

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ ЕКОНОМІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ СЕМЕНА КУЗНЕЦЯ

ФІНАНСОВА МАТЕМАТИКА

**Методичні рекомендації
до практичних завдань
для студентів спеціальності
072 "Фінанси, банківська справа та страхування"
першого (бакалаврського) рівня**

**Харків
ХНЕУ ім. С. Кузнеця
2019**

УДК 330.4(07.034)

Ф59

Укладачі: І. І. Алексєєнко

М. О. Кіпа

Затверджено на засіданні кафедри фінансів.

Протокол № 8 від 21.12.2018 р.

Самостійне електронне текстове мережеве видання

Фінансова математика [Електронний ресурс] : методичні
Ф59 рекомендації до практичних завдань для студентів спеціальності
072 "Фінанси, банківська справа та страхування" першого (бака-
лаврського) рівня / уклад. І. І. Алексєєнко, М. О. Кіпа. – Харків :
ХНЕУ ім. С. Кузнеця, 2019. – 48 с.

Подано умови розрахункових завдань та методичні вказівки до виконання практичних робіт найбільш типових завдань, пов'язаних із фінансовою діяльністю підприємств в умовах ринкової економіки. Вирішення наведених завдань буде сприяти набуттю студентами компетентності щодо використання методів кількісного аналізу для оцінювання різних аспектів фінансової діяльності суб'єктів господарювання. Це, насамперед, визначення теперішньої й майбутньої вартості грошей, виконання операцій нарощення й дисконтування за допомогою простих і складних відсоткових та облікових ставок, аналіз грошових потоків та ін.

Рекомендовано для студентів спеціальності 072 "Фінанси, банківська справа та страхування" першого (бакалаврського) рівня.

УДК 330.4(07.034)

© Харківський національний економічний
університет імені Семена Кузнеця, 2019

Вступ

В умовах ринкових відносин у роботі підприємств постійно виникає необхідність у використанні методів кількісного фінансового аналізу, до яких, насамперед, слід зарахувати методи фінансової математики. Тому набуває актуальності підготовка фахівців у галузі надання кількісної та якісної оцінки ефективності формування, обігу, розподілу, перерозподілу та використання фінансових ресурсів суб'єктів господарювання, які мають навички у їхній мобілізації та примноженні в результаті реалізації фінансової й інвестиційної діяльності, визначеній найбільш ефективних шляхів укладання коштів.

Навчальна дисципліна "Фінансова математика", яку вивчають студенти спеціальності 072 "Фінанси, банківська справа та страхування", сформувалася на стику фінансової науки й математики. Знання, здобуті в результаті вивчення навчальної дисципліни "Фінансова математика", допоможуть студентам вирішувати широке коло завдань: від елементарного нарахування відсотків, до аналізу складних інвестиційних, комерційних і кредитних завдань.

Метою вивчення навчальної дисципліни є здобуття студентами поглиблених знань щодо використання методів кількісного оцінювання різних аспектів фінансової діяльності суб'єктів господарювання, а також набуття практичних умінь та навичок у галузі організації їхньої фінансової діяльності.

Предметом цієї навчальної дисципліни є система фінансово-економічних відносин, які виникають у суб'єкта господарювання у процесі його інвестиційної діяльності, а також пов'язаних із його комерційними та кредитними операціями та які є наслідком зміни вартості грошей у часі.

Завдання навчальної дисципліни полягає у вивченні розрахункових методів, які ґрунтуються на використанні схем простих і складних відсотків та застосуванні визначених результатів для ухвалення фінансово-управлінських рішень.

Ця навчальна дисципліна закладає необхідні знання та вміння, потрібні студенту спеціальності "Фінанси, банківська справа та страхування" у процесі вивчення таких навчальних дисциплін, як: "Інвестування", "Фінанси підприємств", "Фінансовий інжиніринг", "Оцінка вартості бізнесу", "Фінансова безпека підприємств", "Фінансовий ринок", "Бюджетна система", "Валютно-фінансові розрахунки" та ін.

Перелік компетентностей, які має опанувати студент у процесі вивчення навчальної дисципліни

Вивчаючи навчальну дисципліну студент має набути таких компетентностей: здійснювати оцінювання вартості грошей у часі з використанням схеми простих і складних відсотків; здійснювати аналіз та давати оцінку потоків коштів суб'єктів підприємництва; здійснювати аналіз фінансових операцій у процесі врахування умов реалізації кредитних контрактів.

Перелік знань, які становлять компетентність: визначення сутності вартості грошей у часі; розуміння сутності процесів нарощення й дисконтування капіталу суб'єктів підприємницької діяльності простими та складними відсотками; економічний зміст реінвестування (капіталізації) капіталу; ефективна річна відсоткова й облікова ставки, їхній економічний зміст, використання у фінансових операціях; визначення змісту й сутності аналізу потоку платежів та його основних параметрів; економічний зміст фінансової ренти й особливостей її нарахування та сплати; нарощення первісного капіталу, ураховуючи купівельну спроможність грошей; оперування понятійним апаратом і використання фундаментальних принципів та комплексного методичного підходу до вирішення певної фінансової ситуації.

До *переліку вмінь і навичок*, які входять до компетентності, належать такі: здійснювати підбір конкретних засобів та інструментів для належного управління грошовими активами підприємства; ураховувати у фінансовій діяльності підприємства концепцію вартості грошей у час; розраховувати поточну та майбутню вартість грошей; виконувати операції нарощення й дисконтування грошових активів підприємства за схемами простих і складних відсотків; розраховувати основні параметри й результативність операцій із цінними паперами; організувати процес опрацювання інформації щодо здійснення фінансових операцій суб'єктами підприємницької діяльності; уміти враховувати інфляцію у процесі визначення вартості капіталу.

Змістовий модуль 1

Операції нарощення і дисконтування за допомогою простих і складних відсотків

**Тема 1. Фінансова математика: предмет, принцип
"сучасної вартості грошей", види відсоткових ставок**

**Тема 2. Нарощення і дисконтування
з використанням схеми простих відсотків**

Завдання 1

Визначте суму сплачених відсоткових грошей за кредит, отриманий клієнтом терміном на один рік у сумі 5 тис. грн, наданих під 24 % річних.

Як зміниться результат за умови, що відсотки будуть нараховувати кожного місяця?

Завдання 2

Підприємець для закупівлі сировини звернувся до банку за кредитом у сумі 45 тис. грн на термін 150 днів. Банк згоден надати кредит на таких умовах: відсотки в розмірі 25 % річних має бути нараховано та виплачено із суми кредиту в момент його видачі.

Визначте суму отриманого кредиту та розмір боргу на кінець терміну дії кредитного договору .

Завдання 3

На кредит у сумі 3 тис. грн нараховують прості відсотки в розмірі 5,6 % на місяць.

Який дохід отримає банк за цим кредитним договором, якщо його укладено на шість місяців?

Завдання 4

Рух грошових коштів на поточному рахунку громадянки А. І. Ткаченко протягом року характеризувався такими даними: 16.01 зараховано 2 500 грн, 5.03 списано 1 300 грн, 30.04 зараховано 3 700 грн, 17.08 списано 1 900 грн, 28.09 зараховано 950 грн. За умовами банку, клієнткою якого є А. І. Ткаченко, передбачено нарахування простих відсотків у розмірі 18 % річних на залишок на рахунку.

Знайдіть суму грошових коштів на поточному рахунку на кінець року.

Завдання 5

Громадянин О. М. Федоров 1 лютого відкрив депозитний рахунок у банку, на який було покладено 15 тис. грн під 21 % річних терміном на три місяці. У травні умови зберігання коштів на депозитному рахунку було автоматично подовжено ще на два 3-місячні терміни. До того ж суми нарахованих відсотків клієнт залишав у банку.

Визначте нарощену суму в кінці терміну дії депозитної угоди. Застосуйте способи розрахунків із точними та звичайними відсотками й порівняйте визначені результати.

Завдання 6

Номінальна величина векселя становить 13 тис. грн. За дев'ять місяців до терміну погашення, вексель було враховано банком за дисконтною ставкою 10,5 % річних.

Визначте суму, яку векселеотримувач отримає від банку.

Завдання 7

Кредит отримано в банку в сумі 12 тис. грн на 24 місяці. Проста ефективна відсоткова ставка за кредитом становить 40 %. Відсотки потрібно сплачувати в кінці кожного місяця.

Визначте розмір щомісячного відсоткового платежу.

Завдання 8

Для придбання партії напівфабрикатів підприємство звернулося до банку за кредитом у сумі 130 тис. грн на два роки під 22 % річних, які нараховують за схемою простих відсотків, із щоквартальними однаковими погашувальними платежами.

Визначте величину боргу позичальника, розмір відсоткового платежу та розмір разового платежу погашення боргу.

Завдання 9

Фірма з реалізації канцелярських товарів продала партію офісного паперу в сумі 10 тис. грн. із відтермінуванням сплати на 150 днів, водночас передбачалося нарахування на зазначену суму простих відсотків за ставкою 16 % річних способом АСТ/АСТ. За 80 днів до терміну погашення вексель було враховано банком за дисконтною ставкою 15 % річних способом 365/360.

Визначте величину дисконту, отриманого банком.

Завдання 10

Клієнт звернувся до банку за кредитом у розмірі 8 тис. грн терміном на 10 місяців. Банк погодився видати його на умовах сплати авансових відсотків у розмірі 36 % річних.

Визначте розмір сплачених відсоткових грошей і суму кредиту, що має бути погашено в кінці 10-місячного терміну.

Завдання 11

Ви маєте намір відкрити депозитний рахунок терміном на 180 днів у банку, із метою отримання доходу, який має становити суму не меншу за 1 грн на день.

Яким має бути розмір внеску, якщо банк пропонує 14 % річних за короткостроковими вкладками?

Методичні рекомендації до вирішення завдань 1 – 11

Фінансові операції, розглянуті в наведених завданнях, передбачають використання схем нарощення за допомогою простих відсоткової та дисконтної ставок.

Базовими формулами для вирішення завдань є:

$$FV = PV \cdot (1 + n \cdot r) \quad \text{і} \quad FV = \frac{PV}{1 - n \cdot d},$$

де FV – нарощена величина капіталу;

PV – вихідна величина капіталу;

r – ставка простих відсотків, частки одиниці;

d – облікова (дисконтна) ставка простих відсотків, частки одиниці;

n – тривалість фінансової операції, років.

