

УДК 519.86 + 338.12

**НЕЛІНІЙНІ МОДЕЛІ ОПТИМІЗАЦІЇ ВИРОБНИЧОЇ ПРОГРАМИ  
ПІДПРИЄМСТВА В УМОВАХ КОН'ЮНКТУРНИХ КОЛИВАНЬ РИНКУ**

**Горобинська М. В.**

**Харківський національний економічний університет  
імені Семена Кузнеця**

**Кандидат економічних наук, доцент, доцент**

**Гіль С.Є.**

**Харківський національний економічний університет  
імені Семена Кузнеця**

**Кандидат економічних наук, доцент, доцент**

**Анотація.** Синергетична парадигма нелінійного природознавства припускає новий нелінійний погляд на світ та сприяє поширенню нетрадиційних методів дослідження у сучасному науковому пізнанні. Пропонується формувати оптимальну виробничу програму підприємства за допомогою моделей нелінійного динамічного програмування. Використання економіко-математичного моделювання, а саме, моделей оптимізації виробничої програми, дає можливість підприємствам враховувати кон'юнктурні коливання та забезпечувати умови оперативної синхронізації структури споживчого ринкового попиту по номенклатурі продукції і об'ємам її реалізації зі структурою виробничих потужностей та ресурсів. Запропонована нелінійна модель розрахунку оптимальної виробничої програми виявляє високу адекватність реальним ситуаціям виробництва та дозволяє реалізувати основні положення, що містяться у понятті ефективної виробничої потужності підприємства.

**Ключові слова:** кон'юнктура ринку, парадигма, синергетика, виробнича програма підприємства, математичне моделювання, оптимізація виробничої програми, нелінійні моделі програмування, виробнича потужність.

# **NONLINEAR MODELS OF OPTIMIZATION OF THE PRODUCTION PROGRAM OF THE ENTERPRISE UNDER CONDITIONS OF THE MARKET**

**Gorobynskaya Marianna,**

Simon Kuznets Kharkiv National University of Economics

**Hil Svetlana**

Simon Kuznets Kharkiv National University of Economics

**Abstract.** The liberation of modern economics and other applied sciences from the concepts of linear-plane perception of the world implies the use of new non-linear methods of research in modern scientific knowledge and is combined with the processes of qualitative updating of scientific research tools, in particular, the sphere of mathematical models of nonlinear dynamics, information and telecommunication technology. High dynamics of modern market conditions require industrial enterprises to respond promptly to fluctuations in market activity and consumer demand structure, which usually does not coincide with the nomenclature and sales volumes, and with the structure of the production program and available material resources. In this regard, it is proposed to formulate and calculate the optimal production program of the enterprise using non-traditional models of nonlinear dynamic programming. This calculation most completely satisfies the demand and provides maximum profit from the sale of products due to changes in prices depending on the volume of its production. The development of an optimal production program allows to realize the basic ideas and conformity to the natural laws of the science development and the post-neoclassical (modern) paradigm in accordance with the principles of synergetics with a nonlinear nature – unlike the science of classical and nonclassical type with a linear nature of these laws. The proposed model of nonlinear programming allows to optimize the production program of the enterprise, using as discrete dependence of the price of production on the volume of sales, and at the same time to provide higher accuracy than using well-known linear models. The enterprise has new qualitatively

new opportunities to quickly calculate the production program, find the optimal quantitative and nomenclature connections for profit and timely rapid response to conditions changes in consumer demand. The given model of nonlinear programming can be used not only for solving problems of production program optimization, but also in the sphere of logistical support and marketing activity of the enterprise.

**Keywords.** Market conditions, paradigm, synergetics, enterprise production program, mathematical modelling, production program optimization, nonlinear programming models, production capacity.

**Постановка проблеми.** Визначальною тенденцією розвитку сучасних наукових поглядів на принципи і закономірності функціонування організаційно-економічних систем та на процеси формування факторів конкурентоспроможності промислових підприємств є широке застосування математичних методів і моделей у економічних дослідженнях. Математичні моделі майже два століття використовують для дослідження окремих аспектів діяльності господарюючих суб'єктів. Найбільший інтерес до таких моделей спостерігається з кінця 80-х рр. ХХ ст., а в останні десятиліття математичні моделі знаходять все більш широке застосування в економічній науці [3].

