

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ УКРАИНЫ

**ХАРЬКОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ЭКОНОМИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ**

**Методические рекомендации
к практическим занятиям
по разделу "Волновая оптика"
курса "ФИЗИКА"**

**для студентов специальностей 7.080401, 7.080407, 7.092704
дневной формы обучения**

Харьков, ХНЭУ, 2005

Утверждено на заседании кафедры физики и электроники.
Протокол №9 от 29.03.2005 г.

М54 Методические рекомендации к практическим занятиям по разделу "Волновая оптика" курса "Физика" для студентов специальностей 7.080401, 7.080407, 07.092704 дневной формы обучения / Сост. Е. А. Бондаренко, В. Я. Платков. — Харьков: Изд. ХНГУ, 2005. — 40 с. (Русск. яз.)

Приведено краткое изложение теоретического материала по каждой теме, разбор типовых задач, вопросы для контроля знаний и задачи для самостоятельного решения.

Рекомендовано для студентов экономических специальностей.

Наведено стислий виклад теоретичного матеріалу за кожною темою, розбір типових задач, запитання для контролю знань і задачі для самостійного розв'язування.

Рекомендовано для студентів економічних спеціальностей.

Введение

Методические рекомендации предназначены для самостоятельной работы студентов, составлены в соответствии с программой курса и включают 4 темы раздела "Волновая оптика".

Цель работы - оказание методической помощи студентам в углублении и закреплении содержания основных физических законов путем анализа и решения типовых задач. В процессе решения задач и их анализа студенты расширяют и углубляют знания, полученные из лекционного курса и учебников; учатся глубже понимать основные физические законы и формулы, разбираться в их особенностях, понимать границы применения, приобретать умение применять общие закономерности к конкретным случаям; вырабатывают навыки вычисления, работы со справочной литературой, таблицами. Самостоятельное решение задач помогает освоить практическое применение тех или иных законов.

Физическая задача представляет собой физическое явление, точнее - его словесную модель (или совокупность явлений) с некоторыми известными и неизвестными физическими величинами, характеризующими это явление. Решить физическую задачу — это значит найти (восстановить) неизвестные связи, физические величины. Следует помнить, что практически все задачи являются идеализированными. В задачу вводятся дополнительные условия, упрощающие ее. Хотя виды задач могут быть различными, при их решении необходимо пользоваться следующим общим планом (некоторые пункты плана могут выпадать в конкретных случаях):

1. Внимательно прочесть условие задачи.
2. Выяснить, все ли термины в условии задачи известны и понятны (если что—то не ясно, следует обратиться к учебнику, посмотреть решение предыдущих задач, посоветоваться с преподавателем).
3. Записать в сокращенном виде условие задачи.
4. Сделать чертеж, если это необходимо.
5. Провести анализ условия задачи, вскрыть ее физический смысл, ясно представить, в чем будет заключаться ее решение.
6. Установить, какие физические законы и соотношения могут быть использованы при решении данной задачи.
7. Составить уравнения, связывающие физические величины, которые характеризуют рассматриваемые явления с количественной стороны.

8. Решить эти уравнения относительно неизвестных величин, получить ответ в общем виде.

9. Найти численный результат.

10. Проанализировать полученный ответ: выяснить, как изменяется искомая величина при изменении других величин, функцией которых она является; исследовать предельные случаи.

Методический материал к каждой теме содержит: цель, методические указания по организации самостоятельной работы студентов, контрольные вопросы и задания, примеры решения типовых задач и условия задач, рекомендованных для самостоятельного решения.

Тема 1. Интерференция света

1.1. Цель

Освоить методику расчета интерференционной картины для различных случаев: интерференция при наличии двух источников излучения; интерференция в тонких пленках, клине.

1.2. Методические рекомендации

Для более полного усвоения материала предварительно необходимо изучить соответствующие темы по учебникам: [1, с. 189–205; 2, с. 322, 324, 326, 329, 330; 3, с. 67, 71, 74, 78, 79, 81; 4, с. 99, 425, 428, 430, 431; 6, с. 385–391; 7, с. 76–109; 8 с. 107, 312, 318, 329].

Приступая к решению задач по этой теме, необходимо вспомнить, что интерференцией называют явление сложения когерентных световых потоков, приводящее к образованию чередующихся светлых и темных полос. Из явления интерференции следует, что два световых потока, накладываясь, могут не только усиливать, но и ослаблять друг друга, то есть происходит перераспределение энергии этих волн в пространстве. Это свойство световых потоков непосредственно указывает на их волновую природу.

Световые волны одинаковой частоты (или длины волны), которые приходят в данную точку с постоянной (не изменяющейся со временем) разностью фаз, называются когерентными. Когерентные волны дают интер-

ференционную картину, которая с течением времени сохраняется неизменной. Ее можно наблюдать визуально, фотографировать, измерять расстояния между местами с максимумом или минимумом света и т. п. Возбуждение элементарных источников света (в атомах и молекулах вещества), ввиду их участия в тепловом движении, происходит совершенно беспорядочно. Поэтому когерентные лучи и их интерференцию можно осуществить искусственным образом в различных оптических системах: с помощью щелей Юнга, зеркал Френеля, бипризмы Френеля, тонких пленок, линз и т.д.

Основная задача при изучении интерференции света заключается в расчете интерференционной картины. Рассчитать такую картину – значит найти распределение интенсивности электромагнитных волн в пространстве. Так как интенсивность пропорциональна квадрату амплитуды E_0 электрического поля электромагнитной волны, то основная задача интерференции сводится к нахождению амплитуды E_0 результирующего колебания в произвольной точке среды. Амплитуда колебаний, вызванных действием нескольких волн, в любой момент времени равна векторной сумме амплитуды каждой волны в отдельности и не меняется с течением времени. При расчете интерференционной картины чаще всего необходимо определить положение произвольного k -го максимума (или минимума) и расстояние между двумя соседними максимумами (или минимумами). При оценке интерференционных явлений говорят об оптической разности хода лучей. Оптическим ходом луча называют произведение показателя преломления на геометрический путь луча. Если на разности хода укладывается четное число полуволн, то в этой точке будет интерференционный максимум ($\Delta = 2k\lambda/2$), если нечетное — то минимум ($\Delta = (2k+1)\lambda/2$).

Задачи на интерференцию могут быть двух типов:

- 1) исследование интерференции света от двух когерентных источников (метод деления волнового фронта), при котором используются щели Юнга, зеркала Френеля, бипризма Френеля, зеркало Ллойда и т.п.
- 2) Исследование интерференции света в тонких пленках (метод деления амплитуды).

Приступая к решению задач по данной теме, необходимо творчески проанализировать условие задачи, не допускать формального применения приведенных в учебнике громоздких формул; разобраться, какие лучи интерферируют в данном конкретном случае, за счет чего возникает разность фаз, какие геометрические пути проходят лучи, в каких средах.

1.3. Контрольные вопросы

1. Какие лучи называются когерентными?
2. В чем заключается явление интерференции света?
3. Назовите методы получения когерентных лучей.
4. Можно ли наблюдать интерференционную картину при наложении волн, распространяющихся от двух независимых источников света?
5. Каковы условия возникновения интерференционных максимумов и минимумов при интерференции двух волн?
6. Что называется оптической длиной пути светового луча?
7. Что такое геометрическая и оптическая разность хода?
8. Объясните явление интерференции в тонких пленках.
9. Какова природа возникновения полос равной толщины и равного наклона?
10. Запишите и запомните формулы для определения радиусов темных и светлых колец Ньютона.
11. В чем заключается метод просветления оптики?
12. Перечислите все известные случаи применения явления интерференции света.

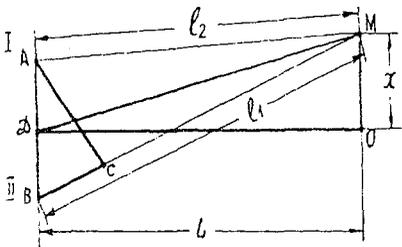
1.4. Примеры решения задач

Задача 1. Рассчитать интерференционную картину от двух когерентных источников А и В. Каков результат интерференции двух когерентных волн, распространяющихся от этих источников, в точке М на плоскости, расположенной на расстоянии 3 м от источника? Точка М находится на расстоянии 1 мм от центра интерференционной картины. Расстояние между источниками 3 мм. Длина волны света равна $\lambda = 5 \cdot 10^{-7}$ м.

Д а н о : $L = 3$ м; $x = 1$ мм; $d = 3$ мм; $\lambda = 5 \cdot 10^{-7}$ м.

Н а й т и : Δ .

Р е ш е н и е. До встречи в произвольной точке М экрана (рис. 1.1), в которой оценивается результат интерференции, каждая из волн проходит соответствующий геометрический путь l_1 и l_2 .