Якщо за умовами кредитного договору передбачено нарахування простих відсотків на термін, менший від року, то для визначення майбутньої вартості, треба використовувати такі формули:

$$FV = PV \left(1 + \frac{t}{T} \cdot r \right) \quad \text{і} \quad FV = \frac{PV}{\left(1 - \frac{t}{T} \cdot d \right)},$$

де t – тривалість фінансової операції, у днях;

T – кількість днів у році (360, 365 або 366).

У цьому зв'язку розрізняють три способи відсоткових розрахунків, які залежать від вибраного періоду нарахування відсотків:

а) *точні відсотки з точною кількістю днів позички*. У цьому разі визначають фактичну кількість днів між першим і останнім днем фінансової операції за мінусом одного дня, а тривалість року беруть за 365 або 366 днів;

б) *звичайні відсотки з точною кількістю днів*. Тривалість фінансової операції визначають як і в попередньому випадку, а тривалість року беруть за 360 днів;

в) *звичайні відсотки з наближеною кількістю днів позички*. У цьому разі тривалість фінансової операції визначають приблизно, виходячи із 30 днів у місяці, а тривалість року вважають за 360 днів.

Суму відсоткового платежу (процес нарощення) або розмір дисконту банку (процес обліку векселів) знаходять за такими формулами:

$$I = FV - PV = PV \cdot r \cdot n \quad \text{і} \quad D = FV - PV = FV \cdot d \cdot n;$$

$$I = \frac{FV \cdot r \cdot n}{1 + r \cdot n} \quad \text{і} \quad D = \frac{PV \cdot d \cdot n}{1 - d \cdot n},$$

де I – сума відсоткового платежу або відсоткові гроші;

D – дисконт банку.

Для визначення прибутку в розмірі однієї грошової одиниці на день за заданої простої відсоткової ставки r , слід використати показник дивізора (відсоткового ключа):

$$D = \frac{T}{r},$$

де D – дивізор або відсотковий ключ;

T – кількість днів у році (360, 365 або 366);

r – ставка простих відсотків, частки одиниці.

Завдання 12

Підприємство реалізувало партію товару в сумі 25 тис. грн на умовах відтермінування платежу (з оформленням векселя) терміном на 120 днів, упродовж яких нараховували прості відсотки за ставкою 19 % річних способом АСТ/АСТ. За 75 днів до терміну погашення векселя було враховано банком за дисконтною ставкою 15 % річних способом АСТ/360.

Визначте дохід, який отримає за операцією з векселем.

Завдання 13

Підприємство продало товар на умовах споживчого кредиту з оформленням векселя. Вартість партії проданого товару – 37 тис. грн, термін векселя – 69 днів, ставка відсотка за кредит – 21 % річних. Через 23 дні з моменту оформлення векселя підприємство вирішило врахувати вексель у банку. Запропонована банком відсоткова ставка становить 30 % річних.

Визначте суму, отриману підприємством у момент обліку векселя, та розмір дисконту банку за операцією з ним.

Завдання 14

Клієнт банку має на депозитному рахунку 30 тис. грн. Депозитний рахунок відкрито терміном на три роки й на суму вкладу здійснюють нарахування простих відсотків за дисконтною ставкою 14 % річних.

Знайдіть суму на рахунку після закінченню терміну дії депозитного договору та нарощення первісного капіталу за кожний рік фінансової операції.

Методичні рекомендації до вирішення завдань 12 – 14

Для вирішення завдань 12 і 13 використовують наведені формули з тією різницею, що з їхньою допомогою визначають величину первісної вартості капіталу (PV), що бере участь у фінансовій операції.

Вирішення завдання 14 потребує використання таких формул: нарощення капіталу на основі простої дисконтної ставки:

$$I = \frac{PV}{1 - nd} - PV = \frac{PV \cdot n \cdot d}{1 - nd};$$

нарощення первісного капіталу за кожний рік фінансової операції:

$$I_k = \frac{PV \cdot k \cdot d}{1 - k \cdot d} - \frac{PV \cdot (k - 1) \cdot d}{1 - (k - 1) \cdot d} = \frac{PV \cdot d}{[1 - (k - 1) \cdot d](1 - k \cdot d)},$$

де $k(1 \leq k \leq n)$ – порядковий номер року за який визначають нарощення капіталу.

Завдання 15

Необхідно визначити час, за який первісний капітал у розмірі 7 тис. грн у разі розміщення в банку на умовах нарахування простих відсотків зросте до 8,4 тис. грн, якщо використовують:

- відсоткову ставку 14 % річних;
- дисконтну ставку 12 % річних.

Завдання 16

У фінансовому договорі клієнта з банком передбачено погашення боргу в розмірі 5,3 тис. грн через 90 днів за суми кредиту 5 тис. грн.

Визначте прибутковість такої угоди для банку у вигляді річних відсоткової й дисконтної ставок. У фінансовій операції використовують звичайні відсотки.

Завдання 17

Короткотерміновий кредит на придбання побутової техніки отримано в сумі 5 800 грн.

Визначте тривалість цієї фінансової операції у днях, якщо на основну суму боргу нараховували прості відсотки в розмірі 25 % річних способом АСТ/360, а повернути після закінчення дії кредитного договору потрібно 6 970 грн.

Завдання 18

Порівняйте результати нарощення та дисконтування за допомогою відсоткової та облікової ставок, якщо зазначені ставки однакові між собою та дорівнюють 20 % річних, а термін кредитного договору становить три та шість місяців.

Завдання 19

Для розширення виробничо-господарської діяльності підприємства потрібен кредит у сумі 84 тис. грн. Банк згодний на видачу кредиту за умови, що його буде повернуто через 240 днів у розмірі 92 тис. грн.

Визначте розмір відсоткової ставки, що забезпечує виконання умов банку.

Завдання 20

Відповідно до умов товарного кредиту, між торговельною компанією та її постачальником визначено, що із суми позики, наданої на 190 днів, утримують дисконт у розмірі 14 %.

Необхідно визначити вартість кредиту у вигляді річної простої відсоткової ставки та річної простої облікової ставки.

Методичні рекомендації до вирішення завдань 15 – 20

Для вирішення завдань, у яких задано початковий капітал, нарощена сума та відсоткова або дисконтна ставка, для визначення терміну фінансової операції використовують такі формули:

$$n = \frac{FV - PV}{PV \cdot r} \quad \text{або} \quad n = \frac{FV - PV}{FV \cdot d},$$

де n – тривалість фінансової операції, років.

Якщо виникає необхідність у визначенні терміну фінансової операції у днях, то ці формули набувають такого вигляду:

$$t = \frac{FV - PV}{PV \cdot r} \cdot T \quad \text{і} \quad t = \frac{FV - PV}{FV \cdot d} \cdot T,$$

де t – тривалість фінансової операції, днів;

T – кількість днів у році (360, 365, 366).

Якщо під час укладення фінансової угоди необхідно визначити прибутковність фінансової операції, то для цього використовують такі формули:

$$r = \frac{FV - PV}{PV \cdot n} \quad \text{або} \quad r = \frac{FV - PV}{PV \cdot t} \cdot T;$$

$$d = \frac{FV - PV}{FV \cdot n} \quad \text{або} \quad d = \frac{FV - PV}{FV \cdot t} \cdot T.$$

Завдання 21

Вкладник розмістив у банку 13 тис. грн, терміном на два роки на умовах нарахування простих відсотків у розмірі 13 % річних. Через рік умови фінансового контракту змінилися і банк підвищував відсоткову ставку на 1,5 % кожні наступні 3 місяці.

Знайдіть нарощену за два роки суму, якщо відсотки нараховують тільки на первісну суму внеску.

Завдання 22

Знайдіть нарощену вартість 2 000 грн, розміщених на депозитному рахунку в банку за таких умов: перші п'ять місяців нараховували прості відсотки за ставкою 3 % на місяць; наступні два квартали – 18 % на квартал та останнє півріччя – 19 % річних і разом зі зміною ставки відбувалася одночасна капіталізація відсоткового доходу.

Завдання 23

Знайдіть нарощену вартість 2 000 грн, розміщених на депозитному рахунку в банку за таких умов: перші п'ять місяців нараховували прості відсотки за ставкою 13 % річних; наступні два квартали – 18 % річних та останнє півріччя – 19 % річних. Капіталізацію відсоткового доходу не передбачено.

Методичні рекомендації до вирішення завдань 21 – 23

Для вирішення завдань, у яких не передбачено капіталізацію відсоткового доходу, використовують таку формулу:

$$FV = PV \cdot \left(1 + \sum_{k=1}^m n_k \cdot r_k \right),$$

де r_k – відсоткова ставка за період часу n_k .

Можливий і інший підхід до вирішення подібного завдання, якщо величину нарощеної вартості визначають за допомогою середньої відсоткової ставки за весь період часу фінансової операції.

У цьому разі:

$$\bar{r} = \frac{\sum_{k=1}^m n_k \cdot r_k}{\sum_{k=1}^m n_k} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{k=1}^m n_k \cdot r_k, \text{ а } FV = PV \cdot (1 + \bar{r} \cdot n).$$

Якщо фінансовий контракт передбачає використання відсоткової ставки, що змінюється, з одночасною капіталізацією відсоткового доходу, то рекомендовано використати таку формулу:

$$FV = PV \cdot \prod_{k=1}^m (1 + n_k \cdot r_k).$$

Тема 3. Нарощення і дисконтування з використанням схеми складних процентів

Завдання 24

За виконану роботу приватний підприємець має отримати 73 тис. грн. Замовник не має можливості розрахуватися в цей момент і пропонує відкласти термін оплати на півтора року, після закінчення якого він зобов'язується виплатити 86 тис. грн.

Чи вигідно це підприємцеві, якщо складна відсоткова ставка, що пропонується банком за строковими вкладками, становить 17 % річних?

Завдання 25

За строковими вкладками банк пропонує 19 % річних за складною дисконтною ставкою.

Визначте суму, яку клієнт банку отримає через три роки, якщо розмістить на рахунку 40 тис. грн.

Завдання 26

Боргове зобов'язання за виконану роботу з налагодження офісної техніки розміром 20 тис. грн із терміном погашення через півтора року враховано за півроку до кінцевого терміну з дисконтом у розмірі складної облікової ставки 18 % річних.

Необхідно знайти величину дисконту.

