

УДК 621.923

Ф.В.Новиков, А.А.Якимов

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САПР ТП ШЛИФОВАНИЯ

(Одесский политехнический институт)

Эффективность применения системы автоматизированного проектирования технологических процессов (САПР ТП) в металлообработке во многом определяется уровнем формализации процессов резания, возможностью решения многопараметрических оптимизационных задач и выбора наиболее предпочтительных технологических вариантов обработки. Известные САПР ТП для определения оптимальных условий обработки используют существующие обобщающие нормативы режимов резания, составленные в виде таблиц и номограмм на основе результатов экспериментальных исследований. Установить по ним оптимальные режимы резания в широком диапазоне изменения варьируемых переменных с учетом технологических ограничений чрез-

вычайно сложно, что связано, во-первых, с громоздкой структурой расчета и длительностью счета на ЭВМ, во-вторых, с отсутствием соответствующих условий оптимизации, выражающих взаимосвязь технологических и физических параметров резания и позволяющих сравнивать различные варианты обработки.

Более совершенной структурой расчета и проектирования технологических процессов следует считать решение системы аналитических уравнений, описывающих основные технологические показатели обработки, выраженные через параметры режимов резания, характеристики инструмента с учетом конкретных требований по производительности и качеству обработки, силам и температуре резания, износу инструмента и т.д.

В настоящей статье для разработки системы автоматизированного проектирования высокопроизводительных процессов шлифования предложена расчетная схема и получено математическое выражение основного параметра шлифования - максимальной (приведенной) толщины среза, которое используется при аналитическом определении технологических показателей шлифования.

Для описания процесса шлифования введена функция - относительная полнота профиля круга, численно равная относительной опорной длине микропрофиля, образованного от наложения и перекрытия проекций зерен на прямолинейной плоскости, движущейся по нормали к рабочей поверхности круга (рисунок). Плоскость в данном случае имитирует нормальную составляющую бесконечно тонкого слоя снимаемого припуска, входящего в рабочую поверхность круга под определенным углом. Такое представление механизма съема подводимого в зону резания обрабатываемого материала является общим для всего многообразия существующих схем шлифования (круглое наружное и внутреннее, плоское, заточка инструмента и т.д.), кинематически отличающихся углом входа припуска в рабочую поверхность круга.

Расчет относительной полноты профиля круга $\mathcal{E}(y)$ произведен в два этапа. На первом этапе рассмотрено образование $\mathcal{E}(y)$ на движущейся плоскости от наложения проекции зерен, вершины которых расположены в элементарном горизонтальном слое бесконечно малой толщины αy_1 (см. рисунок), а на втором этапе - образование $\mathcal{E}(y)$ от наложения проекций зерен всех элементарных горизонтальных слоев зерен, которыми представлена рабочая поверхность круга. Принято, что распределение высот выступания зерен над уровнем связки под-

