

УДК 621. 923

ИССЛЕДОВАНИЕ ШЕРОХОВАТОСТИ ПОВЕРХНОСТИ ПРИ АЛМАЗНО-АБРАЗИВНОЙ ОБРАБОТКЕ МЕТОДАМИ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТИ

Новиков Ф.В., докт. техн. наук, Шкурупий В.Г., ХНЭУ, г. Харьков

Приведены результаты теоретических исследований условий формирования шероховатости поверхности при алмазно-абразивной обработке методами теории вероятности

Наведені результати теоретичних досліджень умов формування шорсткості поверхні при алмазно-абразивній обробці методами теорії ймовірностей

Вопросам расчета шероховатости поверхности при абразивной обработке в настоящее время уделяется большое внимание. Это связано, прежде всего, со стремлением определения оптимальных условий обработки, обеспечивающих требуемую шероховатость поверхности, теоретическим путем, без проведения трудоемких экспериментальных исследований. Как известно, используя экспериментальные данные, можно получить лишь частные решения, тогда как, используя результаты теоретических (аналитических) исследований, можно получить общие решения, справедливые в широких диапазонах изменения параметров режимов и других условий обработки. Это значительно расширяет наши представления о путях уменьшения шероховатости поверхности и интенсификации процессов алмазно-абразивной обработки.

Впервые основные подходы к расчету параметров шероховатости поверхности при шлифовании сформулированы в фундаментальной работе проф. Маслова Е.Н. [1]. В ней отмечается, что расчет параметров шероховатости поверхности необходимо производить как с кинематико-геометрической позиции, так и с позиции вероятностного представления участия зерен шлифовального круга в резании.

В первых работах по теории шлифования пользовались в основном упрощенным кинематико-геометрическим подходом к расчету параметров шероховатости поверхности, вероятностный характер участия зерен в резании не рассматривался. В дальнейшем, по мере углубления исследований строения рабочей поверхности шлифовального круга и ее описания статистико-вероятностными методами, расчеты параметров шероховатости поверхности начали выполнять с использованием методов теории вероятности [2]. Следует выделить два основные направления применения вероятностных методов – это аналитические и численные вероятностные методы.

Аналитические вероятностные методы позволяют получить аналитические зависимости, связывающие основные параметры алмазно-абразивной обработки с параметрами шероховатости поверхности. Данные зависимости наиболее полно отражают основные закономерности изменения выходных параметров (например, шероховатости поверхности) по входным параметрам (режимы обработки, характеристики абразивного инструмента и т.д.), позволяя-

ют решать задачи оптимизации параметров процесса обработки по любому критерию оптимальности с учетом различных технических ограничений обработки.

Численные вероятностные методы не дают вида зависимости, а позволяют получить решения для частных случаев. Например, использование корреляционного анализа дает возможность по входным параметрам определить выходные технологические параметры обработки без рассмотрения “физики” процесса обработки. Передаточные функции (между входными и выходными параметрами процесса) в данном случае являются так называемым “черным ящиком”, т.е. физически не определены. Это существенно ограничивает возможности анализа и оптимизации параметров процесса обработки.

В настоящее время накоплен достаточно большой опыт расчета и анализа параметров шероховатости абразивной обработки на основе аналитических вероятностных методов. Основным достижением в этом направлении следует считать разработанный “Теоретико-вероятностный подход” к расчету параметров шероховатости поверхности при шлифовании. Основоположниками данного подхода являются проф. Королев А.В. и проф. Новоселов Ю.К. [3].

Основным научным положением теоретико-вероятностного подхода является то, что процесс наложения и взаимного перекрытия проекции режущих зерен шлифовального круга при формировании шероховатости поверхности подчиняется теореме умножения независимых случайных величин, являющейся одной из центральных теорем теории вероятностей [2]. Применение данной теоремы (в отличие от теоремы умножения зависимых случайных величин) позволило физически правильно аналитически описать относительную опорную длину профиля обработанной поверхности (в виде вероятностной функции распределения, изменяющейся в пределах от 0 до 1). Это открыло новые перспективы расчета, анализа и оптимизации параметров абразивной обработки с учетом ограничения по шероховатости обрабатываемой поверхности.

