

МОДЕЛЬ ФОРМИРОВАНИЯ ОПТИМАЛЬНОГО КРЕДИТНОГО ПОРТФЕЛЯ

Аннотация. Использована двухкритериальная модель Марковица оптимизации кредитного портфеля, позволяющая оценить совокупный риск и доходность и их влияние на принятие решения о предоставлении кредита.

Анотація. Використано двокритеріальну модель Марковица оптимізації кредитного портфеля, що дозволяє оцінити сукупний ризик і дохідність та їх вплив на прийняття рішення про надання кредиту.

Annotation. The Markowitz bicriterial model of credit portfolio optimization is used in the paper. The model permits to estimate the integrated risk and the profitability and their impact on the decision concerning the credit granting.

Ключевые слова: риск, доходность, вероятность дефолта, вероятность потерь, ссуда, минимизация риска кредитного портфеля.

Кредитование является одной из ключевых функций большинства банков и обеспечивает значительную часть в общей структуре доходов кредитных организаций. В связи с этим возникает необходимость проведения процедур кредитного анализа, включающих выявление факторов риска, оценку вероятностей дефолта и прогноз размера потенциальных потерь в случае дефолта. При этом кредитный анализ отдельных заемщиков должен сопровождаться анализом кредитного риска на портфельном уровне, включающем оценку влияния новых ссуд на показатели риска и доходности совокупного кредитного портфеля [1].

С целью формирования оптимального кредитного портфеля в работе предлагается использовать модифицированную двухкритериальную модель Марковица оптимизации кредитного портфеля с учетом бинарности переменной, характеризующей принятие решения о выдаче кредита, предложенную Мищенко А. В. и Чижовой А. С. в работе [2].

Модель имеет следующий вид:

$$L = \sum_{i=1}^N \sigma_i^2 n_i^2 w_i^2 \rightarrow \min, \quad (1)$$

$$\sum_{i=1}^N y_i n_i w_i \geq \bar{y}, \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^N w_i n_i \leq 1, \quad (3)$$

$$n_i \in \{0, 1\}, \quad i = 1, \dots, N, \quad (4)$$

где $i = 1, \dots, N$ – поданные заемщиками кредитные заявки;

w_i – весовой коэффициент каждой ссуды в объеме кредитных резервов банка ($w_i = V_i / V$);

V_i – объем i -й кредитной заявки, денежных единиц;

V – общая сумма кредитных ресурсов банка;

n_i – бинарная переменная, отражающая решение банка о предоставлении i -й ссуды ($n_i = 1$, если заемщику i предоставлена ссуда, и $n_i = 0$ в противном случае);

y_i – доходность по ссуде i ;

σ_i^2 – дисперсия доходности по ссуде i ;

L – дисперсия доходности портфеля.

При этом содержащаяся в (1) доходность портфеля (L) и в ограничении (2) минимальная доходность (\bar{y}) являются взвешенными величинами, где в качестве весов выступают w_i и n_i – бинарные индикаторы выдачи ссуды. Именно бинарные переменные n_i являются искомыми переменными модели.

При расчетах использовались следующие формулы:

$$PD_i = \Phi(-Y_i) \text{ (probit-модель)},$$

где $\Phi(\cdot)$ – функция нормального распределения вероятностей;

Y_i – индекс кредитоспособности заемщика i :

$$Y_i = X_{i1}\alpha_1 + \dots + X_{im}\alpha_m,$$

где X_{i1}, \dots, X_{im} – вектор показателей экономической деятельности заемщика i ;

$\alpha_1, \dots, \alpha_m$ – вектор параметров.

Текущая дисконтированная стоимость (цена ссуды) (P_i):

$$P_i = \frac{PD_i(1-LGD) + (1-PD_i)}{1+r_f} \cdot V_i,$$

где r_f – безрисковая процентная ставка;

LGD (Loss Given Default) – потери по ссуде в случае дефолта заемщика (процентная доля от общей суммы предоставленной заемщику ссуды).

Как указано в исследовании [3, с. 17], показатель LGD по обеспеченным ссудам за период времени 1970 – 2003 гг. составил 45,74 %, а по необеспеченным ссудам – 85,61 %.

Доходность по ссуде (y_i):

$$y_i = \frac{V_i}{P_i} - 1.$$

Дисперсия доходности (σ_i^2):

$$\sigma_i^2 = \left(-\frac{V_i}{P_i^2} \right)^2 D(P_i) = (1+r_f)^2 \frac{[(LGD \cdot PD_i)^2 (1-PD_i) + (LGD \cdot (PD_i - 1))^2 PD_i]}{[1-LGD \cdot PD_i]^2}.$$

Рассмотрим формирование оптимального кредитного портфеля при целочисленных ограничениях на основании реальных данных о заемщиках – физических лицах [4].