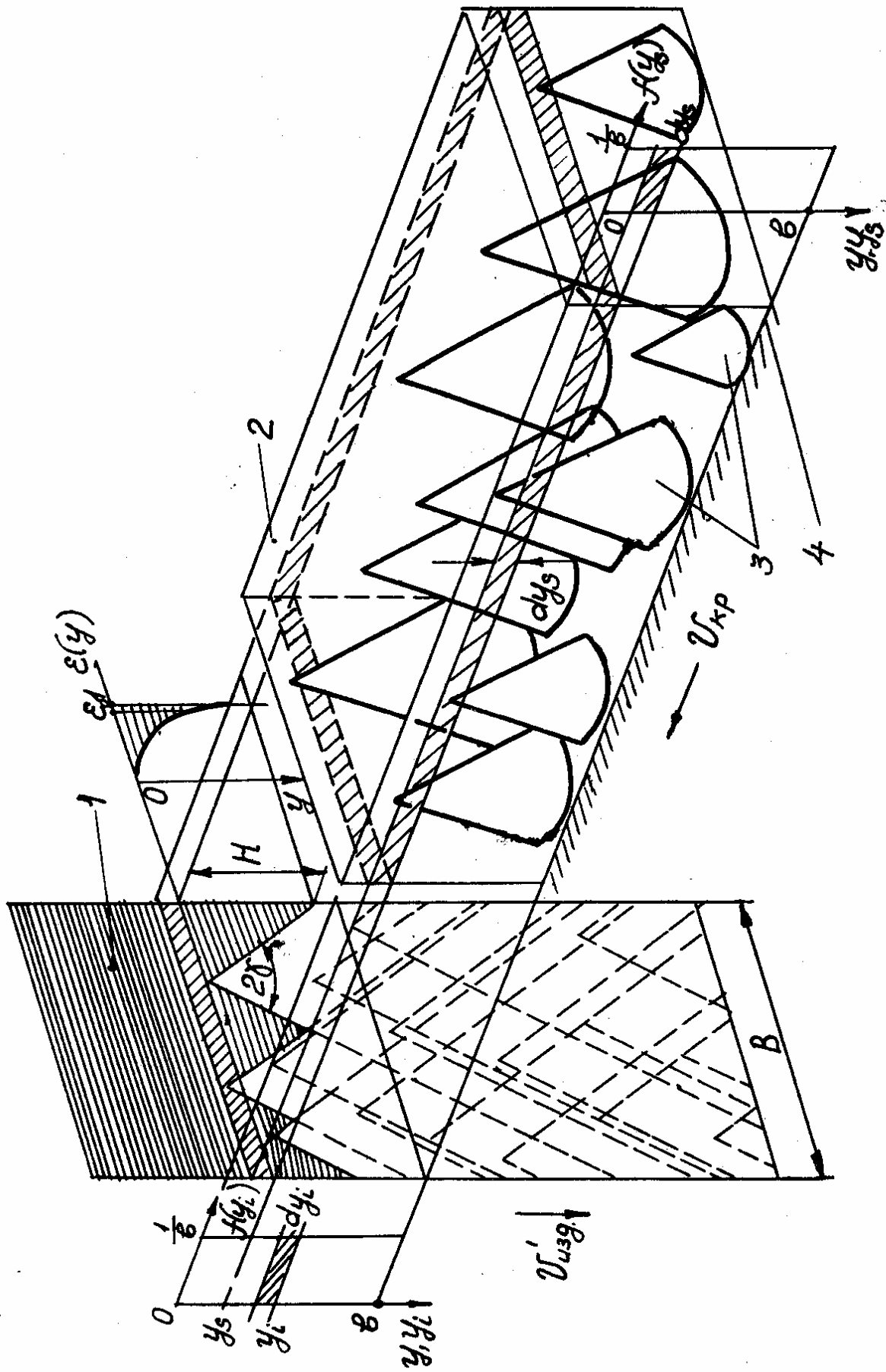


Рис. Расчетная схема наложения проекций зерен круга на радиально движущуюся плоскость: 1 - движущаяся плоскость; 2 - элементарный объем рабочей поверхности круга; 3 - зерна круга; 4 - уровень связки

чинено равномерному закону с плотностью $f(y_s) = \frac{1}{b}$ (b - максимальная высота выступления зерен над связкой, мм).

Рассмотрим этап I. Из всех элементарных горизонтальных слоев зерен выделим элементарный слой толщиной dy_s и спроектируем его на плоскость. В результате равномерного взаимного движения круга и плоскости на последней происходит равномерное наложение проекций зерен и образование элементарного профиля. Распределение вершин проекций зерен по высоте подчинено равномерному закону с исходной плотностью $f(y_i) = \frac{1}{b}$. Для описания образующегося профиля движущуюся плоскость разобьем на множество горизонтальных слоев бесконечно малой толщины dy_i , содержащих одинаковое число вершин проекций зерен. Считая, что в пределах одного слоя отсутствует взаимное перекрытие проекций зерен, элементарную относительную полноту профиля dy_i -го слоя выразим следующим образом:

$$d\varepsilon_i(\bar{y}) = \frac{2 \cdot \operatorname{tg} \alpha \cdot (\bar{y} - y_i) \cdot dn_i}{b}, \quad (I)$$