Методичні рекомендації до вирішення завдань 24 – 26

Для вирішення завдань рекомендовано такі формули:

$$FV = PV \cdot (1 + r)^n \quad \text{та} \quad FV = \frac{PV}{(1 - d)^n}.$$

Якщо боргове зобов'язання продають за n років до терміну, то продавець боргового зобов'язання отримає таку суму:

$$PV = FV(1 - d)^n.$$

Крім того, завдання 24 може бути вирішено за допомогою фінансових таблиць із використанням факторного множника $FM1(r, n)$. Для цього використовують таку формулу:

$$FV = PV \cdot FM1(r, n).$$

Завдання 27

Приватний підприємець отримав у банку кредит для поповнення запасів сировини та матеріалів у розмірі 45 тис. грн терміном на три роки

на таких умовах: відсоткова ставка за кредитом становить 23 % плюс маржа (доплата за накладні витрати, комісійні) 2 % за перший рік, 24 % плюс маржа 1 % – за перше півріччя другого року та 24 % – за друге півріччя цього ж року.

Знайдіть суму, яку підприємець має повернути банку після закінченні терміну дії кредитного договору.

Завдання 28

Вклад у розмірі 7 500 грн розміщено в банку терміном на 2,5 року. Передбачали таку схему нарахування відсотків: за перший рік фінансової операції – 14 % із наступним підвищенням відсотка до 15,5 %. У кінці терміну договору його було пролонговано ще на два роки зі встановленням маржі до базової (первісної) ставки в розмірі 2,5 %.

Знайдіть нарощену суму на кінець терміну дії комерційної угоди.

Методичні рекомендації до вирішення завдань 27 і 28

Якщо у фінансових операціях використовують змінні відсотки й дисконтні ставки, то рекомендовано користуватися такими формулами:

$$FV = PV \cdot \prod_{k=1}^m (1 + r_k)^{n_k} \quad \text{або} \quad FV = \frac{PV}{\prod_{k=1}^m (1 - d_k)^{n_k}} .$$

Також нарощену величину первісного капіталу у фінансових операціях, де використовують змінні відсоткові й дисконтні ставки, можна знайти за допомогою їхнього середнього значення.

$$\bar{r} = \left[\prod_{k=1}^m (1 + r_k)^{n_k} \right]^{\frac{1}{n}} - 1, \quad \text{тоді} \quad FV_n = PV \cdot (1 + \bar{r})^n ;$$

$$\bar{d} = 1 - \left[\prod_{k=1}^m (1 - d_k)^{n_k} \right]^{\frac{1}{n}}, \quad \text{тоді} \quad FV_n = \frac{PV}{(1 - \bar{d})^n} .$$

Завдання 29

Індивідуальний інвестор на фінансовому ринку розглядає варіанти депозитних вкладів, наведених у табл. 1.

Основні умови депозитних вкладів

| Варіант вкладу | А | Б | В |
|------------------------------------|------------|---------------|-----------|
| Мінімальний внесок, грн | 6 000 грн | 7 500 грн | 5 000 грн |
| Відсоткова ставка | 14 | 14,5 | 15 |
| Періодичність нарахувань відсотків | щокварталу | кожні півроку | щороку |
| Термін депозиту, роки | 3 роки | 3 роки | 5 років |

Визначте та обґрунтуйте (різними способами) найкращу фінансову послугу за умови, що відсотки капіталізують.

Завдання 30

Боргове зобов'язання на виплату 36 тис. грн із терміном погашення 2,5 року враховано за 1,5 року до терміну.

Визначте отриману пред'явником боргового зобов'язання суму, якщо здійснюють: а) піврічне; б) щоквартальне дисконтування за номінальної дисконтної ставки 18 % річних.

Завдання 31

Визначте первісний капітал у разі інвестування якого можна отримати 34 тис. грн через 5 років нарощенням складних відсотків за ставкою 17 % річних, якщо нарощення здійснюють: а) щорічно; б) щоквартально?

Завдання 32

Що вигідніше для кредитора: отримати 28 тис. грн через три роки або 30 тис. грн через 3,5 року, якщо можна помістити гроші на депозит під складну відсоткову ставку 24 % річних?

Методичні рекомендації до вирішення завдань 29 – 32

Часто укладають фінансові контракти, коли капіталізація відсотків відбувається кілька разів на рік: по півріччях, щокварталу, щомісяця й навіть щодня. У цьому разі формула для знаходження нарощеного капіталу має такий вигляд:

$$FV = PV \cdot \left(1 + \frac{r}{m}\right)^{m \cdot n},$$

де n – кількість років фінансової операції;
 m – кількість нарахувань відсотків на рік;
 r – річна відсоткова ставка.

Якщо дисконтування відбувається m разів на рік й задано складну річну дисконтну ставку, то визначення вартості врахованого капіталу здійснюють за такою формулою:

$$PV = FV \cdot \left(1 - \frac{d}{m}\right)^{m \cdot n}.$$

Для вирішення завдання 31 та 32 з наведених раніше формул визначте величину вартості капіталу, що бере участь у фінансовій операції:

$$PV = \frac{FV}{\left(1 + \frac{r}{m}\right)^{m \cdot n}}.$$

Або за допомогою фінансових таблиць слід скористатися факторним множником $FM2(r, n)$. Тоді формула для визначення первісної вартості капіталу така:

$$PV = FV \cdot FM2(r, n).$$

Завдання 33

Для розширення виробництва приватний підприємець оформив кредит у розмірі 80 тис. грн на 27 місяців під 32 % річних на умовах одночасного повернення основної суми боргу та нарахованих відсотків.

Проаналізуйте, яку суму підприємець має повернути банку за різних варіантів і схем нарахування відсотків: а) річного; б) піврічного; в) квартального.

Завдання 34

Визначте сучасну вартість суми 14 тис. грн, якщо її буде сплачено через два роки та три місяці та дисконтування здійснювали за номінальною річною обліковою ставкою 13 % за а) річного; б) піврічного нарахування відсотків.

Методичні рекомендації до вирішення завдань 33 – 34

Якщо тривалість фінансової операції відрізняється від цілого числа років, то в цьому разі відсотки можуть нараховувати за допомогою таких двох методів:

а) *за схемою складних відсотків*. У тому разі складні відсотки нараховують й на ціле число років і на дробову частину року. Для цього використовують такі формули:

$$FV = PV \cdot (1+r)^{w+f} \quad \text{і} \quad PV = FV \cdot (1-d)^{w+f};$$

б) *за змішаною схемою*. У цьому разі схема складних відсотків використовують для цілого числа років, а для дробової частини року застосовують прості відсотки. Для цього використовують такі формули:

$$FV = PV \cdot (1+r)^n \cdot (1+f \cdot r) \quad \text{і} \quad PV = FV \cdot (1-d)^n \cdot (1-f \cdot d),$$

де r – річна відсоткова ставка;

d – річна облікова ставка;

w – ціле число років фінансової операції;

f – дробова частина року.

Якщо під час укладання фінансових контрактів можливі випадки, коли нарахування відсотків здійснюють за внутрішньорічними підперіодами та тривалість загального періоду дії контракту не дорівнює цілому числу підперіодів. Тоді розрахунок розміру накопиченої суми за змішаною та складною схемами нарахування відсотків такий:

а) *схема складних відсотків*. Використовують такі розрахункові формули:

$$FV = PV \cdot \left(1 + \frac{r}{m}\right)^{\overline{w+f}} \quad \text{і} \quad PV = FV \cdot \left(1 - \frac{d}{m}\right)^{\overline{w+f}};$$

б) *за змішаною схемою*. У цьому разі використовують такі формули:

$$FV = PV \cdot \left(1 + \frac{r}{m}\right)^{\overline{w}} \cdot \left(1 + \bar{f} \cdot \frac{r}{m}\right) \quad \text{і} \quad PV = FV \cdot \left(1 - \frac{d}{m}\right)^{\overline{w}} \cdot \left(1 - \frac{d}{m} \cdot \bar{f}\right),$$

де m – кількість нарахувань складних відсотків у році;

\overline{w} – ціле число підперіодів у n роках;

\bar{f} – дробова частина підперіоду.

Оскільки в межах до одного року застосування простих відсотків призводить до більшої нарощеної вартості, то змішана схема забезпечує більшу нарощену вартість.

Завдання 35

Визначте, який період часу необхідний для подвоєння первісної суми депозиту, за умови що відсоткова ставка становить 19 % річних. Розгляньте дві схеми нарахування відсотків: прості та складні.

Завдання 36

Термін до погашення векселя дорівнює чотири роки. Дисконт банку за його врахування становив 35 %.

Яка складна облікова ставка, що нараховують кожне півріччя, забезпечує відповідний рівень прибутку для банку?

Методичні рекомендації до вирішення завдань 35 і 36

Для визначення тривалості фінансової операції з використанням схеми складних відсотків застосовують такі формули:

а) за заданої відсоткової ставки:

$$n = \frac{\ln \frac{FV}{PV}}{\ln(1+r)};$$

б) за заданої дисконтної ставки:

$$n = \frac{\ln \frac{PV}{FV}}{\ln(1-d)}.$$

Якщо необхідно визначити термін фінансової операції за нарахування складних відсотків m разів на рік, то необхідно користуватися такими формулами:

$$n = \frac{\ln \frac{FV}{PV}}{m \ln \left(1 + \frac{r}{m}\right)} \quad \text{і} \quad n = \frac{\ln \frac{PV}{FV}}{m \ln \left(1 - \frac{d}{m}\right)}.$$

Для визначення розміру відсоткової та дисконтної ставок за заданих інших параметрів фінансової операції використовують такі формули:

$$r = \sqrt[n]{\frac{FV}{PV}} - 1 \quad \text{і} \quad d = 1 - \sqrt[n]{\frac{PV}{FV}}.$$

Якщо нарахування складних відсотків відбувається m разів на рік, то для визначення розміру відсоткової (дисконтної) ставки використовують такі формули:

$$r = m \left(\sqrt[m \cdot n]{\frac{FV}{PV}} - 1 \right) \quad \text{і} \quad d = m \left[1 - \sqrt[m \cdot n]{\frac{PV}{FV}} \right].$$

Завдання 37

Визначте номінальну відсоткову ставку, якщо ефективна річна ставка дорівнює 18 % і складні відсотки нараховують щомісяця.

Завдання 38

Підприємство розглядає варіант залучення грошових коштів шляхом отримання кредиту в банку на умовах 25 % річних зі щомісячним нарахуванням відсотків. Натомість інший банк пропонує кредит із нарахуванням відсотків один раз на квартал.

За якого рівня відсоткової ставки така пропозиція буде більш вигідною?

Завдання 39

Розглядають три варіанти (А, В, С) розміщення засобів на депозитному рахунку банку. Згідно з варіантом А нарахування відсотків здійснюються раз на рік за ставкою 22 %; згідно з варіантом В – щомісяця за ставкою 20 % річних; згідно варіантом С – раз на квартал за ставкою 21 % річних.

