

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ
І НАУКИ УКРАЇНИ
ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ
ЕКОНОМІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ СЕМЕНА КУЗНЕЦЯ



ЕЛЕМЕНТИ КВАНТОВОЇ ФІЗИКИ: ФІЗИКА АТОМІВ, МОЛЕКУЛ І ТВЕРДОГО ТІЛА

Практикум з навчальної дисципліни
"ФІЗИКА"

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

**ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ ЕКОНОМІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ СЕМЕНА КУЗНЕЦЯ**

**ЕЛЕМЕНТИ КВАНТОВОЇ ФІЗИКИ:
ФІЗИКА АТОМІВ,
МОЛЕКУЛ І ТВЕРДОГО ТІЛА**

**Практикум з навчальної дисципліни
"ФІЗИКА"**

Харків. ХНЕУ ім. С. Кузнеця, 2015

УДК 530.145(075)

ББК 22.314я7

Е 50

Рецензенти: д-р фіз.-мат. наук, професор кафедри фізики НВЧ Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна С. О. Погарський; завідувач лабораторії космічної радіофізики Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна, канд. фіз.-мат. наук, ст. науковий співробітник В. А. Поднос.

Рекомендовано до видання рішенням вченої ради Харківського національного економічного університету імені Семена Кузнеця.

Протокол № 10 від 18.04.2015 р.

Е 50 Елементи квантової фізики: фізика атомів, молекул і твердого тіла : практикум з навчальної дисципліни "Фізика" для студентів напрямів підготовки 6.050101 "Комп'ютерні науки", 6.051501 "Видавничо-поліграфічна справа" / О. О. Бондаренко, О. М. Гоков, К. О. Катрунов, Н. С. Цапко. – Х. : ХНЕУ ім. С. Кузнеця, 2015. – 248 с. (Укр. мов.)

ISBN 978-966-676-620-8

Подано основні теоретичні відомості, опис лабораторних робіт, методичні рекомендації щодо їх виконання, матеріал для закріплення знань, основні типові розрахункові завдання та приклади їх розв'язання з розділу "Елементи квантової фізики: фізика атомів, молекул і твердого тіла" навчальної дисципліни "Фізика".

Рекомендовано для студентів, профіль навчання яких – комп'ютеризовані технології та системи видавничо-поліграфічних виробництв, а також для всіх, хто вивчає однойменну дисципліну за іншими профілями підготовки.

УДК 530.145(075)

ББК 22.314я7

ISBN 978-966-676-620-8

© О. О. Бондаренко, О. М. Гоков,

К. О. Катрунов, Н. С. Цапко, 2015

© Харківський національний економічний університет імені Семена Кузнеця, 2015

Вступ

Фізика є основою розвитку всіх природничих та інженерних наук, базою, на якій побудована вся сучасна цивілізація. Фізика є, в першу чергу, експериментальною наукою: всі її досягнення починаються та закінчуються спостереженнями й експериментами. Критерієм істинності у фізиці є експеримент.

Фізика, як основа сучасного природознавства і головна його складова, має велике значення у формуванні наукового світогляду фахівця з сучасного поліграфічного обладнання. Зокрема, без знання фізики неможливо зрозуміти, глибоко засвоїти та розвивати новітні комп'ютерні технології в поліграфії.

Важливо розуміти також, що без розуміння сутності фізичних процесів, закладених в основу будь-якого виробництва, неможливо ефективно вирішувати економічні завдання щодо його оптимізації. Тому фахівець з видавничих систем і поліграфічного обладнання повинен добре знати основи фізики, вміти творчо застосовувати фізичні закономірності у своїй практичній діяльності.

Сучасні видавничі системи та поліграфічне обладнання, починаючи від найменших – офісних і до великих поліграфічних виробництв, обов'язково містять в своєму складі велику кількість різних приладів і пристроїв. Принципи побудови та роботи таких пристроїв різноманітні (але, як правило, уніфіковані). Вони засновані на відомих фізичних явищах і ефектах, які досліджуються та вивчаються в розділах фізики «Оптика» й «Елементи квантової фізики атома, молекул і твердих тіл».

Доцільно зазначити дисципліни, для вивчення яких дані розділи фізики є основними: цифровий технологічний друкарський процес; технологія фоторегістраційних процесів; теорія кольору; обробка графічної інформації; матеріалознавство; технології підготовки та виробництва мультимедійних видань; технологічні процеси видавничо-поліграфічної справи; технології електронного видавництва .

У даному навчально-практичному посібнику в центрі уваги будуть поняття, що є фундаментальними в сучасній квантовій фізиці. Це поняття, з використанням яких, описують властивості атомів і молекул, атомних ядер. Ці поняття не прості, і, щоб їх добре засвоїти, недостатньо знати основні визначення, потрібно вивчити їх властивості. Тому спочатку

необхідно пояснити сутність основних понять, щоб згодом вивчити основні властивості та закони.

Цей лабораторний практикум, як і попередні [3 – 5], в яких наведено навчальний матеріал за розділами 1 – 5 (відповідно до змістовних модулів 1 – 5), призначений для більш глибокого засвоєння студентами теоретичного матеріалу, що викладається в лекціях, вироблення та розвитку практичних навичок у навчальній дисципліні. За допомогою практикуму студенти виконують лабораторні роботи з основних тем і розділів.

Розвиток і закріплення знань і навичок, як показує досвід, найефективніші, якщо виконання лабораторних робіт супроводжується розв'язанням типових і оригінальних завдань за темою, яка вивчається. Для більшої зручності й ефективності засвоєння навчальної дисципліни в посібнику подані основний теоретичний матеріал, описи лабораторних робіт і приклади розв'язання типових задач. В Додатку також надані основні формули та закони, Опис кожної лабораторної роботи супроводжується відомостями з теорії.

Мета навчально-методичного посібника – надати допомогу студентам у вивченні розділу «Елементи квантової фізики атома, молекул і твердих тіл» з навчальної дисципліни «Фізика».

Методичною настановою для авторів було прагнення до балансу між фундаментальною строгістю та фізичною наочністю щодо обговорення тих чи інших питань. Увагу зацентровано на питаннях, які дозволяють розуміти, яке необхідне апаратне та програмне рішення в тому чи іншому випадку та чому слід віддавати перевагу данному рішення.

Аналіз відомостей про сучасне поліграфічне обладнання та тенденції розвитку галузі дозволив авторам сформулювати базові відмітні ознаки вибору змісту, що були покладені в основу концепції даного навчального посібника. Основою став курс лекцій з навчальної дисципліни «Фізика», який викладається у Харківському національному економічному університеті імені Семена Кузнеця студентам магістерської підготовки за напрямом підготовки «Видавничо-поліграфічна справа». Навчальний матеріал у посібнику побудований відповідно до основних положень Болонського процесу навчання та сучасних стандартів вищої освіти в Україні. У його основі лежать такі принципи, як компетентність, фундаментальність, інноваційність і діяльнісний підхід.

У першій частині кожного розділу посібника наведено основні теоретичні відомості, вивчення яких дозволяє розширити знання,

викладені в лекціях, поглибити їх і якісно підготуватися до виконання лабораторних робіт і практикуму з розв'язання типових завдань.

Мета лабораторного практикуму – надати студентам навичок користування фізичними приладами; ознайомити з основами постановки експериментальних досліджень; навчити навичкам самостійних спостережень і вивчення фізичних явищ під час виконання лабораторних робіт; прищепити уміння узагальнювати й обробляти експериментальні дані, вільно користуватися системою одиниць СІ.

До кожної лабораторної роботи у стислій формі наводяться загальні теоретичні відомості про явище, яке вивчається, описи експериментальної установки та методики проведення експерименту (спостережень, вимірювань), контрольні запитання для самоперевірки та список рекомендованої для вивчення літератури.

Практичні заняття проводяться за тематикою лекцій та допомагають закріпленню знань лекційного матеріалу і вдосконаленню вміння застосовувати їх до аналізу фізичних явищ і вирішенню конкретних фізичних завдань. На практичних заняттях роз'яснюються основні методи розв'язання типових задач з дисципліни.

Вивчення теми повинне завершуватися розв'язанням рекомендованих контрольних завдань. Контрольні роботи дозволяють закріпити теоретичний матеріал курсу. Розв'язання задач в контрольних роботах є перевіркою засвоєння студентом теоретичного курсу. Перед виконанням контрольної роботи студенту необхідно уважно ознайомитися з прикладами розв'язання завдань за темою контрольної роботи, рівняннями та формулами, а також з довідковими матеріалами із списку літератури. Перш ніж приступити до розв'язання завдань, студент повинен добре зрозуміти його зміст і поставлені в ньому питання.

При роботі над змістом посібника був зроблений наголос на фундаментальні знання [1; 2; 6 – 12], що, як відомо, є основною перевагою університетської освіти. З огляду на той факт, що сучасна комп'ютерна техніка й електроніка, вироби яких широко застосовуються в сучасному поліграфічному устаткуванні, є галузями знань, які надзвичайно бурхливо розвиваються, автори у відборі досліджуваного матеріалу прагнули до того, щоб він відповідав сучасним вимогам і практичним завданням, які вирішуються сьогодні у поліграфічній галузі.

Після вивчення розділу «Елементи квантової фізики атома, молекул і твердих тіл» навчальної дисципліни «Фізика» студенти набудуть таких професійних компетенцій бакалавра напряму підготовки «Видавничо-поліграфічна справа» :

формулювати, пояснювати та самостійно засвоювати фізичні закони та закономірності для нових принципів дії, функціональних можливостей базових вузлів устаткування, яке використовується на поліграфічному підприємстві;

оцінювати раціональність, ефективність використовуваних форм, матеріалів, речовин, способів переміщення вузлів устаткування, поширення звукових і електромагнітних полів з позиції законів фізики;

надавати фізико-технічну характеристику джерелам енергії, електромагнітним, звуковим і тепловим полям, оптичним випромінюванням, які використовуються в поліграфічному та мультимедійному обладнанні;

формулювати та пояснювати фізичні явища та закономірності, закладені в обладнанні та технологічних операціях;

формулювати та пояснювати методи управління поліграфічного обладнанням, звукові, оптичні й електромагнітні поля в середовищах для забезпечення високої якості кольорового друку;

надавати опис використовуваних у процесі випуску друкованої продукції фотометричних і радіаційних параметрів електромагнітного випромінювання, основних деталей та вузлів оптичних систем, джерел і приймачів випромінювання, схем їх взаємного розташування, які забезпечують високу точність накладання фарб і контроль якості друку та перенесення кольорів;

формулювати та пояснювати схему побудови, принцип дії функціонально-закінчених модулів автоматизованих систем випуску друкованої продукції, контрольних-сортувальних і проєкційних оптичних систем, вимірювальних приладів, які застосовуються для виконання різних операцій, управління вузлами мехатронних систем і контролю якості продукції;

надавати характеристику використовуваним в сучасному поліграфічному обладнанні оптичним і оптоелектронним компонентам, уміти оцінювати їх властивості;

надавати характеристики оптичним системам, які використовуються в спеціалізованих вимірювальних пристроях, ґрунтуючись на законах електромагнітного випромінювання.

Розділ 6. Елементи квантової фізики, фізики атома та твердого тіла

6.1. Основні принципи квантової фізики

6.1.1. Корпускулярно-хвильовий дуалізм властивостей речовини. Хвилі де Бройля

Корпускулярно-хвильовий дуалізм є теорією про те, що будь-яка речовина (електромагнітне випромінювання, фізичне тіло, атом тощо) на мікрорівні являє собою одночасно як найдрібніші частинки (корпускули), так і як хвилі.

Спочатку тільки світлу приписувалася така дивна властивість – бути водночас і хвилею, і частинкою. Речовина ж розглядалася як система звичайних точкових частинок.

Французький вчений Луї де Бройль у 1924 році, спираючись на подвійну природу світла, дійшов до висновку, що подвійність повинна бути поширена і на частинки речовини. Він висунув гіпотезу про універсальність корпускулярно-хвильового дуалізму, стверджував, що не тільки фотони, але й будь-які інші мікрочастинки матерії поряд з корпускулярними володіють також хвильовими властивостями.

Згідно з де Бройлем, з кожним мікрооб'єктом пов'язуються, з одного боку, корпускулярні характеристики – енергія E і імпульс p , а з іншого – хвильові – частота ν і довжина хвилі λ . Кількісні співвідношення, що пов'язують хвильові та корпускулярні властивості частинок, такі ж, як для фотонів:

$$E = h\nu, p = h / \lambda. \quad (6.1.1)$$

Таким чином, будь-якій частинці, що володіє імпульсом, співставляють хвильовий процес з довжиною хвилі, яка визначається за формулою де Бройля:

$$\lambda = h / p. \quad (6.1.2)$$

Хвилі де Бройля, які іноді називають електронними хвилями, не є електромагнітними. У 1927 році американськими фізиками К. Девіссоном і Л. Джермером при розсіюванні електронів монокристалом нікелю була експериментально підтверджена гіпотеза де Бройля. Схема досліду зображена на рис. 6.1.1.

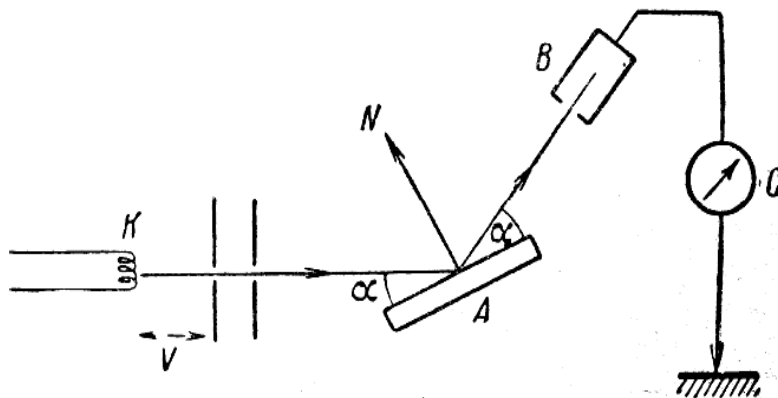


Рис. 6.1.1. **Схема досліду з розсіюванням електронів монокристалом нікелю**

Електронний пучок, що вилітає з розжареної нитки К, прискорювався полем з різницею потенціалів V , проходив крізь низку діафрагм і у вигляді вузького паралельного пучка падав на монокристал А. Іонізаційна камера В, що поєднана з гальванометром Г, за силою виниклого струму I вимірювала кількість електронів, відбитих від кристала за законом відображення під кутом α . Кут α під час досліду не змінювався.

Виявилось, що під час монотонної зміни різниці потенціалів V струм I змінювався не монотонно, а давав ряд максимумів (рис. 6.1.2).

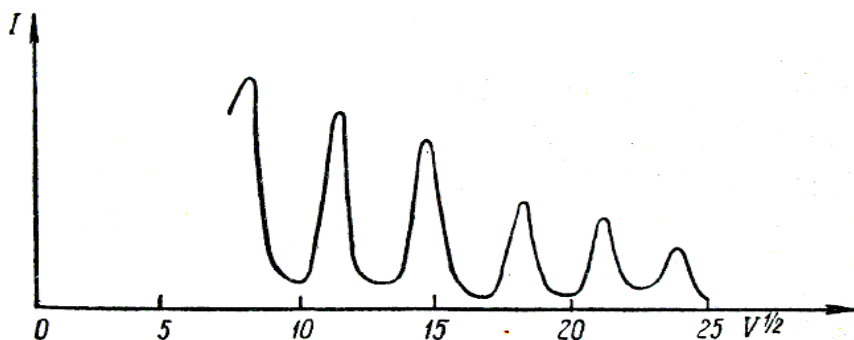


Рис. 6.1.2. **Залежність сили струму I від різниці потенціалів V**

Картина дуже нагадувала дифракцію рентгенівських променів на кристалі. Положення максимумів струму відповідало положенню дифракційних максимумів у формулі Вульфа – Бреґґа, а бреґґівська довжина хвилі, як виявилось, в точності дорівнює довжині хвилі, обчисленої за формулою (6.1.2).

Формула де Бройля була підтверджена дослідями Г. Томсона, у котрих спостерігалася дифракційна картина під час проходження пучка швидких електронів (енергія ~ 50 кеВ) крізь металеву фольгу (товщина ~ 1 мкм). Оскільки, дифракційна картина досліджувалася для потоку електронів, то необхідно було довести, що хвильові властивості притаманні кожному електрону окремо. Це експериментально було підтверджено у 1948 році радянським фізиком В. А. Фабрикантом. Він показав, що навіть у разі такого слабкого електронного пучка, коли кожен електрон проходить крізь прилад незалежно від інших, дифракційна картина, що виникає, не відрізняється від дифракційних картин, отриманих для потоків електронів. Отже, хвильові властивості притаманні кожній частинці окремо, а не є властивістю їх “колективу”.

Поєднуючи в собі властивості частинки та хвилі, мікротіла не ведуть себе ні як хвилі, ні як частинки. Відмінність мікрочастинки від хвилі полягає в тому, що вона завжди є неподільним цілим. Ніхто ніколи не спостерігав, наприклад, половину електрону. Водночас хвилю можна розділити на частини (інтерференцією, поляризацією, та ін.) й сприймати потім кожну частину окремо. Відмінність мікрочастинки від звичної нам макрочастинки полягає в тому, що вона не володіє одночасно певними значеннями координати й імпульсу, внаслідок чого поняття траєкторії стосовно до мікрочастинок втрачає сенс. Своєрідність властивостей частинок чітко простежується в наступному експерименті.

Експеримент проводиться за наступною послідовністю дій: спрямувати на перепону з двома вузькими щілинами 1 і 2 паралельний пучок моноенергетичних електронів (рис. 6.1.3). За перепону поставити фотоплівку Фп. Спочатку закрити щілину 2 і провести експонування протягом часу t . Почорніння на обробленій фотоплівці буде характеризуватися кривою 1. Потім потрібно закрити щілину 1 і повторити ті ж операції. Характер почорніння передається в цьому випадку кривою 2. Нарешті, відкрити обидві щілини.

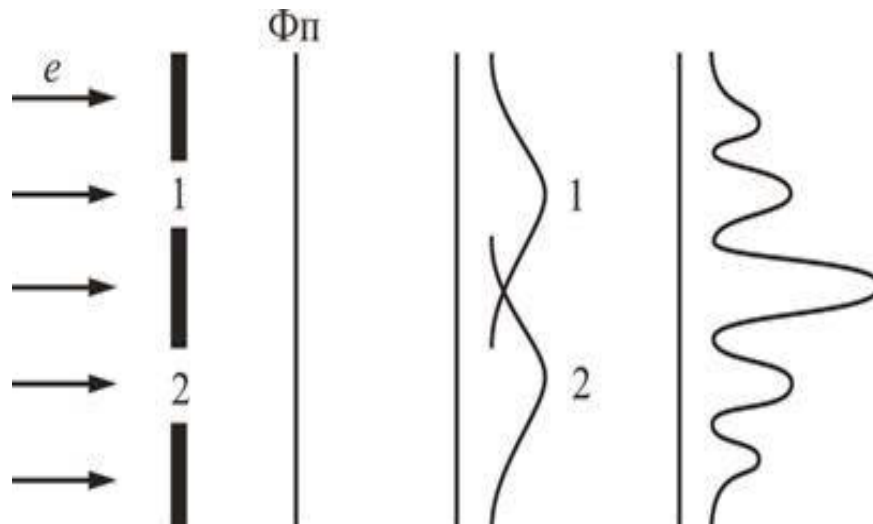


Рис.6.1.3. Дослід з дифракції електронів

Результат експонування протягом часу t поданий на третій платівці. Ця картина не еквівалентна накладанню перших двох картин. Вона аналогічна картині, отриманій інтерференцією двох когерентних світлових хвиль. Характер картини свідчить про те, що на рух кожного електрону впливають обидва отвори. Такий висновок несумісний з уявленнями про траєкторію. Якби електрон в кожен момент часу перебував у певній точці простору та рухався траєкторією, він проходив би крізь певний отвір – перший чи другий. Явище ж дифракції доводить, що в проходженні кожного електрону беруть участь обидва отвори.

Таким чином, дифракція електронів та інших мікрочастинок доводить справедливність гіпотези Луї де Бройля та підтверджує корпускулярно-хвильовий дуалізм мікрочастинок речовини.

6.1.2. Постулати квантової механіки.

Співвідношення невизначеності.

Хвильова функція та її статистичний сенс

У класичній фізиці зрозуміти означає скласти наочний образ об'єкта або процесу. У квантовій фізиці так міркувати не можна. Будь-яка наочна модель буде діяти за класичними законами і тому не придатна для подання квантових процесів. Наприклад, обертання електрону на орбіті навколо атома – таке подання є даниною класичній фізиці і не відповідає дійсному стану речей та квантовим законам.

Квантова (хвильова) механіка – теорія, що встановлює спосіб опису та закони руху мікрочастинок (елементарних частинок, атомів, молекул, атомних ядер) і їх систем (наприклад, кристалів), а також зв'язок величин, що характеризують частинки та системи з фізичними величинами, які безпосередньо вимірюються в макроскопічних дослідах.

Закони квантової механіки – це фундамент вивчення будови речовини. Вони дозволяють з'ясувати будову атомів, встановлювати природу хімічного зв'язку, пояснюють періодичну систему елементів, будову ядер атомів, властивості елементарних частинок. Закони квантової механіки закладені в основу розуміння більшості макроскопічних явищ. Квантова механіка дозволяє пояснити температурну залежність і обчислити теплоємності газів і твердих тіл, визначити будову та зрозуміти багато властивостей твердих тіл (металів, діелектриків, напівпровідників). Тільки базуючись на законах квантової механіки, вдалося послідовно пояснити такі явища, як феромагнетизм, надтекучість, надпровідність, зрозуміти природу таких астрофізичних об'єктів, як білі карлики, нейтронні зірки, з'ясувати механізм протікання термоядерних реакцій в Сонці та зірках. Квантово-механічні закони є основою роботи лазерів, ядерних реакторів, зумовлюють можливість здійснення в земних умовах термоядерних реакцій, проявляються в ряді явищ в металах і напівпровідниках, використовуються в новітній техніці та інше. Така область фізики, як квантова електроніка, що бурхливо розвивається, базується на квантово-механічній теорії випромінювання.

Попри те, що закони квантової механіки вельми складні для розуміння та вимагають глибоких знань фізики та математики, її основні постулати можна сформулювати, використовуючи цілком доступні для розуміння засоби. Серед них можна виділити такі:

1) будь-який стан системи мікроскопічних частинок описується деякою функцією $\Psi(x, y, z, t)$, яка залежить від координат і часу і має назву «хвильова». Квадрат модуля цієї функції (квадрат модуля амплітуди хвиль де Бройля) визначає ймовірність знаходження частинки в даний момент часу в певному обмеженому обсязі;

2) передбачення квантової механіки носять статистичний характер. Вона передбачає тільки середні значення великої серії випробувань для однаково виготовлених систем;

3) принцип суперпозиції: якщо в системі можуть реалізуватися стани, що описуються хвильовими функціями $\Psi_1(x, y, z, t)$ і $\Psi_2(x, y, z, t)$,

то може реалізуватися і будь-яка їх лінійна комбінація $c_1 \Psi_1(x, y, z, t) + c_2 \Psi_2(x, y, z, t)$, де c_1 і c_2 – деякі комплексні константи;

4) результати експериментів повинні переходити в область класичної механіки, коли величини розмірності цієї дії стають набагато більшими за постійну Планка h .

Співвідношення невизначеностей. Після висунення де Бройлем гіпотези про універсальність дуалізму хвиля – частинка й експериментального підтвердження наявності у частинок речовини хвильових властивостей виникли нові принципові проблеми. Стало необхідним поєднати хвильову природу частинок зі звичними уявленнями про розміщення (локалізацію) частинок у просторі.

У класичній механіці будь-яка частинка в будь-який момент часу має точно фіксовані координати й імпульс, оскільки рухається певною траєкторією. Мікрочастинки істотно відрізняються від класичних частинок через наявність у них хвильових властивостей. Не можна говорити про рух мікрочастинки певною траєкторією та неправомірно говорити про одночасні точні значення її координат й імпульсу. Двояка корпускулярно-хвильова природа мікрочастинок накладає обмеження на точність визначення фізичних величин, що характеризують стан частинки. Причому ці обмеження не пов'язані з точністю вимірювань, досяжною в конкретному експерименті, проте мають принципове значення.

Тому доцільно розглянути, як приклад, дифракцію електрону на щілині.

Нехай потік електронів проходить через вузьку щілину шириною Δx , розташовану перпендикулярно до напрямку руху частинки. Необхідно визначити значення координати x електрону, що вільно летить. Оскільки електрони мають хвильові властивості, то підчас проходження крізь щілину, розмір якої порівнюється з довжиною хвилі де Бройля λ електрону, спостерігається дифракція. Дифракційна картина, яка спостерігається на екрані, має головний максимум, який розташований симетрично до осі y , і побічні максимуми на обидвох сторонах від головного (їх не слід розглядати, тому що основна частка інтенсивності припадає на головний максимум).

До проходження крізь щілину електрони рухалися вздовж осі y , тому складова імпульсу $p_x = 0$, отже $\Delta p_x = 0$, а координата x частинки є абсолютно невизначеною.

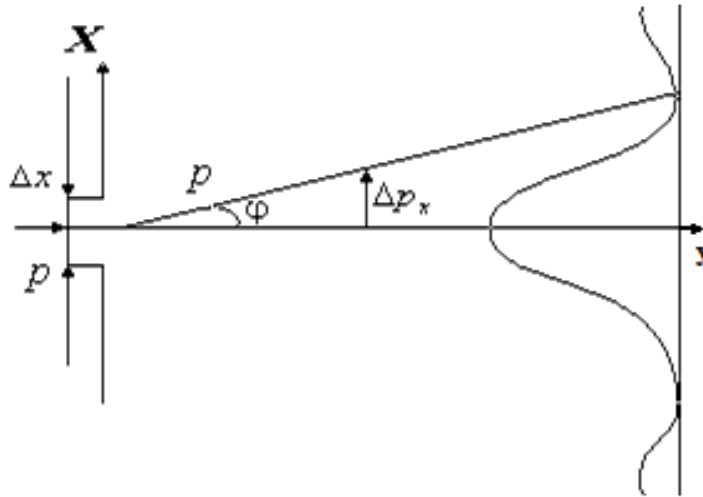


Рис. 6.1.4. Дифракція електрону на щілині

У момент проходження електронів крізь щілину їх положення в напрямку осі y визначається з точністю до ширини щілини Δx . Замість повної невизначеності координати x з'являється невизначеність Δx , але це досягається ціною втрати визначеності значення p_x . Дійсно, внаслідок дифракції є певна ймовірність того, що частинка буде рухатися в межах деякого кута 2φ , де φ – кут, що відповідає першому дифракційному мінімуму. Таким чином, з'являється невизначеність імпульсу вздовж осі x , яка, як впливає з рис. 6.1.4 і хвильової теорії для першого дифракційного мінімуму ($\Delta x \sin \varphi = \lambda$), дорівнює:

$$\Delta p_x = p \sin \varphi. \quad (6.1.3)$$

Отже,

$$\Delta p_x = p \lambda / \Delta x. \quad (6.1.4)$$

З формул (6.1.3 та 6.1.4) отримаємо співвідношення:

$$\Delta x \Delta p_x = p \lambda = h, \quad (6.1.5)$$

де h – стала Планка.

У 1927 році В.Гейзенберг відкрив так звані **співвідношення невизначеностей**, відповідно до яких невизначеності координати й імпульсу пов'язані між собою співвідношеннями:

$$\Delta x \Delta p_x \geq h, \quad \Delta y \Delta p_y \geq h, \quad \Delta z \Delta p_z \geq h \quad (6.1.6)$$

З них випливає, що чим точніше визначена координата (Δx мало, тобто вузька щілина), тим більша невизначеність в імпульсі частинки $\Delta p_x \geq h / \Delta x$. Точність імпульсу буде зростати зі збільшенням ширини щілини Δx і за умови, що $\Delta x \rightarrow \infty$ дифракційна картина не спостерігатиметься. Тому невизначеність імпульсу Δp_x буде такою ж, як і до проходження частинки крізь щілину, тобто $\Delta p_x = 0$. Але в цьому випадку не визначена координата x частинки, тобто $\Delta x \rightarrow \infty$.

Неможливість одночасно точно визначити координату й імпульс (швидкість) не пов'язана з недосконалістю методів вимірювання або вимірювальних приладів. Співвідношення невизначеності є квантовим обмеженням застосовності класичної механіки до мікрооб'єктів.

Вираз $\Delta x \Delta p_x \geq h$ можна подати у вигляді

$$\Delta x \Delta v_x \geq h/m. \quad (6.1.7)$$

З (6.1.7) випливає, що чим більшає маса частинки, тим менші невизначеності її координати та швидкості. Для порошинки масою 10^{-12} кг з лінійними розмірами 10^{-6} м, координата якої визначена з точністю до 0.01 від її розмірів (тобто $\Delta x = 10^{-8}$ м), невизначеність швидкості згідно з формулою (6.1.7) $\Delta v_x = 6.62 \cdot 10^{-31} / (10^{-8} \cdot 10^{-12}) = 6.62 \cdot 10^{-14}$ м/с, тобто буде мізерно малою. Таким чином, для макроскопічних тіл їх хвильові властивості не відіграють ніякої ролі; координата і швидкість макротіл можуть бути виміряні достатньо точно.

У квантовій механіці розглядається також співвідношення невизначеностей між енергією частинки E та часом t знаходження частинки в даному енергетичному стані. Воно аналогічно (6.1.6) і має вигляд

$$\Delta E \Delta t \geq h. \quad (6.1.8)$$

Із виразу (6.1.8) випливає, що частота випромінювання фотона також повинна мати невизначеність

$$\Delta \nu \geq \Delta E/h, \quad (6.1.9)$$

тобто лінії спектра повинні характеризуватися частотою $\nu \pm \Delta \nu$. Дійсно, дослід показує, що всі спектральні лінії розмиті.

Хвильова функція та її статистичний зміст. Теорія, яка охоплює всі властивості елементарних частинок, повинна враховувати не тільки їх корпускулярні властивості, але й хвильові. З дослідів, розглянутих раніше, випливає, що пучок елементарних частинок має властивості плоскої хвилі, що розповсюджується в напрямку швидкості частинок. Цей хвильовий процес може бути описаний рівнянням хвилі де Бройля:

$$y = A \cos 2\pi(t/T - x/\lambda) = A \cos 2\pi(\nu t - x/\lambda), \quad (6.1.10)$$

або, введенням співвідношення $\nu = E/h$ и $1/\lambda = p/h$, отримано:

$$y = A \cos 2\pi/h (Et - px). \quad (6.1.11)$$

Якщо це рівняння подати у комплексному вигляді, то воно називатиметься хвильовою функцією або пси-функцією:

$$\Psi = \Psi_0 \exp(-2\pi i h \cdot (Et - px)). \quad (6.1.12)$$

Її фізичний зміст зрозумілий з порівняння дифракції світлових хвиль і мікрочастинок.

Згідно з хвильовим уявленням про природу світла інтенсивність дифракційної картини пропорційна квадрату амплітуди світлової хвилі. За уявленнями фотонної теорії інтенсивність визначається кількістю фотонів, що потрапляють в дану точку дифракційної картини. Отже, кількість фотонів у даній точці дифракційної картини задається квадратом амплітуди світлової хвилі, тоді як для одного фотона квадрат амплітуди визначає ймовірність потрапляння фотона в ту чи іншу точку. Наявність максимумів в дифракційній картині, що спостерігається для мікрочастинок, з прозиції хвильової теорії означає, що ці напрямки відповідають найбільшій інтенсивності хвиль де Бройля. Інтенсивність же більша там, де більша кількість частинок. Таким чином, дифракційна картина для мікрочастинок є проявом статистичної закономірності. Отже,

визначеність виду хвилі де Бройля, тобто Ψ -функції, дозволяє судити про ймовірність того чи іншого з можливих процесів.

Таким чином, у квантовій механіці стан мікрочастинок описується за допомогою хвильової функції, яка є основним носієм інформації про їх корпускулярні та хвильові властивості. Інтерпретацію хвильової функції в 1926 році дав М. Борн: квадрат модуля хвильової функції визначає ймовірність того, що частинка буде виявлена в межах об'єму dV :

$$dW = |\Psi|^2 / dV = \Psi\Psi^* dV. \quad (6.1.13)$$

Величина $|\Psi|^2 = \Psi\Psi^* = dW / dV$ означає щільність імовірності, тобто визначає ймовірність знаходження частинки в одиничному обсязі в околиці заданої точки. Таким чином, фізичний зміст має не сама Ψ -функція, а квадрат її модуля $|\Psi|^2$, яким задається інтенсивність хвиль де Бройля. Вірогідність знайти частинку в момент часу t у кінцевому обсязі V , згідно з теоремою додавання імовірностей, дорівнює

$$W = \int dW = \int |\Psi|^2 dV.$$

А оскільки частка існує, то вона обов'язково десь виявляється в просторі. Імовірність достовірної події дорівнює одиниці, тоді:

$$\int |\Psi|^2 dV = 1. \quad (6.1.14)$$

Вираз (6.1.14) називається *умовою нормування ймовірності*. Функція Ψ характеризує ймовірність виявлення дії мікрочастинок в елементі обсягу, повинна бути кінцевою, однозначною та неперервною.

Хвильова функція Ψ , будучи основною характеристикою стану мікрооб'єктів, дозволяє в квантовій механіці обчислювати середні значення фізичних величин, що характеризують даний мікрооб'єкт.

Наприклад, середня відстань $\langle r \rangle$ електрона від ядра обчислюється за формулою:

$$\langle r \rangle = \int |\Psi|^2 r dV, \quad (6.1.15)$$

де інтегрування проводиться у всьому нескінченному просторі.

Середнє значення сили, що діє на електрон з боку ядра, визначається за формулою:

$$\langle F \rangle = \int F |\Psi|^2 dV, \quad (6.1.16)$$

де:

$$F = e^2/4\pi\epsilon_0 r^2; \quad dV = 4\pi r^2 dr$$

6.1.3. Стаціонарне рівняння Шредінгера і його застосування

У квантовій механіці виникла найважливіша проблема про відшукування такого рівняння, яке виявилось б тим же, чим є рівняння руху Ньютона для класичної механіки. Як відомо, рівняння Ньютона дозволяє для макроскопічних тіл розв'язувати основне завдання механіки – за заданими силами, що діють на тіло (або систему тіл), і певними початковими умовами (початковим значенням координат і швидкості тіла) знайти для будь-якого моменту часу координати тіла і його швидкість, тобто описати рух тіла в просторі та в часі. При постановці аналогічного завдання у квантовій механіці потрібно відразу ж врахувати, що для частинок мікросвіту характерна подвійна природа, яка обмежує можливість застосування до таких частинок класичних понять про координати та швидкості (або імпульси). Імовірнісне (статистичне) тлумачення хвиль де Бройля та співвідношення невизначеностей вказують, що рівняння руху в квантовій механіці має бути таким, щоб воно дозволяло пояснити спостережувані на досліді хвильові властивості частинок. У 1926 році Е Шредінгером було описане рівняння щодо хвильової функції Ψ , яке називається основним рівнянням нерелятивістської квантової механіки. Воно, як і всі основні рівняння фізики, не виводиться, а постулюється. Справедливість рівняння Шредінгера доводиться тим, що висновки, які отримані за допомогою цього рівняння в атомній і ядерній фізиці, узгоджуються з дослідом.

Рівняння Шредінгера має вигляд:

$$-\hbar^2/2m \cdot \Delta \Psi + U(x, y, z, t) \cdot \Psi = i \hbar \cdot \partial \Psi / \partial t, \quad (6.1.17)$$

де $\hbar = h/(2\pi)$;

m – маса частинки;

i – уявна одиниця;

Δ – оператор Лапласа $\Delta \Psi = (\partial^2 \Psi / \partial x^2 + \partial^2 \Psi / \partial y^2 + \partial^2 \Psi / \partial z^2)$;

$U(x, y, z, t)$ – потенціальна функція частинки в силовому полі, в якому вона рухається;

$\Psi(x, y, z, t)$ – шукана хвильова функція частинки.

Рівняння (6.1.17) справедливе для будь-якої частинки, що рухається з малою ($v \ll c$) швидкістю. Воно доповнюється умовами, що накладаються на хвильову функцію, а саме:

1) хвильова функція повинна бути кінцевою, однозначною та безперервною;

2) її похідні за координатами та в часі мають бути безперервними;

3) функція $|\Psi|^2$ повинна бути інтегрована.

Рівняння (6.1.17) є **загальним рівнянням Шредінгера**. Його також називають рівнянням Шредінгера, що залежить від часу.

Для багатьох фізичних явищ, що відбуваються в мікросвіті, рівняння (6.1.17) можна спростити, виключивши залежність Ψ від часу, тобто, знайти рівняння Шредінгера для стаціонарних станів – станів з фіксованими значеннями енергії. Це можливо, якщо силове поле, в якому частинка рухається, стаціонарне, тобто функція $U = U(x, y, z)$ не залежить явно від часу та має сенс потенційної енергії. Тоді рівняння Шредінгера прийме вигляд:

$$\Delta \Psi + m/\hbar^2(E - U)\Psi = 0, \quad (6.1.18)$$

де E – повна енергія частинки, стала у випадку стаціонарного поля.

Рівняння (6.1.18) **називається рівнянням Шредінгера для стаціонарних станів**. У цьому рівнянні функція Ψ повинна бути кінцевою, однозначною та безперервною у всьому розглянутому просторі.

Значення рівняння Шредінгера полягає, наприклад, в тому, що воно дає відповідний досліду розподіл частинок. Із нього випливають правила квантування енергії, що збігаються з енергіями стаціонарних станів атома водню в теорії Бора.

Для вільних частинок розв'язання, звичайно, однозначне та безперервне для будь-яких значень ($E - U$), тобто енергія вільної частинки може приймати будь-яке значення.

Рух вільної частинки. Вільна частинка – частинка, що рухається за відсутності зовнішніх полів. Оскільки на вільну частинку (під час руху вздовж осі x) сили не діють, то її потенційна енергія постійна. Тому можна прийняти, що вона дорівнює нулю. Тоді повна енергія частинки дорівнює її кінетичної.

Рівняння Шредінгера (6.1.18) для стаціонарних станів набуде вигляду:

$$\partial^2 \Psi / \partial^2 x + (m/\hbar^2) E_k \Psi = 0. \quad (6.1.19)$$

Прямою підстановкою можна перекопати в тому, що окремим рішенням цього рівняння є функція:

$$\Psi(x) = Ae^{ikx},$$

де $A = \text{const}$, $k = \text{const}$, з власним значенням енергії:

$$E_k = \hbar^2 k^2 / 2m. \quad (6.1.20)$$

Функція $\Psi(x) = Ae^{ikx}$ є тільки координатною частиною хвильової функції $\Psi(x, t)$ і є плоскою монохроматичною хвилею де Бройля. Із виразу (6.1.20) отримано наступну залежність енергії від імпульсу:

$$E_k = \hbar^2 k^2 / 2m = p_x^2 / 2m. \quad (6.1.21)$$

Отже, енергія вільної частинки може приймати будь-які значення (так як хвильове число k може приймати будь-які позитивні значення), тобто енергетичний спектр частинки є безперервним.

Частинка в одновимірній потенційній ямі з нескінченно високими стінками. Нехай частинка знаходиться в потенційній ямі з нескінченно високими стінками (див. рис. 6.1.5).

Така яма описується потенційною енергією виду:

$$U(x) = \infty, x < 0; U(x) = 0, 0 \leq x \leq a; U(x) = \infty, x > a, \quad (6.1.22)$$

де a – ширина ями, а енергія відліковується від її дна.

Рівняння Шредінгера в цьому випадку запишеться у вигляді:

$$\partial^2 \Psi / \partial x^2 + (m/\hbar^2) (E - U) \Psi = 0. \quad (6.1.23)$$

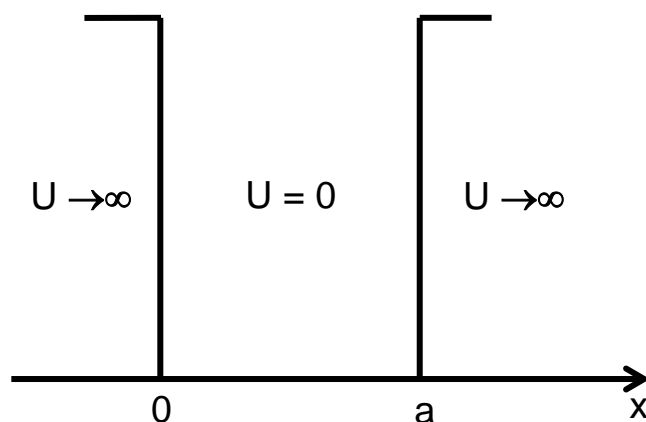


Рис. 6.1.5. Одновимірна потенційна яма з нескінченно високими стінками

У межах «ями» ($0 \leq x \leq a$) рівняння (6.1.23) зведеться до рівняння:

$$\partial^2 \Psi / \partial x^2 + (m/\hbar^2) E_k \Psi = 0, \quad \text{або} \quad \partial^2 \Psi / \partial x^2 + k^2 \Psi = 0, \quad (6.1.24)$$

де

$$k^2 = 2m E_k / \hbar^2. \quad (6.1.25)$$

Загальне розв'язання диференціального рівняння (6.1.25) має такий вигляд:

$$\Psi(x) = A \sin kx + B \cos kx. \quad (6.1.26)$$

За умовою завдання частинка не вилітає за межі ями, тому ймовірність її виявлення за межами ями дорівнює нулю, тобто $|\Psi|^2 = 0$. Це відбувається за умови $x = 0$ і $x = a$, тоді функція $\Psi(x) = 0$.

При $x = 0$ функція $\Psi(x) = 0$ тільки при $B = 0$. Тоді $\Psi(x) = A \sin kx$. Умова $\Psi(x) = 0$ при $x = a$ виконується у випадку, коли $ka = n\pi$, де n – цілі числа, тобто необхідно, щоб:

$$k = n\pi/a. \quad (6.1.27).$$

З виразів (6.1.25) і (6.1.27) випливає, що енергія частинки є:

$$(E_k)_n = n^2 \hbar^2 \pi^2 / 2ma, \quad (n=1, 2, 3, \dots). \quad (6.1.28)$$

Тобто стаціонарне рівняння Шредінгера, що описує рух частинки в потенційній ямі з нескінченно високими стінками, задовольняється лише з власними значеннями $(E_k)_n$, які залежать від цілого числа n . Отже, енергія $(E_k)_n$ частинки в потенційній ямі з нескінченно високими стінками приймає лише певні дискретні значення, тобто квантується. Квантовані значення енергії $(E_k)_n$ називають рівнями енергії, а число n , що визначає енергетичні рівні частинки, – головним квантовим числом. Підставленням у $\Psi(x) = A \sin kx$ значення k з (6.1.27), знайдено власні функції:

$$\Psi_n(x) = A \sin \pi x/a. \quad (6.1.29)$$

Постійну A можна знайти з умови нормування (6.1.14), яке для даного випадку запишеться як:

$$A^2 \int \sin^2 n\pi x/a \, dx = 1. \quad (6.1.30)$$

У результаті інтегрування отримано $A = \sqrt{2/a}$, а власні функції будуть мати вигляд:

$$\Psi_n(x) = \sqrt{2/a} \sin (n\pi x/a), \quad (n=1, 2, 3, \dots). \quad (6.1.31)$$

Графіки власних функцій (6.1.31), що відповідають рівням енергії (6.1.25) з $n = 1, 2, 3$, наведено на рис. 6.1.6. На рис. 6.1.6 також зображена щільність ймовірності виявлення частинки на різних відстанях від стінок ями, яка дорівнює $2\Psi_n(x)$ для $n = 1, 2$ та 3 . З рисунка видно, що, наприклад, в квантовому стані з $(n = 2)$ частинка не може перебувати всередині ями, тоді як з однаковою частою може перебувати в її лівій та правій частинах. Така поведінка частинки вказує на те, що уявлення про траєкторії частинки в квантовій механіці неспроможні.

З виразу (6.1.28) випливає, що енергетичний інтервал між двома сусідніми рівнями дорівнює:

$$\Delta E_{k(n)} = E_{k(n+1)} - E_{k(n)} = (2n+1) \hbar^2 \pi^2 / 2ma \approx n \hbar^2 \pi^2 / ma. \quad (6.1.32)$$

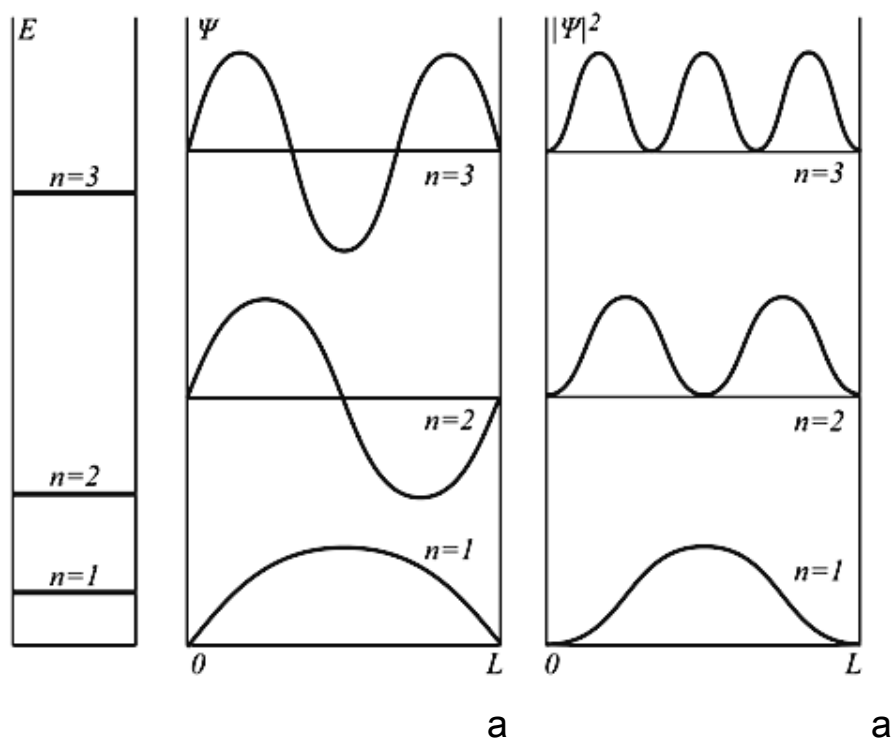


Рис. 6.1.6. Рівні енергії E , хвильові функції Ψ і щільність ймовірності знаходження частинки $|\Psi|^2$ у різних точках нескінченної прямокутної ями

Наприклад, для електрона, якщо розміри ями $a = 10^{-1}$ м (вільні електрони в металі), $\Delta E_{k(n)} \approx n \cdot 10^{-35}$ Дж $\approx n \cdot 10^{-16}$ еВ. Тобто енергетичні рівні розташовані настільки тісно, що спектр практично можна вважати безперервним. Якщо ж розміри ями сумірні з атомними ($a \approx 10^{-10}$ м), то для електрона $\Delta E_{k(n)} \approx n \cdot 10^{-17}$ Дж $\approx n \cdot 10^2$ еВ. Тобто отримані явно дискретні значення енергії (лінійчатий спектр). Таким чином, застосування рівняння Шредінгера до частинки в потенційній ямі з нескінченно високими стінками призводить до квантованих значень енергії, тоді як класична механіка на енергію цієї частинки обмежень не накладає.

Проходження частинки крізь потенційний бар'єр. Якісна відмінність властивостей макроскопічних частинок і мікрочастинок особливо різко дається взнаки в поведінці за умови зустрічі з потенційним бар'єром. Наприклад, механічна частинка рухається в силовому полі, у якому область руху частки уздовж осі x розділена потенційним бар'єром. У випадку, що зображений на рис. 6.1.7а, цей потенційний бар'єр обумовлений тим, що потенційна енергія дорівнює нулю для всіх значень $x < 0$ і $x > l$ і має постійне значення U для значень координати x , укладених в межах:

$0 \leq x \leq l$. Якщо повна енергія частинки $E < U$, то, з класичної точки зору, частка може рухатися або в області 1, де $x < 0$, або в області 3, де $x > l$. Потрапити в область бар'єру 2 вона не може, оскільки там її кінетична енергія $T = E - U$ виявилася б негативною, що неможливо. Частинка, повна енергія якої E менше висоти потенційного бар'єру U , не може з класичної точки зору перейти через бар'єр з області 1 в область 3.

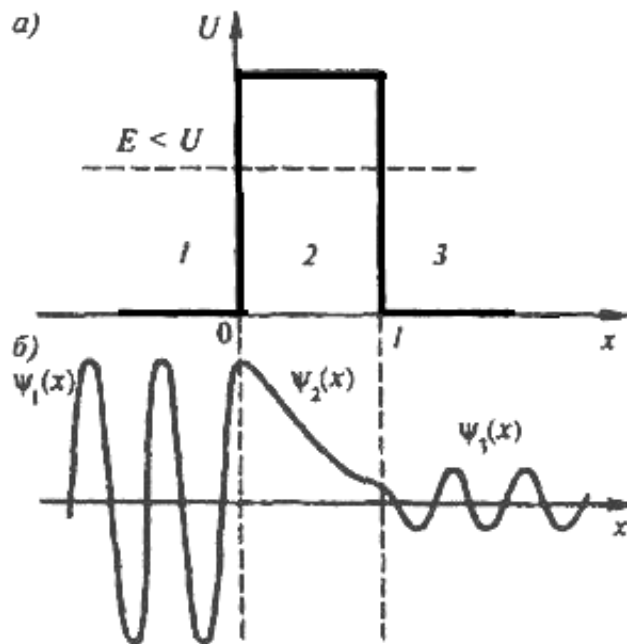


Рис. 6.1.7. Проходження частинки крізь потенційний бар'єр:
а) прямокутний бар'єр висотою U й довжиною l ;
б) графік вивнової хвилі

Проте для мікрочастинки, поведінка якої виражається рівнянням Шредінгера ситуація буде інакшою. Вид хвильових функцій, що є рішеннями рівняння Шредінгера для областей 1, 2 і 3 (див. рис. 6.1.7б і табл. 6.1.1), свідчить про те, що:

1) в області 1 хвильова функція є сумою двох плоских хвиль – що рухається в бік бар'єру та що відбивається від бар'єру;

2) в області 2 у випадку $E < U$: $q = i\beta$, де $\beta = \frac{\sqrt{2m(U-E)}}{\hbar}$;

3) в області 3 є тільки хвиля, що пройшла крізь бар'єр ($B_3 = 0$) й яка має вигляд хвиль де Бройля з тією ж довжиною хвилі, але меншою амплітудою.

Отже, хвильова функція Ψ буде в цьому випадку відмінна від нуля та в області 2, завдяки чому ймовірність проникнути частинці крізь бар'єр виявиться відмінною від нуля. Тому, мікрочастинка, яка має енергію меншу за висоту бар'єру, здатна пройти (просочитися) крізь бар'єр. Дане явище отримало назву **тунельного ефекту**.

Таблиця 6.1.1

Рівняння Шредінгера та його розв'язання для областей 1, 2, 3

Область	Рівняння Шредінгера	Загальне розв'язання	Розв'язання з $E < U$
1	$\frac{\partial^2 \Psi_1}{\partial x^2} + k^2 \Psi_1 = 0$	$(\Psi_1(x)) = \bar{A} e^{ikx} + \bar{B} e^{-ikx}$	$(\Psi_1(x)) = \bar{A} e^{ikx} + \bar{B} e^{-ikx}$
2	$\frac{\partial^2 \Psi_2}{\partial x^2} + q^2 \Psi_2 = 0$	$(\Psi_2(x)) = \bar{A} e^{iqx} + \bar{R} e^{-iqx}$	$(\Psi_2(x)) = \bar{A} e^{-\frac{\infty}{x}} + \bar{R} e^2$
3	$\frac{\partial^2 \Psi_3}{\partial x^2} + k^2 \Psi_3 = 0$	$(\Psi_3(x)) = \bar{A} e^{ikx} + \bar{R} e^{-ikx}$	$(\Psi_3(x)) = \bar{A} e^{ikx}$

$$\text{Тут } k^2 = \frac{2mE}{\hbar^2}, q^2 = \frac{2m(U - E)}{\hbar^2}.$$

Проходження частинки крізь область, в яку, згідно із законами класичної механіки, вона не може проникнути, можна пояснити співвідношенням невизначеностей. Невизначеність імпульсу Δp на відрізку $\Delta x = l$ становить $\Delta p > \hbar / l$. Пов'язана з цим розкидом в значеннях імпульсу кінетична енергія $(\Delta p)^2 / 2m$ може виявитися достатньою для того, щоб повна енергія частинки виявилася більшою за потенційну.

Прикладом цього може слугувати викидання α -частинки з ядра радіоактивного атома. Квантово-механічний розрахунок дозволяє кількісно врахувати ймовірність проходження частинки крізь бар'єр. Виявляється, що ймовірність проникнення частинки крізь бар'єр з області 1 в область 2I убуває експоненціально зі збільшенням ширини бар'єру l .

Крім того, вона сильно залежить від різниці енергій $U - E$. Ймовірність проникнення частинки крізь бар'єр тим більша, чим менша різниця $U - E$, тобто чим менше різниця висот енергетичного рівня E та потенційного бар'єра U . Наприклад, якщо різниця енергій $U - E$ дорівнює кільком

електрон-вольтам, а ширина бар'єру – атомних розмірів ($l = 10^{-8}$ см), то ймовірність проходження електронів через бар'єр значна.

Існування факту просочування мікрочастинок крізь потенційний бар'єр (тунельний ефект) підтверджується численними даними. Таким чином, квантова механіка пояснює ще одне явище, незрозуміле з класичної позиції. Просочування мікрочастинок крізь потенційний бар'єр тісно пов'язане з їх хвильовими властивостями. Воно аналогічне явищу проникнення хвиль крізь тонкий прошарок, що розділяє два оптично більш щільні середовища, коли з позиції променевої оптики повинно було б мати місце явище повного внутрішнього відображення.

Для широких бар'єрів і великих різниць енергії ймовірність проходження крізь бар'єр практично дорівнює нулю, тобто в цих випадках висновки з квантово-механічної теорії співпадають з висновками з класичної механіки.

6.1.4. Лінійний гармонійний осцилятор

Лінійний гармонійний осцилятор – система, що здійснює одновимірний рух під дією квазіупругої сили $F = -kx$, є моделлю, яка часто використовується при описі класичних і квантових систем.

Потенційна енергія гармонічного осцилятора має вигляд:

$$U = \frac{m \omega_0^2 x^2}{2}, \quad (6.1.33)$$

де ω_0 – власна частота класичного гармонічного осцилятора, що дорівнює $\omega_0^2 = k/m$, m – маса частинки.

Тому рівняння Шредінгера для осцилятора має наступний вигляд:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{2}{\hbar^2} \left(E - \frac{m \omega_0^2 x^2}{2} \right) \psi = 0, \quad (6.1.34)$$

де E – повна енергія осцилятора.

Теорією диференціальних рівнянь доводиться, що рівняння (6.1.34) має кінцеві, однозначні та безперервні розв'язання за значеннями параметра E , які дорівнюють:

$$E_n = (n + 1/2)\hbar\omega_0 = (n + 1/2)h\nu_0, \quad (n = 0, 1, 2, 3, \dots). \quad (6.1.35)$$

На рис. 6.1.8 дана схема енергетичних рівнів гармонійного осцилятора. Для наочності рівні вписані в криву потенційної енергії.

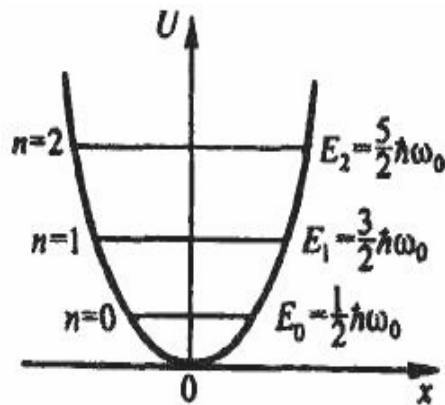


Рис. 6.1.8. Схема енергетичних рівнів гармонійного осцилятора

Однак слід пам'ятати, що у квантовій механіці повна енергія не може бути представлена у вигляді суми точно визначених енергій E_k і U .

Рівні енергії гармонійного осцилятора є еквідистантними, тобто відстають один від одного на однакову відстань. Найменше можливе значення енергії ϵ :

$$E_0 = \frac{1}{2} \hbar \omega_0 = \frac{1}{2} h \nu_0. \quad (6.1.36)$$

Це значення називають **нульовою енергією**. Існування енергії нульових коливань – типово квантовий ефект, який є прямим наслідком співвідношення невизначеностей.

Частинка у ямі будь-якої форми не може перебувати на її дні, оскільки в нуль звертається імпульс частинки і його невизначеність, а невизначеність координати стає нескінченною, що суперечить, в свою чергу, умові перебування частинки в потенційній ямі.

Існування нульової енергії підтверджується експериментами з вивчення розсіювання світла кристалами за низьких температур. Вияв-

ляється, що інтенсивність розсіяного світла зі зниженням температури прагне не до нуля, а до деякого кінцевого значення. Це вказує на те, що й за абсолютного нуля коливання атомів у кристалічній решітці не припиняються.

Квантова механіка дозволяє обчислити ймовірності різних переходів квантової системи з одного стану в інший. Подібні обчислення показують, що для гармонійного осцилятора можливі лише переходи між сусідніми рівнями.

У таких переходах квантове число n змінюється на одиницю: $\Delta n = \pm 1$. Умови, що накладаються на зміни квантових чисел у переходах системи з одного стану в інший, називають **правилами відбору**.

Отже, енергія гармонійного осцилятора може змінюватися тільки порціями $\hbar\omega$ (або $h\nu$). Тому при переходах осцилятор випромінює або поглинає фотон із частотою, що дорівнює власній частоті осцилятора, і енергією, яка дорівнює різниці енергій між двома сусідніми рівнями осцилятора:

$$E_{n+1} - E_n = (n+1+1/2)h\nu - (n+1/2)h\nu = h\nu. \quad (6.1.37)$$

Таким чином, осцилятор частоти ν випромінює з тією ж частотою ν , як і в класичній теорії. Істотна відмінність полягає в механізмі випромінювання: класичний осцилятор випромінює безперервно, поступово затухаючи при цьому.

Квантовий осцилятор в стаціонарному стані здійснює коливання, нічого не випромінюючи. Випромінювання виникає лише під час переходу осцилятора з даного енергетичного стану до найближчого нижнього. Тоді вся енергія, що втрачається осцилятором, віддається з одним фотоном, що виникає в момент переходу.

Будучи в стані з мінімальною енергією $E_0 = 1/2 \cdot h\nu$, осцилятор коливається, але випромінювати не може. Те ж стосується і поглинання випромінювання.

Класичний осцилятор здатний черпати енергію з поля випромінювання безперервно, так само безперервно збільшуючи амплітуду коливань. Квантовий осцилятор поглинає випромінювання (частоти ν) порціями, піднімаючись стрибком на найближчий енергетичний рівень.

6.1.5. Приклади розв'язання завдань

Рекомендації до оформлення вирішення завдань

1. Після слова "Дано" записати всі величини з їх числовими значеннями, які будуть використані у розв'язанні завдання. Усі числові значення, крім безрозмірних, потрібно переводити в систему СІ. Після слова "Знайти" записати всі шукані величини зі знаком питання.

2. Вказати основні закони та формули, із застосуванням яких розв'язується завдання, і дати їх формулювання. Пояснити сенс індексних позначень, що входять у вихідні формули. Для формул, які є окремим випадком фундаментального закону, необхідно вивести формулу з цього закону, застосовуючи початкові та граничні умови.

3. За необхідності акуратно виконати креслення або графік, що пояснює зміст завдання, з нанесеними позначеннями всіх символів, які використовуються в розрахункових формулах і можуть бути пояснені кресленням або малюнком.

4. На етапах розв'язання завдання приводити вичерпні стислі пояснення.

5. Розрахунки до фізичних завдань, як правило, потрібно виконувати, подаючи шукану величину в індексних (буквенних) позначеннях величин, які задані в умові завдання та взяті з довідкових таблиць. У цьому випадку не обчислюються проміжні величини; чисельні значення підставляють в робочу (кінцеву) формулу, яка виражає шукану величину. Робочу формулу слід записувати в раціоналізованій формі, всі вхідні величини повинні бути виражені в одиницях СІ.

6. Переконатися в правильності найменування шуканої величини підстановкою в робочу формулу найменувань одиниць, в яких виражені задані числові значення.

7. Підставити в робочу формулу числові значення, виражені в одиницях системи СІ.

8. Виконати розрахунки з числовими значеннями, підставленими в робочу формулу. У відповіді записати отримане чисельне значення та скорочене найменування одиниць вимірювання шуканої величини.

9. У підстановці чисельних значень в робочу формулу й у відповідь до завдання числові значення величин записувати в скороченій формі,

наприклад замість 0,000161 записати $1,6110^{-4}$ тощо. Це є більш компактною та наочною формою та полегшує розрахункові дії.

10. Всі завдання потрібно розв'язувати до завершення в буквених позначеннях (у загальному вигляді). Це дає можливість встановити закономірність, яка показує залежність шуканої величини від заданих.

11. У праву частину робочої формули отриманого в загальному вигляді розв'язання потрібно замість символів величин підставити позначення одиниць і виконати з ними необхідні операції. Перевірити (або переконатися), чи відповідає отримана в результаті цих дій одиниця шуканої величиною. Хибна одиниця вимірювання вказує на помилковість розв'язання.

12. Під час проведення розрахунків необхідно керуватися правилами дій з наближеними числами, оскільки в більшості випадків чисельні значення фізичних величин є наближеними. Отже, обов'язково потрібно враховувати похибку цієї величини.

13. На основі теоретичних положень необхідно виконати оцінювання правдоподібності отриманої числової відповіді. Таке оцінювання часто допомагає виявити помилковість отриманого результату. Так, наприклад, розмір атома не може бути порядку 1 см і тим більше 1 м, швидкість матеріального об'єкта не може бути більшою за швидкість світла у вакуумі тощо.

Приклади розв'язань.

6.1.5.1. Знайти довжину хвилі де Бройля електронів в пучку під час проведення електронно-променевої терапії, якщо їх швидкість дорівнює $1,5 \cdot 10^8$ м/с.

Дано: $v = 1,5 \cdot 10^8$ м/с, $m = 9,1 \cdot 10^{-31}$ кг.

Знайти: $\lambda = ?$

Розв'язання: Для рухомих електронів їх довжина хвилі де Бройля може бути визначена за формулою:

$$\lambda = \frac{h}{mv}, \quad (6.1.38)$$

де m – маса електрона, v – швидкість електрона.

Після підстановки в вираз (6.1.38) числових значень отримано:

$$\lambda = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 150 \cdot 10^6} = 4,86 \text{ нм}.$$

Розв'язок: $\lambda = 4,86 \text{ нм}$

6.1.5.2. У медицині при проведенні бета-терапії застосовується пучок електронів, у якого довжина хвилі де Бройля вдвічі більша комптонівської довжини хвилі. Визначити швидкість руху електронів в пучку.

Дано: $m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$, $\lambda = 2 \lambda_c$, $\lambda_c = 2,4 \cdot 10^{-12} \text{ м}$ – комптонівська довжина хвилі.

Зайти: $v = ?$

Розв'язання: Для довжини хвилі де Бройля справедливе вираження:

$$\lambda = \frac{h}{p}, \quad (6.1.39)$$

де $p = mv$ – імпульс електрона.

З цього виразу можна визначити швидкість електрона:

$$v = \frac{h}{m\lambda} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 4,8 \cdot 10^{-12}} = 152 \text{ м/с}.$$

Розв'язок: $v = 152 \text{ м/с}$.

6.1.5.3. У кардіомоніторі використовується електронно-променева трубка з прискорювальною напругою дорівненою $U = 16 \text{ кВ}$. Знайти довжину хвилі де Бройля для електрона за умови його зіткнення з люмінесцентною поверхнею екрана монітора (кінескопа).

Дано: $U = 16 \cdot 10^3 \text{ В}$, $m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$.

Знайти: $\lambda = ?$

Розв'язання: Для довжини хвилі де Бройля справедливе вираження:

$$\lambda = \frac{h}{p}, \quad (6.1.40)$$

де $p = mv$ – імпульс електрона.

Робота електричного поля витрачається на розгін електрона в цьому полі. Водночас йому додається кінетична енергія, тому можна записати:

$$eU = \frac{mv^2}{2}, \quad (6.1.41)$$

звідки визначено швидкість електрона:

$$v = \sqrt{\frac{2eU}{m}}. \quad (6.1.42)$$

Після підстановки виразу для швидкості (6.1.42) в вираз (6.1.41) отримано шукану довжину хвилі де Бройля для електрона:

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2meU}} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{\sqrt{2 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 16 \cdot 10^3}} = 0,991 \cdot 10^{-11} \text{ м} = 0,991 \text{ нм}$$

Розв'язок: $\lambda = 0,991 \cdot 10^{-11} \text{ м}$.

6.1.5.4. У прискорювачі, який застосовується в медицині для цілей бета-терапії, електрон рухається в однорідному магнітному полі з магнітною індукцією $B = 0,5 \text{ Т}$ по колу радіусом $r = 0,05 \text{ м}$. Знайти довжину хвилі де Бройля електрона.

Дано: $r = 0,05 \text{ м}$, $B = 0,5 \text{ Т}$, $m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$.

Знайти: $\lambda = ?$

Розв'язання: На рухомий електрон діють відцентрова та доцентрова сили, а також сила Лоренца. Рівність доцентрової сили та сили Лоренца забезпечує рівновагу електрона на круговій траєкторії. Ця умова записується так:

$$\frac{mv^2}{r} = Bev, \quad (6.1.43)$$

де m – маса електрона, e – його заряд, v – швидкість, r – радіус орбіти електрона.

Для довжини хвилі де Бройля справедливе вираження:

$$\lambda = \frac{h}{mv}. \quad (6.1.44)$$

Визначити імпульс електрона з рівняння (6.1.43):

$$mv = Bev. \quad (6.1.45)$$

Після об'єднання рівнянь (6.1.45) і (6.1.44), отримано:

$$\lambda = \frac{h}{Bev} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{0,5 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 5 \cdot 10^{-2}} = 1,66 \cdot 10^{-13} \text{ м}.$$

Розв'язок: $\lambda = 1,66 \cdot 10^{-13} \text{ м}$.

6.1.5.5. Знайти масу зарядженої частинки, яка прискорена різницею потенціалів 200 В і має довжину хвилі де Бройля 2,02 пм. Заряд частки чисельно дорівнює заряду електрона.

Дано: $U = 200 \text{ В}$, $\lambda = 2,02 \text{ пм} = 2,02 \cdot 10^{-12} \text{ м}$, $q = \bar{e} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$.

Знайти: $m = ?$

Розв'язання: Довжина хвилі де Бройля визначена як:

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2W_k m}}, \quad (6.1.46)$$

тоді маса зарядженої частинки дорівнює:

$$m = \frac{h^2}{2W_k \lambda^2}. \quad (6.1.47)$$

Енергія частинки рівна $W_k = \bar{e} \cdot U$. Підставити значення та в результаті отримати:

$$m = \frac{h^2}{2W_k \lambda^2} = \frac{h^2}{2\bar{e}U_k \lambda^2} = \frac{(6,6262 \cdot 10^{-34})^2}{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 200 (2,02 \cdot 10^{-12})^2} = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$$

Розв'язок: $m = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$

6.1.5.6. Визначити масу m фотона для:

- 1) червоних променів світла (довжина хвилі $\lambda = 700 \text{ нм}$);
- 2) променів рентгенівського випромінювання ($\lambda = 25 \text{ пм}$);
- 3) гамма-променів ($\lambda = 1,24 \text{ пм}$).

Дано: $\lambda_{1,2,3} = 700 \text{ нм}; 25 \text{ пм}; 1,24 \text{ пм}$.

Знайти: $m_{1,2,3} = ?$

Розв'язання: Енергія фотона визначена виразом:

$$E = h\nu, \quad (6.1.48)$$

де $h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ Дж}\cdot\text{с}$ – постійна Планка, $\nu = c / \lambda$ – частота електромагнітних коливань, $c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$ – швидкість світла у вакуумі.

Перепишемо рівняння (6.1.47) у вигляді:

$$E = h \frac{c}{\lambda}. \quad (6.1.49)$$

Відповідно до формули Ейнштейна:

$$E = mc^2. \quad (6.1.50)$$

Порівнюючи (6.1.49) і (6.1.50), для маси визначити вираження:

$$m = \frac{h}{\lambda c}.$$

Після підстановки в це вираження числових значень отримано шукані маси фотонів:

1) $m_1 = 3,2 \cdot 10^{-36}$ кг; 2) $m_2 = 8,8 \cdot 10^{-36}$ кг; 3) $m_3 = 1,8 \cdot 10^{-36}$ кг.

Розв'язок: шукані маси фотонів: 1) $m_1 = 3,2 \cdot 10^{-36}$ кг; 2) $m_2 = 8,8 \cdot 10^{-36}$ кг; 3) $m_3 = 1,8 \cdot 10^{-36}$ кг.

6.1.5.7. Фотон з довжиною хвилі $\lambda = 520$ нм має енергію E . Визначити, яку швидкість повинен мати електрон, щоб його кінетична енергія дорівнювала енергії фотона.

Дано: $\lambda = 520$ нм, E .

Знайти: $v = ?$

Розв'язання: За визначенням кінетична енергія електрона дорівнює:

$$E = mv^2 / 2. \quad (6.1.51)$$

Енергія фотона визначена виразом:

$$E = h\nu = h \frac{c}{\lambda}. \quad (6.1.52)$$

Прирівнянням правих частин рівнянь (6.1.51) і (6.1.52), для швидкості отримано вираз: $v = \sqrt{\frac{2hc}{m\lambda}}$.

Після підстановки числових даних отримано: $v = 9,2 \cdot 10^5$ м/с.

Розв'язок: швидкість електрона $v = 9,2 \cdot 10^5$ м/с.

6.1.5.8. Визначити енергію фотона, щоб його маса дорівнювала масі спокою електрона.

Дано: $m_\phi = m$.

