : навч. посіб. / під ред. О. В. Раєвневої. – Х. : Вид. ХНЕУ, 2010. – 520 с.
2. Факторный, дискриминантный и кластерный анализ / Дж. О. Ким, Ч. У. Мьюллер, У. Р. Клекка и др. ; под ред. И. С. Енюкова ; пер. с англ. – М. : Финансы и статистика, 1989. – 215 с.
3. Халафян А. А. STATISTICA 6. Статистический анализ данных / А. А. Халафян. – М. : ООО "Бином–Пресс", 2008. – 512 с.

Додаткова

4. Буреева Н. Н. Многомерный статистический анализ с использованием ППП "STATISTICA" : Учебно-методический материал по программе повышения квалификации "Применение программных средств в научных исследованиях и преподавании математики и механики" / Н. Н. Буреева. – Н. Новгород, 2007. – 112 с.
5. Дуброва Т. А. Методы многомерной классификации. Дискриминантный анализ в системе STATISTICA : учеб. пособ. / Т. А. Дуброва, А. Г. Бажин, Л. П. Бакуменко. – М. : МГУ экономики, статистики и информатики, 2002. – 485 с.
6. Дуброва Т. А. Факторный анализ с использованием пакета "STATISTICA" : учеб. пособ. / Т. А. Дуброва, Д. Е. Павлов, Н. П. Осипова. – М. : МГУ экономики, статистики и информатики, 2002. – 318 с.
7. Дюран Б. Кластерный анализ / Б. Дюран, П. Оделл ; пер. с англ. Е. З. Демиденко ; под ред. А. Я. Боярского. – М. : Статистика, 1977. – 254 с.
8. Плюта В. Сравнительный многомерный анализ в экономических исследованиях : Методы таксономии и факторного анализа / В. Плюта ; пер. с пол. В. В. Иванова ; науч. ред. В. М. Жуковской. – М. : Финансы и статистика, 1989. – 175 с.
9. Fisher R. A. Statistical methods and scientific induction / R. Fisher // Journal of the Royal Statistical Society. – Vol. 17, 1955. – Pp. 69 – 78.
10. Granger C. W. Time series modelling and interpretation // C. W. Granger, M. J. Morris J. of the Royal Stat. Soc. – 1976. – Ser. A. – Vol. 139. – Part. 2. – Pp. 234–256.
11. Granger C. W. J. Forecasting economic time series / C. W. J. Granger, P. Newbold. 2nd ed. – N.-Y. : Academic Press, 1986. – 324 p.
12. Lachenbruch P. A. Discriminant Analysis / P. A. Lachenbruch. – N.-Y. : Hafner, 1974. – 234 p.

Інформаційні ресурси

13. Офіційний сайт державної служби статистики України. – Режим доступу : <http://www.ukrstat.gov.ua/>.

14. Офіційний сайт департаменту статистики Організації Об'єднаних Націй – Режим доступу: <http://unstats.un.org/unsd/default.htm>.
15. Офіційний сайт Міжнародного валютного фонду. – Режим доступу : <http://www.imf.org>.
16. Офіційний сайт Міністерства економічного розвитку та торгівлі України. – Режим доступу : <http://me.kmu.gov.ua>.
17. Офіційний сайт Національного банку України. – Режим доступу : <http://www.bank.gov.ua>.
18. Офіційний сайт Світового банку. – Режим доступу : <http://web.worldbank.org>.
19. Офіційний сайт Світового економічного форуму. – Режим доступу : <http://www.weforum.org>.
20. Офіційний сайт Статкомітета СНД. – Режим доступу : <http://www.cisstat.com>.
21. Ратникова Т. А. Введение в эконометрический анализ панельных данных : лекционные и методические материалы / Т. А. Ратникова [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://uisrussia.msu.ru/docs/nov/hse_ejournal/2006/2/10_02_06.pdf.
22. Українська асоціація банків. – Режим доступу : <http://aub.org.ua>.
23. Фортуна В. В. Питання застосування панельних даних в економічних дослідженнях [Електронний ресурс] / В. В. Фортуна, О. В. Саркіс'янц. – Режим доступу: http://www.nbuv.gov.ua/portal/Soc_Gum/VDU_ekon/2011_2_SV/tom2/235.pdf.
24. Электронный учебник StatSoft [Электронный ресурс]. – Режим доступа : <http://www.statsoft.ru>.

Методичне забезпечення

25. Лабораторний практикум з навчальної дисципліни "Статистичне моделювання та прогнозування" для студентів напряму підготовки "Прикладна статистика" / уклад. О. В. Раєвнева, І. В. Чанкіна, Л. А. Гольцяєва – Х. : Вид. ХНЕУ, 2014. – 69 с.
26. Лабораторний практикум з навчальної дисципліни "Статистичне моделювання та прогнозування" для студентів напряму підготовки "Прикладна статистика" / уклад. О. В. Раєвнева, К. А. Стрижиченко, І. В. Чанкіна та ін. – Х. : Вид. ХНЕУ, 2013. – 60 с.
27. Робоча програма навчальної дисципліни "Статистичне моделювання та прогнозування" для студентів напряму підготовки 6.030506 "Прикладна статистика" денної форми навчання / укл. О. В. Раєвнева, К. А. Стрижиченко. – Х. : Вид. ХНЕУ, 2014. – 47 с.
28. Статистичне моделювання та прогнозування / навч. посіб. під ред. д-ра екон. наук, проф. О. В. Раєвневої. – Х. : ВД "ІНЖЕК", 2013. – 537 с.

НАВЧАЛЬНЕ ВИДАННЯ

**Лабораторний практикум
з навчальної дисципліни
"ЕКОНОМЕТРИКА І МОДЕЛЮВАННЯ
ЕКОНОМІЧНОЇ ДИНАМІКИ"
для студентів галузі знань
0305 "Економіка та підприємництво"
денної форми навчання**

Укладачі: **Стрижиченко Костянтин Анатолійович**
Гольцяєва Людмила Анатоліївна
Дериховська Вікторія Ігорівна

Відповідальний за випуск *Раєвська О. В.*

Редактор *Бутенко В. О.*

Коректор *Маркова Т. А.*

План 2015 р. Поз. № 97.

Підп. до друку 03.08.2015 р. Формат 60 x 90 1/16. Папір офсетний. Друк цифровий.
Ум. друк. арк. 2,75. Обл.-вид. арк. 3,44. Тираж 25 пр. Зам. № 128.

Видавець і виготівник – ХНЕУ ім. С. Кузнеця, 61166, м. Харків, просп. Леніна, 9-А
*Свідоцтво про внесення суб'єкта видавничої справи до Державного реєстру
ДК № 4853 від 20.02.2015 р.*