Потрібно визначити ефективну річну відсоткову ставку за кожним варіантом і на підставі цього вибрати найбільш вигідний варіант інвестування засобів.

Завдання 40

Кредитне зобов'язання, що дорівнює 35,5 тис. грн і терміном погашення через чотири роки, було враховано в банку за дисконтною ставкою 11 % річних, що нараховують на кожне півріччя.

Визначте суму, отриману за цими борговим зобов'язанням, і розмір ефективної облікової ставки.

Методичні рекомендації до вирішення завдань 37 – 40

Під час аналізу ефективності декількох варіантів інвестування з різними схемами нарахування відсотків використовують відносний показник, що дозволяє дати їм об'єктивну порівняльну оцінку. Таким показником є ефективна річна відсоткова ставка та ефективна річна облікова ставка:

$$r(e) = \left(1 + \frac{r}{m}\right)^m - 1 \quad \text{і} \quad d(e) = 1 - \left(1 - \frac{d}{m}\right)^m,$$

де r – номінальна річна відсоткова ставка;

$r(e)$ – ефективна річна відсоткова ставка;

d – номінальна річна облікова ставка;

$d(e)$ – ефективна річна облікова ставка;

m – кількість нарахувань складних відсотків на рік.

Якщо в контракті зазначено ефективну ставку й кількість нарахувань складних відсотків, то для визначення номінальної ставки використовують таку формулу:

$$r = m \left[\left(1 + r(e)\right)^{\frac{1}{m}} - 1 \right].$$

Завдання 41

На залишок коштів у сумі 2 тис. грн на поточному рахунку клієнта банк нараховує безперервні відсотки за ставкою 9,5 %.

Визначте нарощену через п'ять років суму.

Завдання 42

Яку суму необхідно розмістити на депозитному рахунку в банку, щоб за умови безперервного нарахування відсотків за ставкою 12,5 % через три роки мати на рахунку 15 тис. грн?

Методичні рекомендації до вирішення завдань 41 і 42

За необхідності у визначенні майбутньої або наведеної вартості за умови безперервного нарахування відсотків використовують такі формули:

$$FV = PV \cdot e^{r \cdot n} \quad \text{і} \quad PV = FV \cdot e^{-r \cdot n}.$$

Ці самі формули застосовують і в тих випадках, якщо фінансову угоду укладають на період, відмінний від цілого числа років.

Змістовий модуль 2

Аналіз фінансових потоків і кредитні розрахунки підприємства

Тема 4. Грошові потоки та їхній аналіз із використанням методів нарощення і дисконтування

Завдання 43

Згідно з умовами кредитної лінії, передбачено такий порядок надання позики в часі: 1 квітня 2018 року – 5 000 тис. грн, 1 лютого 2019 року – 15 000 тис. грн, 1 березня 2019 року – 17 000 тис. грн.

Визначте суму заборгованості на початок 2019 р. за умови, що відсотки нараховують за ставкою 34 %.

Завдання 44

Компанія має вільний капітал у сумі 120 тис. грн. Є два альтернативні варіанти вкладання капіталу. Перший варіант передбачає повернення капіталу шляхом отримання потоку платежів на початку кожного року (тис. грн): 34; 45; 62; 56. Другий – у кінці кожного року (тис. грн): 22; 35; 49; 37; 45.

Який із варіантів слід вибрати, якщо відсоткова ставка за банківськими вкладками становить 16 % річних, а граничний термін користування капіталом – чотири роки?

Методичні рекомендації до вирішення завдань 43 і 44

Вирішення завдань 43 і 44 пов'язане з визначенням майбутньої або наведеної вартості змінного ануїтету постнумерандо та пренумерандо.

Для визначення майбутньої вартості змінного ануїтету слід використати такі формули:

$$FV_{pst} = \sum_{k=1}^n C_k \cdot (1+r)^{n-k} \quad \text{або} \quad FV_{pst} = \sum_{k=1}^n C_k \cdot FM1(r, n-k);$$

$$FV_{pre} = \sum_{k=1}^n C_k \cdot (1+r)^{n-k+1} \quad \text{або} \quad FV_{pre} = \sum_{k=1}^n C_k \cdot FM1(r, n-k+1).$$

Для визначення поточної вартості змінного ануїтету рекомендовано такі формули:

$$PV_{pst} = \sum_{k=1}^n \frac{C_k}{(1+r)^k} \quad \text{або} \quad PV_{pst} = \sum_{k=1}^n C_k \cdot FM2(r, n);$$

$$PV_{pre} = \sum_{k=1}^n \frac{C_k}{(1+r)^{k-1}} \quad \text{або} \quad PV_{pre} = (1+r) \cdot \sum_{k=1}^n C_k \cdot FM2(r, n).$$

Крім цього, під час вирішення подібних завдань необхідно пам'ятати, що між майбутньою й наведеною вартістю анuitетів є така залежність:

$$FV_{pre} = FV_{pst} \cdot (1+r) \quad \text{і} \quad PV_{pre} = PV_{pst} \cdot (1+r).$$

Завдання 45

Підприємство розглядає можливість здавання в оренду на три роки вільного від експлуатації обладнання, вибравши один із двох варіантів оплати орендної плати:

- а) по 20 тис. грн на початку кожного року;
- б) 78 тис. грн у кінці трирічного періоду.

Який варіант кращий, якщо банк пропонує 18 % річних за довготерміновими вкладками?

Завдання 46

Ви придбали автомобіль у кредит на чотири роки зі сплатою щорічного платежу в розмірі 38 тис. грн. Відсоткова ставка за кредитом становить 28 % річних, що нараховують у кінці кожного року.

Визначте вартість автомобіля, якщо сума кредиту становить 90 % його вартості, 10 % вартості, накладні витрати на рахунок оформлення кредиту та сплату страхових внесків здійснено клієнтом власними коштами.

Методичні рекомендації до вирішення завдань 45 і 46

Для оцінювання майбутньої й наведеної вартості постійного анuitету можна користуватися раніше розглянутими обчислювальними формулами, рекомендованими для аналізу змінних анuitетів. Однак, завдяки специфіці постійних анuitетів щодо однаковості грошових надходжень, ці формули може бути істотно спрощено. Так, для визначення майбутньої вартості постійного анuitету постнумерандо використовують такі формули:

$$FV_{pst} = A \cdot \sum_{k=1}^n (1+r)^{n-k} = A \cdot FM3(r, n).$$

Вхідний до цієї формули множник $FM3(r, n)$ є коефіцієнтом нарощення ренти (ануїтету) і становить суму перших n членів геометричної прогресії зі знаменником $1 + r$. Значення факторного множника для різних поєднань відсоткової ставки та тривалості періоду табульовано й наведено у фінансових таблицях.

Загальну формулу для оцінювання поточної вартості термінового ануїтету постнумерандо виводять із раніше наведеної основної формули, яка має такий вигляд:

$$PV_{pst} = A \cdot \sum_{k=1}^n \frac{1}{(1+r)^k} = A \cdot FM4(r, n).$$

Множник $FM4(r, n)$ називають коефіцієнтом дисконтування ренти. Значення цього множника також табульовано у фінансових таблицях.

Майбутня й наведена вартості постійних ануїтетів постнумерандо й пренумерандо перебувають між собою в такій залежності:

$$FV_{pre} = FV_{pst} \cdot (1+r) \quad \text{і} \quad PV_{pre} = PV_{pst} \cdot (1+r).$$

Фінансові таблиці для знаходження факторних множників нарощення й дисконтування ренти призначено для аналізу постійних ануїтетів постнумерандо. Тому під час їхнього використання необхідно уважно стежити за часом грошових надходжень.

Завдання 47

Запропоновано здати в оренду садову ділянку терміном на 3 роки з орендною платою в розмірі 5 тис. грн наприкінці кожного півріччя. До того ж можливо нарахування складних відсотків, виходячи з 19 % річних за щорічного або 18 % за щоквартального їхнього нарахування.

Який із варіантів є більш вигідним?

Завдання 48

Страхова компанія уклала на чотири роки договір із підприємством та отримує від нього страхові внески в сумі 24 тис. грн наприкінці кожного півріччя. Ці внески страхова компанія розміщує в банку під 15 % річних.

Необхідно знайти наведену вартість суми, яку отримає страхова компанія за цим контрактом, якщо відсотки будуть нараховувати:

а) раз на півроку; б) щомісяця.

Методичні рекомендації до вирішення завдань 47 і 48

Якщо протягом базового періоду грошові надходження відбуваються p разів і відсотки нараховують m разів за період, то тут можливі дві ситуації: або нараховують прості відсотки, або – складні.

Якщо відбувається нарахування тільки складних відсотків, то майбутню вартість постійного ануїтету постнумерандо визначають за такою формулою:

$$FV_{pst} = A \cdot \frac{FM3\left(\frac{r}{m}, mn\right)}{FM3\left(\frac{r}{m}, \frac{m}{p}\right)}.$$

Якщо протягом одного (першого) року нараховують прості відсотки, то майбутню вартість ануїтету розраховують за такою формулою:

$$FV_{pst} = A \cdot \left(p + \frac{(p-1) \cdot r}{2} \right) \cdot FM3(r, n).$$

У разі нарахування тільки складних відсотків формула для визначення наведеної вартості постійного p -термінового ануїтету за m -кратного нарахування відсотків має такий вигляд:

$$PV_{pst} = A \cdot \frac{FM4\left(\frac{r}{m}, mn\right)}{FM3\left(\frac{r}{m}, \frac{m}{p}\right)}.$$

Завдання 49

Банк пропонує ренту постнумерандо на 10 років із щоквартальною виплатою 100 грн. Річна відсоткова ставка протягом усього періоду залишається незмінною.

За якою ціною можна придбати таку ренту, якщо виплати почнуть здійснювати: а) негайно; б) через два роки; в) через 3,5 року, а відсоткова ставка становить, відповідно, 10, 12, 14 % річних?

Методичні рекомендації до вирішення завдання 49

Наведену вартість відтермінованого ануїтету на початковий момент часу визначають із використанням такої формули:

$$PV_{pst} = A \cdot FM4(r, n+h) - A \cdot FM4(r, h).$$

Із наведеної формули видно, що наведена вартість відтермінованого ануїтету становить різницю наведених вартостей ануїтетів, починаючи з першого періоду.

Завдання 50

Відомо, що принц Чарльз під час розлучення із принцесою Діаною виплатив їй £17 млн. Як зазначалося цю суму було визначено з розрахунку на те, що принцеса проживе ще 50 років.

Визначте розмір потенційної щомісячної виплати, якщо відсоткова ставка становить 7 % річних.