Знайти: $E = ?$

Розв'язання: Енергія фотона визначена виразом: $E = mc^2$, де $c = 3 \cdot 10^8$ м/с – швидкість світла у вакуумі. Після підстановки в цю формулу значення маси спокою електрона (з довідкової таблиці) отримано шукану енергію фотона: $E = 81 \cdot 10^{-15}$ Дж = $510 \cdot 10^3$ еВ.

Розв'язок: енергія фотона: $E = 81 \cdot 10^{-15}$ Дж = $510 \cdot 10^3$ еВ.

6.1.5.9. Монохроматичним пучком фотонів через майданчик з поперечним перерізом $S = 2 \text{ см}^2$ за час $t = 30 \text{ с}$ переноситься імпульс величиною $p = 3 \cdot 10^{-9} \text{ кг} \cdot \text{м}^2/\text{с}$. Визначити для такого пучка енергію фотонів, яка падає в одиницю часу на одиницю площі.

Дано: $S = 2 \text{ см}^2$, $t = 30 \text{ с}$, $p = 3 \cdot 10^{-9} \text{ кг} \cdot \text{м}^2/\text{с}$.

Знайти: $E_1 = ?$

Розв'язання: З теорії відомо, що імпульс і енергія зв'язані співвідношенням:

$$E = p \cdot c. \quad (6.1.53)$$

Тоді на одиницю площі в одиницю часу буде падати енергія фотонів, що визначається виразом:

$$E = p \cdot c / S \cdot t. \quad (6.1.54)$$

Після підстановки чисельних значень отримано:

$$E_1 = 150 \text{ Дж}/(\text{с м}^2).$$

Розв'язок: енергія фотонів, яка падає в одиницю часу на одиницю площі, дорівнює $E_1 = 150 \text{ Дж}/(\text{с м}^2)$.

6.1.5.10. Метал має роботу виходу $A = 4,5 \text{ еВ}$. Потік фотонів з енергією $E = 4,9 \text{ еВ}$, що падає на метал, вириває з нього електрони. Визначити максимальний імпульс, який передається поверхні цього металу фотонами під час вильоту кожного електрона.

Дано: $A = 4,5 \text{ эВ}$, $E = 4,9 \text{ эВ}$.

Знайти: $p_{\text{max}} = ?$

Розв'язання: За законом збереження енергії запишемо:

$$\cancel{h\nu} + \frac{mv^2}{2} = \frac{p^2}{2m}. \quad (6.1.55)$$

З цього виразу визначений максимальний імпульс, який передається поверхні металу фотонами:

$$p = p_{\max} = \sqrt{2m\phi} = 3,4 \cdot 10^{-25} \text{ кг}\cdot\text{м/с}.$$

Розв'язок: максимальний імпульс, який передається поверхні металу фотонами дорівнює $p_{\max} = 3,4 \cdot 10^{-25} \text{ кг}\cdot\text{м/с}$.

6.1.5.11. Деякий метал має довжину хвилі світла, відповідну червоної межі фотоефекту $\lambda_0 = 275 \text{ нм}$. Визначити для цього металу:

а) роботу виходу електрона з металу;

б) максимальну швидкість v_{\max} електронів, які вириваються з металу з довжиною хвилі $\lambda = 180 \text{ нм}$;

в) максимальну кінетичну енергію W_{\max} .

Дано: $\lambda_0 = 275 \text{ нм}$, $\lambda = 180 \text{ нм}$.

Знайти: $v_{\max} = ?$, $W_{\max} = ?$

Розв'язання: Роботу виходу електрона з металу визначити з відомого в теорії співвідношення:

$$A = \frac{hc}{\lambda_0} = 7,2 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}.$$

Запишемо рівняння Ейнштейна для фотоефекту:

$$h\nu = A + \frac{mv_{\max}^2}{2}, \quad (6.1.56)$$

де $\frac{mv_{\max}^2}{2}$ – максимальна кінетична енергія електрона, який вилітає з металу.

З (6.1.55) отримано:

$$\frac{hc}{\lambda} - A = \frac{mv_{\max}^2}{2}, \quad (6.1.57)$$

звідки отриманий вираз для розрахунку максимальної швидкості електрона:

$$v_{\max} = \sqrt{\frac{2hc/\lambda - A}{m}}. \quad (6.1.58)$$

Після підстановки чисельних значень отримано: $v_{\max} = 9 \cdot 10^5 \text{ м/с}$.

Максимальна кінетична енергія W_{\max} після підстановок буде

дорівнювати: $W_{\max} = \frac{mv_{\max}^2}{2} = 3,7 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$.

Розв'язок: $v_{\max} = 9 \cdot 10^5 \text{ м/с}$, $W_{\max} = \frac{mv_{\max}^2}{2} = 3,7 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$.

6.1.5.12. Електрон з кінетичною енергією $W \approx 4 \text{ еВ}$ локалізований в області розміром $l = 1 \text{ мкм}$. За допомогою співвідношення невизначеностей виконати оцінювання відносної невизначеності його швидкості

Дано: $W \approx 4 \text{ эВ}$, $L = 1 \text{ мкм} = 10^{-6} \text{ м}$.

Знайти: $\Delta v/v = ?$

Розв'язання: Записати вираз для співвідношення невизначеностей Гейзенберга:

$$L \cdot m_e \Delta v = \frac{h}{2\pi}, \quad (6.1.59)$$

де m_e – маса електрона, h – постійна Планка.

З виразу (6.1.58) отримано:

$$\Delta v = \frac{h}{2\pi \cdot L \cdot m_e} = 115,77 \text{ м/с}.$$

За відомою кінетичною енергією $W = m_e v^2/2$ можна визначити швидкість електрона:

$$v = \sqrt{\frac{2W}{m_e}}, \quad (6.1.60)$$

або після підстановки чисельних значень в (6.1.60): $v = 1,19 \cdot 10^6 \text{ м/с}$.

Тоді відносна невизначеність швидкості електрона: $\Delta v/v = 9,76 \cdot 10^{-5}$.

Розв'язок: відносна невизначеність швидкості електрона дорівнює $\Delta v/v = 9,76 \cdot 10^{-5}$.

6.1.5.13. Частинка маси m знаходиться в основному стані в одновимірному потенційному полі виду $U(x) = kx^2/2$ і має хвильову функцію виду $\psi = A \cdot \exp(-\alpha x^2)$, де A – нормувальний коефіцієнт, α – позитивна константа. За допомогою рівняння Шредінгера визначити в цьому стані постійну α і енергію E частинки

Дано: m , $U(x) = kx^2/2$, $\psi = A \cdot \exp(-\alpha x^2)$.

Знайти: $\alpha = ?$ $E = ?$

Розв'язання: Записати стаціонарне рівняння Шредінгера:

$$\frac{d^2}{dx^2}\psi + \frac{2m}{\hbar^2}(E - U) = 0. \quad (6.1.61)$$

Або після підстановок:

$$\frac{d^2}{dx^2}(A \cdot \exp(-\alpha \cdot x^2)) + \frac{2m}{\hbar^2}(E - k \frac{x^2}{2}) \cdot (A \cdot \exp(-\alpha \cdot x^2)) = 0. \quad (6.1.62)$$

Після диференціювання в (6.1.61) і приведення подібних отримаємо:

$$-2\alpha + 2\alpha^2 \cdot x^2 + \frac{2m}{\hbar^2}E - \frac{2m}{\hbar^2}k \frac{x^2}{2} = 0. \quad (6.1.63)$$

Або після групування:

$$\left(2\alpha^2 - \frac{1}{2} \cdot \frac{m}{\hbar^2} k\right) \cdot x^2 - \alpha + \frac{2m}{\hbar^2}E = 0. \quad (6.1.64)$$

Вирішити стандартним методом рівняння (6.1.63) і отримати:

$$\begin{aligned} -\alpha + \frac{2m}{\hbar^2}E = 0 &\Rightarrow E = \frac{\alpha}{m} \hbar^2, \\ 2\alpha^2 - \frac{1}{2} \cdot \frac{m}{\hbar^2} k = 0 &\Rightarrow \alpha = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{km}}{\hbar} \Rightarrow E = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{k}{m}} \hbar. \end{aligned}$$

Розв'язок: $\alpha = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{km}}{\xi}, E = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{k}{m}} \xi.$

6.1.5.14. Оцінити найменші помилки, з якими можна визначити швидкість електрона, протона та кульки масою 1 мг, якщо координати частинок і центру кульки встановлені з невизначеністю 1 мкм.

Дано: $m_e = 9,11 \cdot 10^{-31}$ кг; $m_p = 1,672 \cdot 10^{-27}$ кг; $m_w = 10^{-6}$ кг; $\Delta x = 10^{-6}$ м; $\hbar = 1,05 \cdot 10^{-34}$ Дж с.

Знайти: $\Delta v_e = ?$; $\Delta v_p = ?$; $\Delta v_w = ?$

Розв'язання: Записати співвідношення невизначеностей для координати й імпульсу частинки:

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \hbar, \quad (6.1.65)$$

де Δx – невизначеність координати, Δp_x – невизначеність проекції імпульсу частинки на вісь x.

Невизначеність імпульсу частинки пов'язана з невизначеністю її швидкості Δv_x співвідношенням:

$$\Delta p_x = m \cdot \Delta v_x, \quad (6.1.66)$$

Підставлянням (6.1.66) у вираз (6.1.65), отримано:

$$\Delta x \cdot m \cdot \Delta v_x \geq \hbar. \quad (6.1.67)$$

З цього виразу отримано невизначеність швидкості:

$$\Delta v_x \geq \hbar / (\Delta x \cdot m). \quad (6.1.68)$$

І тоді найменша помилка в оцінюванні швидкості частинки:

$$\Delta v_x = \hbar / (\Delta x \cdot m). \quad (6.1.69)$$

На основі (6.1.69) виконати обчислення:
для електрона:

$$\Delta v_e = 1,05 \cdot 10^{-34} \text{ Дж с} / (9,11 \cdot 10^{-31} \text{ кг} \cdot 10^{-6} \text{ м}) \approx 1 \cdot 10^2 \text{ м/с};$$

для протона:

$$\Delta v_p = 1,05 \cdot 10^{-34} \text{ Дж с} / (1,672 \cdot 10^{-27} \text{ кг} \cdot 10^{-6} \text{ м}) = 0,628 \cdot 10^2 \text{ м/с} \approx 1 \cdot 10^{-1} \text{ м/с};$$

для кульки:

$$\Delta v_w = 1,05 \cdot 10^{-34} \text{ Дж с} / (10^{-6} \text{ кг} \cdot 10^{-6} \text{ м}) = 1,05 \cdot 10^{22} \text{ м/с} \approx 1 \cdot 10^{-20} \text{ м/с}.$$

Розв'язок: $\Delta v_e \approx 1 \cdot 10^2 \text{ м/с}$; $\Delta v_p \approx 1 \cdot 10^{-1} \text{ м/с}$; $\Delta v_w \approx 1 \cdot 10^{-20} \text{ м/с}$;

6.1.5.15. Знайти довжину хвилі де Бройля молекул водню, відповідну їх найбільш вірогідній швидкості за кімнатної температури.

Дано: $T = 300\text{К}$, H_2 .

Знайти: $\lambda_D = ?$

Розв'язання: Молекулярна маса водню дорівнює:
 $M_{H_2} = 2,001 \text{ кг/моль}$.

Для найбільш вірогідної швидкості справедливий вираз:

$$v_B = \sqrt{\frac{2RT}{M_{H_2}}}. \quad (6.1.70)$$

Для молекули довжина хвилі де Бройля визначена такою формулою:

$$\lambda_D = \frac{h}{m_0 v_B} = \frac{N_A h}{M_{H_2} v_B}. \quad (6.1.71)$$

Після підстановки чисельних значень у вираз (6.1.70) отримано:
 $\lambda_D = 1,264 \cdot 10^{-10} \text{ м}$.

Розв'язок: $\lambda_D = 1,264 \cdot 10^{-10} \text{ м}$.

6.1.5.16. Кінетична енергія протона в чотири рази менша його енергії спокою. Обчислити довжину хвилі де Бройля для протона.

Дано: $E_k = \frac{1}{4} E_0$; $E_0 = 1,5 \cdot 10^{-10} \text{ Дж}$

Знайти: λ

Розв'язання: Довжина хвилі де Бройля:

$$\lambda = h / p, \quad (6.1.72)$$

де h – постійна Планка, p – імпульс частинки.

Оскільки, за умовою завдання:

$$E_k = \frac{1}{4} E_0, \quad (6.1.73)$$

(кінетична енергія E_k протона порівнянна з його енергією спокою $E^0 = mc^2$), то має місце релятивістське співвідношення між повною енергією та імпульсом:

$$E^2 = p^2 c^2 + E_0^2, \quad (6.1.74)$$

де c – швидкість світла у вакуумі; E – повна енергія, яка дорівнює:

$$E = E_0 + E_k. \quad (6.1.75)$$

Підставлянням (6.1.74) в (6.1.73), отримано релятивістське співвідношення між імпульсом і кінетичною енергією:

$$p = (E_k^2 + 2 E_k mc^2)^{1/2} / c. \quad (6.1.76)$$

Підставити в (6.1.75) умову (6.1.72), і тоді вираз (6.1.71) прийме вигляд:

$$\lambda = \frac{4}{3} \cdot \frac{hc}{E_0}. \quad (6.1.77)$$

Після підстановки чисельних значень отримано:

$$\lambda = \frac{4 \cdot 6,62 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{3 \cdot 1,5 \cdot 10^{-10}} = 1,77 \cdot 10^{-15} \text{ м.}$$

Розв'язок: $\lambda = 1,77 \cdot 10^{-15}$ м.

6.1.5.17. Маса рухомого електрона втричі більша його маси спокою. Визначити мінімальну невизначеність координати електрона.

Дано: $m = 3 m_0$; $m_0 = 0,91 \cdot 10^{-30}$ кг.

Знайти: $\Delta x_{min} = ?$

Розв'язання: Згідно зі співвідношенням невизначеності Гейзенберга:

$$\Delta x \Delta p_x \geq h, \quad (6.1.78)$$

де Δx і Δp_x – невизначеності координати й імпульсу частинки; h – постійна Планка.

Враховуючи, що імпульс визначений як:

$$p = mv, \quad (6.1.79)$$

де m – маса, v – швидкість частинки, то співвідношення (6.1.77) можна подати у вигляді:

$$\Delta x \geq h / m v_x. \quad (6.1.80)$$

Оскільки невизначеність швидкості Δv_x , як і сама швидкість, не може перевищувати швидкості світла у вакуумі, то:

$$\Delta x_{\min} = h / m c \quad (6.1.81)$$

Згідно з умовою задачі $m = 3 m_0$. Тоді:

$$\Delta x_{\min} = h / 3 m_0 c.$$

$$\Delta x_{\min} = 6,62 \cdot 10^{-34} / 3 \cdot 0,91 \cdot 10^{-30} \cdot 3 \cdot 10^8 = 0,8 \cdot 10^{-13} \text{ м.}$$

Розв'язок: $\Delta x_{\min} = 0,8 \cdot 10^{-13} \text{ м.}$

6.1.5.18. Електронний пучок прискорюється в електронно-променевої трубки різницею потенціалів 0,5 кВ. Приймаючи, що невизначеність імпульсу дорівнює 0,1% від його числового значення, визначити невизначеність координати електрона. Чи є в даних умовах електрон квантовою або класичною частинкою?

Дано: $U = 0,5 \text{ кВ} = 500 \text{ В}; \Delta p_x = 0,001 p_x.$

Знайти: $\Delta x = ?$

Розв'язання: Згідно зі співвідношенням невизначеності Гейзенберга:

$$\Delta x \Delta p_x \geq h \quad (6.1.82)$$

де Δx і Δp_x – невизначеності координати та імпульсу електрона; $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ Дж с – постійна Планка.

Кінетична енергія електрона, що пройшов прискорювальну різницю потенціалів U , дорівнює $E_k = e U = 0,5$ кеВ, тобто електрон за даних умов є нерелятивістською частинкою, і імпульс електрона:

$$p = \sqrt{2m_0 E_k} = \sqrt{2m_0 eU} = 1,24 \cdot 10^{-23} \text{ кг м/с.} \quad (6.1.83)$$

Згідно з умовою завдання, невизначеність імпульсу $\Delta p_x = 0,001 p_x = 1,24 \cdot 10^{-26}$ кг·м/с, тобто $\Delta p_x \ll p_x$, і електрон за даних умов є класичною частинкою.

З виразу (6.1.81) випливає, що шукана невизначеність координати електрона $\Delta x = h/p_x$.

Обчисленням, отримано $\Delta x = 53,5$ нм.

Розв'язок: $\Delta x = 53,5$ нм.

6.1.5.19. Частинка знаходиться в нескінченно глибокій одновимірній потенційній ямі шириною l на другому енергетичному рівні. Визначити, в яких точках ями щільність ймовірності виявлення частинки збігається з класичною щільністю ймовірності?

Дано: l ; $w_n = n = 2$.

Знайти: $x = ?$

Розв'язання: Хвильова функція, що описує стан частинки в нескінченно глибокій одновимірній потенційній ямі шириною l , має вигляд:

$$\psi = \sqrt{\frac{2}{l}} \sin \frac{n\pi x}{l}, \quad (6.1.84)$$

де n – номер енергетичного рівня ($n = 1, 2, 3 \dots$); x – координата частинки в ямі ($0 \leq x \leq l$).

Згідно з фізичним сенсом хвильової функції:

$$|\psi|^2 = w, \quad (6.1.85)$$

де w – щільність ймовірності виявлення частинки в точці з координатою x .

Якщо частка знаходиться на другому енергетичному рівні ($n = 2$), то:

$$w_2 = \frac{2}{l} \sin^2\left(\frac{2\pi x}{l}\right) \quad (6.1.86)$$

Відповідно до принципу відповідності Бора, отримано вираз для класичної щільності ймовірності, якщо $n \rightarrow \infty$:

$$w_\infty = 1/l. \quad (6.1.87)$$

Прирівнюючи згідно з умовою задачі вирази (6.1.86) і (6.1.87), отримуємо:

$$\sin^2\left(\frac{2\pi x}{l}\right) = \frac{1}{2}. \quad (6.1.88)$$

Розв'язанням рівняння (6.1.88) знайдено:

$$x = (k \pm 1/4) \frac{l}{2} \quad (k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots) \quad (6.1.89)$$

У межах потенційної ями ($0 \leq x \leq l$) таких точок чотири:

$$x = \left(\frac{l}{8}, \frac{3l}{8}, \frac{5l}{8}, \frac{7l}{8}\right).$$

Розв'язок: $x = \left(\frac{l}{8}, \frac{3l}{8}, \frac{5l}{8}, \frac{7l}{8}\right).$

6.1.6. Завдання для самостійного розв'язання

6.1.6.1. Пучок моноенергетичних електронів падає перпендикулярно на поверхню монокристала нікелю. У напрямку, що становить кут

$\vartheta = 55^\circ$ з нормаллю до поверхні монокристала, реєструється максимум відображення четвертого порядку при енергії електронів $W = 180$ еВ. Визначити відповідне значення міжплощинної відстані [206 нм].

6.1.6.2. Вузкий пучок електронів, що мають кінетичну енергію $W = 10$ кеВ, після проходження через полікристалічну алюмінієву фольгу, утворює на екрані систему дифракційних кілець. Визначити міжплощинну відстань, яка відповідає відображенню третього порядку від деякої системи кристалічних площин, якщо йому відповідає дифракційне кільце діаметром $D = 3,20$ см. Відстань між екраном і фольгою $L = 10,0$ см [232,9 нм].

6.1.6.3. Прискорений різницею потенціалів U пучок електронів падає на поверхню металу, у якого внутрішній потенціал дорівнює $U_i = 15$ В. Визначити: а) показник заломлення металу для електронів з $U = 150$ В; б) відношення U / U_i , за якого показник заломлення відрізняється від одиниці не більше ніж на $\eta = 1,0\%$ [1,05; 50].

6.1.6.4. Електронний пучок з довжиною хвилі де Бройля електронів в пучку 5 пм використаний для проведення променевої бета-терапії. Треба знайти величину імпульсу електрона в пучку.

6.1.6.5. Електрони рухаються зі швидкістю 280 Мм/с. Визначити довжину хвилі комптонівського розсіювання.

6.1.6.6. У момент зіткнення (наприкінці процесу прискорення) електрона з покриттям люмінофора в електронно-променевої трубки монітора довжина хвилі де Бройля становить 12 пм. Визначити величину прискорювальної напруги в ЕПТ.

6.1.6.7. У прискорювачі медичної установки для бета-терапії довжина хвилі де Бройля електрона $\lambda = 1,6 \cdot 10^{-13}$ м. Електрон в прискорювачі рухається в процесі прискорення в однорідному магнітному полі, індукція якого $B = 0,5$ Т. Визначити радіус кола r яким рухається електрон.

6.1.6.8. У прискорювачі медичної установки для бета-терапії довжина хвилі де Бройля електрона $\lambda = 1,9 \cdot 10^{-13}$ м. Електрон у прискорювачі рухається круговою траєкторією з радіусом $r = 6$ см у процесі прискорення в однорідному магнітному полі. Визначити індукцію цього поля.

6.1.6.9. Електрон у атома водню знаходиться в основному стані. Визначити, у скільки разів збільшиться радіус його орбіти за умови збудження його квантом з енергією 12,1 еВ [зросте в 9 разів].

6.1.6.10. Знайти радіус a_0 першої борівської орбіти та швидкість v_0 електрона на ній. Визначити напруженість поля ядра на першій орбіті

$$[a_0 = -\frac{\varepsilon_0 \hbar^2}{e^2 Z \pi m} = 0,53 \cdot 10^{-10} \text{ м}, v_0 = 2,183 \cdot 10^6 \text{ м/с}].$$

6.1.6.11. Показати, що для частинки, невизначеність місця розташування якої $\Delta x = \lambda/2\pi$ (де λ – її довжина хвилі де Бройля), невизначеність швидкості за порядком величини дорівнює самій швидкості частинки.

6.1.6.12. За допомогою співвідношення невизначеностей виконати оцінювання мінімальної кінетичної енергії електрона, локалізованого в області розміром $L = 0,20$ нм.

6.1.6.13. Вузький пучок моноенергетичних електронів падає під кутом ковзання $\theta = 30^\circ$ на природну грань монокристала алюмінію. Відстань між сусідніми кристалічними площинами, паралельними цій грані монокристала, $d = 0,20$ нм. З деякою прискорювальною напругою U_0 спостерігається максимум дзеркального відображення. Наступний максимум дзеркального відображення виникає за умови збільшення прискорювальної напруги в $\eta = 2,25$ рази. Визначити U_0 [0,5 В].

6.1.6.14. Паралельний потік електронів, прискорених різницею потенціалів $U = 25$ В, падає нормально на діафрагму з двома вузькими щілинами, відстань між якими $d = 50$ мкм. Знайти відстань між сусідніми максимумами дифракційної картини на екрані, розташованому на відстані $L = 100$ см від щілин [4,9 мкм].

6.1.6.15. Знайти найбільш імовірну довжину хвилі де Бройля для молекул водню, які знаходяться в термодинамічній рівновазі за кімнатною температурою [$8,933 \cdot 10^{-11}$ м].

6.1.6.16. Нейтрон, що має кінетичну енергію $W = 25$ еВ, співударяється з ядром важкого водню, який знаходиться у стані спокою. Знайти довжини хвиль де Бройля для цих двох частинок в системі їх центру інерції [$8,6 \cdot 10^{-12}$ м].

6.1.6.17. Знайдіть величину енергії, яку потрібно надати електрону додатково, щоб його довжина хвилі де Бройля зменшилася від 100 до 50 пм. [$7,2 \cdot 10^{-17}$ Дж].

6.1.6.18. Обчислити довжини хвиль де Бройля для електрона, протона й атома урану, які мають однакову кінетичну енергію 100 еВ [123 пм; 2,86 пм; 0,186 пм].

6.1.6.19. Визначити, якої швидкості набув атом водню, що покоївся, після того, як він віддав фотон, відповідний головній лінії серії Лаймана.

6.1.6.20. Фотоелектрони вириваються електромагнітним випромінюванням з довжиною хвилі $\lambda = 18,0$ нм з іонів He^+ , які знаходяться в основному стані та в стані спокою. Знайти швидкість фотоелектронів [$2,261 \cdot 10^6$ м/с].

6.1.6.21. Визначити енергію, необхідну для видалення обох електронів з атома He , якщо відомо, що енергія зв'язку електрона в основному стані атома дорівнює $E_0 = 24,6$ еВ [79 еВ].

6.1.6.22. Знайти енергію зв'язку електрона в основному стані водневоподібних іонів, в спектрі яких довжина хвилі третьої лінії серії Бальмера дорівнює 108,5 нм. [94,3 еВ].

6.1.6.23. Відомо, що для іонів He^+ різницю довжин хвиль між головними лініями серій Бальмера та Лаймана $\Delta\lambda = 13316,7$ пм. Знайти постійну Ридберга R [$2,07 \cdot 10^7$ с⁻¹].

6.1.6.24. Визначити червону межу фотоефекту для металу з роботою виходу 2 еВ [$6,2 \cdot 10^{-7}$ м].

6.1.6.25. Визначити максимальну швидкість електронів, що вивільняються світлом з довжиною хвилі $4 \cdot 10^{-7}$ м при фотоефекті з поверхні матеріалу з роботою виходу 1,9 еВ [$6,5 \cdot 10^5$ м/с].

6.1.6.26. Знайти роботу виходу електрона з поверхні фотокатода та червону межу фотоефекту, якщо під час опромінення фотоелемента світлом з частотою $1,6 \cdot 10^{15}$ Гц фототок припиняється при напрузі запирання 4,1 В [$4 \cdot 10^{-19}$ Дж, $6 \cdot 10^{15}$ Гц].

6.1.6.27. Під час бомбардування електронами атоми ртуті переходять з нормального в збуджений стан, якщо енергія електронів дорівнює 4,9 еВ або перевищує це значення. Визначити довжину хвилі світла, що випускається атомом ртуті під час переходу з першого збудженого стану в нормальний [$2,5 \cdot 10^{-7}$ м].

6.1.6.28. Під час проходження термоядерної реакції синтезу ядра гелію з ядер ізотопів водню – дейтерію та тритію - за схемою ${}^2_1H + {}^3_1H \rightarrow He + {}^2_1n$ вивільняється енергія 17,6 МеВ. Визначити величину енергії, яка вивільняється під час синтезу 1 г гелію? Визначити,

скільки кам'яного вугілля треба було б спалити для отримання такої ж енергії [$4,2 \cdot 10^{11} \text{Дж}$, $1,56 \cdot 10^4 \text{кг}$].

6.1.6.29. Визначити енергію зв'язку ядра атома дейтерію [2,23 МэВ].

6.1.6.30. Розрахувати довжину хвилі де Бройля для частинки з зарядом $N e$, де e – елементарний заряд, N – номер варіанта. Частинка пройшла прискорювальну різницю потенціалів $(L + 2) \cdot 10,0 \text{ В}$ и має масу $(M + 5) \cdot 1,6 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$.

6.1.6.31. Паралельний пучок заряджених частинок (табл. 6.1.2), що пройшов прискорювальну різницю потенціалів $U = M \text{ кВ}$, падає на щілину шириною $d = 10L \text{ мкм}$. Визначити ширину зображення цілі на люмінесцентному екрані, що знаходиться на відстані $0,5 \text{ м}$ від щілини. Інтенсивністю дифракційних максимумів першого і більш високих порядків можна знехтувати.

Таблиця 6.1.2

Теоретичні дані для розв'язання завдання 6.1.6.31

<i>M</i>	1	2	3	4	6
Заряд, Кл	$-1,6 \cdot 10^{-19}$	$+1,6 \cdot 10^{-19}$	$+3,2 \cdot 10^{-19}$	$+1,6 \cdot 10^{-19}$	$+1,6 \cdot 10^{-19}$
Маса, кг	$9,1 \cdot 10^{-31}$	$1,6 \cdot 10^{-27}$	$6,4 \cdot 10^{-27}$	$9,1 \cdot 10^{-31}$	$3,2 \cdot 10^{-27}$
Позначення	Електрон	Протон	α -частинка	Позитрон	Дейтон

6.1.6.32. Визначити, за якого значення кінетичної енергії частинки довжина хвилі де Бройля дорівнює її комптонівській довжині хвилі?

6.1.6.33. На грань деякого кристала під кутом $\alpha = 60^\circ$ до її поверхні падає паралельний пучок електронів, що рухаються з однаковою швидкістю. Визначити швидкість v електронів, якщо на них впливає інтерференційне відображення першого порядку. Відстань d між атомними площинами кристалів дорівнює $0,2 \text{ нм}$.

6.1.6.34. Вузкий пучок електронів, що пройшли прискорювальну різницю потенціалів $U = 30 \text{ кВ}$, падає нормально на тонкий листок золота, проходить через нього та розсіюється. На фотопластинці, розташованій за листком на відстані $l = 20 \text{ см}$ від нього, отримана дифракційна картина, що складається з круглої центральної плями та рядка концентричних кіл. Радіус першого кола $r = 3,4 \text{ мм}$. Визначити:

1) кут φ відбиття електронів від мікрокристалів золота, відповідний першому колу (кут вимірюється від поверхні кристала);

2) довжину хвилі де Бройля електронів;

3) постійну а кристалічної решітки золота.

6.1.6.35. Електрон з кінетичною енергією $E_k = 15$ еВ знаходиться в металевій порошокці діаметром $d = 1$ мкм. Оцінити відносну похибку Δv , з якою може бути визначена швидкість електрона.

6.1.6.36. Використовуючи співвідношення невизначеностей $\Delta x \Delta p \geq \hbar$, знайти вираз, що дозволяє оцінити мінімальну енергію E електрона, що знаходиться в одновимірному потенційному ящику шириною l .

6.1.6.37. Роздільна здатність (роздільна відстань) електронного мікроскопа d задовольняє умові $d \gg \lambda/2A$, де λ – довжина хвилі для електронів, A – так звана числова апертура приладу, яка визначається розміром і формою оптики. Обчислити роздільну відстань для електронного мікроскопа з прискорювальною напругою 100 кВ і числовою апертурою 0,15, прийнявши наступні позначення: U – прискорювальна різниця потенціалів, m_0 – маса електрона у стані спокою, e – заряд електрона, c – швидкість світла.

6.1.6.38. Частинка знаходиться на N -му рівні в одновимірній потенційній ямі з нескінченно високими стінками. Ширина ями 10 нм. Визначити ймовірність знаходження частинки в першій третині ями.

6.1.6.39. За якою шириною потенційної ями дискретність енергії електрона, що знаходиться на N -му енергетичному рівні, стає порівнянною з енергією теплового руху за температури $T = 300$ К?

6.1.6.40. Частинка рухається в позитивному напрямі осі x . Енергія частинки $E = L$ еВ, висота напівнескінченного бар'єру $U = (M + 1)/2$ еВ. Визначити коефіцієнт відбиття на межі.

6.1.6.41. Частинка рухається в позитивному напрямі осі x . Енергія частинки $E = 2M$ еВ, висота прямокутного потенційного бар'єру $U_0 = (2M + L)$ еВ, ширина потенційного бар'єру $l = 0,01N$ нм.

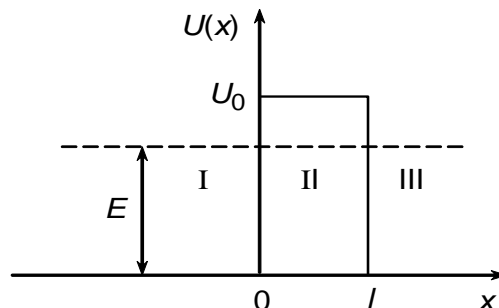


Рис. 6.1.9. До завдання 6.1.6.41

Визначити коефіцієнти прозорості D і відбиття R бар'єру. Зобразити графічно приблизний вигляд хвильової функції (дійсної частини) у межах кожної з областей I, II, III, за умови нехтування відбитими хвилями на межах I - II і II - III (див. рис. 6.1.9).

6.1.6.42. Для частинки, що знаходиться в потенційній ямі шириною a , стаціонарна частина хвильової функції має вигляд $\Psi = B \sin kx$, де $k = n\pi/a$ і $n = 1, 2, \dots$. Користуючись умовою нормування, довести, що $B = \sqrt{2/a}$. Обчислити ймовірність того, що частинка знаходиться на відстані $1/8 a$ від краю ящика з точністю до 0,01 a , якщо енергія частки відповідає 5-му рівню.

6.1.6.43. Частинка знаходиться в потенційній ямі шириною l . Визначити відношення ймовірностей перебування частинки в середині ями і на відстані $1/4 l$ від краю ями. Обчислення призвести для 1-го, 2-го та 3-го рівнів енергії.

6.1.6.44. Визначити з умови нормування коефіцієнт власної хвильової функції $\psi_{n_1 n_2 n_3}(x, y, z) = \frac{1}{C} \sin \frac{\pi n_1 x}{l_x} \sin \frac{\pi n_2 y}{l_y} \sin \frac{\pi n_3 z}{l_z}$, яка описує стан електрона в тривимірній нескінченно глибокій ямі зі сторонами l_1, l_2, l_3 .

6.1.6.45. Моноенергетичний потік електронів ($E = 80$ еВ) падає на низький (енергія частинки E більше висоти U_0 бар'єру) прямокутний потенційний бар'єр нескінченної ширини. Визначити висоту потенційного бар'єру U_0 , якщо відомо, що 7 % електронів, які падають на бар'єр відбивається.

6.1.6.46. Хвильова функція основного стану водневого атома має вигляд $\psi = A \exp\left(-r/r_0\right)$, де r_0 – борівський радіус (тобто радіус першої борівської орбіти). Знайти: а) значення константи A ; б) щільність ймовірності знаходження електрона на відстані r від ядра dP/dr ; в) найбільш ймовірну відстань $r_{\text{вер}}$ електрона від ядра; г) середню відстань $\langle r \rangle$ електрона від ядра; д) середнє значення потенційної енергії електрона $\langle U \rangle$; е) ймовірність P_n того, що електрон знаходиться на відстані r_0 від ядра, що перевищує η (η – деяке число).

Контрольні запитання

1. У чому полягає гіпотеза де Бройля про властивості мікрочасток матерії?
2. Що означає поняття корпускулярно-хвильовий дуалізм речовини?
3. За якою формулою визначається довжина хвилі де Бройля?
4. Яке фізичне значення мають співвідношення невизначеності Гейзенберга?
5. Що таке хвильова функція, у чому полягає її фізичний сенс?
6. Як виглядає рівняння Шредінгера для вільної частинки та його розв'язок?
7. Як узагальнюється рівняння Шредінгера на випадок знаходження частинки у потенційному полі?
8. Що означає поняття тунельний ефект?
9. Що таке лінійний гармонійний осцилятор?
10. Надайте та поясніть схему енергетичних рівнів гармонійного осцилятора.
11. Надайте та поясніть схему одновимірної потенційної ями з нескінченно високими стінками.
12. Надайте та поясніть схему досліду з розсіяння електронів монокристалом нікелю.
13. Поясніть який має вигляд потенційна енергія гармонічного осцилятора.
14. Запишіть і поясніть рівняння Шредінгера для стаціонарних станів.

6.2. Квантова теорія атомів і молекул

6.2.1. Досліди Резерфорда. Моделі атома

Уявлення щодо атома, як про неподільну найдрібнішу частинку речовини виникло ще в античні часи. Однак моделі атомів, що розглядались, не давали правильних уявлень щодо будови атома (рис. 6.2.1)

На початку ХХ ст. вченими розглядалися багато моделей атомів.

Так, у 1903 році Дж. Дж. Томсон запропонував наступну модель атома: сфера, рівномірно заповнена позитивною електрикою, всередині якої знаходяться електрони (рис. 6.2.1а). Атом в цілому нейтральний: сумарний заряд сфери дорівнює заряду електронів; однак спектр такого атома повинен був бути складним, але жодним чином не лінійчатим, що суперечило експериментам. Модель атома, яка зображена на рис. 2.1б, складалася зі сфери, в центрі якої знаходилося позитивно заряджене ядро, а навколо нього розташовувалися електрони. Ця модель також не вписувалася в експерименти.

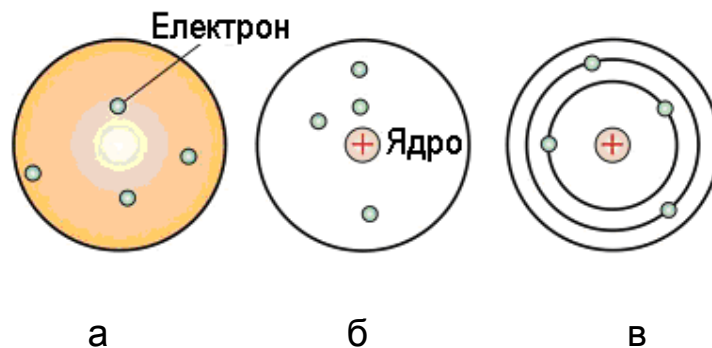


Рис. 6.2.1. Різні моделі атома:

а – модель атома Дж. Дж. Томсона;

б – модель атома, що складалася зі сфери з позитивно зарядженим ядром у центрі, а навколо розташовувалися електрони;

в – планетарна модель атома Резерфорда.

У 1911 р Резерфорд та його співробітники провели ряд експериментів, на підставі яких була запропонована нова «планетарна» модель атома. Досліджувався процес розсіювання α -частинок (ядра атомів гелію з зарядом $2e$ і масою в 4 рази більшою, ніж маса атома водню) під час

проходження крізь тонкі металеві шари. Під час опромінювання золотої фольги товщиною 6 мкм значне відхилення від первинного напрямку руху зазнавала лише одна з $8 \cdot 10^3$ α -частинок. Результат вийшов несподіваним для того часу. Було показано, що майже всі частинки проходили крізь фольгу без розсіювання або відхиляючись на дуже малі кути порядку $1 - 3^\circ$. І тільки деякі з них (одна з 10 000) відхилялися на великі кути, порядку $135 - 180^\circ$. Оскільки α -частинка значно важча електрона, то причиною такого розсіювання не може бути її розсіювання на електронах. Резерфорд припустив, що розсіювання α -частинки відбувається на позитивному заряді великої маси – ядрі атома, розмір якого, дуже малий порівняно з об'ємом атома (діаметр $\sim 10^{-14}$ м). Наприклад, в 1 м^3 платини об'єм ядер дорівнює $0,3\text{ мм}^3$.

Виходячи з цього Резерфорд запропонував ядерну або **планетарну модель атома** (рис. 6.2.1в). Відповідно до цієї моделі, атом складається з позитивного ядра, електричний заряд якого Ze (Z – порядковий номер елемента в таблиці Менделєєва, e – елементарний заряд), розміром $10^{-6} - 10^{-5}$ нм і масою, яка практично дорівнює масі атома. Навколо ядра на замкнутих орбітах рухаються електрони, утворюючи електронну оболонку атома. Оскільки атоми нейтральні, то навколо ядра має обертатися Z електронів, сумарний заряд яких Ze . Розміри атома визначаються розмірами зовнішніх орбіт електронів і становлять близько десятої нанометру.

Маса електронів становить дуже малу частку маси ядра ($\approx 0,03\% - 0,05\%$). Ядро атома займає незначну частину об'єму атома, в ньому зосереджена практично вся ($\approx 99,95\%$) маса атома. Для порівняння, якби ядра атомів розташовувалися впритул один до одного, то земна куля мала би радіус ≈ 200 м, а не реальні ≈ 6400 км).

Тому, з позицій атомістичних уявлень, всяке середовище слід розглядати як вакуум, в якому вкраплені атомні ядра й електрони. Розміри ядер можна визначити, використовуючи дифракційне розсіювання за високих енергій. Виявилось, що радіус ядра $R \approx (10^{-14} - 10^{-15})$ м і залежить від кількості нуклонів в ядрі (рис. 6.2.2).

Хоча результати дослідів Резерфорда з розсіювання α -частинок свідчать на користь ядерної моделі атома, проте така модель суперечила законам класичної механіки й електродинаміки.

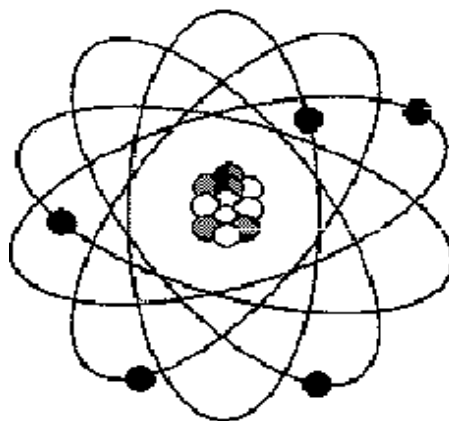


Рис. 6.2.2. Планетарна (ядерна) модель атома

Це можна довести, якщо припустити, що електрон рухається навколо ядра круговою орбітою радіусом r . При цьому кулонівська сила взаємодії між електроном і ядром надає електрону нормальне (доцентрове) прискорення, яке визначається з другого закону Ньютона:

$$\frac{Ze \cdot e}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{m_e \cdot v^2}{r} = m\alpha_n, \quad (6.2.1)$$

де m_e і v – маса і швидкість електрона на орбіті радіуса r , ϵ_0 – електрична стала.

Якщо $r \approx 10^{-10}$ м, швидкість руху електронів $v \approx 10^6$ м/с, а прискорення $v^2 / r \approx 10^{22}$ м/с². Відповідно до класичної електродинаміки, електрони, що прискорено рухаються, повинні випромінювати електромагнітні хвилі та внаслідок цього безупинно втрачати енергію. У результаті електрон буде наближатися до ядра та зрештою впаде на ядро, що суперечить реальності. Згідно з класичною теорією необхідні:

- безперервна втрата енергії електроном у вигляді випромінювання електромагнітних хвиль і нестійкість атома;

- існування тільки безперервного.

Насправді виявляється, що:

- атом є стійкою системою та випромінює енергію лише за певних умов;

- випромінювання атома має лінійчатий спектр, пов'язаний з будовою та властивостями його електронної оболонки.

6.2.2. Теорія воднеподібного атома в квантовій механіці. Принцип Паулі

Вихід із цієї суперечності був знайдений в 1913 році Нільсом Бором, який об'єднав планетарну модель атома Резерфорда з гіпотезою Планка про квантову природу випромінювання та сформулював два постулати, сенс яких нез'ясовний з позиції уявлень класичної фізики.

1. **Перший постулат Бора (постулат стаціонарних станів):** існують стаціонарні (що не змінюються з часом) стани атома, перебуваючи в котрих, він не випромінює енергії. Стаціонарні орбіти, якими рухаються електрони, відповідають стаціонарним станам атома. Кожний стаціонарний стан характеризується певним (дискретним) значенням енергії. Під час руху електронів на стаціонарних орбітах електромагнітні хвилі не випромінюються.

Правило квантування орбіт Бора стверджує, що в стаціонарному стані атома електрон, рухаючись круговою орбітою, повинен мати квантовані значення моменту імпульсу, що задовольняє умовам $m_e v r_n = n \hbar$ ($n = 1, 2, 3, \dots$), де m_e – маса електрона, v – його швидкість на n -й орбіті радіуса r_n , $\hbar = h / (2\pi)$.

2. **Другий постулат Бора (правило частот):** випромінювання та поглинання енергії у вигляді кванта світла ($h\nu$) відбуваються лише під час переходу електрона з одного стаціонарного стану в інший. Величина світлового кванта дорівнює різниці енергій тих стаціонарних станів, між якими відбувається стрибок електрона: $h\nu = E_n - E_k$, де E_n , E_k – енергії атома (електрона) в стаціонарних станах n , k .

Випромінювання ($E_k < E_n$) відбувається під час переходу атома зі стану з більшою енергією в стан з меншою енергією (переходу електрона з орбіти, більш віддаленої від ядра, на ближню до ядра орбіту). Поглинання фотона ($E_k > E_n$) супроводжується переходом атома в стан з більшою енергією (перехід електрона на більш віддалену від ядра орбіту).

Набір різноманітних дискретних частот квантових переходів:

$$\geq \frac{E_n - E_k}{h}, \quad (6.2.2)$$

визначає лінійчатий спектр атома.

Спектр атома водню за Бором. Слід розглянути рух електрона в воднеподібній системі, обмежуючись колоподібними стаціонарними орбітами. З урахуванням правила квантування орбіт ($m_e v r_n = n \hbar$) і рівнянням руху електрона на орбіті ($\frac{Ze \cdot e}{4 \pi \epsilon_0 r^2} = \frac{m_e v^2}{r}$) знайти радіуси стаціонарних орбіт електронів:

$$r_n = n^2 \frac{\hbar^2 4 \pi \epsilon_0}{m_e Z e^2}, \quad (n = 1, 2, 3, \dots). \quad (6.2.3)$$

Для атома водню ($Z = 1$) радіус першої орбіти електрона якщо $n = 1$ (перший боровський радіус), дорівнює:

$$a_0 = r_1 = n^2 \frac{\hbar^2 4 \pi \epsilon_0}{m_e e^2} = 5,28 \cdot 10^{-11} \text{ м.} \quad (6.2.4)$$

Для того щоб отримати вираз для енергії електрона в атомі, необхідно розглянути електрон (рис. 6.2.3), що рухається зі швидкістю v у полі атомного ядра з зарядом Ze (якщо $Z = 1$, це атом водню).

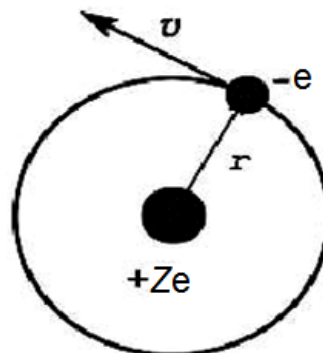


Рис. 6.2.3. Електрон у полі атомного ядра

Внутрішня енергія атома складається з кінетичної енергії електрона ($T = m_e v^2 / 2$) і потенційної енергії взаємодії електрона з ядром ($U = -Ze^2 / 4\pi\epsilon_0 r$):

$$E = m_e v^2 / 2 - Ze^2 / 4\pi\epsilon_0 r = -1 / 2 \cdot Ze^2 / 4\pi\epsilon_0 r. \quad (6.2.5)$$

Після підстановки в останню формулу вираза для радіуса стаціонарної орбіти і отримаємо:

$$E_n = -m_e Z^2 e^4 / 8n^2 h^2 \epsilon_0^2 = -13,6 Z^2 / n^2 \text{ eV}, \quad (6.2.6)$$

де знак мінус означає, що електрон знаходиться у зв'язаному стані. Тут враховано, що постійна Планка: $h = 2\pi\hbar$ і $1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$.

З формули (6.2.6) видно, що E_n приймає тільки дискретні значення енергії, тому що $n = 1, 2, 3, \dots$ Ціле число n , що визначає енергетичні рівні атома, називається **головним квантовим числом**. Енергетичний рівень з $n = 1$ називається **основним (нормальним) рівнем**, а відповідний йому стан атома називається **основним (нормальним) станом**. Рівні з $n > 1$ і відповідні їм стани називаються **збудженими**.

Якщо надати n цілочисельні значення для атома водню будуть отримані енергетичні рівні, що визначаються рівнянням (6.2.6) і подані на рис. 6.2.4.

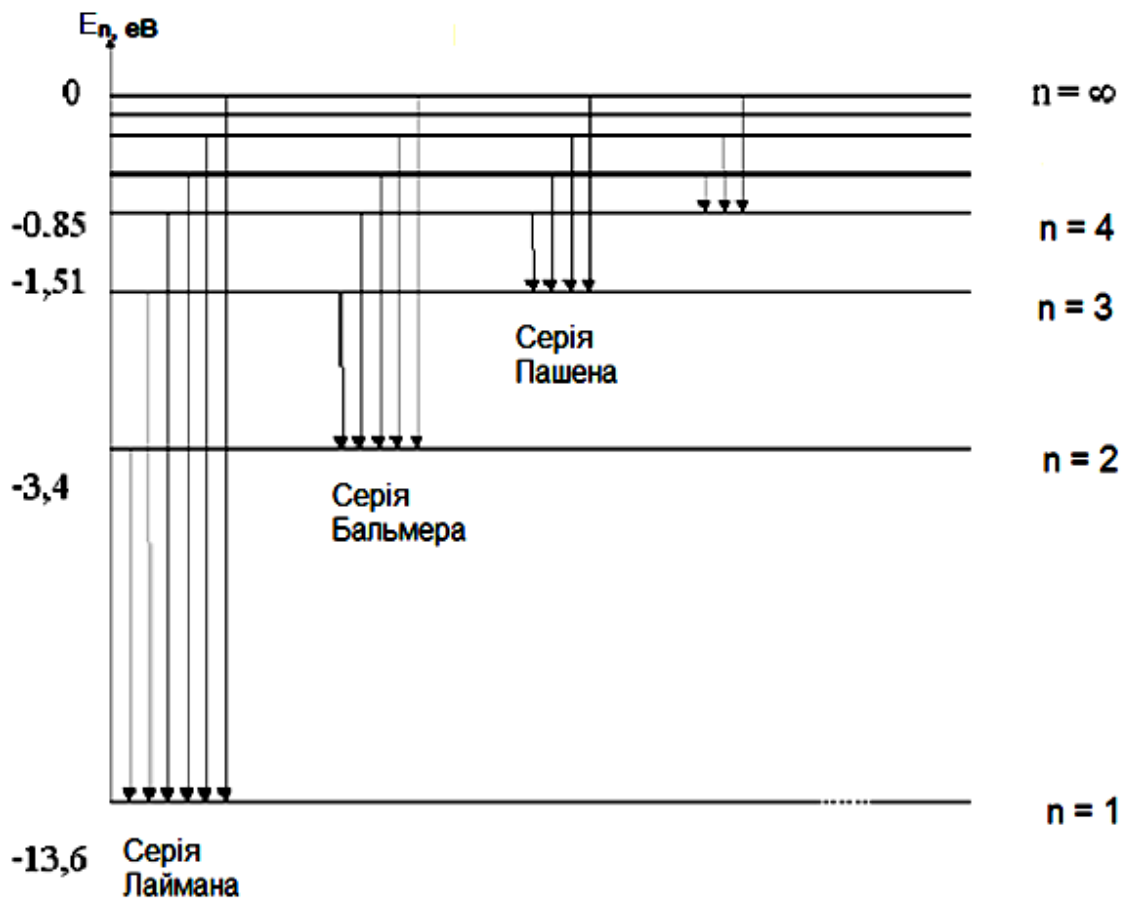


Рис. 6.2.4. Схема енергетичних рівнів атома водню

При переході електрона в атомі водню зі стану n в стан k випромінюється фотон з енергією:

$$\hbar\omega = h\nu = - m_e e^4 / 8h^2 \epsilon_0^2 (1/n^2 - 1/k^2). \quad (6.2.7)$$

Частота випромінювання:

$$\nu = m_e e^4 / 8h^3 \epsilon_0^2 (1/k^2 - 1/n^2). \quad (6.2.8)$$

Отримана узагальнена **формула Бальмера**, яка добре узгоджується з експериментом. Вираз перед дужками носить назву **постійної Рідберга**:

$$R = m_e e^4 / 8h^3 \epsilon_0^2. \quad (6.2.9)$$

Існування дискретних енергетичних рівнів атома підтверджується дослідом І. Франка і Г. Герца. Схема досліді подана на рис. 6.2.5.

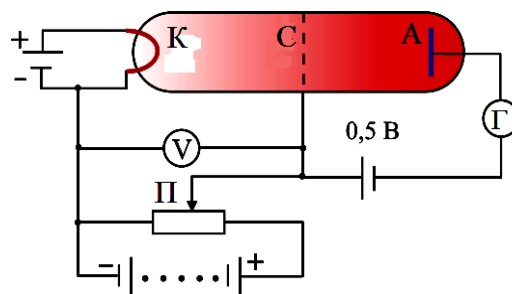


Рис. 6.2.5. Схема досліді І. Франка і Г. Герца

У досліді використовувалася трубка (рис. 6.2.5), яку заповнювали парами ртуті під тиском $p = 10^{-1}$ мм рт. ст., і три електроди: катод К, сітка С й анод А. Електрони прискорювалися різницею потенціалів U між катодом і сіткою. Між сіткою і анодом подається гальмівне поле 0,5 В (метод затримувальних потенціалів). Визначалася залежність струму від різниці потенціалів між катодом і сіткою U . (рис. 6.2.6).

Відповідно до теорії Н. Бора, кожен з атомів ртуті може отримувати лише певну енергію, переходячи в один з збуджених станів. Тому електрони, стикаючись з атомами ртуті, повинні втрачати енергію дискретно,

певними порціями, які дорівнюють різниці енергії відповідних стаціонарних станів атома.

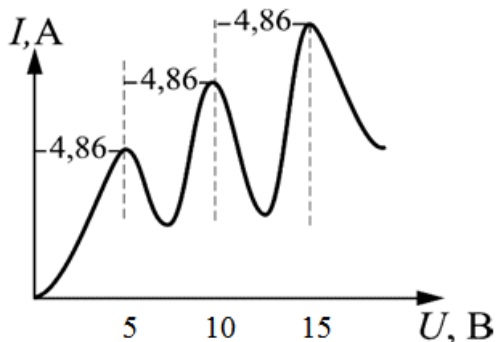


Рис. 6.2.6. Залежність струму від різниці потенціалів між катодом і сіткою

З досліду випливає, що анодний струм зростає монотонно зі збільшенням прискорювального потенціалу до 4,86 В. Його значення проходить крізь максимум, потім різко зменшується та зростає знову. Подальші максимуми спостерігаються за подвоєним, потроєним і так далі значеннях 4,86 В. З розрахунків відомо, що найближчим до основного, не збудженого стану є збуджений стан, який віддалений на 4,86 В за енергією. Поки різниця потенціалів між катодом і сіткою менша за 4,86 В, електрони, зустрічаючи на своєму шляху атоми ртуті, відчувають з ними тільки пружні зіткнення. З $e\phi = 4,86$ еВ, енергія електрона стає достатньою, щоб викликати непружний удар. Тоді електрон віддає атому ртуті всю кінетичну енергію, що призводить до переходу одного з електронів атома з нормального стану в збуджений. Електрони, що втратили свою кінетичну енергію, вже не зможуть подолати гальмівний потенціал і досягти анода. Цим і пояснюється різке падіння анодного струму, якщо $e\phi = 4,86$ еВ. Зі значеннями енергії, кратними 4,86, електрони можуть відчувати з атомами ртуті 2, 3, ... непружні зіткнення. Тоді вони повністю втрачають свою енергію і не досягають анода, тобто спостерігається різке падіння анодного струму.

Таким чином, дослід показав, що електрони передають свою енергію атомам ртуті порціями, причому 4,86 еВ – найменша можлива порція, яка може бути поглинена атомом ртуті в основному енергетичному стані. Отже, ідея Бора про існування в атомах стаціонарних станів підтвердилася експериментом. Атоми ртуті, що отримали під час зіткнення з елек-

тронами енергію ΔE , переходять в збуджений стан і повинні повернутися в основний, випромінюючи, згідно з другим постулатом Бора, квант світла з частотою $\nu = \Delta E / h$. За відомим значенням $\Delta E = 4,86$ еВ можна обчислити довжину хвилі світлового кванта: $\lambda = hc / \Delta E$. Якщо теорія правильна, то атоми ртуті, бомбардовані електронами з енергією 4,86 еВ, повинні бути джерелом ультрафіолетового випромінювання з $\lambda = 255$ нм, що доведено дослідями.

Таким чином, досліди Франка і Герца експериментально підтвердили постулати Бора.

Виходячи зі своїх постулатів Бор створив напівкласичну теорію найпростішого воднеподібного атома та пояснив лінійчатий спектр атома водню. До воднеподібних атомів належать атом водню ($Z = 1$), іон гелію He^+ ($Z = 2$), іон літію Li^{++} ($Z = 3$) та ін. Для них характерно, що навколо ядра з зарядом Ze обертається тільки один електрон.

Поряд з успіхами (обчислення постійної Рідберга для воднеподібних систем і пояснення структури їх лінійчатих спектрів) теорія Бора має суттєві недоліки. Так, вона не могла пояснити питання щодо інтенсивності спектральних ліній.

Серйозною невдачею була неможливість застосувати теорію для пояснення спектрів атома гелію, що містить два електрони на орбіті, та для більшості електронних атомів. Проте теорія Бора відіграла величезну роль у створенні атомної фізики, ставши своєрідним трампліном до створення квантової фізики.

6.2.3. Квантова механіка систем

Квантова механіка – не просто узагальнення теорії Бора. Вона є набагато глибшою та створює зовсім іншу картину будови атома. Згідно з квантовою механікою не існує певних колових орбіт електронів, як в теорії Бора. У силу хвильової природи електрон «розмазаний» в просторі, подібно до «хмари» негативного заряду.

Розміри та форму електронної хмари для основного стану атома можна обчислити за формулою:

$$\psi(r) = \sqrt{1/\pi r_1^3} e^{-r/r_1}, \quad (6.2.10)$$

де $\Psi(r)$ – хвильова функція, що залежить від відстані r до центру, постійна r_1 – перша борівська орбіта.

Отже, електронна хмара в основному стані водню сферично-симетрична, як показано на рис. 6.2.7.

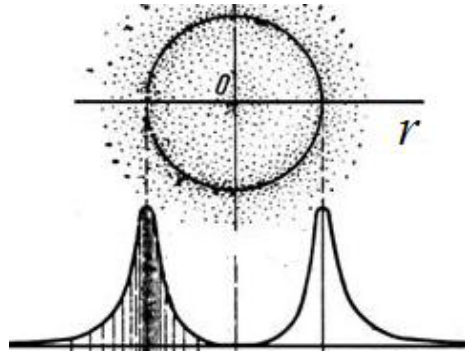


Рис. 6.2.7. Електронна хмара

Електронна хмара характеризує розміри атома, але, оскільки хмара може не мати чітко виражених меж, атоми також не мають точної межі, і, отже, певного розміру.

Як буде доведено надалі, не всі електронні хмари сферично симетричні. Хоча функція $\Psi(r)$ з великими радіусами r , як впливає з (6.2.10), сильно убуває, вона не звертається в нуль на кінцевих відстанях. Тому квантова механіка стверджує, що основна частина атома не є порожній простір. Оскільки $\Psi \rightarrow 0$ тільки якщо $r \rightarrow \infty$, можна дійти висновку, що і у Всесвіті не існує в справжньому розумінні порожнього простору.

Електронну хмару можна інтерпретувати як у корпускулярної, так і в хвильовому аспекті. Під частинкою розуміють дещо локалізоване в просторі: в будь-який момент часу частинка займає цілком певне положення в просторі. Отже, розмита в просторі хмара є результатом хвильової природи електронів. Електронну хмару можна також інтерпретувати як розподіл ймовірностей для даної частинки. Не можна передбачити траєкторію, якою рухатиметься електрон. Неможливо передбачити, де буде знаходитися електрон в наступні моменти часу. Можна лише обчислити вірогідність виявлення електрона в різних точках. Звісно, подібна ситуація докорінно відрізняється від класичної фізики. Як зазначав згодом Н. Бор, безглуздо навіть питати, як під час випромінювання атомом світлового фотона електрон переходить з одного стану в інший.

Результати відповідно до теорії Бора у розв'язанні завдання з енергетичних рівнів електрона у воднеподібних атомах можна отримати в квантовій механіці без залучення постулатів Бора. Для цього необхідно виходити з того, що стан електрона в воднеподібному атомі можна описати деякою хвильовою функцією Ψ , що задовольняє стаціонарному рівнянню Шредінгера. Враховуючи, що потенційна енергія електрона ϵ :

$$U(r) = -kZe^2/r, \quad (6.2.11)$$

де r – відстань між електроном і ядром.

Графічно функція $U(r)$ зображена на рис. 6.2.8 жирною кривою. $U(r)$ зі зменшенням r (з наближенням електрона до ядра) необмежено убуває.

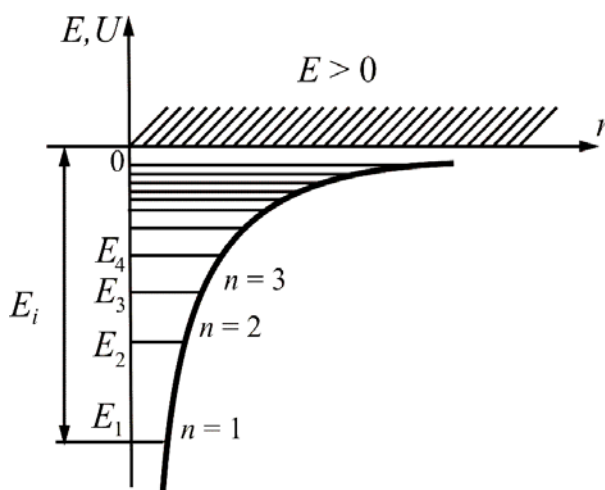


Рис. 6.2.8. Потенційна енергія взаємодії електрона з ядром

Стан електрона в атомі водню описується хвильовою функцією Ψ , що задовольняє стаціонарному рівнянню Шредінгера, яке враховує значення (6.2.11):

$$\Delta\Psi + 2m_e/\hbar^2(E + Ze^2/4\pi\epsilon_0 r) \Psi = 0, \quad (6.2.12)$$

де $n = 1, 2, 3, \dots$, тобто має дискретний набір негативних значень енергії.

Доцільно скористатися сферичною системою координат r, θ, φ і шукати розв'язання цього рівняння у вигляді наступних власних функцій:

$$\Psi = \Psi_{n,l,m}(r, \theta, \varphi), \quad (6.2.13)$$

де n, l, m – цілочисельні параметри власних функцій. Відночас n називають головним квантовим числом, l – орбітальним (азимутним) і m – магнітним квантовим числом.

Можна довести, що рівняння (6.2.12) має розв'язання тільки з дискретним негативним значенням енергії:

$$E_n = -\frac{me^4\pi^2 Z^2}{2h^2\varepsilon_0^2 n^2} = -13,6 \frac{Z^2}{n^2} \text{ eV}, \quad (6.2.14)$$

де n – головні квантові числа.

Порівняння з виразом (6.2.6) показує, що квантова механіка призводить до таких же значень енергії, як і в теорії Бора. Однак у квантовій механіці ці значення є наслідком основних положень цієї науки.

Підставивши $Z = 1$ і прийнявши $n = 1$, отримаємо значення енергії основного стану (тобто стану з найменшою енергією) атома водню.

Таким чином, як і у випадку потенційної ями з нескінченно високими стінками, розв'язання рівняння Шредінгера для атома водню призводить до появи дискретних енергетичних рівнів. Можливі значення E_1, E_2, E_3, \dots , показані на рис. 6.2.8 у вигляді горизонтальних смуг. Найнижчий рівень E_1 , що відповідає мінімально можливої енергії, – основний ($n = 1$), всі інші ($n = 2, 3, 4, \dots$) – збуджені. Під час руху електрон є пов'язаним – він знаходиться всередині гіперболічної потенційної ями. З рис. 6.2.8 випливає, що в міру зростання головного квантового числа n енергетичні рівні розташовуються тісніше та з $n \rightarrow \infty$ $E_n \rightarrow 0$. Якщо $E > 0$ рух електрона стає вільним, тобто область $E > 0$ відповідає іонізованому атому. Отже, якщо Бору довелося вводити додаткові гіпотези (постулати), то в квантовій механіці дискретні значення енергії впливають безпосередньо з розв'язання рівняння Шредінгера, тому що є наслідком самої теорії

Квантові числа електрона в атомі. Квантовою механікою доведено, що рівнянню Шредінгера задовольняють власні функції $\Psi_{n, l, m}$, які визначаються набором трьох квантових чисел: головним n , орбітальним l та магнітним m .

Головне квантове число n характеризує відстань електрона від ядра – радіус орбіти. Згідно з (6.2.13) n визначає енергетичні рівні елект-

рона в атомі і може приймати будь-які цілочисельні значення, починаючи з одиниці. В атомній фізиці стани електрона, що відповідають головному квантовому числу n ($n = 1, 2, 3, 4, \dots$), прийнято позначати буквами K, L, M, N, \dots

Орбітальне квантове число $l = 0, 1, 2, \dots, n - 1$ характеризує еліптичність орбіти електрона (рис. 6.2.9) і визначає момент імпульсу електрона L .

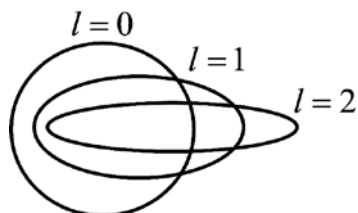


Рис. 6.2.9. Форма орбіти, що відповідає даному орбітальному квантовому числу

Квадрат модуля функції $|\Psi|^2$ характеризує ймовірність знайти електрон у заданій точці. Область простору, в якій висока ймовірність виявити електрон не менша за 0,95, називають орбіталлю. Основні типи орбіталей позначають буквами s, p, d, f, \dots (від слів sharp, principal, diffuse, fundamental).

Два типи орбіталей: s (вона одна, сферична), p (їх три), за якими «розмазаний» електронний заряд (рис. 6.2.10.)

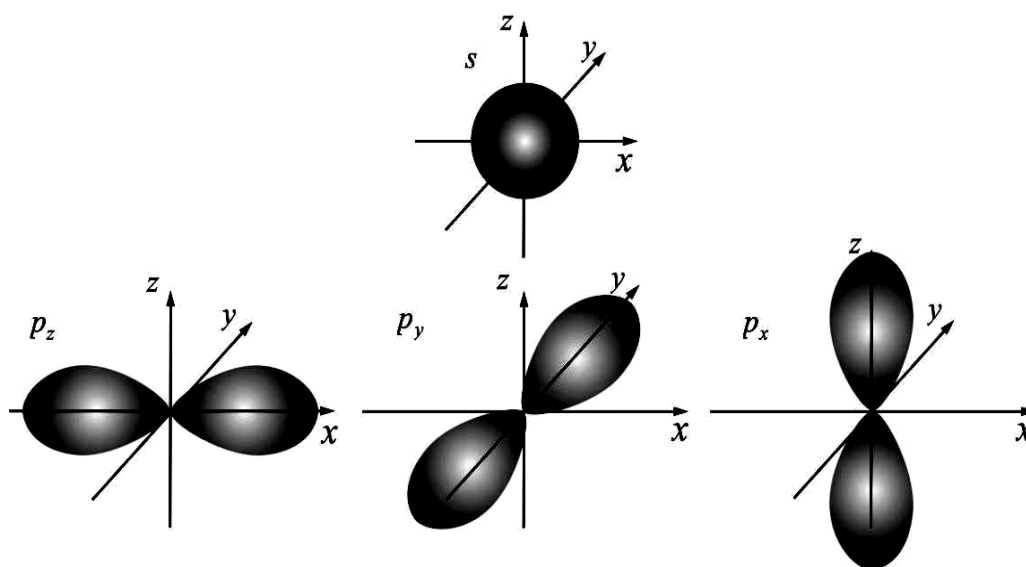


Рис. 6.2.10. Форми та напрями s і p орбіталей

Орбіталі часто називають підоболонками оболонки, оскільки вони характеризують форми різних орбіт, на яких можна виявити електрони, що знаходяться в одній оболонці (з заданим квантовим числом n). послідовне розв'язання завдання про електрон в прямокутній потенційній ямі, доводить, що енергія та положення електрона квантуються, тобто приймають дискретні значення.

Розв'язуючи рівняння Шредінгера для атома, можна отримати вирази для енергії, моменту імпульсу й інших динамічних змінних електрона без залучення будь-яких постулатів.

З розв'язання рівняння Шредінгера випливає, що момент імпульсу (механічний орбітальний момент) електрона квантується, тобто не може бути довільним, а приймає дискретні значення, що визначаються за формулою:

$$L = h\sqrt{l(l+1)}, \quad (6.2.15)$$

де l – орбітальне квантове число, яке за заданим n приймає значення:

$$l = 0, 1, \dots, (n - 1), \quad (6.2.16)$$

тобто всього n значень, і визначає момент імпульсу електрона в атомі.

Якщо звернутися до звичної моделі атома, то n характеризує середню відстань електрона від ядра (радіус орбіти), l – еліптичність орбіти. З виразу для L видно, що орбітальний момент імпульсу електрона в атомі теж квантується.

Розв'язання рівняння Шредінгера доводить також, що вектор L_l моменту імпульсу електрона може мати лише такі орієнтації в просторі, за якими його проекція L_{lz} на напрям z зовнішнього магнітного поля приймає квантовані значення, кратні \hbar :

$$L_{lz} = \hbar m, \quad (6.2.17)$$

де m – магнітне квантове число, що за заданим l може приймати значення

$$m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l, \quad (6.2.18)$$

тобто всього $2l + 1$ значень. Таким чином, магнітне квантове число m_l визначає проекцію моменту імпульсу електрона на заданий напрямок, при-

чому вектор моменту імпульсу електрона в атомі може мати в просторі $2l + 1$ орієнтацій.

Основним станом електрона в атомі водню є s-стан.

Якщо обчислити найбільш ймовірну відстань від ядра для електрона в s-стані, буде отриманий перший борівський радіус: $r_1 = \hbar^2 / 4\pi\epsilon_0 m_e^2$.

Для інших значень n справедливі вирази, що відповідають борівським орбітам електрона, тобто геометричному місцю точок, в яких з найбільшою ймовірністю може бути виявлений електрон.

За теорією Бора, ймовірність знаходження електрона за будь-якими іншими значеннями r , крім $r = r_1$, дорівнює нулю (рис. 6.2.11).

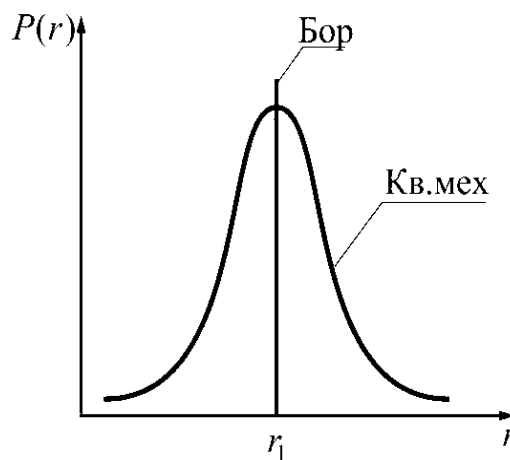


Рис. 6.2.11. Ймовірність знаходження електрона на орбіті з теорії Бора і квантово-механічної теорії

Згідно з квантовою механікою ця ймовірність досягає максимального значення лише якщо $r = r_1$. Допускається знаходження електрона і на інших відстанях від ядра, але з меншою ймовірністю.