Предполагая для простоты начальные фазы равными нулю, а амплитуды — одинаковыми, запишем уравнения волн данных источников:

$$E_1 = E_{01} \sin\left(2\pi\nu t - \frac{2\pi l_1}{\lambda}\right) \quad (1)$$

$$E_2 = E_{02} \sin\left(2\pi\nu t - \frac{2\pi l_2}{\lambda}\right) \quad (2)$$

По принципу суперпозиции результирующее колебание в точке М

$$E = E_1 + E_2 = 2E_{01} \cos\left[\frac{\pi}{\lambda}(l_1 - l_2)\right] \sin\left[2\pi\nu t - \frac{\pi}{\lambda}(l_1 + l_2)\right] \quad (3)$$

является гармоническим с той же частотой ν , но с амплитудой

$$E_0 = 2E_{01} \cos\left[\frac{\pi}{\lambda}(l_1 - l_2)\right], \quad (4)$$

зависящей от параметра $\frac{\pi}{\lambda}(l_1 - l_2) = \frac{\pi}{\lambda} \Delta$.

Возведя (4) в квадрат, получаем распределение интенсивности на экране

$$I = 4I_0 \cos^2\left(\frac{\pi}{\lambda} \Delta\right) = 2I_0 \left[1 + \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} \Delta\right)\right]. \quad (5)$$

Свяжем разность хода Δ с координатой x точки М на экране. Из подобия ΔABC и ΔDMO (учтя, что $\Delta = BC$, а $x = MO$), находим:

$$\frac{\Delta}{d} = \frac{x}{L}. \quad (6)$$

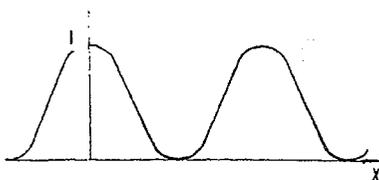
Отсюда

$$\Delta = \frac{d}{L} x. \quad (7)$$

Таким образом, распределение интенсивности

$$I = 2I_0 \left[1 + \cos \left(\frac{2\pi d}{\lambda L} x \right) \right]. \quad (8)$$

График функции (8) представлен на рис. 1.2.



В точке М будем наблюдать максимум, если Δ равно четному числу полуволен, минимум – нечетному.

Рис. 1.2.

$$\Delta = k \frac{\lambda}{2} = \frac{d \cdot x}{L}, \quad (9)$$

откуда $k = \frac{2dx}{L\lambda} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 10^{-3} \cdot 10^{-3}}{3 \cdot 5 \cdot 10^{-7}} = 4.$

$K=4$, т.е. четному числу полуволен. Значит, в точке М должен наблюдаться максимум света.

Задача 2. Какой минимальной толщины покрытие следует нанести на объектив оптического прибора, чтобы погасить в отраженных лучах блик (гасят обычно средний световой компонент с длиной волны $\lambda = 5 \cdot 10^{-7}$ м). Коэффициент преломления линзы 1,6. Считать, что свет падает на линзу перпендикулярно.

Дано: $n_1 = 1,6$; $\lambda = 5 \cdot 10^{-7}$ м.

Найти: d_{\min} .

Решение. Интерференционное гашение лучей, отраженных от обеих поверхностей пленки, происходит при соблюдении двух условий:

1) интерферирующие лучи должны иметь оптическую разность хода, равную $\lambda/2$.

2) Амплитуды световых колебаний должны быть одинаковы для обоих лучей.

Последнее условие соблюдается при следующем соотношении показателей преломления покрытия n и линзы n_1 : $n = \sqrt{n_1}$.

Отсюда $n = \sqrt{1,6} = 1,25$, т.е. должно выполняться неравенство $n_1 > n > n_0$, где n_0 — показатель преломления воздуха.

Поэтому отражение света от обеих поверхностей пленки происходит от оптически более плотной среды, т.е. дважды имеет место "потеря полуволны". Тогда в выражении для оптической разности хода $\lambda/2$ нужно учесть два раза: $\Delta = 2dn + \lambda/2 + \lambda/2$.

Условие минимума света при интерференции имеет вид $\Delta = (2k + 1) \lambda/2$, где k полагаем равным нулю, т.к. определяется наименьшая для гашения толщина пленки

$$2dn + \lambda = \lambda/2, \text{ откуда } d_{\min} = \lambda/4n$$

$$d_{\min} = 5 \cdot 10^{-7} / 4 \cdot 1,25 = 10^{-7} \text{ м.}$$

Задача 3. На стеклянный клин ($n = 1,5$) с преломляющим углом $\alpha = 40''$ нормально падает монохроматический свет с длиной волны 600 нм. Определить в интерференционной картине расстояние между двумя соседними минимумами.

Дано: $n = 1,5$; $\lambda = 600 \text{ нм} = 6 \cdot 10^{-7} \text{ м}$; $\alpha = 40'' = 1,94 \cdot 10^{-4} \text{ рад}$.

Найти: b .

Решение. Параллельный пучок света, падая нормально к грани клина, отражается от его верхней и нижней грани (рис. 1.3). Так как угол

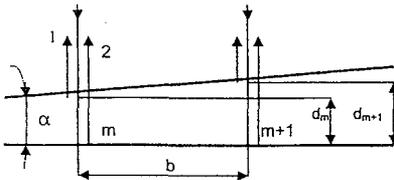


Рис. 1.3.

клина мал, то отраженные лучи 1 и 2 практически параллельны. Отраженные лучи когерентны и на поверхности клина будут наблюдаться интерференционные полосы.

Условие минимума для клина в общем случае

$$2dn \cos r + \lambda/2 = (2m + 1) \lambda/2 \quad (m = 0, 1, 2, \dots), \quad (1)$$

где d — толщина клина в месте темной полосы, соответствующей номеру m ; r — угол преломления, $\lambda/2$ — дополнительная разность хода, обусловленная отражением световой волны 1 от оптически более плотной среды.

Угол падения, согласно условию, равен нулю; следовательно, $r=0$. Тогда условие (1) запишется в виде $2dn = m\lambda$, откуда $d = m\lambda/(2n)$.

Из рисунка следует, что

$$\sin \alpha = (d_{m+1} - d_m)/b. \quad (2)$$

Однако из-за малости угла $\sin \alpha \approx \alpha$, поэтому, подставив в (2) толщины d_{m+1} и d_m , получим:

$$\alpha = \frac{(m+1)\lambda - m\lambda}{2bn} = \frac{\lambda}{2bn}, \quad (3)$$

откуда найдем искомое расстояние между двумя соседними минимумами: $b = \lambda/(2n\alpha)$ (α здесь выражается в радианах).

$$b = 6 \cdot 10^{-7} / 2 \cdot 1,5 \cdot 1,94 \cdot 10^{-4} = 1,03 \cdot 10^{-3} \text{ м} = 1,03 \text{ мм}.$$

Задача 4. Установка для получения колец Ньютона освещена монохроматическим светом с длиной волны $\lambda = 500$ нм, падающим вдоль нормали к поверхности пластинки. Пространство между линзой и стеклянной пластинкой заполнено водой. Найти толщину слоя воды между линзой и пластинкой в том месте, где наблюдается третье светлое кольцо в отраженном свете.

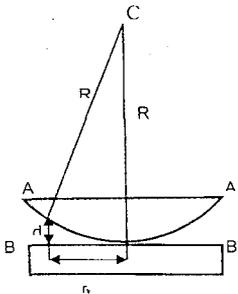


Рис. 4.1

Дано: $n = 1,33$; $\lambda = 500$ нм; $k = 3$.

Найти: d .

Решение. Для решения задачи воспользуемся соотношением для разности хода $\Delta = 2dn + \lambda/2$ и его выражением с другой стороны (см. рис. 1.4) $\Delta = r_k^2/R + \lambda/2$.

Приравняв правые части, получим уравнение $2dn + \lambda/2 = r_k^2/R + \lambda/2$.

Решаем его относительно d , используя формулу $r_k^2 = R\lambda(k - 1/2)$.

$$\text{Получим } d = \frac{\lambda(k - 1/2)}{2n}.$$

Подставляя числовые значения, производим математический расчет:

$$d = \frac{2,5\lambda}{2n} = \frac{2,5 \cdot 500}{2 \cdot 1,33} = 470 \text{ нм}.$$

1.5. Задачи для самостоятельного решения

1. Рассчитать интерференционную картину от двух когерентных источников, расположенных на расстоянии $d = 5$ мм друг от друга и на расстоянии $L = 6$ мм от экрана. Длина волны источников в вакууме $\lambda = 5 \cdot 10^{-7}$ м. Определить также положение на экране пятого максимума и расстояние между соседними максимумами. Среда — воздух.

2. Расстояние между двумя щелями в опыте Юнга $d = 0,5$ мм ($\lambda = 0,6$ мкм). Определить расстояние от щелей до экрана, если ширина интерференционных полос равна 1,2 мм.