Завдання 51

Родина хоче відкрити банківський рахунок для виплат дітям віком один, три та шість років. Заплановано, що кожній дитині після досягнення 18 та 21 року мають виплачувати одноразову накопичену суму в розмірі 20 тис. грн.

Яку суму необхідно внести на банківський рахунок сьогодні, якщо відсоткова ставка за депозитом становить 15 % річних?

Методичні рекомендації до вирішення завдань 50 і 51

Якщо заздалегідь відомо майбутню вартість ануїтету, а необхідно визначити розмір грошових надходжень за заданих значень інших параметрів, то в цьому разі рекомендовано таку формулу:

$$A = FV_{pst} \cdot \frac{FM3\left(\frac{r}{m}, \frac{m}{p}\right)}{FM3\left(\frac{r}{m}, mn\right)}$$

Якщо за заданих значень інших параметрів відомо наведену вартість ануїтету, то для знаходження величини разового платежу використовують таку формулу:

$$A = PV_{pst} \cdot \frac{FM3\left(\frac{r}{m}, \frac{m}{p}\right)}{FM4\left(\frac{r}{m}, mn\right)}$$

Крім наведених раніше формул, для розрахунку величини разового платежу можна використовувати також такі формули:

$$A = \frac{FV_{pst} \cdot r}{(1+r)^n - 1} \quad \text{і} \quad A = \frac{PV_{pst} \cdot r}{1 - (1+r)^{-n}}$$

Завдання 52

Страхова компанія бажає сформувати резервний фонд у розмірі 235 тис. грн. Із цією метою наприкінці кожного року керівництво компанії планує вносити на депозитний рахунок у банку на початку кожного року по 45 тис. грн під 18 % річних.

Необхідно знайти термін, необхідний для створення фонду.

Методичні рекомендації до вирішення завдання 52

Якщо, згідно з висновком фінансового контракту, задано всі необхідні параметри, а необхідно визначити термін дії ануїтету, то для цього використовують такі формули:

$$n = \frac{\ln\left(\frac{FV_{pst}}{A} \cdot r + 1\right)}{\ln(1+r)} \quad \text{і} \quad n = \frac{\ln\left(1 - \frac{PV_{pst}}{A} \cdot r\right)}{\ln(1+r)}.$$

Завдання 53

У магазині побутової техніки продають пральну машинку вартістю 3 800 грн. У магазині проводять дві акції. За умовами першої акції пральну машинку можна придбати з розстрочкою платежу на 24 місяці зі щомісячною виплатою в розмірі 180 грн. За іншою – пральну машинку можна придбати зі знижкою 15 % за умови негайної оплати.

За якого розміру відсоткової ставки обидві акції є рівнозначними з економічного погляду?

Методичні рекомендації до вирішення завдання 53

Для вирішення цього завдання необхідно, насамперед, за такою формулою:

$$FM3(r, n) = \frac{FV_{pst}}{A}$$

визначити величину коефіцієнта нарощення ренти. Потім за допомогою фінансових таблиць знаходять найближчі менше й більше значення факторного множника.

Для розрахунку відсоткової ставки за методом лінійної інтерполяції використовують таку формулу:

$$r = r_n + \frac{FM3(r, n) - FM3_n}{FM3_6 - FM3_n} \cdot (r_6 - r_n),$$

де r_n, r_g – нижнє (менше) і верхнє (більше) значення передбачуваної відсоткової ставки;

$FM3_n, FM3_g$ – значення коефіцієнтів нарощення в разі використання відсоткових ставок r_n і r_g .

Завдання 54

Необхідно визначити поточну вартість безтермінового ануїтету постнумерандо із щорічним надходженням 4,2 тис. грн, якщо запропонований державним банком відсоток за терміновими вкладками дорівнює 14 % річних.

Методичні рекомендації до вирішення завдання 54

Для безтермінового ануїтету постнумерандо для визначення наведеної вартості використовують таку формулу:

$$PV_{pst} = A \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{(1+r)^k} = \frac{A}{r} = A \cdot FM4(r, \infty).$$

Наведену вартість безтермінового ануїтету пренумерандо визначають за допомогою наведеної вартості ануїтету постнумерандо за такою формулою:

$$PV_{pre} = PV_{pst} \cdot (1+r) = A \cdot FM4(r, \infty) \cdot (1+r) = PV_{pst} + PV_{pst} \cdot r = PV_{pst} + A.$$

Завдання 55

Протягом трьох років на рахунок у банку щодня будуть надходити однакові платежі, щороку становлячи під кінець року 38 тис. грн.

Визначте суму, накопичену до кінця шостого року, якщо використовують складну відсоткову ставку 14,5 % річних.

Методичні рекомендації до вирішення завдання 55

Це завдання пов'язане з визначенням майбутньої вартості безперервного ануїтету. Для розрахунку майбутньої вартості безперервного ануїтету постнумерандо використовують таку формулу:

$$FV_{pst} = \frac{\bar{A}r}{\ln(1+r)} \cdot FM3(r, n).$$

Наведену вартість безперервного ануїтету розраховують за такою формулою:

$$PV_{pst} = \frac{\bar{A}r}{\ln(1+r)} \cdot FM4(r, n).$$

Завдання 56

Відповідно до умов фінансової угоди на рахунок у банку протягом шести років наприкінці року будуть надходити грошові суми, перша з яких буде становити 5,8 тис. грн, а кожна наступна буде збільшуватися на 0,4 тис. грн.

Необхідно визначити майбутню вартість ануїтету за умови, що банк застосовує складну відсоткову ставку 13 % річних і відсотки нараховують один раз наприкінці року.

Завдання 57

За 10 років необхідно накопичити 60 тис. грн. Якого розміру має бути перший внесок, якщо передбачено щороку збільшувати розмір грошового надходження на 300 грн і відсоткова ставка дорівнює 15 % річних? Грошові надходження й нарахування складних відсотків здійснюють наприкінці року.

Визначте, на яку величину необхідно збільшувати щороку грошове надходження, якщо перший внесок буде дорівнювати 2,5 тис. грн?

Методичні рекомендації до вирішення завдань 56 і 57

Завдання 56 пов'язане з визначенням майбутньої вартості ануїтету з розміром змінного платежу. У цьому завданні має місце ануїтет пост-номерандо, платежі якого утворюють арифметичну прогресію з першим членом A і різницею z .

Майбутню вартість такого ануїтету визначають за такою формулою:

$$FV_{pst} = \left(A + \frac{z}{r} \right) \cdot FM3(r, n) - \frac{zn}{r}.$$

Для розрахунку наведеної вартості ануїтету з розміром змінного платежу використовують таку формулу:

$$PV_{pst} = \left(A + \frac{z}{r} \right) \cdot FM4(r, n) - \frac{zn}{r(1+r)^n}.$$

Для оцінювання змінної ренти пренумерандо використовують такі формули:

$$FV_{pre} = FV_{pst} \cdot (1+r) \quad \text{і} \quad PV_{pre} = PV_{pst} \cdot (1+r).$$

У завданні 57 необхідно визначити розмір ануїтету й різницю змінної ренти. Формули для визначення розміру ануїтету A і різниці z виводять із формул для визначення майбутньої й наведеної вартості змінної ренти, вони мають такий вигляд:

$$A = \frac{FV_{pst} + \frac{zn}{r}}{FM3(r, n)} - \frac{z}{r}, \quad z = \frac{r \cdot [FV_{pst} - A \cdot FM3(r, n)]}{FM3(r, n) - n}.$$

Завдання 58

За умовами контракту на розрахунковий рахунок фірми в банку протягом чотирьох років наприкінці року надходять платежі. Перший платіж дорівнює 6,7 тис. грн, а кожного наступного року платіж збільшують щодо попереднього на 13 %. Норма прибутковості операцій із фінансовими активами становить в середньому 17 %.

Необхідно знайти майбутню й наведену вартість ануїтету.

Методичні рекомендації до вирішення завдання 58

Це завдання є ілюстрацією ануїтету, у якому платежі утворюють геометричну прогресію з першим членом A та знаменником q . У цьому разі має місце змінний ануїтет з постійною відносною зміною його членів.

Майбутню й наведену вартість такого ануїтету визначають за такими формулами:

$$FV_{pst} = A \cdot \frac{q^n - (1+r)^n}{q - (1+r)} \quad \text{та} \quad PV_{pst} = \frac{A}{(1+r)^n} \cdot \frac{q^n - (1+r)^n}{q - (1+r)}.$$

Із цих формул виводять такі формули для визначення розміру ануїтету:

$$A = \frac{FV_{pst} [q - (1+r)]}{q^n - (1+r)^n} \quad \text{і} \quad A = \frac{PV_{pst} (1+r)^n [q - (1+r)]}{[q^n - (1+r)^n]}.$$

Завдання 59

Необхідно порівняти два варіанти будівництва певного торговельного об'єкта. Перший варіант потребує разових внесків у розмірі 6 млн грн та капітального ремонту вартістю 800 тис. грн кожні п'ять років. Згідно із другим варіантом витрати на будівництво становлять 7 млн грн, а витрати на капітальний ремонт дорівнюють 400 тис. грн кожні 10 років. Часовий горизонт експлуатації торговельного об'єкта становить 50 років.

Який із варіантів є більш прийнятним із фінансового погляду за умови, що відсоткова ставка становить 20 %?

Методичні рекомендації до вирішення завдання 59

Вирішення цього завдання пов'язане з визначенням майбутньої вартості ануїтету постнумерандо з періодом, більшим, ніж базовий. Для випадку m -кратного нарахування складних відсотків для знаходження майбутньої вартості такого ануїтету використовують таку формулу:

$$FV_{pst} = A \cdot \frac{FM3\left(\frac{r}{m}, mn\right)}{FM3\left(\frac{r}{m}, mu\right)},$$

де u – період надходження коштів;

n – термін дії ануїтету;

m – кількість нарахувань складних відсотків у базовому періоді.

Для визначення наведеної вартості ануїтету використовують таку формулу:

$$PV_{pst} = A \cdot \frac{FM4\left(\frac{r}{m}, mn\right)}{FM3\left(\frac{r}{m}, mu\right)}.$$

Завдання 60

Розпочато відкриту передплату на прості акції акціонерного товариства номінальною вартістю 60 грн за акцію. У подальшому впродовж наступних 6 років очікуваний дохід з акції буде становити 1 200 грн у кінці кожного року. Після закінчення цього терміну загальна сума прибутку із придбаних 100 акцій буде становити 10 000 грн.

Визначте норму прибутку за цієї фінансової операції.