Просторове квантування. З уявлень класичної фізики випливає, що орбітальний момент імпульсу електрона L_e і пропорційний йому магнітний момент P_m орієнтовані перпендикулярно площині орбіти електрона та протилежно спрямовані (рис. 6.2.12).

Між L_e і P_m існує зв'язок:

$$P_m = -\gamma L_e = e / 2m_e L_e, \quad (6.2.19)$$

де $\gamma = e / 2m_e$ — орбітальне **гіромагнітне співвідношення**.

Такий зв'язок векторів зберігається і в теорії Бора.

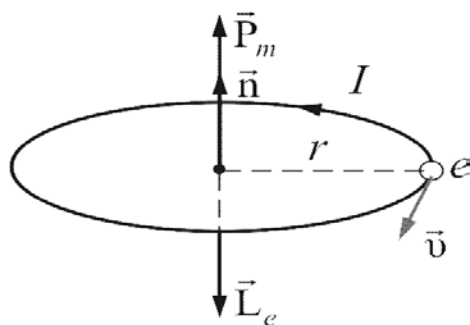


Рис. 6.2.12. Орієнтація векторів L_e і P_m

У квантовій механіці не може бути вказана орієнтація L_e і P_m щодо площини електронної орбіти (орбіти, в буквальному сенсі цього слова, немає). Для зазначеної орієнтації L_e і P_m треба вибрати деякий напрям в просторі, і розташування L може бути задане кутом між вектором L і цим напрямком. За зазначений напрям вибирається напрямок зовнішнього або внутрішнього магнітного поля, створюваного всіма електронами, крім розглянутого (але це важко і незручно). Зазвичай беруть напрям зовнішнього магнітного поля H , поєднаного з віссю z .

У класичній фізиці уявлялося цілком очевидним, що вектор орбітального моменту імпульсу електрона L_e (або магнітного моменту P_m) може бути орієнтований щодо обраного напрямку довільним чином, тобто площина борівських орбіт теж може бути орієнтована довільно. Однак таке припущення виявилось помилковим. У квантовій механіці строго доводиться (це впливає з розв'язання рівняння Шредінгера), що проекція (L_z) вектора L на напрям зовнішнього магнітного поля z може приймати лише цілочисельні значення, кратні:

$$L_z = m\hbar, \quad (6.2.20)$$

де $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l$ – магнітне квантове число; l – орбітальне квантове число, що визначає модуль вектора L ; \hbar – стала Планка.

Необхідно визначити величину модуля L . Оскільки проекція не може бути більшою за модуль вектора, то $m\hbar \leq \sqrt{l(l+1)}\hbar$. Звідси випливає, що максимальне значення $|m| = l$. Отже, m може приймати $(2l+1)$ значень ($l=0$ дає одне зайве значення), тобто L може приймати $(2l+1)$ орієнтацій в просторі. Наявність квантового числа m в магнітному полі повинна призвести до розщеплення рівня з головним квантовим числом n на $2l+1$ підрівней. Відповідно, в атомному спектрі повинно спостерігати-

ся розщеплення спектральних ліній. Дійсно, в 1896 році голландським фізиком П. Зеєманом, було зареєстроване розщеплення енергетичних рівнів в магнітному полі, яке отримало назву **ефект Зеємана**. Розщеплення рівнів енергії в зовнішньому електричному полі теж доведено експериментально і називається **ефектом Штарка**.

На рис. 6.2.13 показані можливі орієнтації вектора L у станах s, p, d .

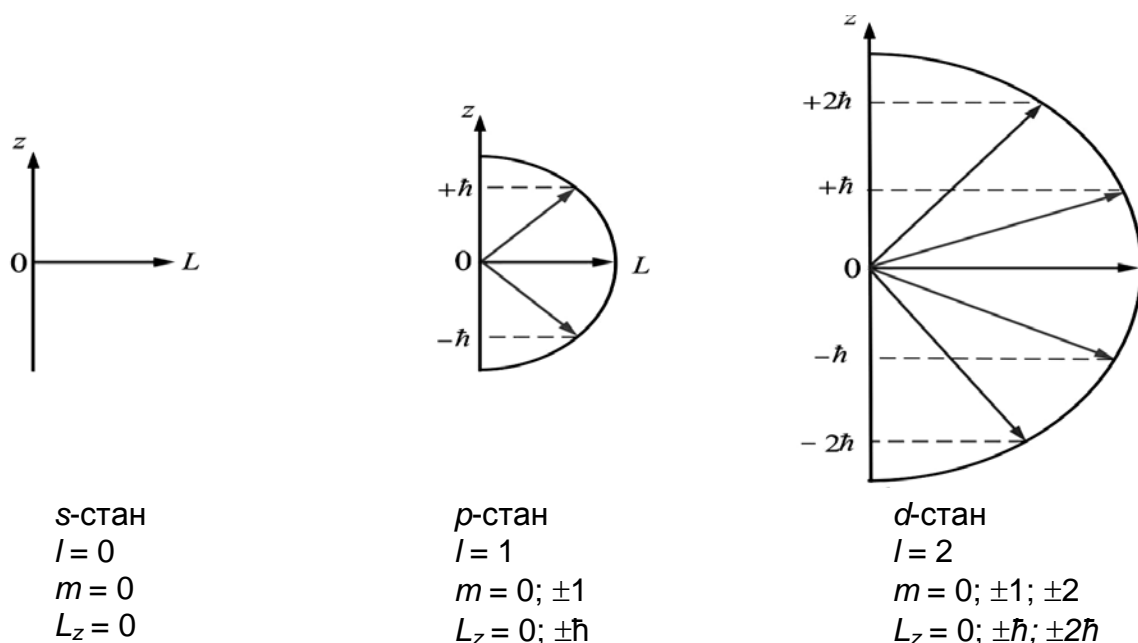


Рис. 6.2.13. Орієнтації вектора L у станах s, p, d

Таким чином, просторове квантування призводить до «розщеплення» енергетичних рівнів на ряд підрівнів.

Правила відбору. Переходи між електронними станами можливі тільки в тому випадку, якщо:

1) зміна Δl орбітального квантового числа l задовольняє умові

$$\Delta l = \pm 1; \quad (6.2.21)$$

2) зміна Δm магнітного квантового числа m задовольняє умові

$$\Delta m = 0, \pm 1. \quad (6.2.22)$$

Так, наприклад, в атомі водню переходи $np \rightarrow 1s$ ($n = 2, 3, \dots$) утворюють серію Лаймана, а переходи $np \rightarrow 2s, ns \rightarrow 2p, nd \rightarrow 2p$ ($n = 3, 4, \dots$) – серію Бальмера.

Спін електрона. У 1922 р. німецькі фізики О. Штерн і В. Герлах поставили досліди, метою яких було вимірювання магнітних моментів P_m атомів різних хімічних елементів. Для хімічних елементів, що утворюють першу групу таблиці Менделєєва і мають один валентний електрон, магнітний момент атома дорівнює магнітному моменту валентного електрона, тобто одного електрона.

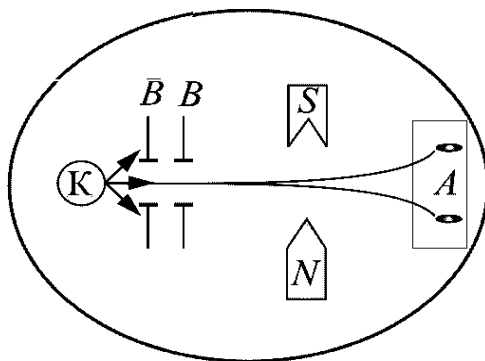


Рис. 6.2.14. Схема досліду О. Штерна і В. Герлаха

Ідея досліду полягала у вимірюванні сили, що діє на атом у сильно неоднорідному магнітному полі. Неоднорідність магнітного поля повинна бути така, щоб вона позначалася на відстанях порядку розміру атома. Тільки за цієї умови можна було отримати силу, що діє на кожен атом окремо. Схема досвіду зображена на рис. 6.2.14. У колбі з вакуумом 10^{-5} мм рт. ст. нагрівалася срібна кулька К до температури випаровування.

Атоми срібла, пролітаючи з тепловою швидкістю (близько 100 м/с) крізь щілини діафрагми В і далі – крізь різко неоднорідне магнітне поле, потрапляли на фотопластинку А. Якби момент імпульсу атома L_e (і його магнітний момент P_m) міг приймати довільні орієнтації в просторі (тобто в магнітному полі), то можна було очікувати безперервного розподілу влучень атомів срібла на фотопластинку з великою щільністю попадань в середину. Але під час досліду були отримані абсолютно несподівані результати: на фотопластинці вийшли дві різкі смуги – всі атоми відхилилися в магнітному полі двояким чином, відповідним лише двом можливим орієнтаціям магнітного моменту. Отже був доведений квантовий характер магнітних моментів електронів. Кількісний аналіз показав, що проекція магнітного моменту електрона дорівнює **магнетону Бора**:

$$\mu_B = 9,27 \cdot 10^{-24} \text{ Дж/Тл.} \quad (6.2.23)$$

Таким чином, для атомів срібла О. Штерна і В. Герлаха довели, що проекція магнітного моменту атома (електрона) на напрям магнітного поля чисельно дорівнює магнетону Бора. Отже:

$$P_m = e / 2m_e L = e\hbar^2 / 2m_e \sqrt{l(l+1)} = \mu_B \sqrt{l(l+1)}. \quad (6.2.24)$$

Досліди О.Штерна і В.Герлаха не тільки підтвердили просторове квантування моментів імпульсів в магнітному полі, а й дали експериментальне підтвердження того, що магнітні моменти електронів теж складаються з деякого числа елементарних моментів, тобто мають дискретну природу. Одиницею вимірювання магнітних моментів електронів і атомів є магнетон Бора (\hbar – одиниця вимірювання механічного моменту імпульсу).

Крім того, в цих дослідах було виявлено нове явище. Валентний електрон в основному стані атома срібла має орбітальне квантове число $l = 0$ (s-стан). Але з $l = 0$, $L = \sqrt{l(l+1)} = 0$ (проекція моменту імпульсу на напрямок зовнішнього поля дорівнює нулю). Виникло питання: просторове квантування якого моменту імпульсу отримане в цих дослідах і проекція якого магнітного моменту дорівнює магнетону Бора?

У 1925 році С. Гаудсмит і Д. Уленбек припустили існування власного механічного моменту імпульсу електрона L_s (спина) і, відповідно, власного магнітного моменту електрона P_{ms} . Введення поняття «спин» відразу пояснило ряд труднощів, притаманних квантовій механіці. І в першу чергу – щодо результатів дослідів О. Штерна і В. Герлаха. Автори дали тлумачення спина, заявивши електрон як дзиґу, що обертається. Але така модель призводить до абсурдного результату, а саме – лінійна швидкість на поверхні дзиґи (електрона) в 300 разів перевищує швидкість світла.

У сучасному уявленні спин як заряд і маса є властивістю електрона. П. Дірак згодом показав, що існування спина впливає з розв'язання релятивістського хвильового рівняння Шредінгера.

Із загальних висновків квантової механіки випливає, що спин повинен бути квантованим: $L_s = \hbar \sqrt{s(s+1)}$, де s – **спінове квантове число**. Аналогічно, проекція спина на вісь z (L_{sz}) (вісь z збігається з напрямком зовнішнього магнітного поля) повинна бути квантованою і вектор L_s може мати $(2s + 1)$ різних орієнтацій в магнітному полі. З дослідів О. Штерна та

В. Герлаха впливає, що таких орієнтацій всього дві: $2s + 1 = 2$, звідки $s = 1/2$, тобто спінове квантове число має тільки одне значення.

Для атомів першої групи, валентний електрон котрих знаходиться в s -стані ($l = 0$), момент імпульсу атома дорівнює спину валентного електрона. Тому виявлене для таких атомів просторове квантування моменту імпульсу в магнітному полі є доказом наявності у спина лише двох орієнтацій у зовнішньому полі. Досліди з електронами в p -стані підтвердили цей висновок, хоча картина вийшла більш складною: жовта лінія натрію є дуплетом через наявність спина.

Чисельне значення спина електрона є $L_s = \hbar / 2$. За аналогією з просторовим квантуванням орбітального моменту L проекція спина L_{sz} теж квантується (як $m = \pm l$, так і $m_s = \pm s$). Проекція спина на напрям зовнішнього магнітного поля є квантовою величиною та визначається виразом:

$$L_{sz} = \hbar m_s, \quad (6.2.25)$$

де $m_s = \pm 1/2$ – **магнітне спінове квантове число**, яке може приймати тільки два значення, що й спостерігається в досвіді О. Штерна та В. Герлаха.

Отже, проекція спінового механічного моменту імпульсу на напрямок зовнішнього магнітного поля може приймати два значення:

$$L_{sz} = \pm 1/2 \hbar. \quad (6.2.26)$$

Оскільки завжди розглядаються проекції, то для спина, має який дві орієнтації, беруться до уваги дві проекції.

Проекція спінового магнітного моменту електрона на напрям зовнішнього магнітного поля:

$$P_{msz} = \mu_B = e\hbar^2/2m_e = e/m_e L_{sz}. \quad (6.2.27)$$

Відношення $P_{msz} / L_{sz} = - e / m_e = \gamma_s$ – **спінове гіромагнітне відношення**.

Принципи нерозрізненості тотожних частинок. Ферміони та бозони. Якщо перейти від розгляду руху однієї мікрочастинки (одного електрона) до багатоелектронних систем, то проявляються особливі власти-

вості, які не мають аналогів в класичній фізиці. Розглянемо квантово-механічну систему, яка складається з однакових частинок, наприклад, електронів. Усі електрони мають однакові фізичні властивості: масу, електричний заряд, спін та інші внутрішні характеристики (наприклад, квантові числа). Такі частинки називають **тотожними**.

Необхідні властивості системи однакових тотожних частинок проявляються у фундаментальному принципі квантової механіки – **принципі нерозрізненості тотожних частинок**, згідно з яким тотожні частинки неможливо експериментально розрізнити.

У класичній механіці навіть однакові частинки можна розрізнити за розташуванням у просторі та імпульсам. Якщо частинки у деякий момент часу пронумерувати, то в наступні моменти часу можна простежити за траєкторією будь-якої з них. Класичні частинки, таким чином, мають індивідуальність, тому класична механіка систем з однакових частинок принципово не відрізняється від класичної механіки систем з різних частинок.

У квантовій механіці становище інше. Зі співвідношення невизначеності випливає, що для мікрочастинок взагалі не застосовується поняття траєкторії; стан мікрочастинки описується хвильовою функцією, що дозволяє лише обчислювати ймовірність $|\Psi|^2$ знаходження мікрочастинки в околах тієї чи іншої точки простору. Якщо ж хвильові функції двох тотожних частинок у просторі перекриваються, то розмова про те, яка частинка перебуває в даній області, взагалі позбавлена сенсу: можна говорити лише про ймовірність знаходження в даній області одної з тотожних частинок. Таким чином, у квантовій механіці тотожні частинки повністю втрачають свою індивідуальність і стають невиразними. Слід підкреслити, що принцип нерозрізненості тотожних частинок не є просто наслідком ймовірнісної інтерпретації хвильової функції, а вводиться в квантову механіку як новий принцип й є фундаментальним.

Беручи до уваги фізичний зміст величини $|\Psi|^2$, принцип нерозрізненості тотожних частинок можна записати наступним чином:

$$|\Psi(x_1, x_2)|^2 = |\Psi(x_2, x_1)|^2, \quad (6.2.28)$$

де x_1 і x_2 – відповідно, сукупність просторових і силових координат першої та другої частинок.

З виразу (6.2.28) випливає, що можливі два випадки:

$$\Psi(x_1, x_2) = \pm \Psi(x_2, x_1). \quad (6.2.29)$$

Тобто принцип нерозрізненості тотожних частинок викликає певні властивості хвильової функції, а саме – симетрію. Якщо зі зміною частинок місцями хвильова функція не змінює знака, то вона називається *симетричною*, якщо змінює – *антисиметричною*. Зміна знака хвильової функції не означає зміни стану, тому фізичний зміст має лише квадрат модуля хвильової функції.

Квантова механіка доводить, що характер симетрії хвильової функції не змінюється з часом. Це не є доказом того, що властивості симетрії або антисиметрії – ознака даного типу мікрочастинок. Встановлено, що симетрія або антисиметрія хвильових функцій визначається спіном частинок. Залежно від характеру симетрії всі елементарні частинки та побудовані з них системи (наприклад атоми: електрони, нейтрони та протони) описуються антисиметричними хвильовими функціями та підкорюються статистиці Фермі – Дірака; ці частинки називаються **ферміонами**. Частинки з нульовим, або цілочисловим, спіном (наприклад: фотони, мезони) описують симетричними хвильовими функціями та підкорюються статистиці Бозе – Ейнштейна; ці частинки називаються **бозонами**.

Складні частинки (наприклад, атомні ядра), складені з непарного числа ферміонів, є *ферміонами* (сумарний спін у них напівцілий), а з парного – *бозонами* (сумарний спін – цілий). Залежність характеру симетрії хвильових функцій системи тотожних частинок від спина частинок теоретично обґрунтована швейцарським фізиком В. Паулі, що стало ще одним доказом того, що спін є фундаментальною характеристикою мікрочастинок.

Принцип Паулі. Розподіл електронів в атомі за станами. Якщо тотожні частинки мають однакові квантові числа, то їх хвильова функція симетрична щодо перестановки частинок. Звідси випливає, що два однакових ферміона, що входять в одну систему, не можуть перебувати в однакових станах, тому для ферміонів хвильова функція повинна бути антисиметричною. Німецький фізик В. Паулі узагальнив дослідні дані та сформував принцип виключення, відповідно до якого системи ферміонів зустрічаються в природі тільки в станах, що описуються антисиметричними хвильовими функціями (квантово-механічне формулювання принципу Паулі).

З цього випливає більш просте формулювання принципу Паулі, яке було введене ним в квантову теорію (1925 рік) ще до побудови квантової механіки: в системі однакових ферміонів будь-які два з них не можуть одночасно перебувати в одному і тому ж стані. Слід відзначити, що кількість однакових бозонів, що знаходяться в одному й тому ж стані, не лімітується.

Доцільно зауважити, що стан електрона в атомі однозначно визначається набором чотирьох квантових чисел:

- головного n ($n = K, L, N, M, \dots$);
- орбітального l ($l = s, p, d, f, \dots$). Зазвичай ці стани позначають $1s, 2d, 3f,$
- магнітного m ($m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \pm l$);
- магнітного спінового m_s ($m_s = \pm 1/2$).

Розподіл електронів в атомі відбувається за принципом Паулі, який може бути сформульований для атома в найпростішому вигляді таким чином: в одному і тому ж атомі не може бути більше одного електрона з однаковим набором чотирьох квантових чисел n, l, m, m_s :

$$Z(n, l, m, m_s) = 0 \text{ або } 1, \quad (6.2.30)$$

де $Z(n, l, m, m_s)$ – кількість електронів, що знаходяться в квантовому стані, який описується набором чотирьох квантових чисел: n, l, m, m_s .

Таким чином, принцип Паулі стверджує, що два електрони, що належать одному й тому ж атому, розрізняються значеннями принаймні одного квантового числа.

Максимальна кількість електронів, що знаходяться в станах, які описуються набором трьох квантових чисел – n, l і m – і відрізняються тільки орієнтацією спінів електронів, дорівнює $Z_2(n, l, m_s)$:

$$Z_2(n, l, m) = 2, \quad (6.2.31)$$

оскільки спінове квантове число може приймати лише два значення: $1/2$ і $-1/2$.

Максимальна кількість електронів, що знаходяться в станах, які визначаються двома квантовими числами: n і l , є $Z_3(n, l)$, водночас вектор орбітального моменту імпульсу електрона може приймати в просторі $(2l + 1)$ різних орієнтацій.

Максимальна кількість електронів, що знаходяться в станах, що визначаються значенням головного квантового числа n , дорівнює:

$$Z(n) = \sum 2(2l+1) = 2n^2. \quad (6.2.32)$$

Сукупність електронів в багатоелектронному атомі, що мають одне і те ж головне квантове число n , називається електронною оболонкою, або шаром.

У кожній з оболонок електрони розподіляються за підоболонками, відповідно даному l . Область простору, в якій висока ймовірність виявити електрон, називають підоболонкою, або орбіталлю. Оскільки l приймає значення від 0 до $(n - 1)$, то кількість підоболонок дорівнює порядковому номеру n оболонки. Кількість електронів в підоболонці визначається квантовими числами m і m_s . Максимальна кількість електронів в підоболонці з даними l дорівнює $2(2l + 1)$.

Позначення оболонок, а також розподіл електронів за оболонками й підоболонками подані в таблиці 6.2.1.

Таблиця 6.2.1

Позначення оболонок, розподіл електронів за оболонками та підоболонками

Головне квантове число	1	2		3			4				5				
Символ оболонки	K	L		M			N				O				
Максимальна кількість електронів в оболонці		8		18			32				50				
Орбітальне квантове число	0	0	1	0	1	2	0	1	2	3	0	1	2	3	4
Символ підоболонки	1s	2s	2p	3s	3p	3d	4s	4p	4d	4f	5s	5p	5d	5f	5g
Максимальна кількість електронів в підоболо-	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	10	14	18

Квантові числа n і l характеризують розмір і форму електронної хмари, а квантове число m характеризує орієнтацію електронної хмари в просторі. В атомній фізиці, за аналогією зі спектроскопією, стан електрона, що характеризується квантовим числом $l = 0$, називається s-станом

(електрон в цьому стані називається *s*-електроном), $l = 1$ – *p*-станом, $l = 2$ – *d*-станом, $l = 3$ – *f*-станом тощо.

На рис. 6.2.15 показано графічне зображення (полярні діаграми) щільності ймовірності для *s*-, *p*-, *d*- і *f*-електронів і відповідне кожному випадку просторове квантування – така орієнтація борівських орбіт, за якою проекція моменту імпульсу має відповідне значення (наприклад, $\pm 2\hbar$ для $l = 2, m = 2$).

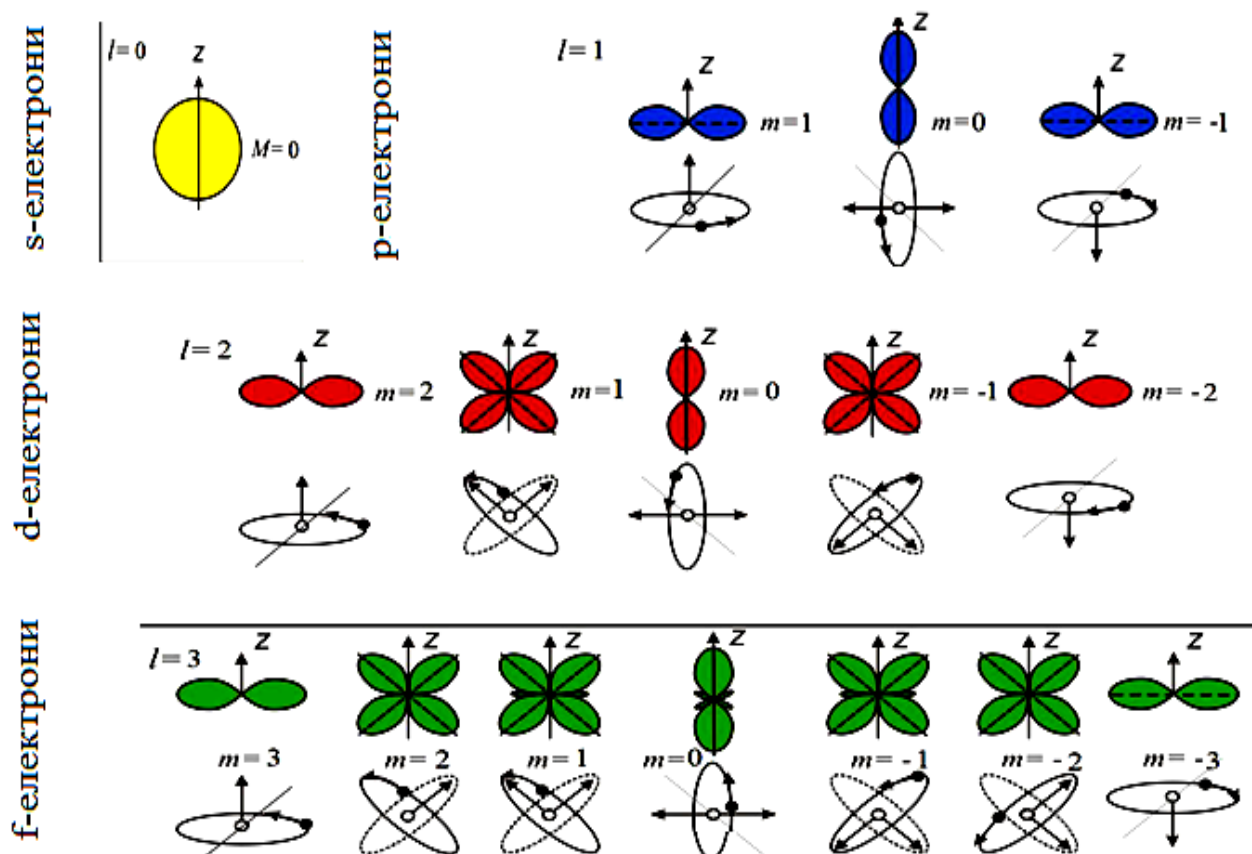


Рис. 6.2.15. Графічне зображення основних типів орбіталей для *s*-, *p*-, *d*- і *f*-електронів

Принцип Паулі, що є основою систематики заповнення електронних станів в атомах, пояснює періодичну систему елементів Д. І. Менделєєва, повторюваність в структурі зовнішніх оболонок в атомів споріднених елементів.

Періодична система хімічних елементів Д. І. Менделєєва. На початку XIX ст. з розвитком ідей хімічної атомістики та методів хімічного

аналізу з'явилися перші спроби систематизації елементів за їх атомною вагою, який є основною кількісною характеристикою елемента.

У 1817 році І. В. Деберейнер зауважив, що атомна вага стронцію приблизно збігається з середнім значенням атомних ваги кальцію та барію, причому властивості елементів, що становлять тріаду Ca – Sr - Ba, подібні. У 1829 р. він указав і на інші тріади.

У 1843 році Л. Гмелін розробив таблицю хімічно-подібних елементів, розташованих за групами в певному порядку. Поза групами елементів, вгорі таблиці, Л. Гмелін помістив три базисних елемента – кисень, азот і водень. Під ними були розміщені тріади, тетради та пентади (групи з чотирьох і п'яти елементів).

У 1863 році А. де Шанкуртуа розташував елементи в порядку зростання їх атомної ваги за спіраллю на поверхні циліндра, розділеного на вертикальні смуги. Елементи з подібними хімічними та фізичними властивостями опинились на одній вертикалі.

У 1864 році Д. Ньюлендс зауважив, що якщо розташувати елементи в порядку зростання атомної ваги, то кожен восьмий елемент, починаючи від обраного довільно, дещо подібний до першого, як восьма нота в музичній октаві. Д. Ньюлендс назвав цю закономірність законом октав. У 1865 р. він побудував до неї таблицю. Однак таблиця Ньюлендса більш-менш правильно відображала періодичність у зміні властивостей лише для перших 17-ти елементів. Тому «закон октав» не отримав визнання. У період 1857 – 1868 рр. У. Одлінг склав декілька таблиць. У таблиці 1857 року 49 елементів були розміщені у дев'яти групах. У 1861 році ця класифікація була дещо вдосконалена: хімічно схожі елементи У. Одлінг об'єднав у тріади, тетради та пентади. Проте поза цими об'єднаннями залишилися водень, бор та олово. Найбільший інтерес має таблиця 1868 року, в якій елементи (таблиця включала 45 елементів з 62-х відомих на той час) розташовані в порядку зростання їх атомної ваги.

У 1864 році Л. Мейєр опублікував таблицю елементів, що складалася з двох частин, у якій 44 елемента були розміщені в шести стовпцях відповідно до їх валентності за воднем. Та лише тільки у 1869 році Д. І. Менделєєв відкрив періодичний закон хімічних і фізичних властивостей елементів залежно від їх атомної маси (рис. 6.2.16). З'ясувалося, що якщо розташувати всі хімічні елементи в порядку зростання їх атомних мас, то виявляється схожість їх фізико-хімічних властивостей. Через проміжки, названі періодами, елементи, розташовані в одному вертика-

льному ряду – групі елементів, виявляють повторюваність фізичних і хімічних властивостей. За часів Д. І. Менделєєва були відомі 64 елемента.

Пе- ріод	Періодична система елементів Д.І. Менделєєва													
	ГРУПИ ЕЛЕМЕНТІВ													
	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII				0		
1	H 1 1,008													He 2 4,00
2	Li 3 6,94	Be 4 9,01	B 5 10,81	C 6 12,01	N 7 14,01	O 8 16,00	F 9 19,00							Ne 10 20,18
3	Na 11 22,99	Mg 12 24,31	Al 13 26,98	Si 14 28,09	P 15 30,97	S 16 32,06	Cl 17 35,45							Ar 18 39,95
4	K 19 39,10	Ca 20 40,08	21 Sc 44,96	22 Ti 47,90	23 V 50,94	24 Cr 52,00	25 Mn 54,94	26 Fe 55,85	27 Co 58,93	28 Ni 58,71				
	29 Cu 63,54	30 Zn 65,37	31 Ga 69,72	32 Ge 72,59	33 As 74,92	34 Se 78,96	35 Br 79,91							Kr 36 83,80
5	Rb 37 85,47	Sr 38 87,62	39 Y 88,91	40 Zr 91,22	41 Nb 92,91	42 Mo 95,94	43 Tc (99)	44 Ru 101,1	45 Rh 102,9	46 Pd 106,4				
	47 Ag 107,9	48 Cd 112,4	49 In 114,8	50 Sn 118,7	51 Sb 121,8	52 Te 127,6	53 I 126,9							Xe 54 131,3
6	Cs 55 132,9	Ba 56 137,3	57 La 138,9	72 Hf 178,5	73 Ta 181,0	74 W 183,9	75 Re 186,2	76 Os 190,2	77 Ir 192,2	78 Pt 195,1				
	79 Au 197,0	80 Hg 200,6	81 Tl 204,4	82 Pb 207,2	83 Bi 209,0	84 Po (210)	85 At (210)							Rn 86 222
7	Fr 87 (223)	Ra 88 (226)	89 Ac (227)	Rf 104 (261)	Db 105 (262)	Sg 106 (263)	Bh 107 (263)	Hs 108 (265)	Mt 109 (266)	Ds 110 (271)				
	111 Rg (272)	112 Uub (285)	113 Uut (284)	114 Uuq (289)	115 Uup (288)	116 Uuh (292)	117 Uus (310?)							Uuo118 (314?)
Лантаноїди	Ce 58 140,12	Pr 9 140,91	Nd 60 144,24	Pm 61 (145)	Sm 62 150,4	Eu 63 151,96	Gd 64 157,25	Tb 65 158,92	Dy 66 162,50	Ho 67 164,93	Er 68 167,26	Tm 69 168,93	Yb 70 173,04	Lu 71 174,97
Актиноїди	Th 90 232,04	Pa 91 (231)	U 92 238,03	Np 93 (237)	Pu 94 (244)	Am 95 (243)	Cm 96 (247)	Bk 97 (247)	Cf 98 (251)	Es 99 (254)	Fm 100 (257)	Md 101 (258)	No 102 (259)	Lr 103 (260)

Рис. 6.2.16. Періодична система хімічних і фізичних властивостей елементів Д. Менделєєва

Розташувавши їх в систему, Менделєєв в деяких випадках повинен був відступити від принципу зв'язку періодичності зі зростанням атомної маси (K і Ar). Однак частина клітин періодичної системи виявилася вільною, тому що відповідні їм елементи тоді ще не були відкриті. Д. Менделєєву вдалося на підставі своєї системи передбачити існування ряду нових хімічних елементів (галій, скандій, германій та ін.) і описати їх хімічні властивості. Надалі всі ці елементи були відкриті, і передбачення Д. Менделєєва повністю підтвердилися. Йому вдалося також внести уточнен-

ня в значення атомних мас і хімічні властивості деяких елементів. Так, атомні маси берилію, титану, цезію й урану, обчислені на основі закону Менделєєва, виявилися правильними, а дані про них, відомі раніше, – помилковими. Це стало тріумфом «Періодичної системи хімічних елементів Д. І. Менделєєва». Будучи одним з найважливіших законів природознавства, періодичний закон Д. Менделєєва становить основу сучасної хімії, атомної й ядерної фізики.

Фізичний сенс порядкового номера Z елемента періодичної системи Д. Менделєєва був з'ясований в ядерній моделі атома Е. Резерфорда. Порядковий номер Z елемента збігається з числом протонів – позитивних елементарних зарядів в ядрі. Кількість їх закономірно зростає на одиницю за переходом від попереднього хімічного елемента до наступного. Це число збігається із загальною кількістю електронів в атомі даного елемента.

Хімічні властивості елементів, їх оптичні та деякі інші фізичні властивості пояснюються поведінкою зовнішніх електронів, які називаються *валентними*.

Періодичність властивостей хімічних елементів пов'язана з періодичністю в розташуванні валентних електронів атома різних елементів. Пояснення структури «Періодичної системи елементів», теоретичне її тлумачення було дано у квантовій теорії Н. Бором у 1922 р. ще до появи квантової механіки. Послідовна теорія періодичної системи ґрунтується на наступних положеннях:

1) загальна кількість електронів в атомі даного хімічного елемента дорівнює порядковому номеру Z цього елемента;

2) стан електрона в атомі визначається набором його чотирьох квантових чисел: n, l, m, m_s ;

3) розподіл електронів в атомі за енергетичними станами має задовольняти принципу мінімуму потенційної енергії: зі зростанням кількості електронів кожен наступний електрон повинен зайняти можливі енергетичні стани з найменшою енергією;

4) заповнення електронами енергетичних рівнів в атомі повинне проходити відповідно до принципу Паулі.

Порядок заповнення електронами станів у різних шарах (оболонках), а в межах однієї оболонки – в підгрупах (підоболонках) повинен відповідати послідовності розташування енергетичних рівнів з різними значеннями квантових чисел n і l .

Таким чином, відкрита Д. Менделєєвим періодичність в хімічних властивостях елементів пояснюється повторюваністю в структурі зовнішніх оболонок у атомів споріднених елементів. Так, інертні гази мають однакові зовнішні оболонки з восьми елементів (укладені в s- і p-станах); у зовнішніх оболонках лужних металів (Li, Na, K, Rb, Cs, Fr) є лише один s-електрон; у зовнішній оболонці лужноземельних металів (Be, Mg, Ca, Sr, Ba, Ra) є 2s-електрона; галоїди (F, Cl, Br, I, At) мають зовнішні оболонки, в яких бракує одного електрона до оболонки інертного газу, і тощо. На сьогодні відкрито вже 118 елементів.

6.2.4. Оптичні властивості твердих тіл. Поглинання. Спонтанне та вимушене випромінювання

Спектр електромагнітних випромінювань досить широкий і охоплює довжини хвиль з розмірами від часток ангстрема до кілометрів. Для фізики твердого тіла й її додатків найбільш важливими є діапазони спектра від інфрачервоного до рентгенівського. Видимий діапазон спектру вузький за довжинами хвиль (від 0,4 мкм до 0,7 мкм). Водночас цей діапазон становить особливу значущість для додатків фізики твердого тіла.

Фізичною основою випромінювання та поглинання світла (електромагнітного випромінювання у видимому та близькому до нього ультрафіолетовому й інфрачервоному спектрах) для твердих тіл є рекомбінація та генерація нерівноважних носіїв, оскільки переходи електронів між станами відбуваються або з випусканням, або з поглинанням квантів світла. Для видимого й інфрачервоного спектрів випромінювання важливі електронні переходи між валентною зоною та зоною провідності.

Електронні переходи між станами зони провідності та більш глибоких енергетичних зон у твердих тілах супроводжуються поглинанням або випусканням квантів у рентгенівському діапазоні спектра.

Поглинанням (абсорбцією) світла називають явище зменшення енергії світлової хвилі під час її поширення в речовині внаслідок перетворення енергії хвилі на інші види енергії (внутрішню енергію речовини, енергію вторинного випромінювання в інших напрямках та іншого спектрального складу та ін.). У результаті поглинання інтенсивність світла під час проходження через речовину зменшується. Поглинання світла в речовині описується законом Бугера:

$$I = I_0 e^{-\alpha x}, \quad (6.2.33)$$

де I_0 та I – інтенсивності плоскої монохроматичної світлової хвилі, відповідно, на вході та виході шару поглинальної речовини товщиною x ;

α – **коефіцієнт поглинання**, що залежить від довжини хвилі світла, хімічної природи та стану речовини і не залежить від інтенсивності світла. Його числове значення показує товщину шару x , що дорівнює $1/\alpha$, після проходження якого інтенсивність плоскої хвилі падає в $e = 2,72$ рази.

Існують наступні види спектрів поглинання.

.> **Лінійчатий спектр поглинання** – характерний для одноатомних газів (або парів). Дуже різкі та вузькі лінії в таких спектрах відповідають частотам власних коливань електронів в атомах. Якщо щільність газу збільшувати, то взаємодія атомів між собою призводить до розширення ліній поглинання.

> **Спектр поглинання у вигляді смуг поглинання** – характерний для поглинання молекул. Коливання атомів (й обертання груп атомів) в молекулах призводить до утворення широких смуг поглинання.

> **Суцільний спектр поглинання** – характерний для рідин і твердих тіл, в яких утворюються колективні збудження (наприклад, електрони провідності в металах), які обумовлюють поглинання світла в широкій області частот (довжин хвиль).

На рис. 6.2.17 показана типова залежність коефіцієнта поглинання α від довжини хвилі світла λ і залежність показника заломлення n від λ в області смуги поглинання.

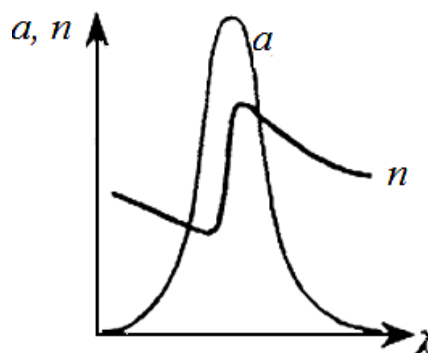


Рис. 6.2.17. Залежність коефіцієнта поглинання α від довжини хвилі світла λ і залежність показника заломлення n від λ в області смуги поглинання

У середині смуги поглинання спостерігається аномальна дисперсія. Залежністю коефіцієнта поглинання від довжини хвилі пояснюється забарвленість поглинаючих тіл.

Спонтанне випромінювання. Доцільно розглянути два квантових стани з енергіями E_1 й E_2 (рис. 6.2.18). Атом, перебуваючи у збудженому стані 2, може спонтанно (без зовнішніх впливів) перейти в основний стан, випускаючи водночас фотон з енергією $h\nu = E_2 - E_1$. Процес випускання фотона збудженим атомом без зовнішніх впливів називається *спонтанним випромінюванням*. Чим більша ймовірність спонтанних переходів, тим менше середній час життя атома у збудженому стані. Оскільки спонтанні переходи взаємно не пов'язані, то спонтанне випромінювання некогерентне.

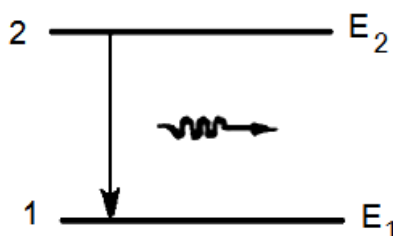


Рис. 6.2.18. Схема спонтанного випромінювання

Вимушене випромінювання. А. Ейнштейн для пояснення термодинамічної рівноваги між речовиною та випромінюванням, яке випускається та поглинається речовиною, що спостерігалось на досліді, постулював, що крім поглинання та спонтанного випромінювання повинен існувати третій, якісно інший тип взаємодії. Якщо на атом, що знаходиться в збудженому стані 2, діє зовнішнє випромінювання з частотою, що задовольняє умові $h\nu = E_2 - E_1$, то виникає **вимушений (індукований) перехід** в основний стан 1 з випромінюванням фотона тієї ж енергії $h\nu = E_2 - E_1$ додатково до того фотону, під дією якого відбувся перехід (рис. 6.2.19).

Таким чином, у процес вимушеного випромінювання залучені два фотони: первинний фотон, що викликає (стимулює) випромінювання збудженим атомом, і вторинний фотон, який випускається атомом.

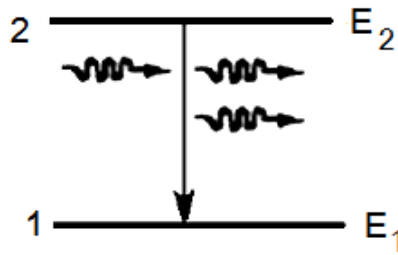


Рис. 6.2.19. **Схема вимушеного випромінювання**

Вимушене випромінювання (вторинні фотони) **тотожно** стимуляційному випромінюванню (первинним фотонам): воно має таку ж частоту, фазу, поляризацію, напрям поширення.

Отже, вимушене випромінювання строго когерентне з стимуляційним випромінюванням, тобто фотон, який випускається, не відрізняється від фотона, що падає на атом.

Фотони, що випускаються, рухаючись в одному напрямі та зустрічаючи збуджені атоми, стимулюють вимушені переходи: відбувається розмноження фотонів.

Для того щоб відбувалося посилення випромінювання, необхідно, щоб інтенсивність вимушеного випромінювання перевищувала інтенсивність поглинання фотонів. А для цього необхідно, щоб заселеність збудженого стану (кількість атомів у збудженому стані) була більшою, ніж заселеність основного стану (кількість атомів в основному стані). Такий термодинамічно нерівноважний стан називають **станом з інверсною заселеністю**.

Процес переведення системи в стан з інверсною заселеністю називають *накачуванням* (здійснюється оптичними, електричними й іншими способами).

Інверсне середовище, в якому відбувається посилення падаючого на неї пучка світла, називають *активним*. Закон Бугера $I = I_0 \exp(-\alpha x)$ для таких середовищ має негативний коефіцієнт поглинання.

6.2.5. Квантові генератори світла (лазери)

Ефект посилення випромінювання в активних середовищах використовується в оптичних квантових генераторах, або лазерах (Light Amplification of Stimulated Emission of Radiation). У 1964 р. за фундамен-

тальні розробки у квантовій електроніці радянським вченим М. Басову, О. Прохорову й американському вченому Ч. Таунсу була присуджена Нобелівська премія.

Лазери поділяються:

за типом активного середовища (твердотільні, газові, напівпровідникові і рідинні);

за методами накачування (оптичні, теплові, хімічні, електро й іонізаційні та ін.);

за режимом генерації (безперервної або імпульсної дії).

Перший твердотільний лазер – рубіновий (довжина хвилі випромінювання 0,6943 нм) – працює за трирівневою схемою (рис. 6.2.20): накачування кристала рубіна (Al_2O_3 з домішкою $\sim 0,03\%$ Cr^{3+}) переводить атоми хрому в збуджений, недовготривалий стан E_3 (перехід $E_1 \rightarrow E_3$). Час життя рівня E_3 дуже малий ($\sim 10^{-8}$ с). Протягом цього часу деякі електрони перейдуть спонтанно з рівня E_3 на рівень E_1 . Однак більшість атомів буде здійснювати безвипромінювальний перехід у довготривалий (метастабільний) стан E_2 – відбувається "нагромадження" атомів хрому на рівні E_2 .

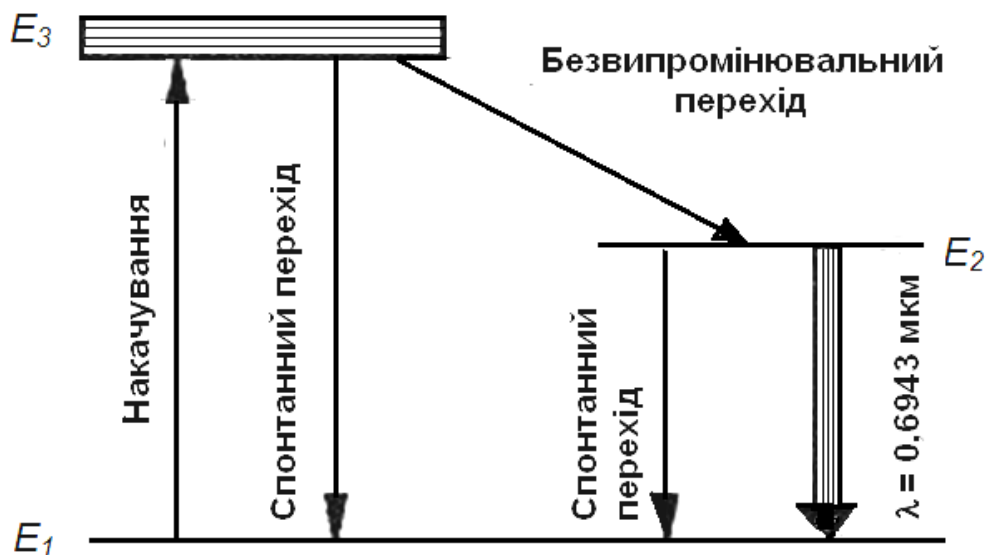


Рис. 6.2.20. Трирівнева схема оптичного накачування

З достатньою потужністю накачування їх концентрація на рівні E_2 буде набагато більшою, ніж на рівні E_1 , тобто виникає інверсна населеність рівня E_2 (спонтанні переходи $E_3 \rightarrow E_1$ в даній системі незначні).

Кожен фотон, який випадково народився під час спонтанного переходу $E_2 \rightarrow E_1$, може народити в активному середовищі лавину вторинних фотонів.

Для багаторазового посилення лазерної генерації використовують оптичний резонатор. У простому випадку це пара звернених один до одного паралельних (або увігнутих) дзеркал на загальній оптичній осі, між якими розташоване активне середовище (кристал або кювета з газом) (рис. 6.2.21)

Фотони В і С, що рухаються під кутами до осі кристала або кювети, виходять з активного середовища через бічну поверхню.

Фотони А, що рухаються вздовж оптичної осі, після багаторазового відбиття від дзеркал і посилення в активному середовищі виходять через напівпрозоре дзеркало, створюючи строго спрямований світловий пучок когерентних фотонів.

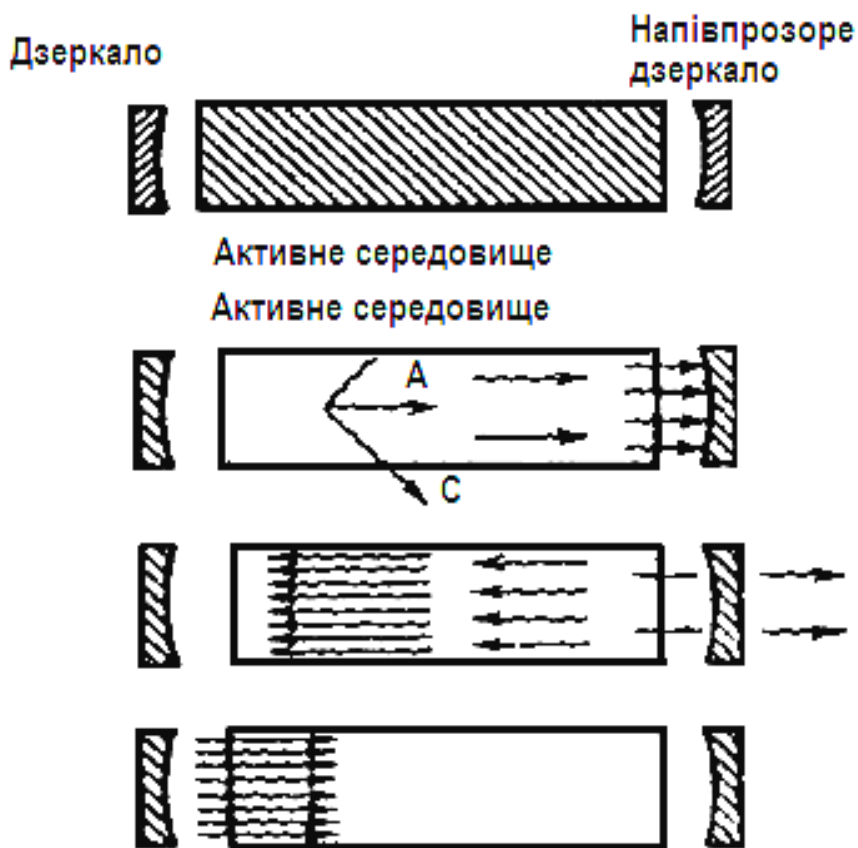


Рис. 6.2.21. Етапи лавиноподібного процесу генерації в лазері

Лазерне випромінювання має такі властивості:

1) Тимчасова та просторова когерентність. Час когерентності $\tau \sim 10^{-3}$ с, що відповідає довжині когерентності $l = c\tau \sim 10^5$ м, яка на сім порядків вища, ніж для звичайних джерел світла.

2) Суворі монохроматичність ($\Delta\lambda < 10^{-11}$ м).

3) Велика щільність потоку енергії (характерні величини $\sim 10^{10}$ Вт/м²).

4) Дуже мала кутова розбіжність пучка (у 10^4 разів менш, ніж у традиційних оптичних освітлювальних системах, наприклад у прожектора).

Застосування лазерів. Після появи лазерів і на початку дослідження взаємодії лазерного випромінювання з різними матеріалами стало зрозуміло, що лазери можуть знайти широке застосування в різноманітних наукових і промислових технологічних процесах, у військовій промисловості. Це пов'язано з тим, що лазерний імпульс має величезний запас енергії. Під час попадання подібного променя на поверхню матеріалу він викликає миттєве розігрівання цієї поверхні аж до випаровування навіть дуже тугоплавкого матеріалу. Це явище знайшло використання у свердлінні отворів у твердих матеріалах, різанні та зварюванні металів і пластмас, заточуванні різальних інструментів, у тому числі виготовлених з надтвердих сплавів. Лазерний промінь можна сконцентрувати в дуже тонкий пучок, що має на малих відстанях практично нульову розбіжність. Це дозволяє сконцентрувати енергію на дуже малій площі, наприклад, на площі контакту між блоками електронної схеми, що знаходить застосування в сучасній радіоелектронній промисловості.

Іншою важливою сферою застосування лазерів у промисловості можна вважати використання їх у контрольно-вимірювальних приладах, зокрема, для контролю ступеня чистоти обробки поверхні матеріалу та внутрішньої структури цих матеріалів.

У військовій промисловості – це лазерна зброя, цілевказівники, лазерний приціл, системи виявлення снайперів, введення противника в оману, далекоміри, лазерне наведення, лазерна стрілецька зброя (потенційно).

Оскільки лазерне випромінювання є електромагнітним випромінюванням, його промінь можна використовувати для передавання інформації приблизно так само, як і за допомогою радіохвиль.

З появою напівпровідникових лазерів з'явилася можливість використання їх для запису та читання інформації на інформаційних носіях – лазерних компакт-дисках. Лазерний диск – це кругла пластинка, виготов-

лена з алюмінію та покрита прозорим пластмасовим захисним шаром. Спочатку виготовлюють так званий майстер-диск, на який за допомогою лазерного променя наносить інформацію в двійковому поданні. Лазерний імпульс виникає тільки тоді, коли через записувальний пристрій проходить логічна одиниця. У момент проходження логічного нуля імпульс не виникає. У результаті в тих місцях поверхні диска, які відповідають логічним одиницям в масиві інформації, алюміній випаровується. Нині лазерні компакт-диски широко використовують як для зберігання комп'ютерної інформації, так і для зберігання та розповсюдження музичних програм, призначених для відтворення на лазерних програвачах.

Особливої уваги заслуговує застосування лазерів в медицині. Ще на зорі розвитку лазерної техніки почалося використання лазерів у хірургії. Маніпулюючи світловодом, хірург спрямовує промінь лазера на оперований об'єкт, залишаючи недоторканими сусідні органи та тканини. Водночас досягається висока точність і стерильність оперативного втручання.

Широке застосування знайшли лазерні інструменти в хірургії ока. Це пов'язано з тим, що за правильного підбора довжини хвилі випромінювання лазера вільно проходить через прозорі тканини ока, не шкодячи їм. Це дозволяє робити операції на кришталику ока й очному дні без розрізів. Лазери досить успішно застосовуються і в лікуванні таких поширених захворювань ока, як коротко та далекозорість. За допомогою точно дозованих опромінювань рогівки лазерним випромінюванням можна виправити конфігурацію рогівки ока, відновивши нормальний зір.

Знаходить застосування лазерна терапія й у лікуванні численних онкологічних захворювань. Різноманітні лазерні зонди широко використовують у діагностиці захворювань внутрішніх органів, особливо якщо застосування інших методів неможливе або сильно ускладнене.

6.2.6. Приклади розв'язання завдань

6.2.6.1. Атомарний водень знаходиться під тиском 10^{-2} мм. рт. ст. і з температурою 300 К. Знайти величину повної енергії електрона в атомі, за якої радіус його орбіти становить половину середньої відстані між центрами атомів в заданих умовах

Дано: $p = 133,3 \cdot 10^{-2}$ Н/м², $T = 300$ К.

Знайти: $E_n = ?$

Розв'язання:

Вибрати інерційну систему відліку (ІСО), пов'язану з посудиною, в якій знаходиться водень. Отримати формулу, що зв'яже енергію та радіус орбіти. Застосувати формулу для енергії електрона (позначення – загальноприйняті):

$$E_n = -\frac{e^4 m Z^2}{8 n^2 h^2 \varepsilon_0^2}, \quad (6.2.34)$$

і його радіуса:

$$r = \frac{n^2 h^2 \varepsilon_0}{\pi e^2 m Z}. \quad (6.2.35)$$

І тоді шукана формула для енергії:

$$E_n = -\frac{e^2 Z}{8 \pi \varepsilon_0 r}. \quad (6.2.36)$$

Позначити відстань між атомами D , тоді $r = D/2$; отримано:

$$E_n = -\frac{e^2 Z}{4 \pi \varepsilon_0 D}. \quad (6.2.37)$$

З рівняння Клапейрона – Менделєєва $pV = RT = NkT$ з урахуванням $V = ND^3$ визначити відстань між атомами: $D = \sqrt[3]{kT / p}$.

Тоді для повної енергії електрона в атомі отримано:

$$E_n = -\frac{e^2 Z}{4 \pi \varepsilon_0} \cdot \sqrt[3]{\frac{p}{kT}}. \quad (6.2.38)$$

Після підстановки числових значень:

$$E_n = -1,58 \cdot 10^{-21} \text{ Дж} = -9,58 \cdot 10^{-3} \text{ еВ.}$$

Розв'язок: $E_n = -1,58 \cdot 10^{-21} \text{ Дж} = -9,58 \cdot 10^{-3} \text{ еВ.}$

6.2.6.2. Радіоактивному ядру в прискорювачі надали швидкість $v = 0,4 c$, де c – швидкість світла у вакуумі. Ядро випромінило β -частинку зі швидкістю $0,75 c$ відносно прискорювача в напрямки свого руху в момент вильоту з прискорювача. Знайти швидкість β -частинки відносно ядра. Відповідь подати у мегаметрах в секунду.

Дано: $v = 0,4 c$, $c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$, $v_x = 0,75 c$.

Знайти: $v_{x'}$ = ?

Розв'язання:

Застосувати релятивістський закон складання швидкостей:

$$v_x = \frac{v_{x'} + v}{1 + \frac{v_{x'} \cdot v}{c^2}}, \quad (6.2.39)$$

де v_x – швидкість β -частинки в системі відліку, пов'язаній з прискорювачем;

$v_{x'}$ – швидкість β -частинки в системі відліку, пов'язаній з ядром;

v – швидкість інерціальної системи, пов'язаної з ядром, щодо системи відліку, пов'язаної з прискорювачем.

Тоді отримаємо шукану швидкість частинки відносно ядра:

$$v_{x'} = \frac{v_x - v}{1 - \frac{v_x \cdot v}{c^2}} = \frac{0,75 - 0,4}{1 - \frac{0,75 \cdot 0,4}{c^2}} = 1,5 \cdot 10^8 \text{ м/с.}$$

Розв'язок: $v_{x'} = 1,5 \cdot 10^8 \text{ м/с.}$

6.2.6.3. Знайти величину енергії, яка вивільняється під час синтезу одного ядра ${}^4_2\text{He}$ з дейтерію та тритію?

Дано: ${}^4_2\text{He}$.

Знайти: E_0 = ?

Розв'язання:

Записати рівняння ядерної реакції синтезу:



Маса частинок, які утворюються, менше маси спокою частинок, що вступили в реакцію, на $\Delta m = 0.0189$ а.о.м. Тому, згідно теоретичним положенням, у такій реакції синтезу виділиться енергія, за величиною дорівнена:

$$E_0 = \Delta m c^2 = 17.6 \text{ МэВ}.$$

Розв'язок: $E_0 = 17.6 \text{ МэВ}$.

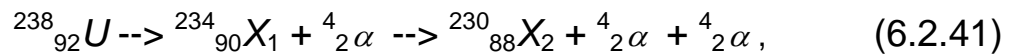
6.2.6.4. З двома α - та двома β -перетвореннями урану ${}^{238}_{92}\text{U}$ утворюються нуклони. Знайти їх число A і порядковий номер Z ядра.

Дано: ${}^{238}_{92}\text{U}$.

Знайти: $A = ?$, $Z = ?$.

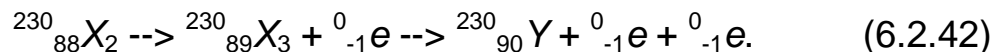
Розв'язання:

Результатом двох α -перетворень



є утворення дочірнього ядра X_2 .

У результаті двох β -перетворень утвориться ядро "Y":



З періодичної таблиці хімічних елементів Д. І. Менделєєва визначити, що ядро "Y" дійсно є ізотопом ядра торію ${}^{230}_{90}\text{Th}$.

Розв'язок: $A = 230$, $Z = 90$; кількість нейтронів 140.

6.2.6.5. Визначит масу m фотона для: 1) червоних променів світла (довжина хвилі $\lambda = 700$ нм); 2) променів рентгенівського випромінювання ($\lambda = 25$ пм) і 3) гамма-променів ($\lambda = 1,24$ пм).

Дано: $\lambda_1 = 700$ нм, $\lambda_2 = 25$ пм, $\lambda_3 = 1,24$ пм.

Знайти: $m_{1,2,3} = ?$

Розв'язання:

Енергія фотона визначена виразом:

$$E = h\nu, \quad (6.2.43)$$

де $h = 6,62 \cdot 10^{-34}$ Дж·с – стала Планка, $\nu = c / \lambda$ – частота електромагнітних коливань, $c = 3 \cdot 10^8$ м/с – швидкість світла у вакуумі.

Переписати рівняння (6.2.43) у вигляді:

$$E = h \frac{c}{\lambda}. \quad (6.2.44)$$

Відповідно до формули Ейнштейна:

$$E = mc^2. \quad (6.2.45)$$

Порівнюючи (6.2.44) і (6.2.45), для маси визначити:

$$m = \frac{h}{\lambda c}. \quad (6.2.46)$$

Після підстановки в це вираження відповідних числових значень отримано шукані маси фотонів: 1) $m_1 = 3,2 \cdot 10^{-36}$ кг; 2) $m_2 = 8,8 \cdot 10^{-36}$ кг; 3) $m_3 = 1,8 \cdot 10^{-36}$ кг.

Розв'язок: Шукані маси фотонів: 1) $m_1 = 3,2 \cdot 10^{-36}$ кг; 2) $m_2 = 8,8 \cdot 10^{-36}$ кг; 3) $m_3 = 1,8 \cdot 10^{-36}$ кг.

6.2.6.6. Фотон з довжиною хвилі $\lambda = 520$ нм має енергію E . Визначити, яку швидкість ν повинен мати електрон, щоб його кінетична енергія дорівнювала енергії фотона.

Дано: $\lambda = 520$ нм, E .

Знайти: $\nu = ?$

Розв'язання:

За визначенням, кінетична енергія електрона дорівнює:

$$E = m\nu^2 / 2. \quad (6.2.47)$$

Енергія фотона визначена виразом:

$$E = h\nu = h \frac{c}{\lambda}. \quad (6.2.48)$$

Прирівнюючи праві частини рівнянь (6.2.47) і (6.2.48), для швидкості отримано вираз:

$$\nu = \sqrt{\frac{2hc}{m\lambda}}. \quad (6.2.49)$$

Після підстановки числових даних отримаємо: $\nu = 9,2 \cdot 10^5$ м/с.

Розв'язок: швидкість електрона дорівнює $\nu = 9,2 \cdot 10^5$ м/с.

6.2.6.7. Визначити енергію фотона, щоб його маса дорівнювала масі спокою електрона.

Дано: m .

Знайти: $E = ?$

Розв'язання:

Енергія фотона визначена виразом: $E = mc^2$, де $c = 3 \cdot 10^8$ м/с – швидкість світла у вакуумі. Після підстановки в цю формулу значення маси спокою електрона (з довідкової таблиці) отримано шукану енергію фотона: $E = 81 \cdot 10^{-15}$ Дж = $510 \cdot 10^3$ еВ.

Розв'язок: енергія фотона дорівнює: $E = 81 \cdot 10^{-15}$ Дж = $510 \cdot 10^3$ еВ.

6.2.6.8. Монохроматичним пучком фотонів через майданчик з поперечним перерізом $S = 2$ см² за час $t = 30$ с переноситься імпульс величиною $p = 3 \cdot 10^{-9}$ кг·м²/с. Визначити для такого пучка енергію фотонів, яка падає в одиницю часу на одиницю площі.

Дано: $S = 2$ см², $t = 30$ с, $p = 3 \cdot 10^{-9}$ кг·м²/с.

Знайти: $E_1 = ?$

Розв'язання:

Відомо, що імпульс і енергія зв'язані співвідношенням: $E = p \cdot c$.

Тоді на одиницю площі в одиницю часу буде падати енергія фотонів, що визначається виразом: $E = p \cdot c / S \cdot t$. Після підстановки числових значень отримано: $E_1 = 150$ Дж/(с м²).

Розв'язок: енергія фотонів, яка падає в одиницю часу на одиницю площі дорівнює $E_1 = 150 \text{ Дж}/(\text{с м}^2)$.

6.2.6.9. Повітря, що знаходиться в об'ємі V , опромінюють рентгенівськими променями з дозою випромінювання $4,5 \text{ Р}$. Знайти частку атомів $N_{i_{ox}}$ у цьому об'ємі, яка буде йонізована цим випромінюванням.

Дано: $D_{\phi} = 4,5 \text{ Р}$, $\bar{e} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$

Знайти: $\frac{N_{i_{ox}}}{N} = ?$

Розв'язання:

За умовою завдання доза випромінювання становить:

$D_{\phi} = 4,5 \text{ Р}$, а $\bar{e} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$

Кількість іонізованих пар іонів визначається так:

$$N_{i_{ox}} = \frac{q}{\bar{e}}, \quad (6.2.50)$$

де q – заряд іона, дорівнений:

$$q = D m, \quad (6.2.51)$$

де m – маса повітря. Тоді для $N_{i_{ox}}$ запишемо:

$$N_{i_{ox}} = \frac{D m}{\bar{e}}. \quad (6.2.52)$$

Кількість частинок («молекул») N в об'ємі отримано, підстановкою відомої молярної маси повітря:

$$N = \frac{m}{M} N_A. \quad (6.2.53)$$

Після підстановки значень величин визначити шукане відношення

$$\frac{N_{i_{ox}}}{N} :$$

$$\frac{N_{i_{\text{оx}}}}{N} = \frac{MD}{\bar{e}N_A} = \frac{29 \cdot 10^{-3} \cdot 1,161 \cdot 10^{-3}}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 6,02 \cdot 10^{23}} = 3,496 \cdot 10^{-10}.$$

Розв'язок: $\frac{N_{i_{\text{оx}}}}{N} = 3,496 \cdot 10^{-10}.$

6.2.6.10. Трубка рентгенодіагностичного приладу з вольфрамовим катодом працює з напругою 60 кВ і силою струму 2 мА. Знайти величину потоку рентгенівського випромінювання.

Дано: $I = 2$ мА, $U = 60$ кВ.

Знайти: $\Phi = ?$

Розв'язання:

Інтенсивність рентгенівського випромінювання трубки визначається емпіричним виразом:

$$\Phi = kIU^2Z, \quad (6.2.54)$$

де I – сила струму в трубці, U – напруга, Z – порядковий номер атома речовини антикатада, $k = 10^{-9} \text{ В}^{-1}$.

Після підстановки в вираз (6.2.54) числових значень, отримаємо:

$$\Phi = 10^{-9} \cdot 2 \cdot 10^{-3} \cdot 36 \cdot 10^8 \cdot 74 = 533 \text{ мВт}.$$

Розв'язок: $\Phi = 533$ мВт.

6.2.6.11. У рентгенівській трубці діагностичного приладу швидкість електронів, які підлітають до анода, в середньому становить $1,6 \cdot 10^8$ м/с. Нехтуючи залежністю маси електрона від швидкості, обчислити довжину хвилі короткохвильової межі суцільного рентгенівського спектра.

Дано: $v_0 = 1,6 \cdot 10^8$ м/с.

Знайти: $\lambda_{\text{min}} = ?$

Розв'язання:

Під час удару електронів об анод їх кінетична енергія трансформується в енергію фотона рентгенівського випромінювання, тому для процесу це можна записати таким чином:

$$\frac{mv_0^2}{2} = h \frac{c}{\lambda_{\text{min}}}. \quad (6.2.55)$$

З цього виразу вивести і розрахувати мінімальну довжину хвилі рентгенівського випромінювання:

$$\lambda_{\min} = \frac{2hc}{mv_0^2} = \frac{2 \cdot 6,6 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 256 \cdot 10^6} = 1,7 \cdot 10^{-11} \text{ м}$$

Розв'язок: $\lambda_{\min} = 1,7 \cdot 10^{-11} \text{ м}$.

6.2.6.12. У захисному пристрої товщину шару графіту збільшили на 0,5 см, водночас інтенсивність пучка рентгенівських променів, який пройшов через шар графіту, зменшилася в 3 рази. Знайти лінійний коефіцієнт ослаблення графіту для цього випромінювання.

Дано: $J = J_0 / 3$

Знайти: $\mu = ?$

Розв'язання:

Згідно теорії інтенсивність пучка рентгенівського випромінювання який пройшов через шар графіту, визначається виразом:

$$J = J_0 e^{-\mu d}, \quad (6.2.56)$$

де J_0 – інтенсивність рентгенівського пучка, який падає на графіт, J – інтенсивність пучка, котрий пройшов шар графіту; μ – лінійний коефіцієнт ослаблення рентгенівського випромінювання; d – товщина шару графіту.

За умовою завдання, $J = \frac{J_0}{3}$. Тоді можна записати:

$$\frac{J_0}{3} = J_0 e^{-\mu d}. \quad (6.2.57)$$

Після стандартних перетворень (скорочення та логарифмування обох частин) у формулі (6.2.57) отримано:

$$\mu = \frac{\ln 3}{0,5} = 2,2 \text{ см}^{-1}$$

Розв'язок: $\mu = 2,2 \text{ см}^{-1}$.

6.2.6.13. У циклотроні з магнітною індукцією поля $B = 1$ Тл максимальний радіус кривизни траєкторії рухомих заряджених частинок становить $R = 0,5$ м. Визначити величину постійної різниці потенціалів, яку потрібно надати протонам, щоб вони отримали таке ж прискорення, як в заданому циклотроні.

Дано: $R = 0,5$ м, $B = 1$ Тл, $\bar{e} = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл, $m_p = 1,6726 \cdot 10^{-27}$ кг.

Знайти: $U = ?$

Розв'язання:

Для протона рівняння руху в магнітному полі в циклотроні має такий вигляд:

$$m_p a_n = \bar{e}vB, \quad (6.2.58)$$

де a_n – нормальна складова прискорення, v – швидкість руху протона.

Відомо також, що має місце зв'язок $a_n = \frac{v^2}{R}$. Тоді з рівняння (6.2.58) швидкість протона:

$$v = \frac{\bar{e}RB}{m_p}. \quad (6.2.58)$$

Записати вираз для кінетичної енергії протона W_k з проходженням різниці U :

$$W_k = \bar{e}U = \frac{m_p v^2}{2}. \quad (6.2.59)$$

З (6.2.59) з урахуванням (6.2.58) для U отримано:

$$U = \frac{\bar{e}R^2 B^2}{2m_p} = \frac{1,6 \cdot 10^{-19} (0,5)^2 \cdot 1^2}{2 \cdot 1,6726 \cdot 10^{-27}} = 1,196 \cdot 10^7 \text{ В.}$$

Розв'язок: $U = 1,196 \cdot 10^7$ В.

6.2.6.14. Гелій-неоновий лазер працює в безперервному режимі та випромінює монохроматичне світло з довжиною хвилі $\lambda = 630$ нм. Потужність лазера при цьому становить $P = 40$ мВт. Визначити кількість фотонів, випромінюваних лазером за 1 с.

Дано: $\lambda = 630$ нм, $P = 40$ мВт.

Знайти: $N = ?$

Розв'язання:

Вираз для випромінюваної потужності лазера може бути записаний у вигляді:

$$P = \frac{E}{t}, \quad (6.2.60)$$

де E – енергія випромінювання, t – час.

Випромінювана лазером енергія складається з енергій окремих фотонів $E_0 = h\nu$, кількість яких позначене через N . Тут ν – частота фотона, h – стала Планка. З урахуванням того, що має місце зв'язок $\nu = \frac{c}{\lambda}$, для випромінюваної потужності лазера можна записати:

$$P = \frac{hcN}{\lambda t}. \quad (6.2.61)$$

Звідси можна визначити N :

$$N = \frac{P\lambda t}{hc} = 1,3 \cdot 10^{17}.$$

Розв'язок: $N = 1,3 \cdot 10^{17}$.

6.2.6.15. Посудина з 10 мл водного розчину біологічної проби опромінюється протягом 20 с променем лазера потужністю 4,2 Вт. Нехтуючи втратами тепла на нагрівання посудини, визначити, на скільки градусів збільшиться температура розчину в посудині, якщо теплоємність цієї посудини становить $4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{°C}}$.

Дано: $V = 10$ мл, $P = 4,2$ Вт.

Знайти: $\Delta T = ?$

Розв'язання:

Відповідно до рівняння теплового балансу:

$$m \cdot C \cdot \Delta T = Pt, \quad (6.2.62)$$

де m – маса води в кюветі, C – питома теплоємність води, ΔT – зміна температури води, P – потужність випромінювання лазерного променя, t – час висвітлення.