Дальнейшее развитие теоретико-вероятностный подход применительно к процессам абразивного и алмазного шлифования получил в многочисленных работах проф. Резникова А.Н. и Федосеева О.Б., проф. Евсеева Д.Г. и Сальникова А.Н., проф. Корчака С.Н., проф. Худобина Л.В., проф. Якимова А.В., проф. Узуняна М.Д., проф. Беззубенко Н.К., проф. Матюхи П.Г. и других ученых.

В данных работах, в частности, аналитически с различных позиций описана относительная опорная длина профиля обработанной поверхности. Это позволило в первом приближении выявить характер изменения относительной опорной длины профиля в зависимости от режимов шлифования и характеристик инструмента, рассчитать основные высотные параметры шероховатости на основе использования функции относительной опорной длины профиля. Вместе с тем, данные исследования требуют дальнейшего развития, доведения их до выработки практических рекомендаций по оптимизации и управлению процессами обработки с точки зрения обеспечения требуемой относительной опорной длины профиля и других параметров шероховатости. Существенным

недостатком полученных решений является также и то, что они требуют методов численного расчета. Это ограничивает возможности их применения.

Целью данной работы является получение относительно простых аналитических решений о формировании шероховатости поверхности при алмазно-абразивной обработке с использованием методов теории вероятности.

В основу решений положен теоретический подход, предложенный в наших работах [4, 5]. Рассмотрим схему образования шероховатости поверхности на прямолинейном образце при его обработке алмазно-абразивным инструментом, характеризующимся одновысотным выступанием режущих зерен над уровнем связки инструмента, рис. 1,а. Относительная полнота профиля отдельного зерна, спроектированного на поверхность обрабатываемого образца, описывается зависимостью

$$\varepsilon_i(y) = \frac{2 \cdot \operatorname{tg} \gamma \cdot y}{B}, \quad (1)$$

где 2γ - угол при вершине конусообразного режущего зерна; B - ширина рабочей части алмазно-абразивного инструмента, м; y - координата, отсчитываемая от вершины зерна, м.