Завдання 61

Визначте прийнятну ціну із продажу земельної ділянки сьогодні, якщо за альтернативного варіанта вона може впродовж 15 років перебувати в лізингу за умовами сплати ренти в розмірі 13 тис. грн за перші вісім років її оренди та 11 тис. грн – за період, що залишився. У кінці терміну ділянку може бути продано за ціною 75 тис. грн. Норма прибутковості на ринку капіталів становить 22 % річних.

Завдання 62

Облігація номінальною вартістю 10 000 грн і терміном погашення чотири роки має річну купонну ставку 12 % із виплатами раз на квартал. Це означає, що власнику облігації сплачують 300 грн щоквартально протягом чотирьох років і після цього ще 10 000 грн як остаточну виплату.

Визначте її вартість на момент купівлі, якщо відсоткова ставка дорівнює 18 %, що нараховують кожного кварталу.

Тема 5. Урахування інфляції у фінансових розрахунках

Завдання 63

На суму 5 тис. грн протягом трьох місяців нараховували прості відсотки за ставкою 40 % річних. Кожного місяця ціни зростали, відповідно, на 15, 12 і 10 %.

Знайдіть нарощену з урахуванням інфляції суму та величину позитивної відсоткової ставки.

Завдання 64

Банк видає клієнту кредит на два місяці, протягом яких, за оцінками експертів, щомісячний індекс інфляції буде становити 1,01.

Необхідно знайти значення облікової ставки, що компенсує втрати від інфляції, якщо банк бажає забезпечити реальну прибутковість, яку визначено простою обліковою ставкою 25 % річних.

Методичні рекомендації до вирішення завдань 63 і 64

Нарощену з урахуванням інфляції суму визначають за такою формулою:

$$\overline{FV} = \frac{PV \cdot (1+r)}{J},$$

де J – індекс цін за період.

Для того щоб за цього темпу інфляції відбувалося реальне нарощення капіталу, необхідно, щоб виконували таку умову: $1 + nr > J$. Позитивну відсоткову ставку визначають за такою формулою:

$$r^* > \frac{J-1}{n} \quad \text{та} \quad \bar{d} = \frac{1}{n} \left(1 - \frac{1-nd}{I_p} \right).$$

Завдання 65

На суму 10 тис. грн протягом півроку нараховували прості відсотки за ставкою 40 % річних. За кожен місяць ціни зростали, відповідно, на 12, 10, 9, 8, 7, 6 %.

Визначте:

- а) нарощену з урахуванням інфляції суму;
- б) позитивну відсоткову ставку;
- в) бруто-ставку.

Завдання 66

Ви придбали меблі у кредит терміном на чотири роки з фіксованою ставкою 18 % річних зі щомісячною виплатою всього боргу однаковими частинами.

Визначте ефективний термін повернення кредиту, якщо індекс інфляції прогнозують на рівні 101 % на місяць.

Завдання 67

Ви маєте намір накопичити кошти для здобуття другої вищої освіти. Термін накопичення становить п'ять років. Щомісячно ви плануєте відраховувати кошти на депозит із фіксованою відсотковою ставкою 15 % річних зі щомісячним нарахуванням. Вартість навчання становить 5 000 грн. Проте, у зв'язку з інфляцією, кожного року вартість навчання збільшується. Темп інфляції прогнозують у розмірі 1 % на місяць.

Визначте розмір щомісячного внеску.

Завдання 68

За виконану роботу підприємець має сьогодні отримати 2,5 тис. грн. У замовника немає можливості розрахуватися негайно і він пропонує такі варіанти розрахунку: або 5 тис. грн через рік, або 12 тис. грн через три роки.

Чи слід погоджуватися на умови замовника, якщо прогнозований темп інфляції становить 2 % на місяць і в розрахунках використовують складну облікову ставку 14 % річних?

Методичні рекомендації до вирішення завдань 65 – 68

Під час використання схеми складних відсотків накопичена з урахуванням інфляції сума буде становити:

$$\overline{FV} = \frac{PV \cdot (1+r)^n}{J}$$

Із наведеної формули випливає, що, для того щоб не відбувалося ерозії капіталу, має виконуватися нерівність $(1+r)^n \geq J$, що рівнозначно $1+r \geq \sqrt[n]{J}$. Якщо має місце строга рівність, то така ставка тільки нейтралізує негативну дію інфляції. Якщо має місце строга нерівність, то в цьому разі забезпечено реальне збільшення капіталу. Ставку, що забезпечує нарощення капіталу, називають позитивною та визначають за такою формулою:

$$r^* > \sqrt[n]{J} - 1.$$

Якщо у фінансовій операції використовують складну дисконтну ставку, то розмір позитивної дисконтної ставки має задовольняти вираз:

$$d^* > \left(1 - \frac{1}{\sqrt[n]{J}}\right).$$

У розглянутих формулах базовою одиницею часу не обов'язково може бути рік. Це може бути півріччя, квартал, місяць. Якщо зразком, базовою одиницею часу, вибрано місяць, то й усі інші параметри (індекс інфляції, темп інфляції, відсоткова ставка та ін.) мають розглядати в місячному аспекті.

Для забезпечення реальної прибутковості фінансової операції на рівні оголошеної номінальної відсоткової ставки, її необхідно індексувати. Таку проіндексовану з урахуванням інфляції ставку називають *брutto-ставкою* та визначають за такими формулами:

$$\bar{r} = (1+r) \cdot \sqrt[n]{J} - 1, \quad \text{і} \quad \bar{d} = 1 - (1-d) \cdot \frac{1}{\sqrt[n]{J}}.$$

Тема 6. Еквівалентність ставок і зміна умов фінансових операцій

Завдання 69

Кредитне зобов'язання клієнта становить суму 8 700 грн. Термін його повернення заплановано через сім місяців.

Визначте, яку суму сплатить боржник у разі дострокового погашення заборгованості за три місяці погашення та за умови пролонгації кредитного договору ще на три місяці. Використовують просту відсоткову ставку 24 % річних.

Методичні рекомендації до вирішення завдання 69

Якщо виникає необхідність змінити умови раніше укладеної угоди, то в такого роду ситуаціях керуються *принципом фінансової еквівалентності*, що встановлює незмінність фінансових відносин учасників до й після зміни фінансової угоди.

На практиці в разі зміни умов виплат грошових сум цей принцип реалізують шляхом складання рівняння еквівалентності, відповідно до якого суму замінних платежів, наведених до одного моменту часу, прирівнюють до суми платежів за новою згодою, наведених до того самого моменту часу.

У цьому завданні розглядають ситуацію, коли платіж P_1 із терміном n_1 необхідно замінити платежем P_0 із терміном n_0 , причому терміни виміряють від одного моменту часу та використовують просту відсоткову ставку r .

Рівняння еквівалентності будуть мати такий вигляд:

а) якщо $n_0 > n_1$, то: $P_0 = [1 + (n_0 - n_1)r]$;

б) якщо $n_0 < n_1$, то: $P_0 = \frac{P_1}{1 + (n_1 - n_0)r}$;

в) якщо $n_0 = n_1$, то: $P_0 = P_1$.

Ці три рівняння можна об'єднати в одне за допомогою функції $y = \text{sign}(x)$ ("сигнум ікс") і поняття абсолютної величини числа:

$$y = \text{sign}(x) = 1, \text{ якщо } x > 0;$$

$$y = \text{sign}(x) = 0, \text{ якщо } x = 0;$$

$$y = \text{sign}(x) = -1, \text{ якщо } x < 0.$$

Позначаючи $x = n_0 - n_1$, рівняння еквівалентності набуває компактної форми:

$$P_0 = P_1(1 + |n_0 - n_1|r)^{\text{sign}(n_0 - n_1)}.$$

Наприклад, якщо $n_0 > n_1$, то $n_0 - n_1 > 0$ і тому $|n_0 - n_1| = n_0 - n_1$, $\text{sign}(n_0 - n_1) = 1$.

У результаті визначають:

$$P_0 = P_1[1 + (n_0 - n_1)r].$$

Завдання 70

Знайдіть величину нового терміну погашення кредиту, якщо платіж у сумі 25 тис. грн. із терміном сплати чотири місяці замінюють платежем 23,9 тис. грн і використовують просту відсоткову ставку 18 % річних.

Методичні рекомендації до вирішення завдання 70

Якщо у фінансових операціях, пов'язаних зі зміною раніше укладених умов, задано величину нового платежу P_0 , а необхідно визначити його час n_0 , то з раніше наведених рівнянь еквівалентності можна легко знайти формули для визначення часу нового платежу:

а) якщо $P_0 < P_1$, то $n_0 = n_1 + \frac{1}{r} \left(1 - \frac{P_1}{P_0} \right)$;

б) якщо $P_0 > P_1$, то $n_0 = n_1 + \frac{1}{r} \left(\frac{P_0}{P_1} - 1 \right)$.

Завдання 71

Клієнт отримав у банку кредит у сумі 3 тис. грн під 17 % річних. Відповідно до фінансового контракту, клієнт зобов'язався погасити кредит трьома платежами з відсотками: 1,5 тис. грн, 0,5 тис. грн і 1 тис. грн, відповідно, через 30, 90 і 150 днів. Однак через якийсь час за обопільною згодою сторін було вирішено погасити кредит одним платежем через 120 днів.

Необхідно знайти величину консолідованого платежу, якщо нараховують прості відсотки.

Методичні рекомендації до вирішення завдання 71

Якщо розглядають завдання заміни платежів P_1, P_2, \dots, P_m , виплачуваних, відповідно, через час n_1, n_2, \dots, n_m , одним платежем P_0 із виплатою через час n_0 , то, міркуючи як і раніше, можна визначити таке рівняння еквівалентності:

$$P_0 = \sum_{k=1}^m P_k (1 + |n_0 - n_k| r)^{\text{sign}(n_0 - n_k)}.$$

Перед складанням рівняння еквівалентності необхідно скорегувати розмір платежів за первісною згодою на величину нарахованих відсотків.

Завдання 72

Платежі 2 тис. грн і 3 тис. грн має бути погашено, відповідно, через 45 і 90 днів. Кредитор і боржник погодилися замінити два платежі одним – 5 тис. грн.

Знайдіть термін оплати консолідованого платежу, якщо використовують просту відсоткову ставку 18 % річних і спосіб 360/360.