З виразу (6.2.62) знайти зміну температури води:

$$\Delta T = \frac{P \cdot t}{m \cdot C} = \frac{4,2 \cdot 20}{0,01 \cdot 4200} = 2^0.$$

Розв'язок: температура розчину збільшиться на $\Delta T = 2^0$.

6.2.6.16. Промінь медичного лазера може досягати потужності до 10 Вт. Вважаючи, що такий лазер випромінює близько $2 \cdot 10^{20}$ фотонів за секунду, визначити довжину хвилі випромінювання лазера.

Дано: $N = 2 \cdot 10^{20}$, $P = 10$ Вт.

Знайти: $\lambda = ?$

Розв'язання:

Вираз для випромінюваної потужності лазера може бути записаний у вигляді:

$$N = \frac{E \cdot n}{t}, \quad (6.2.63)$$

де $E = h\nu = h \frac{c}{\lambda}$ – енергія фотона лазерного випромінювання, ν – частота фотона лазерного випромінювання, λ – відповідна довжина хвилі, n – кількість фотонів, випромінюваних лазером за t .

Після підстановки виразу для E в формулу (6.2.63), отримано:

$$N = \frac{h \cdot c \cdot n}{\lambda \cdot t}. \quad (6.2.64)$$

З (6.2.64) визначити довжину хвилі:

$$\lambda = \frac{h \cdot c \cdot n}{N \cdot t} \quad (6.2.65)$$

Після підстановки числових значень в (6.2.65), отримано:

$$\lambda = \frac{6,6 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8 \cdot 2 \cdot 10^{20}}{10} = 39,6 \cdot 10^{-7} \approx$$

Розв'язок: $\lambda = 39,6 \cdot 10^{-7} \approx$

6.2.6.17. У медичному апаратному діагностичному комплексі рентгенівська трубка працює під напругою $U = 50$ кВ з силою струму $I = 0,2$ мА і випромінює $9 \cdot 10^{12}$ фотонів в секунду на частоті випромінювання $\nu = 2,9 \cdot 10^{18}$. Знайти ККД трубки.

Дано: $U = 50$ кВ, $I = 0,2$ мА, $\nu = 2,9 \cdot 10^{18}$.

Знайти: $\eta = ?$

Розв'язання:

Відомо, що ККД рентгенівської трубки визначається як виражена у відсотках частка потужності $N_{\text{вип}}$ рентгенівського випромінювання від потужності споживаного струму $N_{\text{спож}}$, тобто:

$$\eta = \frac{N_{\text{вип}}}{N_{\text{спож}}} 100\% \quad (6.2.66)$$

Спожита потужність визначається як добуток сили струму, що проходить через трубку, на анодну напругу:

$$N_{\text{спож}} = IU \quad (6.2.67)$$

Корисною потужністю називається енергія квантів рентгенівського випромінювання, яка випускається з анода трубки за одиницю часу:

$$N_{\text{вс}} = n \frac{E}{t} = \frac{nh\nu}{t}. \quad (6.2.68)$$

У підсумку з урахуванням співвідношень (6.2.67) і (6.2.68) вираз (6.2.66) для визначення ККД трубки переписеться у вигляді:

$$\eta = \frac{n \cdot h \cdot \nu}{t \cdot U \cdot I} 100\% = \frac{9 \cdot 10^{12} \cdot 6,626 \cdot 10^{-34} \cdot 2,9 \cdot 10^{18}}{1 \cdot 5 \cdot 10^4 \cdot 0,2 \cdot 10^{-3}} 100\% = 0,17 \%. .$$

Розв'язок: ККД трубки $\eta = 0,17 \%$.

6.2.6.18. Вважаючи комптонівську довжину хвилі дорівненою $\lambda_k = 2,4 \cdot 10^{-12}$ м, виконати оцінювання зсуву довжин хвиль рентгенівських променів у комптонівському розсіянні під кутом 90° .

Дано: $\lambda_k = 2,4 \cdot 10^{-12}$ м, $\varphi = 90^\circ$.

Знайти: $\Delta\lambda = ?$

Розв'язання:

З теорії відомо, що зміна довжини хвилі під час комптонівського розсіяння визначається виразом:

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = 2\lambda \sin^2 \frac{\varphi}{2}, \quad (6.2.69)$$

де λ – довжина падаючої рентгенівської хвилі, λ' – довжина рентгенівської хвилі після проходження через речовину, $\lambda_k = 2,4263 \cdot 10^{-12}$ м – комптонівська довжина хвилі, φ – кут розсіювання падаючого випромінювання.

Після підстановки числових значень у вираз (6.2.69), отримано:

$$\Delta\lambda = 2 \cdot 2,4 \cdot 10^{-12} \cdot \sin^2 \frac{90^\circ}{2} = 2,4 \cdot 10^{-12} \text{ м}$$

Розв'язок: $\Delta\lambda = 2,4 \cdot 10^{-12} \text{ м}$

6.2.6.19. У ЕПР-спектрометрі, в якому використовується електронний парамагнітний резонанс, частота резонансного поглинання енергії становить $\nu = 4 \cdot 10^{10}$ Гц. Вважаючи множник Ланде $g = 2$, обчислити

індукцію постійного магнітного поля, за якою буде спостерігатися парамагнітний резонанс.

Дано: $\nu = 4 \cdot 10^{10}$ Гц, $g = 2$.

Знайти: $B = ?$

Розв'язання:

Згідно з умовою завдання кожен енергетичний рівень атома в магнітному полі розщеплюється на 2 підрівні. Різниця енергій підрівнів визначається таким виразом:

$$\Delta E = g \mu_B B . \quad (6.2.70)$$

де g – множник Ланде, μ_B – магнетон Бора, B – індукція магнітного поля.

З іншого боку, частота переходу ν між розщепленими підрівнями визначається відомим виразом:

$$\Delta E = h \nu . \quad (6.2.71)$$

Після прирівнювання правих частин виразів (6.2.70) і (6.2.71) отримано:

$$h \nu = g \mu_B B . \quad (6.2.72)$$

З (6.2.72) знаходимо вираз для B і, підставляючи в нього числові значення, отримати:

$$B = \frac{h \nu}{g \mu_B} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 4 \cdot 10^{10}}{2 \cdot 9,3 \cdot 10^{-24}} = 1,43 \text{ Тл} .$$

Розв'язок: індукція постійного магнітного поля, за якою буде спостерігатися парамагнітний резонанс, дорівнює $B = 1,43 \text{ Тл}$

6.2.6.20. Для дослідження вільних радикалів за допомогою спектрометра біологічну пробу поміщають в магнітне поле з індукцією $B = 0,5$ Тл. Вважаючи фактор g дорівнює двом, визначити відстань між розщепленими підрівнями атома в спектрометрі.

Дано: $B = 0,5$ Тл, $g = 2$.

Знайти: $\Delta E = ?$

Розв'язання:

Згідно з умовою завдання кожен енергетичний рівень атома в магнітному полі розщеплюється на 2 підрівні.

Різниця енергій підрівнів, як відомо з теорії, визначається наступним виразом:

$$\Delta E = g \mu_B B. \quad (6.2.73)$$

де g – множник Ланде, μ_B – магнетон Бора, B – індукція магнітного поля.

Після підстановки числових значень у вираз (6.2.73), отримана відстань між розщепленими підрівнями атома:

$$\Delta E = 2 \cdot 0,5 \cdot 9,3 \cdot 10^{-24} = 9,3 \cdot 10^{-24} \text{ Дж.}$$

Розв'язок: відстань між розщепленими підрівнями атома в спектрометрі дорівнює $\Delta E = 9,3 \cdot 10^{-24}$ Дж.

6.2.7. Завдання для самостійного розв'язання

6.2.7.1. У медичних закладах під час проведення лазерної терапії застосовується монохроматичне світло лазера з довжиною хвилі $\lambda = 590$ нм, яка випромінює за 1 с $N = 1,3 \cdot 10^{17}$ фотонів. Обчислити потужність лазерної трубки.

6.2.7.2. Знайти довжину хвилі лазера потужністю $P = 60$ мВт, якщо кількість фотонів, випромінюваних їм за 1 с, становить $N = 1,3 \cdot 10^{17}$.

6.2.7.3. Нехтуючи втратами тепла на нагрівання посудини, визначити кількість водного розчину біологічної проби, що опромінюється в спектрометрі лазерним променем потужністю 6 Вт протягом 60 с, якщо температура розчину в посудині зросла на $\Delta T = 2^\circ$, а теплоємність розчину становить $C = 4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot ^\circ\text{C}}$.

6.2.7.4. Визначити енергію кванта лазерного випромінювання, вживаного в медичному обладнанні під час лікування глаукоми, якщо довжина хвилі випромінювання становить $\lambda = 0,514$ мкм.

6.2.7.5. Для видалення неоднорідностей (татувань, шрамів та ін.) на шкірі людей застосовують промінь газового лазера діаметром $d = 0,2$ мм. Знайти потужність лазера, якщо відомо, що щільність потужності в пучку лазера становить $\omega = 8 \cdot 10^3$ Вт/м².

6.2.7.6. Рентгенівська трубка працює під напругою $U = 30$ кВ. Обчислити короткохвильову межу λ_{\min} суцільного спектра рентгенівського випромінювання.

6.2.7.7. Трубка рентгенодіагностичної установки знаходиться під напругою 50 кВ. Обчислити максимальну довжину хвилі в спектрі рентгенівських променів, які випромінює рентгенівська трубка.

6.2.7.8. Обчислити частоту випромінювання рентгенівської трубки рентгенодіагностичної установки, якщо відомо, що під час збільшення анодної напруги в 1,8 рази вона змінилася на $5,6 \cdot 10^{18}$ с⁻¹.

6.2.7.9. Визначити лінійний коефіцієнт ослаблення графітового щитка, який застосовується для регулювання променевого навантаження на досліджуваного пацієнта, якщо під час збільшення товщини шару графіту в щитку на 0,6 см інтенсивність пучка рентгенівських променів, що пройшов через щиток, зменшилася в 3,1 рази.

6.2.7.10. Визначити скільки шарів половинного ослаблення містить свинцевий екран для захисту пацієнта в установці для рентгенівської діагностики, якщо він зменшує інтенсивність пучка рентгенівських променів у 18 разів?

6.2.7.11. У постійному магнітному полі з магнітною індукцією $B_0 = 1$ Тл знаходиться вільний протон. Вважаючи G-фактор дорівнює 5,58, обчислити частоту ν_0 змінного магнітного поля, під час якої відбувається резонансне поглинання енергії протоном.

6.2.7.12. Визначити частоту ν_0 змінного магнітного поля, за якої буде спостерігатися ЯМР ядер ^{19}P ($I = 1/2$; $\mu_1 = 2,73 \mu_N$), якщо магнітна індукція B_0 постійного поля дорівнює 2,35 Тл?

6.2.7.13. Для виконання аналізу вільних радикалів застосовують два ЕПР-спектрометра. Перший з них створює та підтримує індукцію постійного магнітного поля $B = 0,5$ Тл, а другий – 1,43 Тл. Вважаючи фактор g дорівнює 2, визначити, в який з них слід помістити

досліджуваний зразок, якщо відомо, що довжина хвилі резонансного поглинання $\lambda = 1,6$ см?

6.2.7.14. У дослідженні об'єкта на вільні радикали за допомогою ЕПР-спектрометра індукція постійного магнітного поля в ньому може змінюватися в діапазоні значень від 0,12 до 1,22 Тл. Визначити діапазони значень, в яких знаходяться довжини хвиль електромагнітного випромінювання, відповідні дозволеним переходам між підрівнями енергії атома.

6.2.7.15. Використовуючи умови попереднього завдання обчислити відстань між підрівнями атома.

6.2.7.16. Атом, поміщений в магнітне поле з індукцією $B = 0,8$ Тл. Вважаючи g -фактор дорівнює 2, обчислити довжину хвилі λ , відповідну переходу між двома розщепленими підрівнями.

6.2.7.17. У медичній практиці хірургічне втручання з приводу глаукоми здійснюється за допомогою гелій-неонового лазера з довжиною хвилі $\lambda_1 = 0,41$ мкм. Другий низькоенергетичний лазер з довжиною хвилі $\lambda_2 = 0,82$ мкм застосовується для цілей лазеротерапії. Визначити, у скільки разів енергія квантів гелій-неонового лазера (офтальмологічного) вища, ніж низькоенергетичного терапевтичного.

6.2.7.18. У хірургічній практиці використовується вузький промінь гелій-неонового лазера потужністю $N = 10$ мВт сфокусованого на плямі діаметром $d = 0,41$ мм. Тривалість спалаху лазерного випромінювання склала $t = 1$ с. Обчислити енергію спалаху та щільність потужності ($\text{Вт}/\text{м}^2$) на плямі.

6.2.7.19. Відомо, що в рентгенівській трубці діагностичної установки швидкість електронів, що підлітають до її анода, в середньому становить $1,6 \cdot 10^5$ км/с. Нехтуючи залежністю маси електрона від швидкості, обчислити довжину хвилі короткохвильової межі суцільного рентгенівського спектра.

6.2.7.20. У медичній практиці в діагностичній установці з метою захисту лікаря-рентгенолога від рентгенівського випромінювання як екран застосовують свинець товщиною 0,5 см, у якого коефіцієнт поглинання дорівнює $52,5 \text{ см}^{-1}$. Визначити товщину алюмінієвого покриття, що має коефіцієнт поглинання $0,765 \text{ см}^{-1}$, яке потрібно взяти, щоб воно екранувало так само.

6.2.7.21. Товщину захисного шару графіту в медичній діагностичній установці збільшили на 0,5 см, водночас інтенсивність пучка

рентгенівських променів, який пройшов через шар графіту, зменшилася в 3 рази. Обчислити лінійний коефіцієнт ослаблення графіту для даного випромінювання.

6.2.7.22. Уважаючи фактор g дорівнює двом, визначити частоту переходу між підрівнями енергії атомів парамагнітних частинок, поміщених в ЕПР-спектрометр з індукцією магнітного поля у $B = 0,7$ Тл.

6.2.7.23. У деякого металу довжина хвилі світла відповідна червоній межі фотоефекту, $\lambda_{\text{ф}} = 275$ нм. Визначити роботу виходу A електрона з металу, максимальну швидкість електронів, що вириваються з металу світлом з довжиною хвилі $\lambda = 180$ нм, а також кінетичну енергію електронів.

6.2.7.24. З металу з роботою виходу $A = 4,5$ еВ виривають фотони з енергією $E = 4,9$ еВ. Визначити максимальний імпульс, який передається поверхні металу під час вильоту з нього будь-якого електрона.

6.2.7.25. Уважаючи, що вся споживана потужність витрачається на випромінювання, обчислити тиск світла на стінки електричної лампи потужністю 100 Вт. Колба лампи має сферичну форму радіусом 5 см. Скляні стінки лампи відбивають 4,1% і пропускають 6,1% світлового потоку, який падає на них.

6.2.7.26. Густина потоку енергії в імпульсі випромінювання лазера може досягати 10^{20} Вт/м². Визначити тиск такого випромінювання, яке нормально падає на чорну поверхню.

6.2.7.27. Тиск світла з довжиною хвилі 0,6 мкм, яке падає нормально на чорну поверхню, дорівнює 2 мкПа. Визначити кількість фотонів, що падають за секунду на 1 см² цієї поверхні.

6.2.7.28. Тиск світла, що нормально падає на поверхню, 3 мкПа. Визначити концентрацію фотонів поблизу поверхні, якщо довжина хвилі світла 0,45 мкм, а коефіцієнт віддзеркалення 0,36.

6.2.7.29. Фотоефект у даного металу починається з частотою світла, дорівнює $6 \cdot 10^{14}$ Гц. Визначити частоту світла, яким опромінюється метал, якщо фотоелектрони, що вилітають з поверхні металу, повністю затримуються сіткою, потенціал якої щодо металу складає 3 В.

6.2.7.30. Визначити максимальну швидкість фотоелектронів, що вириваються з поверхні срібла: 1) γ -випромінюванням з довжиною хвилі 2,47 нм; 2) ультрафіолетовим випромінюванням з довжиною хвилі 0,155 мкм.

6.2.7.31. Плоска вольфрамова пластинка освітлюється світлом довжиною хвилі 0,2 мкм. Знайти напруженість однорідного затримувального поля поза пластинкою, якщо фотоелектрон може віддалитися від неї на відстань 4 см. Робота виходу електронів з вольфраму – 4,5 еВ.

6.2.7.32. Визначити максимальну швидкість фотоелектронів, що вилітають з вольфрамового електроду, який освітлюється ультрафіолетовим світлом з довжиною хвилі 0,2 мкм.

6.2.7.33. Максимальна кінетична енергія фотоелектронів під час освітлення цинкового електроду монохроматичним світлом 0,26 еВ. Обчислити довжину хвилі світла, що застосовували в освітленні.

6.2.7.34. Визначити максимальну швидкість електронів, що вириваються з поверхні платини під час опромінювання її світлом з довжиною хвилі 100 нм?

6.2.7.35. Знайти масу й імпульс фотона для інфрачервоних променів з частотою 10^{12} Гц.

Контрольні запитання

1. Які твердження було покладено в модель атома Резерфорда? У чому полягають її недоліки?
2. У чому полягають постулати Бора?
3. Опишіть спектр атому водню за Бором.
4. У чому полягає квантова механічна теорія будови атома?
5. Які квантові числа ви знаєте? Що характеризує кожне з них?
6. Що таке спін електрона?
7. У чому полягає принцип Паулі?
8. Які досліді підтверджують існування спіну?
9. У чому полягає принцип нерозрізненості тотожних частинок?
10. Що таке ферміони та бозони?
11. Як з квантової теорії будови атома впливає періодична система елементів Менделєєва?
12. У чому полягає закон Бугера поглинання світла речовиною?
13. Що таке спонтанне та вимушене випромінювання?
14. Розкрийте фізичний принцип, за яким працює квантовий генератор?

6.3. Основи фізики атомного ядра

6.3.1. Склад атомного ядра

До початку 20-х років ХХ століття фізики дійшли висновку, що атомні ядра мають складну структуру. Це підтверджувалося численними експериментальними результатами, які були отримані на той час: вимірюванням відношення e/m для електрона; відкриттям радіоактивності; експериментальним доведенням ядерної моделі атома; відкриттям штучної радіоактивності й ядерних реакцій, вимірюванням зарядів атомних ядер та інше. Дослідження Е. Резерфордом дії електричних і магнітних полів на частинки, які були вибиті з ядер азоту, показали, що існують частинки, які володіють позитивним елементарним зарядом, їх маса дорівнює масі ядра атома водню. Для інших газоподібних речовин результат виявився аналогічним. Цю частинку назвали **протон**. За сучасними вимірюваннями позитивний заряд протона в точності дорівнює за модулем негативному елементарному заряду електрона $e = 1,60217733 \cdot 10^{-19}$ Кл. На сьогодні дорівненість зарядів протона й електрона перевірено з точністю до 10^{-22} . Такий збіг зарядів двох несхожих частинок є дивним і залишається однією з фундаментальних загадок сучасної фізики. Маса протона за сучасними вимірюваннями дорівнює $m_p = 1,67262 \cdot 10^{-27}$ кг.

Після відкриття протона було висловлено припущення, що ядра атомів складаються з одних протонів. Однак це припущення виявилось недоцільним, оскільки відношення заряду ядра до його маси не залишається постійним для різних ядер, як це було б, якби до складу ядер входили лише одні протони. Для більш важких ядер це відношення виявляється меншим, ніж для легких, тобто під час переходу до більш важких ядер маса ядра зростає швидше, ніж заряд.

У 1920 році Е. Резерфорд висловив гіпотезу про існування в складі ядер жорстко пов'язаної протон-електронної пари, яка є електрично нейтральним утворенням – частинкою з масою, що приблизно дорівнює масі протона. Він навіть придумав назву цій гіпотетичній частинці – нейтрон. Це була дуже ефектна, але, як з'ясувалося згодом, помилкова ідея. Електрон не може входити до складу ядра. Квантово-механічний розрахунок на підставі співвідношення невизначеностей показує, що електрон, локалізований в ядрі, тобто в області розміром $R \approx 10^{-13}$ см, повинен володіти

колосальною кінетичною енергією, яка на багато порядків перевищує енергію зв'язку ядер у розрахунку на одну частинку. Однак ідея про існування важкої нейтральної частинки підтвердилася в 1932 році Д.Чедвіком (учнем Е. Резерфорда), який експериментально досліджував випромінювання, що виникає під час опромінення берилію α -частинками, і виявив, що це випромінювання є потік нейтральних частинок з масою, приблизно дорівненою масі протона. На рис. 6.3.1 наведена схема установки для виявлення нейтронів.

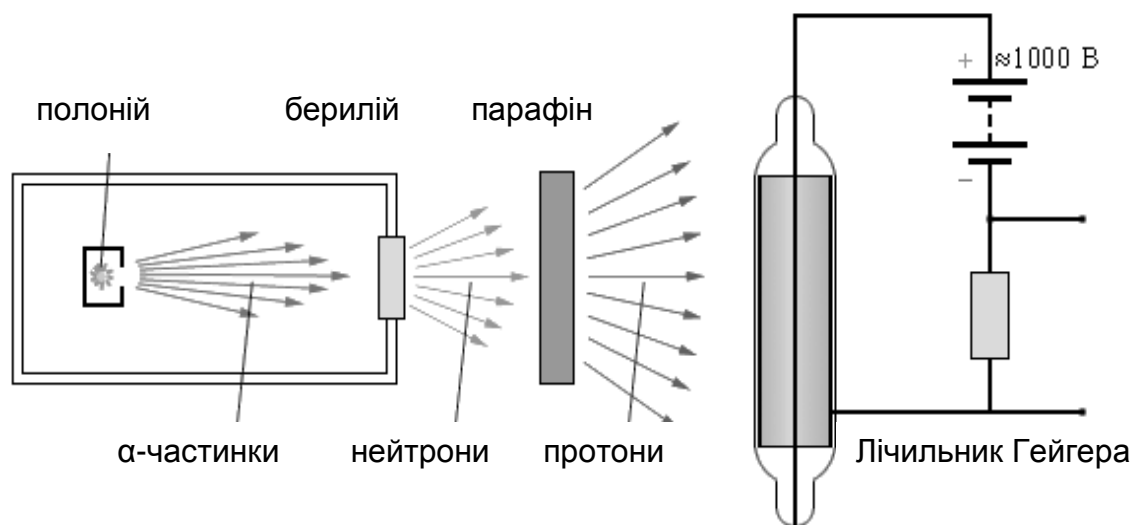


Рис. 6.3.1. **Схема приладу для виявлення нейтронів**

Під час бомбардування берилію α -частинками, що випускаються радіоактивним полонієм, виникає сильне проникальне випромінювання, здатне подолати шар свинцю товщиною порядку 10 см. Використовувалися різні методи дослідження йонізаційних випромінювань: лічильник Гейгера, призначений для реєстрації заряджених частинок; камера Вільсона, в якій швидко заряджена частинка залишає слід (трек) – траєкторію, яку можна безпосередньо спостерігати або фотографувати. На підставі проведених дослідів Д. Чедвік здійснив оцінювання енергії γ -кванта, який здатен надати ядрам азоту швидкість, що спостережується в експерименті. Виявилось, що вона дорівнює 100-150 MeV. Такою величезною енергією не могли володіти γ -кванти, випущені берилієм. На цій підставі було зроблено висновок, що з берилію під дією α -частинок вилітають не безмасові γ -кванти, а досить важкі частинки. Ці частинки володіли великою проникальною здатністю та безпосередньо не іонізували газ в лічильнику Гейгера, отже, вони були електрично нейтральними. Так було до-

ведено існування нейтрона – частинки, передбаченої Е. Резерфордом більш ніж за 10 років до дослідів Д. Чедвіка. Нейтрон – це елементарна частинка. Її не слід уявляти у вигляді компактної протон-електронної пари, як спочатку припускав Е. Резерфорд. За сучасними вимірюваннями, маса нейтрона $m_n = 1,67493 \cdot 10^{-27}$ кг. Відразу ж після відкриття нейтрона німецький фізик В. Гейзенберг висунув гіпотезу про протонно-нейтронну будову атомних ядер, яка повністю підтвердилася подальшими дослідженнями. Протони та нейтрони прийнято називати **нуклонами**.

Для характеристики атомних ядер вводиться ряд позначень. Число протонів, що входять до складу атомного ядра, позначають символом Z і називають **зарядовим числом** або **атомним номером** (це порядковий номер у періодичній таблиці Менделєєва). Заряд ядра дорівнює Ze , де e – елементарний заряд. Число нейтронів позначають символом N . Загальне число нуклонів (протонів і нейтронів) називають **масовим числом** $A = Z + N$. Ядра хімічних елементів позначають символом A_ZX , де X – хімічний символ елемента. Наприклад, ${}^1_1\text{H}$ – водень, ${}^4_2\text{He}$ – гелій, ${}^{14}_7\text{N}$ – азот, ${}^{16}_8\text{O}$ – кисень, ${}^{238}_{92}\text{U}$ – уран.

Ядра того самого хімічного елемента можуть відрізнятися числом нейтронів. Такі ядра називаються **ізотопами**. У більшості хімічних елементів є кілька ізотопів. Наприклад, водень має три ізотопи: ${}^1_1\text{H}$ – звичайний водень, ${}^2_1\text{H}$ – дейтерій і ${}^3_1\text{H}$ – тритій; вуглець – 6 ізотопів, кисень – 3.

Хімічні елементи в природних умовах зазвичай є сумішшю ізотопів. Існування ізотопів визначає значення атомної маси природного елемента в періодичній системі Менделєєва. Так, наприклад, відносна атомна маса природного вуглецю дорівнює 12,011.

Дефект маси й енергія зв'язку атомних ядер. Дослідження показують, що атомні ядра є стійкими утвореннями. Це означає, що в ядрі між нуклонами існує певний зв'язок. Маса ядер дуже точно можна визначити за допомогою мас-спектрометрів, які можуть розділяти за допомогою електричних і магнітних полів пучки заряджених частинок (зазвичай іонів) з різними питомими зарядами q/m . Мас-спектрометричні вимірювання показали, що маса ядра менша, ніж сума мас складових його нуклонів. Але оскільки кожній зміні маси має відповідати зміна енергії, то під час утворення ядра повинна виділятися певна енергія. Із закону збереження енергії випливає і зворотне: для поділу ядра на складові частини

необхідно затратити таку ж кількість енергії, яка виділяється під час його утворення. Енергія, яку необхідно затратити, щоб розщепити ядро на окремі нуклони, називається **енергією зв'язку ядра**.

Енергія зв'язку нуклонів у ядрі:

$$E_{ce} = [Zm_p + (A - Z) m_n - m_{я}] c^2, \quad (6.3.1)$$

де m_p , m_n , $m_{я}$ – маси протона, нейтрона і ядра відповідно.

У таблицях зазвичай надаються не маси $m_{я}$ ядер, а маси m атомів. Тому для енергії зв'язку ядра користуються формулою:

$$E_{ce} = [Zm_H + (A - Z) m_n - m] c^2, \quad (6.3.2)$$

де m_H – маса атома водню.

Оскільки m_H більше m_p на величину m_e , то перший член в квадратних дужках включає масу Z електронів. Але маса атома m відрізняється від маси ядра $m_{я}$ точно на масу електронів. Тому обчислення за формулами (6.3.1) і (6.3.2) призводять до однакових результатів. Величина $\Delta m = [Zm_p + (A - Z) m_n] - m_{я}$ називається **дефектом маси ядра**. На цю величину зменшується маса всіх нуклонів під час утворення з них атомного ядра.

Часто замість енергії зв'язку розглядають питому енергію зв'язку δE_{ce} – енергію зв'язку, віднесену до одного нуклона. Вона характеризує стійкість (міцність) атомних ядер, тобто чим більше δE_{ce} , тим стійкіше ядро. Питома енергія зв'язку залежить від масового числа A елемента (рис. 6.3.2). Для легких ядер ($A \geq 12$) питома енергія зв'язку круто зростає до $6 \div 7$ МеВ, зазнаючи ряд стрибків (наприклад, для 1_1H $\delta E_{ce} = 1,1$ МеВ; для 4_2He – $7,1$ МеВ; для 6_3Li – $5,3$ МеВ); потім більш повільно зростає до максимальної величини $8,7$ МеВ у елементів з $A = 50 \div 60$, а згодом поступово зменшується у важких елементів (наприклад, для ${}^{238}_{92}U$ вона становить $7,6$ МеВ).

Зменшення питомої енергії зв'язку при переході до важких елементів пояснюється тим, що зі зростанням числа протонів в ядрі збільшується й енергія їх кулонівського відштовхування. Тому зв'язок між нуклонами стає менш сильним, а самі ядра менш міцними.

Найбільш стійкими виявляються так звані магічні ядра, у яких число протонів або число нейтронів дорівнює одному з **магічних чисел**: 2, 8, 20, 28, 50, 82, 126. Особливо стабільні двічі магічні ядра, у яких магічними є і число протонів, і число нейтронів (цих ядер налічується всього п'ять: ${}^4_2\text{He}$, ${}^{16}_8\text{O}$, ${}^{40}_{20}\text{Ca}$, ${}^{208}_{82}\text{Pb}$).

З рис. 6.3.2 випливає, що найбільш стійкими в енергетичному аспекті є ядра з середньої частини таблиці Менделєєва. Важкі та легкі ядра менш стійкі. Це означає, що енергетично вигідні такі процеси: 1) поділ важких ядер на більш легкі; 2) злиття легких ядер у більш важкі. Під час обох процесів виділяється величезна кількість енергії. Ці процеси реалізовані практично (реакція поділу та термоядерна реакція).

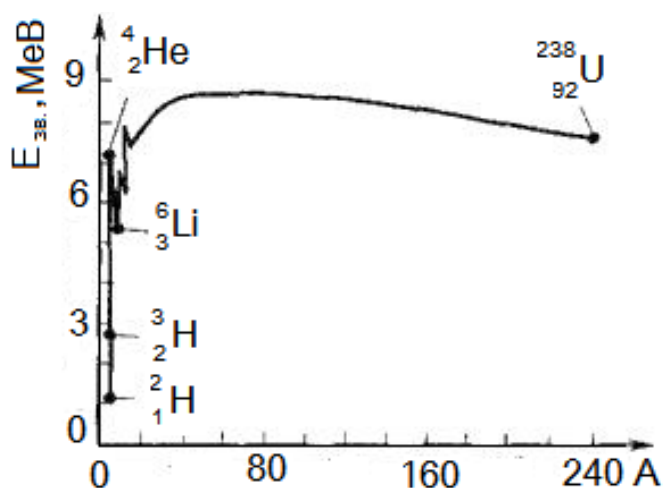


Рис. 6.3.2. Залежність питомої енергії зв'язку від атомного числа елемента

Ядерні сили та їх основні властивості. Нуклони в ядрі утримуються за рахунок особливих сил, які називаються ядерними. Ядерна взаємодія отримала назву **сильної взаємодії**, тому що ці сили в мільйони разів перевищують сили електромагнітної взаємодії.

Основні властивості ядерних сил:

- 1) є силами тяжіння;
- 2) є короткодійними, їх дія проявляється на відстанях $\approx 10^{-12}$ м;
- 3) мають неелектричну природу;
- 4) нецентральні, тобто, не діють вздовж лінії, що з'єднує центри частинок;

5) залежать від взаємної орієнтації спінів нуклонів. Наприклад, протон і нейтрон утримуються разом, утворюючи ядро важкого водню ${}^2_1\text{H}$, тільки в тому випадку, якщо їх спини паралельні один одному;

6) мають властивість насичення, тобто кожен нуклон взаємодіє не з усіма іншими, а з обмеженою кількістю нуклонів. Насичення виявляється в тому, що питома енергія зв'язку нуклонів в ядрі зі збільшенням числа нуклонів не зростає, а залишається приблизно постійною.

У 1934 році І.Тамм висловив припущення, що взаємодія між нуклонами здійснюється за допомогою якихось віртуальних частинок. У 1935 році японський фізик Х. Юкава висловив гіпотезу про те, що в ядрах протони та нейтрони з величезною швидкістю ніби обмінюються частинками, які мають масу в 200 – 300 разів більшу, ніж електрон.

Пізніше ці частинки назвали **мезонами**. У 1947 році в космічних променях були виявлені частинки, які були названі **p-мезони (піони)**. Сучасне уявлення про будову нуклона є таким: у центрі нуклонів знаходиться ядро, радіус якого $0,3 \cdot 10^{-15}$ м і воно оточено «хмарою», що складається з мезонів. Носіями ядерних сил є p-мезони, або піони; існують позитивний (p^+), негативний (p^-) і нейтральний (p^0) мезони.

Моделі ядра. Одним з методів вивчення властивостей атомного ядра є метод моделей ядра. Метод моделей заснований на зовнішній аналогії властивостей атомного ядра з властивостями відповідної моделі. Ядерні моделі можна розподілити на групи: **крапельна, оболонкова, узагальнена, оптична** та інші.

Жодна з моделей не може дати вичерпної відповіді про всі властивості атомного ядра і характеризує лише деякі з них. Найбільш поширеними є дві: **крапельна й оболонкова моделі**.

1. Крапельна модель ядра (1936р.; Н. Бор і Я. І. Френкель). Ця модель заснована на аналогії між поведінкою нуклона в ядрі та поведінкою молекул у краплі рідини:

- ядерні сили між нуклонами та сила взаємодії між молекулами в рідині мають малий радіус дії, тобто є короткодійними;

- ядерні сили мають властивість насичення: кожен нуклон, як і кожна молекула у краплі, взаємодіє тільки з обмеженою кількістю нуклонів, а не з усіма нуклонами ядра;

- щільність ядерної речовини приблизно постійна та не залежить від кількості нуклонів, що входять в ядро. Для краплі рідини за даними зовнішніх умов також характерна постійна щільність її речовини;

- ядерні частинки, як і молекули рідини, мають певну рухливість;

- енергія тяжіння нуклонів в ядрі аналогічна енергії міжмолекулярної взаємодії у краплі рідини. Якщо число протонів, які входять до складу ядра, збільшується, енергія зв'язку буде зменшуватися за рахунок дії кулонівських сил. Це відповідає зниженню стійкості краплі рідини зі збільшенням кількості молекул у краплі;

- нуклони, що знаходяться на «поверхні» ядра, відчують сили, аналогічні силам поверхневого натягу, які діють на молекулу, що знаходиться на поверхні рідини;

- за умови порушення ядра енергія розподіляється між нуклонами статистичним чином подібно до того, як розподіляється енергія, що передається рідині під час її нагрівання.

Відмінність ядра від краплі рідини в цій моделі полягає в тому, що ядро трактується як крапля електрично зарядженої нестисливої рідини (з щільністю, що дорівнює ядерній), яка підпорядковується законам квантової механіки. Застосування крапельної моделі дозволило пояснити механізм ядерних реакцій і особливо реакції поділу ядер. Ця модель допускає зміну форми ядра зі збереженням обсягу. Це може призвести до поділу краплі-ядра на частини. Однак ця модель не змогла, наприклад, пояснити підвищену стійкість ядер, що містять магічні числа протонів і нейтронів.

2. Оболонкова модель (1949 – 1950 рр.; М. Гепперт-Майєр і Х. Іенсен). Оболонкова модель передбачає розподіл нуклонів в ядрі за дискретними енергетичними рівнями (оболонкам), які заповнюються нуклонами відповідно до принципу Паулі, і пов'язує стійкість ядер із заповненням цих рівнів. Відстань між рівнями порядку МеВ. Під час переходу з одного рівня на інший відбувається випромінювання γ -квантів.

Вважається, що ядра з повністю заповненими оболонками є найбільш стійкими. Тому особливо стійкі (магічні) ядра дійсно існують (наприклад, двічі магічні ядра, ${}^4_2\text{He}$, ${}^{16}_8\text{O}$, ${}^{40}_{20}\text{Ca}$, ${}^{208}_{92}\text{Pb}$).

Оболонкова модель ядра дозволила пояснити спини та магнітні моменти ядер, різну стійкість атомних ядер, а також періодичність змін їх властивостей. Ця модель може бути застосована для опису легких і се-

редніх ядер, а також для ядер, що знаходяться в основному (не збудженому) стані.

Магнітні властивості атомного ядра. Як відомо, магнітний момент є основною фізичною величиною, яка характеризує магнітні властивості речовини. Магнітні моменти є у елементарних частинок, в атомних ядрах, електронних оболонках атомів і молекул; причому для елементарних частинок (електронів, протонів, нейтронів) магнітні моменти пов'язані з наявністю в них спіна.

Сумарний магнітний момент ядер складається зі спінових магнітних моментів протонів і нейтронів, що утворюють ці ядра, а також з магнітних моментів, пов'язаних з їх орбітальним рухом усередині ядра.

Магнітний момент ядра дорівнює:

$$\vec{\mu} = g\vec{I}, \quad (6.3.3)$$

де I – спін ядра; g – гіромагнітне відношення, яке дорівнює відношенню величин магнітного та механічного моментів:

$$g = \frac{|\vec{\mu}|}{|I|} = \frac{e}{2m_p c} \mu, \quad (6.3.4)$$

де e – елементарний електричний заряд; m_p – маса протона; c – швидкість світла у вакуумі, μ – безрозмірне число.

Проекція магнітного моменту μ на вісь z , яка збігається з напрямом зовнішнього магнітного поля, є:

$$\mu_H = g\hbar I_H = \frac{e\hbar}{2m_p c} \mu I = \mu_B \mu I, \quad (6.3.5)$$

де $\mu_B = e\hbar/2m_p c = 5,05 \cdot 10^{-27}$ Дж/Тл є ядерний **магнетон Бора**.

Магнетон Бора є такою ж універсальною одиницею вимірювання магнітних моментів ядер, як елементарний електричний заряд e для вимірювання заряду тіл або постійна Планка \hbar для вимірювання механічних моментів. Як і безрозмірне число, μ слугує для вимірювання магнітних моментів ядер в одиницях ядерних магнетонів Бора μ_B , подібно до атомного номера Z у вимірюванні заряду ядер в одиницях e або до квантових чисел у вимірюванні механічних моментів в одиницях постійної Планка \hbar .

Ядерний магнетон Бора в $m_p/m_e = 1836$ разів менший електронного μ_0 магнетона Бора, який використовується в атомній фізиці.

6.3.2. Радіоактивний розпад ядер

Три види ядерного випромінювання та радіоактивний розпад. Майже 90 % з 2500 відомих атомних ядер нестабільні. Нестабільне ядро самовільно перетворюється в інші ядра з випусканням частинок. Ця властивість ядер називається **радіоактивністю**. У великих ядер нестабільність виникає внаслідок конкуренції між тяжінням нуклонів ядерними силами і кулонівським відштовхуванням протонів. Стабільних ядер з зарядовим числом $Z > 83$ і масовим числом $A > 209$ не існує. Але радіоактивними можуть виявитися й ядра атомів з істотно меншими значеннями чисел Z і A . Якщо ядро містить значно більше протонів, ніж нейтронів, то нестабільність обумовлюється надлишком енергії кулонівської взаємодії. Ядра, які містять надлишок нейтронів, є нестабільними внаслідок того, що маса нейтрона перевищує масу протона. Збільшення маси ядра призводить до збільшення його енергії.

Явище радіоактивності було відкрито в 1896 році французьким фізиком А. Беккерелем, який виявив, що солі урану випускають невідоме випромінювання, яке здатне проникати через непрозорі для світла перешкоди та викликати почорніння фотоемульсії. Через два роки французькі фізики М. і П. Кюрі виявили радіоактивність торію та відкрили два нових радіоактивних елементи – полоній ${}_{84}^{210}\text{Po}$ і радій ${}_{88}^{226}\text{Ra}$. У наступні роки дослідженням природи радіоактивних випромінювань займалося багато фізиків, в тому числі Е. Резерфорд і його учні. Було з'ясовано, що радіоактивні ядра можуть випускати частинки трьох видів: позитивно, негативно заряджені та нейтральні. Ці три види випромінювань були названі α -, β - і γ -випромінюваннями. На рис. 6.3.3 зображена схема експеримента, що дозволяє виявити складний склад радіоактивного випромінювання. У магнітному полі α - і β -промені випробовують відхилення в протилежні сторони, причому β -промені відхиляються значно більше, γ -промені в магнітному полі взагалі не відхиляються.

Ці три види радіоактивних випромінювань сильно відрізняються за здатністю іонізувати атоми речовини та за здатністю проникання. Найменшу проникальну здатність має α -випромінювання. У повітрі за норма-

льними умовами α -промені проходять шлях у кілька сантиметрів. β -промені набагато менше поглинаються речовиною. Вони здатні пройти крізь шар алюмінію завтовшки в кілька міліметрів. Найбільшу проникальну здатність мають γ -промені, які можуть проходити крізь шар свинцю товщиною 5 – 10 см.

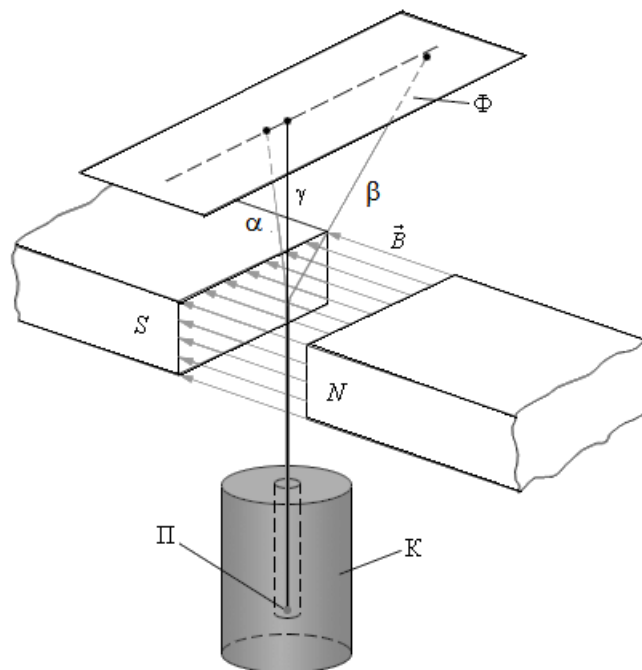


Рис. 6.3.3. Схема приладу з виявлення α -, β - і γ -випромінювань.

К – контейнер зі свинцю, П – радіоактивний препарат, Ф – фотопластинка, В – магнітне поле

Дослідження показали, що α -промені – це потік ядер гелію ${}^4_2\text{He}$; β -промені – це потік електронів; γ -промені є короткохвильове електромагнітне випромінювання з надзвичайно малою довжиною хвилі $\lambda < 10^{-10}$ м і внаслідок цього з яскраво вираженими корпускулярними властивостями, тобто є потоком частинок – γ -квантів. Нижче більш детально розглянуті загальні закони радіоактивного розпаду та властивості альфа-, бета-частинок і гама-випромінювання.

Альфа-розпад. Альфа-розпадом називається самовільне перетворення атомного ядра з числом протонів Z і нейтронів N на інше (дочірнє) ядро, що містить число протонів $Z - 2$ і нейтронів $N - 2$. Водночас ви-

пускається α -частинка – ядро атома гелію. Прикладом такого процесу може слугувати α -розпад радію:



Альфа-частинки, що випускаються ядрами атомів радію, використовувалися Е. Резерфордом в дослідях з розсіювання на ядрах важких елементів. Швидкість α -частинок, що випускаються під час α -розпаду ядер радію, виміряна за кривизною траєкторії в магнітному полі та приблизно дорівнює $1,5 \cdot 10^7$ м/с, а відповідна кінетична енергія близько $7,5 \cdot 10^{-13}$ Дж (приблизно 4,8 МеВ). Ця величина легко може бути визначена за відомим значенням мас материнського та дочірнього ядер та ядра гелію. Хоча швидкість, з якою вилітає α -частинка величезна, але вона становить лише 5 % від швидкості світл. Тому у розрахунку можна користуватися нерелятивістським виразом для кінетичної енергії.

Радіоактивна речовина може випускати α -частинки з декількома дискретними значеннями енергій. Це пояснюється тим, що ядра можуть знаходитися, подібно атомам, у різних збуджених станах. В одному з таких збуджених станів під час α -розпаду може створитися дочірнє ядро. У наступному переході цього ядра в основний стан випромінюється γ -квант. Схема α -розпаду радію з випусканням α -частинок з двома значеннями кінетичних енергій наведена на рис. 6.3.4.

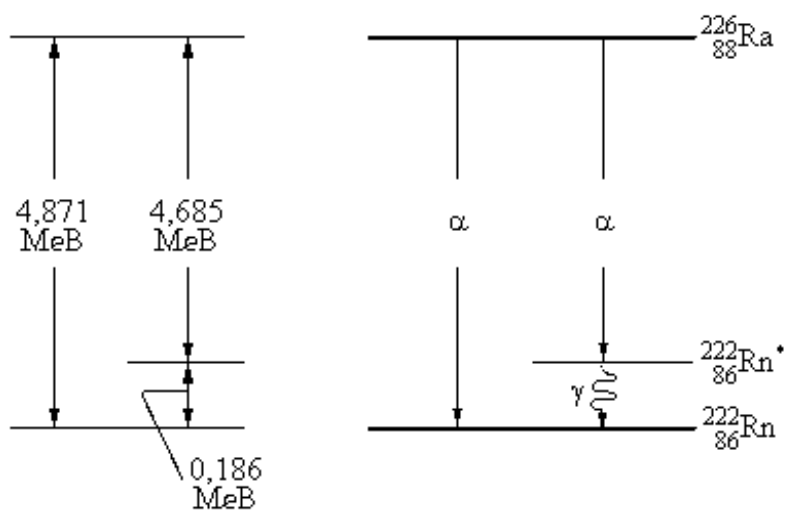


Рис. 6.3.4. Енергетична діаграма α -розпаду ядер радію

На рис. 6.3.4 зображений збуджений стан ядра радону. Перехід із збудженого стану ядра радону в основний супроводжується випромінюванням γ -кванта з енергією 0,186 MeV

Таким чином, α -розпад ядер у багатьох випадках супроводжується γ -випромінюванням. За теорією α -розпаду, всередині ядер можуть утворюватися групи, що складаються з двох протонів і двох нейтронів, тобто α -частинка. Материнське ядро є для α -частинок потенційною ямою, яка обмежена потенційним бар'єром. Енергія α -частинки в ядрі недостатня для подолання цього бар'єру (рис. 6.3.5). Виліт α -частинки з ядра можливий тільки завдяки квантово-механічному явищу, яке називається **тунельним ефектом**. Згідно з квантовою механікою, існує відмінна від нуля ймовірність проходження частинки під потенційним бар'єром. Явище тунелювання має ймовірнісний характер.

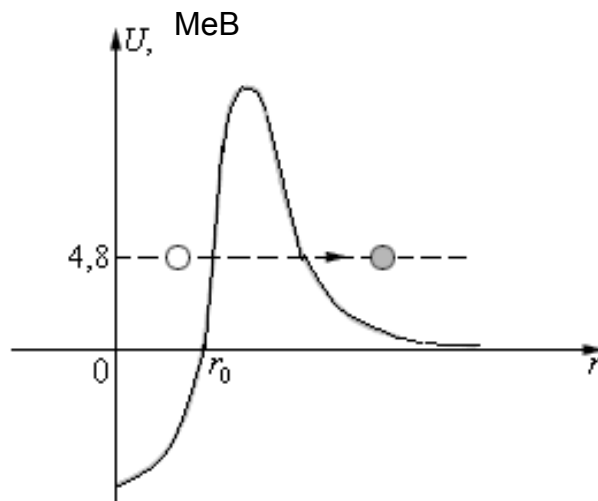


Рис. 6.3.5. Тунелювання α -частинки крізь потенційний бар'єр

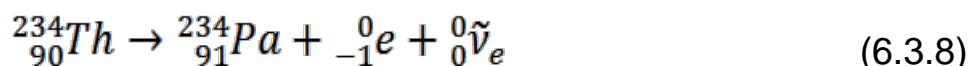
Бета-розпад. Під час бета-розпаду з ядра вилітає електрон. У середині ядер електрони існувати не можуть, вони виникають під час β -розпаду в результаті перетворення нейтрона на протон. Цей процес може відбуватися не тільки всередині ядра, але й з вільними нейтронами. Середній час життя вільного нейтрона становить близько 15 хвилин. Під час розпаду нейтрон 1_0n перетворюється на протон 1_1p і електрон ${}^0_{-1}e$. Вимірювання показали, що в цьому процесі спостерігається удаване порушення закону збереження енергії, оскільки сумарна енергія протона й електрона, що виникають під час розпаду нейтрона, менша енергії нейтрона. У 1931 році В. Паулі висловив припущення, що під час розпаду

нейтрона виділяється ще одна частинка з нульовими значеннями маси та заряду, яка забирає з собою частину енергії. Нова частинка отримала назву **нейтрино** (маленький нейтрон). Через відсутність заряду та маси ця частка дуже слабо взаємодіє з атомами речовини, тому її надзвичайно важко виявити в експерименті. Іонізаційна здатність нейтрино настільки мала, що один акт іонізації в повітрі припадає приблизно на 500 км шляху. Ця частинка була виявлена лише в 1953 році. На сьогодні відомо, що існує кілька різновидів нейтрино. У процесі розпаду нейтрона виникає частинка, яка називається **електронним антинейтрино**. Вона позначається символом ${}^0_0\tilde{\nu}_e$. Тому, реакція розпаду нейтрона записується у вигляді:



Аналогічний процес відбувається і всередині ядер у β -розпаді. Електрон, що утворюється в результаті розпаду одного з ядерних нейтронів, негайно викидається з «батьківського ядра» з величезною швидкістю, яка може відрізнятись від швидкості світла лише на частки відсотка. Оскільки розподіл енергії, що виділяється під час β -розпаду, між електроном, нейтрино та дочірнім ядром має випадковий характер, β -електрони можуть мати різні швидкості в широкому інтервалі значень.

Під час β -розпаду зарядове число Z збільшується на одиницю, а масове число A залишається незмінним. Дочірнє ядро є ядром одного з ізотопів елемента, порядковий номер якого в таблиці Менделєєва на одиницю перевищує порядковий номер вихідного ядра. Типовим прикладом β -розпаду може слугувати перетворення ізоотопу торію ${}^{234}_{90}Th$, що виникає під час α -розпаді урану ${}^{238}_{92}U$ на паладій ${}^{234}_{91}Pa$:



Поряд з електронним β -розпадом виявлений так званий позитронний β^+ – розпад, під час якого з ядра вилітають позитрон ${}^0_{+1}e$ і нейтрино ${}^0_0\tilde{\nu}_e$. **Позитрон** – це двійник електрона, що відрізняється від нього тільки знаком заряду. Існування позитрона було передбачено П. Дираком у 1928 році. Через кілька років позитрон був виявлений у складі космічних

променів. Позитрони виникають в результаті реакції перетворення протона на нейтрон за наступною схемою:



Гама-розпад. На відміну від α - і β -радіоактивності, γ -радіоактивність ядер не пов'язана зі зміною внутрішньої структури ядра та не супроводжується зміною зарядового або масового чисел. Як у α -, так і в β -розпаді дочірнє ядро може опинитися в деякому збудженому стані та мати надлишок енергії. Перехід ядра із збудженого стану в основний супроводжується випусканням одного або декількох γ -квантів, енергія яких може досягати декількох МеВ.

Закони радіоактивного розпаду. У будь-якому випадку радіоактивні речовини містять величезну кількість радіоактивних атомів. Оскільки радіоактивний розпад має випадковий характер і не залежить від зовнішніх умов, то закон зменшення кількості $N(t)$ ядер, що не розпалися до даного моменту часу, може слугувати важливою статистичною характеристикою процесу радіоактивного розпаду.

Нехай за малий проміжок часу Δt кількість ядер $N(t)$, що не розпалися, змінилася на $\Delta N < 0$. Оскільки ймовірність розпаду кожного ядра незмінна в часі, то кількість розпадів буде пропорційно кількості ядер $N(t)$ і проміжку часу Δt :

$$\Delta N = -\lambda N(t) \Delta t. \quad (6.3.10)$$

Коефіцієнт пропорційності λ є ймовірність розпаду ядра за $\Delta t = 1$ с. Ця формула означає, що швидкість dN/dt зміни функції $N(t)$ прямо пропорційна самій функції:

$$\frac{dN}{dt} = -\lambda N \quad (6.3.11)$$

Розв'язання цього рівняння призводить до експоненційного закону:

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t}, \quad (6.3.12)$$

де N_0 – початкова кількість радіоактивних ядер при $t = 0$.

За час $t = 1/\lambda$ кількість ядер, що не розпалися, зменшиться в $e \approx 2,7$ рази. Величина t - це середній час життя радіоактивного ядра.

Для практичного використання закон радіоактивного розпаду зручно записати в іншому вигляді, використовуючи в якості підстави число 2, а не e :

$$N(t) = N_0 \cdot 2^{-t/T}. \quad (6.3.13)$$

Величина T називається **періодом напіврозпаду**. Залежність кількості ядер у радіоактивному розпаді від часу (закон радіоактивного розпаду) показана на рис. 6.3.6.

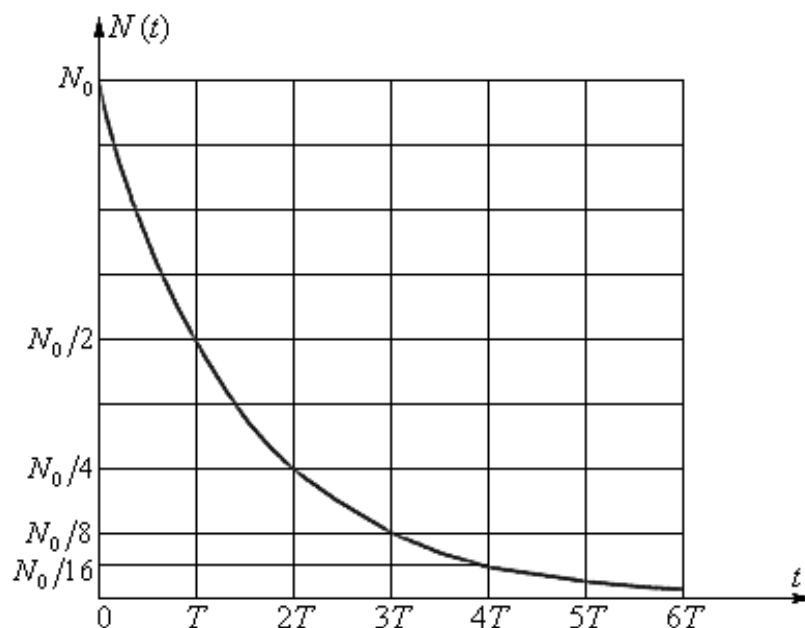


Рис. 6.3.6. Закон радіоактивного розпаду

За час T розпадається половина початкової кількості радіоактивних ядер. Величини T і t пов'язані співвідношенням:

$$T = \frac{1}{\lambda} \ln 2 = \tau \cdot \ln 2 = 0,693 \cdot \tau. \quad (6.3.14)$$

Період напіврозпаду є основною величиною, що характеризує швидкість процесу. Чим менший період напіврозпаду, тим інтенсивніше протікає розпад. Так, для урана $T \approx 4,5$ млрд. років, а для радію $T \approx 1600$ років. Тому активність радію значно вища, ніж урану. Існують радіоактивні

елементи з періодом напіврозпаду в частки секунди. Під час α - і β -радіоактивному розпаді дочірнє ядро також може стати нестабільним. Тому можливі серії послідовних радіоактивних розпадів, які закінчуються утворенням стабільних ядер. У природі існує декілька таких серій. Найбільш довгою є серія $^{238}_{92}\text{U}$, що складається з 14 послідовних розпадів (8 α -розпадів і 6 β -розпадів). Ця серія закінчується стабільним ізотопом свинцю $^{206}_{82}\text{Pb}$ (рис. 6.3.7).

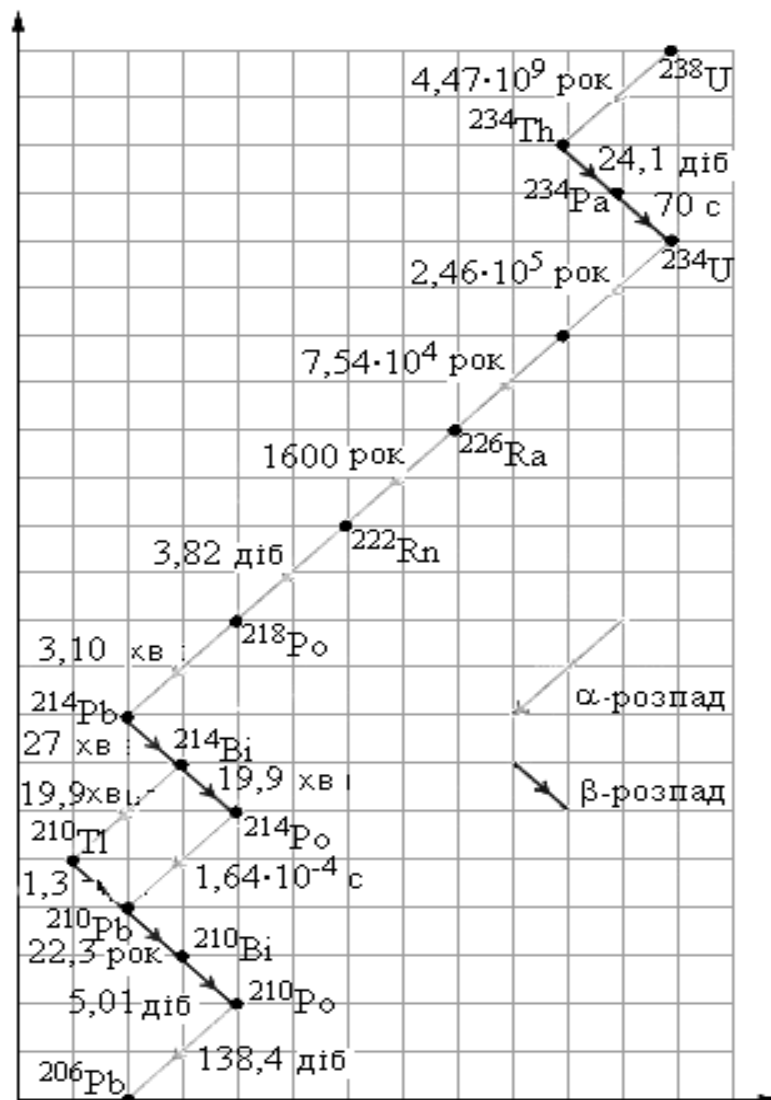


Рис. 6.3.7. Схема розпаду радіоактивної серії $^{238}_{92}\text{U}$ за періодами напіврозпаду

У природі існують ще кілька радіоактивних серій, аналогічних серії $^{238}_{92}\text{U}$. Відома серія, яка починається з нептунію $^{237}_{93}\text{Np}$, який не виявлений в

природних умовах, і закінчується на вісмуті $^{209}_{83}Bi$. Ця серія радіоактивних розпадів виникає в ядерних реакторах.

Цікавим застосуванням радіоактивності є метод датування археологічних і геологічних знахідок за концентрацією радіоактивних ізотопів. Найбільш часто використовується радіовуглецевий метод датування. Нестабільний ізотоп вуглецю $^{14}_6C$ виникає в атмосфері внаслідок ядерних реакцій, викликаних космічними променями. Невеликий відсоток цього ізотопу міститься в повітрі поряд із звичайним стабільним ізотопом $^{12}_6C$. Рослини й інші організми споживають вуглець з повітря, і в них накопичуються обидва ізотопи в тій же пропорції, як і в повітрі. Після загибелі рослин вони перестають споживати вуглець, і нестабільний ізотоп в результаті β -розпаду поступово перетворюється на азот $^{14}_7N$ з періодом напіврозпаду 5730 років. Шляхом точного вимірювання відносної концентрації радіоактивного вуглецю $^{14}_6C$ у рештках стародавніх організмів можна визначити час їх загибелі.

Радіоактивне випромінювання всіх видів (альфа, бета, гамма, нейтрони), а також електромагнітна радіація (рентгенівське випромінювання) дуже сильно впливають на живі організми. Такий вплив полягає в процесах збудження й іонізації атомів і молекул, які входять до складу живих клітин. Під дією іонізаційної радіації руйнуються складні молекули та клітинні структури, що призводить до променевого ураження організму. Тому під час роботи з будь-яким джерелом радіації необхідно вживати всіх заходів радіаційного захисту людей, які можуть потрапити в зону дії випромінювання. Однак людина може піддаватися дії іонізаційної радіації і в побутових умовах. Серйозною небезпекою для здоров'я людини може бути інертний, безбарвний радіоактивний газ радон $^{222}_{86}Rn$. Радон є продуктом α -розпаду радю і має період напіврозпаду $T = 3,82$ діб. Радій в невеликих кількостях міститься в ґрунті, в каменях, в різних будівельних конструкціях. Незважаючи на порівняно невеликий час життя, концентрація радону безперервно поповнюється за рахунок нових розпадів ядер радю, тому радон може накопичуватися в закритих приміщеннях. Потрапляючи в легені, радон випускає α -частинки і перетворюється на полоній, який не є хімічно інертною речовиною. Далі відбувається ланцюг радіоактивних перетворень серії урану. За даними Американської комісії радіаційної безпеки та контролю, людина в середньому отримує 55 % іоніза-

ційної радіації за рахунок радону і лише 11 % - за рахунок медичних процедур. Дія космічних променів становить приблизно 8 %. Загальна доза опромінення, яку отримує людина за життя, у багато разів менша гранично допустимої дози (ГДД), яка встановлюється для людей деяких професій, що піддаються додатковому опроміненню іонізаційною радіацією.

6.3.3. Ядерні реакції

Ядерні реакції – це перетворення атомних ядер під час їх взаємодії з елементарними частинками. Найбільш поширеним видом ядерної реакції є реакція, яка йде за схемою:



де x і y – вихідне та кінцеве ядра; a та b – частинка, що бомбардує, та частинка, що випромінює.

Ефективність реакції характеризується ефективним розтином (або просто розтином), визначеним за формулою:

$$\sigma = \frac{dN}{n \cdot N \cdot dx}, \quad (6.3.16)$$

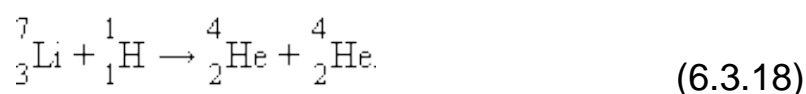
де N – кількість частинок, що попадають за одиницю часу на одиницю площі поперечного розчину речовини, яка має в одиниці обсягу n ядер; dN – кількість частинок, що вступають у реакцію в шарі товщиною dx .

Розчин σ характеризує ймовірність того, що під час падіння пучка частинок на речовину відбудеться реакція. Розчин ядерних реакцій вимірюється в барнах ($1 \text{ барн} = 10^{-28} \text{ м}^2$).

В результаті ядерних реакцій можуть утворюватися нові радіоактивні ізотопи, яких немає на Землі в природних умовах. Перша ядерна реакція була здійснена Е. Резерфордом в 1919 році в досліді з виявлення протонів у продуктах розпаду ядер. Резерфорд бомбардував атоми азоту α -частинками. У процесі зіткнення частинок відбувалася ядерна реакція, що протікала за наступною схемою:



У ядерних реакціях виконується кілька законів збереження: імпульсу, енергії, моменту імпульсу, заряду. На додаток до цих класичних законів збереження у процесі ядерних реакцій виконується закон збереження так званого баріонного заряду (тобто числа нуклонів – протонів і нейтронів). Виконується також ряд інших законів збереження, специфічних для ядерної фізики та фізики елементарних частинок. Ядерні реакції можуть протікати під час бомбардування атомів швидкими зарядженими частинками (протонами, нейтронами, α -частинками, іонами). Перша реакція такого роду була здійснена за допомогою протонів великої енергії, отриманих на прискорювачі, в 1932 році:



Однак найбільш цікавими для практичного використання є реакції, які відбуваються під час взаємодії ядер з нейтронами. Оскільки нейтрони позбавлені заряду, вони безперешкодно можуть проникати в атомні ядра та викликати їх перетворення. Італійський фізик Е. Фермі одним з перших почав вивчати реакції, викликані нейтронами. Він виявив, що ядерні перетворення спричинені не тільки швидкими, але й повільними нейтронами, що рухаються з тепловими швидкостями. Ядерні реакції супроводжуються енергетичними перетвореннями. Енергетичним виходом ядерної реакції називається величина:

$$Q = (M_A + M_B - M_C - M_D)c^2 = \Delta M c^2, \quad (6.3.19)$$

де M_A і M_B – маси вихідних продуктів; M_C і M_D – маси кінцевих продуктів реакції.

Величина ΔM називається **дефектом мас**. Ядерні реакції можуть протікати з виділенням ($Q > 0$) або з поглинанням енергії ($Q < 0$). У другому випадку первісна кінетична енергія вихідних продуктів повинна перевищувати величину $|Q|$, яка називається **порогом реакції**. Для того щоб ядерна реакція мала позитивний енергетичний вихід, питома енергія зв'язку нуклонів в ядрах вихідних продуктів повинна бути меншою за питому енергію зв'язку нуклонів в ядрах кінцевих продуктів. Це означає, що величина ΔM повинна бути позитивною. Можливі два принципово різні способи звільнення ядерної енергії.

Розподіл важких ядер. На відміну від радіоактивного розпаду ядер, що супроводжується випусканням α - або β -частинок, реакції поділу – це процес, у якому нестабільне ядро ділиться на два великих фрагмента мас, які можна порівняти. У 1934 році німецький фізик Іда Ноддак відкрила явище поділу ядер урану під час їх бомбардування нейтронами. На жаль її відкриття не було визнано. Тільки в 1939 році німецькі фізики О. Ган і Ф. Штрассман заявили, що у процесі бомбардування урану нейтронами виникають елементи середньої частини періодичної системи – радіоактивні ізотопи барію ($Z = 56$), криптону ($Z = 36$) та інші. Уран зустрічається в природі у вигляді двох ізотопів: ${}_{92}^{238}\text{U}$ (99,3%) і ${}_{92}^{235}\text{U}$ (0,7%). Під час бомбардування нейтронами ядра обох ізотопів можуть розщеплюватися на два осколки. Реакція поділу ${}_{92}^{235}\text{U}$ найбільш інтенсивно йде на повільних (теплових) нейтронах ${}_{92}^{238}\text{U}$, тоді, як ядра вступають в реакцію поділу тільки зі швидкими нейтронами з енергією порядку 1 МеВ.

Основний інтерес для ядерної енергетики становить реакція поділу ядра. Нині відомі близько 100 різних ізотопів з масовими числами приблизно від 90 до 145, що виникають під час поділу цього ядра. Слід звернути увагу на те, що в результаті поділу ядра, ініційованого нейтроном, виникають нові нейтрони, здатні викликати реакції поділу інших ядер. Продуктами поділу ядер урану-235 можуть бути й інші ізотопи барію, ксенону, стронцію, рубідію тощо. Кінетична енергія, що виділяється поділом одного ядра урану, величезна – близько 200 МеВ. Під час повного поділу всіх ядер, що містяться в 1 г урану, виділяється така ж енергія, як і під час згоряння 3 т вугілля або 2,5 т нафти. Продукти поділу ядра урану нестабільні, оскільки в них міститься надлишкове число нейтронів. Справді, відношення N/Z для найбільш важких ядер порядку 1,6, для ядер з масовими числами від 90 до 145 – це відношення порядку 1,3 – 1,4. Тому ядра-осколки випробовують серію послідовних β -розпадів, в результаті яких число протонів в ядрі збільшується, а число нейтронів зменшується, поки не утвориться стабільне ядро. Під час поділу ядра урану-235, викликаного зіткненням з нейтроном, звільняється 2 або 3 нейтрона. За сприятливих умов ці нейтрони можуть потрапити в інші ядра урану та викликати їх поділ. На цьому етапі з'являться вже від 4 до 9 нейтронів, здатних викликати нові розпади ядер урану. Такий лавиноподібний процес називається **ланцюговою реакцією**. Схема розвитку ланцюгової реакції поділу ядер урану подана на рис. 6.3.8.