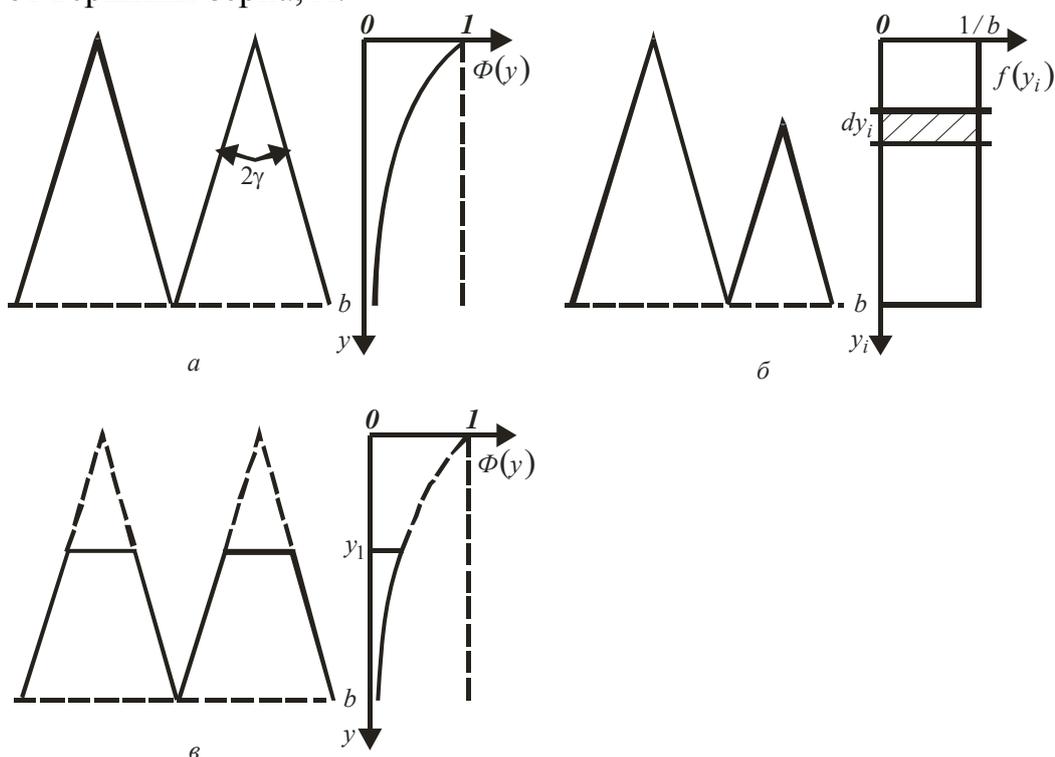


Рис. 1. Расчетные схемы формирования шероховатости поверхности.

Противоположная вероятностная функция $\Phi_i(y)$ имеет вид

$$\Phi_i(y) = 1 - \varepsilon_i(y) = 1 - \frac{2 \cdot \operatorname{tg} \gamma \cdot y}{B}. \quad (2)$$

Функция $\Phi(y)$, учитывающая наложение проекций n зерен (расположенных на рабочей поверхности инструмента), согласно теореме умножения независимых случайных величин [2], выразится

$$\Phi(y) = \prod_{i=1}^n \Phi_i(y) = \left(1 - \frac{2 \cdot \operatorname{tg} \gamma \cdot y}{B}\right)^n = (1-x)^n. \quad (3)$$

В результате преобразований пришли к Биному Ньютона:

$$(1-x)^n = 1 - n \cdot x + \frac{n \cdot (n-1)}{1 \cdot 2} \cdot x^2 - \frac{n \cdot (n-1) \cdot (n-2)}{1 \cdot 2 \cdot 3} \cdot x^3 + \dots \quad (4)$$

Учитывая то, что $x < 1$, а n - относительно большая величина, в разложении (4) преобладают первые слагаемые. Поэтому с достаточной для практики точностью можно принять:

$$(1-x)^n \approx 1 - n \cdot x + \frac{n^2}{1 \cdot 2} \cdot x^2 - \frac{n^3}{1 \cdot 2 \cdot 3} \cdot x^3 + \dots = e^{-nx}. \quad (5)$$

Тогда

$$\Phi(y) = e^{-nx} = e^{-\frac{2 \cdot \operatorname{tg} \gamma \cdot n \cdot y}{B}}. \quad (6)$$

Соответственно

$$\varepsilon(y) = 1 - e^{-\frac{2 \cdot \operatorname{tg} \gamma \cdot n \cdot y}{B}}. \quad (7)$$

Характер изменения функции $\Phi(y)$ графически показан на рис. 1,а.

Рассмотрим схему образования шероховатости поверхности на прямолинейном образце при его обработке алмазно-абразивным инструментом, характеризующимся разновысотным выступанием режущих зерен над уровнем связки инструмента, рис. 1,б. По аналогии с предыдущим решением, функция $\Phi_i(y)$ от наложения dn_i проекций зерен, имеющих высоту выступления над уровнем связки инструмента равную $(y - y_i)$, опишется

$$\Phi_i(y) = e^{-\frac{2 \cdot \operatorname{tg} \gamma \cdot (y - y_i) \cdot dn_i}{B}}, \quad (8)$$

где $dn_i = n \cdot f(y_i) \cdot dy_i$; n - общее количество зерен, участвующих в формировании шероховатости поверхности; $f(y_i) = \frac{1}{b}$ - плотность распределения высот вершин зерен над уровнем связки инструмента; b - максимальная высота выступления вершин зерен над уровнем связки инструмента.