где $dn_i = dn_s \cdot f(y_i) \cdot dy_i$ - число вершин проекций зерен, расположенных в dy_i -м элементарном слое; $dn_s = n \cdot f(y_s) \cdot dy_s$ - число вершин зерен, расположенных в dy_s -м элементарном слое; $n = k \cdot b \cdot v_{кр} \cdot \frac{b}{v_{изд}}$ - общее число зерен, проконтактировавших с плоскостью за время, равное перемещению плоскости на величину b ; k - концентрация зерен на рабочей поверхности круга, шт./мм²; b - высота круга, мм; $v_{кр}$, $v_{изд}$ - соответственно скорости круга и изделия, мм/с; y_i - координата графика плотности распределения вершин проекций зерен $f(y_i)$; $\bar{y} = y - y_s$ - координата высоты рельефа круга, отсчитываемая от вершины зерен, расположенных в dy_s -м элементарном слое; y - координата высоты рельефа круга, отсчитываемая от вершины максимально выступающего зерна.

После несложных преобразований зависимость (I) примет вид

$$d\varepsilon_i(\bar{y}) = 2 \operatorname{tg} \alpha \cdot k \cdot \frac{v_{кр}}{b \cdot v_{изд}} \cdot (\bar{y} - y_i) \cdot dy_i \cdot dy_s. \quad (2)$$

Аналогично определяется $d\varepsilon_j(\bar{y})$ для любого j -го слоя, где $j = 1, 2, 3, \dots, i, \dots, \infty$.

Учитывая независимый характер наложения элементарных профилей, описываемых функциями $d\varepsilon_i(\bar{y})$, $d\varepsilon_j(\bar{y})$ и т.д., суммарную относительную полноту профиля $d\varepsilon_s(\bar{y})$ получим, используя теорему умноже-

ния вероятностей независимых случайных величин [I]. Для этого выполним переход от вероятности события $d\varepsilon_s(\bar{y})$ к противоположному событию $d\varphi_s(\bar{y}) = 1 - d\varepsilon_s(\bar{y})$. Тогда

$$d\varphi(\bar{y}) = \prod_{j=1}^{\infty} [1 - d\varepsilon_j(\bar{y})]. \quad (3)$$

После умножения и приведения подобных слагаемых получим

$$d\varphi(\bar{y}) = 1 - \sum_{j=1}^{\infty} d\varepsilon_j(\bar{y}) + \sum_{j=1}^{\infty} \sum_{e=1}^j d\varepsilon_j(\bar{y}) \cdot d\varepsilon_e(\bar{y}) - \\ - \sum_{j=1}^{\infty} \sum_{e=1}^j \sum_{z=1}^e d\varepsilon_j(\bar{y}) \cdot d\varepsilon_e(\bar{y}) \cdot d\varepsilon_z(\bar{y}) + \dots \quad (4)$$

Перейдем от суммирования бесконечно малых величин к интегрированию:

$$d\varphi(\bar{y}) = 1 - \int_0^{\bar{y}} 2 \operatorname{tg} \delta \cdot k \cdot dy_s \frac{V_{kp}}{b \cdot V'_{uz\partial}} \cdot (\bar{y} - y_j) \cdot dy_j + \int_0^{\bar{y}} 2 \operatorname{tg} \delta \cdot \\ \cdot k \cdot dy_s \frac{V_{kp}}{b \cdot V'_{uz\partial}} \cdot (\bar{y} - y_j) \cdot dy_j \int_{y_j}^{\bar{y}} 2 \operatorname{tg} \delta \cdot k \cdot dy_s \frac{V_{kp}}{b \cdot V'_{uz\partial}} \cdot (\bar{y} - y_e) \cdot dy_e - \\ - \int_0^{\bar{y}} 2 \operatorname{tg} \delta \cdot k \cdot dy_s \frac{V_{kp}}{b \cdot V'_{uz\partial}} \cdot (\bar{y} - y_j) \cdot dy_j \int_{y_j}^{\bar{y}} 2 \operatorname{tg} \delta \cdot k \cdot dy_s \frac{V_{kp}}{b \cdot V'_{uz\partial}} \cdot (\bar{y} - y_e) \cdot \\ \cdot dy_e \int_{y_e}^{\bar{y}} 2 \operatorname{tg} \delta \cdot k \cdot dy_s \frac{V_{kp}}{b \cdot V'_{uz\partial}} \cdot (\bar{y} - y_z) \cdot dy_z + \dots \quad (5)$$