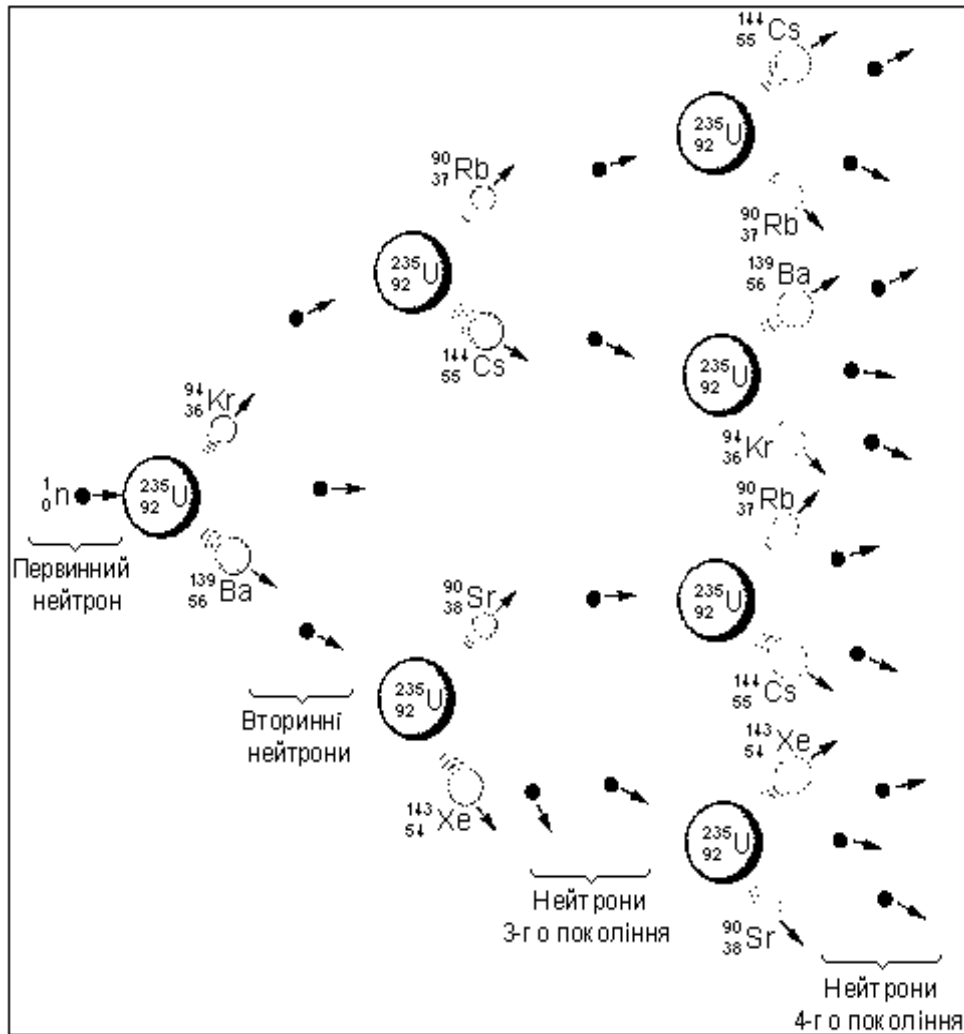


Рис. 6.3.8. Схема розвитку ланцюгової реакції

Для здійснення ланцюгової реакції необхідно, щоб так званий коефіцієнт розмноження нейтронів був більшим одиниці. Іншими словами, в кожному наступному поколінні нейтронів має бути більше, ніж у попередньому. Коефіцієнт розмноження визначається не тільки числом нейтронів, які утворюються в кожному елементарному акті, але й умовами, в яких протікає реакція: частина нейтронів може поглинатися іншими ядрами або виходити із зони реакції. Нейтрони, звільнені поділом ядер урану-235, здатні викликати поділ лише ядер цього ж урану, на частку якого в природному урані припадає всього лише 0,7 %. Така концентрація виявляється недостатньою для початка ланцюгової реакції. Ізотоп також може поглинати нейтрони, але під час цього не виникає ланцюгової реакції. Ланцюгова реакція в урані з підвищеним вмістом урану-235 може

розвиватися тільки тоді, коли маса урану перевершує так звану критичну масу. У невеличких куснях урану більшість нейтронів, не потрапивши в жодне ядро, вилітають назовні. Для чистого урану-235 критична маса становить близько 50 кг. Критичну масу урану можна у багато разів зменшити, якщо використовувати так звані сповільнювачі нейтронів. Справа в тому, що нейтрони, що народжуються у процесі розпаду ядер урану, мають занадто великі швидкості, а ймовірність захоплення повільних нейтронів ядрами урану-235 в сотні разів більша, ніж швидких. Найкращим сповільнювачем нейтронів є важка вода D_2O . Звичайна вода у взаємодії з нейтронами сама перетворюється на важку воду. Хорошим сповільнювачем є також графіт, ядра якого не поглинають нейтронів. Під час пружної взаємодії з ядрами дейтерію або вуглецю нейтрони сповільнюються до теплових швидкостей. Застосування сповільнювачів нейтронів і спеціальної оболонки з берилію, яка відбиває нейтрони, дозволяє знизити критичну масу до 250 г. У атомних бомбах ланцюгова некерована ядерна реакція виникає за умови швидкого з'єднання двох куснів урану-235, кожен з яких має масу трохи нижчу від критичної. Пристрій, в якому підтримується керована реакція поділу ядер, називається **ядерним (або атомним) реактором**. Схема ядерного реактора на повільних нейтронах наведена на рис. 6.3.9.

Ядерна реакція протікає в активній зоні реактора, яка заповнена сповільнювачем і пронизана стрижнями, що містять збагачену суміш ізотопів урану з підвищеним вмістом урану-235 (до 3 %). В активну зону вводяться регульовальні стрижні, що містять кадмій або бор, які інтенсивно поглинають нейтрони. Введення стрижнів в активну зону дозволяє управляти швидкістю ланцюгової реакції. Активна зона охолоджується за допомогою поочередного теплоносія, в якості якого може застосовуватися вода або метал з низькою температурою плавлення (наприклад, натрій має температуру плавлення $98^{\circ}C$). У парогенераторі теплоносії передає теплову енергію воді, перетворюючи її на пару високого тиску. Пар спрямовується в турбіну, з'єднану з електрогенератором. З турбіни пар надходить в конденсатор. Щоб уникнути витоків радіації, контури теплоносія I і парогенератора II працюють за замкнутим циклом. Турбіна атомної електростанції є тепловою машиною, що визначає відповідно другому закону термодинаміки загальну ефективність станції. У сучасних атомних електростанцій коефіцієнт корисної дії приблизно дорівнює 1/3.

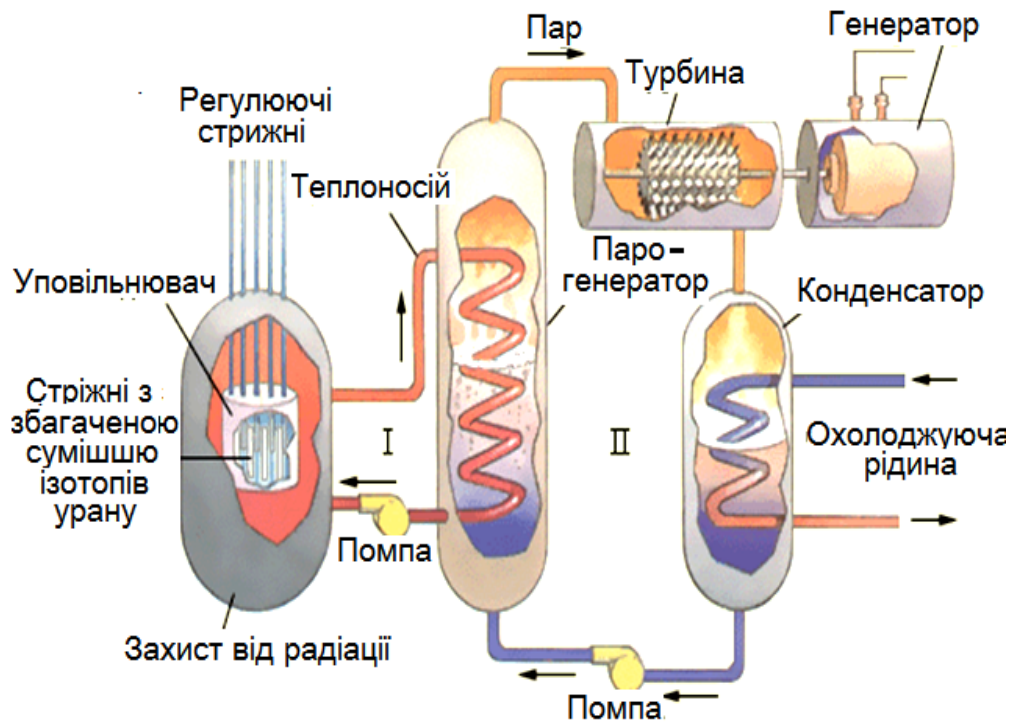


Рис. 6.3.9. Схема пристрою ядерного реактора

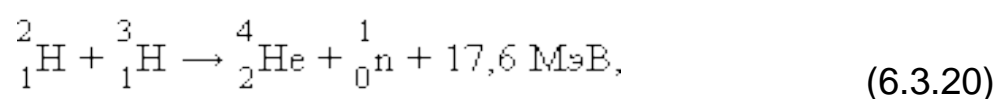
Отже, для виробництва 1000 МВт електричної потужності теплова потужність реактора повинна досягати 3000 МВт. Різницю (2000 МВт) має уносити вода, яка охолоджує конденсатор. Це призводить до локального перегрівання природних водоймищ і до виникнення в подальшому екологічної небезпеки. Однак головна проблема полягає в забезпеченні повної радіаційної безпеки людей, які працюють на атомних електростанціях, і запобіганні випадковим викидам радіоактивних речовин, які у великій кількості накопичуються в активній зоні реактора. Під час розроблення ядерних реакторів цій проблемі приділяється велика увага. Проте, після аварій на деяких АЕС, зокрема на АЕС в Пенсільванії (США, 1979), на Чорнобильській АЕС (Україна, 1986), Фукусімській АЕС (Японія, 2010) проблема безпеки ядерної енергетики повстала з особливою гостротою.

Поряд з описаним вище ядерним реактором, що працює на повільних нейтронах, великий практичний інтерес мають реактори, що працюють без сповільнювача на швидких нейтронах. У таких реакторах ядерним паливом є збагачена суміш, що містить не менше 15 % ізотопу $^{235}_{92}\text{U}$. Перевага реакторів на швидких нейтронах полягає в тому, що під час їх

роботи ядра урану-238, поглинаючи нейтрони, за допомогою двох послідовних β -розпадів перетворюються на ядра плутонію, які потім можна використовувати в якості ядерного палива. Коефіцієнт відтворення таких реакторів досягає 1,5, тобто на 1 кг урану-235 припадає до 1,5 кг плутонію. У звичайних реакторах також утворюється плутоній, але в меншій кількості. Перший ядерний реактор був побудований у Німеччині в 1941 році, другий, з використанням німецького досвіду, - в США в 1942 році під керівництвом Е. Фермі. Третій атомний реактор був побудований в СРСР у 1946 році на основі трофейного німецького реактора під керівництвом І. Курчатова.

Термоядерні реакції. Інший шлях звільнення ядерної енергії пов'язаний з реакціями синтезу. У процесі злиття легких ядер і утворення нового ядра має виділятися велика кількість енергії. Це видно з кривої залежності питомої енергії зв'язку від масового числа A . Аж до ядер з масовим числом близько 60 питома енергія зв'язку нуклонів зростає із збільшенням A . Тому синтез будь-якого ядра з $A < 60$ з більш легких ядер повинен супроводжуватися виділенням енергії. Загальна маса продуктів реакції синтезу буде в цьому випадку меншою за масу первісних частинок. Реакції злиття легких ядер називають **термоядерними реакціями**, оскільки вони можуть протікати тільки за дуже високих температур. Щоб два ядра вступили в реакцію синтезу, вони повинні зблизитися на відстань дії ядерних сил порядку $2 \cdot 10^{-15}$ м, подолавши електричне відштовхування їх позитивних зарядів. Для цього середня кінетична енергія теплового руху молекул повинна перевершувати потенційну енергію кулонівської взаємодії. Розрахунок необхідної для цього температури T призводить до величини порядку $10^8 \dots 10^9$ К. Це надзвичайно висока температура. За такої температури речовина знаходиться в повністю іонізованому стані, який називається **плазмою**.

Енергія, яка виділяється у термоядерних реакціях, у розрахунку на один нуклон кілька разів перевищує питому енергію, що виділяється в ланцюгових реакціях поділу ядер. Так, наприклад, в реакції злиття ядер дейтерію та тритію:



виділяється 3,5 МеВ/нуклон. У цілому в цій реакції виділяється 17,6 МеВ. Це одна з найбільш перспективних термоядерних реакцій. Здійснення керованих термоядерних реакцій, можливо, дасть людству нове практично невичерпне джерело енергії. Однак умови для здійснення стійкої, безперервної термоядерної реакції – важке, досі невирішене науково-технічне завдання. Починаючи з 1950-х років спочатку в США, потім в СРСР та інших країнах вдалося здійснити тільки некеровану реакцію синтезу у водневій бомбі. Умови, необхідні для ядерного синтезу, можна досягти за допомогою своєрідного "стартера" – вибуху звичайної уранової або плутонієвої бомби.

6.3.4. Елементарні частинки. Космологія

Елементарні частинки. Уявлення про те, що світ складається з фундаментальних частинок, мало складний розвиток. Уперше думка про існування дрібних невидимих частинок, з яких складаються всі навколишні предмети, була висловлена за 400 років до нашої ери грецьким філософом Демокритом. Він назвав ці частинки атомами. Наука почала використовувати уявлення про атоми тільки на початку ХІХ століття, коли на цій основі вдалося пояснити цілий ряд хімічних явищ. У 30-ті роки ХІХ століття в теорії електролізу, розвиненою М. Фарадеєм, з'явилося поняття йона та було виконане вимірювання елементарного заряду. Існування елементарних частинок вчені виявили під час досліджень ядерних процесів, тому аж до середини ХХ століття фізика елементарних частинок була розділом ядерної фізики. Кінець ХІХ століття ознаменувався відкриттям явища радіоактивності (1896 р., А. Беккерель), а також відкриттями електронів (1897 р, Дж. Томсон) і α -частинок (1899 р., Е. Резерфорд). У 1905 році у фізиці виникло уявлення про кванти електромагнітного поля – фотони (А. Ейнштейн).

У 1911 році було відкрито атомне ядро (Е. Резерфорд) і остаточно доведено, що атоми мають складну будову. У 1919 році Резерфорд в продуктах розщеплення ядер атомів ряду елементів виявив протони. У 1932 році Дж. Чедвік відкрив нейтрон. Стало ясно, що ядра атомів, як і самі атоми, мають складну будову. Виникла протон-нейтронна теорія будови ядер (Д. Іваненко та В. Гейзенберг). У тому ж 1932 році в космічних променях був відкритий позитрон (К. Андерсон). **Позитрон** – позитивно заряджена частка, що має таку ж масу заряд за модулем, що й

електрон. Існування позитрона було передбачене П. Діраком у 1928 році. У ці роки були виявлені та досліджені взаємні перетворення протонів і нейтронів. Отже ці частки також не є незмінними елементарними «цеглинками» природи. У 1937 році в космічних променях були виявлені частинки з масою в 207 електронних мас, названі **мюонами** (μ -мезонами). У 1947 – 1950 роках були відкриті **піони** (π – мезони), які, за сучасними уявленнями, здійснюють взаємодію між нуклонами в ядрі. У наступні роки кількість знову відкритих частинок швидко зросла. Цьому сприяли дослідження космічних променів, розвиток прискорювальної техніки та вивчення ядерних реакцій.

На сьогодні відомо близько 400 суб'ядерних частинок, які прийнято називати **елементарними**. Переважна більшість цих частинок є нестабільними. Виняток становлять лише фотон, електрон, протон і нейтрино. Усі інші частинки через певні проміжки часу здатні мимовільно перетворюватися на інші частинки. Нестабільні елементарні частинки сильно відрізняються за часом життя. Найбільш довге життя у нейтрона. Час життя нейтрона близько 15 хв. Інші частинки живуть набагато менший час. Наприклад, середній час життя μ -мезона – $2,2 \cdot 10^{-6}$ с, нейтрального π -мезона – $0,87 \cdot 10^{-16}$ с. Масивні частинки (гіперони) мають середній час життя порядку 10^{-10} с.

Існує кілька десятків частинок з часом життя, що перевершує 10^{-17} с. За масштабами мікросвіту це значний час. Такі частинки називають відносно стабільними. Більшість короткоживущих елементарних частинок мають час життя порядку 10^{-22} – 10^{-23} с.

Здатність до взаємних перетворень – це найбільш важлива властивість усіх елементарних частинок. Вони здатні народжуватися і знищуватися (випромінюватися та поглинатися). Це відноситься також і до стабільних частинок з тією тільки різницею, що їх перетворення відбувається не спонтанно, а у взаємодії з іншими частинками. Прикладом може бути анігіляція (зникнення) електрона та позитрона, що супроводжується народженням фотонів великої енергії. Може протікати й зворотний процес – народження електронно-позитронної пари, наприклад, під час зіткнення фотона достатньо великої енергії з ядром. Такий небезпечний двійник, яким для електрона є позитрон, є й у протона. Він називається **антипротон**. Електричний заряд антипротона від'ємний. На сьогодні античастинки знайдені у всіх частинок. Античастинки протиставляються частинкам тому, що під час зустрічі будь-якої частинки зі сво-

єю античастинкою відбувається їх анігіляція (обидві частинки зникають, перетворюючись на кванти випромінювання або інші частинки).

Античастинка виявлена навіть у нейтрона. Нейтрон і антинейтрон відрізняються тільки знаками магнітного моменту і так званого баріонів заряду. Можливе існування атомів антиречовини, ядра яких складаються з антинуклонів, а оболонка – з позитронів. У процесі анігіляції антиречовини з речовиною енергія спокою перетворюється в енергію квантів випромінювання. Ця величезна енергія значно перевершує ту, яка виділяється в ядерних і термоядерних реакціях.

У різноманітті елементарних частинок, які відомі сьогодні прослідковується більш-менш струнка система класифікації. У табл. 6.3.1 наведені деякі відомості про властивості елементарних частинок з часом життя більше 10^{-20} с. З багатьох властивостей, які характеризують елементарну частинку, в табл. 6.3.1 вказані тільки маса частинки (в електронних масах), електричний заряд (в одиницях елементарного заряду) і момент імпульсу (так званий спіні) в одиницях сталої Планка $\hbar = h/2\pi$, а також зазначено середній час життя частинки.

Елементарні частинки об'єднуються в три групи: фотони, лептони і адрони.

До групи фотонів належить єдина частинка – **фотон**, яка є носієм електромагнітної взаємодії.

Наступна група складається з легких частинок – **лептонів**. У цю групу входять два “сорти” нейтрино (електронне та мюонне), електрон і μ -мезон. До лептонів відносять ще ряд частинок, не зазначених у таблиці. Усі лептони мають спіні $\frac{1}{2}$.

Третю велику групу становлять важкі частинки – **адрони**. Ця група розподілена на дві підгрупи. Більш легкі частинки складають підгрупу мезонів. Найбільш легкі з них – позитивно та негативно заряджені, а також нейтральні π -мезони з масами порядку 250 електронних мас (табл. 6.3.1). Піони є квантами ядерного поля подібно до того, як фотони є квантами електромагнітного поля. У цю підгрупу входять також чотири К-мезона й один η -мезон. Усі мезони мають спіні, дорівнений нулю.

Друга підгрупа – баріони включає більш важкі частинки. Вона є найбільш великою. Найлегшими з баріонів є нуклони – протони та нейтрони. За ними слідує так звані гіперони. Замикає таблицю омега-мінус-гіперон, відкритий в 1964 р. Це важка частинка з масою в 3273 електронних мас. Усі баріони мають спіні $\frac{1}{2}$.

Таблиця 6.3.1

Перелік і властивості елементарних частинок

Група	Назва частинки	Символ		Маса (в електронних масах)	Електричний заряд	Спин	Час життя (с)	
		Частинка	Античастинка					
Фотони	Фотон	γ		0	0	1	Стабільний	
Лептони	Нейтрино електронне	ν_e	$\bar{\nu}_e$	0	0	1/2	Стабільний	
	Нейтрино мюонне	ν_μ	$\bar{\nu}_\mu$	0	0	1/2	Стабільний	
	Електрон	e^-	e^+	1	-1 1	1/2	Стабільний	
	Мю-мезон	μ^-	μ^+	206,8	-1 1	1/2	$2,2 \cdot 10^{-6}$	
Адрони	Мезони	π^0		264,1	0	0	$0,87 \cdot 10^{-16}$	
		π^+	π^-	273,1	1 -1	0	$2,6 \cdot 10^{-8}$	
		К-мезони	K^+	K^-	966,4	1 -1	0	$1,24 \cdot 10^{-8}$
			K^0	\bar{K}^0	974,1	0	0	$\approx 10^{-10} - 10^{-8}$
		Ета-нуль-мезон	η^0		1074	0	0	$\approx 10^{-18}$
	Баріони	Протон	p	\bar{p}	1836,1	1 -1	1/2	Стабільний
		Нейтрон	n	\bar{n}	1838,6	0	1/2	898
		Лямбда-гіперон	Λ^0	$\bar{\Lambda}^0$	2183,1	0	1/2	$2,63 \cdot 10^{-10}$
		Сигма-гіперони	Σ^+	$\bar{\Sigma}^+$	2327,6	1 -1	1/2	$0,8 \cdot 10^{-10}$
			Σ^0	$\bar{\Sigma}^0$	2333,6	0	1/2	$7,4 \cdot 10^{-20}$
			Σ^-	$\bar{\Sigma}^-$	2343,1	-1 1	1/2	$1,4 \cdot 10^{-10}$
		Кси-гіперони	Ξ^0	$\bar{\Xi}^0$	2572,8	0	1/2	$2,9 \cdot 10^{-10}$
			Ξ^-	$\bar{\Xi}^-$	2585,6	-1 1	1 / 2	$1,64 \cdot 10^{-10}$
	Омега-мінус-гіперон	Ω^-	$\bar{\Omega}^-$	3273	-1 1	1 / 2	$0,82 \cdot 10^{-11}$	

Велика кількість відкритих адронів і адронів, що продовжують відкриваюти, навела вчених на думку, що всі вони побудовані з якихось інших, більш фундаментальних частинок. У 1964 р. американським фізиком М. Гел-Маном була висунута гіпотеза, підтверджена подальшими дослідженнями, що всі важкі частинки – адрони побудовані з більш фундаментальних частинок, названих **кварками**. На основі кваркової гіпо-

тези не тільки була зрозуміла структура вже відомих адронів, а й передбачене існування нових. Теорія Гел-Мана припускала існування трьох кварків і трьох антикварків, що з'єднуються між собою в різних комбінаціях. Так, кожен баріон складається з трьох кварків, антибаріон – з трьох антикварків. Мезони складаються з пар кварків – **антикварк**.

З прийняттям гіпотези кварків удалося створити струнку систему елементарних частинок. Однак передбачені властивості цих гіпотетичних частинок виявилися досить несподіваними. Електричний заряд кварків повинен виражатися дробовими числами, дорівненими $2/3$ і $1/3$ елементарного заряду.

Численні пошуки кварків у вільному стані в експериментах на прискорювачах високих енергій і в космічних променях, виявилися безуспішними. Учені вважають, що однією з причин, що вільні кварки не можна спостерігати, є, можливо, їх дуже великі маси. Це перешкоджає народженню кварків з тими енергіями, які досягаються на сучасних прискорювачах. Проте, більшість фахівців зараз упевнені в тому, що кварки існують всередині важких частинок – адронів.

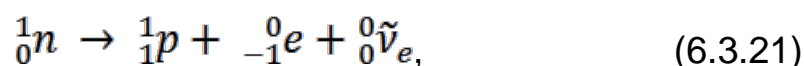
Фундаментальні взаємодії. Процеси, в яких беруть участь різні елементарні частинки, розрізняються за енергіями та характерним часом їх перебігу. Згідно з сучасним уявленням, в природі здійснюється чотири види взаємодій, які не можуть бути зведені до інших, більш простих видів: **сильне, електромагнітне, слабе та гравітаційне**. Ці види взаємодій називають фундаментальними.

Сильна (ядерна) взаємодія – найбільш інтенсивна. Вона зумовлює винятково міцний зв'язок між протонами та нейтронами в ядрах атомів. У сильній взаємодії можуть брати участь тільки важкі частинки – адрони (мезони та баріони). Сильна взаємодія проявляється на відстанях порядку 10^{-15} м і менше. Тому її називають короткодіючою.

Електромагнітна взаємодія. У ній можуть брати участь будь-які електрично заряджені частинки, а також фотони – кванти електромагнітного поля. Електромагнітна взаємодія відповідає, зокрема, за існування атомів і молекул. Вона визначає більшість властивостей речовин у твердому, рідкому та газоподібному станах. Кулонівське відштовхування протонів призводить до нестійкості ядер з великими масовими числами.

Електромагнітна взаємодія обумовлює процеси поглинання та випромінювання фотонів атомами та молекулами речовини та багато інших процесів фізики мікро- та макросвіту.

Слабка взаємодія – визначає хід найбільш повільних процесів, що протікають в мікросвіті. У ній можуть брати участь будь-які елементарні частинки, крім фотонів. Слабка взаємодія відповідальна за протікання процесів за участю нейтрино або антинейтрино, наприклад, β -розпад нейтрона:



а також безнейтринного процесу розпаду частинок з великим часом життя ($\tau \geq 10^{-10}$ с).

Гравітаційна взаємодія притаманна всім без винятку частинкам. Однак через малість мас елементарних частинок сили гравітаційної взаємодії між ними малі, і в процесах мікросвіту їх роль несуттєва. Гравітаційні сили відіграють вирішальну роль у взаємодії космічних об'єктів (зірок, планет тощо) з їх величезними масами.

У 30-ті роки ХХ століття виникла гіпотеза про те, що у світі елементарних частинок взаємодії здійснюються за допомогою обміну квантами якого-небудь поля. Ця гіпотеза спочатку була висунута І. Таммом і Д. Іваненко. Вони припустили, що фундаментальні взаємодії виникають в результаті обміну частинками подібно до того, як ковалентний хімічний зв'язок атомів виникає в обміні валентними електронами, які об'єднуються на незаповнених електронних оболонках.

Взаємодія, що здійснюється шляхом обміну частинками, отримала у фізиці назву **обмінної взаємодії**. Так, наприклад, електромагнітна взаємодія між зарядженими частинками виникає внаслідок обміну фотонами – квантами електромагнітного поля.

Теорія обмінної взаємодії отримала визнання після того, як у 1935 р. японський фізик Х. Юкава теоретично довів, що сильна взаємодія між нуклонами в ядрах атомів може бути пояснена, якщо припустити, що нуклони обмінюються гіпотетичними частинками, які отримали назву **мезонів**. Х. Юкава обчислив масу цих частинок, яка виявилася дорівненою приблизно 300 електронним масам. Частинки з такою ма-

сою були згодом дійсно виявлені. Ці частинки отримали назву π -мезонів (піонів). Сьогодні відомі три види піонів: π^+ , π^- і π^0 (див. табл. 6.3.1).

У 1957 році було теоретично передбачене існування важких частинок, так званих **векторних бозонів** W^+ , W^- і Z^0 , які обумовлюють обмінний механізм слабкої взаємодії. Ці частинки були виявлені в 1983 році в експериментах на прискорювачі на зустрічних пучках протонів і антипротонів з високою енергією. Відкриття векторних бозонів стало дуже важливим досягненням фізики елементарних частинок. Це відкриття ознаменувало успіх теорії, що об'єднала електромагнітну та слабку взаємодії в єдину – так звану електрослабку взаємодію. Ця нова теорія розглядає електромагнітне поле та поле слабкої взаємодії як різні компоненти одного поля, в якому поряд з квантом беруть участь векторні бозони. Після цього відкриття в сучасній фізиці значно зросла впевненість у тому, що всі види взаємодій тісно пов'язані між собою і, отже, є різними проявами деякого єдиного поля. Проте об'єднання всіх взаємодій залишається лише привабливою науковою гіпотезою.

Фізики-теоретики докладають значних зусиль, щоб розглянути на єдиній основі не тільки електромагнітну і слабку, але й сильну взаємодію. Ця теорія отримала назву Великого об'єднання. Вчені припускають, що й у гравітаційної взаємодії повинен бути свій переносник – гіпотетична частинка, названа **гравітоном**. Однак ця частинка досі не виявлена.

Сьогодні вважається доведеним, що єдине поле, яке об'єднує всі види взаємодії, може існувати тільки за умови надзвичайно великих енергій частинок, недосяжних на сучасних прискорювачах. Такими великими енергіями частинки могли володіти тільки на самих ранніх етапах існування Всесвіту, який виник в результаті так званого Великого вибуху. Космологія – наука про еволюцію Всесвіту – передбачає, що Великий вибух стався 18 мільярдів років тому. У стандартній моделі еволюції Всесвіту передбачається, що в перший період після вибуху температура могла досягати 10^{32} К, а енергія частинок досягати значень 10^{19} ГеВ. У цей період матерія існувала у формі кварків і нейтрино, а всі види взаємодій були об'єднані в єдине силове поле. Поступово, у міру розширення Всесвіту енергія частинок зменшувалася. З єдиного поля взаємодій спочатку виділилася гравітаційна взаємодія (з енергіями частинок $\leq 10^{19}$ ГеВ), а потім сильна взаємодія відокремилася від електрослабкої (з енергіями порядку 10^{14} ГеВ). За енергій порядку 10^3 ГеВ усі чотири види фундаментальних взаємодій виявилися розділеними.

Одночасно з цими процесами йшло формування більш складних форм матерії – нуклонів, легких ядер, іонів, атомів тощо. Космологія у своїй моделі намагається простежити еволюцію Всесвіту на різних етапах його розвитку від Великого вибуху до наших днів, спираючись на закони фізики елементарних частинок, а також ядерної й атомної фізики.

Великий адронний коллайдер. Великий адронний коллайдер (ВАК) (англ. Large Hadron Collider – LHC) – прискорювач заряджених частинок на зустрічних пучках, призначений для розгону протонів і важких іонів (іонів свинцю) і вивчення продуктів їх зіткнень. Коллайдер побудований в ЦЕРНі (Європейська рада ядерних досліджень), що знаходиться на кордоні Швейцарії та Франції. ВАК є найбільшою експериментальною установкою в світі. У будівництві та дослідженнях задіяно більше 10 тисяч вчених і інженерів з понад 100 країн світу.

Великим він названий через свої розміри: довжина основного кільця прискорювача складає 26 659 м; адронним – через те, що він прискорює адрони, тобто важкі частинки, що складаються з кварків; коллайдером (англ. Collider – зіштовхувач) – через те, що пучки частинок прискорюються в протилежних напрямках і стикаються в спеціальних точках зіткнення.

Траєкторія протонів p (і важких іонів свинцю Pb) починається в лінійних прискорювачах (у точках p і Pb , відповідно). Потім частинки потрапляють в бустер протонного синхротрона (PS), через нього – в протонний суперсинхротрон (SPS) і, нарешті, безпосередньо в тунель ВАК. Схема великого адронного коллайдера показана на рис. 6.3.10.

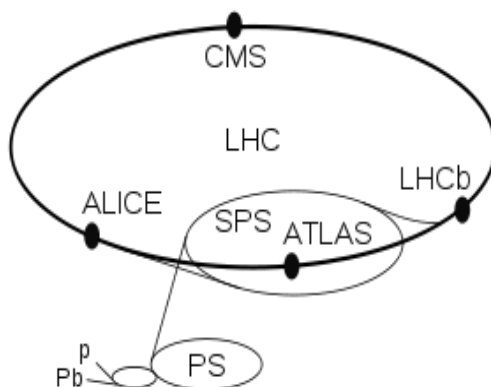


Рис. 6.3.10. **Схема великого адронного коллайдера**

Завдання Великого адронного коллайдера.

Пошук Нової фізики. Наприкінці 1990 років фізикам вдалося розробити Стандартну модель (СМ), яка об'єднує три з чотирьох фундаментальних взаємодій – сильну, слабку й електромагнітну. Гравітаційну взаємодію і раніше описували в термінах загальної теорії відносності (ЗТВ). Таким чином, фундаментальні взаємодії описуються двома загальноприйнятими теоріями: ЗТВ і СМ. Їх об'єднання поки досягти не вдалося через труднощі створення теорії квантової гравітації. СМ не може вважатися остаточною теорією елементарних частинок. Вона повинна бути частиною певної більш глибокої теорії будови мікросвіту – тією частиною, яка прослідковується в експериментах на коллайдерах з енергіями нижчими приблизно 1 ТеВ. Такі теорії називають «Нова фізика» або «За межами Стандартної моделі». Головне завдання Великого адронного коллайдера – отримати хоча б перші натяки на те, що це більш глибока теорія.

Для подальшого об'єднання фундаментальних взаємодій в одну теорію використовують різні підходи: теорію струн, що отримала свій розвиток в М-теорії (теорії бран); теорію супергравітації, петльової квантової гравітації та ін. Деякі з них мають внутрішні проблеми, жодна з них не має експериментального підтвердження. Проблема в тому, що для проведення відповідних експериментів потрібні енергії, недосяжні на сучасних прискорювачах заряджених частинок.

ВАК дозволить провести експерименти, які раніше були неможливі, і, ймовірно, підтвердить або спростує частину цих теорій. Так, існує цілий набір фізичних теорій, які припускають більше чотирьох розмірностей й, отже, існування «суперсиметрії» (наприклад, теорія струн, яку іноді називають теорією суперструн саме через те, що без суперсиметрії вона втрачає фізичний зміст). Підтвердження існування суперсиметрії, таким чином, буде непрямым підтвердженням істинності цих теорій.

Вивчення топ-кварків. Топ-кварк – найважчий кварк і, більше того, це найважча з відкритих елементарних частинок. Через велику масу топ-кварк досі спостерігався лише на одному прискорювачі – «Теватроні». Згідно з останніми результатами «Теватрона», його маса становить $173,1 \pm 1,3 \text{ GeV}/c^2$, на інших прискорювачах просто не вистачало енергії для його народження. Крім того, топ-кварки цікавлять фізиків не тільки як такі, але й як «робочий інструмент» для вивчення бозона Хіггса. Один з найбільш важливих каналів народження бозона Хіггса в ВАК – асоціа-

тивне народження разом з топ-кварк – антикварковою парою. Для того, щоб надійно відокремлювати такі події від фону, необхідне попереднє вивчення властивостей самих топ-кварків. Однією з основних цілей проекту є експериментальне доведення існування бозона Хіггса – частинки, передбаченої шотландським фізиком П. Хігсом у 1964 році в рамках Стандартної моделі. Бозон Хіггса є квантом так званого поля Хіггса, під час проходження через яке частинки відчувають опір. Це можна сприймати як поправку до маси. Сам бозон нестабільний і має велику масу (понад $120 \text{ GeV}/c^2$). Насправді фізиків цікавить не стільки сам бозон Хіггса, скільки хіггсовський механізм порушення симетрії електрослабкої взаємодії (рис. 6.3.11).

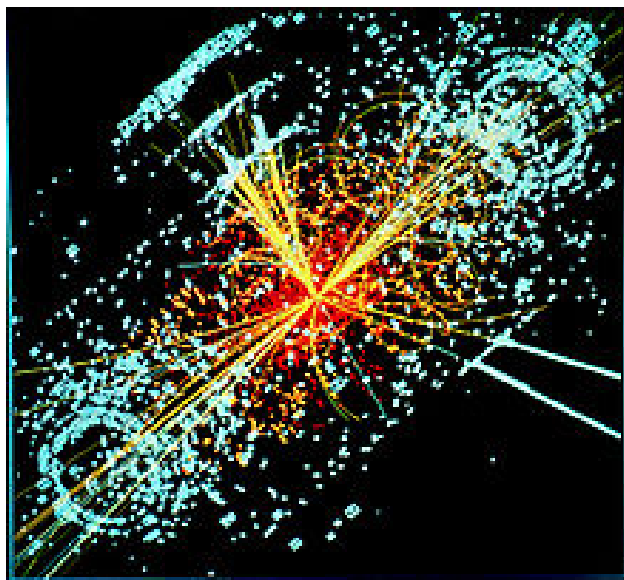


Рис. 6.3.11. Моделювання процесу народження бозона Хіггса в детекторі CMS

Вивчення кварк-глюонної плазми. Очікується, що приблизно один місяць на рік буде проходити в прискорювачі в режимі ядерних зіткнень. Протягом цього місяця коллайдер буде розганяти та зіштовхувати в детекторах не протони, а ядра свинцю. За непружного зіткнення двох ядер на ультрарелятивістських швидкостях на короткий час утворюється та потім розпадається щільний та дуже гарячий клубок ядерної речовини. Розуміння явищ, які відбуваються у цьому процесі (перехід речовини в стан кварк-глюонної плазми та її охолодження), необхідне

для побудови більш досконалої теорії сильних взаємодій, що є корисною як для ядерної, так і для астрофізики.

Першим значним науковим досягненням експериментів на БАК може стати доведення або спростування «суперсиметрії» – теорії, яка стверджує, що будь-яка елементарна частинка має більш важкого партнера – суперчастинку.

Вивчення фотон-адронних і фотон-фотонних зіткнень. Електромагнітна взаємодія частинок описується як обмін фотонами. Іншими словами, фотони є переносниками електромагнітного поля. Протони електрично заряджені й оточені електростатичним полем; відповідно, це поле можна розглядати як хмару віртуальних фотонів. Будь-який протон, особливо релятивістський, включає в себе хмару віртуальних частинок як складову частину. Під час зіткнення протонів взаємодіють і віртуальні частинки, що оточують кожен з протонів. Математично процес взаємодії частинок описується низкою поправок, кожна з яких описує взаємодію за допомогою віртуальних частинок певного типу (діаграми Фейнмана). Таким чином, дослідженнями зіткнення протонів побічно вивчається й взаємодія речовини з фотонами високих енергій, що становить великий інтерес для теоретичної фізики. Також розглядається особливий клас реакцій – безпосередня взаємодія двох фотонів, які можуть зіткнутися як із зустрічним протоном, породжуючи типові фотон-адронні зіткнення, так і між собою.

Перевірка екзотичних теорій. Теоретики наприкінці ХХ століття висунули багато незвичних ідей щодо устрою світу - «екзотичні моделі». Сюди відносять теорії з сильною гравітацією на масштабі енергій порядку 1 ТеВ; моделі з великою кількістю просторових вимірів в яких кварки і лептони самі складаються з часток; моделі з новими типами взаємодії. Справа в тому, що накопичених експериментальних даних виявляється ще замало для створення єдиної теорії. А поодиноці ці теорії сумісні з наявними експериментальними даними. Оскільки за цими теоріями можна зробити конкретні передбачення для БАК, експериментатори планують перевіряти передбачення та шукати сліди тих чи інших теорій у своїх даних. Очікується, що результати, отримані на прискорювачі, зможуть обмежити фантазію теоретиків, заклавши деякі із запропонованих побудов. Також очікується виявлення фізичних явищ поза рамками Стандартної моделі. Планується дослідження властивостей W - і Z -

бозонів, ядерних взаємодій за надвисокими енергіями, процесів народження та розпаду важких кварків (*b* і *t*).

Основні характеристики Великого адронного коллайдера (рис. 6.3.12 – 6.3.15) [22; 23]. У прискорювачі стикаються протони з сумарною енергією 14 TeV ($14 \cdot 10^{12}$ eV) в системі центру мас налітаючих частинок, а також ядра свинцю з енергією 5 GeV ($5 \cdot 10^9$ eV) на кожну пару нуклонів, що зіштовхнулися. На початок 2010 року БАК вже дещо перевершив за енергією протонів попереднього рекордсмена – протон-антипротонний коллайдер «Теватрон», який до кінця 2011 року працював у Національній прискорювальній лабораторії ім. Е. Фермі (США). Незважаючи на те, що налагодження устаткування розтягується на роки та ще не є завершеним, БАК вже став самим високоенергетичним прискорювачем елементарних частинок у світі, на порядок перевершуючи за енергією решту коллайдерів, в тому числі й коллайдер важких іонів RHIC, що працює в Брукгейвенській лабораторії (США). Світність БАК під час перших тижнів роботи пробігу була не більше 10^{29} частинок/см²·с, проте вона продовжує постійно підвищуватися. Метою є досягнення номінальної світності в $1,7 \cdot 10^{34}$ частинок/см²·с, що за порядком величини відповідає світностям ВаВаг (SLAC, США) і Belle (КЕК, Японія). Прискорювач розташований в тому ж тунелі, який раніше займав Великий електрон-позитронний коллайдер. Тунель з довжиною кола 26,7 км прокладений під землею на території Франції та Швейцарії. Глибина залягання тунелю – від 50 до 175 метрів, причому кільце тунелю нахилене приблизно на 1,4 % відносно поверхні землі. Для утримання, корекції та фокусування протонних пучків використовуються 1624 надпровідних магніти, загальна довжина яких перевищує 22 км. Магніти працюють за температури 1,9 К (–271 °С), що трохи нижче температури переходу гелію в надтікучий стан.

Детектори Великого адронного коллайдер.

На БАК працюють 4 основних і 3 допоміжних детектора.

1. ALICE (A Large Ion Collider Experiment).
2. ATLAS (A Toroidal LHC ApparatuS).
3. CMS (Compact Muon Solenoid).
4. LHCb (The Large Hadron Collider beauty experiment).
5. TOTEM (TOTal Elastic and diffractive cross section Measurement).
6. LHCf (The Large Hadron Collider forward).
7. MoEDAL (Monopole and Exotics Detector At the LHC).



Рис. 6.3.12. Підземна зала, в якій змонтований детектор ATLAS (жовтень 2004 р.)



Рис. 6.3.13. Детектор ATLAS у процесі складання (лютий 2006 р.)



Рис. 6.3.14. 27-кілометровий підземний тунель, призначений для розміщення прискорювача ВАК



Рис. 6.3.15. Детектор CMS

ATLAS, CMS, ALICE, LHCb – великі детектори, розташовані навколо точок зіткнення пучків. Детектори TOTEM і LHCf – допоміжні, видаленні на кілька десятків метрів від точок перетину пучків, зайнятих детекторами CMS і ATLAS відповідно, і будуть використовуватися водночас з основними.

Детектори ATLAS і CMS – детектори загального призначення. Використовуються для пошуку бозона Хіггса і «нестандартної фізики», зокрема темної матерії. ALICE призначений для вивчення кварк-глюонної плазми в зіткненнях важких іонів свинцю; LHCb – для дослідження фізики b-кварків, що дозволить краще зрозуміти відмінності між матерією й антиматерією. TOTEM призначений для вивчення розсіювання частинок на малі кути. Ці частинки створюються під час близьких прольотів без сутичок (так звані частинки, що не зіштовхуються, *forward particles*). Це дозволяє точніше виміряти розмір протонів, а також контролювати світність коллайдера. LHCf необхідний для дослідження космічних променів, модельованих за допомогою частинок, які не зіштовхуються.

Під час роботи коллайдера зіткнення проводяться одночасно у всіх чотирьох точках перетину пучків незалежно від типу прискорених частинок (протонів або ядер) і всі детектори одночасно набирають статистику.

Процес прискорення частинок в коллайдері. Швидкість частинок у ВАК на зустрічних пучках близька до швидкості світла у вакуумі. Розгін частинок до таких високих енергій досягається у декілька етапів. На першому етапі низькоенергетичні лінійні прискорювачі Linac-2 і Linac-3 виробляють інжекцію протонів і йонів свинцю для подальшого прискорювання. Потім частинки потрапляють в PS-бустер і далі в сам PS (протонний синхротрон), набуваючи енергію в 28 ГеВ. З цією енергією вони рухаються зі швидкістю, наближеною до світлової. Після цього прискорення частинок триває в SPS (протонний суперсинхротрон), де енергія частинок досягає 450 ГеВ. Потім згусток протонів спрямовують в головне 26,7-кілометрове кільце, доводячи енергію протонів до максимальних 7 ТеВ. У точках зіткнення детектори фіксують події, що відбуваються. Два зустрічних пучка протонів за повного заповнення можуть містити 2808 згустків кожен. На початкових етапах налагодження процесу прискорювання циркулює лише один згусток у пучку довжиною у кілька сантиметрів і невеликого поперечного розміру. Потім починають збільшувати кількість згустків. Згустки розташовуються у фіксованих позиціях від-

носно один одного та синхронно рухаються вздовж кільця. Згустки в певній послідовності можуть стикатися в чотирьох точках кільця, де розташовані детектори частинок.

Кінетична енергія всіх згустків адронів в ВАКу з повним його заповненням порівнянна з кінетичною енергією реактивного літака, хоча маса всіх частинок не перевищує нанограма й їх навіть не можна побачити неозброєним оком. Така енергія досягається за рахунок швидкості частинок, наближеної до швидкості світла. Швидкість протонів з енергією 7 ТеВ лише на 3 м/с менша, ніж швидкість світла (c). Згустки проходять повне коло прискорювача швидше за 0,0001 с, здійснюючи, таким чином, понад 10 тис. обертів на секунду.

6.3.5. Приклади розв'язання завдань

6.3.5.1. Визначити склад ядра атома літію ${}^7_3\text{Li}$.

Дано: ${}^7_3\text{Li}$.

Знайти: $Z = ?$ $N = ?$

Розв'язання: До складу ядра входять протони та нейтрони. Заряд ядра обумовлений кількістю протонів в ядрі, тому він дорівнює порядковому номеру елемента Z .

За масовим числом A визначити число протонів і нейтронів в ядрі (їх суму) $A = Z + N = 7$. Отже, число нейтронів в ядрі:

$$N = A - Z = 7 - 3 = 4.$$

Розв'язок: у ядрі літію 3 протона ($Z = 3$) і 4 нейтрона.

6.3.5.2. У ядрі атома деякого ізоотопу хімічного елемента міститься 30 нейтронів, а на електронних оболонках – 25 електронів. Визначити який це ізоотоп.

Дано: 30 нейтронів, 25 електронів.

Знайти: тип ізотопа.

Розв'язання: Відомо, що число електронів дорівнює числу протонів в ядрі атома та дорівнює порядковому номеру хімічного елемента в періодичній системі Д. І. Менделєєва, тобто $Z = 25$.

Виходячи з цього, можна стверджувати, що шуканий ізотоп – це ізотоп марганцю з масовим числом 55: ${}_{25}^{55}\text{Mn}$.

Розв'язок: ${}_{25}^{55}\text{Mn}$.

6.3.5.3. Визначити кількість ядер дейтерію та кисню, що містяться в 1 см^3 важкої води?

Дано: $1\text{ см}^3\text{ D}_2\text{O}$.

Знайти: Кількість ядер дейтерію, кількість ядер кисню.

Розв'язання: Кількість молекул в 1 см^3 дорівнює $\frac{N_A}{M}\rho \cdot 10^{-6}$, де ρ – щільність речовини, N_A – число Авогадро, M – атомна маса.

Формула важкої води D_2O . У число молекул важкої води входять молекули, що містять як ${}^{16}\text{O}$, так і ${}^{17}\text{O}$ та ${}^{18}\text{O}$.

Можна позначити відсотковий вміст різних ізотопів кисню в природному газі a , b і c відповідно.

Для атомних мас цих ізотопів ввести позначення M_{16} , M_{17} , M_{18} , а для дейтерію – M_D .

Визначити молекулярні маси різних сполук D_2O , які входять в природну важку воду:

$$D_2^{16}O : 2M_D + M_{16O} \approx 20,0231 \text{ а.о.м.}$$

$$D_2^{17}O : 2M_D + M_{17O} \approx 21,0273 \text{ а.о.м.}$$

$$D_2^{18}O : 2M_D + M_{18O} \approx 22,0274 \text{ а.о.м.}$$

Визначити також середнє значення молекулярної маси природної важкої води:

$$\begin{aligned} \overline{M} &\approx (2M_D + M_{16O}) \cdot a \cdot 10^{-2} + (2M_D + M_{17O}) \cdot b \cdot 10^{-2} + (2M_D + M_{18O}) \cdot c \cdot 10^{-2} \approx \\ &\approx 20,05 \text{ а.о.м.} \end{aligned}$$

Ввести позначення для щільності важкої води через ρ і довести, що за $20\text{ }^\circ\text{C}$ число молекул в $1\text{ м}^3\text{ D}_2\text{O}$ дорівнює:

$$N_A \rho / \overline{M} \approx 3,32 \cdot 10^{28} \text{ м}^{-3}.$$

Оскільки молекула важкої води містить два атоми дейтерію й один атом кисню, то кількість ядер дейтерію в $1 \text{ см}^3 \text{ D}_2\text{O}$ за $20 \text{ }^\circ\text{C}$ дорівнюватиме:

$$10^{-6} \cdot 2N_A \rho / \overline{M} \approx 6,64 \cdot 10^{22} \text{ с}^{-3}.$$

Число ядер кисню в тих же умовах дорівнює:

$$10^{-6} \cdot N_A \rho / \overline{M} \approx 3,32 \cdot 10^{22} \text{ с}^{-3}.$$

Розв'язок: кількість ядер дейтерію $\approx 6,64 \cdot 10^{22} \text{ с}^{-3}$, кисню $\approx 3,32 \cdot 10^{22} \text{ с}^{-3}$.

6.3.5.4. Опишіть склад його ядра ізотопу алюмінію ${}_{13}^{27}\text{Al}$.

Дано: ${}_{13}^{27}\text{Al}$.

Знайти: $P = ?$, $N = ?$.

Розв'язання: Застосувати правило позначення складу ядер і визначити, що масове число ядра $A = 27$. Це означає, що у складі ядра цього ізотопу знаходиться 27 нуклонів. Оскільки зарядове число $Z = 13$, то із загального числа нуклонів 13 є протонами.

Число нейтронів N в ядрі дорівнює різниці між повною кількістю нуклонів і числом протонів:

$$N = A - Z = 27 - 13 = 14.$$

Таким чином, ядро містить 14 нейтронів.

Розв'язок: $P = 13$, $N = 14$.

6.3.5.5. Після збагачення водню дейтерієм відносна атомна маса A_r отриманого водню дорівнює 1,122. Визначити масові частки ω_1 протію та ω_2 дейтерію.

Дано: $A_r = 1,122$.

Знайти: $\omega_1 = ?$, $\omega_2 = ?$

Розв'язання: Масові частки ω_1 протію та ω_2 дейтерію можна виразити таким чином:

$$\xi_{11} m_1 + \xi_{21} m_2 ; \xi_{12} m_1 + \xi_{22} m_2 , \quad (6.3.22)$$

де m_1 і m_2 – маси протію і дейтерію в суміші, відповідно.

Для молярної маси суміші справедлива формула:

$$M = \frac{(m_1 + m_2)}{m_1 / M_1 + m_2 / M_2} = \frac{(m_1 + m_2)}{\omega_1 M_2 + \omega_2 M_1} . \quad (6.3.23)$$

де M_1 і M_2 – молярні маси компонентів суміші.

Оскільки молярні маси протію та дейтерію пропорційні їх відносним атомним масам, то рівність (6.3.23) можна переписати у вигляді:

$$A_r = \frac{A_{r1} + A_{r2}}{\omega_1 A_{r2} + \omega_2 A_{r1}} , \quad (6.3.24)$$

де A_{r1} й A_{r2} – відносні атомні маси протію і дейтерію, відповідно.

Згідно з теоретичними відомостями сума всіх масових часток повинна дорівнювати одиниці, тобто:

$$\omega_1 + \omega_2 = 1 . \quad (6.3.25)$$

Розв'язати спільно (6.3.24) і (6.3.25) і визначити:

$$\omega_1 = \frac{A_{r1} A_{r2} - A_r A_{r1}}{A_r (A_{r2} - A_{r1})} , \omega_2 = \frac{A_{r1} A_{r2} - A_r A_{r2}}{A_r (A_{r1} - A_{r2})} . \quad (6.3.26)$$

Використовуючи довідкові таблиці, знайти: $A_{r1} = 1,00783$,
 $A_{r2} = 2,01410$.

Після підстановки в (6.3.26), отримати: $\omega_1 = 0,796$, $\omega_2 = 0,204$.

Розв'язок: $\omega_1 = 0,796$, $\omega_2 = 0,204$.

6.3.5.6. Визначити відношення перерізів σ_1/σ_2 для ядер вісмуту $^{209}_{83}\text{Bi}$ і алюмінію $^{27}_{13}\text{Al}$.

Дано: $A_1 = 209$ й $A_2 = 27$.

Знайти: $\sigma_1/\sigma_2 = ?$

Розв'язання: Модель ядра атома подана у вигляді кулі, площа поперечного перерізу якої визначається відомою формулою: $\sigma = \pi r^2$.

Радіус ядра визначається співвідношенням (він залежить від числа нуклонів, тобто масового числа A):

$$r = r_0 A^{1/3}, \quad (6.3.27)$$

де r_0 – однаковий для всіх ядер коефіцієнт пропорційності.

Тоді:

$$\sigma = \pi r_0^2 A^{2/3}. \quad (6.3.28)$$

Далі визначити перерізи ядер для вісмуту σ_1 й алюмінію σ_2 з масовими числами $A_1 = 209$ й $A_2 = 27$ та їх відношення:

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= \pi r_0^2 A_1^{2/3}, \\ \sigma_2 &= \pi r_0^2 A_2^{2/3}, \\ \sigma_1 / \sigma_2 &= (A_1 / A_2)^{2/3} = 3,91. \end{aligned}$$

Розв'язок: $\sigma_1 / \sigma_2 = 3,91$.

6.3.5.7. До складу міді з атомною масою 63,54 входять два ізотопи

${}_{29}^{65}\text{Cu}$ и ${}_{29}^{63}\text{Cu}$. Знайти молярні маси цих ізотопів.

Дано: атомна маса дорівнює 63,54.

Знайти: $x = ?$

Розв'язання: Введемо наступні позначення: x % – молярна маса ізотопу ${}_{29}^{65}\text{Cu}$ и $(100 - x)$ % – молярна маса ізотопу ${}_{29}^{63}\text{Cu}$.

Записати вираз, який пов'язує значення атомної маси хімічного елемента з масовими числами ізотопів і їх молярними масами:

$$63,54 = [65 \cdot x + 63 (100 - x)] / 10.$$

З цього виразу визначити: $x = 27 \%$.

Розв'язок: молярні маси ізоотопів: ${}_{29}^{65}\text{Cu} - 27 \%$, ${}_{29}^{63}\text{Cu} - 63 \%$.

6.3.5.8. У природі до складу хімічного елемента літію входять два стабільних ізотопа: ${}^6\text{Li}$ (7,3 %) і ${}^7\text{Li}$ (92,7 %). За цими даними обчислити атомну масу літію.

Дано: $A_1 = 6$; $A_2 = 7$; $C_1 = 7,3 \%$; $C_2 = 92,7 \%$.

Знайти: $A = ?$

Розв'язання: Записати вираз для атомної маси A і підставити в нього числові значення:

$$A = (A_1 C_1 + A_2 C_2) / 100 = 6,927.$$

Розв'язок: $A = 6,927$.

6.3.5.9. Для ядра ${}^7_3\text{Li}$ визначити його питому енергію зв'язку.

Дано: ${}^7_3\text{Li}$

Знайти: $E_{\text{пит}} - ?$

Розв'язання: За визначенням, питома енергія зв'язку є енергією зв'язку ядра, яка припадає на один нуклон:

$$\omega_{\text{я}} = \frac{W_{\text{я}}}{A} \quad (6.3.29)$$

або

$$\omega_{\text{я}} = \left(\dots + \dots - \dots - \dots \right) \cdot \frac{c^2}{A}. \quad (6.3.30)$$

Після підстановки в (6.3.30) числових значень величин отримано:

$$\omega_{\text{я}} = (3 \cdot 1,00783 + 7 - 3 \cdot 1,00867 - 7,01601) \cdot \frac{931,4}{7} = 5,61 \frac{\text{Мев}}{\text{нуклон}}.$$

Розв'язок: $\omega_{\text{я}} = 5,61 \frac{\text{Мев}}{\text{нуклон}}.$

6.3.5.10. У результаті К-захоплення ядро непуноію Np_{93}^{234} захопило електрон з К-оболонки атома; під час цього відбулося випускання α -частинки. Визначити, ядро якого хімічного елемента вийшло в результаті таких перетворень?

Дано: Np_{93}^{234} .

Знайти: $Z = ?$ и $A = ?$

Розв'язання: У результаті К-захоплення з найближчої до ядра електронної оболонки (в даному випадку - К-оболонки) атома відбувається захоплення електрона одним з протонів ядра. Результатом цього є перетворення в ядрі протона на нейтрон. При цьому не відбувається зміни загального числа нуклонів в ядрі, а зарядове число зменшується на одиницю. З цієї причини проміжне ядро матиме зарядове число $93 - 1 = 92$, а масове число не зміниться – 234. З періодичної таблиці хімічних елементів Менделєєва можна визначити, що проміжним ядром є ізопоп урану U_{92}^{234} . Це проміжне ядро випустило α -частинку. Оскільки до складу α -частинки (ядро атома ізопопу гелію He_2^4) входять два протони та два нейтрони, то проміжне ядро в результаті акту випускання α -частинки зменшить зарядове число на дві одиниці та масове число – на чотири одиниці. У результаті кінцеве ядро матиме $Z = 90$ й $A = 230$, що відповідає ізопопу торію Th_{90}^{234} .

Розв'язок: у результаті таких перетворень утворилось ядро ізопопу торію Th_{90}^{234} .

6.3.5.11. Для ядра ${}_8^{16}O$ знайти енергію зв'язку, дефект маси та питому енергію зв'язку. Відомо, що: маса атома водню $m({}_1^1H) = 1,00783$ а.о.м.; маса нейтрона $m_n = 1,00867$ а.о.м.; маса атома кисню $m({}_8^{16}O) = 15,99492$ а.о.м.; $Z = 8$; $A = 16$.

Дано: $m({}_1^1H) = 1,00783$ а.о.м.;

$m_n = 1,00867$ а.о.м.;

$m({}_8^{16}O) = 15,99492$ а.о.м.;

$Z = 8$; $A = 16$.

Знайти: $E_{зв.}$, Δm , $\epsilon_{зв.}$.

Розв'язання: Дефект маси Δm ядра визначається за формулою:

$$\Delta m = Z \cdot m_p + (A - Z) \cdot m_n - m_{\text{я}} \quad (6.3.31)$$

Формулу (6.3.31) записати у вигляді:

$$\Delta m = Z \cdot m_1^1\text{H} + (A - Z) \cdot m_n - m_{\text{а}} \quad (6.3.32)$$

де $m_{\text{а}}$ – маса атома, дефект маси ядра якого визначається.

Після підстановки в (6.3.32) числових даних, отримано:

$$\Delta m = 8 \times 1,00783 \text{ а. о. м.} + (16 - 8) \times 1,00867 \text{ а. о. м.} - 15,99492 \text{ а. о. м.} = 0,13708 \text{ а. о. м.}$$

Енергія зв'язку ядра визначається за формулою:

$$E_{\text{зв}} = c^2 \Delta m \quad (6.3.33)$$

Якщо дефект маси Δm виражати в а. о. м., а енергію зв'язку $E_{\text{зв}}$ у МеВ, то формула (6.3.33) буде мати наступний вигляд:

$$E_{\text{зв}} = 931 \cdot \Delta m \quad (6.3.34)$$

Після підстановки в (6.3.34) числових значень, отримано:

$$E_{\text{зв}} = 931 \cdot 0,13708 = 128 \text{ (МеВ)}.$$

Для питомої енергії зв'язку $\epsilon_{\text{зв}}$ справедлива формула:

$$\epsilon_{\text{зв}} = E_{\text{зв}} / A \quad (6.3.35)$$

Виконавши обчислення, в результаті отримаємо:

$$\epsilon_{\text{зв}} = 128/16 = 8 \text{ (МеВ)}.$$

Розв'язок: $\Delta m = 0,13708 \text{ а. о. м.}; E_{\text{зв}} = 128 \text{ МеВ}; \epsilon_{\text{зв}} = 8 \text{ (МеВ)}.$

6.3.5.12. Обчислити дефект маси Δm і енергію зв'язку $E_{\text{зв}}$ ядра $^{11}_5\text{B}$.

Дано: $^{11}_5\text{B}$.

Знайти: $\Delta m, E_{\text{зв}} = ?$

Розв'язання: Дефект маси ядра обчислити у позасистемних одиницях, використовуючи формулу:

$$\Delta m = Zm_{\text{H}} + (A-Z) \cdot m_n - m_a. \quad (6.3.36)$$

Для ядра $^{11}_5\text{B}$ визначено $Z = 5$, $A = 11$. З довідкових таблиць взяти маси нейтральних атомів водню (^1_1H), бора ($^{11}_5\text{B}$) і нейтрона n ; підставити їх у вираз (6.3.36). В результаті отримано:

$$\Delta m = [5 \cdot 1,00783 + (11 - 5) \cdot 1,00867 - 11,00931] \text{ а.о.м.} = 0,08186 \text{ а.о.м.}$$

Енергію зв'язку ядра обчислити також у позасистемних одиницях (MeV), використовуючи співвідношення (6.3.33) з попереднього завдання ($E_{\text{зв}} = c^2 \Delta m$):

$$E_{\text{зв}} = 931,4 \cdot 0,08186 \text{ MeV} = 76,24 \text{ MeV.}$$

Розв'язок: $\Delta m = 0,08186 \text{ а.о.м.}$, $E_{\text{зв}} = 76,24 \text{ MeV}$.

6.3.5.13. Для найбільш поширеного в природі ізотопу вуглецю $^{12}_6\text{C}$ знайти дефект маси та питому енергію зв'язку.

Дано: $^{12}_6\text{C}$.

Знайти: Δm , $E_{\text{зв}}$, $\epsilon_{\text{зв}} = ?$

Розв'язання: За визначенням атомної одиниці маси маса нейтрального атома вуглецю, що складається з 12 нуклонів і 6 електронів, дорівнює 12,00000 а. о. м. Маса ядра дорівнює масі нейтрального атома без маси шести електронів. Маса одного електрона дорівнює $m = 0,000549$ а. о. м. Тоді:

$$m_{\text{я}} = 12,00000 \text{ а. о. м.} - 6 \cdot (0,000549 \text{ а. е. м.}) = 11,996706 \text{ а. о. м.}$$

Маса шести протонів і шести нейтронів у вільному стані:

$$\begin{aligned} 6m_p + 6m_n &= 6 \cdot (1,007276 \text{ а. о. м.}) + 6 \cdot (1,008665 \text{ а. о. м.}) = \\ &= 12,095646 \text{ а. о. м.} \end{aligned}$$

Дефект маси дорівнює:

$$\Delta m = Zm_p - Nm_n - M_{\text{я}} = 12,095646 \text{ а. о. м.} - \\ 11,996706 \text{ а. о. м.} = 0,09894 \text{ а. о. м.}$$

Оскільки атомна одиниця маси відповідає енергії 931,5 MeV, то енергія зв'язку $E_{\text{зв}}$ ядра атома вуглецю дорівнює:

$$E_{\text{зв}} = \Delta m \cdot c^2 = (0,09894 \text{ а. о. м.}) [931,5 \text{ MeV} / (1 \text{ а. о. м.})] \approx 92,16 \text{ MeV.}$$

Щоб розщепити ядро атома вуглецю на 12 окремих нуклонів, буде потрібна енергія понад(принаймні не менша) 92,16 MeV.

Питома енергія зв'язку ядра ${}^{12}_6\text{C}$ дорівнює:

$$\varepsilon_{\text{зв}} = E_{\text{зв}} / A = 7,68 \text{ MeV.}$$

Розв'язок: $\Delta m = 0,09894 \text{ а. о. м.}$ $\varepsilon_{\text{зв}} = 7,68 \text{ MeV.}$

6.3.5.14. Описати склад ядра для ізотопа вуглецю ${}^{12}_6\text{C}$.

Дано: ${}^{12}_6\text{C}$.

Знайти: $P = ?$, $N = ?$

Розв'язання: Застосовуючи правила позначення складу ядер, довести, що масове число ядра $A = 12$, тобто у складі ядра цього ізотопу перебуває 12 нуклонів. Оскільки зарядове число $Z = 6$, то із загального числа 12 нуклонів 6 є протонами.

Число нейтронів N в ядрі визначається як різниця між повним числом нуклонів і кількістю протонів:

$$N = A - Z = 12 - 6 = 6.$$

Таким чином, ядро ізотопа вуглецю ${}^{12}_6\text{C}$ містить 6 нейтронів.

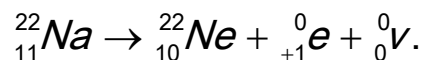
Розв'язок: $P = 12$, $N = 6$.

6.3.5.15. Записати реакцію радіоактивного розпаду, в результаті якого ядро ізотопу натрію Na_{11}^{22} перетворюється на ядро ізотопу неону Ne_{10}^{22} .

Дано: Na_{11}^{22} .

Знайти: ${}_{11}^{22}Na \rightarrow ?$

Розв'язання: Результатом такого розпаду буде утворення ядра з таким же, як у початкового ядра ($A = 22$), масовим числом. За законом збереження числа нуклонів, серед інших продуктів реакції не повинно бути часток, що містять нуклони. Відомо, що цій вимозі задовольняють реакції β -розпаду. Оскільки зарядове число ядра-продукту реакції 23 на одиницю менше зарядового числа початкового ядра 22, то для збереження повного електричного заряду серед інших продуктів реакції повинна бути частка, яка має один позитивний елементарний заряд. Під час β -розпаду такою частинкою є позитрон. Такий розпад називають позитронно- або β^+ -розпадом. Його схема має вигляд:



Розв'язок: реакція радіоактивного розпаду перетворення ядра ізотопу натрію Na_{11}^{22} на ядро ізотопу неону Ne_{10}^{22} запишеться так:



6.3.5.16. Період напіврозпаду $T_{1/2}$ короткоживучого радіоактивного ізотопу визначали за допомогою лічильника імпульсів. На початку спостереження ($t = 0$) за час $\Delta t = 1$ хв. нарахували $\Delta n_1 = 250$ імпульсів, а через проміжок часу $t = 60$ хв. було нараховано $\Delta n_2 = 92$ імпульси. Потрібно визначити період напіврозпаду $T_{1/2}$ і постійну радіоактивного розпаду λ ізотопу.

Дано: $t = 0$, $\Delta t = 1$ хв., $\Delta n_1 = 250$, $t = 60$ хв., $n_2 = 92$.

Знайти: $T_{1/2}$ і λ .

Розв'язання: Кількість імпульсів Δn , яка реєструється за час Δt лічильником, пропорційна числу атомів ΔN , що розпалися. Тому під час першого вимірювання:

$$\Delta n_1 = k\Delta N_1 = kN_1(1 - e^{-\lambda\Delta t}), \quad (6.3.37)$$

де N_1 – число радіоактивних атомів до моменту початку відліку; k – коефіцієнт пропорційності, постійний для використовуваного приладу та заданий його розташуванням щодо радіоактивного ізотопу.

Вважаючи, що розташування приладів залишилося попереднім, для повторного вимірювання отримано:

$$\Delta n_2 = k\Delta N_2 = kN_2(1 - e^{-\lambda\Delta t}), \quad (6.3.38)$$

де N_2 – число радіоактивних атомів до моменту початку другого вимірювання.

Розділити співвідношення (6.3.37) на вираз (6.3.38). Взяти до уваги, що N_1 і N_2 пов'язані між собою співвідношенням $N_2 = N_1 e^{-\lambda t}$ і що Δt однакове в обох випадках за умовою завдання. У результаті отримано:

$$\Delta n_1/\Delta n_2 = e^{\lambda t}, \quad (6.3.39)$$

де t – час, що минув від першого до другого вимірювання.

Для обчислення λ вираз (6.3.39) потрібно прологарифмувати:

$$\ln(\Delta n_1/\Delta n_2) = \lambda t$$

І тоді:

$$\lambda = (1/t) \ln(\Delta n_1/\Delta n_2).$$

Після підстановки числових значень отримана стала радіоактивного розпаду, а потім і період напіврозпаду:

$$\lambda = (1/1) \cdot \ln(250/92) = 1 \text{ год}^{-1}$$

$$t_{1/2} = \ln 2 / \lambda = 0,693 \text{ год};$$

Розв'язок: $\lambda = 1 \text{ год.}^{-1}$; $t_{1/2} = 0,693 \text{ год.}$

6.3.5.17. У результаті ряду перетворень ядро радіоактивного елемента втратило 5 α -частинок і 3 β -частинки, після чого утворилося ядро елемента ${}_{83}^{212}\text{Bi}$. Визначити тип вихідного радіоактивного елемента.

Дано: ${}_{83}^{212}\text{Bi}$.

Знайти: тип вихідного радіоактивного елемента.

Розв'язання: Зі втратою α -частинок відбувається зменшення числа Д. І. Менделєєва на $2n_{\alpha}$ одиниць, а зі втратою β -частинок відбувається збільшення цього числа на n_{β} одиниць. Тоді:

$$Z_2 = Z_1 - 2n_{\alpha} + n_{\beta},$$

звідки отримано:

$$Z_1 = Z_2 + 2n_{\alpha} - n_{\beta}.$$

Відомо з теорії, що на зміну масового числа впливає тільки втрата α -частинок, кожна з яких має масове число 4 частиц:

$$A_2 = A_1 - 4n_{\alpha},$$

звідки отримано:

$$A_1 = A_2 + 4n_{\alpha}.$$

Після підстановки числових значень, отримано:

$$Z_1 = 83 + 2 \cdot 5 - 3 = 90;$$

$$A_1 = 212 + 5 \cdot 5 = 232.$$

З періодичної таблиці хімічних елементів Д. І. Менделєєва визначити шуканий ізотоп: ${}_{90}^{232}\text{Th}$.

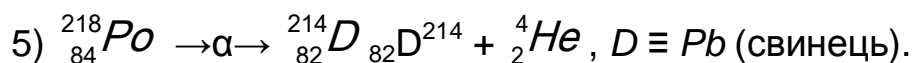
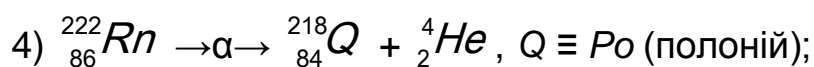
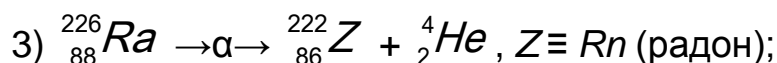
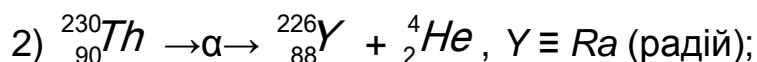
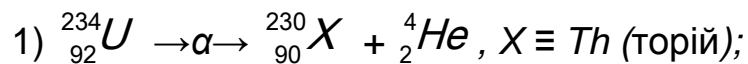
Розв'язок: початковий радіоактивний елемент ${}_{90}^{232}\text{Th}$.

6.3.5.18. Ядро якого елемента утворюється після п'яти послідовних α -перетворень ${}_{92}^{234}\text{U}$?

Дано: п'ять послідовних α -перетворень ${}_{92}^{234}\text{U}$.

Знайти: нове ядро.

Розв'язання: Відповідно до правила радіоактивного зміщення під час α -розпаду утворюється новий радіоактивний елемент, зміщений в періодичній таблиці хімічних елементів Д. І. Менделєєва на дві клітини вліво. Тому:



Розв'язок: у результаті п'яти α -розпадів утворюється ізотоп свинцю ${}_{82}^{214}\text{Pb}$.

6.3.5.19. Лічильники йонізаційного випромінювання Гейгера - Мюллера вимірюють (часто кажуть - мають) і за відсутності радіоактивного препарату невеликий "фон". Присутність такого фону зазвичай пов'язують з космічним випромінюванням або радіоактивними забрудненнями середовища.

Визначити масу радону m_{Rn} , якій відповідає фон, який дає відхилення показання лічильника за 5 с.

Дано: $t = 5$ с, $T_{1/2} = 3,82$ д, $N_{\text{фон}} = \dots = \dots^5$

Знайти: $m_{\text{Rn}} = ?$

Розв'язання: Відповідно до закону радіоактивного розпаду кількість атомів, що розпалися визначається так:

$$N = N_0 e^{-\lambda t}, \quad (6.3.40)$$

де $\lambda = \frac{\ln(2)}{T_{1/2}}$ - стала радіоактивного розпаду.