3. Расстояние между когерентными источниками $d = 0,9$ мм. Источники, испускающие монохроматический свет с длиной волны $\lambda = 640$ нм, расположены на расстоянии $L = 3,5$ м от экрана. Определить число светлых полос, располагающихся на 1 см длины экрана.

4. Экран освещается двумя точечными когерентными источниками, колеблющимися в одной фазе и находящимися на расстоянии 0,5 мм друг от друга. Источники дают монохроматическое излучение с длиной волны $\lambda = 0,5$ мкм. Расстояние от плоскости источников света до экрана 1,5 м. Определить расстояние первого и второго интерференционных максимумов от центрального максимума; расстояние между двумя соседними максимумами.

5. На пленку толщиной 0,16 мкм под углом 30° падает белый свет. Определить показатель преломления пленки, если в проходящем свете пленка кажется фиолетовой. Длина волны фиолетовых лучей 0,4 мкм. Принять $k = 1$. Из какого вещества сделана пленка?

6. В просветленной оптике для устранения отражения света на поверхность линзы наносится тонкая пленка вещества с показателем преломления 1,26, меньшим, чем у стекла. При какой минимальной толщине пленки отражение света от линзы не будет наблюдаться? Длина волны падающего света 0,55 мкм, угол падения — 30° .

7. Пучок параллельных лучей монохроматического света ($\lambda = 0,7$ мкм) падает на мыльную пленку ($n = 1,33$) под углом 45° . При какой наименьшей

толщине пленки отраженные лучи будут: а) максимально ослаблены вследствие интерференции; б) максимально усилены?

8. Поверхности стеклянного клина ($n = 1,5$) образуют между собой угол $\alpha = 0,1'$. На клин падает нормально к его поверхности пучок монохроматических лучей с длиной волны $\lambda = 0,5$ мкм. Найти расстояние между полосами.

9. На стеклянный клин ($n = 1,5$) нормально падает монохроматический свет ($\lambda = 698$ нм). Определить угол между поверхностями клина, если расстояние между двумя соседними интерференционными минимумами в отраженном свете равно 2 мм.

10. На стеклянный клин ($n = 1,5$) нормально падает монохроматический свет. Угол клина равен $4'$. Определить длину световой волны, если расстояние между двумя соседними интерференционными максимумами в отраженном свете равно 0,2 мм.

11. Мыльная пленка, расположенная вертикально, образует клин вследствие стекания жидкости. Наблюдая интерференционные полосы в отраженном свете гелий-неонового лазера ($\lambda = 0,63$ мкм), находим, что расстояние между пятью полосами равно 1,5 см. Определить преломляющий угол клина. Свет падает на поверхность пленки перпендикулярно. Считать, что показатель преломления пленки $n = 1,33$.

12. На плоской стеклянной поверхности лежит плосковыпуклая линза, радиус кривизны которой равен R . Между линзой и плоскостью образуется воздушная прослойка. Найти вид кривых равной толщины, возникающих при отражениях от поверхностей, ограничивающих воздушную прослойку. Свет считать падающим на линзу нормально.

13. В установке для получения колец Ньютона пространство между линзой (показатель преломления $n_1 = 1,55$) и плоской прозрачной пластиной (показатель преломления $n_3 = 1,50$) заполнено жидкостью с показателем преломления $n_2 = 1,60$. Установка облучается монохроматическим светом $\lambda = 6 \cdot 10^{-7}$ м, падающим нормально на плоскую поверхность линзы. Найти радиус кривизны линзы, если радиус четвертого светлого кольца в проходящем свете 1 мм. Рассмотреть случай отраженного света и воздушного зазора.

14. Плосковыпуклая линза с показателем преломления $n = 1,6$ выпуклой стороной лежит на стеклянной пластинке. Радиус третьего светлого кольца в отраженном свете ($\lambda = 0,6$ мкм) равен 0,9 мм. Определить фокусное расстояние линзы.

15. Установка для наблюдения колец Ньютона освещается монохроматическим светом, падающим нормально. При заполнении пространства между линзой и стеклянной пластинкой прозрачной жидкостью радиусы темных колец в отраженном свете уменьшились в 1,21 раза. Определить показатель преломления жидкости.

Тема 2. Дифракция света

2.1. Цель

Освоить методику расчета дифракционной картины для различных случаев: дифракция на отверстии; дифракция на решетке.

2.2. Методические рекомендации

Для более полного усвоения материала предварительно необходимо изучить соответствующие темы по учебникам: [1, с. 252–299; 2, с. 322–342; 3, с. 83–102; 6, с. 392–400; 7, с. 109–127; 8, с. 107, 330–334, 341–345].

Явление дифракции, так же как и явление интерференции, подтверждает волновую природу света. Дифракция света всегда сопровождается интерференцией дифрагированных лучей. Дифракцией будем называть процесс отклонения света от прямолинейного распространения в однородной среде, когда свет, огибая препятствия, заходит в область геометрической тени.

В основе решения задач по дифракции лежит принцип Гюйгенса-Френеля и метод зон Френеля. Результат интерференции оценивается по количеству зон, укладывающихся на открытой части волнового фронта: при четном числе зон в точке наблюдения имеет место минимум освещенности, при нечетном числе зон – максимум освещенности.

Вспомним, что, согласно принципу Гюйгенса, положение волнового фронта в последующие моменты времени определяется как огибающая элементарных сферических волн, излучаемых каждой точкой, до которой дошел фронт в данный момент времени (иначе: каждую точку фронта волны можно рассматривать как самостоятельный источник колебаний). Никакой интерференции между этими сферическими волнами Гюйгенс не учитывал, да и вообще не принимал во внимание фазовых соотношений. Поэтому принцип Гюйгенса в его первоначальной форме не мог служить основой волновой оптики. Только после принципиальных

дополнений Френеля оказалось возможным применить его для истолкования дифракции.

По Френелю волновое возмущение в любой точке пространства можно рассматривать как результат интерференции вторичных волн от фиктивных источников, на которые разбивается волновой фронт. Френель впервые высказал предположение, что эти фиктивные источники когерентны и поэтому могут интерферировать в любой точке пространства, в результате чего элементарные волны могут гасить или усиливать друг друга. Учет амплитуд и фаз вторичных волн позволяет найти амплитуду результирующей волны в любой точке пространства, т.е. определить закономерности распространения света.

Широкое распространение при решении практических задач получил метод зон Френеля. Он заключается в том, что волновую поверхность падающей волны в месте расположения преграды разбивают на кольцевые зоны (зоны Френеля) по следующему правилу: расстояния от краев соседних зон до точки наблюдения должны отличаться на $\lambda/2$.

Поэтому колебания, приходящие в точку наблюдения от соответствующих точек соседних зон, будут отличаться по фазе на π . Вследствие интерференции такие колебания ослабляют друг друга.

Различают дифракцию сферических волн (дифракция Френеля) и дифракцию плоских волн (дифракция Фраунгофера). Принципиальной разницы между ними не существует, но методы наблюдения дифракционной картины различны. При решении задач по дифракции Френеля следует помнить, что в формуле для определения радиуса k -й зоны Френеля

$$r_k = \sqrt{\frac{ab}{a+b} k\lambda}, \quad (2.1)$$

число k – это номер зоны, а не порядок наблюдаемого дифракционного максимума (или минимума); a и b – соответственно расстояния диафрагмы с круглым отверстием от точечного источника и от экрана, на котором наблюдается дифракционная картина.

При дифракции в параллельных лучах (на прямоугольной щели, дифракционной решетке) результат дифракции зависит от угла наблюдения ϕ и описывается формулами для минимума дифракции в случае одной щели

$$a \sin \varphi = \pm k \lambda; \quad (k = 1, 2, 3 \dots) \quad (2.2)$$

и максимума дифракции

$$a \sin \varphi = \pm (2k + 1) \lambda / 2, \quad (2.3)$$

где a – ширина щели, $k = 1, 2, 3 \dots$

В случае множества щелей (дифракционная решетка) вид дифракционной картины существенно меняется. Кроме дифракции на каждой отдельной щели световые пучки от различных щелей тоже интерферируют между собой. Характер дифракционной картины определяется формулами:

$$d \sin \varphi = \pm 2m \frac{\lambda}{2}, \quad (m = 0, 1, 2, 3 \dots) \text{ для максимума дифракции,} \quad (2.4)$$

$$d \sin \varphi = \pm m' \frac{\lambda}{N}, \quad (m' = 1, 2, 3 \dots, \text{ кроме } 0, N, 2N, \dots), \quad (2.5)$$

где d – период дифракционной решетки, N – число штрихов решетки).