Суммарная функция $\Phi(y)$ от наложения n проекций зерен определится

$$\begin{aligned} \Phi(y) &= \prod_{i=1}^n \Phi_i(y) = e^{-\frac{2 \cdot \operatorname{tg} \gamma}{B} \cdot \sum_{i=1}^n (y - y_i) \cdot dn_i} = \\ &= e^{-\frac{2 \cdot \operatorname{tg} \gamma}{B} \cdot \int_0^h (y - y_i) \cdot n \cdot f(y_i) \cdot dy_i} = e^{-\frac{2 \cdot \operatorname{tg} \gamma \cdot n}{b \cdot B} \cdot h \cdot \left(y - \frac{h}{2}\right)}, \end{aligned} \quad (9)$$

где h - текущее значение координаты y , определяющее количество зерен, которые проконтактировали с обрабатываемым образцом.

При условии $h = y$ зависимость (9) упростится

$$\Phi(y) = e^{-\frac{2 \cdot \operatorname{tg} \gamma \cdot n}{B} \cdot \frac{y^2}{2 \cdot b}}. \quad (10)$$

Зависимость (10) отличается от аналогичной зависимости (6) множителем $\frac{y}{2 \cdot b}$, входящим в показатель степени. Данный множитель всегда меньше единицы. Поэтому значение функции $\Phi(y)$, рассчитанное по зависимости (10) для заданного значения y , будет всегда больше. Это связано с меньшим количеством зерен, участвующих в формировании шероховатости поверхности, и соответствует большей шероховатости обработки.

Рассмотрим схему формирования шероховатости поверхности при условии, что зерна инструмента движутся в горизонтальном направлении со скоростью $V_{инст}$, а обрабатываемый прямолинейный образец движется в вертикальном направлении (вниз) со скоростью $V'_{дем}$.

Вероятностная функция $\Phi(y)$ в этом случае определится произведением элементарных функций $\Phi_i(y)$, описываемых зависимостью (10). При этом вместо параметра n необходимо рассматривать бесконечно малую величину dn_i , а вместо y - величину $(y - y_i)$, учитывающую разновысотное выступание вершин зерен над уровнем связки инструмента, рис. 1,б. Тогда суммарная функция $\Phi(y)$ от наложения n зерен примет вид

$$\begin{aligned} \Phi(y) &= \prod_{i=1}^n \Phi_i(y) = e^{-\frac{tg\gamma}{b \cdot B} \cdot \sum_{i=1}^n (y-y_i)^2 \cdot dn_i} = \\ &= e^{-\frac{tg\gamma}{b \cdot B} \cdot \int_0^h (y-y_i)^2 \cdot n \cdot f(y_i) \cdot dy_i} = e^{-\frac{tg\gamma \cdot n}{b^2 \cdot B} \cdot \frac{h}{3} \cdot (3y^2 - 3y \cdot h + h^2)} \end{aligned} \quad (11)$$

При условии $h = y$, зависимость (11) упростится:

$$\Phi(y) = e^{-\frac{2 \cdot tg\gamma \cdot n}{B} \cdot \frac{y^3}{6 \cdot b^2}} \quad (12)$$

Сравнивая зависимости (10) и (12), видим, что зависимость (12) содержит дополнительный множитель $\frac{y}{3 \cdot b}$, который меньше единицы. Следовательно, значение $\Phi(y)$, рассчитанное по зависимости (12) при данном значении y , будет больше значения $\Phi(y)$, рассчитанного по зависимости (10). Это соответствует большей шероховатости поверхности, т.е. для уменьшения шероховатости необходимо обработку производить практически неподвижного образца ($V'_{дем} = 0$).