Методичні рекомендації до вирішення завдання 72

Термін консолідованого платежу визначають із рівності наведених вартостей відповідних платежів:

$$\frac{P_0}{1 + n_0 r} = \sum_{k=1}^m \frac{P_k}{1 + n_k r}, \quad \text{звідки } n_0 = \frac{1}{r} \left(\frac{P_0}{\sum_{k=1}^m \frac{P_k}{1 + n_k r}} - 1 \right).$$

Цією формулою можна користуватися в тих випадках, якщо справедлива нерівність:

$$P_0 \geq \sum_{k=1}^m \frac{P_k}{1 + n_k r}.$$

Якщо має місце рівність $P_0 = \sum_{k=1}^m P_k$, то для визначення терміну консолідованого платежу використовують наближену формулу:

$$n_0 \approx \frac{\sum_{k=1}^m P_k n_k}{\sum_{k=1}^m P_k}.$$

Завдання 73

Визначте суму коштів, яку має сплатити клієнт банку за умови нечасного погашення боргу в розмірі 6 тис. грн. Термін подовження кредитного зобов'язання 1,5 року, відсоткова ставка за кредитом 23 % річних, додатково штраф за прострочення платежу становить 4 % від загальної суми заборгованості на момент припинення дії кредитного договору.

Завдання 74

Запропоновано виплатити за користування земельною ділянкою або 20 тис. грн через п'ять років, або 30 тис. грн через 10 років.

Визначте, яка пропозиція є більш вигідною, якщо є можливість інвестування коштів під складну відсоткову ставку 17 % річних.

Методичні рекомендації щодо вирішення завдань 73 і 74

За будь-якої заміни платежів із використанням складних відсотків мають виконувати принцип фінансової еквівалентності, дотримання якого обґрунтовано складанням відповідного рівняння.

Якщо платіж P_1 із терміном n_1 треба замінити платежем P_0 із терміном n_0 у разі використання складної відсоткової ставки r (причому n_1 і n_0 виміряють від одного моменту часу), то рівняння еквівалентності має такий вигляд:

$$P_0 = P_1(1+r)^{n_0-n_1}, \text{ якщо } n_0 > n_1;$$

$$P_0 = P_1, \text{ якщо } n_0 = n_1;$$

$$P_0 = \frac{P_1}{(1+r)^{n_1-n_0}}, \text{ якщо } n_0 < n_1.$$

Ці три рівняння можна об'єднати в одне, тому що для будь-яких термінів n_1 і n_0 мають виконувати умову $P_0 = P_1(1+r)^{n_0-n_1}$, що рівнозначно:

$$\frac{P_0}{(1+r)^{n_0}} = \frac{P_1}{(1+r)^{n_1}}.$$

Звідси випливає, що для еквівалентної, відповідно до складної відсоткової ставки, заміни платежів необхідно, щоб їхні наведені вартості збігалися. Причому розрахунок наведених вартостей можна здійснювати на будь-який момент часу, тому що:

$$\frac{P_0}{(1+r)^{n_0-t}} = \frac{P_1}{(1+r)^{n_1-t}},$$

де t – довільне речовинне число.

Завдання 75

Визначте величину нового терміну, якщо платіж 22 тис. грн через п'ять років замінюють платежем 33 тис. грн і використовують складну відсоткову ставку 21 % річних.

Методичні рекомендації щодо вирішення завдання 75

Якщо відомо розмір нового платежу P_0 , а необхідно знайти термін його виплати n_0 , то для цього використовують таку формулу:

$$n_0 = n_1 + \frac{\ln \frac{P_0}{P_1}}{\ln(1+r)}.$$

Завдання 76

Три платежі 3 тис. грн, 1 тис. грн і 1,5 тис. грн із термінами виплати, відповідно, через 1, 2,5 і 4 роки замінюють одним платежем, який має бути сплачено через три роки.

Знайдіть розмір консолідованого платежу, якщо використовують складну відсоткову ставку 24 % річних. Який буде термін виплати, якщо консолідований платіж буде дорівнювати сумі вихідних платежів?

Методичні рекомендації до вирішення завдання 76

Якщо розглядають ситуацію, коли платежі P_1, P_2, \dots, P_m , виплачувані, відповідно, через час n_1, n_2, \dots, n_m , необхідно замінити одним платежем P_0 з виплатою через час n_0 , то в рівнянні еквівалентності платежу P_k , буде відповідати доданок $P_k(1+r)^{n_0-n_k}$, тобто за $n_0 > n_k$, буде мати місце нарощення складних відсотків на капітал P_k , а за $n_0 < n_k$ капітал P_k буде враховано.

Рівняння еквівалентності має такий вигляд:

$$P_0 = \sum_{k=1}^m P_k (1+r)^{n_0-n_k}, \text{ або що те саме } \frac{P_0}{(1+r)^{n_0}} = \sum_{k=1}^m \frac{P_k}{(1+r)^{n_k}}.$$

Якщо поставлено завдання порівняння на підставі складної відсоткової ставки платежу P_0 із замінними платежами, то за момент оцінювання можна вибирати будь-який довільний момент часу.

Якщо відомо розмір консолідованого платежу, а необхідно знайти новий термін його виплати, то використовують таку формулу:

$$n_0 = \frac{\ln \frac{P_0}{\sum_{k=1}^m P_k (1+r)^{-n_k}}}{\ln(1+r)}.$$

Завдання 77

За умовою контракту суми 3 тис. грн, 1 тис. грн і 2,5 тис. грн має бути виплачено, відповідно, 05.05, 15.06 і 25.10. Сторони вирішили переглянути порядок виплат: 3,5 тис. грн виплачують 01.06; 1,5 тис. грн – 01.07 і залишок боргу погашають 10.09.

Визначте величину третього платежу, якщо перерахунок здійснюють за простою ставкою, що дорівнює 15 %, за способом 365/365. Усі операції виконують в межах одного року.

Завдання 78

Два платежі 1,4 млн грн і 1,9 млн грн із термінами погашення через два та три роки об'єднують в один платіж, що дорівнює 4 млн грн, із використанням складної відсоткової ставки 6 % річних.

Необхідно визначити:

- а) термін сплати консолідованого платежу;
- б) розмір консолідованого платежу, якщо термін його сплати буде становити 3,5 року.

Завдання 79

За отримані 01.02 у кредит товари фірма має заплатити через 120 днів 1,5 млн грн і через 240 днів ще 1,2 млн грн. Досягнуто угоду із кредитором про зміну умов контракту. Платежі здійснюють двома однаковими сумами: перший платіж – через 90 днів, другий – через 180 днів. Використовують просту відсоткову ставку 10 % річних.

Визначте величину кожного платежу.

Завдання 80

Платежі в розмірі 2,5 млн грн, 3,1 млн грн і 2,7 млн грн має бути погашено через 40, 70 і 160 днів після 01.01 поточного року. Було досягнуто згоди на об'єднання цих платежів без збільшення підсумкової суми.

Необхідно визначити термін сплати консолідованого платежу.

Тема 7. Кредитні розрахунки підприємства

Завдання 81

Банк видав кредит у розмірі 25 тис. грн підприємству на закупівлю офісного обладнання терміном на шість років під 32 % річних, що нараховують за схемою складних відсотків на непогашений залишок. Повертати кредит необхідно з використанням анuitетної схеми погашення заборгованості наприкінці кожного року.

Необхідно визначити:

- а) розмір щорічного платежу;
- б) розмір відсоткових грошей, сплачених у третьому році;
- в) яка частина кредиту залишиться непогашеною після закінчення трьох років.

Завдання 82

Кредит у сумі 85 тис грн, який отримано підприємством для придбання нового обладнання, термін повернення кредиту становить п'ять років, відсоткова ставка 26 % річних. Кредит підлягає погашенню однаковими щорічними виплатами наприкінці кожного року. Складні відсотки також нараховують наприкінці кожного року. Після виплати третього платежу досягнуто домовленість між кредитором і позичальником про подовження терміну погашення позики на два роки та збільшенні відсоткової ставки з моменту конверсії до 28 %.

Необхідно скласти план погашення частини боргу, що залишилася.

Методичні рекомендації до вирішення завдань 81 і 82

Під час вирішення завдань з аналізу та оцінювання кредитних розрахунків підприємства виходять із того, що кожна строкова виплата (A) складається з річних витрат щодо погашення основної частини боргу (R) та відсоткового платежу за користування грошовими коштами впродовж певного проміжку часу (I). Тоді розмір строкового платежу визначають як добуток цих елементів:

$$A = R + I.$$

Під час розроблення плану погашення боргу використовують такі параметри:

PV – сума основного боргу;

PV_k – залишок непогашеного боргу на певний період;

I_k – величина відсоткового платежу, який було сплачено в певний термін;

R_k – частина основного боргу, погашена в певний часовий період.

У цьому разі залишок основного боргу та суми відсоткових платежів зменшуються від періоду до періоду, річна витрата погашеного основного боргу зростає, а строкові сплати будуть ануїтетом ренти постнумерандо. Отже, величина кредиту PV буде дорівнювати сумі всіх дисконтованих ануїтетів.

Зокрема:

1) залишок боргу в k -му періоді визначають за такою формулою:

$$PV_k = PV_{k+1} - R_{k+1};$$

2) відсотковий платіж вираховують як добуток річної відсоткової ставки та суми залишку боргу у відповідному періоді:

$$I_k = PV_k \cdot r;$$

3) сума погашення боргу становить різницю між визначеною раніше величиною річного строкового платежу та відсотковим платежем у відповідний період:

$$R_k = A - I_k.$$

Під час вирішення першого завдання доцільно міркувати з позиції кредитора. Для банку такий контракт становить інвестицію в сумі 25 тис. грн. Надалі банк протягом п'яти років буде щорічно отримувати наприкінці року суму A , причому кожний річний платіж буде містити відсотки за минулий рік і частину основної суми боргу. Таким чином із часом сума відсотків, що сплачують, буде зменшуватися, а частка платежу за рахунок погашення боргу – збільшуватися.

Отже, у цьому завданні має місце ануїтет постнумерандо, про який відомо його поточна вартість, відсоткова ставка та тривалість дії.

Тому для знаходження розміру річного платежу необхідно скористатися такою формулою:

$$PV_{pst} = A \cdot FM4(r, n).$$

Суму відсоткових грошей, сплачених за m років, визначають за такою формулою:

$$D_m = m \cdot A - (A - PV_{pst} \cdot r) \cdot FM3(r, m).$$

Для визначення розміру відсоткового платежу в k -му році використовують таку формулу:

$$D_k = [PV_{pst} \cdot (1+r)^{k-1} - A \cdot FM3(r, k-1)] \cdot r.$$

Частину кредиту, погашену за m років, розраховують за такою формулою:

$$PV_m = (A - PV_{pst} \cdot r) \cdot FM3(r, m).$$

Залишок боргу на момент конверсії, тобто на початок k -го року фінансової операції, визначають із використанням такої формули:

$$PV_k = A \cdot FM4(r, n - k).$$

Після цього визначають розмір нової строкової сплати за зміненими умовами фінансової угоди. Для цього використовують раніше наведені формули.