2.3. Контрольные вопросы

1. Что называется дифракцией света? При каких условиях ее можно наблюдать?
2. В чем заключается принцип Гюйгенса-Френеля?
3. Какие виды дифракции вы знаете?
4. Каким образом возникают и чем характерны зоны Френеля?
5. Как определяется распределение интенсивности света в случае дифракции в параллельных лучах на одной щели и на дифракционной решетке?
6. Обоснуйте условия дифракционных максимумов и минимумов при дифракции света на одной щели.
7. Чем отличаются дифракционные картины от многих щелей и от одной щели?

8. Как устроена дифракционная решетка? Что такое постоянная дифракционной решетки?

9. Как влияет число щелей дифракционной решетки при неизменном периоде на дифракционную картину?

10. Что называется разрешающей способностью дифракционной решетки? Как она зависит от числа щелей в решетке?

11. Что такое угловая и линейная дисперсия дифракционной решетки?

2.4. Примеры решения задач

Задача 1. Сферическая волна радиусом 40 м падает на круглое отверстие. Найти радиус отверстия, если на расстоянии 12 м от полюса волны наблюдается шестой минимум освещенности. Длина волны $\lambda = 4,68 \cdot 10^{-7}$ м.

Д а н о : $a = 40$ м; $b = 12$ м; $\lambda = 4,68 \cdot 10^{-7}$ м.

Н а й т и : r_k .

Р е ш е н и е. Минимум освещенности определяется четным количеством зон Френеля. Поэтому шестой по счету минимум определяет 12 зон, то есть $k = 12$.

$$r_k = \sqrt{\frac{ab}{a+b} k \lambda}; \quad r_k = \sqrt{\frac{12 \cdot 4,68 \cdot 10^{-7} \cdot 40 \cdot 12}{40+12}} = 7,2 \cdot 10^{-3} \text{ (м)}.$$

Задача 2. На щель шириной $a = 0.1$ мм нормально падает параллельный пучок света от монохроматического источника ($\lambda = 0,6$ мкм). Определить ширину центрального максимума в дифракционной картине, проецируемой с помощью линзы на расстоянии 1 м.

Д а н о : $a = 0.1$ мм = $0.1 \cdot 10^{-3}$ м; $\lambda = 0,6$ мкм = $6 \cdot 10^{-7}$ м; $L = 1$ м.

Н а й т и : l .

Р е ш е н и е. Центральный максимум интенсивности света занимает область между ближайшими от него справа и слева минимумами интенсивности. Поэтому ширину центрального максимума интенсивно-

сти прием равной расстоянию между этими двумя минимумами (см. рис. 2.1).

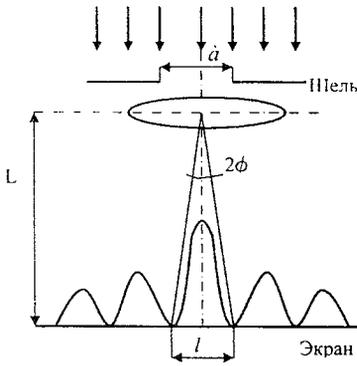


Рис. 2.1.

Минимумы интенсивности света при дифракции от одной щели наблюдаются под углами ϕ , определяемыми условием

$$a \sin \phi = \pm k \lambda, \quad (1)$$

где k – порядок минимума, в нашем случае равен единицы.

Расстояние между двумя минимумами на экране определим по чертежу: $l = 2L \operatorname{tg} \phi$. Так как при малых углах $\operatorname{tg} \phi \approx \sin \phi$, перепишем эту формулу в виде:

муду в виде:

$$l = 2L \sin \phi. \quad (2)$$

Выразим $\sin \phi$ из формулы (1) и подставим его в (2):

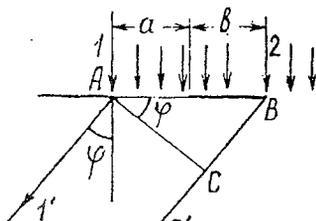
$$l = 2L k \lambda / a. \quad (3)$$

$$l = 2 \cdot 1 \cdot 16 \cdot 10^{-7} / 0,1 \cdot 10^{-3} = 1,2 \cdot 10^{-2} \text{ м} = 1,2 \text{ см.}$$

Задача 3. Дифракционная решетка содержит 250 штрихов на каждый миллиметр. На решетку нормально падает монохроматический свет с длиной волны 0,454 мкм. Определить наибольший порядок максимума $K_{\text{макс}}$ и общее число главных максимумов K в дифракционной решетке.

Д а н о : $N = 250$ штр./мм; $\lambda = 0,454$ мкм.

Н а й т и : $K_{\text{макс}}$; K .



Р е ш е н и е. При падении на решетку пучка параллельных лучей, перпендикулярных плоскости решетки, т.е. при падении плоской волны, в любую точку на экране будет попадать ряд пучков лучей, идущих

Максимальный порядок k для $\lambda_1 = 589,00$ нм может быть вычислен по формуле (1) с учетом, что максимальный угол отклонения лучей решеткой не может превышать 90° . Тогда $k = d \sin \phi / \lambda$ и, следовательно,

$$K \leq 1,33 \cdot 10^{-6} / 5,89 \cdot 10^{-7} = 2,25.$$

Таким образом, максимальный порядок $k_{\text{макс}} = 2$.

б) Угловая дисперсия определяется выражением:

$$D_\phi = d\phi / d\lambda = k / d \cos \phi. \quad (2)$$

Линия натрия во втором порядке наблюдается при $\sin \phi = 2\lambda/d$.

$$\sin \phi = \frac{2 \cdot 589 \cdot 10^{-9}}{1,33 \cdot 10^{-6}} = 0,886, \quad \text{поэтому}$$

$$\cos \phi = \sqrt{1 - \sin^2 \phi} = 0,464.$$

Тогда из (2) получаем: $D_\phi = 2 / 1,33 \cdot 10^{-6} \cdot 0,464 = 3,24 \cdot 10^{-3}$ рад/нм.

Или, переходя к градусной мере, $D_\phi = 0,186$ град/нм.

в) Для разрешения двух линий натрия необходима разрешающая способность решетки $R = \lambda / \Delta\lambda$; $R = 589 \text{ нм} / 0,59 \text{ нм} = 1000$.

Чтобы достичь ее, полное число штрихов N' , исходя из соотношения $R = k N'$, должно быть равно $N' = R / k$; $N' = 1000 / 2 = 500$.

Ширина решетки может быть определена по формуле

$$t = N' / N = 500 \cdot 10^{-2} / 7500 = 6,67 \cdot 10^{-4} \text{ м.}$$

Типичные дифракционные решетки имеют ширину несколько сантиметров и поэтому легко разрешают желтые линии натрия.

2.5. Задачи для самостоятельного решения

1. На дифракционную щель, ширина которой равна 0,01 мм, нормально падает монохроматический свет с длиной волны 0,6563 мкм. Как отличаются углы отклонения лучей, соответствующие максимумам первого и второго порядков?

2. Точечный источник света ($\lambda = 0,5$ мкм) расположен на расстоянии 1 м перед диафрагмой с круглым отверстием диаметром 2 мм. Определить

расстояние от диафрагмы до точки наблюдения, если отверстие открывает три зоны Френеля.

3. Определить радиус третьей зоны Френеля для случая плоской волны. Расстояние от волновой поверхности до точки наблюдения равно 1,5 м. Длина волны $\lambda = 0,6$ мкм.

4. Определить радиус четвертой зоны Френеля, если радиус второй зоны Френеля для плоского волнового фронта равен 2 мм.

5. Дифракция наблюдается на расстоянии 1 м от точечного источника монохроматического света ($\lambda = 0,5$ мкм). Посередине между источником света и экраном находится диафрагма с круглым отверстием. Определить радиус отверстия, при котором центр дифракционных колец на экране является наиболее темным.

6. На щель шириной 0,1 мм падает нормально монохроматический свет с длиной волны $\lambda = 0,5$ мкм. Дифракционная картина наблюдается на экране, расположенном параллельно щели. Определить расстояние от щели до экрана, если ширина центрального дифракционного максимума 1 см.

7. На дифракционную решетку нормально падает монохроматический свет с длиной волны $\lambda = 600$ нм. Определить наибольший порядок спектра, полученный с помощью этой решетки, если ее постоянная $d = 2$ мкм.

8. Монохроматический свет нормально падает на дифракционную решетку. Определить угол дифракции, соответствующий максимуму четвертого порядка, если максимум третьего порядка отклонен на $\phi_1 = 18^\circ$.

9. На дифракционную решетку нормально падает пучок света от разрядной трубки. Чему должна быть равна постоянная дифракционной решетки, чтобы в направлении $\phi = 41^\circ$ совпадали максимумы двух линий: $\lambda_1 = 0,6563$ мкм и $\lambda_2 = 0,4102$ мкм?

10. Дифракционная решетка имеет 2000 штрихов на сантиметр. На ее поверхность нормально падает пучок света от лазера, активным элементом в котором является рубин ($\lambda = 0,6943$ мкм). Определить: 1) направление максимума в спектре первого порядка; 2) сколько всего максимумов дает данная дифракционная решетка.