Визначити кількість атомів радону N_0 , за якими за заданий час t відбувається один акт розпаду атома. Для цього використати умову:

$$N_0 - N_0 e^{-\lambda t} = 1. \quad (6.3.41)$$

З (6.3.41) випливає:

$$N_0 = \frac{1}{1 - N_0 e^{-\lambda t}}. \quad (6.3.42)$$

Визначити масу N_0 атомів:

$$m = N_0 \cdot m_0, \quad (6.3.43)$$

де m_0 – маса атомів радона.

Після підстановки значень отримано:

$$m = \frac{222 \cdot 1,66 \cdot 10^{-27}}{1 - e^{\frac{5 \ln(2)}{3,3 \cdot 10^5}}} = 3,509 \cdot 10^{-20} \text{ г}$$

Розв'язок: $m = 3,509 \cdot 10^{-20} \text{ г}$

6.3.5.20. Вважаючи, що всі атоми ізотопу радіоактивні, потрібно знайти початкову активність A_0 радіоактивного магнію ^{27}Mg масою $m = 0,2$ мкг і активність A через проміжок часу $t = 60$ хв

Дано: $m = 0,2$ мкг, $t = 60$ хв.

Знайти: $A_0 = ?$, $A = ?$

Розв'язання: Початкову активність ізотопу можна визначити з виразу:

$$A_0 = \lambda N_0, \quad (6.3.44)$$

де λ – стала радіоактивного розпаду, N_0 – число атомів ізотопу в початковий момент часу.

З урахуванням того, що $\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}}$ і $N_0 = \frac{m}{M} N_A$, вираз (6.3.44) буде мати

вигляд:

$$A_0 = \frac{m \cdot N_A}{M \cdot T_{1/2}} \cdot \ln 2. \quad (6.3.45)$$

Після підстановки величин в (6.3.45), отримано:

$$A_0 = 5,15 \cdot 10^{12} \text{ Бк} = 5,15 \text{ ТБк}.$$

Зміна активності ізотопу з часом описується законом:

$$A = A_0 e^{-\lambda t}. \quad (6.3.46)$$

Після підстановок (6.3.46) прийме вигляд:

$$A = A_0 e^{-\ln t / T_{1/2}} = A_0 / 2^{t/T_{1/2}} = 8,05 \cdot 10^{10} \text{ Бк}$$

Розв'язок: $A_0 = 5,15 \text{ ТБк}$, $A = 80,5 \text{ ЦДк}$

6.3.5.21. Визначити типи ізотопів, які утворюються в послідовності $\alpha \rightarrow \alpha \rightarrow \beta \rightarrow \alpha$ радіоактивних розпадів ядра радону ^{222}Rn ?

Дано: ^{222}Rn .

Знайти: тип ізотопів.

Розв'язання: Оскільки α -частка містить два протони та два нейтрони, то в результаті радіоактивного розпаду ядра його зарядове і масове числа зменшуються, відповідно, на дві та чотири одиниці. Утворюється новий елемент, який в періодичній системі знаходиться на дві позиції лівіше вихідного елемента. Радон має зарядове число 86. Отже, в результаті радіоактивного розпаду утворюється $^{218}_{84}\text{Po}$.

Аналогічним чином, наступний α -розпад призведе до утворення $^{214}_{82}\text{Pb}$.

У результаті β -розпаду свинцю один з нейтронів ядра перетворюється на протон. Загальна кількість нуклонів в ядрі не змінюється, а зарядове число збільшується на одиницю. У результаті β -розпаду утворюється новий елемент, який в періодичній системі хімічних елементів Д. І. Менделєєва знаходиться на одну позицію правіше свинцю. Цей елемент – ізоотоп вісмуту ${}_{83}^{214}\text{Bi}$. Подальший α -розпад цього ізотопу призведе знову до зміщення на дві позиції вліво в періодичній системі елементів і згідно з цим – до утворення ізотопу талію ${}_{81}^{210}\text{Tl}$.

Розв'язок: ${}_{84}^{218}\text{Po}$, ${}_{82}^{214}\text{Pb}$, ${}_{83}^{214}\text{Bi}$, ${}_{81}^{210}\text{Tl}$.

6.3.5.22. 1 кг радіоактивного полонію ${}^{210}\text{Po}$ помістили у вакуумну камеру з високим вакуумом і об'ємом $V = 1$ л. У результаті α -розпаду ${}^{210}\text{Po}$ в камері утворюється газоподібний гелій. Знайти тиск цього газу через годину, вважаючи температуру стінок камери дорівненій 300 К.

Дано: $V = 1$ л, $T = 300$ К.

Знайти: $P = ?$

Розв'язання: Необхідно скористатися рівнянням стану ідеального газу Клапейрона – Менделєєва:

$$PV = \nu RT, \quad (6.3.47)$$

де ν – число молей утвореного гелію.

Оскільки, як відомо, у кожному акті α -розпаду ядра атома полонію утворюється одна молекула гелію, число молей утвореного гелію, відповідно, дорівнює кількості молей полонію, що розпався. З числом атомів, що розпалися ΔN , кількість молей полонію, що розпався, пов'язано відомим співвідношенням:

$$\nu = \frac{\Delta N}{N_A}, \quad (6.3.48)$$

де N_A – число Авогадро.

Використовуючи відому формулу $N = N_0 e^{-\lambda t}$ (де N – число атомів, що не розпалися до моменту часу t , N_0 – початкове число радіоактивних

атомів, λ – стала радіоактивного розпаду, що має сенс імовірності розпаду ядра в одиницю часу), отримано:

$$\Delta N = N_0 - N = N_0 \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right) = N_0 \left(1 - e^{-\frac{t \ln 2}{T_{1/2}}} \right). \quad (6.3.49)$$

Оскільки період напіврозпаду $T_{1/2}$ полонію ^{210}Po значно перевищує час експерименту (як відомо, він дорівнює 138 діб), то виконується умова $t \ll T_{1/2}$. Тоді, використовуючи наближену формулу $e^{-x} \approx (1-x)$ з $x \rightarrow 0$, з виразу для ΔN (6.3.49) отримано:

$$\Delta N \approx N_0 \frac{t}{T_{1/2}} \ln 2. \quad (6.3.50)$$

Кількість радіоактивних атомів полонію N_0 обчислити за відомою формулою:

$$N_0 = \frac{m}{M} N_A, \quad (6.3.51)$$

де M – молярна маса полонію (вона чисельно дорівнює масовому числу, тобто $M = 210$ кг/кмоль).

У результаті шуканий тиск можна визначити за формулою:

$$P = \frac{\nu \cdot R \cdot T}{V} = \frac{R \cdot T \cdot \Delta N}{V \cdot N_A} = \frac{R \cdot T \cdot N_0 \cdot t \cdot \ln 2}{N_A \cdot V \cdot T_{1/2}} = \frac{m \cdot R \cdot T \cdot t \cdot \ln 2}{M \cdot V \cdot T_{1/2}}.$$

Підставити в цей вираз значення величин і в результаті отримати:

$$P = 2,5 \text{ кПа.}$$

Розв'язок: $P = 2,5$ кПа.

6.3.5.23. У центрі свинцевого контейнера знаходиться точкове радіоактивне джерело ^{60}Co . Товщина стінок контейнера $x = 1$ см, зовнішній радіус $R = 20$ см. Допустима щільність потоку γ -квантів на виході з кон-

тейнера дорівнює $8 \cdot 10^6 \text{ с}^{-1} \text{ м}^{-2}$. Знайти максимальну активність джерела, який можна зберігати в такому контейнері.

Дано: $x = 1 \text{ см}$, $R = 20 \text{ см}$, $j = 8 \cdot 10^6 \text{ с}^{-1} \text{ м}^{-2}$.

Знайти: $A_{\text{max}} = ?$

Розв'язання: Як відомо з теорії, під час кожного акта розпаду ядра ^{60}Co випромінюється два γ -кванта, середня енергія яких $\langle E_\gamma \rangle = 1,25 \text{ МеВ}$. Повний потік випромінювання пов'язаний з активністю таким чином: $\Phi = 2A$.

На відстані R від точкового джерела випромінювання без захисного шару щільність потоку j_0 виражається таким чином:

$$j_0 = \frac{\Phi}{S} = \frac{\Phi}{4\pi R^2}. \quad (6.3.52)$$

Ця величина пов'язана з допустимою густиною потоку поза контейнером. Її можна описати за відомою з теорії формулою:

$$j = j_0 e^{-\mu x}. \quad (6.3.53)$$

Тоді величина максимальної активності джерела дорівнюватиме:

$$A_{\text{max}} = \frac{\Phi}{2} = \frac{4\pi \cdot R^2 \cdot j_0}{2} = 2\pi \cdot R^2 \cdot j \cdot e^{\mu x}. \quad (6.3.54)$$

За використанням довідкового графіка залежності лінійного коефіцієнта ослаблення від енергії γ -фотонів, наведеного на рис. 6.3.16, визначити, що лінійний коефіцієнт ослаблення μ для γ -квантів з енергією 1,25 МеВ дорівнює $\mu = 0,64 \text{ см}^{-1}$.

Підставити числові значення в (6.3.54). У результаті одержано: $A_{\text{max}} = 3,8 \text{ МБк}$.

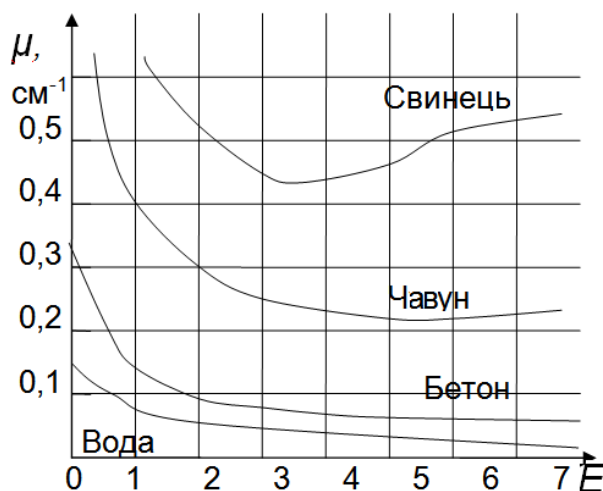


Рис. 6.3.16. Залежність лінійного коефіцієнта ослаблення від енергії γ -фотонів

Розв'язок: $A_{max} = 3,8$ МБк.

6.3.5.24. Шар води має лінійний коефіцієнт ослаблення $\mu = 0,047 \text{ см}^{-1}$. Розрахувати товщину шару половинного ослаблення $x_{1/2}$ паралельного пучка γ -випромінювання для цього шару води.

Дано: $\mu = 0,047 \text{ см}^{-1}$.

Знайти: $x_{1/2} = ?$

Розв'язання: Поглинання γ -випромінювання під час проходження його через шар речовини обумовлене фотоефектом, ефектом Комптона й утворенням пар електрон – протон. Під дією цих факторів інтенсивність I γ -випромінювання змінюється за законом:

$$I = I_0 e^{-\mu x}. \quad (6.3.55)$$

Після проходження поглинального шару, дорівненого товщині шару половинного поглинання, пучок γ -випромінювання матиме інтенсивність $I = I_0/2$. Після підстановки значень у формулу (6.3.55) і логарифмування отримано шукану величину товщини шару половинного ослаблення:

$$x_{1/2} = \ln 2 / \mu. \quad (6.3.56)$$

Підставити в (6.3.56) значення μ й отримати: $x_{1/2} = 14,7$ с

Розв'язок: $x_{1/2} = 14,7$ с

6.3.5.25. Визначити величину енергії в кіловат-годинах, яку можна отримати від ділення 1 г урану ${}_{92}\text{U}^{235}$, якщо з кожним діленням виділяється енергія 200 МеВ.

Дано: $W_0 = 200$ ~~с~~ $= 200 \cdot 10^6 \cdot 1,66 \cdot 10^{-19} = 3,3210$ ~~с~~ $m = 1$ г $= 10^{-3}$ кг.

Знайти: $W = ?$

Розв'язання: Визначити число атомів N в одному грамі урану ${}_{92}\text{U}^{235}$.

$$N = \frac{m}{m_0}, \quad (6.3.57)$$

де m_0 – маса одного атома урану ${}_{92}\text{U}^{235}$, $m_0 = 235 \cdot 1,66 \cdot 10^{-27} \approx 3,9 \cdot 10^{-25}$ кг

Звідси отримано:

$$N = \frac{10^{-3}}{3,9 \cdot 10^{-25}} \approx 2,564 \cdot 10^{21}.$$

У результаті розподілу N ядер урану ${}_{92}\text{U}^{235}$ виділиться така кількість енергії:

$$W = N \cdot W_0 = 2,564 \cdot 10^{21} \cdot 3,32 \cdot 10^{24} = 8,513 \cdot 10^{10} \text{ Дж}$$

Або після переведення в кіловат-години:

$$W = 8,513 \cdot 10^{10} \cdot \frac{10^{-3}}{3600} \approx 2,36 \cdot 10^4 \text{ кВт-год}$$

Розв'язок: у результаті поділу виділиться енергія, дорівнена $W = 2,36 \cdot 10^4$ кВт-год.

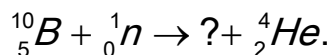
6.3.5.26. У результаті бомбардування нейтронами ядер ізоотопу

бору ${}^{10}_5B$ спостерігається випромінювання (випускання) α -частинок. Визначити тип отриманого залишкового ядра та розрахувати енергію реакції.

Дано: ${}^{10}_5B$.

Знайти: $Q = ?$

Розв'язання: Рівняння реакції для ізотопу можна записати у вигляді:



Для цієї реакції має місце:

баланс протонів $5 + 0 = Z + 2$;

баланс нейтронів $5 + 1 = N + 2$.

Звідси: $Z = 3$ і $N = 4$. Тому залишкове ядро – 7_3Li .

Виконати розрахунок енергії реакції. Для цього порівняти суми мас ядра мішені та нейтрона з сумою мас утворених ядер (в а.о.м). За довідковими таблицями, отримано:

$$M({}^{10}B) + m({}^1n) = 10,01294 + 1,00867 = 11,02161,$$

$$M({}^7Li) + M({}^4He) = 7,01601 + 4,00260 = 11,01861.$$

Визначити різницю мас $\Delta m = 0,003$ а.о.м., що в перерахунку відповідає енергії, яка вивільняється: $Q = 0,003 \cdot 931,5 \text{ MeV} = 2,7945 \text{ MeV}$.

Розв'язок: тип отриманого залишкового ядра – 7_3Li , вивільнена енергія $Q = 2,7945 \text{ MeV}$.

6.3.5.27. Радіоактивному ядру в прискорювачі надали швидкість $v = 0,4c$, де c – швидкість світла у вакуумі. Ядро випромінило β -частинку зі швидкістю $0,75 \cdot c$ відносно прискорювача в напрямі свого руху в момент вильоту з прискорювача.

Знайти швидкість β -частинки відносно ядра. Відповідь надати в мегаметрах в секунду.

Дано: $v = 0,4c$, $c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$, $v_x = 0,75c$.

Знайти: $v_{x'}$ = ?

Розв'язання: Необхідно застосувати релятивістський закон складання швидкостей:

$$v_x = \frac{v_{x'} + v}{1 + \frac{v_{x'} \cdot v}{c^2}}, \quad (6.3.58)$$

де v_x – швидкість β -частинки в системі відліку, пов'язаній з прискорювачем; $v_{x'}$ – швидкість частинки в системі відліку, пов'язаній з ядром; v – швидкість інерціальної системи, пов'язаної з ядром, щодо системи відліку, пов'язаної з прискорювачем.

Тоді швидкість частинки відносно ядра:

$$v_{x'} = \frac{v_x - v}{1 - \frac{v_x \cdot v}{c^2}} = \frac{0,75 - 0,4}{1 - \frac{0,75 \cdot 0,4}{c^2}} = 1,5 \cdot 10^8 \text{ м/с.}$$

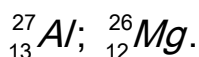
Розв'язок: $v_{x'} = 1,5 \cdot 10^8 \text{ м/с.}$

6.3.5.28. Визначити яка частка виділяється в реакції, якщо під час опромінення ядер алюмінію-27 жорсткими γ -квантами утворюються ядра магнію-26. Записати рівняння цієї ядерної реакції.

Дано: ${}_{13}^{27}\text{Al}$.

Знайти: тип частинки, рівняння ядерної реакції.

Розв'язання: За періодичною системою хімічних елементів Д. І. Менделєєва:



Тоді шукана реакція:



За законом збереження заряду:

$$13 + 0 = 12 + Z; X = 1 \Rightarrow {}_1^1H. \quad (6.3.60)$$

За законом збереження масового числа:

$$27 + 0 = 26; A = 1 \Rightarrow {}_1^1H. \quad (6.3.61)$$

Тому шукана реакція:



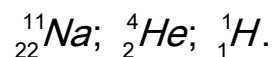
Розв'язок: під час реакції виділяється частинка ${}_1^1H$. Рівняння реакції: ${}_{13}^{27}Al + {}_0^0\gamma \rightarrow {}_{12}^{26}Mg + {}_1^1H$.

6.3.5.29. У результаті опромінення протонами ядер деякого хімічного елемента утворюються ядра натрію-22 і α -частинки (одна в кожному акті перетворення). Визначити, які ядра опромінювались і записати рівняння ядерної реакції.

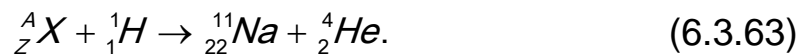
Дано: ${}_{22}^{11}Na$; ${}_2^4He$; ${}_1^1H$.

Знайти: рівняння ядерної реакції.

Розв'язання: За періодичною системою хімічних елементів Д. І. Менделєєва:



Тоді рівняння:

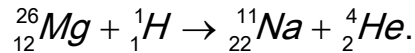


Відповідно до закону збереження заряду:

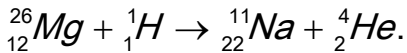
$$\begin{aligned} Z + 1 &= 11 + 2; \\ Z &= 12 \rightarrow {}_{12}Mg \end{aligned}$$

Відповідно до закону збереження масового числа:

$$A + 1 = 22 + 4; A = 25 \Rightarrow {}^{26}_{12}\text{Mg}.$$



Розв'язок: опромінювалося ядро ${}^{26}_{12}\text{Mg}$. Рівняння ядерної реакції:

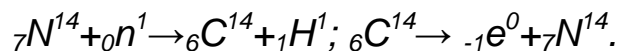


6.3.5.30. У результаті бомбардування нейтронами ізотопу азоту ${}^7_{14}\text{N}$ створюється β -радіоактивний ізотоп вуглецю ${}^6_{14}\text{C}$. Записати рівняння цих двох реакцій.

Дано: ${}^7_{14}\text{N}$.

Знайти: рівняння ядерних реакцій.

Розв'язання:



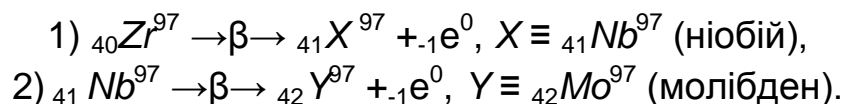
Розв'язок: рівняння реакцій ${}^7_{14}\text{N} + {}^1_0\text{n} \rightarrow {}^6_{14}\text{C} + {}^1_1\text{H}; {}^6_{14}\text{C} \rightarrow {}^{-1}_0\text{e} + {}^7_{14}\text{N}$.

6.3.5.31. Ізотоп ${}^{97}_{42}\text{Mo}$ є стабільним продуктом розпаду ізотопу ${}^{97}_{40}\text{Zr}$. Визначити, в результаті яких радіоактивних перетворень ${}^{97}_{40}\text{Zr}$ він утворюється.

Дано: ${}^{97}_{42}\text{Mo}$, ${}^{97}_{40}\text{Zr}$.

Знайти: рівняння реакції.

Розв'язання: Спершу треба записати реакції. Елемент ${}^{97}_{42}\text{Mo}$ створюється в результаті двох послідовних реакцій β -розпаду:



Розв'язок: у результаті двох реакцій β -розпаду з атома цирконію утворюється атом молібдену.

6.3.5.32. Визначити величину енергії, яка відповідає 1 а.о.м.

Дано: 1 а.о.м.

Знайти: $Q = ?$

Розв'язання: Оскільки $m = 1$ а.о.м. = $1,66 \cdot 10^{-27}$ кг, то:

$$Q = 1,66 \cdot 10^{-27} (3 \cdot 10^8)^2 = 14,94 \cdot 10^{-11} \text{ Дж} \approx 931 \text{ (МэВ)}.$$

Розв'язок: 1 а.о.м. відповідає енергії $Q = 14,94 \cdot 10^{-11}$ Дж.

6.3.5.33. У результаті термоядерної реакції під час злиття двох ядер дейтерію утворюється нейтрон і невідоме ядро. Записати рівняння цієї термоядерної реакції і визначити її енергетичний вихід.

Дано: ${}^2_1\text{H} + {}^2_1\text{H} \rightarrow$.

Знайти: рівняння реакції, $Q = ?$

Розв'язання: Необхідно записати рівняння реакції:



Згідно з законом збереження електричного заряду:

$$1 + 1 = 0 + Z; \quad Z = 2 \Rightarrow {}^A_2\text{He}, \quad (6.3.65)$$

Згідно з законом збереження масового числа:

$$2 + 2 = 1 + A; \quad A = 3 \Rightarrow {}^A_2\text{He}, \quad (6.3.66)$$

$$2 + 2 = 1 + A; \quad A = 3 \Rightarrow {}^A_2\text{He}, \quad {}^2_1\text{H} + {}^2_1\text{H} \rightarrow {}^1_0\text{n} + {}^A_2\text{He},$$

$$\begin{array}{r} m({}^2_1\text{H}) = 2,01410 \text{ а.о.м.} \\ + \\ m({}^2_1\text{H}) = 2,01410 \text{ а.о.м.} \\ \hline m_1 = 4,02820 \text{ а.о.м.} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} m({}^1_0\text{n}) = 1,00866 \text{ а.о.м.} \\ + \\ m({}^3_2\text{He}) = 3,01620 \text{ а.о.м.} \\ \hline m_2 = 4,02486 \text{ а.о.м.} \end{array}$$

Оскільки $m_1 > m_2$, то, відповідно до теорії, енергія, яка виділяється, буде дорівнювати: $\Delta m = -0,00344$ а.о.м.

Тоді енергетичний вихід складе:

$$Q = -931(\text{МэВ/ а.о.м.}) \cdot 0,00344 \text{ а.о.м.} = -3,3 \text{ (МеВ)}.$$

Розв'язок: енергетичний вихід $Q = -3,3$ МеВ.

6.3.6. Завдання для самостійного розв'язання

6.3.6.1. Знайти період напіврозпаду невідомого радіоактивного ізотопу, якщо його активність за 10 діб зменшилася на 24 % порівняно з початковою.

6.3.6.2. Визначити, яка частка радіоактивного ізотопу ${}^{225}_{89}\text{Ac}$ розпадається протягом 6 діб.

6.3.6.3. Визначити число атомів радіоактивного препарату йоду ${}^{131}_{53}\text{I}$ масою $m = 0,5$ мкг, що розпалися протягом хвилини.

6.3.6.4. Визначити активність радіоактивного препарату ${}^{90}_{38}\text{Sr}$ масою $m = 1$ мкг.

6.3.6.5. Знайти середню тривалість життя атомів радіоактивного ізотопу кобальту ${}^{60}_{27}\text{Co}$.

6.3.6.6. Визначити масу ізотопу ${}^{131}_{53}\text{I}$ з активністю у 37 ГВк.

6.3.6.7. З кожного мільйона атомів деякого радіоактивного ізотопу кожену секунду розпадається 200 атомів. Визначити період напіврозпаду цього ізотопу.

6.3.6.8. Лічильник α -частинок, встановлений поблизу радіоактивного ізотопу під час першого вимірювання за одну хвилину зареєстрував 1406 частинки, а через 4 години тільки 400 частинок за хвилину. Визначити період напіврозпаду цього ізотопу.

6.3.6.9. Яка ймовірність того, що атом в ізотопі радіоактивного йоду ${}^{131}_{53}\text{I}$ розпадеться протягом найближчої секунди?

6.3.6.10. Яка частина початкової кількості радіоактивного ізотопу розпадається за час, що дорівнює середній тривалості життя атомів цього ізотопу?

6.3.6.11. Знайти масу урану ${}^{238}\text{U}$, що має таку ж активність, як стронцій ${}^{90}\text{Sr}$ масою 1 мг.

6.3.6.12. На скільки відсотків знизиться активність ізотопу іридію ${}^{192}\text{Ir}$ за 30 діб?

6.3.6.13. За добу активність ізотопу зменшилася від 118 ГБк до 7,4 ГБк. Визначити період напіврозпаду цього ізотопу.

6.3.6.14. Активність препарату зменшилася в 250 разів. Скільком періодам напіврозпаду дорівнює минулий проміжок часу?

6.3.6.15. Яка кількість радіоактивного препарату ізотопу радію ${}^{226}_{88}\text{Ra}$ має активність 1 кюрі?

6.3.6.16. Щоб визначити вік стародавньої тканини, знайденої в одній з єгипетських пірамід, була визначена концентрація в ній атомів радіовуглецю ${}^{14}\text{C}$. Вона відповідає 9,2 розпадів за хвилину на один грам вуглецю ${}^{14}\text{C}$. Концентрація в живих рослинах відповідає 14,0 розпадам за хвилину на один грам вуглецю. Оцінити вік тканини.

6.3.6.17. Визначити початкову активність радіоактивного препарату магнію ${}^{27}\text{Mg}$ масою $m = 0,2$ мкг, а також його активність через 6 годин.

6.3.6.18. Є пучок нейтронів з кінетичною енергією 0,025 еВ. Яка частка нейтронів розпадається на довжині пучка 2 м?

6.3.6.19. У кров людини ввели невелику кількість розчину, що містить ізотоп ${}^{24}\text{Na}$ активністю $A = 2,1 \cdot 10^3$ Бк. Активність 1 см³ крові, взятої через 5 годин – 0,28 Бк. Знайти об'єм крові людини.

6.3.6.20. Визначити масу свинцю, який утворюється з 1 кг ${}^{238}\text{U}$ за період, що дорівнює віку Землі ($2,5 \cdot 10^9$ років).

6.3.6.21. За який проміжок часу з 10^7 атомів ${}^{90}\text{Sr}$ розпадається один атом?

6.3.6.22. Знайти ймовірність розпаду радіоактивного ядра за час $t = \frac{1}{\lambda}$, де λ – його стала розпаду.

6.3.6.23. Обчислити сталу розпаду радіоактивного нукліда, активність якого зменшується в 1,07 рази за 100 діб.

6.3.6.24. Визначити вік стародавніх дерев'яних предметів, у яких питома активність радіовуглецю ${}^{14}\text{C}$ удвічі менша питомої активності цього ж нукліда у щойно зрубаних деревах.

6.3.6.25. Препарат містить 1,4 мкг радіоактивного ізотопу ${}^{24}\text{Na}$. Яку активність матиме препарат через добу?

6.3.6.26. – 6.3.6.30. Визначити товщину захисного шару, що дозволяє знизити інтенсивність вузького пучка γ -випромінювання до допустимого рівня інтенсивності радіоактивного випромінювання $I = 1$ мкДж·с⁻¹ м⁻².

Інтенсивність неослабленого пучка I_0 , енергія γ -квантів і речовини захисту наведені в табл. 6.3.2.

Таблиця 6.3.2.

Вихідні дані для вирішення завдань 6.3.6.26. – 6.3.6.30

Номер завдання	Інтенсивність I_0 , мкДж с ⁻¹ ·м ⁻²	Енергія γ -квантів, МеВ	Речовина захисту
6.3.6.26.	1000	7,0	Свинець
6.3.6.27.	100	6,0	Чавун
6.3.6.28.	50	6,0	Бетон
6.3.6.29.	10	7,0	Вода
6.3.6.30.	10000	1,4	Свинець

6.3.6.31. За який час розпадається 1/4 початкової кількості ядер радіоактивного ізотопу, якщо період його напіврозпаду $T_{1/2} = 24$ години?

6.3.6.32. Період напіврозпаду радіоактивного нукліда $T_{1/2} = 1$ год. Визначити середню тривалість життя цього нукліда.

6.3.6.33. Потужність експозиційної дози, створювана віддаленим джерелом гамма-випромінювання з енергією фотонів 2 МеВ, дорівнює 0,86 мкА / кг. Визначити товщину свинцевого екрану, що знижує потужність експозиційної дози до рівня гранично допустимої (0,86 нА/кг).

6.3.6.34. Потужність експозиційної дози γ -випромінювання на відстані 40 см від точкового джерела дорівнює 4,3 мкА / кг. Визначити час, протягом якого можна перебувати на відстані 6 м від джерела, якщо гранично допустиму експозиційну дозу прийняти за 5,16 мкКл/кг.

6.3.6.35. Людина отримала 0,08 Дж/кг γ -випромінювання. Інша, випивши радіоактивну речовину, отримала дозу 700 мрад α -частинок. Хто з них отримає більше біологічних пошкоджень?

6.3.6.36. У процесі проведення альфа-терапії пацієнту ввели радіоактивний препарат з енергією випромінювання 1 МеВ і активністю 0,2 мкКі. Препарат був вибірково поглинений органом, маса якого становить 1 кг. Яку дозу випромінювання отримує цей орган за 1 місяць?

6.3.6.37. Потужність поглиненої дози для людини масою $m = 70$ кг склала 0,6 рад/с протягом $t = 6$ год. Розрахувати величину поглиненої енергії.

6.3.6.38. Яка маса тіла людини, що знаходиться в зоні дії α -випромінювання, якщо ним поглинається 10^{13} α -частинок з енергією

близько $E = 5 \text{ MeV}$, якщо поглинена доза $D = 8 \text{ Р}$. Коефіцієнт якості k для α -частинок дорівнює 20.

6.3.6.39. Визначити рівень радіаційного фону в залі управління АЕС, якщо поглинена доза, отримана операторами станції протягом року, склала 0,4 Р.

6.3.6.40. Яка потужність експозиційної дози γ -випромінювання на відстані 1 м від джерела випромінювання, якщо оператор АЕС знаходиться 4 год/добу на відстані 10 м від джерела, отримуючи щодня еквівалентну дозу опромінення 0,4 бер?

6.3.6.41. Яка потужність експозиційної дози $\frac{X}{t}$ на відстані $r_1 = 50 \text{ см}$ від джерела, якщо на відстані $r_2 = 8 \text{ м}$ від джерела можна перебувати без захисту за допустимою потужністю 0,017 мР/год?

6.3.6.42. Оцінити щільність ядерної речовини та концентрацію нуклонів в ядрі атома ${}^{40}_{20}\text{Ca}$.

6.3.6.43. Оцінити об'ємну щільність електричного заряду в ядрі атома ${}^{103}_{47}\text{Ag}$.

6.3.6.44. Обчислити за допомогою формули Вейцзеккера питому енергію зв'язку в ядрі атома ${}^{127}_{50}\text{Sn}$.

6.3.6.45. Період напіврозпаду ядра радіоактивного ізотопу натрію $T = 2,6$ року. Виготовлений препарат містить $m = 2,2$ мг цього ізотопу. Визначити число позитронів за одну секунду n , яке буде випускати цей препарат через час $t = 5,2$ роки його використання [$n = 1,28 \cdot 10^{13} \text{ с}^{-1}$].

Контрольні запитання

1. З яких частинок складається атомне ядро?
2. Що таке дефект маси?
3. З чого складається енергія зв'язку атомних ядер?
4. Які існують ядерні сили; які їх основні властивості?
5. Які існують моделі ядра?
6. Сформулюйте закон радіоактивного розпаду.
7. Яка фізична природа альфа-випромінювання, характер проходження його крізь речовину?
8. Яка фізична природа бета-випромінювання, характер проходження його крізь речовину?

9. Яка фізична природа гамма-випромінювання, характер проходження його крізь речовину?
10. Назвіть методи реєстрації радіоактивних випромінювань.
11. Поясніть основні типи радіоактивних перетворень.
12. Запишіть закон поглинання радіоактивних випромінювань в речовині.
13. Чому реакції синтезу легких ядер здійснюються лише за дуже високих температур?
14. У чому полягають проблеми проведення керованої термоядерної реакції?
15. Які елементарні частинки ви знаєте, опишіть їх властивості.
16. Назвіть види взаємодій та надайте їх стислу характеристику.
17. Що таке Великий адронний колайдер, які фізичні завдання вирішуються з його допомогою?

6.4. Елементи фізики твердого тіла

6.4.1. Енергетичні зони в кристалах

До кінця XIX ст. у фізиці накопичилися експериментальні дані (закони електролізу М. Фарадея, поведінка катодних променів (потіку електронів) в електричних і магнітних полях, фотоефект, радіоактивність та ін.), які свідчили про наявність елементарної порції електричного заряду. У 1897 р. англійський фізик Дж. Томсон експериментально виміряв питомий заряд e/m такої частинки. Голландський фізик Г. Лоренц на основі уявлень про її існування побудував фізичну теорію, яка була названа **класичною електронною теорією**. У цій теорії всі речовини поділялися на два класи за своїми електричними властивостями: провідники (метали) і непровідники (діелектрики).

Для металів передбачалося, що електрони відриваються від атомів і існують в речовині у вигляді вільного газу – електронного. Такі «вільні» електрони не взаємодіють між собою та переміщаються між вузлами кристалічної решітки в полі позитивно заряджених іонів. Цей рух хаотичний, але якщо до зразка прикласти зовнішнє електричне поле, то виникне спрямований рух електронів – електричний струм.

У діелектриках електрони сильно зв'язані з атомами і тому не можуть брати участь в електропровідності. Використовуючи класичну електронну теорію вдалося теоретично вивести закон Ома, тобто зв'язати щільність струму провідності з напруженістю електричного поля в провіднику. Однак виявилось, що температурна залежність отриманого виразу не відповідає експерименту. За допомогою цієї теорії не вдається також пояснити, чому електронний газ не додає внеску в загальну тепломісткість металів за кімнатних температур. Не пояснює класична теорія й існування великої групи речовин, названих напівпровідниками. Були труднощі в поясненні й інших фізичних явищ і властивостей.

Усе це вимагало створення нової теорії твердого тіла. Така теорія виникла в 1927 – 1928 роках на підставі створеної в той час квантової механіки, в якій елементарній частинці приписувалися не тільки корпускулярні, але й хвильові властивості. Нова теорія твердих тіл отримала назву квантової електронної теорії твердого тіла, або **зонної теорії твердого тіла**. Остання назва пов'язана з новим фізичним підходом,

який дана теорія ввела в опис властивостей валентних електронів атомів твердих тіл. Зонна теорія твердого тіла є теорією валентних електронів кристалічної решітки. Якщо класична теорія розглядає кристал у вигляді однорідної порожнини, в якій рухається електронний газ, то зонна теорія враховує наявність періодичної кристалічної решітки.

Утворення енергетичних зон. У 1911 році на підставі численних дослідів з розсіювання α -частинок (ядер атомів гелію) на тонких металевих фольгах англійський фізик Е. Резерфорд висунув гіпотезу: майже вся маса атома зосереджена в його ядрі, яке має позитивний електричний заряд і навколо якого на орбітах обертаються електрони. За аналогією до будови Сонячної системи така модель атома отримала назву планетарної. І хоча вона відповідала експерименту, з позиції класичної електродинаміки планетарна модель атома була неспроможною, тому що електрон, який прискорено рухається (у круговому русі електрон має доцентрове прискорення), повинен безперервно випромінювати електромагнітні хвилі та на протязі майже 10^{-10} с втратити всю свою енергію і впасти на ядро. Це суперечить тому, що атоми існують як завгодно довго. Вихід з цієї суперечності запропонував датський фізик Н. Бор, який в 1913 році висуває абсолютно новаторські на той стан науки постулати, які полягають у наступному: 1) в атомі є стійкі, стаціонарні орбіти, рухаючись якими, електрон не випромінює електромагнітні хвилі; 2) тільки з переходом з однієї орбіти на іншу електрон може випромінювати або поглинати енергію. За допомогою цих постулатів (несумісних з положеннями класичної фізики) можна пояснити планетарну модель атома. Щоб зрозуміти постулати Н. Бора, необхідно було побудувати нову, більш загальну фізичну теорію – квантову механіку, в основу якої закладено експериментально спостережуваний дуалізм елементарних частинок, тобто наявність в них як корпускулярних, так і хвильових властивостей. З цієї теорії природно випливає існування в атомах дискретних енергетичних станів. У квантовій механіці на заміну такого поняття, як «орбіта», приходять нове поняття – енергетичні стани електронів в атомах. На зміну планетарної схеми побудови атома приходять уявлення про потенціальні ями з дискретними енергетичними станами в них. Зазвичай потенціальною ямою називають обмежену область простору, в якій енергія частинки менша, ніж поза нею. Для електрона такою ямою є область навколо ядра атома, де проявляється кулонівська взаємодія позитивно

зарядженого ядра та негативно заряджених електронів. Існування дискретних енергетичних станів у електрона в потенційній ямі атома теоретично можна довести, на підставі розв'язання основного рівняння квантової механіки (рівняння Шредінгера). Для наочності слід використовувати плоске зображення потенційної ями, хоча вона реально є об'ємною, тому графічно її можна подати так (рис. 6.4.1).

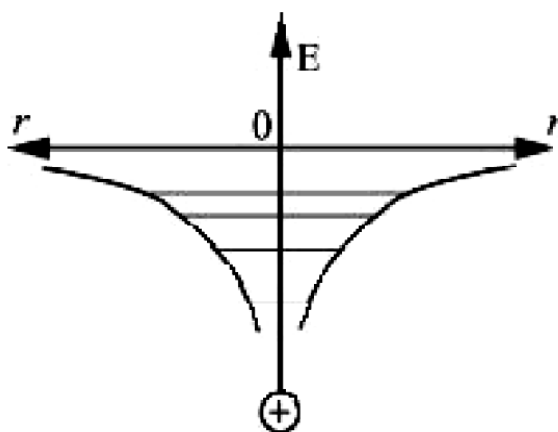


Рис. 6.4.1. Дискретні енергетичні рівні одиничного електрона в полі позитивного зарядженого ядра

Розрахунки показують, що в атомі водню (містить лише один електрон) енергія електрона залежить від деякого цілого позитивного числа:

$$E \sim - 1/n^2. \quad (6.4.1.)$$

Число n називається головним квантовим числом і визначає енергію атома. Знак $(-)$ обумовлений тим, що взаємодіють різнойменно заряджені елементарні частинки: позитивне $(+)$ ядро та негативний $(-)$ електрон. Число n може приймати будь-які (крім нуля) позитивні цілі значення. Отже, в атомі є безкінечне число енергетичних станів ($n = 1, 2, 3, \dots$), які асимптотично збігаються до області $E = 0$. Якщо $E > 0$, електрон залишає потенційну яму атома та стає вільним. Щоб електрон покинув атом, йому треба надати енергію не меншу (за модулем), ніж енергія основного стану ($n = 1$).

Якщо розглянути взаємодію двох атомів (наприклад, в молекулі водню), необхідно розглянути потенційні ями цих двох атомів, що знаходяться на близькій відстані. Причому щоб здійснювався перехід елек-

тронів з однієї потенційної ями до іншої (обмінна взаємодія) необхідно знизити висоту бар'єрної стінки з боку сусіднього атома так, як це показано на рис. 6.4.2.

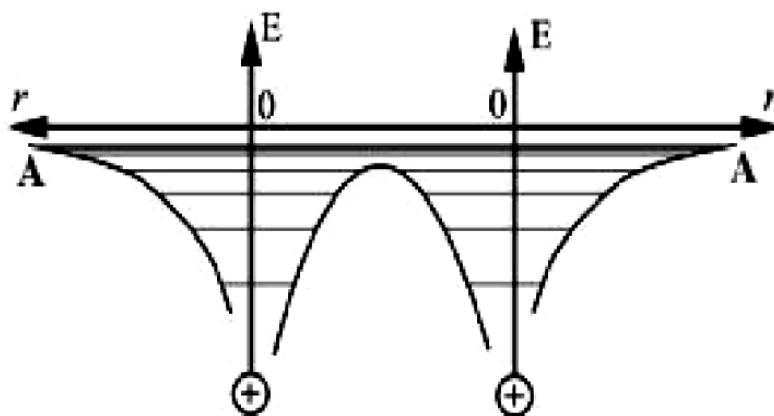


Рис. 6.4.2. Енергетичні рівні електронів в молекулі водню

Оскільки всі енергетичні рівні, вищі за рівень AA, проходять крізь обидві потенціальні ями, то електрони, що розташовані на цих рівнях, можуть переходити з однієї потенційної ями до іншої (є суспільними) і здійснюють взаємодію атомів. Рівень AA (а також рівні, що розташовані вище) зображені на рис. 6.4.2 подвійними лініями. Це пов'язано з принципом Паулі, згідно з яким в атомі на одному енергетичному рівні можуть розташуватися два електрони, стани яких відрізняються тільки орієнтацією спіна. Спіном прийнято вважати векторну фізичну величину, що визначає стан електрона, до того ж він не має класичного аналога. Модуль проекції вектора спіна електрона на деякий напрям протона, нейтрона, та деяких інших елементарних частинок, що мають загальну назву – **ферміони**, дорівнює $\frac{1}{2} h$, де $h = 6,626 \cdot 10^{-34}$ Дж·с – стала Планка. Що стосується напрямку, то, як доведено в квантовій механіці, спін щодо деякого напрямку може приймати лише два дискретних положення: вздовж або проти цього напрямку. Отже, ці дві орієнтації спіна і визначають два різних стани електрона. Якщо на одному початковому рівні знаходилося два електрони (з протилежно спрямованими спінами), то на об'єднаному рівні можуть розташуватися вже чотири електрони (по два на кожному рівні), тобто кожен енергетичний рівень виявляється двічі виродженим. З об'єднанням трьох атомів кожен загальний рівень вияв-

ляється тричі виродженням (рис. 6.4.3), і на ньому можуть розташуватися 6 електронів (це максимальне число).

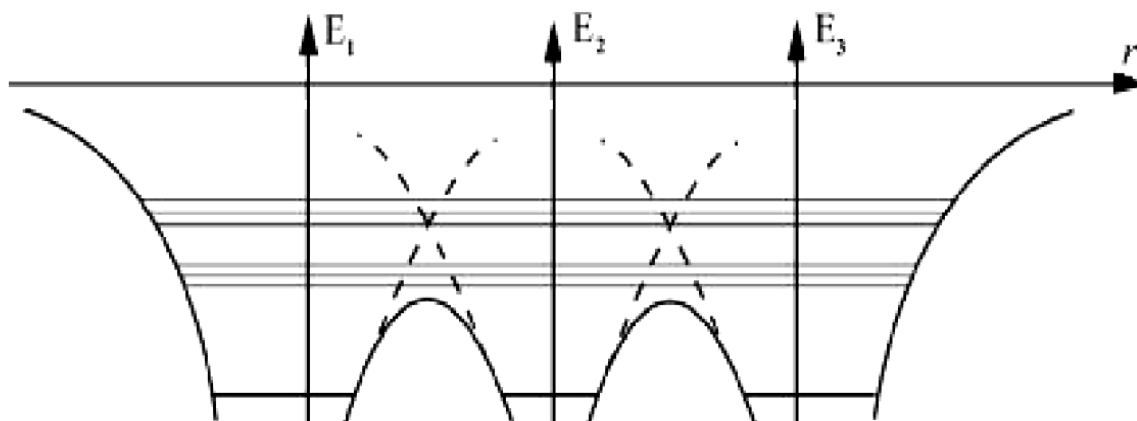


Рис. 6.4.3. Енергетичні рівні трьох об'єднаних атомів

Якщо наявне об'єднання з N атомів, що утворюють кристалічну решітку, то, на підставі попередніх міркувань, можна стверджувати, що об'єднані енергетичні стани складаються з N підрівнів, які отримали назву **енергетичних зон**. З урахуванням принципу Паулі, в повністю заповненій зоні можуть розташуватися $2N$ електронів. Енергетичні зони розділені забороненими зонами, в яких немає дозволених енергетичних станів тих атомів, з яких складається кристалічна решітка.

Через суто квантові властивості енергетичний рівень електрона в атомі має деяку «розмитість» - так звану «природну ширину». Її існування безпосередньо впливає з співвідношення невизначеностей Гейзенберга виду $\Delta E \cdot \Delta t = h$, де ΔE – «розмитість» енергетичного стану, Δt – час перебування в даному стані, h – стала Планка. Елементарний розрахунок дає для природної ширини збудженого стану в ізольованому атомі величину порядку 10^{-7} еВ. З утворенням кристалічної решітки властивості атомів змінюються, змінюється й природна ширина колективного рівня – енергетичної зони. У цьому випадку ширина енергетичної зони дорівнює близько 1 еВ, тому на кожен підрівень припадає 10^{-23} еВ. Слід мати на увазі, що поняття «енергетична зона» є образним, модельним уявленням станів валентних електронів у твердому тілі, і під енергетичною зоною не слід розуміти щось існуюче в звичайному тривимірному геометричному просторі.

Приклади побудови енергетичних зон. Побудувати енергетичні зони даної речовини означає вирішити значною мірою питання про будову цього твердого тіла і, отже, зрозуміти багато його властивостей. Дійсно, характер зміни потенційних ям атомів кристалічної решітки під час їх взаємодії залежить не тільки від властивостей самих структурних частинок, але й від типу взаємодії та сил взаємодії між структурними частинками твердого тіла. Відомо п'ять типів взаємодій: ван дер Ваальсова; іонна; металева; ковалентна; воднева. Саме від цього залежить відмінність фізичних і хімічних властивостей речовин, особливо якщо вони складаються з однакових частинок. Наприклад, алмаз і графіт складаються з атомів вуглецю, існує біле і сіре олово, альфа- та гамма-залізо та ін. Проте не для всіх твердих тіл удалося побудувати зонні схеми й однозначно вирішити, які рівні в утворенні кристалічної решітки стають загальними та як вони заповнюються колективізованими електронами. Та й не всі побудовані схеми мають простий вигляд. Тому нижче розглянуті найбільш типові та водночас прості випадки побудови енергетичних зон.

Для розуміння подальших міркувань необхідно згадати структурні формули запису заповнення електронами електронних оболонок атомів. Уперше такі позначення були введені в теорії атома Бора. Вважається, що електрони в атомі розташовуються на електронних оболонках, які отримали умовні назви К –, L –, M – та ін. Кожній оболонці відповідає певне число: 1, 2, 3 ...; це значення так званого квантового числа n , яке визначає енергію електрона в атомі. Але в кожній оболонці можуть бути орбіти різного профілю (кругові, еліптичні) і різної орієнтації. Наприклад, в К-оболонці може бути тільки кругова орбіта, в L-оболонці – кругова й еліптична тощо. Кругові орбіти отримали позначення – s, еліптичні – p, d залежно від витягнутості (ексцентриситету), причому розміри та форми орбіт строго визначені. На кожній орбіті, в кожній оболонці може знаходитися певне максимальне число електронів. Наприклад, в К-оболонці є лише одна орбіта – s, на якій у згоді з принципом Паулі може розташуватися не більше двох електронів; на L-оболонці є як s-орбіта, на якій також можуть перебувати не більше двох електронів, так і p-орбіта, на якій вже можуть розташуватися шість електронів, рух яких відбувається на орбітах однакового розміру, але різної орієнтації (p-орбіта має три можливі розташування в просторі). Інших орбіт в L-оболонці немає. Теорія доводить, що з даним головним квантовим чис-

лом n можливі $2n^2$ різних станів i , отже, за принципом Паулі може бути не більше $2n^2$ електронів. У наступній M -оболонці знову є s - і p -орбіти і, крім того, можлива d -орбіта – це еліпс з більш великими розмірами, ніж еліпси p -орбіти. За допомогою введених чисел і букв можна записувати заповнення електронних оболонок хімічних елементів. Наприклад, для електрона атома водню символічний запис основного стану такий: $1s^1$, де цифра попереду вказує на номер оболонки (це головне квантове число), в даному випадку це K -оболонка; буква s – вид орбіти (у даному випадку кругова), показник ступеня вказує на число електронів, розташованих на даній орбіті (у атома водню всього один електрон, він і розташовується в $1s^1$ стані). Символьний запис розташування електронів в атомі Na : $1s^1 2s^2 2p^6 3s^1$. Усі стани на K - і L -оболонках повністю заповнені, на M -оболонці знаходиться лише один електрон в найнижчому стані – на s -орбіті.

Доцільно розглянути процес утворення колективних рівнів у кристалі натрію (Na), символічна формула заповнення електронних оболонок атомів якого була наведена вище.

Експеримент переконує, що у процесі утворення кристалічної решітки натрію виникає лише одна заповнена електронами енергетична зона, яка відповідає за $3s$ -стан, оскільки інші рівні знаходяться глибоко в потенційних ямах і не колективізуються. Може відбуватися об'єднання й вище розташованих станів, але вони порожні, і немає сенсу говорити про відповідні зони для атомів, які знаходяться в нормальному стані. З об'єднанням N атомів натрію виникає N разів вироджена зона. На окремому енергетичному рівні, згідно з принципом Паулі, можуть перебувати два електрони, тому на підрівнях зони можуть розташуватися $2N$ електронів. У взаємодіючих ж N атомів натрію є всього лише N електронів на $3s$ – рівнях. Отже, не всі, а тільки половина всіх виниклих, причому нижніх (це енергетично вигідно) станів у зоні буде зайнята валентними електронами.

На рис. 6.4.4 дано графічне зображення $3s$ енергетичної зони в кристалі натрію.

Необхідно розглянути утворення енергетичних зон в твердому неоні (Ne). Символьний запис заповнення енергетичних оболонок неону такий: $1s^1 2s^2 2p^6$. Оскільки в p -стані може перебувати не більше шести електронів, всі можливі p -стани у неоні зайняті, тобто під час об'єднання N атомів неону створиться одна колективна зона з $2p^6$ – станів.

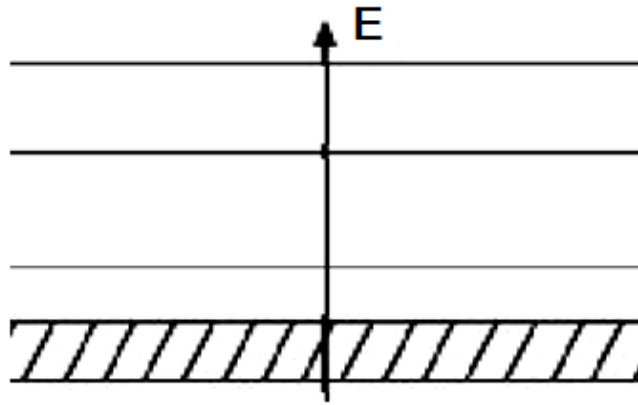


Рис. 6.4.4. Утворення енергетичних зон в кристалі Na

На всіх підрівнях цієї зони можуть розташуватися $6N$ електронів (2р-стан окремого атома містить три підрівня, на кожному з яких знаходяться по 2 електрони) (рис. 6.4.5).

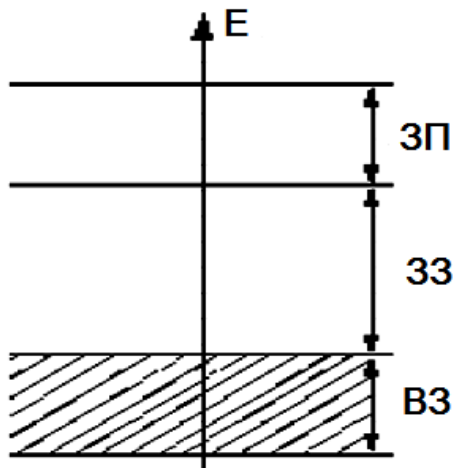


Рис. 6.4.5. Утворення енергетичних зон в Ne

Повністю заповнена валентними електронами зона отримала назву **валентної зони (ВЗ)**; вищерозташована зона (у випадку неону вона абсолютно порожня, у разі натрію – вона заповнена наполовину) називається **зоною провідності (ЗП)**. Між цими зонами знаходиться так звана **заборонена зона (ЗЗ)**.

Процес утворення енергетичної зони можна надати у вигляді залежності ширини забороненої зони від відстані між двома взаємодіючими атомами (рис. 6.4.6).

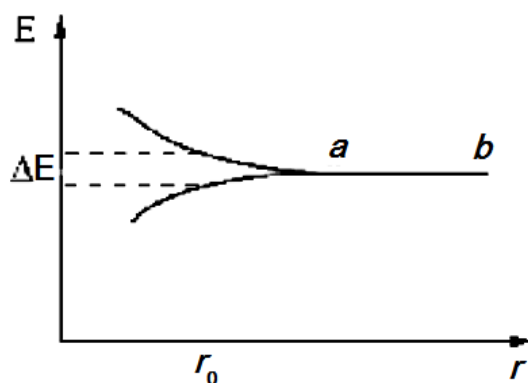


Рис. 6.4.6. Залежність ширини забороненої зони від відстані між атомами

З рис. 6.4.6 видно, що на відстанях, які значно перевищують сталу решітки кристала r_0 , атоми практично не взаємодіють один з одним.

Енергетичний рівень у кожному атомі має природну ширину (ділянка ab), тобто зони немає. Зі зближенням атомів на відстань порядку сталої решітки r_0 їх рівні колективізуються, виникає зона (в загальному випадку вона N -кратно вироджена, тобто в цій зоні можуть розташовуватися $2N$ електрона).

Слід розглянути більш складний випадок створення енергетичних зон на прикладі алмазу (C). Електронна конфігурація електронів в атомі вуглецю записується так: $1s^1 2s^2 2p^2$.

Алмаз має складну перебудову енергетичних рівнів взаємодіючих атомів (рис. 6.4.7).

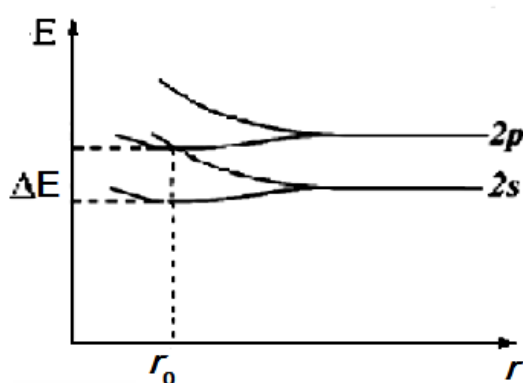


Рис. 6.4.7. Утворення енергетичних зон в алмазі

Зі зближенням атомів вуглецю в алмазі відбувається не тільки утворення зон і відповідних однакових станів, але й перекриття зон, утворених з різних енергетичних станів. Це призводить до того, що змі-

нюється число підрівнів у зоні. Якщо до утворення решітки у N атомів вуглецю на $2s$ -рівнях могло перебувати $2N$ електронів, то в разі перекриття зон число підрівнів подвоюється, подвоюється й число електронів, які можуть перебувати в нижній зоні, яка відповідає $2s$ -станам: максимальне число електронів в цій зоні може бути $4N$. Але саме стільки електронів є у N атомів вуглецю в $2s$ - і $2p$ -станах разом. Отже, усі $2s$ - і $2p$ -електрони опиняться в нижній зоні, заповнюючи її повністю. Зона, яка відповідає колективізованим $2p$ -рівням, виявиться порожньою.

Для приклада побудови енергетичних зон для кристала NaCl слід записати електронну конфігурацію окремо: для ізольованих атомів $\text{Na} - 1s^2 2s^2 2p^6 3s^1$ і галоїда $\text{Cl} - 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^5$. У результаті взаємодії атомів Na та Cl відбувається зміна в розташуванні рівнів (рис. 6.4.8): рівень атома хлору $3p$ опиниться нижче $3s$ -рівня атома натрію. Валентному електрону $3s$ атома натрію енергетично вигідно перейти на $3p$ -рівень атома хлору, повністю заповнюючи цю енергетичну оболонку. Таким чином, створювана $3s$ -рівнями атомів натрію енергетична зона виявляється повністю порожньою (а сам атом натрію перетворюється в позитивно заряджений іон). Зона ж, яка відповідає $3p$ -станам галоїда, повністю заповнена (а атом хлору перетворюється на негативно заряджений іон).

Між цими енергетичними зонами розташовується широка заборонена зона, в якій немає енергетичних станів тих структурних частинок, які утворюють кристалічну решітку NaCl .

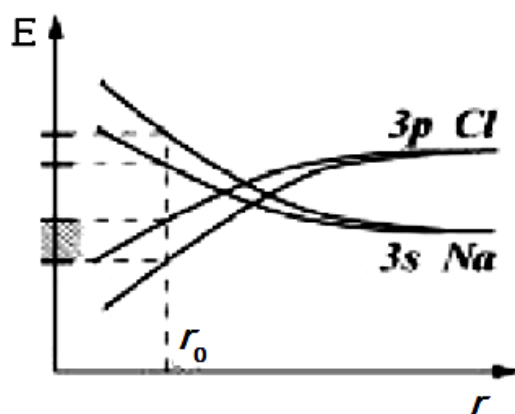


Рис. 6.4.8. Створення енергетичних зон в кристалі NaCl

Розподіл твердих тіл на діелектрики, напівпровідники та провідники. За допомогою класичної електронної теорії Лоренца, як було показано раніше, можна розділити всі тверді тіла за їх електричними

властивостями тільки на два класи: діелектрики та провідники. За цією теорією вважалося, що в провідниках валентні електрони вільні та під дією електричного поля можуть набути спрямованого руху. Тому метали є хорошими провідниками електричного струму. У діелектриках валентні електрони сильно зв'язані зі своїми атомами і не здатні колективізуватися та брати участь в макроскопічному спрямованому русі під дією зовнішнього електричного поля. Група речовин, яку зараз класифікують як напівпровідники, не знаходила собі місця в цій теорії. Зонна теорія дозволяє провести **розподіл усіх твердих тіл на три класи: діелектрики, напівпровідники та метали**. За зонною теорією всі валентні електрони в усіх твердих тілах є загальними, колективізованими. Саме завдяки цьому і виникають енергетичні зони під час об'єднання атомів (іонів) в кристалічну решітку. Тому говорити про вільні або пов'язані електрони з позиції зонної теорії недоцільно. Якщо валентна зона у даного твердого тіла повністю заповнена, а зона провідності порожня (див. рис. 6.4.5), то таке тіло за низьких температур поводить себе як хороший діелектрик. Якщо ширина забороненої зони дуже велика (близько 5 – 10 еВ), то з нагріванням (або під дією іншого енергетичного фактора) ця речовина буде проявляти діелектричні властивості до тих пір, поки електрони не набудуть достатньої енергії, щоб подолати заборонену зону й опинитися в зоні провідності. За шириною забороненої зони порядку 0,1 – 1,5 еВ окремі електрони з валентної зони здатні переходити в зону провідності (для порівняння: за $T = 300\text{ K}$ середня енергія теплового руху $kT = 0,025\text{ eV}$, що порівняно з шириною ЗЗ) навіть без впливу на них додаткової енергії. Під дією зовнішнього електричного поля електрони, що опинилися в зоні провідності, і дірки, що виникли у валентній зоні, здатні будуть переходити на більш високі енергетичні рівні у відповідних зонах. Таким чином, за низьких температур ці речовини подібні до діелектриків, а з нагріванням, або у зовнішньому полі вони поведуться як провідники. Критерій, за яким та чи інша речовина може бути віднесена або до діелектрика, або до напівпровідника – це ширина забороненої зони ($E_{зз}$). У діелектрика вона близька до 5 – 10 еВ, у напівпровідника – 0,1 – 1,5 еВ. Якщо під час утворення кристала зона провідності виявиться частково заповненою (рис. 6.4.9а) або валентна зона та зона провідності частково або повністю сумістяться (рис. 6.4.9б), то така речовина проявить металеві властивості.

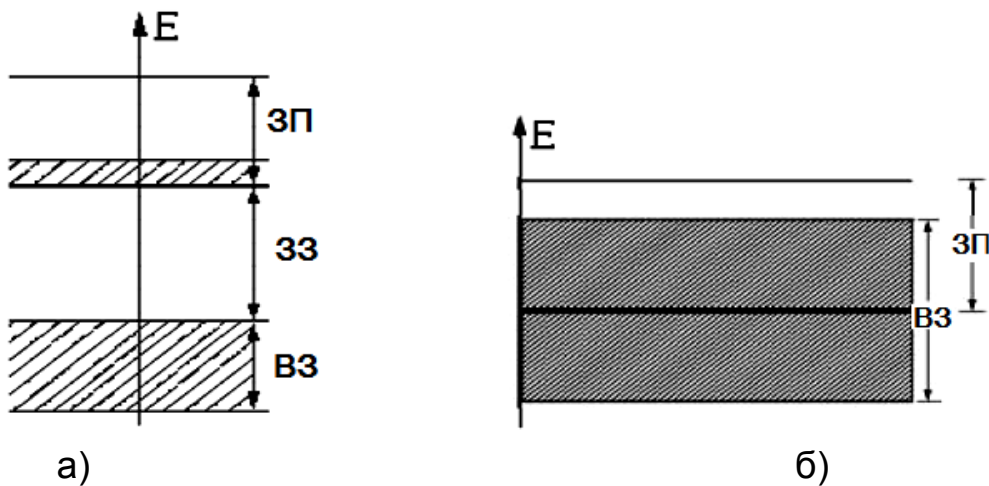


Рис. 6.4.9. Характерна схема енергетичних зон:
а) напівпровідників і діелектриків,
б) металів

У металевих речовин електрони в зоні провідності під дією зовнішнього електричного поля отримують додаткову енергію та зможуть перейти на більш високі енергетичні рівні, тобто набувають велику швидкість спрямованого руху, що відповідає збільшенню електричного струму в ланцюзі. Однак швидкість електронів зростати до безкінченості не може, тому що поряд з прискорювальною дією зовнішнього поля електрони будуть відчувати гальмування за умови пружної та непружної взаємодії з вузлами кристалічної решітки і дефектами різних типів. Якщо врахувати середню швидкість спрямованого руху електронів в металах, яка складає $\approx 10^{-5}$ м/с, можна ввести поняття про **ефективну масу** електрона, що знаходиться в енергетичній зоні. Розрахунки показують (і експеримент їх підтверджує), що тільки у дна енергетичної зони маса електрона чисельно збігається з масою вільного електрона. Якщо розглянути ефективну масу електрона, що знаходиться в середині зони, то вона стає істотно більшою за масу вільного електрона. Під час подальшого переміщення електрона до верху зони ефективна маса змінюється не тільки за величиною, але й за знаком, тобто у верхній частині зони електрон поводить себе як частинка з негативною масою, що суперечить усім поняттям класичної фізики. Таким чином, ефективна маса – це суто квантове поняття, яке має тільки математичний сенс і вводиться для того, щоб зрозуміти деякі явища, що відбуваються в твердих тілах. Частинка з негативною ефективною масою та негативним електричним зарядом

дом еквівалентна за своїми властивостями частинці з позитивною масою та позитивним електричним зарядом: у них однаковий питомий заряд: $e / m = - e / - m$.

Можна говорити про зміну властивостей електрона під час його руху в зоні. Така поведінка електрона у русі через зону пояснює, наприклад, так званий аномальний ефект Холла, який спостерігається в деяких твердих тілах (берилій, цинк, кадмій, хром, залізо, кобальт, свинець та ін.). У цих речовин зонна схема відповідає випадку, зображеному на рис. 6.4.9б. Вільними виявляються рівні, що розташовані у верхній частині зони провідності. Саме там електрон поводить себе як частинка з негативним електричним зарядом і негативною ефективною масою. Якщо включення зовнішнього магнітного поля перпендикулярне (це дасть максимальний ефект) напрямку струму, рухомі електричні заряди під дією сили Лоренца відхиляються в бік, протилежний та перпендикулярний тому, куди б відхилялися звичайні електрони, якби вони були носіями заряду. Цей ефект можна виявити, визначаючи напрям електричного поля, яке виникає в провіднику між його бічними гранями (ділянка ланцюга береться у формі прямокутного бруска), якщо під час проходження струму ця ділянка електричного кола знаходиться в поперечному магнітному полі (ефект Холла).

6.4.2. Зонні моделі дефектів кристалічної решітки. Люмінесценція. Екситони

Зонна теорія твердого тіла дозволяє уявити механізм різних фізичних процесів, що відбуваються в кристалічній решітці. Оскільки багато властивостей твердих тіл обумовлено дефектами структури, слід розглянути зонні моделі деяких дефектів кристалічної решітки та використати їх для пояснення кінетики ряду електричних, механічних, оптичних і магнітних процесів.

1. У процесі нагрівання твердого тіла в ньому виникають збуджені стани структурних частинок. Ці порушення не залишаються локалізованими, а передаються від однієї частинки до іншої завдяки їх зміщенню біля своїх положень рівноваги. Можна говорити, що кристалічною решіткою переміщуються збудження у вигляді пружних хвиль. Це призводить

до порушення ідеального розташування частинок в твердому тілі. Розглянуте дефектне утворення в кристалічній решітці назвали **фононами**. Одним із способів створення фононів є процес нагрівання твердого тіла, у якому відбувається ослаблення зв'язку між структурними частинками через збільшення відстані між ними і, як результат, – зменшення ширини енергетичних зон.

2. Якщо електрони валентної зони в результаті якого-небудь фізичного впливу отримують додаткову енергію, яка дорівнює або більша ширини забороненої зони, то вони здатні будуть подолати цю заборонену зону та перейти в зону провідності. Тоді в кристалічній решітці утворюються дефекти: **вільні електрони** в ЗП і **дірки** в ВЗ (рис. 6.4.10).

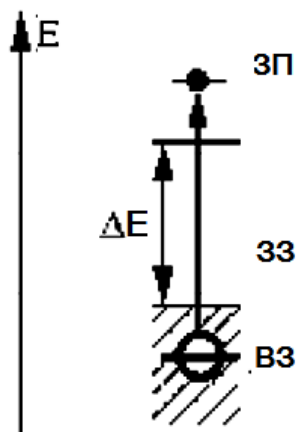


Рис. 6.4.10. Утворення вільних електронів в ЗП і дірок в ВЗ

Електрони, що опинилися в зоні провідності, мають можливість під дією зовнішнього електричного поля прийти в спрямований рух. Аналогічно, електрони в ВЗ здатні за умови порушення переміщатися вільними станами, тобто по діркам. Замість руху електронів в ВЗ зручніше говорити про еквівалентний рух дірок.

Якщо електрони рухаються в напрямку проти зовнішнього поля, то дірки переміщуються в протилежний бік – за полем. Дірка поводить себе, ніби вона є частинкою. Це дозволяє приписати їй позитивний заряд, надати ефективну масу та ряд інших фізичних характеристик.

Дірка – це вільний стан в ВЗ, це не реальна частинка, а так звана **квазічастинка** (ніби частинка).

Вводячи це поняття, можна надалі пояснити ряд фізичних явищ, у тому числі електропровідність напівпровідників.

3. Під впливом електричного поля електрона структурні частинки кристалічної решітки в тій чи іншій мірі поляризуються.

Таким чином, навколо електрона виникає поляризована область, звернена до електрона позитивним ефективним зарядом.

Залежної від властивостей структурних частинок, ця поляризована область може своїм полем захопити той самий електрон, який створив цю поляризовану область всередині твердого тіла. Виникає особливий, поляризований стан, що включає як електрон, так і деяку область самої решітки. Цей стан отримав назву поляризованого стану, а локалізований поляризованою областю решітки електрон, що виконує роль потенційної ями, – **поляроном**. Такий електрон не є вільним, тобто його не можна вважати таким, що знаходиться в зоні провідності. Разом з тим він не знаходиться й у валентній зоні. Тому його стан зображується у забороненій зоні так, як це зроблено на рис. 6.4.11: поляронний стан знаходяться в ЗЗ поблизу її верху.

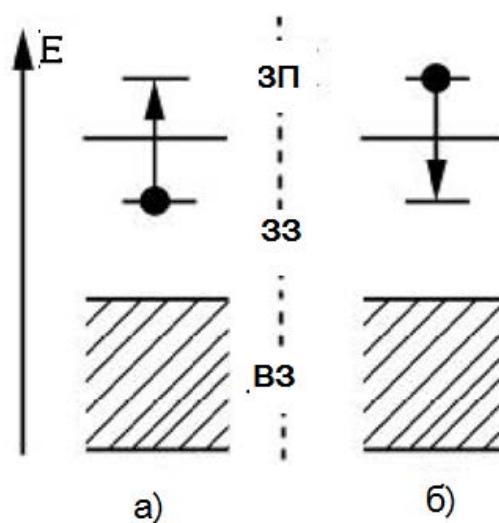


Рис. 6.4.11. Поляронний стан в енергетичній зоні

Ці стани не утворюють зон, оскільки полярони знаходяться далеко один від одного та практично не взаємодіють між собою. Вважають, що поляронні стани – це локальні (місцеві) стани. Через те, що поляронний рівень близький до дна зони провідності, полярон може під впливом зовнішнього електричного поля вийти з енергетичної ями полярона, перейти в зону провідності та брати участь в електропровідності (рис. 6.4.11). Однак такий електрон можна вважати (за малих зовнішніх полів) вільним, оскільки слідом за рухомим поляроном буде переміщатися й

поляризована область. Після вимикання зовнішнього електричного поля електрон знову повернеться в поляризовану область, оскільки перейде з ЗП в ЗЗ на поляронний рівень (рис. 6.4.11б). Таким чином, полярон може випромінювати та поглинати енергію. Полярон – одне з основних уявлень сучасної теорії напівпровідників і діелектриків з іонною решіткою, яке дозволило по-новому пояснити електричні, фотоелектричні й оптичні явища в цих речовинах. Теоретично вони були передбачені Л. Ландау й Я. Френкелем (1930 р.) і виявлені експериментально в лужно-галоїдних кристалах.

4. У багатьох кристалах під час збудження електрона з валентної зони можливе утворення енергетичного зв'язку між електроном і діркою, яка виникла у валентній зоні. Такий стан виникає завдяки кулонівському тяжінню різнойменно заряджених електрона та дірки. Такий дефект кристалічної решітки називається **екситоном**. Так само, як у випадку полярона, електрон екситона зв'язаний електростатичним полем дірки (у разі полярона – потенційною ямою полярона), тому його енергетичні стани розташовуються в забороненій зоні (рис. 6.4.12).