С учетом того, что $n = k \cdot B \cdot V_{инст} \cdot \frac{b}{V'_{дем}}$ зависимость (12) опишется

$$\Phi(y) = e^{-\frac{tg\gamma \cdot k \cdot V_{инст} \cdot y^3}{b \cdot V'_{дем} \cdot 3}} \quad (13)$$

Рассмотрим схему формирования шероховатости поверхности с учетом износа зерен. Предположим, что режущие зерна изнашивались на величину y_1 , рис. 1,в. Тогда функция $\Phi(y)$, описываемая зависимостью (6) и графически по-

казанная на рис. 1,в, будет справедлива в интервале $y \geq y_1$. Значения функции $\Phi(y)$ в данном случае меньше, чем при обработке острыми зернами. Это ведет к уменьшению шероховатости обработки.

При $y = y_1$ функция $\Phi(y)$ примет вид:

$$\Phi(y) = e^{-\frac{2 \cdot \operatorname{tg} \gamma \cdot n}{B} \cdot y_1} . \quad (14)$$

Получим аналогичные решения, используя методику, приведенную в работе [4]. Рассмотрим расчетную схему, согласно которой формирование шероховатости поверхности происходит в результате наложения и перекрытия проекций режущих зерен на вертикальную плоскость, имитирующую поверхность обрабатываемого прямолинейного образца, рис. 1,а,б. Шероховатость поверхности будет определять слой толщиной R_{max} , ограниченный вершиной максимально выступающего над уровнем связки инструмента зерна и нижней точкой пересечения двух соседних проекций зерен. Параметр R_{max} можно определить из условия:

$$\sum_{i=1}^{\infty} l_i = B , \quad (15)$$

где B - ширина обрабатываемого образца, м; l_i - ширина проекции зерна на заданном уровне y , м; y - координата, отсчитываемая от вершины максимально выступающего над уровнем связки режущего зерна, м; i - количество проекций зерен на заданном уровне y .

Для определения параметра R_{max} представим поверхность обрабатываемого образца в виде бесконечного множества горизонтальных элементарных слоев толщиной dy_i . Исходя из принятого равномерного закона распределения высот выступания вершин зерен над уровнем связки, в каждый элементарный слой попадет dn_i вершин зерен. Тогда формирование шероховатости поверхности условно можно представить как результат наложения i -того числа элементарных профилей проекций зерен, имеющих различную высоту (изменяющуюся в пределах от 0 до b).

Будем считать, что в пределах одного элементарного профиля отсутствует взаимное перекрытие проекций зерен. Данное условие можно всегда выполнить за счет увеличения количества рассматриваемых элементарных профилей и соответственно уменьшения числа вершин зерен, попавших в i -тый элементарный слой.

Сумма проекций зерен (вершины которых расположены в слое толщиной dy_i) на заданном уровне y определится:

$$\sum_{i=1}^{\infty} l_i = 2 \cdot \operatorname{tg} \gamma \cdot (y - y_i) \cdot dn_i , \quad (16)$$

где $dn_i = n \cdot f(y_i) \cdot dy_i$; $f(y_i) = \frac{1}{b}$; n - общее число зерен, участвующих в формировании шероховатости поверхности; k - поверхностная концентрация зерен абразивного инструмента, шт/м²; L - длина рабочей поверхности абразивного

инструмента, проконтактировавшей с рассматриваемой поверхностью обрабатываемого образца, m ; y_i - координата, определяющая положение элементарного слоя толщиной dy_i .

Определим относительную полноту профиля $d\varepsilon_i(y)$ для i -того элементарного слоя:

$$d\varepsilon_i(y) = \frac{\sum_{i=1}^{\infty} l_i}{B} = 2tg\gamma \cdot k \cdot L \cdot \frac{1}{b} \cdot (y - y_i) \cdot dy_i. \quad (17)$$

Аналогичным образом определяется данная функция для любого s -того элементарного слоя. С физической точки зрения функция $d\varepsilon_i(y)$ определяет долю срезанного металла зернами, вершины которых расположены в i -том элементарном слое. По абсолютной величине $d\varepsilon_i(y) < 1$.