11. Определить разрешающую способность дифракционной решетки в спектре k -го порядка, если решетка имеет N щелей.

12. Чему должна быть равна постоянная дифракционной решетки шириной 2,5 см, чтобы в первом порядке был разрешен дублет натрия $\lambda_1 = 0,589$ мкм и $\lambda_2 = 0,5896$ мкм?

13. Дифракционная решетка содержит 600 штрихов на миллиметр. Чему равна угловая дисперсия решетки для волны 668 нм в спектре первого порядка?

14. Определить постоянную дифракционной решетки, если она в первом порядке разрешает две спектральные линии калия ($\lambda_1 = 578$ нм и $\lambda_2 = 580$ нм). Длина решетки $l = 1$ см.

15. Определить длину волны, для которой дифракционная решетка с постоянной $d = 3$ мкм в спектре второго порядка имеет угловую дисперсию $D_\varphi = 7 \cdot 10^5$ рад/м.

16. Угловая дисперсия дифракционной решетки для $\lambda = 500$ нм в спектре второго порядка равна $4,08 \cdot 10^5$ рад/м. Определить постоянную дифракционной решетки.

Тема 3. Поляризация света

3.1. Цель

Уяснить сущность понятия поляризации. Научиться применять на практике основные соотношения, описывающие указанные явления волновой оптики. На примере конкретных задач глубже разобраться в сущности изложенных в лекционном курсе явлений.

3.2. Методические рекомендации

При решении задач по данной теме следует ясно представлять сущность волновых свойств света. Для этого следует ознакомиться со следующим учебным материалом: [1, с. 166–184; 2, с. 342–351; 3, с. 109–132; 6, с. 400–410; 7, с. 151–180; 8 с. 358–376].

В явлении поляризации особое внимание необходимо обратить на такие понятия, как неполяризованная световая волна (естественный свет), частично и полностью поляризованная волна, плоскость поляризации, поляризатор. Электромагнитная световая волна – это поперечная волна, в которой переменные электрическое и магнитное поля распространяются в пространстве и изменяются со временем по гармоническому закону, причем векторы напряженности электрического поля \vec{E} и магнитной индукции \vec{B} совершают колебания в двух взаимно перпендикулярных направлениях и одновременно

перпендикулярных направлениях распространяются. Необходимо учесть, что естественные источники света содержат огромное число атомов и молекул, возбужденных по-разному. Одинаково возбужденные атомы и молекулы излучают свет одной и той же частоты, но с самыми различными начальными фазами и различной ориентацией плоскости колебаний в пространстве. В таком луче вектор \vec{E} (а, следовательно, и \vec{D}) в каждой точке непрерывно и хаотически меняет свое направление в плоскости, перпендикулярной лучу. Такой луч света называется естественным или неполяризованным. Если же можно указать закон, по которому меняется положение плоскости колебаний в пространстве, то такой свет будет поляризованным. Наиболее простой пример – плоскополяризованный свет, в котором вектор \vec{E} все время во всех точках луча находится в одной и той же плоскости.

Естественный свет можно преобразовать в поляризованный, используя так называемые поляризаторы, пропускающие колебания только определенного направления. В качестве поляризаторов используют среды, анизотропные в отношении колебаний \vec{E} . Поляризация естественного света может также возникнуть при отражении и преломлении на границе раздела двух диэлектриков, при двойном лучепреломлении. Степень поляризации световой волны определяется выражением:

$$P = (I_{\max} - I_{\min}) / (I_{\max} + I_{\min}), \quad (3.1)$$

где I_{\max} , I_{\min} – соответственно максимальная и минимальная интенсивности частично поляризованного света.

Если на пути плоскополяризованного света с интенсивностью I_0 поставить второй поляризатор под углом ψ к первому, то интенсивность света, прошедшего через него, меняется в зависимости от угла ψ по закону Малюса:

$$I = I_0 \cos^2 \psi. \quad (3.2)$$

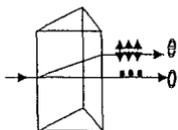
При падении естественного света на границу раздела двух диэлектриков, отраженный и преломленный лучи являются частично поляризованными. При этом в отраженном луче преобладают колебания, перпендикулярные плоскости падения, а в преломленном – колебания, лежащие в плоскости падения. Наибольшая степень поляризации прелом-

ленного луча достигается при угле падения, равном углу Брюстера, который определяется соотношением:

$$\operatorname{tg} \theta = n_{12}, \quad (3.3)$$

где n_{12} – показатель преломления второй среды относительно первой.

Двойное лучепреломление – это способность прозрачных кристаллов раздваивать каждый падающий на них световой пучок; о-лучи и е-лучи плоскополяризованы во взаимно перпендикулярных плоскостях. о-луч (называется обыкновенным) распространяется по всем направлениям кристалла с одинаковой скоростью $v_o = c/n_o$. Показатель преломления n_o для него есть величина постоянная. е-лучи (называются необыкновенными) распространяются по разным направле-



ниям с разными скоростями $v_e = c/n_e$. Показатель преломления n_e необыкновенного луча является переменной величиной, зависящей от направления луча. Явление двойного лучепреломления используется при изготовлении поляризационных приспособлений: поляризационных призм, поляроидов.

3.3. Контрольные вопросы

1. Что собой представляет естественный свет?
2. Чем отличается естественный свет от поляризованного?
3. При каком условии отраженный луч будет полностью поляризованным?
4. Объясните закон Малюса.
5. Опишите явление поляризации света при отражении.
6. Сформулируйте закон Брюстера.
7. В чем заключается явление двойного лучепреломления? Какой луч называется обыкновенным и какой необыкновенным?
8. Что такое призма Николя? Каково ее устройство и принцип действия?

9. Объясните механизм вращения плоскости поляризации при прохождении плоскополяризованного луча света через оптически активное вещество.

10. От чего зависит угол поворота плоскости поляризации света в оптически активных кристаллах?

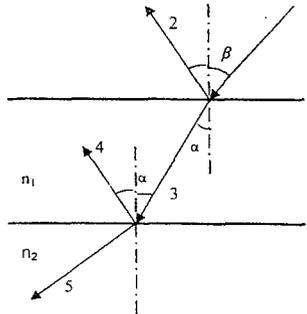
3.4. Примеры решения задач

Задача 1. Под каким углом должен падать пучок света из воздуха на поверхность жидкости, чтобы при отражении от дна стеклянного сосуда ($n_1 = 1,5$), наполненного водой ($n_2 = 1,33$), свет был полностью поляризован?

Д а н о : $n_1 = 1,5$; $n_2 = 1,33$.

Н а й т и : β .

Р е ш е н и е. На границу воздух-вода падает естественный свет (1) под углом β . Здесь он частично отражается (2), частично преломляется (3). Пучки лучей 2 и 3 света частично поляризованы: в пучке 2 световой вектор преимущественно лежит в плоскости, перпендикулярной плоскости падения, в пучке 3 – в плоскости падения. По закону преломления $\sin\beta = n_1 \sin\alpha$.



На границу вода-стекло свет падает частично поляризованным под углом α . Здесь он частично отражается (4), частично преломляется (5).

Для того, чтобы отраженный лучок (4) был полностью поляризован, необходимым условием согласно закона Брюстера является $\text{tg } \alpha = n_1 / n_2$.

Отсюда $\alpha = \text{arctg} (n_1 / n_2)$.

Тогда $\beta = \arcsin [n_1 \sin(\text{arctg} (n_1 / n_2))] = 84^\circ$.

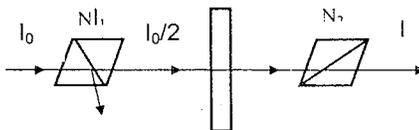
0

Задача 2. Пластинка кварца толщиной 2 мм (удельное вращение кварца 15 град/мм), вырезанная перпендикулярно оптической оси, помещена между двумя скрещенными николями. Пренебрегая потерями света в николях, определить, во сколько раз уменьшится интенсивность света, прошедшего эту систему.

Дано: $d = 2 \text{ мм} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ м}$; $\alpha = 15 \text{ град/мм}$.

Найти: I_0 / I .

Решение. Естественный свет, проходя через первый николю, вследствие двойного лучепреломления расщепляется на два пучка: обыкновенный (о) и необыкновенный (е). Оба пучка одинаковы по интенсивности и поляризованы полностью, но во взаимно перпендикулярных плоскостях. Из первого николя выходит необыкновенный (е) луч света с интенсивностью $I_0/2$ (обыкновенный (о) луч претерпевает полное внутреннее отражение).