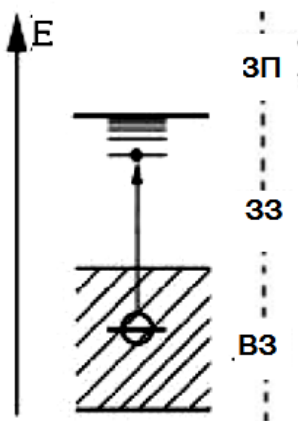


Рис. 6.4.12. Електронна структура екситона

Екситон за своєю структурою нагадує водневий атом, роль ядра (позитивно зарядженого протона) виконує дірка. Збуджені рівні екситона впритул підходять до дна зони провідності. З додатковим збудженням екситон може розпастися, і тоді електрон, перейшовши в ЗП, стає вільним. Саме такий механізм пояснює один з цікавих етапів так званого внутрішнього фотоефекту, коли фотострум з'являється через деякий час після освітлення фотоелемента. У результаті опромінення спочатку

виникають нейтральні екситони, які не беруть участь у електропровідності, і тільки потім, в результаті їх розпаду, утворюються вільні носії заряду – електрони в ЗП і дірки в ВЗ. Уперше екситони експериментально були виявлені Е. Ф. Гроссом (1951р.) в Cu_2O .

5. Дефектом кристалічної решітки є порушення її регулярності (правильності). Це можливо як на виході структурної частинки з вузла в міжвузілья або на поверхню кристала, так і під час вбудови в міжвузловий простір або заміщення у вузлі структурної частинки чужорідним атомом або йоном. Вільні вузли кристалічної решітки отримали назву **вакансій**. Подібні дефекти (вакансії, міжвузлові частинки, власні або чужорідні) надають істотний вплив на їх механічні, теплові, електричні й оптичні властивості. Вони мають свої енергетичні стани, деякі з них (і це найважливіший випадок) потрапляють в заборонену зону, де в ідеальній кристалічній решітці ніяких станів не може бути. Розрізняють два граничних випадки. Якщо дефектний рівень розташовується в забороненій зоні поблизу її дна та на ньому немає електрона, то на цей рівень можуть перейти електрони валентної зони та закріпитися на ньому. Дірка, що виникла в ВЗ, може взяти участь в електропровідності. Такий дефектний рівень отримав назву **акцепторного**, а дефект, що його створює, – **акцептором** (рис. 6.4.13).

Акцептором може бути домішкове заміщення з валентністю, меншою, ніж валентність структурних частинок решітки (наприклад, тривалентний індій у вузлі замість чотирьохвалентного германію).

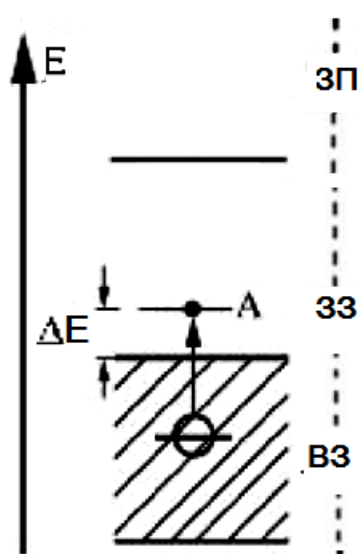


Рис. 6.4.13. Зонна структура з акцепторним рівнем

Якщо ж домішковий рівень розташовується в ЗЗ поблизу її верху та на ньому є електрон, то останній може збудитися та перейти в ЗП. Тоді цей електрон вільний і може брати участь в електропровідності. Такий дефект (домішковий атом або йон) називають **донором**, а його рівень – **донорним** (рис. 6.4.14).

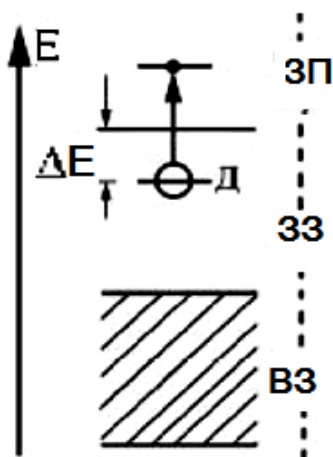


Рис. 6.4.14. Зонна структура з донорним рівнем

Донором буде п'ятивалентний миш'як у решітці чотирьохвалентного германію. Однак, як і у випадку з визначенням акцептора, домішка з іншою валентністю, ніж зазначено вище, може проявляти донорні властивості. Це залежить як від властивостей кристалічної решітки, так і від місця розташування домішкового рівня в ЗЗ. Якщо ж домішковий рівень розташований в області ЗП або ВЗ основних решіток, то відповідна домішка не є донором або акцептором. Вірогідність переходу електрона з ВЗ на акцепторний рівень або електрона з донорного рівня в ЗП більша за ймовірність переходу електрона безпосередньо з ВЗ у ЗП у стільки разів, у скільки разів значення $\exp(-\Delta E' / kT)$ більше величини $\exp(\Delta E/kT)$, де T – абсолютна температура кристала; ΔE – ширина забороненої зони; $\Delta E'$ – відстань (за енергетичною шкалою) від донорного (акцепторного) рівня до дна зони провідності (верху валентної зони). Саме тому присутність донорної або акцепторної домішки в кристалі може істотно змінити властивості цього кристала (про це йтиметься далі у розгляді властивостей напівпровідників). Донорні й акцепторні рівні є локальними, вони не трансформуються в енергетичні зони. Причиною цього є значна (за масштабами кристалічної решітки) віддаленість одного домішкового атома (йона) від іншого. Якщо в одному кубічному сан-

тиметрі твердого тіла міститься близько 10^{23} структурних частинок, то з максимальною концентрацією домішки порядку $10^{17} - 10^{18} \text{ см}^{-3}$ атоми її в середньому віддалені один від одного на сотні та тисячі сталих решітки. Практично між цими домішковими атомами немає взаємодії.

6. Використовуючи зонну схему, можна пояснити явище люмінесценції в твердих тілах. Явище люмінесценції полягає в тому, що в результаті опромінення світлом, рентгенівським або γ -випромінюванням, потоком частинок, під впливом електричного поля тощо, ряд речовин випускає електромагнітне випромінювання (іноді у видимій області спектру), не будучи нагрітими. Це холодне світіння названо **люмінесценцією**, воно було детально вивчено радянським фізиком С. І. Вавіловим. Зонна схема процесу люмінесценції зображена на рис. 6.4.15.

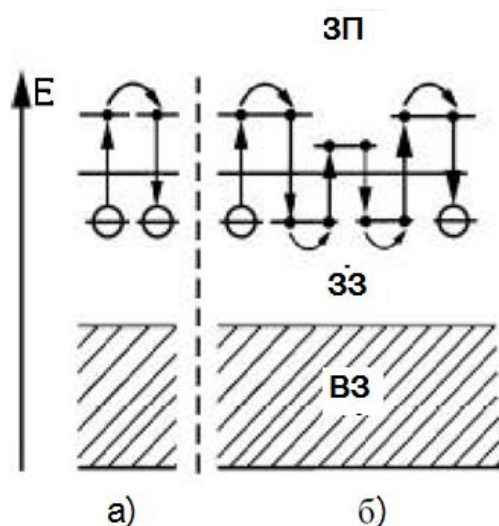


Рис. 6.4.15. Зонна схема процесу люмінесценції

У результаті зовнішнього фізичного впливу електрон домішки збуджується та переходить у зону провідності. Блукаючи кристалом (на схемі – переміщаючись у зоні провідності у напрямі стрілки), він може зустріти домішку та перейти на її рівень. Тоді випромінюється квант світла, який зазвичай триває $\approx 10^{-6}$ с. Таке світіння є короткочасним, тобто практично припиняється слідом за припиненням зовнішнього впливу, й називається **флуоресценцією**. Тривала люмінесценція (**фосфоресценція**) виникає тоді, коли в забороненій зоні є додаткові, дефектні рівні між дном зони провідності та рівнем чужорідного атома, званого в даному випадку активатором (рис. 6.4.15б). Електрон чужорідного йона, опинившись в ЗП, має можливість закріпитися на одному з проміжних

рівнів (їх називають рівнями пасток). Тільки в результаті взаємодії з фононами такий електрон отримує можливість повернутися в зону провідності, а потім або знову повториться його захоплення пасткою, або він перейде на рівень активатора. В останньому випадку народжується квант світла. Тривалість всього процесу визначається тривалістю перебування електронів на рівнях пасток.

7. Зонна схема дозволяє наочно уявити роботу квантового підсилювача, в якому, наприклад, робочим тілом слугує кристал рубіна $\text{Al}_2\text{O}_3 + \text{Cr}_3$ (рис. 6.4.16).

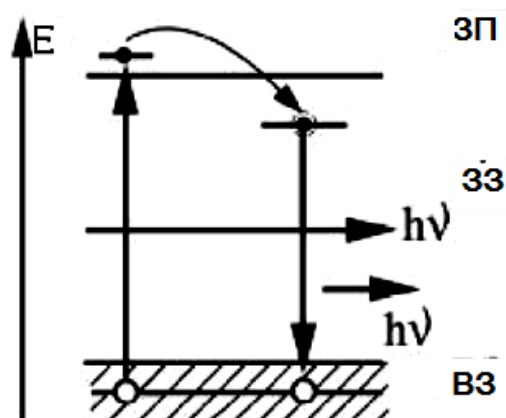


Рис. 6.4.16. Схема електронних переходів в Al_2O_3 , легованих хромом

Домішкові рівні хрому розташовуються в забороненій зоні Al_2O_3 . Ці рівні є пастками. Якщо після зрушення електронів Al_2O_3 з валентної зони в зону провідності та подальшого переходу їх на локальні рівні хрому в Z3 через кристал пропустити фотон, енергія якого як раз дорівнює енергії переходу електрона з рівня пастки в валентну зону, в кристалі відбудеться індукований, вимушений перехід (розміри робочого тіла малі, і квант пролетить його за нікчемно малий час) майже всіх електронів з рівнів пасток у валентну зону. З кристала вийде багаторазово посилений та практично монохроматичний промінь.

6.4.3. Напівпровідники

У середині ХХ століття напівпровідники знайшли широке практичне застосування в електротехніці, радіотехніці, електроніці, хімічній

промисловості, в техніці люмінофорів і лазерів та ін. Їх теоретичне вивчення сприяло розвитку фізики твердого тіла, збагатило фізичну науку новими уявленнями та новим поясненням цілого ряду фізичних явищ. Тому доцільно зупинитися на електричних властивостях напівпровідників і дати пояснення цим властивостям на основі зонної теорії.

Як вже було зазначено, тільки в цій теорії вдалося пояснити сам факт існування напівпровідникових речовин і, відповідно, витлумачити їх властивості. До напівпровідників відносять тіла, що мають порівняно вузьку заборонену зону ЗЗ (0,1 – 1,5 еВ). Так, у германію ЗЗ – 0,66 еВ, у кремнію – 1,08 еВ, у антимоніда індію – 0,17 еВ, у сірого олова – 0,08 еВ. Питомий опір напівпровідників має значення в інтервалі 10^1 - 10^7 Ом·м, тоді як у діелектриків він порядку 10^{20} Ом·м, у металів – 10^{-8} Ом·м. Під дією зовнішнього впливу електрони валентної зони напівпровідника можуть набути достатню енергію для подолання ЗЗ і переходу з ВЗ в ЗП. В якості зовнішнього впливу може бути використано нагрівання, опромінення світлом або йонізаційним випромінюванням, механічний вплив (деформація) та інше. Під час переходу в ЗП частини електронів у ВЗ виникають вільні стани (рис. 6.4.17)

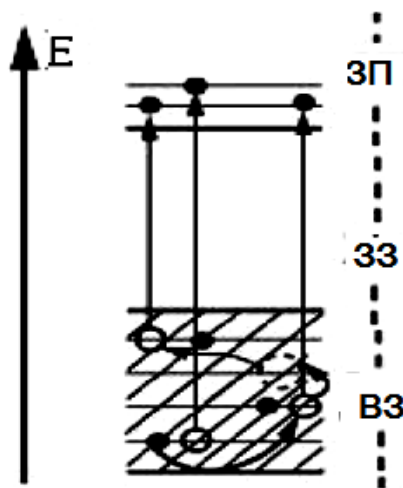


Рис. 6.4.17. Зонна схема, яка пояснює власну провідність

Електрони ВЗ мають можливість переходити в межах цієї зони у вільні стани та під дією зовнішнього електричного поля брати участь в спрямованому русі (рухаючись проти поля), тобто виникатиме електричний струм (про це вже говорилося у розгляді зонних схем деяких дефектів кристалічної решітки). Слід проаналізувати це питання докладніше. Для спрощення обраний рух в ВЗ одного електрона. Це означає,

що в ЗП збудився лише один електрон, а в ВЗ виник лише один вільний стан. Фактично в рух прийде безліч електронів в ВЗ, але ці переходи будуть відбуватися послідовно на вільний стан, що переміщується. Саме тому можна говорити про електричний струм, створений одним електроном:

$$I_s = - e v_s, \quad (6.4.2)$$

де $(- e)$ – заряд електрона з урахуванням його знака, v – швидкість спрямованого руху електрона, s – його номер.

Перехід усіх електронів в одиницю часу породить струм:

$$I_p = - \sum e v_i, \quad (6.4.3)$$

де підсумовування проводиться за номерами всіх електронів за вирахуванням номера s електрона, який перейшов в ЗП.

Якщо ВЗ буде повністю заповнена електронами, то в цьому випадку $I_p = 0$, тому що в силу заповнювання зони будь-якому електрону, який рухається зі швидкістю v_i , відповідатиме електрон зі швидкістю v_k ; причому $v_i = - v_k$, і сумарний спрямований рух усіх електронів заповненої ВЗ дорівнює нулю. Тобто струму немає.

Необхідно провести елементарні арифметичні дії, додавши та віднявши із суми I_p I_s :

$$I_p = e \sum v_i - (- e v) = - e \sum v_i + e v_s = e v_s, \quad (6.4.4)$$

оскільки доданок $\sum e v_i$ на підставі попередніх міркувань дорівнює нулю.

Тому за наявності в ВЗ лише одного вільного стану – дірки в кристалі виникає електричний струм (звичайно, з дотриманням необхідних умов), який еквівалентний струму, зумовленому рухом в зоні однієї частинки з позитивним зарядом $+ e$, яка ототожнюється з вакантним станом. Для опису властивостей цієї квазічастинки (ніби частинки) – дірки – використовують ті ж фізичні характеристики, що й для опису електронів: масу (її називають ефективною масою, тому що вона не завжди чисель-

но збігається з масою вільного електрона); імпульс (також зазвичай званий квазіімпульсом); енергію; спіні; електричний заряд. Таким чином, у чистому напівпровіднику результативний струм утворює рух електронів як у ЗП, так і в ВЗ (ця складова повного струму зазвичай називається дірковим струмом): $I_{повн} = I_{ел} + I_{дір}$. Розглянута електропровідність чистого напівпровідника, обумовлена збудженням електронів з ВЗ у ЗП, називається **власною провідністю**. Доречні кілька зауважень про $I_{повн}$. Цей струм дорівнює арифметичній сумі електронного (у ЗП) і діркового (у ВЗ) струмів. І це незважаючи на те, що дірки рухаються у напрямі зовнішнього електричного поля, а електрони - в протилежному напрямі. Справа в тому, що обидві складові повного струму породжені рухом реальних частинок одного сорту – електронів, а поняття «дірка» та «дірковий струм» введені для зручності, спрощення міркувань про рух електронів у ВЗ. За зонною схемою (див. рис. 6.4.17) рух електронів у зонах відбуватиметься знизу вгору, що відповідає переходу електронів за рахунок енергії електричного поля на більш високі енергетичні рівні. В ідеально чистому напівпровіднику кількість дірок дорівнює кількості електронів (в ЗП). Проте доданки повного струму $I_{ел}$ і $I_{дір}$ можуть не дорівнювати один одному. Справа в тому, що середня швидкість упорядкованого руху електронів не завжди дорівнює середній швидкості руху дірок. Це обумовлено тим, що рух дірок у ВЗ пов'язаний фактично з переміщенням електронів у цій майже заповненій зоні, а це, як показують розрахунки, не рівносильно руху електронів у майже вільній ЗП (табл. 6.4.1).

Таблиця 6.4.1

Рухливість електронів і дірок

Речовина	Рухливість 10^{-2} В м/м с	
	електронів	дірок
Германій	36	19
Кремній	6,5	18
Сірчистий свинець	18	5
Вуглець (алмаз, T=500 K)	8	12

Ефективна маса, що введена в зонній теорії, має ряд унікальних властивостей. Зокрема, вона може бути як більшою, так і меншою від

нуля, і навіть бути нескінченно великою за величиною. Тому ефективна маса не є фізичною величиною в звичайному розумінні. Наприклад, ефективні маси електрона біля дна ЗП у германії $m_{\text{еф.ел.}} = 0,56 m_e$, дірки у верху валентної зони $m_{\text{еф. дірок}} = -0,59 m_e$; відповідно, в кремнії $m_{\text{еф.ел.}} = 1,08 m_e$, $m_{\text{еф. дірок}} = -0,37 m_e$, де m_e – маса вільного електрона.

Теорія (експеримент це підтверджує) передбачає зміну ефективної маси електрона (або дірки) залежно від його місцезнаходження в зоні. З підвищенням температури власна провідність чистого напівпровідника зростає за експоненціальним ($\approx e^{-\Delta E/kT}$) законом, оскільки за таким законом зростає концентрація електронів у ЗП і, відповідно, дірок у ВЗ (у показнику експоненти величина ΔE – ширина забороненої зони, k – стала Больцмана). Як відомо, в металах зі збільшенням температури провідність зменшується. Якщо чистий напівпровідник опромінювати монохроматичним світлом зі змінюваною частотою і спостерігати за електричним струмом у тому ланцюгу, де включений послідовно досліджуваний напівпровідник, то можна помітити, що з певною енергією фотонів $E_{\text{ф}} = h\nu$ струм починає зростати. Спостережуване явище називається **фотопровідністю**. Виходячи з зонної схеми чистого напівпровідника можна стверджувати, що цей процес починається тоді, коли енергія світлових квантів дорівнює ширині забороненої зони. Так визначають одну з найважливіших характеристик зонних схем чистих напівпровідників.

Домішкова провідність напівпровідників. Дефекти кристалічної решітки дуже часто просто необхідні, щоб отримати тверді тіла з певними необхідними властивостями. Наявність дефектів, у тому числі чужорідних домішок, може, наприклад, дуже сильно змінити електричні властивості напівпровідника. Так, додавання в чистий кремній одного атома бору в розрахунку на 10^5 атомів кремнію збільшує його провідність за кімнатної температури в 10^3 разів.

Вище розглядалися зонні схеми таких дефектів кристалічної решітки, які були названі донорами й акцепторами (рис. 6.4.13 і 6.4.14). Дефектні рівні можуть розташовуватися і в ЗП, і в ВЗ. Проте особливо цікаві такі дефектні рівні, які розташовуються в забороненій зоні, саме ці рівні були названі донорними й акцепторними. Оскільки домішкових атомів на кілька порядків ($10^5 - 10^{10}$) менше, ніж власних структурних частинок, то домішкові атоми не взаємодіють між собою, тому не утворюють домішкові енергетичні зони. Домішкові рівні, що опинилися в об-

ласті забороненої зони, залишаються ізольованими, локальними. Слід підкреслити, що виникнення домішкових станів не обов'язково пов'язане з різною валентністю атомів домішки й основної речовини. Так, в іонних напівпровідниках додаткові енергетичні стани в ВЗ можуть виникнути не тільки від присутності чужорідної домішки, але також і від надлишку будь-якої з основних, структурних частинок. Наприклад, надлишок атомів свинцю в сірчистому свинці діє як донорна домішка. Головним критерієм того, чи буде домішка донором або акцептором, є те, де розташується домішковий рівень: у ЗП або у ВЗ, або в ЗЗ

Якщо температурний коефіцієнт опору у металів – величина позитивна, то у напівпровідників він є негативною величиною. Слід розглянути, як впливають акцептори та донори на електропровідність напівпровідника. Нехай є лише один, акцепторний рівень. Він розташовується поблизу верху ВЗ у ЗЗ. Між верхом ВЗ і акцепторним енергетичним рівнем відстань (в енергетичному масштабі) порядку 0,1 еВ і менша. Тому електронам валентної зони в енергетичному аспекті легше перейти на акцепторний рівень, ніж збудитися в зону провідності (на акцепторному рівні має бути вакантний енергетичний стан, тільки в цьому випадку домішка може називатися акцептором). Звичайно, певна частка електронів, володіючи надлишковою енергією теплового руху, може перейти і в зону провідності, але переважна більшість їх затримується на акцепторних рівнях (адже їх $10 - 10^{17}$ в одному кубічному сантиметрі!). Наступний перехід електронів з акцепторних рівнів у ЗП вимагає додаткової енергії – енергії активації (енергії переходу). Імовірність таких переходів без інтенсивного зовнішнього впливу буде мала. Тому, якщо розглянутий напівпровідник помістити в зовнішнє електричне поле, то повний струм в напівпровіднику, як і у випадку власної провідності, буде складатися з електронного струму в ЗП і діркового струму в ВЗ. Але носіїв струму в ЗП буде дуже мало в порівнянні з їх кількістю в ВЗ. Тому практично повний струм за наявності акцепторних рівнів буде збігатися зі струмом у ВЗ, тобто з дірковим струмом: $I_{\text{повн}} \approx I_{\text{дір}}$. У цьому випадку говорять, що напівпровідник володіє дірковою провідністю, або провідністю р-типу (positiv – позитивний). Це означає, що основними носіями зарядів у цьому напівпровіднику є дірки, електрони ж, що опинилися в ЗП, не є основними носіями. Доцільно проаналізувати залежність опору напівпровідника (з дірковою провідністю) і металу за умови зміни температури зразка (рис. 6.4.18).

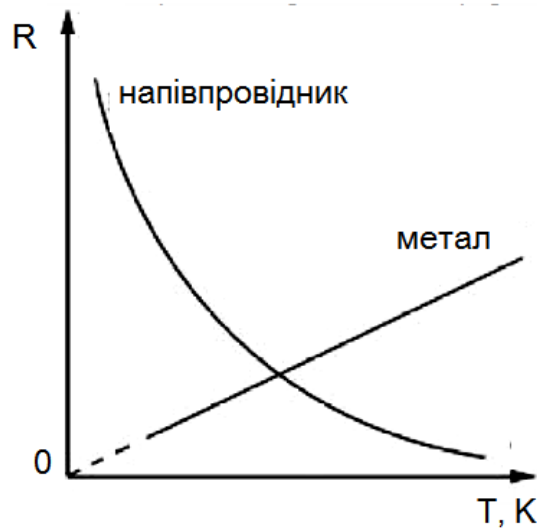


Рис. 6.4.18. Залежність опору напівпровідника і металу від температури

У металах число носіїв заряду, що беруть участь в електропровідності, аж до температури плавлення практично залишається постійним. Головним чинником, що впливає на величину опору, є зростання зі збільшенням температури коливального руху структурних частинок у вузлах кристалічної решітки, що заважає спрямованому руху електронів. Опір металу із зростанням температури приблизно пропорційний першому ступеню температури. Інакше йде справа в напівпровіднику. Тут вирішальним фактором є збільшення за експоненціальним законом числа носіїв заряду (за рахунок теплопровідності). З високими температурами (300 °С і вище) електрони валентної зони здатні збуджуватися не тільки до акцепторних рівнів, але і до зони провідності. Поряд з дірковою провідністю виникає однакова за величиною електронна провідність, і провідність напівпровідника набуває характеру власної провідності. Тому з нагріванням напівпровідника його опір зменшується майже за експоненціальним законом (невеликий вплив має стан решітки). Ця залежність напівпровідникової провідності від температури використовується у градуюванні напівпровідникових термометрів опору (термісторів). У якості датчика в термісторах служить кристал напівпровідника, а електричний ланцюг містить крім датчика ще джерело струму та вольтметр. Чутливість термістора настільки велика, що можна виявити теплове випромінювання (наприклад, людини) на відстані сотні метрів.

Слід розглянути вплив донорних домішок на провідність напівпровідника (див. рис. 6.4.14). Під час зрушення електронів донорної домішки вони можуть перейти в ЗП. Під дією зовнішнього електричного поля електрони в ЗП отримують спрямований рух, створюючи електричний струм $I_{ел}$. Дірковий струм у валентній зоні та на донорних рівнях практично дорівнює нулю. Тому напівпровідник з донорними рівнями буде проявляти електронну провідність, або провідність n-типу (negativ – негативний). У такому напівпровіднику електрони є основними носіями заряду, а дірки – неосновними. Залежність опору напівпровідника n-типу від зміни температури якісно така ж, як і в напівпровідниках з провідністю p-типу.

Зі значними підвищеннями температури провідність напівпровідників n- і p-типу змінюється і стає не домішковою, а власною. Це пояснюється тим, що енергії теплового руху стає вже достатньо, щоб збудити електрони ВЗ і перевести їх у ЗП. Оскільки концентрація домішки на кілька порядків менша ніж концентрація власних структурних частинок, то саме «свої» електрони та дірки визначають провідність напівпровідника. Так, у кремнію, легovanого фосфором, температура переходу від домішкової провідності до власної знаходиться в інтервалі 130 – 200 °С (з концентрацією домішки порядку 10^{17} см^{-3}). У слабких електричних полях, доки концентрація електронів і дірок, а також їх рухливість не залежать від напруженості зовнішнього поля, для домішкових напівпровідників виконується закон Ома: $I = \sigma E$.

Утворення та властивості p-n переходу. Чисті (нелеговані) напівпровідники мають невелику насиченість носіїв заряду, тобто вільних електронів, а також дірок. Для збільшення провідності напівпровідника будь-якого типу електропровідності – діркової з переважанням дірок або електронної з переважанням вільних електронів – у чисті напівпровідники вводять певні домішки. Така операція називається **легуванням**, а напівпровідникові речовини – **легованими**.

Легувальні елементи третьої групи утворюють діркову провідність напівпровідникових речовин, їх називають **акцепторними домішками**, а елементи п'ятої групи – електронною провідністю, і це є **донорні домішки**. Провідність легovanого напівпровідника значно залежить від насиченості домішок. Слабологовані напівпровідники застосовують для виробництва напівпровідникових транзисторів і діодів невеликої потуж-

ності, а сильно леговані, із більшою провідністю використовують для створення потужних діодів, тиристорів, транзисторів.

Для більшості сучасних напівпровідникових приладів головним є наявність **електронно-діркового переходу**, інакше ***p-n*-переходу**.

Електронно-дірковим переходом називають область на межі двох напівпровідників, у одного з яких електронна, а у іншого – діркова провідність. Експериментально *p-n*-перехід створюють впровадженням в напівпровідник додаткової легувальної домішки (рис. 6.4.19).

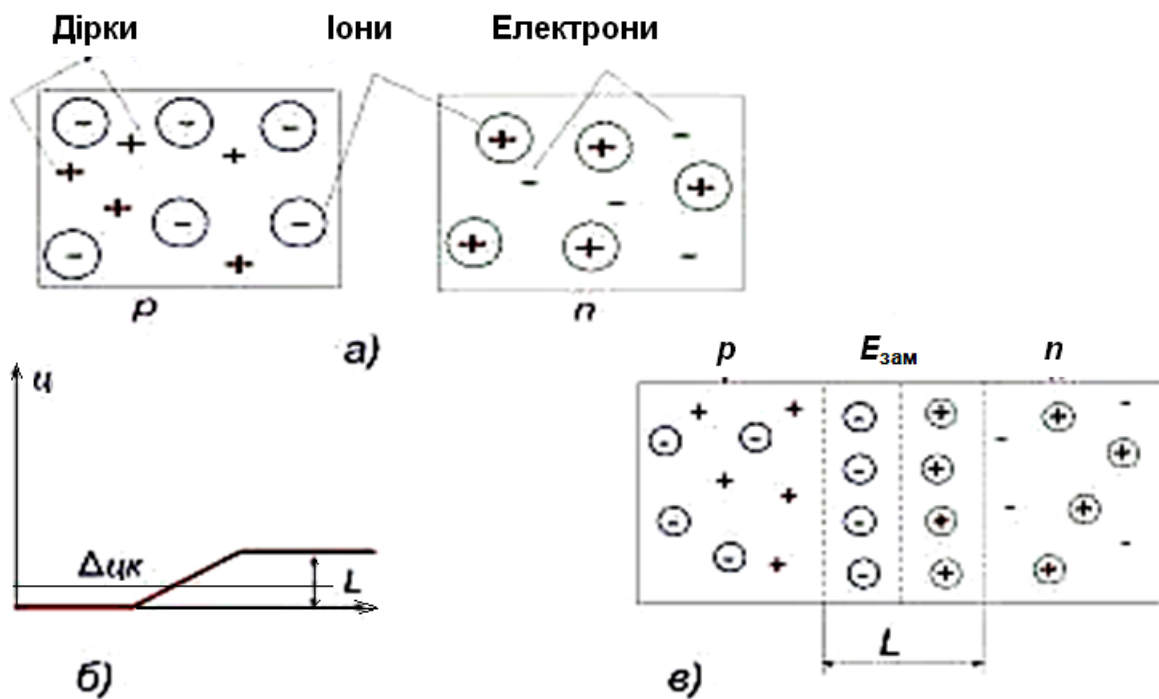


Рис. 6.4.19. Створення *p-n*-переходу

Наприклад, після впровадження донорної домішки в будь-яке місце напівпровідника *p*-типу в ньому виникає напівпровідникова область *n*-типу, що знаходиться біля напівпровідника *p*-типу.

Слід схематично подати виникнення *p-n*-переходу під час контактування двох напівпровідників з різними типами провідності (рис. 6.4.19). До їх контактування дірки, електрони, а також нерухомі йони були розташовані рівномірно (див. рис. 6.4.19а).

Зі зближенням напівпровідників всередині межового шару відбувається так звана рекомбінація, тобто возз'єднання електронів і дірок. Вільні електрони напівпровідника *n*-типу захоплюють вільні дірки в вален-

тній зоні напівпровідника n -типу. Унаслідок цього на межі обох напівпровідників з'являється шар, в якому немає рухливих переносників заряду. Він має низьку електропровідність і називається **замикальним шаром** (див. рис. 6.4.19б). Товщина такого шару не більша декількох мікрометрів. Збільшенню розмірів замикального шару заважають нерухомі йони акцепторних і донорних домішок, які формують на межі напівпровідників подвійний замикальний шар.

Такий шар створює контактну різницю потенціалів, тобто потенційний бар'єр φ_k на контакті між напівпровідниками (див. рис. 6.4.19в). Різниця потенціалів, що з'явилася, викликає в замикальному шарі електричне поле, що ускладнює як перехід електронів у напівпровідник p -типу з напівпровідника n -типу, так і перехід дірок у зворотному русі. Водночас електрони мають можливість вільно пересуватися з напівпровідника p -типу в напівпровідник n -типу. Отже, контактне напруження гальмує пересування основних носіїв заряду, але не ускладнює просуванню неосновних носіїв заряду.

Під час пересування крізь p - n -перехід неосновних носіїв (дрейфовий струм I_{dp}) спостерігається зниження різниці потенціалів φ_k , що дозволяє деякій частці основних носіїв, що володіють достатньою енергією, долати потенційний бар'єр, породжений контактним напруженням φ_k . Виникає струм дифузії $I_{du\phi}$, спрямований назустріч струму дрейфу I_{dp} , та між ними з'являється динамічна рівновага $I_{dp} = I_{du\phi}$.

Якщо до p - n -переходу підключити зовнішню напругу, яка створює в замикальному шарі електричне поле напруженістю E_{en} , у тому ж напрямі, що й у полі, в якому розташовані нерухомі йони (рис. 6.4.20а), то це призведе до збільшення замикального шару, тобто електрони та дірки будуть відводитися далі від зони контакту.

У даному випадку p - n -перехід має великий опір, а струм через нього буде проходити дуже незначний, тому що він буде визначатися тільки перебігом неосновних носіїв заряду. Такий струм називають **зворотним**, а p - n -перехід – **закритим**.

Якщо поміняти місцями полярність джерела напруги (рис. 6.4.20б), зовнішнє електричне поле буде мати спрямованість назустріч полю подвійного електричного шару, товщина замикального шару знижується, і з досягненням напруги 0,3 – 0,5 В замикальний шар зникне.

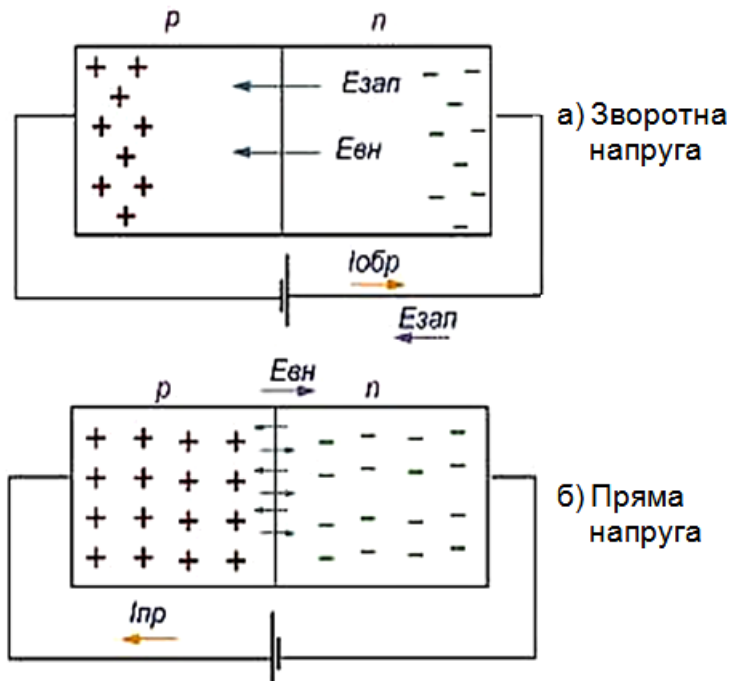


Рис. 6.4.20. Електронно-дірковий перехід у зовнішньому електричному полі

Опір p - n -переходу швидко падає, і з'являється досить великий струм. У цьому випадку струм називається **прямим**, а перехід – **відкритим**. Водночас опір p - n -переходу буде дорівнювати опору самого напівпровідника.

На рис. 6.4.21 надано розгорнуту вольт-амперну характеристику закритого та відкритого p - n -переходів. Ця характеристика нелінійна.

На ділянці 1 вольт-амперної залежності $E_{вн} < E_{зам}$ і прямий струм невеликий.

На ділянці 2 $E_{зам} > E_{вн}$ замикального шару немає, струм визначається лише провідністю напівпровідника.

На ділянці 3 замикальний шар ускладнює пересування основних носіїв, малий струм залежить тільки від руху неосновних носіїв заряду.

Нарешті, на ділянці 4 виникає пробій p - n -переходу, тоді зворотний струм різко зростає. Пов'язано це з тим, що під час переходу через p - n -перехід під впливом електричного поля неосновні носії заряду отримують енергію, необхідну для сильної іонізації атомів напівпровідника. З'являється лавиноподібне збільшення носіїв заряду, що призводить до швидкого зростання зворотного струму через p - n -перехід, напруга ж майже не змінюється. Такий тип електричного пробію називається **лавиноподібним**.

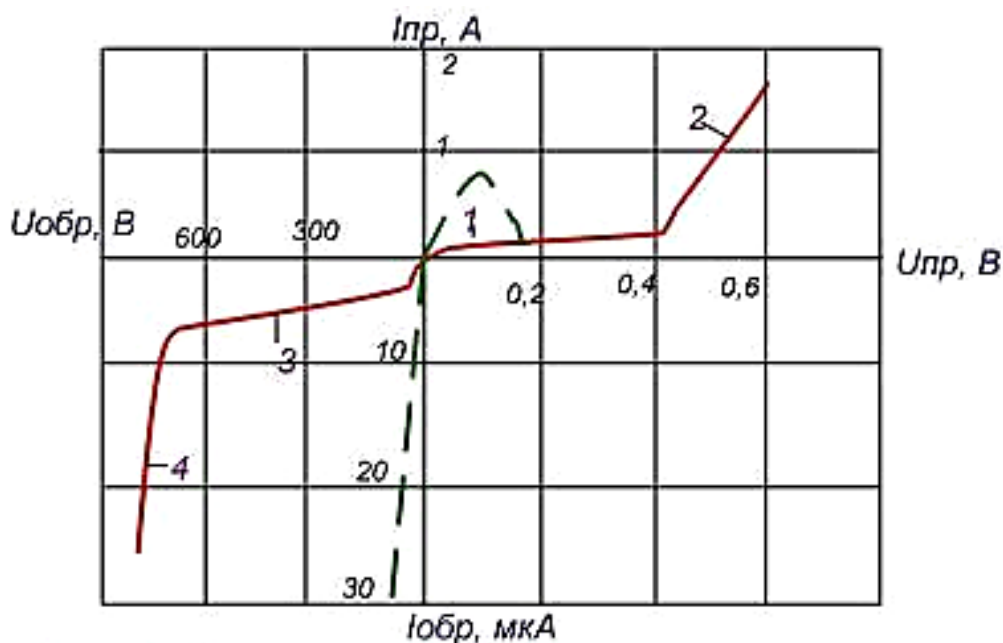


Рис. 6.4.21. Вольт-амперна характеристика *p-n*-переходу

Для електричного пробію властива зворотність процесу, яка полягає в тому, що вихідні характеристики *p-n*-переходу повністю відновлюються, якщо знизити напругу. Унаслідок цього електричний пробій застосовують як робочий режим в напівпровідникових діодах. Зі зростанням температури *p-n*-переходу посилюється розвиток генерації пар носіїв, що призводить до подальшого зростання зворотного струму та розігріванню *p-n*-переходу. Це може породити руйнування переходу. Даний процес називається **тепловим пробієм**. Він небезпечний для напівпровідникових приладів тим, що знищує *p-n*-перехід.

У сильно легованих напівпровідниках (наприклад, у з'єднаннях арсеніду галію) можливе виникнення квантово-механічного тунельного ефекту: на ділянках 1 і 3 (див. рис. 6.4.21) з мінімальною товщиною замикального шару основні носії заряду здатні проходити замикальний шар без зміни енергії. Ці умови можливі в конкретному діапазоні напруг, що спричиняє збільшення струму на сегменті 1 прямої гілки з $U_{пр} \leq 0,4$ В і на сегменті 3 зворотної гілки. Особливості легованих і чистих напівпровідників і характеристики *p-n*-переходу часто застосовують у напівпровідникових опорах і діодах. У транзисторах і тиристорах застосовують електричні характеристики, які визначаються взаємним впливом декількох *p-n*-переходів.

Що потрібно знати про властивості *p-n*-переходу

Властивості *p-n*-переходу без напруги.

1. В області *p-n*-переходу завжди відбувається дифузія. Завдяки дифузії створюються об'ємні заряди.
2. У *p-n*-переході завжди утворюється електричне поле. Це поле дуже слабе – 0,7 - 1 В.
3. Електричне поле створює дрейф неосновних носіїв заряду в області, звідки вони прийшли. Струм дрейфу дорівнює струму дифузії, сумарний струм через *p-n*-перехід дорівнює нулю.

Властивості *p-n*-переходу з прямою напругою.

1. Пряма напруга послаблює поле *p-n*-переходу (знижує потенційний бар'єр).
2. Через *p-n*-перехід проходить прямий струм.
3. *p-n*-перехід має дуже малий опір (значення R близьке до нуля).
4. Пряма напруга має невелике значення.

Властивості *p-n*-переходу зі зворотною напругою.

1. Зворотна напруга підсилює поле *p-n*-переходу (підвищує потенційний бар'єр).
2. Повз *p-n*-перехід протікає дуже незначний струм, тобто перехід майже не пропускає струм.
3. *p-n*-перехід за зворотної напруги має дуже великий опір (значення R прямує до нескінченності).
4. Зворотна напруга має порівняно велику напругу.

6.4.4. Приклади розв'язання завдань

6.4.4.1. Визначити довжину хвилі, за якої почне поглинати світло германій, який має енергетичну щілину $W_g \approx 0,75$ еВ.

Дано: $W_g \approx 0,75$ еВ.

Знайти: $\lambda = ?$

Розв'язання: Після поглинання фотона електрон повинен перейти в стан з енергією, більшою на величину енергії фотона, ніж енергія його початкового стану. Електрони, що знаходяться в енергетичних рівнях

валентної зони, можуть змінити свою енергію не менше, ніж на величину енергетичної щілини W_g . З цієї причини поглинання електромагнітних хвиль можливе тільки у випадку, якщо енергія фотонів більша W_g : $\hbar\omega \geq W_g$. У результаті поглинання фотона з такою енергією утворюється пара носіїв заряду: дірка в валентній зоні й електрон у зоні провідності. У цьому випадку мінімальна енергія фотона, яка дорівнює W_g , є мінімальною енергією утворення електрон-діркової пари в напівпровіднику з власним типом провідності.

Застосовуючи відомий закон дисперсії фотонів $\omega = ck$ і $k = 2\pi / \lambda$, можна остаточно визначити $\lambda \leq 2\pi\hbar c / W_g = 1,6 \cdot 10^{-6}$ м, і тоді червона межа фотопровідності визначена так:

$$\lambda = 2\pi\hbar c / W_g = 1,6 \cdot 10^{-6} \text{ м}$$

Розв'язок: червона межа фотопровідності визначена так:
 $\lambda = 2\pi\hbar c / W_g = 1,6 \cdot 10^{-6} \text{ м}$

6.4.4.2. Вважаючи, що напівпровідниковий кремній володіє тільки дірковою провідністю, визначити концентрацію дірок і їх рухливість. Вважати, що постійна Холла дорівнює $R_x = 3,66 \cdot 10^{-4} \frac{\text{м}^2}{\text{АГ}}$, питома провідність кремнію з домішками $\gamma = 112 \frac{\text{Ом}}{\text{м}}$.

Дано: $R_x = 3,66 \cdot 10^{-4} \frac{\text{м}^2}{\text{АГ}}$, $\gamma = 112 \frac{\text{Ом}}{\text{м}}$.

Знайти: $n = ?$ $b = ?$

Розв'язання: Холлівська різниця потенціалів U_x , яка виникає між бічними гранями напівпровідникового матеріалу (див. рис. 6.4.22), що знаходиться в магнітному полі, за протіканням в ньому струму визначається таким виразом:

$$U_x = \frac{jB \cdot a}{en} = R_x jBa, \quad (6.4.5)$$

де j – щільність струму, B – магнітна індукція, e – заряд електрона (або дірки), n – концентрація носіїв заряду.

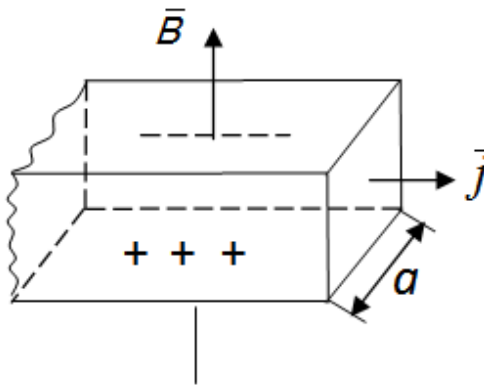


Рис. 6.4.22. Напівпровідниковий матеріал, що знаходиться в магнітному полі, під час протікання в ньому струму

З формули (6.4.5) випливає, що:

$$R_x \cong \frac{1}{en}. \quad (6.4.6)$$

І тоді з виразу (6.4.6) визначимо концентрацію дірок:

$$n = \frac{1}{eR_x} = \frac{1}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 3,66 \cdot 10^{-4}} = 1,7 \cdot 10^{22} \text{ м}^{-3}.$$

Питома провідність напівпровідникового матеріалу визначається формулою:

$$\gamma = enb, \quad (6.4.7)$$

де b – рухливість носіїв заряду (дірок).

$$b = \frac{\gamma}{en} = \gamma \cdot R_x = 112 \cdot 3,66 \cdot 10^{-4} \cong 4,1 \cdot 10^{-2} \left(\frac{\text{м}^2}{\text{В} \cdot \text{с}} \right).$$

Розв'язок: концентрація дірок і їх рухливість дорівнюють

$$n = 1,7 \cdot 10^{22} \text{ м}^{-3}; \quad b \cong 4,1 \cdot 10^{-2} \left(\frac{\text{м}^2}{\text{В} \cdot \text{с}} \right) \text{ відповідно.}$$

6.4.4.3. Нехтуючи дисперсією звукових хвиль у кристалі, для фонона, відповідного частоті $\omega = 0,1\omega_{\text{Д}}$, визначити квазіімпульс ($P_{\text{ф}}$). Середня швидкість звуку в кристалі $v = 1380 \frac{\text{м}}{\text{с}}$, температура Дебая $\theta = 100 \text{ К}$.

Дано: $\omega = 0,1\omega_{\text{кр}}$, $\nu = 1380 \frac{\text{м}}{\text{с}}$, $\theta = 100 \text{ К}$.

Знайти: $P_{\vartheta} = ?$

Розв'язання: Згідно з гіпотезою де Бройля імпульс квазічастинки визначений таким виразом:

$$P_{\vartheta} = \frac{h}{\lambda}, \quad (6.4.8)$$

де λ – довжина хвилі, $\lambda = \frac{v}{\nu} = \frac{v \cdot 2\pi}{\omega}$.

Записати далі:

$$P_{\vartheta} = \frac{h\omega}{2\pi\nu} = \frac{\hbar \cdot 0,1\omega_{\text{кр}}}{\nu}. \quad (6.4.9)$$

Оскільки $\hbar\omega_{\text{кр}} = \vartheta \Rightarrow \omega_{\text{кр}} = \frac{\vartheta}{\hbar}$, то:

$$P_{\vartheta} = \frac{\hbar \cdot 0,1 \cdot \vartheta}{\nu \cdot \hbar} = \frac{0,1 \vartheta}{\nu}. \quad (6.4.10)$$

Після підстановки числових значень отримано:

$$P_{\vartheta} = \frac{0,1 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 10^2}{1,38 \cdot 10^3} = 1 \cdot 10^{-25} \text{ (І. Ч)}.$$

Розв'язок: квазіімпульс дорівнює $P_{\vartheta} = 1 \cdot 10^{-25} \text{ (І. Ч)}$

6.4.4.4. Визначити характерну довжину ρ , якщо відомо, що в кристалі, в якому зв'язки обумовлені силами Ван-дер-Ваальса, рівноважна міжатомна відстань r_0 дорівнює $1,5 \text{ \AA}$, а енергія на 10 % менша, ніж у випадку, коли враховуються тільки сили тяжіння.

Дано: $r_0 = 1,5 \text{ \AA}$, $\eta = 0,9$.

Знайти: $\rho = ?$

Розв'язання: У даному випадку передбачається, що потенціал сил відштовхування виражений через експоненціальну залежність виду: $B \cdot e^{-r/\rho}$. Тому повна енергія зв'язку $U(r)$ визначається виразом:

$$U(r) = U_1(r) + U_2(r) = -\frac{A}{r^6} + B e^{-r/\rho}, \quad (6.4.11)$$

де $U_1(r)$ – енергія тяжіння, $U_2(r)$ – енергія відштовхування.

За умовою завдання маємо $\eta = \frac{U_1(r_0) + U_2(r_0)}{U_1(r_0)} = 0,9$.

Після підстановки в (6.4.11) отримаємо рівняння з двома невідомими: B/A та ρ :

$$\eta = \frac{-A/r_0^6 + B e^{-r_0/\rho}}{-A/r_0^6} = 1 - \frac{B}{A} r_0^6 e^{-r_0/\rho}. \quad (6.4.12)$$

Друге рівняння, що містить ці невідомі, можна отримати, визначивши рівноважну міжатомну відстань r_0 :

$$\left. \frac{dU}{dr} \right|_{r=r_0} = \frac{6A}{r_0^7} - \frac{B}{\rho} e^{-r_0/\rho} = 0 \Rightarrow \frac{B}{A} = \frac{6\rho}{r_0^7} e^{-r_0/\rho}. \quad (6.4.13)$$

Після підстановки отриманого відношення B/A в попередній вираз (6.4.12), отримано:

$$\eta = 1 - \frac{6\rho}{r_0} \Rightarrow \rho = \frac{1-\eta}{6} r_0 = \frac{1}{40}.$$

Розв'язок: характерна довжина дорівнює $\rho = \frac{1-\eta}{6} r_0 = \frac{1}{40}$.

6.4.4.5. Виконати оцінювання розміру металевої частинки, для якої максимальна відстань між рівнями в енергетичній зоні буде істотною.

Указівка: визначити кількість атомів, за якою максимальна відстань між енергетичними рівнями дорівнюватиме ΔE , якщо 1 К.

Розв'язання: Унаслідок обмеженості руху електронів розмірами кристала імпульс електрона в металі може приймати тільки дискретні значення:

$$\rho = \frac{2\pi\hbar}{L} j_x \mathbf{e}_x + \frac{2\pi\hbar}{L} j_y \mathbf{e}_y + \frac{2\pi\hbar}{L} j_z \mathbf{e}_z. \quad (6.4.14)$$

Квант імпульсу дорівнює: $\Delta\rho = \frac{2\pi\hbar}{L}$.

Зі зростанням імпульсу збільшується відповідна відстань між енергетичними рівнями: $\Delta E = \Delta \left(\frac{\rho^2}{2m} \right) = \frac{1}{m} \rho \Delta\rho$. Ця відстань максимальна, як відомо з теорії, для електронів з імпульсом Фермі. Тому фермієвський імпульс дорівнює:

$$\rho_F = \hbar \left(3\pi^2 \frac{N}{L^3} \right)^{1/3} = \frac{\hbar}{a} (3\pi^2)^{1/3}, \quad (6.4.15)$$

де L^3 – обсяг кристала, a^3 – обсяг елементарної комірки, $N = L^3 / a^3$ – кількість атомів у кристалі.

Після підстановок, вважаючи для оцінювання міжатомну відстань дорівненою $a \approx 1 \text{ \AA}$, отримано:

$$L = \frac{\hbar^2 2\pi}{am \Delta E} (3\pi^2)^{1/3} \approx 7 \cdot 10^5 \text{ \AA}$$

Розв'язок: розмір металевої частинки, для якої максимальна відстань між рівнями в енергетичній зоні буде істотною, дорівнює $L \approx 7 \cdot 10^5 \text{ \AA}$

6.4.4.6. Вважаючи, що концентрація (n) вільних електронів дорівнює концентрації атомів (n_a) під час протікання по мідному провіднику діаметром $d = 0,6 \text{ мм}$ струму величиною $J = 16 \text{ А}$, знайти середню швидкість спрямованого руху електронів ($v_{др}$).

Дано: $n = n_a$, $d = 0,6 \text{ мм}$, $J = 16 \text{ А}$.

Знайти: $v_{др} = ?$

Розв'язання: Щільність струму визначена відомим співвідношенням:

$$j = env \quad (6.4.16)$$

Тоді

$$v = \frac{j}{en} = \frac{J}{Sen} = \frac{J \cdot 4}{\pi d^2 e \cdot n} \quad (6.4.17)$$

Тут введені стандартні позначення: e – заряд електрона, S – площа поперечного перерізу провідника і його діаметр d .

Надалі визначено:

$$n_a = \frac{\rho}{m_o} \quad (6.4.18)$$

де ρ – питома щільність міді, $\rho = 8,9 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$;

m_o – маса одного атома. $m_o = \frac{\mu}{N_A}$,

N_A – число Авогадро.

З періодичної таблиці хімічних елементів Д. І. Менделєєва для міді знайти $\mu = 63,5 \frac{\text{г}}{\text{моль}}$.

Тоді отримано:

$$\begin{aligned} v &= \frac{4J\mu}{\pi d^2 e \rho \cdot N_A} = \\ &= \frac{4 \cdot 16 \cdot 63,5 \cdot 10^{-3}}{\pi (0,6 \cdot 10^{-3})^2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 8,9 \cdot 10^3 \cdot 6,02 \cdot 10^{23}} = \\ &= 42 \cdot 10^{-4} \frac{\text{м}}{\text{с}} = 4,2 \cdot 10^{-3} \frac{\text{м}}{\text{с}} = 4,2 \frac{\text{мм}}{\text{с}}. \end{aligned}$$

Розв'язок: середня швидкість спрямованого руху електронів становить $v = 4,2 \frac{\text{мм}}{\text{с}}$

6.4.4.7. Визначити, у скільки разів кількість вільних електронів, що припадають на один атом металу за $T = 0$ К, більша в алюмінії, ніж у міді. Вважати, що рівні Фермі, відповідно, дорівнюють: $E_{F1} = 11,7$ еВ, $E_{F2} = 7,0$ еВ

Дано: $T = 0$ К, $E_{F1} = 11,7$ еВ, $E_{F2} = 7,0$ еВ.

Знайти: $\frac{n_1 \cdot n_{\text{ат2}}}{n_2 \cdot n_{\text{ат1}}} = ?$

Розв'язання: За відомими з теорії формулам знаходимо концентрації вільних електронів у відповідних металах:

$$n_1 = \frac{8\pi}{3} \left(\frac{2m}{h^2} \right)^{3/2} E_{F1}^{3/2}; \quad (6.4.19)$$

$$n_2 = \frac{8\pi}{3} \left(\frac{2m}{h^2} \right)^{3/2} E_{F2}^{3/2}. \quad (6.4.20)$$

Концентрації атомів в цих металах визначити таким чином:

$$n_{\text{ат}} = \frac{\rho}{A \cdot m_{\text{ат}}}, \quad (6.4.21)$$

де ρ – щільність речовини; A – відносна атомна маса (можна знайти в таблиці хімічних елементів Д. І. Менделєєва); $m_{\text{ат}} = 1$ а.о.м. = $1,66 \cdot 10^{-27}$ кг – атомна одиниця маси.

Тоді маємо:

$$n_{\text{ат1}} = \frac{\rho_1}{A_1 \cdot m_{\text{ат}}} = \frac{2,7 \cdot 10^3 \left(\frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \right)}{27 \cdot m_{\text{ат}}}; \quad (6.4.22)$$

$$n_{\text{ат2}} = \frac{\rho_2}{A_2 \cdot m_{\text{ат}}} = \frac{8,9 \cdot 10^3 \left(\frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \right)}{63,5 \cdot m_{\text{ат}}}; \quad (6.4.23)$$

У результаті отримано:

$$\frac{n_1}{n_{\alpha 1}} \div \frac{n_2}{n_{\alpha 2}} = \frac{n_1 \cdot n_{\alpha 2}}{n_2 \cdot n_{\alpha 1}} = \left(\frac{E_{F1}}{E_2} \right)^{3/2} \cdot \frac{A_1 \cdot \rho_2}{A_2 \cdot \rho_1} = \left(\frac{11,7}{7,0} \right)^{3/2} \cdot \frac{27 \cdot 8,9}{63,5 \cdot 2,7} \cong 3.$$

Розв'язок: кількість вільних електронів, що припадають на один атом металу за $T = 0$ К, більша в алюмінії, ніж у міді в 3 рази.

6.4.4.8. Визначити інтервал (в еВ) між сусідніми рівнями вільних електронів у металі поблизу рівня Фермі за $T = 0$ К. Вважати, що концентрація вільних електронів у металі $n = 2 \cdot 10^{+22} \text{ см}^{-3}$, обсяг металу $V = 1 \text{ см}^3$.

Дано: $T = 0 \text{ К}$, $n = 2 \cdot 10^{+22} \text{ см}^{-3}$, $V = 1 \text{ см}^3$.

Знайти: $dE = ?$

Розв'язання: Відповідно до теорії повна функція розподілу $N(E)dE = g(E)f(E)dE$ визначає кількість електронів, які знаходяться в інтервалі dE . Якщо dE дорівнює інтервалу між сусідніми енергетичними рівнями, тоді кількість електронів дорівнює 1 (відомо, що електрони – ферміони).

За $T = 0$ К буде $f(E_F) = 1$, тому: $1 = g(E)dE$. Звідси:

$$dE = \frac{1}{g(E)} = 1 / \left(4\pi V \left(\frac{2m}{h^2} \right)^{3/2} E_F^{1/2} \right). \quad (6.4.24)$$

Після підстановки в формулу (6.4.24) відомого з теорії виразу для E_F отримано:

$$\begin{aligned} dE &= \frac{1}{4\pi V \left(\frac{2m}{h^2} \right)^{3/2} \left(\frac{h^2}{2m} \left(\frac{3n}{8\pi} \right)^{2/3} \right)^{1/2}} = \frac{h^3 (2m)^{1/2} (8\pi)^{1/3}}{4\pi V (2m)^{3/2} h (3n)^{1/3}} = \frac{h^2}{4\pi m V} \left(\frac{8}{3n} \right)^{1/3} = \\ &= \frac{(6,62 \cdot 10^{-34})^2}{12,56 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 10^{-6}} \left(\frac{8}{3 \cdot 2 \cdot 10^{28}} \right)^{1/3} \cdot \frac{1}{1,6 \cdot 10^{-19}} \cong 2 \cdot 10^{-22} \text{ мВ} \end{aligned}$$

Розв'язок: інтервал між сусідніми рівнями вільних електронів в металі поблизу рівня Фермі за $T = 0$ К дорівнює $dE \cong 2 \cdot 10^{-22}$ еВ

6.4.4.9. Червона межа зовнішнього фотоефекту власного напівпровідникового матеріалу за умови низьких температур відповідає довжині хвилі $\lambda_1 = 536$ нм, а червона межа фотопровідності для цього матеріалу відповідає $\lambda_2 = 0,95$ мкм. Визначити положення дна зони провідності (E_C) щодо вакууму для цього напівпровідникового матеріалу.

Дано: $\lambda_1 = 536$ нм, $\lambda_2 = 0,95$ мкм.

Знайти: $E_C = ?$

Розв'язання: З теорії відомо, що червона межа зовнішнього фотоефекту відповідає роботі виходу електрона з напівпровідникового матеріалу: $\frac{hc}{\lambda_1} = A$.

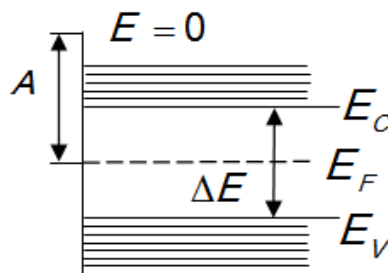


Рис. 6.4.23. Зонна структура напівпровідникового матеріалу

Червона межа фотопровідності відповідає ширині забороненої зони напівпровідникового матеріалу: $\frac{hc}{\lambda_2} = \Delta E$. Оскільки E_F знаходиться посередині ΔE (див. рис. 6.4.23), то:

$$\begin{aligned}
 E_C &= A - \frac{\Delta E}{2} = \frac{hc}{\lambda_1} - \frac{hc}{\lambda_2 \cdot 2} = hc \left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{2\lambda_2} \right) = \\
 &= 6,6 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8 \left(\frac{1}{5,36 \cdot 10^{-7}} - \frac{1}{2 \cdot 9,5 \cdot 10^{-7}} \right) = \\
 &= 19,8 \cdot 10^{-26} \cdot 10^7 (0,186 - 0,053) = 2,64 \cdot 10^{-19} \text{ еВ}
 \end{aligned}$$

Таким чином, щодо вакууму, де $E = 0$, енергія $E_C = -1,65$ еВ.

Знак «мінус» наявний тому, що на енергетичній діаграмі (див. рис. 6.4.23) «нуль» розташований вище E_C .

Розв'язок: положення дна зони провідності щодо вакууму для цього напівпровідникового матеріалу становить $E_C = -1,65$ еВ.

6.4.4.10. Визначити, як зміниться з підвищенням температури з $T_1 = 300$ К до $T_2 = 330$ К електропровідність: а) металу, б) власного напівпровідникового матеріалу, у якого $\Delta E = 0,6$ еВ.

Дано: $T_1 = 300$ К, $T_2 = 330$ К, $\Delta E = 0,6$ еВ.

Знайти: $\frac{\gamma_2}{\gamma_1} = ?$

Розв'язання:

1. З теорії відомо, що питомий опір металу $\rho \sim T$. Оскільки $\gamma \sim \frac{1}{\rho}$,

то $\gamma \sim \frac{1}{T}$. Тому $\frac{\gamma_1}{\gamma_2} = \frac{T_2}{T_1} = \frac{330}{300} = 1,1$, тобто з підвищенням температури електропровідність металу зменшується в 1,1 рази (внаслідок зменшення довжини вільного пробігу).

2. Електропровідність власного напівпровідникового матеріалу визначається за формулою:

$$\gamma_1 = \gamma_0 e^{-\frac{\Delta E}{2T_1}}, \quad \gamma_2 = \gamma_0 e^{-\frac{\Delta E}{2T_2}}. \quad (6.4.25)$$

Тоді:

$$\frac{\gamma_2}{\gamma_1} = \frac{e^{-\frac{\Delta E}{2T_2}}}{e^{-\frac{\Delta E}{2T_1}}} = e^{\frac{\Delta E}{2} \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right)}.$$

Звідки отримано:

$$\ln \frac{\gamma_2}{\gamma_1} = \frac{\Delta E}{2k} \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right) = \frac{0,6 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{2 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23}} \left(\frac{1}{300} - \frac{1}{330} \right) = 0,348 \cdot 10^4 \cdot 3 \cdot 10^{-4} = 1,0434.$$

$$\frac{\gamma_2}{\gamma_1} = e^{1,0434} = 2,84 \text{ рази.}$$

Таким чином, γ напівпровідникового матеріалу з підвищенням температури збільшується (внаслідок збільшення числа вільних носіїв заряду).

Розв'язок: γ зменшується в 1,1рази – для металу і збільшується в 2,84 рази – для напівпровідникового матеріалу.

6.4.4.11. Обчислити частоту червоної межі власної фотопровідності для напівпровідникового матеріалу, у якого $\Delta E = 0,41 \text{ еВ}$.

Дано: $\Delta E = 0,41 \text{ еВ}$.

Знайти: $\nu_{\text{кп}} = ?$

Розв'язання: Фотопровідність у власному напівпровідниковому матеріалі (так званий внутрішній фотоефект) виникає за умови, коли енергія фотонів $E_{\text{ф}}$, що падають на поверхню напівпровідника, $E_{\text{ф}} \geq \Delta E$.

Червона межа в напівпровідниковому матеріалі буде за умови $E_{\text{ф}} = \Delta E$. Або у вигляді:

$$h\nu_{\text{кп}} = \Delta E. \quad (6.4.26)$$

Звідси визначити шукану частоту червоної межі власної фотопровідності для напівпровідникового матеріалу:

$$\nu_{\text{кп}} = \frac{\Delta E}{h} = \frac{0,41 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{6,6 \cdot 10^{-34}} = 9,94 \cdot 10^{13} \text{ Л.}$$

Розв'язок: частота червоного кордону власної фотопровідності для напівпровідникового матеріалу становить $\nu_{\text{кп}} = 9,94 \cdot 10^{13} \text{ Л}$

6.4.5. Завдання для самостійного рішення

6.4.5.1. Визначити, як зміниться концентрація електронів у напівпровіднику власного типу в невідродженому випадку, якщо температура змінюється від $T_1 = 200$ К до $T_2 = 300$ К, а ширина забороненої зони змінюється за законом $W_g = (\Delta - \alpha T)$, де $\Delta = 0,785$ еВ – ширина забороненої зони з температурою $T = 0$, $\alpha = 4 \cdot 10^4$ еВ/К? [$3,6 \cdot 10^3$].

6.4.5.2. Визначити рівень Фермі в напівпровіднику власного типу, якщо енергія активації дорівнює 0,1 еВ. Нульовим рівнем відліку кінетичної енергії електронів вважати нижчий рівень зони провідності [$-0,05$ еВ].

6.4.5.3. Зі зміною температури від T_1 до T_2 провідність бездомішкового напівпровідникового матеріалу зросла в α рази. Визначити для нього ширину забороненої зони [$W = 2k_B \frac{T_1 T_2}{T_2 - T_1} \ln \alpha$].

6.4.5.4. Обчислити власні концентрації електронів n у германії Ge і в кремнії Si за $T = 300$ К, припускаючи, що ефективна маса електронів для Ge у валентній зоні дорівнює $m(Ge) = 0,36 m_0$, а в зоні провідності $m(Ge) = 0,55 m_0$; для кремнію – $m(Si) = 0,59 m_0$, і $m(Si) = 1,10 m_0$, відповідно. Ширина забороненої зони за $T = 300$ К у германії становить 0,66 еВ, а в кремнії – 1,11 еВ [$n_c(Ge) = 2,2 \cdot 10^{13} \text{см}^{-3}$, $n_c(Si) = 1,05 \cdot 10^{13} \text{см}^{-3}$].

6.4.5.5. Вважаючи, що ефективна маса дірок значно більша ефективної маси електронів в деякому чистому напівпровіднику, визначити, де буде знаходитися хімічний потенціал щодо середини забороненої зони за температури T [хімічний потенціал буде ближчий до дна зони]?

6.4.5.6. Концентрація електронів у власному напівпровіднику за температури $T = 400$ К дорівнює $1,38 \cdot 10^{15} \text{см}^{-3}$. Ширина забороненої зони змінюється з температурою за законом $W_g = (\Delta - \alpha T)$, де $\Delta = 0,785$ еВ, $\alpha = 4 \cdot 10^4$ еВ/К. Знайти величину добутку ефективних мас електрона та дірки [0,21].

6.4.5.7. Визначити відношення концентрацій вільних електронів за $T = 0$ К у літії та цезії. Рівні Фермі в цих металах, відповідно, дорівнюють: $E_{F1} = 4,72$ еВ, $E_{F2} = 1,53$ еВ [5,41].

6.4.5.8. Визначити середню кінетичну енергію електронів в металі за $T = 0$ К, якщо рівень Фермі $E_F = 7,0$ [4,2 eV].

6.4.5.9. Електрони знаходяться у металі за температури $T = 0$ К. Визначити відносну кількість вільних електронів $(\Delta N/N)$, у яких кінетична енергія відрізняється від енергії Фермі не більше, ніж на 2 % [0,03].

6.4.5.10. Вважаючи, що на кожен атом припадає один вільний електрон, оцініть температуру виродження для калію. Щільність калію $\rho = 860 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$ [23900 К].

6.4.5.11. Для металу з рівнем Фермі $E_F = 5$ eV визначити максимальну швидкість електронів, якщо $T = 0$ К [$1,32 \cdot 10^6$ с].

6.4.5.12. У металевому провіднику з поперечним перерізом $S = 4$ мм² сила струму дорівнює 0,8 А. Вважаючи, що в 1 см³ металу міститься $n = 2,5 \cdot 10^{22}$ вільних електронів, визначити середню швидкість їх упорядкованого руху [0,05 с].

6.4.5.13. Відомо, що провідність власного напівпровідникового матеріалу зростає в $\eta = 5$ разів зі збільшенням температури від $T_1 = 300$ К до $T_2 = 400$ К. Знайти мінімальну енергію утворення пари електрон-дірка в напівпровіднику [0,33 eV].

6.4.5.14. Під час вимірювання ефекту Холла пластинку з напівпровідникового матеріалу р-типу шириною $h = 10$ мм і довжиною $l = 50$ мм помістили в магнітне поле з індукцією $B = 0,5$ Тл ($\vec{B} \perp h$). До країв пластинки доклали різницю потенціалів $U = 10$ В. У цьому випадку холлівська різниця потенціалів $U_x = 50$ мВ, а питомий опір $\rho = 2,5$ Ом·см. Знайти рухливість дірок і їх концентрацію [$n = 5 \cdot 10^{21}$ м⁻³; $\mu = 5 \cdot 10^{-2} \frac{\text{м}^2}{\text{В} \cdot \text{с}}$].

6.4.5.15. Під час нагрівання домішкового напівпровідникового матеріалу від $T_1 = 50$ К до $T_2 = 100$ К його провідність збільшилася в 10 разів. Визначити енергію активації домішки в цьому напівпровіднику. Відповідь подати в eV [$\approx 0,02$ eV].

6.4.5.16. Відомо, що питома провідність кремнію р-типу дорівнює 140 см/м. Знайти рухливість дірок і їх концентрацію, якщо постійна Холла $R_x = 4 \cdot 10^{-4} \frac{\text{м}^2}{\text{В} \cdot \text{А}}$ [5,6 · 10⁻² $\frac{\text{м}^2}{\text{В} \cdot \text{А}}$; 1,56 · 10²² м^{-3}].

6.4.5.17. У моделі Дебая з температурою Дебая, дорівненій θ , обчислити середнє значення енергії нульових коливань, яке припадає на один осцилятор кристала [$\langle \epsilon \rangle = \frac{3}{8} k\theta$].

6.4.5.18. Для кристала заліза ($\mu = 56 \text{ г/моль}$), що має за температури $T = 20 \text{ К}$ питому теплоємність $C = 2,7 \text{ Дж/моль} \cdot \text{К}$, визначити максимальну частоту ω_{max} власних коливань [6,15 · 10¹³ с⁻¹].

6.4.5.19. Пластину міді масою 25 г нагрівали від $T_1 = 10 \text{ К}$ до $T_2 = 20 \text{ К}$, надавши їй водночас 0,8 Дж енергії. Визначити температуру Дебая для міді, якщо молярна маса $\mu = 64 \text{ г/моль}$ [330 К].

6.4.5.20. Визначити енергію нульових коливань, що припадають на 1 г міді з дебаєвською температурою $\theta = 330 \text{ К}$ [48,2 Дж/г].

6.4.5.21. Для кристала, температура Дебая якого $\theta = 300 \text{ К}$, а міжатомна відстань $d = 0,25 \text{ нм}$, знайти середню швидкість звуку в ньому [3,13 $\frac{\text{м}}{\text{с}}$].

6.4.5.22. Зразок з чистого напівпровідника нагрівають на $T = 125 \text{ К}$ від температури $T_1 = 250 \text{ К}$. Тому його питома електрична провідність збільшується в 800 разів. Як вона зміниться під час подальшого нагрівання ще на $T = 125 \text{ К}$ [збільшується ще в 28,3 рази]?

6.4.5.23. Температура переходу в надпровідний стан T_k для олова в відсутність магнітного поля дорівнює 3,7 К, а критична напруженість магнітного поля H_k за температури абсолютного нуля ($T = 0 \text{ К}$) становить $2,4 \cdot 10^4 \text{ А/м}$. Розрахувати максимально допустиме значення струму за температури $T = 2 \text{ К}$ для дроту діаметром $d = 1 \text{ мм}$, виготовленого з надпровідного олова [53,4 А].