Суммарную функцию $\varepsilon(y)$, определяющую долю срезанного металла всеми n зернами, можно установить на основе теоремы умножения независимых случайных величин $d\varepsilon_i(y)$, где $i = 1, 2, 3, \dots, s, \dots, \infty$ [2]. Однако, очевидно, умножение даже двух функций $d\varepsilon_1(y) < 1$ и $d\varepsilon_2(y) < 1$ приведет к значению, которое меньше $d\varepsilon_1(y) < 1$. Это не соответствует физической сути, т.к. значение произведения $d\varepsilon_1(y) \cdot d\varepsilon_2(y)$ должно быть больше каждого из множителей, т.е. по мере увеличения количества режущих зерен доля срезанного металла должна увеличиваться.

Для того чтобы получить физически правильное решение, необходимо воспользоваться теоремой умножения независимых случайных величин $d\Phi_i(y) = 1 - d\varepsilon_i(y)$, т.е. перейти к противоположной функции $d\Phi_i(y)$. В данном случае функция $d\Phi_i(y)$ будет определять долю не срезанного металла. Произведение $d\Phi_1(y) \cdot d\Phi_2(y)$ даст значение, которое меньше $d\Phi_1(y) < 1$. Следовательно, по мере подключения в работу большего числа зерен суммарная функция $\Phi(y)$, определяющая долю не срезанного металла всеми n зернами, будет уменьшаться, что соответствует действительности.

Тогда, согласно теореме умножения независимых случайных величин, суммарная функция $\Phi(y)$ опишется:

$$\begin{aligned} \Phi(y) = \prod_{i=1}^{\infty} d\Phi_i(y) = \prod_{i=1}^{\infty} [1 - d\varepsilon_i(y)] = 1 - \sum_{i=1}^{\infty} d\varepsilon_i(y) + \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{s=1}^i d\varepsilon_i(y) \cdot d\varepsilon_s(y) - \\ - \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{s=1}^i \sum_{j=1}^s d\varepsilon_i(y) \cdot d\varepsilon_s(y) \cdot d\varepsilon_j(y) + \dots \end{aligned} \quad (18)$$

Заменим операцию суммирования интегрированием:

$$\begin{aligned} \Phi(y) = 1 - \int_0^h 2 \cdot tg\gamma \cdot \frac{k \cdot L}{b} \cdot (y - y_i) \cdot dy_i + \\ + \int_0^h 2 \cdot tg\gamma \cdot \frac{k \cdot L}{b} \cdot (y - y_i) \cdot dy_i \cdot \int_{y_i}^h 2 \cdot tg\gamma \cdot \frac{k \cdot L}{b} \cdot (y - y_s) \cdot dy_s - \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - \int_0^h 2 \cdot \operatorname{tg} \gamma \cdot \frac{k \cdot L}{b} \cdot (y - y_i) \cdot dy_i \cdot \int_{y_i}^h 2 \cdot \operatorname{tg} \gamma \cdot \frac{k \cdot L}{b} \times \dots \\
& \times (y - y_s) \cdot dy_s \cdot \int_{y_s}^h 2 \cdot \operatorname{tg} \gamma \cdot \frac{k \cdot L}{b} \cdot (y - y_j) \cdot dy_j + \dots
\end{aligned} \quad (19)$$

где h - значение координаты y , изменяющееся в пределах от 0 до y .

В результате преобразований приходим к следующему выражению:

$$\begin{aligned}
\Phi(y) = & 1 - 2 \cdot \operatorname{tg} \gamma \cdot \frac{k \cdot L}{b} \cdot h \cdot \left(y - \frac{h}{2}\right) + \left(2 \cdot \operatorname{tg} \gamma \cdot \frac{k \cdot L}{b}\right)^2 \cdot \frac{h^2}{2} \cdot \left(y - \frac{h}{2}\right)^2 - \\
& - \left(2 \cdot \operatorname{tg} \gamma \cdot \frac{k \cdot L}{b}\right)^3 \cdot \frac{h^3}{2 \cdot 3} \cdot \left(y - \frac{h}{2}\right)^3 + \dots = 1 - \frac{A}{1!} \cdot \left[h \cdot \left(y - \frac{h}{2}\right)\right] + \\
& + \frac{A^2}{2!} \cdot \left[h \cdot \left(y - \frac{h}{2}\right)\right]^2 - \frac{A^3}{3!} \cdot \left[h \cdot \left(y - \frac{h}{2}\right)\right]^3 + \dots,
\end{aligned} \quad (20)$$

где $A = 2 \cdot \operatorname{tg} \gamma \cdot \frac{k \cdot L}{b}$.