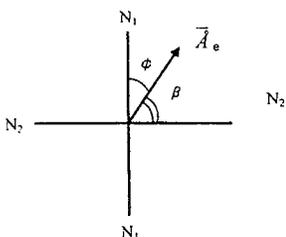
В кварцевой пластинке наблюдается вращение плоскости поляризации необыкновенного луча на угол $\phi = \alpha d = 30^\circ$.

Электрический вектор \vec{A}_e луча, падающего на николю N_2 , после прохождения пластинки составляет с его направлением пропускания угол $\beta = 90^\circ - \phi = 60^\circ$.

Согласно закону Малюса, интенсивность прошедшего через николю N_2 света $I = I_0 \cos^2 \beta / 2$.

Следовательно, $I_0 / I = 2 / \cos^2 \beta$.

Вычисляя, получим $I_0 / I = 8$.



Задача 3. Пучок частично поляризованного света рассматривается через николю. Первоначально николю установлен так, что его плоскость пропускания параллельна плоскости колебаний линейно поляризованного света. При повороте николя на угол $\psi = 60^\circ$ интенсивность пропускаемого им света уменьшилась в $k = 2$ раза. Определить отношение I_e / I_n интенсивности естественного и линейно-поляризованного света, составляющих данный частично-поляризованный свет, а также степень поляризации P пучка света.

Дано: $\psi = 60^\circ$; $k = 2$.

Найти: I_e / I_n ; P .

Р е ш е н и е. Отношение интенсивности I_e естественного света к интенсивности I_n поляризованного света найдем из следующих соображений. При первоначальном положении николя он полностью пропустит линейно-поляризованный свет и половину интенсивности естественного света. Общая интенсивность пропущенного при этом света $I_1 = I_n + 1/2 I_e$.

При этом при втором положении николя интенсивность пропущенного поляризованного света определится по закону Малюса, а интенсивность пропущенного естественного света, как и в первом случае, будет равна половине интенсивности естественного света, падающего на николь. Общая интенсивность во втором случае

$$I_2 = I_n \cos^2 \psi + 1/2 I_e.$$

В соответствии с условием задачи $I_1 = k I_2$, или

$$I_n + 1/2 I_e = k(I_n \cos^2 \psi + 1/2 I_e).$$

Подставив сюда значение угла ψ и k и произведя вычисления, получим: $I_e / I_n = 1$, или $I_e = I_n$, т.е. интенсивности естественного и поляризованного света в заданном пучке равны между собой.

Степень поляризации частично-поляризованного света определяется соотношением:

$$P = (I_{\max} - I_{\min}) / (I_{\max} + I_{\min}), \quad (1)$$

где I_{\max} и I_{\min} – соответственно максимальная и минимальная интенсивности света, пропущенного через николь.

Максимальная интенсивность $I_{\max} = I_1 = I_n + 1/2 I_e$, или, учитывая, что $I_e = I_n$, $I_{\max} = 3/2 I_n$.

Минимальная интенсивность соответствует положению николя, при котором плоскость пропускания его перпендикулярна плоскости колебаний линейно-поляризованного света. При таком положении николя поляризованный свет будет полностью погашен и через николь пройдет только половина естественного света. Общая интенсивность выразится равенством

$$I_{\min} = 1/2 I_e = 1/2 I_n.$$

Подставив найденные выражения I_{\max} и I_{\min} в формулу (1), получим

$$P = (3/2 I_n - 1/2 I_n) / (3/2 I_n + 1/2 I_n) = 1/2.$$

Следовательно, степень поляризации пучка света $P = 1/2$.

Задача 4. При прохождении света через слой 5% сахарного раствора толщиной 15 см плоскость поляризации света повернулась на угол $6,5^\circ$. Каким образом повернет плоскость поляризации 13% раствор с толщиной 12 см?

Д а н о : $C_1 = 5\%$; $l_1 = 15 \text{ см} = 0,15 \text{ м}$; $\psi_1 = 6,5^\circ$; $C_2 = 13\%$; $l_2 = 12 \text{ см} = 0,12 \text{ м}$.

Н а й т и : ψ_2 .

Р е ш е н и е. Следует вспомнить, что некоторые вещества, называемые оптически активными, обладают свойством поворачивать плоскость поляризации при прохождении через них плоско поляризованного луча света. В растворах оптически активных веществ вращение плоскости поляризации пропорционально длине l пути луча и концентрации раствора C .

$$\Psi = \beta C l, \quad (1)$$

где β – постоянная вращения, зависящая от вещества.

Зная ψ_1 , C_1 и l_1 , можно найти β :

$$\beta = \frac{\Psi_1}{C_1 l_1}. \quad (2)$$

Тогда

$$\psi_2 = \beta C_2 l_2 = \frac{\Psi_1}{C_1 l_1} C_2 l_2. \quad (3)$$

Подставляя численные значения в (3), получим: $\psi_2 = 13,5^\circ$.

3.5. Задачи для самостоятельного решения

1. Чему равен показатель преломления стекла, если при отражении от него света отраженный луч будет полностью поляризован при угле преломления 30° ?

2. Естественный свет падает на диэлектрик с показателем преломления 1,54. Найти угол полной поляризации и степень поляризации отраженного и преломленного света для этого угла падения.

3. Пучок естественного света падает на полированную поверхность стеклянной пластины, погруженной в жидкость. Отраженный от пластины пучок света составляет угол 97° с падающим пучком. Определить показатель преломления жидкости, если отраженный свет полностью поляризован.

4. Степень поляризации частично поляризованного света составляет 0,75. Определить отношение максимальной интенсивности света, пропускаемого анализатором, к минимальной.

5. Два николя расположены так, что угол между их плоскостями пропускания равен 60° . Определить: 1) во сколько раз уменьшится интенсивность света при прохождении через один николь; 2) во сколько раз уменьшится интенсивность света при прохождении через оба николя? При прохождении каждого из николей потери на отражение и поглощение света составляют 5%.

6. Какой угол образуют плоскости поляризации двух николей, если свет, вышедший из второго николя, был ослаблен в 10 раз? Как поляризатор, так и анализатор поглощают 10% падающего на них света.

7. Интенсивность естественного света, прошедшего через два николя, уменьшилась в 8 раз. Пренебрегая поглощением света, определить угол между главными плоскостями николей.

8. Пучок естественного света падает на стеклянную призму с углом 30° . Определить показатель преломления стекла, если отраженный луч является плоскополяризованным.

9. Предельный угол полного отражения для пучка света на границе кристалла каменной соли с воздухом равен $40,5^\circ$. Определить угол Брюстера при падении света из воздуха на поверхность этого кристалла.

10. Параллельный пучок света падает нормально на пластинку из исландского шпата, толщиной 50 мкм, вырезанную параллельно оптической оси. Принимая показатели преломления исландского шпата для обычно-

венного и необыкновенного лучей соответственно $n_o = 1,66$ и $n_e = 1,49$, определить разность хода этих лучей, прошедших через пластинку.

11. Кристаллическая пластинка из исландского шпата с наименьшей толщиной $0,86$ мкм служит пластинкой в четверть волны для $\lambda = 0,59$ мкм. Определить разность показателей преломления обыкновенного и необыкновенного лучей.

12. Определить толщину кварцевой пластинки, для которой угол поворота плоскости поляризации монохроматического света определенной длины волны 180° . Удельное вращение в кварце для данной длины волны $0,52$ рад/мм.

13. Пластинка кварца толщиной $d_1 = 2$ мм, вырезанная перпендикулярно оптической оси кристалла, поворачивает плоскость поляризации монохроматического света определенной длины волны на угол $\phi_1 = 30^\circ$. Определить толщину d_2 кварцевой пластинки, помещенной между параллельными николями, чтобы данный монохроматический свет гасился полностью.

14. Определить массовую концентрацию сахарного раствора, если при прохождении света через трубку длиной 20 см с этим раствором плоскость поляризации света поворачивается на угол 10° . Удельное вращение сахара равно $1,17 \cdot 10^{-2}$ рад m^2/kg .

15. Раствор глюкозы с массовой концентрацией $0,21$ г/см³, находящийся в стеклянной трубке, поворачивает плоскость поляризации монохроматического света, проходящего через раствор, на угол 24° . Определить массовую концентрацию глюкозы в другом растворе в трубке такой же длины, если он поворачивает плоскость поляризации на угол 18° .

Тема 4. Распространение света в веществе. Дисперсия света. Поглощение света

4.1. Цель

Уяснить сущность электронной теории явления дисперсии света, понять отличие нормальной дисперсии от аномальной. Четко представлять такие понятия, как фазовая и групповая скорости. Изучить механизм поглощения света.

4.2. Методические рекомендации

При подготовке к решению задач по этому разделу следует ознакомиться со следующим учебным материалом: [2, с. 342–351; 3, с. 109–132; 6, с. 400–410; 7, с. 184–206; 8 с. 358–376]. Особое внимание студенты должны уделить таким понятиям, как закон дисперсии, групповая и фазовая скорости, волновой пакет и его ширина, нормальная и аномальная дисперсии.