Пусть потенциальная среднерисковая стратегия банка заключается в достижении целевой доходности портфеля $y_p = 6\%$. Полученные результаты приведены в таблице.

Таблица

Оптимальное формирование кредитного портфеля

Порядковый номер и рейтинг заемщика		Доходность по ссуде, y_i	Стандартное отклонение доходности, σ_i	Объем кредитной заявки, w_i	Целевая доходность, $y_i = 6\%$	
					Решение о выдаче ссуды, n_i	Итоговая доходность
1	R1	0,05	0,000460	0,0175	1	0,0010
2	R1	0,05	0,000388	0,0194	1	0,0011
3	R1	0,05	0,000424	0,0198	1	0,0011
4	R1	0,05	0,000842	0,0163	1	0,0009
5	R1	0,05	0,000937	0,0158	1	0,0009
...
80	R1	0,0680	0,1271	0,0056	0	0
81	R1	0,0689	0,1303	0,0050	1	0,00034
82	R1	0,0695	0,1321	0,0036	1	0,00025
83	R1	0,0604	0,0703	0,0086	1	0,00052
84	R1	0,0605	0,0705	0,0094	1	0,00057
...
146	R4	0,1065	0,1594	0,0050	1	0,00053
147	R4	0,1070	0,1600	0,0047	1	0,00051
148	R4	0,1790	0,3370	0,0013	1	0,00023
149	R5	0,1298	0,1868	0,0042	1	0,00054

150	R5	0,1387	0,1958	0,0033	1	0,00046
Доходность кредитного портфеля						0,06002
Стандартное отклонение доходности портфеля						0,0003

Как следует из расчетов, для достижения минимальной целевой доходности кредитного портфеля 6 % необходимо преимущественно предоставлять ссуды наиболее надежным заемщикам с наименьшей дисперсией доходности (наименьшим риском). При этом будут удовлетворены 114 заявок из 150, итоговая доходность кредитного портфеля составит 6,002 %, а стандартное отклонение доходности – 0,03 %, что является достаточно положительным показателем риска портфеля.

Рассмотренный пример иллюстрирует оптимальную политику формирования кредитного портфеля в соответствии с задачей (1) – (4). Однако задача (1) – (4) может также успешно применяться для принятия решения о выдаче новых ссуд в случае уже сформированного портфеля. Рассмотрим пример данной политики. Пусть в кредитный портфель уже вошли ссуды 1 – 30 и доходность портфеля при этом составляет 3 %. При этом в наличии имеются кредитные заявки 31 – 150. Расчет показал, что при заданной минимальной доходности портфеля, равной 6 %, и кредитных резервах банка 1 800 000 грн в портфель войдут еще в большей массе высокорисковые ссуды, чтобы покрыть низкодходные ссуды, вошедшие изначально. Стандартное отклонение доходности портфеля составит 0,03 %, а будут удовлетворены 114 заявок из 150.

В заключение важно подчеркнуть необходимость выполнения обязательных нормативов, установленных НБУ и ограничивающих размер крупных кредитных рисков при формировании кредитного портфеля.

Реализованная в работе модификация математической модели Марковица управления портфелем с учетом ограничения дискретности решений о выдаче ссуд и особенностей активов, подверженных кредитному риску, позволяет успешно решать данную проблему в соответствии с заранее обозначенной кредитной политикой банка.

Научн. рук. Прокопович С. В.

- Литература:** 1. Мищенко А. В. Оптимизация портфеля финансовых активов при ограничении на их целочисленность / Мищенко А. В., Виноградова Е. В. // Финансовый менеджмент. – 2006. – № 5. – С. 90–102. 2. Мищенко А. В. Методология управления кредитным риском и оптимальное формирование кредитного портфеля / Мищенко А. В., Чижова А. С. // Финансовый менеджмент. – 2008. – № 1. – С. 91–104. 3. Schuermann T. What Do We Know About Loss Given Default? / Schuermann T. – Federal Reserve Bank of New York, 2004. 4. Сайт "Технологии анализа данных". – Режим доступа : www.basegroup.ru/files/image/library/practice/Logis_medisc_scoring/loans.txt. 5. Энциклопедия финансового риск-менеджмента / под ред. А. А. Лобанова, А. В. Чугунова. – М. : Альпина Паблишер, 2003. 6. Felsenheimer J. Active Credit Portfolio Management / Felsenheimer J., Gisdakis P., Zaiser M. – Wiley-VCH, 2006.