Выражение (20) является разложением степенного ряда:

$$\Phi(y) = e^{-\frac{2 \cdot \operatorname{tg} \gamma \cdot k \cdot L}{b} \cdot h \cdot \left(y - \frac{h}{2}\right)}. \quad (21)$$

В результате пришли к зависимости, идентичной зависимости (9), что свидетельствует о достоверности предложенного теоретического подхода к расчету шероховатости поверхности. При фиксированном значении y , с увеличением параметра h от 0 до значения y произведение $h \cdot \left(y - \frac{h}{2}\right)$ увеличивается, табл. 1. Это приводит к уменьшению функции $\Phi(y)$, описываемой зависимостью (21).

Таблица 1

Расчетные значения $h \cdot \left(y - \frac{h}{2}\right)$ для $y = 1$ мкм

h , мкм	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
$h \cdot \left(y - \frac{h}{2}\right)$	0	0,095	0,18	0,255	0,32	0,375	0,42	0,455	0,48	0,495	0,5

По физической сути функция $\Phi(y)$ является вероятностной функцией распределения, изменяющейся в пределах от 1 до 0, асимптотически приближаясь к значению 0. При таком характере изменения функции $\Phi(y)$ определить параметр шероховатости поверхности R_{max} можно лишь с заданной степенью

точности, например, при $\Phi(y) = \Phi_0 = 0,1; 0,05; 0,01$ и т.д. Тогда из условий $y = h$ и $\Phi(y = R_{max}) = \Phi_0$, с учетом зависимости (21), имеем

$$R_{max} = \sqrt{\frac{-b \cdot \ln \Phi_0}{\operatorname{tg} \gamma \cdot k \cdot L}}. \quad (22)$$

Величина $\ln \Phi_0$ отрицательна, а подкоренное выражение всегда положительно. Из зависимости (22) вытекает, что уменьшить параметр шероховатости поверхности R_{max} можно уменьшением параметра b и увеличением γ , k и L , т.е. по сути увеличением количества зерен n , проконтактировавших с поверхностью обрабатываемого образца. Таким образом, полученные теоретические решения позволяют провести более полный анализ формирования шероховатости поверхности при алмазно-абразивной обработке.

Список литературы:

1. Маслов Е.Н. Теория шлифования металлов. – М.: Машиностроение, 1974. – 320 с.
2. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. – М.: Наука, 1969. – 576 с.
3. Королев А.В., Новоселов Ю.К. Теоретико-вероятностные основы абразивной обработки. Часть 1. Состояние рабочей поверхности абразивного инструмента. – Саратов: Изд-во Сарат. ун-та, 1987. – 160 с.
4. Новиков Ф.В. Физические и кинематические основы высокопроизводительного алмазного шлифования. – Автореф. дис. ... докт. техн. наук. – Одесса: ОГПУ, 1995. – 36 с.
5. Физико-математическая теория процессов обработки материалов и технологии машиностроения / Под общ. ред. Ф.В. Новикова и А.В. Якимова. В десяти томах. – Т.1. “Механика резания материалов”. – Одесса: ОНПУ, 2002. – 580 с.
6. Физико-математическая теория процессов обработки материалов и технологии машиностроения / Под общ. ред. Ф.В. Новикова и А.В. Якимова. В десяти томах. – Т.6. “Качество обработки деталей машин”. – Одесса: ОНПУ, 2003. – 716 с.