План погашення частини боргу, що залишилася, доцільно виконувати в табличній формі. У таблиці мають бути стовпчики, що містять таку інформацію: рік фінансової операції, залишок боргу на початок і кінець року, суму річного платежу (зокрема відсотки за рік і погашення основного боргу). За допомогою такої таблиці можна відповісти на запитання, поставлені в попередньому завданні.

Завдання 83

Підприємство отримало кредит у сумі 145 тис. грн терміном на дев'ять років. Відсоткову ставку за роками змінюють таким чином (таблиця):

Таблиця

Вихідні дані

| | | | |
|----------------------|-------|-------|-------|
| Роки | 1 – 2 | 3 – 5 | 6 – 9 |
| Відсоткова ставка, % | 11,0 | 14,0 | 18,0 |

Складіть план погашення боргу за умов зміни відсоткової ставки впродовж дії кредитного договору.

Методичні рекомендації до вирішення завдання 83

Залишок основного боргу на початку кожного розрахункового періоду визначають таким чином:

$$PV_k = PV - R(k - 1),$$

де PV – сума основного боргу;

k – номер розрахункового періоду.

Величина строкової сплати в кожному розрахунковому періоді буде становити:

$$A_k = PV_k \cdot r_i + R \quad \text{або} \quad A_k = [PV - R(k - 1)] r_i + R.$$

Завдання 84

Кредит у розмірі 4,6 млн грн видано на сім років під 22 % річних. За умовами контракту погашення основного боргу мають здійснювати однаковими виплатами, нарахування відсотків наприкінці року.

Складіть план погашення кредиту, визначте розмір відсоткового платежу в п'ятому році.

Методичні рекомендації до вирішення завдання 84

Величину відсоткового платежу для розрахункового періоду визначають за такою формулою:

$$I_k = PV_k \cdot r = [PV - R(k - 1)] \cdot r.$$

Завдання 85

Кредит у розмірі 3,2 млн грн видано на чотири роки під 14 % річних. Відсотки нараховують та сплачують у кінці кожного розрахункового періоду, виплати основного боргу мають зменшувати щорічно на 0,2 млн грн.

Складіть план погашення кредиту.

Завдання 86

Кредит у розмірі 420 тис. грн має бути погашено впродовж шести років щорічними виплатами. Відсоткова ставка становить 18 % річних,

нарахування відсотків один раз на рік у кінці року. Платежі, що забезпечують погашення основного боргу мають зменшувати в геометричній прогресії на 5 % щорічно.

Складіть план погашення боргу. Визначте розмір річного строкового платежу у третьому році.

Методичні рекомендації до вирішення завдань 85 і 86

Умови погашення боргу змінними сплатами основного боргу передбачають таке:

а) виплати змінюють в арифметичній прогресії.

У цьому разі формули для обчислення величини першої виплати мають такий вигляд:

$$R_1 = \frac{PV}{n} - \frac{(n-1)}{2} \cdot d \quad \text{або} \quad R_1 = \frac{PV}{n} + \frac{(n-1)}{2} \cdot d.$$

Першу з наведених формул використовують для розрахунку розміру сплати за зростаючої прогресії, другу – для спадної прогресії;

б) виплати змінюють у геометричній прогресії.

Одним із варіантів погашення кредитної заборгованості може бути такий, за якого погашення основного боргу мають здійснювати платежами, кожен із яких більший або менший від попереднього на раз. Таким чином, ці платежі будуть членами зростаючої або спадної геометричної прогресії, які мають такий вигляд:

$$R_1, R_2 = R_1 \cdot q; R_3 = R_1 \cdot q^2; \dots R_n = R_1 \cdot q^{n-1}.$$

Величина основного боргу є сумою цих членів і її визначають за такою формулою геометричної прогресії, де перший член прогресії й одночасно перший платіж основного боргу, а – знаменник прогресії. Основний борг буде дорівнювати:

$$PV = R_1 \frac{q^n - 1}{q - 1}, \text{ якщо } q > 1 \text{ або } PV = R_1 \frac{1 - q^n}{1 - q}, \text{ якщо } q < 1.$$

Тоді:

$$R_1 = PV \frac{q-1}{q^n-1}, \text{ де } q > 1 \text{ та } R_1 = PV \frac{1-q}{1-q^n}, \text{ де } q < 1.$$

Рекомендована література

Основна

1. Кузнецов Б. Т. Финансовая математика : учеб. пособ. для вузов / Б. Т. Кузнецов. – Москва : Изд. "Экзамен", 2005. – 128 с.
2. Малыхин В. И. Финансовая математика : учеб. пособ. для вузов / В. И. Малыхин. – 2-е изд., перераб. и доп. – Москва : ЮНИТИ-ДАНА, 2003. – 237 с.
3. Машина Н. І. Вищі фінансові обчислення : навч. посіб. / Н. І. Машина. – Київ : Центр навчальної літератури, 2003. – 208 с.
4. Тижненко Л. О. Фінансова математика : конспект лекцій для студентів напряму підготовки "Фінанси" / Л. О. Тижненко, В. О. Кожевніков. – Харків : Вид. ХНЕУ, 2008. – 116 с.
5. Четыркин Е. М. Финансовая математика : учебник / Е. М. Четыркин. – 4-е изд. – Москва : Дело, 2004. – 400 с.

Додаткова

6. Бланк И. А. Основы финансового менеджмента : в 2-х т. / И. А. Бланк. – Т. 1. – Киев : НИКА-ЦЕНТР, 1999. – 592 с.
7. Бланк И. А. Основы финансового менеджмента : в 2-х т. / И. А. Бланк. – Т. 2. – Киев : НИКА-ЦЕНТР, 1999. – 512 с.
8. Бочаров П. П. Финансовая математика : учебник / П. П. Бочаров, Ю. Ф. Касимов. – Москва : Гардарики, 2002. – 624 с.
9. Власова Н. О. Фінанси підприємств : навч. посіб. / Н. О. Власова, О. А. Круглова, Л. І. Безгінова. – Київ : Центр учбової літератури, 2007. – 271 с.
10. Григорків В. С. Фінансова математика : підручник / В. С. Григорків, О. І. Ярошенко, П. О. Нікіфоров. – Чернівці : ЧНУ, 2011. – 488 с.
11. Капитоненко В. В. Задачи и тесты по финансовой математике : учеб. пособ. / В. В. Капитоненко. – Москва : Финансы и статистика, 2007. – 256 с.
12. Кирлица В. П. Финансовая математика : руководство к решению задач : учеб. пособ. / В. П. Кирлица. – Минск : Тетра Системс, 2005. – 192 с.
13. Ковалев В. В. Курс финансовых вычислений / В. В. Ковалев, В. А. Уланов. – Москва : Финансы и статистика, 2001. – 328 с.

14. Ковалев В. В. Финансовый менеджмент: теория и практика / В. В. Ковалев. – 3-е изд., перераб. и доп. – Москва : Проспект, 2011. – 880 с.
15. Крамаренко Г. О. Фінансовий менеджмент : підручник / Г. О. Крамаренко, О. Є. Чорна. – 2-ге вид. – Київ : Центр учбової літератури, 2009. – 520 с.
16. Ли Ченг Ф. Финансы корпораций : теория, методы и практика / Ченг Ф. Ли, Дж. И. Финнерти ; пер. с англ. – Москва : ИНФРА-М, 2000. – 686 с.
17. Медведев Г. А. Начальный курс финансовой математики : учеб. пособ. / Г. А. Медведев. – Минск : ТОО "Остожье", 2003. – 267 с.
18. Мелкумов Я. С. Финансовые вычисления. Теория и практика / Я. С. Мелкумов. – 2-е изд. – Москва : ИНФРА-М, 2010. – 416 с.
19. Морошкин В. А. Практикум по финансовому менеджменту: технология финансовых расчетов с процентами : учеб. пособ. / В. А. Морошкин, А. Л. Ломакин. – Москва : Финансы и статистика, 2005. – 112 с.
20. Станиславчик Е. Н. Основы финансового менеджмента / Е. Н. Станиславчик. – Москва : Ось-89, 2001. – 128 с.
21. Шелудько В. М. Фінансовий менеджмент : підручник / В. М. Шелудько. – 2-ге вид., стер. – Київ : Знання, 2013. – 375 с.

Зміст

| | |
|---|----|
| Вступ..... | 3 |
| Перелік компетентностей, які має опанувати студент у процесі вивчення навчальної дисципліни | 4 |
| Змістовий модуль 1. Операції нарощення і дисконтування за допомогою простих і складних відсотків | 5 |
| Тема 1. Фінансова математика: предмет, принцип "сучасної вартості грошей", види відсоткових ставок | 5 |
| Тема 2. Нарощення і дисконтування з використанням схеми простих відсотків | 5 |
| Тема 3. Нарощення і дисконтування з використанням схеми складних процентів | 12 |
| Змістовий модуль 2. Аналіз фінансових потоків і кредитні розрахунки підприємства | 21 |
| Тема 4. Грошові потоки та їхній аналіз із використанням методів нарощення і дисконтування..... | 21 |
| Тема 5. Урахування інфляції у фінансових розрахунках | 31 |
| Тема 6. Еквівалентність ставок і зміна умов фінансових операцій..... | 34 |
| Тема 7. Кредитні розрахунки підприємства | 40 |
| Рекомендована література..... | 45 |
| Основна | 45 |
| Додаткова | 45 |

НАВЧАЛЬНЕ ВИДАННЯ

ФІНАНСОВА МАТЕМАТИКА

**Методичні рекомендації
до практичних завдань
для студентів спеціальності
072 "Фінанси, банківська справа та страхування"
першого (бакалаврського) рівня**

Самостійне електронне текстове мережеве видання

Укладачі: **Алексєєнко** Інна Іллівна
Кіпа Марина Олександрівна

Відповідальний за видання *І. В. Журавльова*

Редактор *О. Г. Доценко*

Коректор *О. Г. Доценко*

План 2019 р. Поз. № 35 ЕВ. Обсяг 48 с.

Видавець і виготовлювач – ХНЕУ ім. С. Кузнеця, 61166, м. Харків, просп. Науки, 9-А

Свідоцтво про внесення суб'єкта видавничої справи до Державного реєстру

ДК № 4853 від 20.02.2015 р.