После интегрирования и несложных преобразований имеем

$$d\varphi(\bar{y}) = 1 - \operatorname{tg} \delta \cdot k \cdot \frac{V_{kp} \cdot dy_s}{b \cdot V'_{uz\partial}} \cdot \frac{\bar{y}^2}{1!} + \left(\operatorname{tg} \delta \cdot k \cdot \frac{V_{kp} \cdot dy_s}{b \cdot V'_{uz\partial}} \right)^2 \cdot \frac{\bar{y}^4}{2!} - \\ - \left(\operatorname{tg} \delta \cdot k \cdot \frac{V_{kp} \cdot dy_s}{b \cdot V'_{uz\partial}} \right)^3 \cdot \frac{\bar{y}^6}{3!} + \dots = \exp \left(- \operatorname{tg} \delta \cdot k \cdot \frac{V_{kp} \cdot dy_s}{b \cdot V'_{uz\partial}} \cdot \bar{y}^2 \right). \quad (6)$$

Функция

$$d\varepsilon(\bar{y}) = 1 - \exp \left(- \operatorname{tg} \delta \cdot k \cdot \frac{V_{kp} \cdot dy_s}{b \cdot V'_{uz\partial}} \cdot \bar{y}^2 \right). \quad (7)$$

Таким образом получена зависимость относительной полноты профиля на движущейся плоскости от наложения проекций зерен, вершины которых расположены в элементарном горизонтальном слое толщиной dy_s .

Рассмотрим теперь этап П. Относительную полноту профиля от наложения проекций зерен всех элементарных горизонтальных слоев рабочей поверхности круга получим вероятностным суммированием элементарных $d\varepsilon_i(\bar{y})$ по вышеприведенной методике. Согласно теореме умножения вероятностей независимых случайных величин, противоположная функция

$$\varphi(y) = \prod_{s=1}^{\infty} d\varphi(y) = \exp \left[-\operatorname{tg} \delta \cdot k \cdot \frac{V_{кр}}{b \cdot V'_{уз\partial}} \sum_{s=1}^{\infty} (y - y_s)^2 \cdot dy_s \right]. \quad (8)$$

Заменяя суммирование интегрированием, получим

$$\begin{aligned} \varphi(y) &= \exp \left[-\operatorname{tg} \delta \cdot k \cdot \frac{V_{кр}}{b \cdot V'_{уз\partial}} \int_0^y (y - y_s)^2 \cdot dy_s \right] = \\ &= \exp \left[-\frac{\operatorname{tg} \delta \cdot k \cdot V_{кр}}{3 \cdot V'_{уз\partial} \cdot b} \cdot y^3 \right]. \end{aligned} \quad (9)$$

Относительная полнота профиля

$$\varepsilon(y) = 1 - \exp \left[-\frac{\operatorname{tg} \delta \cdot k \cdot V_{кр}}{3 \cdot V'_{уз\partial} \cdot b} \cdot y^3 \right]. \quad (10)$$

Полученная функция $\varepsilon(y)$ изменяется по экспоненциальному закону, асимптотически приближаясь к единице.

Такой вид зависимости $\varepsilon(y)$ соответствует стандартной относительной опорной длине микропрофиля обработанной поверхности.

Установить максимальную (приведенную) толщину среза H_{max} , исходя из полученной зависимости, можно лишь с наперед заданной степенью точности функции $\varepsilon(y)$, например, 0,9; 0,95; 0,99; 0,999 и т.д.

Предположим, что максимальная (приведенная) толщина среза H_{max} имеет место при $\varepsilon(y=H_{max}) = \varepsilon_0$, тогда, логарифмируя выражение (10), получим

$$H_{max} = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot V'_{уз\partial} \cdot b \cdot \ln(1 - \varepsilon_0)}{\operatorname{tg} \delta \cdot k \cdot V_{кр}}}. \quad (11)$$

Из зависимости (II) следует незначительное влияние параметров $V'_{изд}, V_{кр}, k, \delta$ на параметр H_{max} . С увеличением $V_{кр}, k$ и уменьшением $\delta, V'_{изд}$, параметр H_{max} снижается, что связано с увеличением числа зерен, проконтрактировавших с движущейся плоскостью в единицу времени.