6.4.5.24. Визначити квазіімпульс фонона ($P_{\text{ф}}$), відповідного частоті $\omega = 0,1 \omega_{\text{Д}}$. Усереднена швидкість звуку в кристалі $v = 1380 \frac{\text{м}}{\text{с}}$, температу-

ра Дебая $\theta = 100$ К. Дисперсією звукових хвиль в кристалі можна знехтувати $[1 \cdot 10^{-25} (\text{г} \cdot \text{с})]$.

6.4.5.25. Обчислити інтервал (в еВ) між сусідніми рівнями вільних електронів в металі за $T = 0$ К поблизу рівня Фермі, якщо концентрація вільних електронів становить $n = 2 \cdot 10^{+22} \text{ см}^{-3}$, а обсяг металу дорівнює $V = 1 \text{ см}^3 [\cong 2 \cdot 10^{-22} \text{ м}^3]$.

Контрольні запитання

1. Що таке енергетичні зони в кристалах, як вони утворюються?
2. Наведіть приклади побудови енергетичних зон.
3. На які види поділяються тверді тіла в аспекті електричних властивостей?
4. Наведіть схеми енергетичних зон напівпровідників, діелектриків і металів.
5. Назвіть зонні моделі дефектів кристалічної решітки та надайте їх стислу характеристику.
6. У чому полягає люмінесценція?
7. Що таке екситон?
8. Поясніть власну провідність напівпровідників.
9. У чому полягає домішкова провідність напівпровідників?
10. Що означає термін "вільний електрон" у металі?
11. Поясніть залежність електропровідності напівпровідників від температури.
12. Як питома електропровідність речовини пов'язана з рухомістю та концентрацією електронів? Що таке рухомість носіїв?
13. Що таке "дозволена зона", "заборонена зона"?
14. Яка різниця між металами, діелектриками та напівпровідниками з позицій зонної теорії?
15. Від чого залежить число рівнів в енергетичній зоні кристала?
16. Які зони відповідають за добру електропровідність металів?
17. Як утворюється *p-n*-перехід? Які його властивості?

6.5. Лабораторні роботи

6.5.1. Лабораторна робота 1

Вимірювання коефіцієнта поглинання β -частинок

Мета роботи – вивчення процесів поширення β -частинок в алюмінії та міді, визначення коефіцієнта поглинання бета-частинок.

Загальні теоретичні положення

Радіоактивністю називають мимовільне перетворення одних атомних ядер на інші, супроводжуване випусканням елементарних частинок. Такі перетворення зазнають тільки нестабільні ядра. До числа радіоактивних процесів належать:

- 1) альфа-розпад;
- 2) бета-розпад (у тому числі електронне захоплення);
- 3) гамма-випромінювання ядер;
- 4) спонтанне ділення важких ядер;
- 5) протонна радіоактивність.

Радіоактивність, що спостерігається у ядер, які існують у природних умовах, є природною. Радіоактивність ядер, отриманих за допомогою ядерних реакцій, є штучною.

Між штучною та природною радіоактивністю немає принципової різниці. Процес радіоактивного перетворення в обох випадках підпорядковується однаковим законам.

Окремі радіоактивні ядра зазнають перетворення незалежно один від одного. Тому можна вважати, що кількість ядер dN , що розпадаються за малий проміжок часу dt , пропорційна як числу наявних ядер n , так і проміжку часу dt .

$$dN = -\lambda N dt. \quad (6.5.1)$$

Тут λ – стала розпаду. Знак мінус означає, що кількість ядер зменшується з часом.

Інтегрування виразу (6.5.1) призводить до співвідношення:

$$N = N_0 e^{-\lambda t}, \quad (6.5.2)$$

де N_0 – кількість ядер у початковий момент,

N – кількість атомів, які не розпалися, в момент часу t .

Формула (6.5.2) виражає закон радіоактивного перетворення. Цей закон дуже простий – кількість ядер, які не розпалися, убиває з часом за експонентою.

Кількість ядер, які розпалися за час t , визначається виразом

$$N_0 - N = N_0 (1 - e^{-\lambda t}). \quad (6.5.3)$$

Час, за який розпадається половина початкової кількості ядер, називається періодом напіврозпаду T . Цей час визначається умовою:

$$\frac{1}{2} N_0 = N_0 e^{-\lambda t}, \quad (6.5.4)$$

звідки:

$$T = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0,693}{\lambda}. \quad (6.5.5)$$

Період напіврозпаду для відомих радіоактивних ядер знаходиться в межах від 3×10^{-7} с до 5×10^{15} років. За допомогою закону радіоактивного перетворення можна показати, що середній час життя радіоактивного ядра зворотний сталій розпаду.

Альфа-розпад. Коли радіоактивна речовина або кілька радіоактивних речовин одночасно випускають, α -, β - і γ -промені, то повна енергія α -випромінювання зазвичай буває значно більшою повної енергії β - і γ -випромінювання.

У йонізаційних камерах звичайних розмірів, де шлях променів у повітрі від джерела випромінювання до стінок камери дорівнює декільком сантиметрам, іонізація викликається майже виключно дією α -променів, на частку ж β -променів припадає близько 1 % усієї виробленої йонізації,

а на частку γ -променів – ще менше. Проте йонізаційну дію α -променів легко повністю усунути, закривши активну речовину тонким екраном (паперовим або алюмінієвим листком товщиною близько 0,1 мм), оскільки α -промені не можуть крізь нього пройти. Навпаки, β -промені можуть проходити крізь шар алюмінію товщиною в кілька міліметрів, а γ -промені проникають крізь кілька сантиметрів такої щільної речовини, як свинець.

Коли спостерігають випромінювання полонію, який практично випускає тільки α -промені, то виявляється чудова властивість цього випромінювання, яка виражається в тому, що воно поглинається в повітрі, швидко обриваючись на відстані приблизно 4 см від джерела. Це дозволило припустити, що α -промені є частинками, що викидаються з певною силою; довжина їх шляху у повітрі внаслідок втрати ними швидкості обмежена.

Можна, крім того, виявити, що шляхи частинок прямолінійні та довжина шляхів приблизно однакова. Між α -частинкою, що проходить крізь атом, і складовими цього атома – ядром і електронами, діють сили електричного відштовхування або тяжіння, що підкоряються закону Кулона. Дія кожного зарядженого центру особливо проявляється в безпосередній близькості від нього.

Альфа-промені є потоком ядер гелію. Розпад протікає за наступною схемою



Буквою X позначений хімічний символ (материнського) ядра, що розпадається, буквою Y – хімічний символ утворювального (дочірнього) ядра.

Альфа-розпад зазвичай супроводжується випусканням дочірнім ядром гамма-променів. Зі схеми розпаду видно, що атомний номер дочірньої речовини на 2 одиниці, а масове число на 4 одиниці менший, ніж у вихідної речовини. Прикладом може слугувати розпад ізотопу урану ${}^{238}_{92} U$, що протікає з утворенням торію:



Швидкості, з якими альфа-частинки (тобто ${}^4_2\text{He}$) вилітають з ядра, що розпалося, дуже великі (до 10^6 м/с); кінетична енергія порядку декількох МеВ. Пролітаючи через речовину, альфа-частинка поступово втрачає свою енергію, витрачаючи її на іонізацію молекул речовини, і зрештою зупиняється. На утворення однієї пари йонів в повітрі витрачається в середньому 35 еВ.

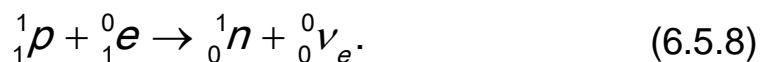
Таким чином, альфа-частинка утворює на своєму шляху приблизно 100 000 пар йонів. Природно, що чим більша щільність речовини, тим менший пробіг альфа-частинок до зупинки.

Кінетична енергія альфа-частинок виникає за рахунок надлишку енергії спокою материнського ядра над сумарною енергією спокою дочірнього ядра й альфа-частинки. Ця надлишкова енергія розподіляється між альфа-частинкою та дочірнім ядром у відношенні, обернено пропорційному їх масам.

Енергія та швидкість альфа-частинок, що випускаються даною радіоактивною речовиною, виявляються строго визначеними. Приблизно до того, як фотон не існує в готовому вигляді в надрах атома та виникає лише в момент випромінювання, альфа-частинки також виникають в момент радіоактивного розпаду ядра.

Бета-розпад. Існує три різновиди бета-розпаду. В одному випадку ядро, що зазнає перетворення, випускає електрон, в іншому – позитрон. У третьому випадку, названому електронним захопленням, ядро поглинає один з електронів К-оболонки значно рідше – L- або M-оболонки.

К-захоплення – це захоплення одним з протонів ядра власного електрона з найближчої до ядра електронної К-оболонки з перетворенням протона ядра на нейтрон і вильотом з ядра електронного нейтрино:



Тут ${}^1_1p, {}^1_0n$ – символічні позначення протона на нейтрона; ${}^0_1e, {}^0_0\nu_e$ – позначення позитрона й електронного нейтрино.

Особливістю К-захоплення є виліт з ядра тільки однієї частинки – електронного нейтрино ${}^0_0\nu_e$. Прикладом К-захоплення є перетворення радіоактивного ядра берилію ${}^7_4\text{Be}$ на стійке ядро літію ${}^7_3\text{Li}$. Електронне

захоплення, на відміну від двох інших β -розпадів, супроводжується характерним рентгенівським випромінюванням, яке належить К-лінії відповідного елемента.

Антинейтрино є античастинкою для нейтрино – елементарної частинки, яка не має електричного заряду та має практично нульову масу. Електрон і нейтрино не складаються з нуклонів, тому масові числа для них дорівнюють нулю.

Зарядове число електрона позначає не кількість протонів в ньому, а величину та знак його електричного заряду в одиницях елементарного заряду. За допомогою цих позначень легко перевірити правильність запису схеми радіоактивних розпадів: сума масових чисел наприкінці розпаду повинна дорівнювати їх сумі до розпаду. Це ж стосується зарядових чисел.

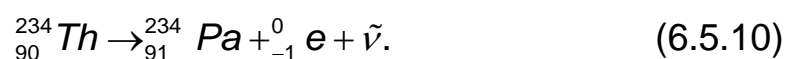
Перший вид розпаду (β -розпад або електронний розпад) протікає за схемою:



Щоб підкреслити збереження заряду та числа нуклонів у процесі бета-розпаду, бета-електрону приписують зарядне число $Z = -1$ і масове число $A = 0$. З формули видно, що дочірнє ядро має атомний номер, на одиницю більший, ніж у материнського ядра; масові числа обох ядер однакові. Поряд з електроном випускається також антинейтрино $\tilde{\nu}$.

Бета-розпад може супроводжуватися випусканням γ -променів. Механізм їх виникнення той же, що й у випадку альфа-розпаду.

Дочірнє ядро виникає не тільки в нормальному, але і в збуджених станах. Переходячи потім у стан з меншою енергією, ядро висвічує гамма-фотон. Прикладом β -розпаду може слугувати перетворення торію ${}^{234}_{90} Th$ в протактиній ${}^{234}_{91} Pa$ з випусканням електрона й антинейтрино:



Вивчення проходження бета-променів через речовину пов'язане з більшими труднощами, ніж у випадку альфа-променів, оскільки в цьому випадку дифузія грає значно більшу роль. Альфа-частинка, поступово вповільнюючись завдяки сутичкам з електронами, що містяться в речо-

вині, зазвичай зберігає свій первинний напрям майже до самого кінця шляху. Бета-частинка під час таких зіткнень не тільки сповільнюється, але також і відхиляється.

Зменшення інтенсивності випромінювання, яке проходить через шар речовини, залежить від вихідної інтенсивності пучка, природи та товщини шару речовини.

Зв'язок між вихідною інтенсивністю випромінювання й інтенсивністю після проходження речовини встановлюється формулою

$$I = I_0 e^{-kx}, \quad (6.5.11)$$

де I_0 – інтенсивність пучка до поглинання;

I – інтенсивність пучка після проходження речовини;

x – товщина шару речовини;

k – коефіцієнт поглинання, що залежить як від природи самого випромінювання, так і від властивостей поглинального середовища.

Опис лабораторної установки

Основною частиною лабораторної установки є вимірювач рівнів радіації ДП-5В. Він складається з блоку детектування та вимірювального пульта (рис. 6.5.1).

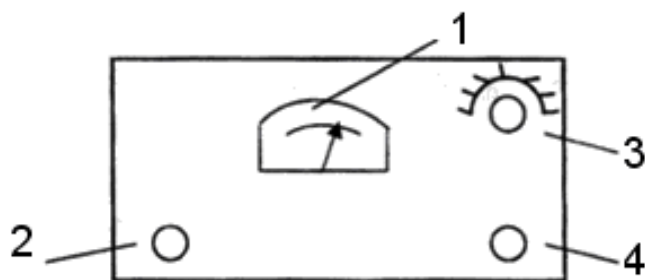


Рис. 6.5.1. Вид приладу зверху

На верхню лицьову частину пульта виходять:

шкала мікроамперметра – 1;

тумблер підсвічування шкали – 2;

перемикач піддіапазонів на 8 положень – 3;

кнопка скидання показань – 4.

У положенні перемикача піддіапазонів «О» живлення від приладу відключається.

Блок детектування має поворотний екран, який може фіксуватися в положеннях Б, Г або К. Положення екрану визначається ризикою на корпусі блоку детектування.

У положенні К проти вікна в корпусі блоку детектування встановлюється контрольне джерело типу Б-8, яке закріплене у поглибленні екрану.

При встановленні екрану в положення Б вимірюється потужність дози сумарного бета-гамма-випромінювання.

Порядок виконання лабораторної роботи

1. Отримати у викладача набір алюмінієвих і мідних пластинок і мікрометр. Мікрометром виміряти товщину пластинок.

2. Отримати у викладача випромінюючий елемент $^{90}\text{Sr}^{\beta^-}$. Під час роботи з ним дотримуватися підвищених запобіжних заходів: брати в руки тільки за краї квадратної пластини. Після проведення вимірювань негайно здати елемент викладачу.

3. Помістити елемент між полозами всередині макета.

4. Повернути екран на блоці детектування в положення Б. Ручку перемикача піддіапазонів послідовно ставити в положення x_0 , 1; x_1 до отримання відхилення стрілки мікроамперметра в межах шкали. Показання зчитуються за шкалою мікроамперметра 0 – 5, помножуються на коефіцієнт відповідного піддіапазону.

5. У положенні Б екрану на блоці детектування вимірюється потужність дози сумарного бета-гамма-випромінювання. Збільшення показань приладу на одному і тому ж піддіапазоні порівняно з гамма-випромінюванням (у положенні Г екрану) свідчить про наявність бета-випромінювання.

6. Провести вимірювання інтенсивності пучка за відсутності пластинок поглинача.

7. Провести послідовні вимірювання інтенсивності пучка, поміщаючи пластини поглинача по одній в затискачі між джерелом випромінювання та блоком детектування.

8. Виконати вимірювання для алюмінієвих і мідних пластинок як поглиначів.

9. Після закінчення роботи вимкнути прилад.
10. За результатами вимірювань побудувати криву поглинання.
11. За допомогою формули (6.5.11) обчислити коефіцієнт поглинання для міді і алюмінію.
12. Зробити висновки.

Контрольні запитання

1. Сформулюйте закон радіоактивного розпаду.
2. Яка фізична природа альфа-випромінювання, характер проходження його через речовину?
3. Яка фізична природа бета-випромінювання, характер проходження його через речовину?
4. Яка фізична природа гамма-випромінювання, характер проходження його через речовину?
5. Назвіть методи реєстрації радіоактивних випромінювань.
6. Поясніть основні типи радіоактивних перетворень.
7. Запишіть закон поглинання радіоактивних випромінювань у речовині.
8. Запишіть реакцію розпаду ізотопу урану ${}_{92}^{238}\text{U}$, яка протікає з утворенням торію.

6.5.2. Лабораторні роботи з комп'ютерними моделями

Ця частина практикуму – це лабораторні роботи з елементами комп'ютерного моделювання, яка містить опис до лабораторних робіт, в яких використовуються комп'ютерні моделі, розроблені в середовищі Windows XX і включені в CD-ROM «Відкрита фізика 1.0» частина 2 («Физикон», 1997).

Запуск програми здійснюється подвійним клацанням лівою кнопкою комп'ютерної миші, коли її маркер розташований над емблемою цієї частини збірки комп'ютерних моделей. З'явиться початкова картинка такого виду (рис. 6.5.2.).

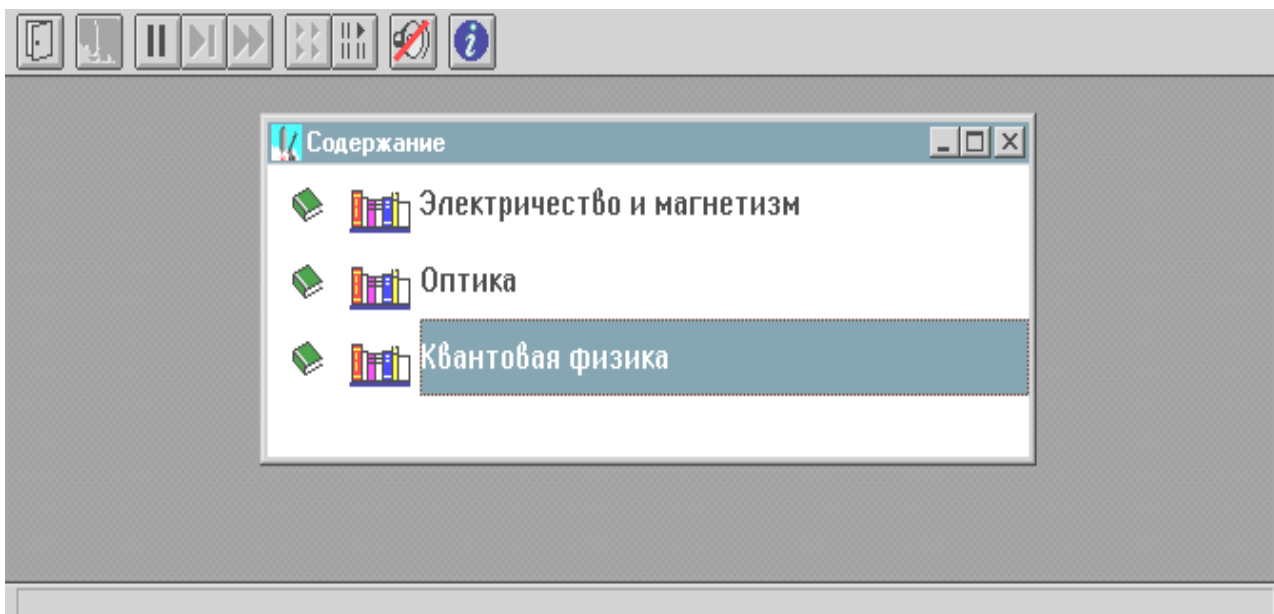


Рис.6.5.2. Вигляд програмного вікна

Далі потрібно встановити маркер комп'ютерної миші над назвою розділу, в якому розташована задана модель, і двічі клацнути лівою кнопкою. Для розділу квантової фізики відобразиться наступна картинка (рис. 6.5.2.).

Переміщення за пунктами змісту цього розділу здійснюється натисканням лівої кнопки комп'ютерної миші, після встановлення її маркера на кнопку зі стрілкою вниз, яка розташована у правому нижньому кутку вікна (див. рис. 6.5.2.).

Кнопки на верхній панелі подані на рис. 6.5.3, є службовими. Їх призначення позначається тоді, коли маркер миші (без натискання кнопок миші) встановлюється над кнопкою протягом 1 – 2 секунд.

Кнопка з двома вертикальними рисками « || » служить для зупинки експерименту, кнопки: «▶|» – для покрокового виконання, «▶▶» – для продовження роботи.

Треба вибрати у внутрішньому комп'ютерному вікні необхідну комп'ютерну модель, встановивши маркер миші над написом, і двічі натиснути ліву кнопку комп'ютерної миші. На екрані монітора з'явиться стандартне подвійне вікно програми.

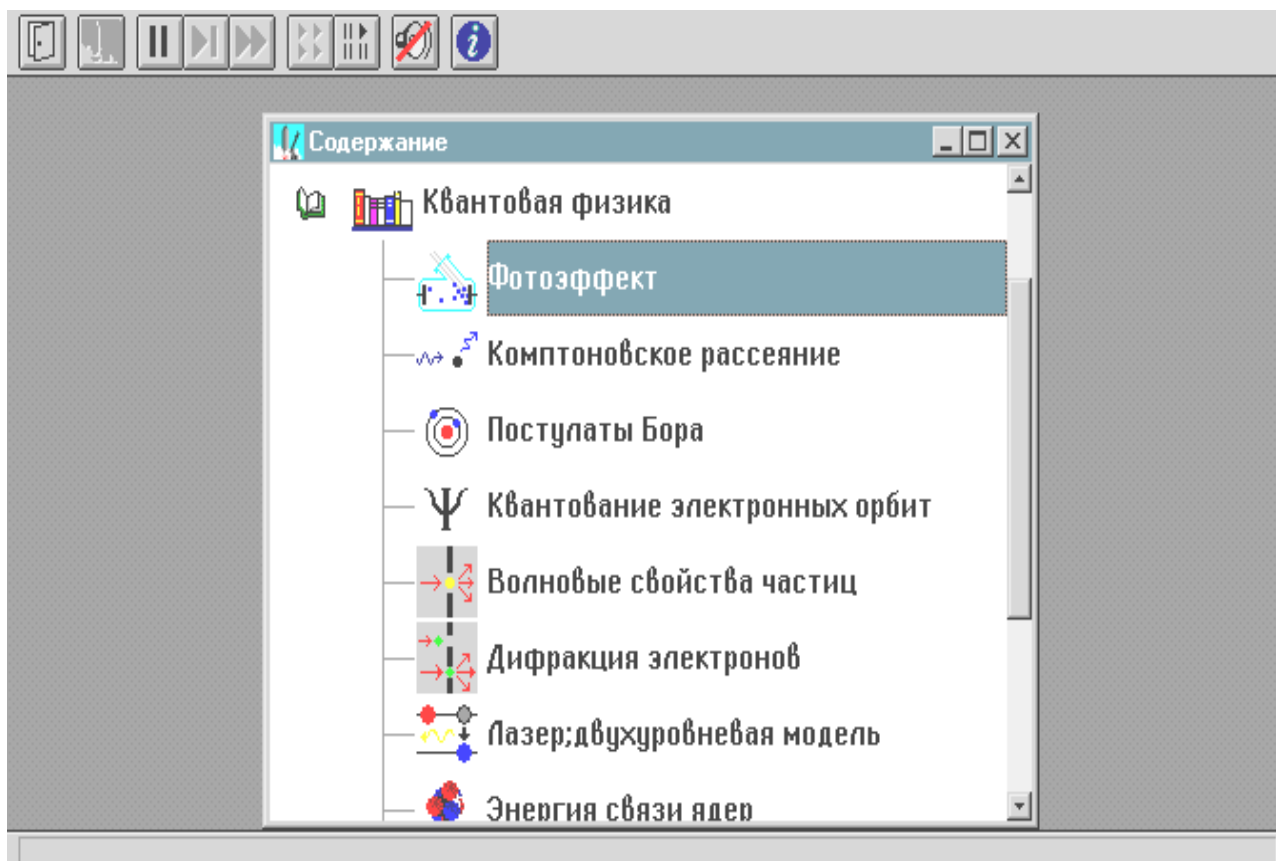


Рис. 6.5.3. Видяг розділів програмного вікна

У внутрішньому вікні зверху знаходяться службові кнопки.

Кнопка із зображенням сторінки слугує для виклику теоретичних відомостей.

Операції з переміщення та закриття вікна є стандартними – як в ОС *Windows*.

6.5.3. Лабораторна робота 2

Зовнішній фотоефект

Загальні рекомендації:

Ознайомтеся з конспектом лекцій і теоретичними відомостями у відповідному розділі даного посібника. Запустіть за допомогою комп'ютерної миші на виконання програму «Эл-магн.Кванты».

Виберіть розділ «Квантовая физика» і «Фотоэффе́кт».

За допомогою миші натисніть у верхній частині внутрішнього вікна на екрані монітора кнопку із зображенням сторінки. Прочитайте теоретичні відомості.

Мета роботи:

1. Знайомство з квантовою моделлю зовнішнього фотоефекту.
2. Експериментальна перевірка та підтвердження особливостей зовнішнього фотоефекту.
3. Експериментальне визначення сталої Планка, роботи виходу фотокатода та червоної межі фотоефекту.

Загальні теоретичні положення

У корпускулярно-хвильовій теорії електромагнітного випромінювання (ЕМВ) фотони подані у вигляді частинок (квантів).

Енергія фотона визначена формулою М. Планка:

$$E_{\phi} = h\nu, \tag{6.5.12}$$

де ν – частота випромінювання, h - стала Планка, $h = 6.62 \cdot 10^{-34}$ Дж·с.

Енергію фотона часто подають в «електрон-вольтах» (позасистемна одиниця): $1 \text{ эВ} = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Дж.

Співвідношення А. Ейнштейна визначає зв'язок маси фотона з його енергією:

$$m_{\phi} = \frac{h\nu}{c^2}. \tag{6.5.13}$$

Для імпульсу фотона справедливе співвідношення:

$$p = m_{\phi} c = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda} = \frac{\mathcal{U}_{\phi}}{c}, \tag{6.5.14}$$

де λ – довжина хвилі ЕМВ.

Зовнішній фотоефект (іноді називають коротко просто фотоефектом) – це явище вильоту електронів з речовини (металу, фотокатода) під

час її опромінення електромагнітним випромінюванням, наприклад видимим світлом. Електрони, що вилетіли з речовини, в науці називають **фотоелектронами**.

Під час опромінення речовини електромагнітним випромінюванням кінетична енергія всередині електрона зростає на величину $h\nu$, а на виході (вильоті) з речовини фотоелектрона відбувається робота виходу $A_{\text{вих}}$, яка спрямована проти сил електростатичного притягання до металу. У результаті надана фотоелектрону електромагнітним випромінюванням (наприклад, світлом) порція енергії зменшується на величину, дорівнену роботі виходу з металу (фотокатода), а частина, що залишилася, – є кінетичною енергією фотоелектронів поза металу:

$$E_{\text{кін}} = h\nu - A_{\text{вих}} \quad (6.5.15)$$

Вираз (6.5.15) є законом (формулою) Ейнштейна для фотоэффекту.

Мінімальна частота ЕМВ, за якої ще спостерігається фотоэффект, (для якої енергія фотона дорівнює роботі виходу, тобто виконується співвідношення $h\nu_0 = A_{\text{вих}}$) називається червоною межею фотоэффекту.

Мінімальну напругу (гальмівна) між анодом вакуумної лампи (фотоелемента) і фотокатодом, за якої відсутній струм в ланцюзі цієї лампи, тобто фотоелектрони не долітають до анода, називають запираальною (затримувальною) напругою.

За такою напругою кінетична енергія електронів у поверхні катода дорівнює потенційній енергії електронів у анода:

$$U_{\text{зап}} = \frac{E_{\text{кін}}}{e} = \frac{h\nu - A_{\text{вих}}}{e}, \quad (6.5.16)$$

де e – заряд електрона.

Порядок виконання лабораторної роботи

Методика та порядок вимірювань.

1. У програмному вікні відкрийте проект (лабораторну роботу) «Фотоэффект». Вивчіть детально рис. 6.5.4, і скопіюйте необхідне в свій звіт з лабораторної роботи.

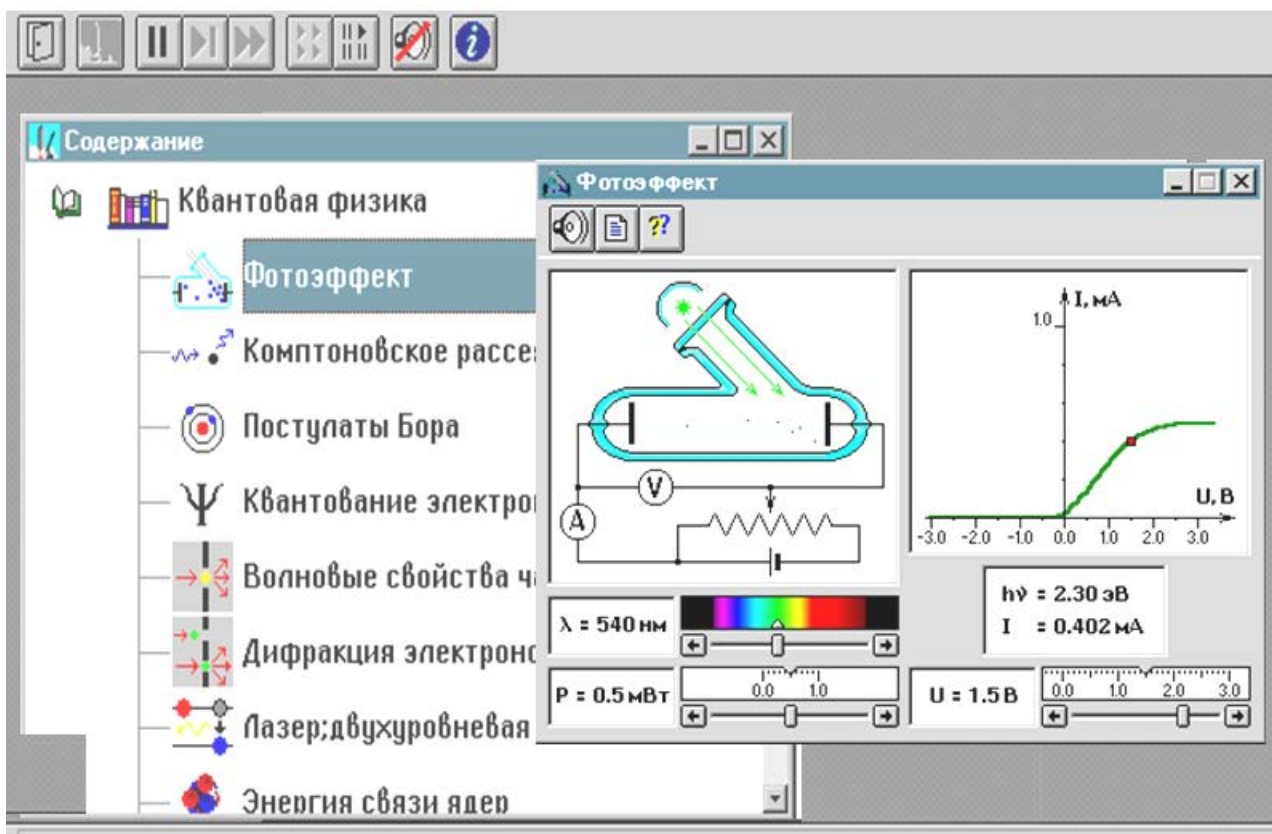


Рис. 6.5.4. Вигляд вікна з модельною експериментальною установкою та результатами спостережень

2. Встановіть на максимальне значення регулятор реостата потужності (інтенсивності) опромінення фотокатода, зачепивши та переміщаючи мишею движок регулятора.

3. Встановіть нульову напругу між анодом і фотокатодом і мінімальну довжину хвилі ЕМВ (виконується аналогічним чином).

Змінюючи напругу до запирання фотоструму, поспостерігайте на зображенні на екрані монітора рух електронів у фотоелементі.

4. Отримайте у викладача дозвіл для продовження вимірювань.

Проведення вимірювань

1. За допомогою комп'ютерної миші переміщайте мітку на спектрі. При цьому збільшується довжина хвилі опромінення фотокатода.

Отримайте стан повної відсутності фотоструму.

Відзначте (зафіксуйте) найбільшу довжину хвилі, за якої фотострум ще має місце (вона дорівнюватиме λ_y).

Запишіть показання λ_c (значення довжини хвилі червоної межі фотоефекту) до звіту.

2. Для точного визначення зв'язку між запіральною напругою та довжиною хвилі падаючого випромінювання виконайте наступне:

2.1. Встановіть значення запіральної напруги відповідно до табл. 6.5.1.

2.2. Встановіть переміщенням миші вертикальної мітки на спектрі таке найбільше значення довжини хвилі, за якого припиняється фотострум (з візуального спостереження електронів видно, що всі електрони досягають анода та потім рухаються назад до катода).

3. Запишіть у табл. 5.2. отримані значення λ і $U_{ЗАП}$.

Таблиця 5.1

Значення запіральної напруги

Групи	$U_{ЗАП1}$	$U_{ЗАП2}$	$U_{ЗАП3}$	$U_{ЗАП4}$
1; 4	-0.1	-0.3	-0.6	-0.8
2; 5	-0.2	-0.4	-0.6	-0.9
3; 6	-0.3	-0.5	-0.7	-1.0

Таблиця 5.2

Результати вимірювань для $U_{ЗАП} = \underline{\hspace{2cm}}$

$i =$	1	2	3	4
$U_{ЗАПi}, \text{В}$				
$\lambda_i, \text{нм}$				
$1/\lambda_i, 10^6 \text{м}^{-1}$				

Оброблення результатів спостережень

1. Розрахувати та записати в табл. 6.5.2. значення зворотних довжин хвиль $1/\lambda$.

2. Побудувати графічну залежність напруги запирання $U_{ЗАП}$ від зворотної довжини хвилі $1/\lambda$.

3. За отриманою графічною залежністю із застосуванням формули

$$h = \frac{e U_{\text{ст}}}{c / \lambda}$$
 визначте сталу Планка.

4. Розрахувати значення роботи виходу матеріалу фотокатода, використовуючи довжину хвилі червоної межі фотоефекту.

5. Записати відповіді в табл. 6.5.3 і проаналізувати їх і графічну залежність.

Таблиця 5.3

Значення роботи виходу для різних матеріалів

Матеріал	калій	літій	платина	рубідій	срібло	цезій	цинк
$A_{\text{вих}}, \text{eV}$	2,2	2,3	6,3	2,1	4,7	2,0	4,0

Контрольні запитання

1. Поясніть поняття «фотон».
2. Поясніть поняття «фотострум».
2. Назвіть і стисло поясніть моделі електромагнітного випромінювання.
3. Запишіть і стисло поясніть формулу, що зв'язує енергію та масу фотона.
4. Сформулюйте і стисло поясніть поняття «явище зовнішнього фотоефекту».
5. Поясніть поняття «робота виходу».
6. Запишіть і поясніть формулу Ейнштейна для зовнішнього фотоефекту.
7. Наведіть і поясніть визначення червоної межі фотоефекту.
8. Поясніть пристрій фотоелемента.
9. Поясніть стисло поняття «замикальна напруга» для даного фотокатода.
10. Поясніть характер руху фотоелектрона в фотоелементі у випадку, коли потенціал анода нижчий потенціалу фотокатода.

6.5.4. Лабораторна робота 3

Вивчення ефекту Комптона

Загальні рекомендації:

1. Ознайомтеся з конспектом лекцій та теоретичними відомостями у відповідному розділі даного посібника.
2. Запустіть за допомогою комп'ютерної миші на виконання програму «Эл-магн.Кванты». Виберіть розділ «Квантовая физика» і «Комптовское рассеяние».
3. За допомогою миші натисніть у верхній частині внутрішнього вікна на екрані монітора кнопку із зображенням сторінки. Прочитайте теоретичні відомості.

Мета роботи:

1. Вивчення моделей електромагнітного випромінювання й особливостей їх застосування для аналізу процесу розсіювання рентгенівського випромінювання на речовині.
2. Експериментальна перевірка закономірностей ефекту Комптона.
3. Експериментальне визначення комптонівської довжини хвилі електрона.

Загальні теоретичні положення

Основні поняття (їх часто називають моделями) електромагнітного випромінювання (ЕМВ):

- промінь – лінія поширення ЕМІ (розділ фізики: геометрична оптика);
- хвиля – гармонійна хвиля, що має амплітуду та певну довжину хвилі або частоту (розділ фізики: хвильова оптика);
- потік часток (фотонів) – це поняття застосовується у квантовій оптиці та для пояснення багатьох ефектів, які покладені в основу квантової теорії будови речовини.

Характеристики цих понять (моделей) пов'язані між собою.

Ефект Комптона полягає в появі розсіяного випромінювання з більшою довжиною хвилі під час опромінення речовини монохроматичним рентгенівським випромінюванням.

Електромагнітне випромінювання з довжиною хвилі від 10^{-8} до 10^{-12} м, яке можна моделювати за допомогою поняття про електромагнітні хвилі (хвильова теорія) або за допомогою поняття потоку фотонів з енергією від 100 еВ до 10^6 еВ (корпускулярна теорія), прийнято називати рентгенівським.

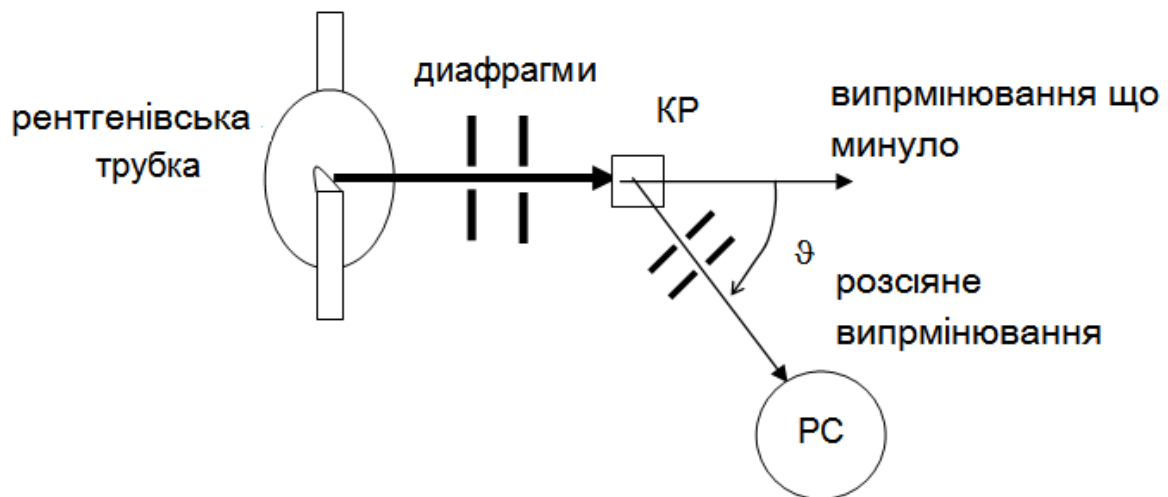


Рис. 6.5.5. Схема для опису розсіяного під кутом θ рентгенівського випромінювання, що виходить від речовини (КР) до реєстраційного пристрою (рентгенівського спектрометра РС)

Першу модель (хвильову) застосовують для опису рентгенівського випромінювання, яке поширюється від джерела до речовини. Його подають у вигляді монохроматичної хвилі з довжиною λ .

Ця модель застосовується і для опису розсіяного під кутом θ рентгенівського випромінювання (рис. 6.5.5), що виходить від речовини (КР) до реєстраційного пристрою (рентгенівського спектрометра РС).

Доцільно розглянути процес зіткнення падаючого рентгенівського фотона з енергією $\mathcal{E} = \hbar\omega$ й імпульсом $\vec{p} = \hbar\vec{k}$ з нерухомим електроном речовини. До зіткнення з фотоном енергія електрона дорівнює його енергії спокою $E = mc^2$, де m – маса спокою електрона. Імпульс електрона буде дорівнювати 0. Після зіткнення з фотоном електрон буде мати імпульс \vec{p}' й енергію, дорівнену $\mathcal{E}' = \sqrt{m^2c^4 + \hbar^2\omega'^2}$. У фотона в результаті зіткнення енергія дорівнюватиме $\mathcal{E}' = \hbar\omega'$, а імпульс – $\vec{p}' = \hbar\vec{k}'$. Відповідно до закону збереження імпульсу й енергії отримані такі дві рівності:

$$\hbar\omega + mc^2 = \hbar\omega' + c\sqrt{p^2 + m^2c^2} \quad ; \quad \hbar\vec{k} = \vec{p} - \hbar\vec{k}'. \quad (6.5.17)$$

Розділивши перше рівняння на друге, звівши результат у квадрат і провівши відомі перетворення, отримано формулу Комптона:

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \lambda_C (1 - \cos\vartheta), \quad (6.5.18)$$

де $\lambda_C = \frac{h}{mc}$ – комптонівська довжина хвилі.

Для електрона комптонівська довжина хвилі $\lambda_C = 2,43 \cdot 10^{-12}$ м.

Порядок виконання лабораторної роботи

Методика та порядок вимірювань

1. У програмному вікні відкрийте проект (лабораторну роботу) «Комптоновское рассеяние». Вивчіть детально рис. 6.5.6, і скопіюйте необхідне в свій звіт з лабораторної роботи.

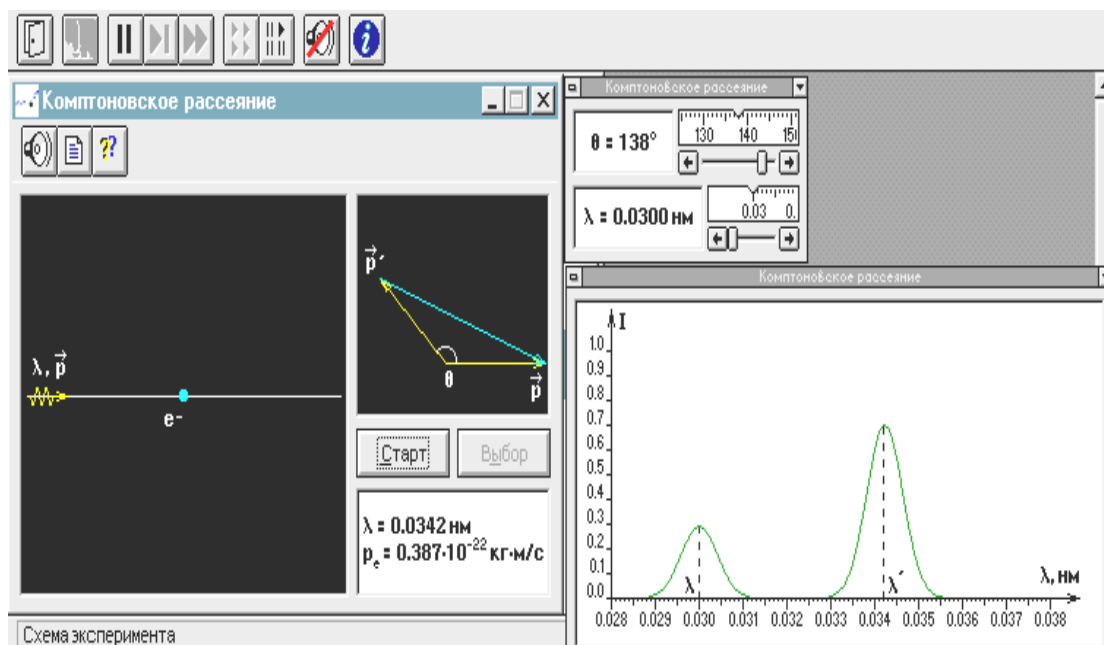


Рис. 6.5.6. Вигляд вікна з модельною експериментальною установкою і результатами спостережень

2. Отримайте у викладача дозвіл для виконання вимірювань.

Проведення вимірювань

1. Натисніть лівою кнопкою комп'ютерної миші піктограму (кнопку) «Старт» вгорі екрану.

2. За допомогою комп'ютерної миші, використовуючи движок регулятора довжини хвилі падаючого ЕМІ на комп'ютерній схемі, встановіть перше значення довжини хвилі з табл. 6.5.4, що відповідає номеру вашої групи.

3. За допомогою комп'ютерної миші, використовуючи движок регулятора кута прийому розсіяного ЕМІ, встановіть перше значення 600 з табл. 6.5.4.

4. Використовуючи виміряні значення, обчисліть довжину хвилі λ' розсіяного ЕМІ і запишіть в перший рядок табл. 6.5.4.

5. Змінюючи кут спостереження з кроком 100, вимірюйте і записуйте виміряні значення λ' у відповідні рядки табл. 6.5.4.

Таблиця 6.5.4

Результати вимірювань для довжини хвилі $\lambda = \underline{\hspace{2cm}}$ пм

Номер вимірювань	ϑ , град	λ' , пм	$1 - \cos\vartheta$
1	60		
2	70		
3	80		
4	90		
.....			
11	160		

Таблиця 6.5.5

Дані для вибору значень довжини хвилі

Номер групи	Довжина хвилі падаючого ЕМІ (пм)		
	3	5	7
1; 4	3	5	7
2; 5	3,5	5,5	8
3; 6	4	6	9

6. Після заповнення всіх рядків в табл. 6.5.4, змініть значення довжини хвилі падаючого ЕМІ відповідно до наступних значень для вашої групи з табл. 6.5.5.

Повторіть вимірювання довжини хвилі розсіяного ЕМІ, заповнюючи спочатку табл. 6.5.6, а потім і табл. 6.5.7 (вони аналогічні табл. 6.5.4).

Оброблення й оформлення результатів спостережень

1. Обчислити та записати в табл. 6.5.4; 6.5.6 і 6.5.7 значення величини $1 - \cos\vartheta$.

2. Побудувати графік залежності зміни довжини хвилі ($\Delta\lambda = \lambda' - \lambda$) від різниці $(1 - \cos\vartheta)$ для кожної серії вимірювань.

3. Визначити за нахилом графіка значення комптонівської довжини хвилі електрона:

$$\lambda_c = \frac{\Delta \lambda}{1 - \cos \vartheta} \quad (6.5.19)$$

4. Записати у звіт відповідь, проаналізувати її і отримані графіки.

Контрольні запитання

1. Поясніть моделі, за допомогою яких описується електромагнітне випромінювання.

2. Поясніть поняття «гармонійна хвиля». Запишіть і поясніть математичний запис.

3. Поясніть процес моделювання взаємодії падаючого рентгенівського фотона та вільного електрона речовини.

4. Назвіть і стисло поясніть основні закони збереження, які виконуються під час взаємодії фотона з електроном в ефекті Комптона.

5. Порівняйте поведінку фотонів після взаємодії з електронами в ефекті Комптона та в фотоефекті.

6. Поясніть, що означає поняття «компонівська довжина хвилі частинки».

7. Поясніть зміни енергії фотона під час його комптонівського розсіяння.

8. Назвіть відмінність маси від маси спокою. Коли вони збігаються?

9. Запишіть і поясніть рівняння для імпульсу фотона.

10. Запишіть і поясніть рівняння для ефекту Комптона.
11. Запишіть і поясніть формулу для комптонівської довжини хвилі електрона.

6.5.5. Лабораторна робота 4

Вивчення спектра випромінювання атомарного водню

Загальні рекомендації:

1. Ознайомтеся з конспектом лекцій і теоретичними відомостями у відповідному розділі даного посібника.
2. Запустіть за допомогою комп'ютерної миші на виконання програму «Эл-магн. Кванты». Виберіть розділ «Квантовая физика» і «Постулаты Бора».
3. За допомогою миші натисніть у верхній частині внутрішнього вікна на екрані монітора кнопку із зображенням сторінки. Прочитайте теоретичні відомості.

Мета роботи:

1. Вивчення планетарної та квантової моделей атома за допомогою моделювання процесу випускання електромагнітного випромінювання збудженими атомами водню.
2. Експериментальна перевірка закономірностей формування лінійного спектра випромінювання атомарного водню за низьким тиском.
3. Визначення сталої Рідберга експериментальним способом.

Загальні теоретичні положення.

Спектр електромагнітного випромінювання (ЕМВ) – це сукупність електромагнітних хвиль, які випромінюються або поглинаються атомами (молекулами) даної речовини.

Виділяють лінійчатий, смугастий та суцільний спектри випромінювання.

Лінійчатий спектр електромагнітного випромінювання складається з окремих складових (ліній), близьких до гармонійних. Відстань за шка-

лою довжин хвиль або частот між спектральними лініями набагато перевищує ширину ліній. Такий спектр випромінюють атомарні гази.

Смугастиий спектр електромагнітного випромінювання випромінюють молекулярні гази.

Суцільний спектр електромагнітного випромінювання випромінюють нагріті тверді тіла.

Планетарна модель атома: в центрі атома розташоване ядро, що має позитивний заряд. Навколо ядра за певними (дозволеними) стаціонарними орбітами рухаються електрони, що мають негативний заряд і масу у багато разів меншу маси ядра.

Згідно з моделлю під час руху орбітою електрон не випромінює електромагнітного випромінювання. Якщо електрон поглинає ЕМІ (фотон), то він переходить на більш «високу» дозволена орбіту, на якій його енергія зростає на величину $\Delta E_{ЕЛ}$, дорівнену енергії поглиненого фотона E_{ϕ} .

З переходом на більш «низьку» орбіту (зворотний перехід) електрон випромінює фотон з такою ж енергією $E_{\phi} = |\Delta E_{ЕЛ}|$.

Основна відмінність *квантової моделі атома* від планетарної полягає в тому, що в цій моделі електрон не має точно визначеної координати та швидкості (тобто не визначений його імпульс), тому втрачає сенс поняття траєкторії його руху. Можна визначити (і зобразити) лише межі області його переважного руху, яку прийнято називати орбітальною.

Аналіз квантової моделі атома виконується на основі хвильового рівняння Шредінгера для руху електрона в кулонівському полі ядра атома водню.

Результатом розв'язання рівняння Шредінгера є хвильова функція. Вона залежить від координати \vec{r} , часу t і від 4-квантових чисел, які мають дискретний набір значень. Вони мають назви: головне, азимутальне, магнітне та магнітне спінове квантові числа.

Головне квантове число n визначає величину енергії E_n електрона в атомі. Воно може приймати тільки цілочисельні значення 1, 2, 3,

$E_n = -\frac{E_i}{n^2}$, де E_i – енергія іонізації атома водню (13,6 еВ).

Азимутальне (орбітальне) квантове число l може приймати тільки цілочисельні значення $l = 0, 1, 2, 3, \dots, n-1$. Воно визначає модуль моменту імпульсу електрона під час його орбітального руху.

Магнітне квантове число m_l може приймати позитивні та негативні цілочисельні значення, які за модулем менші або дорівнюють l . $L_z = \hbar m_l$, де $m_l = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l$. Воно визначає проекцію вектора моменту імпульсу орбітального руху електрона L_z на напрям зовнішнього магнітного поля \vec{B} .

Магнітне спінове квантове число m_s приймає тільки два значення: $m_s = +1/2, -1/2$. Воно визначає проекцію вектора власного моменту імпульсу електрона (його називають спіном \vec{S}) на напрям зовнішнього магнітного поля \vec{B} : $S_z = \hbar m_s$.

Для модуля спіна має місце співвідношення $|\vec{S}| = \hbar \sqrt{s(s+1)}$, де s – спінове квантове число, яке у кожній частинки приймає тільки одне значення. Наприклад, для електрона $s = \frac{1}{2}$ (також для протона та нейтрона). Для фотона $s = 1$.

Стани електрона з однаковою енергією називаються *виродженими*.

Кратність виродження дорівнює кількості станів з однією і тією ж енергією.

Короткий запис стану електрона в атомі складається таким чином: цифра, дорівнена головному квантовому числу, і буква, яка визначає азимутальне квантове число (табл. 6.5.8):

Таблиця 6.5.8

Буква	s	p	d	e	f
Значення l	0	1	2	3	4

Правило відбору азимутального квантового числа $\Delta l = \pm 1$. Електрон в атомі може переходити тільки між станами, які задовольняють цьому правилу.

Сукупність ліній випромінювання, які відповідають переходу електрона в атомі на один і той же нижній рівень енергії, називають *спектральною серією* (табл. 6.5.9).

Серія	Лаймана	Бальмера	Пашена	Брекєта
Переходи	$np \rightarrow 1s$	$ns \rightarrow 2p,$ $nd \rightarrow 2p$	$nf \rightarrow 3d,$ $np \rightarrow 3d$	$ng \rightarrow 4f,$ $nd \rightarrow 4f$

Порядок виконання лабораторної роботи

Методика та порядок вимірювань

1. У програмному вікні відкрийте проект (лабораторну роботу) «Постулаты Бора». Вивчіть детально рис. 6.5.7, і скопіюйте необхідне в звіт з лабораторної роботи.

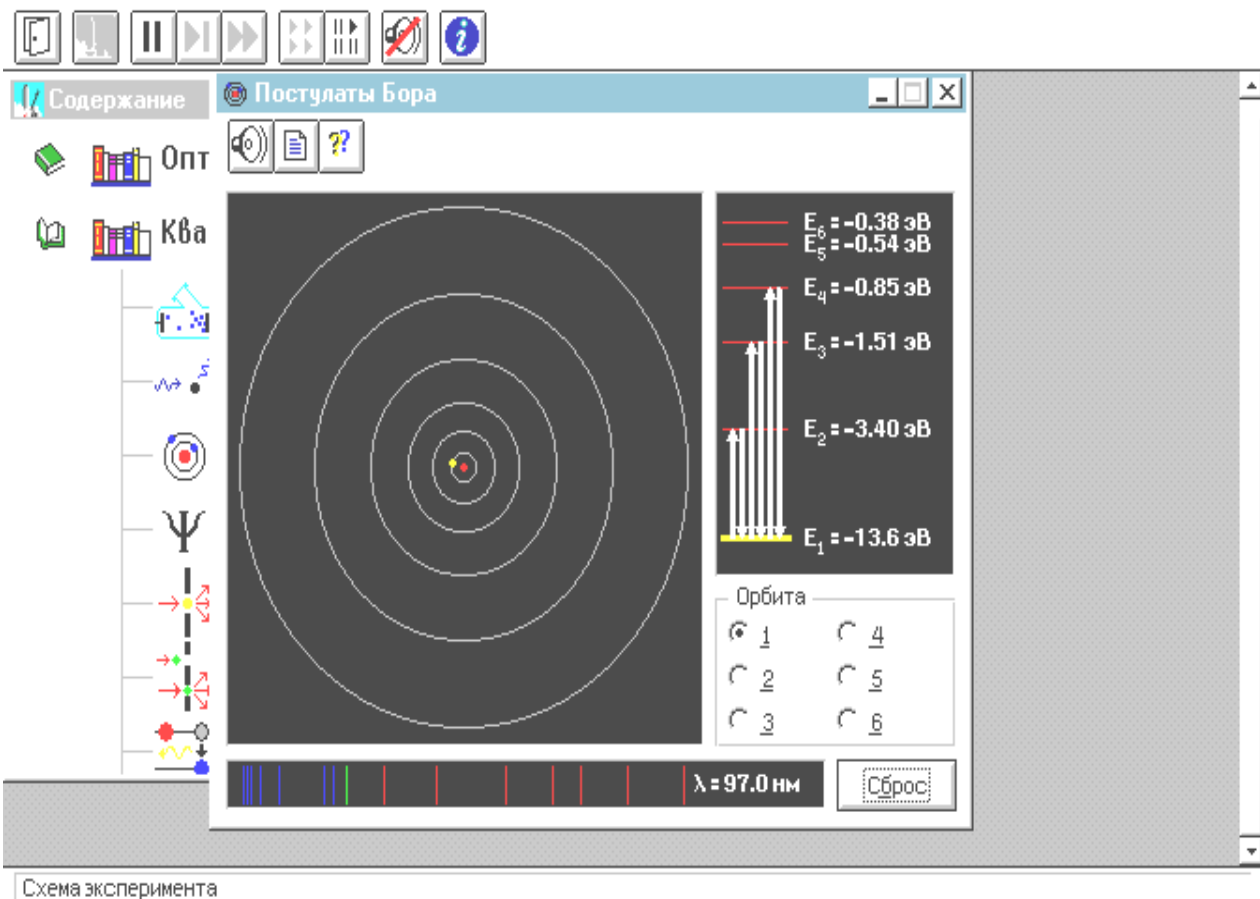


Рис. 6.5.7. Вид вікна з модельною експериментальною установкою та результатами спостережень

2. Отримайте у викладача дозвіл (допуск) на виконання вимірювань.

Проведення вимірювань.

1. Натисніть лівою кнопкою комп'ютерної миші піктограму (кнопку) «Старт» вгорі екрану.

2. У вікні на екрані виділіть маркером комп'ютерної миші рівень енергії електрона з номером n_0 , який вказаний в табл. 6.5.10 для вашої групи, і натисніть ліву кнопку миші.

3. У лівому верхньому полі вікна прослідкуйте і занесіть у звіт з лабораторної роботи миготливі стрілки на моделі атома водню, а також стрілки в правому полі і відмітки в нижньому полі вікна, які відповідають лініям в даній серії.

4. Запишіть у таблицю 6.5.11 значення головного квантового числа n_0 для нижнього рівня енергії даної серії, назву серії та довжину хвиль окремих ліній.

Таблиця 6.5.10.

Дані для вибору значень довжини хвилі

Номер групи	Головне квантове число нижнього рівня n_0
1; 4	1,5
2; 5	2,6
3; 6	3,7

Таблиця 5.8.

Результати вимірювань. Серія _____ . $n_0 =$ _____

Номер лінії $i=$	n	$\lambda_i, \text{мкм}$	$1/\lambda_i, \text{мкм}^{-1}$
1			
2			
3			
4			

Оброблення й оформлення результатів спостережень

1. Розрахуйте та запишіть в таблицю 6.5.11 значення зворотних довжин хвиль $1/\lambda_i$.

2. Для кожної лінії випромінювання визначте відповідність переходу між квантовими станами електрона в атомі водню. Запишіть у табл. 6.5.11 значення n .

3. Для даної спектральної серії побудувати графік залежності зворотної довжини хвилі ($1/\lambda_i$) від зворотного квадрата головного квантового числа ($1/n^2$).

4. За нахилом отриманої графічної залежності визначити значення сталої Рідберга (табличне значення сталої Рідберга $R = 1,1 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}$):

$$R = \frac{\Delta (1/\lambda)}{\Delta (1/n^2)}$$

5. Записати відповідь у звіт і проаналізувати відповідь і графічні залежності.

Контрольні запитання

1. Поясніть поняття «спектр електромагнітного випромінювання».
2. Поясніть поняття «лінійчатий спектр ЕМІ».
3. Поясніть, що таке смугастий спектр ЕМІ і що є його джерелом.
4. Дайте стислий опис планетарної моделі атома.
5. Поясніть, як пов'язані між собою характеристики фотона й електрона, який випромінює даний фотон.
6. Назвіть, яке рівняння застосовується для аналізу квантової моделі атома.
7. Поясніть, як у квантовій моделі атома описують електрон.
8. Поясніть поняття «орбіталь електрона в атомі».
9. Що характеризує головне квантове число? Запишіть і поясніть формулу для його знаходження.
10. Що характеризує азимутальне квантове число? Запишіть і поясніть формулу для його знаходження.
11. Що характеризує магнітне квантове число? Запишіть і поясніть формулу для його знаходження.
12. Що означає поняття «спін електрона»?
13. Що характеризує спінове квантове число? Запишіть і поясніть формулу для його знаходження.
14. Що характеризує магнітне спінове квантове число?
15. Запишіть і поясніть формулу для знаходження магнітного спінового квантового числа.

6.6. Рекомендована література

Основна

1. Анисимов В. М. Практический курс физики. Основы квантовой физики под ред. Г. Г. Спирина. / В. М. Анисимов, О. Н. Третьякова. – М. : Изд. МАИ; Наука, 2008. – 163 с.
2. Ахманов С. А. Физическая оптика : учебник / С. А. Ахманов, С. Ю. Никитин. – 2-е изд. – М. : Изд МГУ; Наука, 2004. – 656 с.
3. Бондаренко О. О. Методичні рекомендації до виконання лабораторних робіт з навчальної дисципліни «Фізика» для студентів напрямів підготовки «Комп'ютерні науки», «Видавничо-поліграфічна справа» денної форми навчання / О. О.Бондаренко, А. Г. Батрак, В. Ю. Вдовьонков, О. М. Гоков, Є. А. Жидко. – Харків : Вид. ХНЕУ, 2008. – 212 с.
4. Бондаренко О. О. Електрика та магнетизм. Практикум з навчальної дисципліни «Фізика». Навчально-практичний посібник / О. О. Бондаренко, О. М. Гоков, К. О. Катрунов. – Харків : Вид. ХНЕУ, 2009. – 266 с.
5. Бондаренко О. О. Оптика. Практикум з навчальної дисципліни «Фізика». Навчально-практичний посібник / О. О. Бондаренко, О. М. Гоков, К. О. Катрунов. – Харків : Вид. ХНЕУ, 2011. – 277 с.
6. Бушок Г. Ф. Курс фізики. Оптика. Фізика атома і атомного ядра. Молекулярна фізика і термодинаміка / Г.Ф. Бушок, Є. Ф. Венгер – К. : „Либідь”, 2001. – Т. 2. – 422 с.
7. Волькенштейн В. С. Сборник задач по общему курсу физики / В. С. Волькенштейн. – М. : Наука, 1985. – 382 с.
8. Кучерук І. М. Загальний курс фізики. / І. М. Кучерук, І.Т. Горбачук. – К. : Техніка, 1999. – Т. 2. – 394 с.
9. Михайлов М. А. Ядерная физика и физика элементарных частиц. В 2-х частях. Часть первая: Физика атомного ядра : учебн. пособ. / М. А. Михайлов. – М. : Изд «Прометей», 2011. – 92 с.
10. Савельев И. В. Курс общей физики / И. В. Савельев. – СПб. : Лань, 2005. – Т.3. – 496 с.
11. Трофимова Т. И. Краткий курс физики / Т. И. Трофимова. – М. : Высш. школа, 2001. – 541 с.

12. Элементы физики твёрдого тела : учебн. пособ. / сост. В. Я. Чечуев, С. В. Викулов, И. М. Дзю. – Новосибирск: Изд. НГАУ, 2012. – 99 с.

Додаткова

13. Барсуков В. И. Физика. Волновая и квантовая оптика : учеб. пособ. / В. И. Барсуков, О. С. Дмитриев. – Тамбов : ФГБОУ ВПО «ТГТУ», 2012. – 132 с.

14. Грабовский Р. И. Курс физики / Р. И. Грабовский. – М.: Высш. шк., 1980. – 608 с.

15. Детлаф А. А. Курс физики : учеб. пособие для втузов / А.А. Детлаф, Б. М. Яворский.– 4-е изд., испр. – М. : Высш. шк., 2002. – 718 с.

16. Зисман Г. А. Курс общей физики / Г. А. Зисман, О. М. Тодес. – Т. 1–3 – М. : Наука, 1974. – 200 с.

17. Иродов И. Е. Сборник задач по общей физики / И. Е. Иродов, И. В. Савельев, О. И. Замша. – М. : Наука, 1972. – 255 с.

18. Кортнев А. В. Практикум по физике / А. В. Кортнев, Ю. В. Рублев, А. Н. Куценко. – М. : Высш. шк., 1963. – 516 с.

19. Кузнецов С. И. Физика. Ч. III. Оптика. Квантовая природа излучения. Основы атомной физики и квантовой механики. Физика атомного ядра и элементарных частиц: учеб. пособ. / С. И. Кузнецов, Э. В. Поздеева, Э. Б. Шошин. – Томск : Изд-во ТПУ, 2012. – 212 с.

20. Савельев И. В. Сборник вопросов и задач по общей физике / И. В. Савельев. – М. : Наука, 1982. – 272 с.

21. Трофимова Т. И. Сборник задач по курсу физики / Т. И. Трофимова. М. : Высш. шк., 1991. – 302 с.

22. Большой адронный коллайдер [Электронный ресурс]. – Режим допуску: ru.wikipedia.org/

23. Большой адронный коллайдер [Электронный ресурс]. – Режим допуску: lifeglobe.net

Додатки

Таблиця А.1

Основні закони та формули

1	2
Довжина хвилі де Бройля	$\lambda = \frac{h}{p}$
Співвідношення невизначеностей Гейзенберга для координати й імпульса, для енергії та часу	$\Delta x \Delta p_x \geq \frac{h}{2\pi},$ $\Delta E \Delta t \geq \frac{h}{2\pi}$
Густина ймовірності виявлення частинки в різних точках простору	$\omega = \psi ^2$
Хвильова функція, що описує стан частинки в нескінченно глибокій одновимірній потенціальній ямі шириною l	$\psi_n = \sqrt{\frac{2}{l}} \sin \frac{n\pi x}{l}$
Рівняння Шредінгера	$\Delta \psi + \frac{2m}{\hbar^2} (E - U) \psi = 0$
Повна енергія частинки в нескінченно глибокій одновимірній потенціальній ямі шириною l	$E_n = \frac{\hbar^2}{8ml^2} n^2$
Імовірність проходження частинки крізь потенціальний бар'єр	$D \approx e^{-\frac{2}{\hbar} \sqrt{2m(U_0 - E)}l}$
Закон радіоактивного розпаду	$N = N_0 e^{-\lambda t}$
Період напіврозпаду	$T_{1/2} = \ln 2 / \lambda = 0,693 / \lambda$
Активність радіоактивної речовини	$A = -\frac{dN}{dt}$
Закон поглинання γ -випромінювання речовиною	$I = I_0 e^{-\mu t}$
Дефект маси ядра	$\Delta m = Zm_p + (A - Z)m_n - m_\alpha$
Енергія зв'язку ядра	$E_{зв} = c^2 \Delta m$
Енергія ядерної реакції	$Q = c^2 (m_1 + m_2 - \sum m'_i)$

Зміст

Вступ	3
Модуль 6. Елементи квантової фізики, фізики атома та твердого тіла	7
6.1. Основні принципи квантової фізики	7
6.1.1. Корпускулярно-хвильовий дуалізм властивостей речовини. Хвилі де Бройля	7
6.1.2. Постулати квантової механіки. Співвідношення невизначеності. Хвильова функція й її статистичний сенс	10
6.1.3. Стаціонарне рівняння Шредінгера і його застосування	17
6.1.4. Лінійний гармонійний осцилятор	25
6.1.5. Приклади розв'язання завдань	28
6.1.6. Завдання для самостійного розв'язання	44
Контрольні запитання	51
6.2. Квантова теорія атомів і молекул	52
6.2.1. Досліди Резерфорда. Моделі атома	52
6.2.2. Теорія воднеподібного атома в квантовій механіці. Принцип Паулі	55
6.2.3. Квантова механіка систем	60
6.2.4. Оптичні властивості твердих тіл. Поглинання. Спонтанне та вимушене випромінювання	80
6.2.5. Квантові генератори світла (лазери)	83
6.2.6. Приклади розв'язання завдань	87
6.2.7. Завдання для самостійного розв'язання	102
Контрольні запитання	106
6.3. Основи фізики атомного ядра	107
6.3.1. Склад атомного ядра	107
6.3.2. Радіоактивний розпад ядер	115
6.3.3. Ядерні реакції	124
6.3.4. Елементарні частинки. Космологія	131
6.3.5. Приклади розв'язання завдань	146
6.3.6. Завдання для самостійного розв'язання	172
Контрольні запитання	175
6.4. Елементи фізики твердого тіла	177
6.4.1. Енергетичні зони в кристалах	177

6.4.2. Зонні моделі дефектів кристалічної решітки. Люмінесценція. Екситони	189
6.4.3. Напівпровідники	196
6.4.4. Приклади розв'язання завдань	208
6.4.5. Завдання для самостійного розв'язання	220
Контрольні запитання	223
6.5. Лабораторні роботи	224
6.5.1. Лабораторна робота 1. Вимірювання коефіцієнта поглинання β -частинок	224
Контрольні запитання	231
6.5.2. Лабораторні роботи з комп'ютерними моделями	231
6.5.3. Лабораторна робота 2. Зовнішній фотоефект	233
Контрольні запитання	238
6.5.4. Лабораторна робота 3. Вивчення ефекту Комптона	239
Контрольні запитання	243
6.5.5. Лабораторна робота 4. Вивчення спектра випромінювання атомарного водню	244
Контрольні запитання	249
6.6. Рекомендована література	250
Додатки	252

НАВЧАЛЬНЕ ВИДАННЯ

Бондаренко Олена Олексіївна
Гоков Олександр Михайлович
Катрунов Костянтин Олексійович
Цапко Наталія Сергіївна

**ЕЛЕМЕНТИ КВАНТОВОЇ ФІЗИКИ:
ФІЗИКА АТОМІВ,
МОЛЕКУЛ І ТВЕРДОГО ТІЛА**

**Практикум з навчальної дисципліни "ФІЗИКА"
для студентів напрямів підготовки
6.050101 "Комп'ютерні науки",
6.051501 "Видавничо-поліграфічна справа"**

Відповідальний за випуск *В. Я. Платков*

Відповідальний редактор *М. М. Оленич*

Редактор *Н. І. Ганцевич*

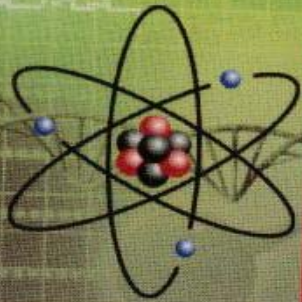
Коректор *В. В. Міхно*

План 2015 р. Поз. № 51-П.

Підп. до друку 25.12.2015 р. Формат 60 x 90 1/16. Папір офсетний. Друк цифровий.
Ум. друк. арк. 15,5. Обл.-вид. арк. 19,38. Тираж 400 пр. Зам. № 273.

Видавець і виготівник – ХНЕУ ім. С. Кузнеця, 61166, м. Харків, просп. Леніна, 9-А

*Свідоцтво про внесення суб'єкта видавничої справи до Державного реєстру
ДК № 4853 від 20.02.2015 р.*

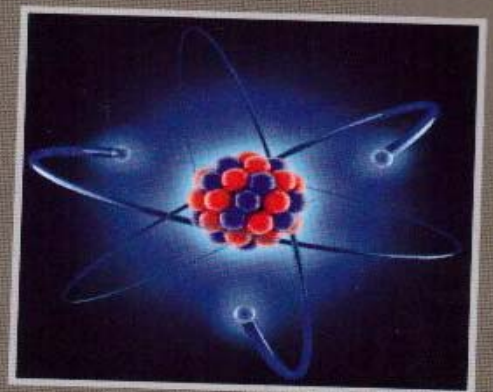


Бондаренко О. О.
Гоков О. М.
Катрунов К. О.
Цапко Н. С.

ЕЛЕМЕНТИ КВАНТОВОЇ ФІЗИКИ: ФІЗИКА АТОМІВ, МОЛЕКУЛ І ТВЕРДОГО ТІЛА

Практикум з навчальної дисципліни «ФІЗИКА»

Подано основні теоретичні відомості, опис лабораторних робіт, методичні рекомендації щодо їх виконання, матеріал для закріплення знань, основні типові розрахункові завдання та приклади їх розв'язання з розділу «Елементи квантової фізики: фізика атомів, молекул і твердого тіла» навчальної дисципліни «Фізика».



ХНЕУ ім. С. Кузнеця

ХАРКІВ 2015