Дисперсией света называется зависимость показателя преломления n от частоты ν (длины волны λ) света.

Следствием дисперсии является разложение в спектр пучка белого света при прохождении его через призму. Надо помнить, что дисперсия проявляется лишь при распространении монохроматических волн.

Величина $D = \frac{dn}{d\lambda}$ называется дисперсией вещества. Для всех прозрачных веществ показатель преломления уменьшается с увеличением длины волны: $\frac{dn}{d\lambda} < 0$. Такая дисперсия называется нормальной. Вблизи линий и полос сильного поглощения ход кривой $n(\lambda)$ – кривой дисперсии – обратный: $\frac{dn}{d\lambda} > 0$. Такая дисперсия называется аномальной.

Электронная теория дисперсии Лоренца рассматривает дисперсию света как результат взаимодействия электромагнитных волн с заряженными частицами, входящими в состав вещества и совершающими вынужденные колебания в переменном электромагнитном поле волны.

Абсолютный показатель преломления среды (в оптической области спектра для всех веществ) $n = \sqrt{\epsilon}$, где ϵ - диэлектрическая проницаемость среды. Согласно теории Лоренца, дисперсия света – следствие зависимости ϵ от частоты световых волн.

Электронная теория дисперсии дает следующую зависимость показателя преломления от частоты ω колебаний вектора \vec{A} :

$$n^2 = 1 + \frac{Ne^2}{\epsilon_0 m} \cdot \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2}, \quad (4.1)$$

где ϵ_0 – электрическая постоянная, N – концентрация электронов, e и m – соответственно заряд и масса электрона, ω_0 – собственная частота колебаний электронов среды.

Благодаря дисперсионным влияниям среды понятие скорости света существенно усложняется. Если в вакууме скорости световых волн разных частот одинаковые, то в среде они для разных частот будут разные. Возникает необходимость различать фазовую и групповую скорости.

Скорость перемещения заданной фазы волны в любом направлении называется фазовой скоростью. Например, $v = \frac{dx}{dt}$ есть скорость перемещения заданной фазы волны в направлении оси Ox .

В реальных условиях получить строго монохроматическую световую волну невозможно. Выделяя пучок монохроматического света, фактически мы имеем дело с пучком волн с близкими, однако все же разными частотами. Скорость передачи энергии, а, следовательно, и скорость перемещения максимума амплитуды светового пучка называют групповой скоростью. Групповая скорость определяется выражением:

$$u = \frac{d\omega}{dk}, \quad (4.2)$$

где $k = \frac{\omega}{v}$ – волновое число.

Связь между групповой и фазовой скоростями света задается следующими выражениями:

$$u = v - \lambda \frac{dv}{d\lambda}; \quad u = v \left(1 + \frac{\lambda}{n} \cdot \frac{dn}{d\lambda} \right). \quad (4.3)$$

Следует помнить, что групповая скорость никогда не может превышать скорость света в вакууме.

Перед тем, как решать задачи на поглощение, необходимо изучить механизм этого явления, выяснить, от чего зависит коэффициент поглощения, ознакомиться со спектрами поглощения.

Поглощением света называется явление уменьшения энергии световой волны при ее распространении в веществе вследствие преобразования энергии волны в другие виды энергии (внутреннюю энергию вещества, энергию вторичного излучения в других направлениях и другого спектрального состава и др.). В результате поглощения интенсивность света при прохождении через вещество уменьшается (закон Бугера):

$$I = I_0 e^{-\alpha x} \quad (4.4)$$

Здесь I и I_0 – интенсивности плоской монохроматической волны на выходе и входе слоя поглощающего вещества толщиной x , α — коэффициент поглощения, зависящий от длины волны света, химической природы и состояния вещества и не зависящий от интенсивности света.

4.3. Контрольные вопросы

1. Какое явление называется дисперсией света?
2. Чем отличается нормальная дисперсия от аномальной?
3. По каким признакам можно отличить спектры, полученные с помощью призмы и дифракционной решетки?
4. В чем заключаются основные положения и выводы электронной теории дисперсии света?
5. Что называется фазовой и групповой скоростью?
6. Каким соотношением связаны групповая и фазовая скорости?
7. Почему металлы сильно поглощают свет?
8. Каков смысл коэффициента поглощения? От чего он зависит?
9. Когда возникает излучение Вавилова-Черенкова?

4.4. Примеры решения задач

Задача 1. Показатель преломления воздуха в нормальных условиях для желтой линии натрия ($\lambda = 5893 \cdot 10^{-10}$ м) $n_1 = 1,0002918$. Определить показатель преломления воздуха при давлении $3 \cdot 10^6$ Па и температуре 30°C .

Д а н о : $P_1 = 10^5$ Па; $T_1 = 273$ К; $P_2 = 3 \cdot 10^6$ Па; $T_2 = 303$ К; $n_1 = 1,0002918$; $\lambda = 5893 \cdot 10^{-10}$ м.

Н а й т и : n_2

Р е ш е н и е. Анализ входящих в соотношение (4.1) для n величин показывает, что изменение температуры и давления может повлиять только на концентрацию электронов, т.к. другие величины от температуры не зависят.

Полагая, что концентрация электронов прямо пропорциональна концентрации молекул или массе единицы объема вещества (плотности), можно записать:

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{\rho_1}{\rho_2}.$$

Отношение $\frac{\rho_1}{\rho_2}$ определим из системы уравнений Клапейрона-Менделеева для двух состояний газа:

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = \left(\frac{P_1 M}{R T_1} \right) / \left(\frac{P_2 M}{R T_2} \right) = \frac{P_1 T_2}{P_2 T_1}. \quad (4.3)$$

Искомую величину n_2 найдем из выражения (4.1), записав его для двух состояний газа:

$$n_1^2 = 1 + \frac{N_1 e^2}{\epsilon_0 m} \cdot \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2}; \quad n_2^2 = 1 + \frac{N_2 e^2}{\epsilon_0 m} \cdot \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2}.$$

Преобразуем эти соотношения к виду: $(n_1^2 - 1)/(n_2^2 - 1) = P_1 T_2 / P_2 T_1$.

Разрешая полученное выражение относительно n_2 , находим:

$$n_2 = \sqrt{\left((n_1^2 - 1) P_2 T_1 / P_1 T_2 + 1 \right)}.$$

Вычисления дают: $n_2 = 1,00793$.

Задача 2. На стеклянную призму с преломляющим углом $\theta = 50^\circ$ падает под углом $i_1 = 30^\circ$ луч света. Определить угол отклонения луча призмой, если показатель преломления стекла равен 1,56.

Дано: $\theta = 50^\circ$; $i_1 = 30^\circ$; $n = 1,56$.

Найти: β .

Решение. Из рисунка видно, что угол отклонения

$$\beta = \gamma + \gamma' \quad (1)$$

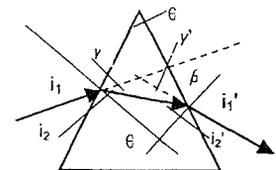
Углы γ и γ' просто выражаются через углы i_1, i_2, i_1', i_2' , которые будем последовательно вычислять:

1) из закона преломления $\sin i_1 / \sin i_2 = n$ имеем

$$i_2 = \arcsin(\sin i_1 / n) = 18,7^\circ;$$

2) из рисунка следует, что угол падения i_1, i_2' на вторую грань призмы равен

$$i_2' = \theta - i_2 = 31,3^\circ.$$



Угол i_2' меньше предельного ($i_{2' \text{ пред}} = \arcsin 1/n = 39,9^\circ$), поэтому на второй грани луч преломится и выйдет из призмы;

3) так как $\sin i_2' / \sin i_1' = 1/n$, то $i_1' = \arcsin(n \sin i_2') = 54,1^\circ$.

Теперь найдем углы γ и γ' :

$$\gamma = i_1 - i_2 = 11,3^\circ; \quad \gamma' = i_1' - i_2' = 22,8^\circ.$$

$$\text{Тогда } \beta = \gamma + \gamma' = 11,3^\circ + 22,8^\circ = 34,1^\circ.$$

Задача 3. Показатель преломления прозрачного вещества для небольшого интервала длин волн (волнового пакета) вдали от линий поглощения, связан с длиной волны соотношением $n = A + B/\lambda^2$. Определить: а) дисперсию вещества; б) фазовую скорость; в) групповую скорость.

Дано: $n = A + B/\lambda^2$.

Найти: D, v, u .

Решение. Дисперсия D показывает зависимость изменения показателя преломления n от изменения длины волны λ : $D = \frac{dn}{d\lambda}$.

Дифференцируя данную в условии зависимость $n(\lambda)$, получим:

$$D = -2B / \lambda^3.$$

Поскольку $D < 0$, дисперсия нормальная.