Полученная зависимость (II) содержит неизвестный параметр $-\ln(1-\varepsilon_0)$, который может изменяться в значительных пределах:

ε_0	0	0,9	0,95	0,99	0,99999
$-\ln(1-\varepsilon_0)$	0	2,3	3	4,6	11,5

Для его определения выполнены соответствующие экспериментальные исследования, которыми установлено, что $-\ln(1-\varepsilon_0) = 2,25$. Тогда с учетом преобразований

$$k = \frac{3m(1-\varepsilon)}{200\pi\bar{x}^2} \quad \text{и} \quad \delta = (1-\varepsilon)\bar{x} \quad [2],$$

где m – объемная концентрация зерен круга, %; \bar{x} – зернистость круга, мм; $(1-\varepsilon)$ – коэффициент, учитывающий высоту выступления зерен над связкой, а также

$$V'_{изд} = V_{изд} \sqrt{2t \cdot \rho} \quad [3],$$

где $V_{изд}$ – скорость изделия, мм/с; t – глубина шлифования, мм; $\rho = \frac{1}{R_{кр}} + \frac{1}{R_{изд}}$ – приведенный радиус; $R_{кр}, R_{изд}$ – радиусы круга и изделия, мм; параметр

$$H_{max} = \bar{x} \cdot \sqrt[3]{\frac{450 \cdot \pi \cdot V_{изд} \sqrt{2t \cdot \rho}}{tg\delta \cdot m \cdot V_{кр}}} \quad (12)$$

Безразмерный параметр $\sqrt[3]{\frac{450 \cdot \pi \cdot V_{изд} \sqrt{2t \cdot \rho}}{tg\delta \cdot m \cdot V_{кр}}}$, изменяющийся в пределах $0 \dots 1,0$, определяет отношение максимальной (приведенной) толщины среза к его зернистости, т.е. степень использования размера зерна при резании. Структурно зависимость (12) в общем виде связывает три основные группы параметров шлифования: режимы резания, характеристики круга, изделия и максимальную (приведенную) толщину среза и, следовательно, может быть положена в основу оптимизации шлифования при разработке САПР ТП.

Для определения оптимальных параметров режимов шлифования необходимо располагать "банком" допустимых (из условий прочности зерен и их устойчивости в связке) значений H_{max} для различных харак-

теристик круга и обрабатываемого материала, установленных расчетно-экспериментальным путем. Подставляя эти значения в зависимость (I2), можно аналитически определить соотношения режимных параметров, обеспечивающие максимальную производительность шлифования.

Принимая производительность шлифования в виде $Q = S_0 \cdot V_{узд} \cdot t$ (S_0 - продольная подача, мм/мин) из зависимости (I2) получим

$$Q = \frac{\operatorname{tg} \delta \cdot m \cdot V_{кр} \cdot S_0}{450 \cdot \pi \cdot \bar{X}^3} \cdot \sqrt{\frac{t}{2\rho}} \cdot H_{max}^3 \quad (I3)$$

Анализ зависимости (I3) показывает, что наиболее перспективными путями интенсификации производительности обработки являются применение глубинного шлифования с управляемой скоростью изделия и повышение физико-механических свойств рабочей поверхности круга, определяемых параметром H_{max} . Причем, последнее более предпочтительно, так как незначительное изменение параметра H_{max} приводит к весьма интенсивному изменению Q .

Таким образом, используя полученные расчетные зависимости в системах САПР. ТП, можно проектировать высокопроизводительные процессы шлифования, положительно отличающиеся от существующих, рекомендуемых нормативно-справочной технологической литературой.

Список литературы

1. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. - М.: Наука, 1969. - 576 с.
2. Абразивная и алмазная обработка материалов: Справочник / Под ред. А.П.Резникова. - М.: Машиностроение, 1977. - 390 с.
3. Раб А.Ф., Новиков Ф.В. Кинематические соотношения параметров процесса шлифования изделий с прерывистыми поверхностями/ Резание и инструмент. - 1980. - Вып. 24. - С. 92-105.