Фазовая скорость света в веществе: $v = c/n = c / A + B/\lambda^2$.

Групповая скорость: $u = v - \lambda \frac{dv}{d\lambda}$; $\frac{dv}{d\lambda} = \frac{2\lambda cB}{(A\lambda^2 + B)^2}$.

Тогда

$$u = \frac{c\lambda^2(A\lambda^2 - B)}{(A\lambda^2 + B)^2}.$$

Задача 4. На стеклянную пластинку толщиной 10 см падает по нормали плоская световая волна интенсивностью 100 лм/м². Показатель преломления пластинки для данной длины волны $n = 1,5$; коэффициент поглощения 1,00 м⁻¹. Найти интенсивность света, прошедшего через пластинку.

Д а н о : $d = 10$ см = 0,1 м; $I_0 = 100$ лм/м²; $n = 1,5$; $\alpha = 1,00$ м⁻¹.

Н а й т и : I .

Р е ш е н и е. На границе раздела двух прозрачных сред свет частично отражается. Отношение интенсивности отраженного света к интенсивности падающего света называется коэффициентом отражения ρ . Соответствующий расчет дает, что

$$\rho = \left(\frac{n_{12} - 1}{n_{12} + 1} \right)^2, \quad (1)$$

где $n_{12} = n_2 / n_1$ – показатель преломления второй среды по отношению к первой.

Замена в формуле (1) n_{12} на обратную ему величину $n_{21} = n_1 / n_2$ не изменяет значения ρ . Следовательно, коэффициент отражения поверхности раздела двух данных сред для обоих направлений распространения света имеет одинаковое значение.

Показатель преломления стекол близок к 1,5. Подстановка в формулу (1) значения $n_{12} = 1,5$ дает $\rho = 0,04$. Таким образом, если пластинка находится в воздухе, то при входе в нее и при выходе из нее отражается около 4% светового потока.

На первой границе пластинки отражается волна интенсивности ρI_0 . Следовательно, интенсивность волны, проникшей в пластинку, равна $I' = (1 - \rho) I_0$. Из-за поглощения в пластинке интенсивность волны, упавшей на вторую границу, окажется равной

$$I'' = I' e^{-\alpha d} = (1 - \rho) I_0 e^{-\alpha d}.$$

Часть ρ этой интенсивности отражается в обратном направлении. Поэтому интенсивность волны, вышедшей из пластинки, будет равна

$$(1 - \rho) I'' = (1 - \rho)^2 I_0 e^{-\alpha d}.$$

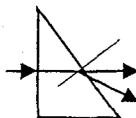
Подставив значение (1) для ρ и произведя преобразования, получим ответ:

$$I = I_0 \left[\frac{4n}{(n+1)^2} \right]^2 e^{-\alpha d} = 100 \left[\frac{4 \cdot 1,5}{(1,5+1)^2} \right]^2 e^{-1,00 \cdot 0,100} = 83 \text{ лм/м}^2.$$

4.5. Задачи для самостоятельного решения

1. Насыщенные пары бензола для света, длина волны которого $\lambda = 5893 \cdot 10^{-10}$ м (желтая линия натрия), при температуре 40°C и давлении 7,6 мм рт. ст. имеют показатель преломления $n_1 = 1,001812$. Чему равен показатель преломления этого газа при температуре 400°C и давлении 60,6 мм рт.ст.?

2. Красный ($n_k = 1,640$) и фиолетовый ($n_{\phi} = 1,690$) лучи света падают в одну точку перпендикулярно грани треугольной стеклянной призмы. На какой угол разойдутся лучи при выходе из призмы? Преломляющий угол призмы 10° .



3. Дисперсия показателя преломления кварца представлена таблицей

λ , нм	589,3	486,1	410,0
n	1,5442	1,5497	1,5565

Найти отношение фазовой и групповой скоростей света вблизи $\lambda = 486,1$ нм.

4. Найти зависимость между групповой скоростью и фазовой скоростью для следующих законов дисперсии: а) $v = a / \sqrt{\lambda}$; б) $v = bk$; в) $v = c/\omega^2$.

5. Коэффициент преломления воды в интервале длин волн от 546 до 589 нм меняется от 1,33447 до 1,33300. Определить среднюю фазовую и среднюю групповую скорости света для этого интервала длин волн.

6. Измерение показателя преломления оптического стекла дало $n_1 = 1,529$ для $\lambda_1 = 0,434$ мкм и $n_2 = 1,523$ для $\lambda_2 = 0,486$ мкм. Вычислить отношение групповой скорости к фазовой для света с длиной волны 0,434 мкм.

7. Найти концентрацию свободных электронов ионосферы, если для радиоволн с частотой 100 МГц ее показатель преломления 0,9.

8. Определить максимальную скорость вынужденных колебаний свободного электрона, если в точке его нахождения радиопередатчик, работающий на частоте 500 кГц, создает поле электромагнитного излучения 10 мВ/см.

9. Определить скорость электронов, при которой черенковское излучение происходит в среде с показателем преломления 1,54 под углом 30° к направлению их движения. Скорость выразить в долях скорости света.

10. При каких значениях кинетической энергии протона будет наблюдаться черенковское излучение, если протон движется с постоянной скоростью в среде с показателем преломления 1,6.

11. Определить коэффициент поглощения некоторого прозрачного вещества, если известно, что интенсивность света при прохождении через это вещество толщиной 4 мм убывает на 12%.

12. При прохождении в некотором веществе пути x интенсивность света уменьшилась в 3 раза. Определить, во сколько раз уменьшится интенсивность света при прохождении пути $2x$.

13. Коэффициент поглощения некоторого вещества для монохроматического света определенной длины волны $0,1 \text{ см}^{-1}$. Определить толщину слоя вещества, которая необходима для ослабления света в 2 раза; в 5 раз. Потери на отражение света не учитывать.

14. Свет падает нормально поочередно на две пластинки, изготовленные из одного и того же вещества, имеющие соответственно толщи-

ны 5 мм и 10 мм. Определить коэффициент поглощения этого вещества, если интенсивность прошедшего света через первую пластинку составляет 82%, а через вторую — 67%.

РЕКОМЕНДОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- Бутиков Е. И. Оптика. — СПб.: Невский Диалект; БХВ-Петербург, 2003, 480 с.
- Грабовский Р. И. Курс физики. — М.: Высшая школа, 1980. — 608 с.
- Детлаф А. А., Яворский Б. М. Курс физики. — М.: Высшая школа, 1989. — 608 с.
- Зисман Г. А., Тодес О. М. Курс общей физики. Т. 3. — М.: Наука, 1974. — 496 с.
- Китайгородский А. И. Введение в физику. — М.: Наука, 1973. — 688 с.
- Кучерук І. М., Горбачук І. Т. Загальний курс фізики. Т.3. — К.: Техніка, 1999, — 518 с.
- Савельев И. В. Курс общей физики. Т. 2. — М.: Наука, 1989. — 460 с.
- Сивухин Д. В. Общий курс физики. Оптика. — М.: Наука, 1985. — 752 с.
- Чолпан П. Ф. Основы физики. — К.: Вища школа, 1985. — 432 с.
- Шубин А. С. Курс общей физики. — М.: Высшая школа, 1976. — 480 с.
- Яворский Б. М. Справочник по физике. — М.: Наука, 1985. — 580 с.
- Волькенштейн В. С. Сборник задач по общему курсу физики. — М.: Наука, 1985. — 382 с.
- Трофимова Т. И. Сборник задач по курсу физики. — М.: Высшая школа, 1991. — 304 с.

УЧЕБНОЕ ИЗДАНИЕ

Методические рекомендации к практическим занятиям
по разделу "Волновая оптика"

курса "ФИЗИКА"

для студентов специальностей 7.080401, 7.080407, 06.092704
дневной формы обучения

Составители: **Бондаренко Елена Алексеевна**
Платков Валерий Яковлевич

Ответственный за выпуск **Медведь О. И.**

Редактор **Халимон М. М.**

Корректор **Халимон М. М.**

НАВЧАЛЬНЕ ВИДАННЯ

Методичні рекомендації до практичних занять
з розділу "ХВИЛЬОВА ОПТИКА"

курсу "ФІЗИКА"

для студентів спеціальностей 7.040801, 7.080407, 7.092704
денної форми навчання

Укладачі: **Бондаренко Олена Олексіївна**
Платков Валерій Якович

План 2005 г. Поз. №233.

Подп. в печ. *13.08.2005* Формат 60 × 90 1/16. Бумага MultiCopy. Печать Riso.

Усл.-печ. л. 2,5. Уч.-изд. л. 2,25. Тираж *150* экз. Зак. № *505*

Свидетельство о внесении в Государственный реестр субъектов издательского
дела Дк №481 от 13.06.2001 г.

Издатель и изготовитель — издательство ХНЭУ, 61001, г. Харьков, просп. Ленина, 9а