Найбільш великий клас моделей, що застосовуються на практиці, – це оптимізаційні, які засновані на методах математичного програмування. Дані моделі призначені для вибору найкращого варіанта з певного числа варіантів виробництва, розподілу чи споживання. Прикладом побудови таких моделей у виробництві є оптимізаційна модель виробничої програми підприємства, яка спрямована на досягнення максимального прибутку при оптимальній структурі виробництва.

Висока динаміка сучасної ринкової кон'юнктури вимагає від промислових підприємств швидкої окупності витрат, своєчасного оперативного реагування на коливання ринкової активності і структури споживчого попиту, що, як правило, не збігається за номенклатурою і обсягами реалізації зі структурою виробничої потужності і матеріальних ресурсів. Проблема вибору номенклатури та

асортименту продукції, що випускається при певному рівні використання виробничої потужності, висувається дослідниками як одна з актуальних і складних.

Диверсифікація виробничої структури і забезпечення гнучкості виробництва обумовлює переорієнтацію підприємств з виробничих - на маркетингові цілі, тобто, з пропозиції – на попит, що припускає вибір стратегії на основі прогнозів обсягу, номенклатури продукції, а в теоретичному плані – переорієнтацію підприємств з інженерної на економічну виробничу потужність. Все це обумовлює необхідність формування оптимальної виробничої програми підприємства з урахуванням ефективної виробничої потужності, що забезпечує максимальний прибуток шляхом найбільш повного задоволення попиту та визначення оптимальних цін і обсягів випуску продукції.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій та виділення невирішених раніше частин загальної проблеми.** Теоретичні проблеми ефективного використання основного капіталу, виробничої потужності та формування оптимальної виробничої програми підприємств розглядалися такими вченими, як: Т. Хачатуров, Я. Кваша, П. Бунич, В. Кудров, В. Федоренко, К. Вальтух, С. Глазьев, Д. Львов, А. Федотов, В. Коломойцев, М. Хохлов, И. Лукинов, Б. Кваснюк, З. Борисенко, Н. Чумаченко, М. Чухно та ін.

Вивченню питань економіко-математичного моделювання, розгляду основних математичних методів та моделей, а також рішенню оптимізаційних задач присвячені праці таких вчених, як: В. Крелле, А. Ястремський, В. Хацевич, В. Степанюк, Т. Терещенко, Дж. Нейман, Р. Белман, Л. Абрамов, Дж. Хедли, М. Войтенко, У. Зангвилл, С. Наконечний, В. Михалевич, А. Гупал, Д. Кобицький, В. Вітлінський, Т. Терещенко, Н. Новікова, А. Янковой та ін.

Незважаючи на велику різноманітність наукових досліджень в даному напрямку проблема вибору номенклатури та асортименту продукції при певному рівні використання виробничої потужності і окремі питання впровадження нелінійних методів оптимізації виробничої програми підприємства вимагають більш глибокого вивчення.

**Метою** роботи є розробка оптимальної виробничої програми підприємства за допомогою моделі нелінійного динамічного програмування, яка дає можливість підприємствам враховувати кон'юнктурні коливання та забезпечувати умови оперативної синхронізації структури споживчого ринкового попиту по номенклатурі продукції і об'ємам її реалізації зі структурою виробничих потужностей та ресурсів на підставі критерію максимізації прибутку.

**Виклад основного матеріалу дослідження.** Одним з базових елементів теоретичних основ і методів теорії управління і прийняття рішень в соціально-економічних системах є розробка проблемно-орієнтованого математичного забезпечення. Математичні методи є найважливішим інструментом аналізу економічних явищ і процесів, побудови теоретичних моделей, що дозволяють відобразити існуючі зв'язки в економічному житті, прогнозувати поведінку економічних суб'єктів і економічну динаміку. Математичне моделювання стає мовою сучасної економічної теорії, однаково зрозумілим для вчених всіх країн світу.

Використання математичних моделей дозволяє, по-перше, виділяти і формально описувати найбільш важливі, істотні зв'язки економічних змінних і об'єктів. По-друге, математичні методи дослідження складних керованих і замкнених соціально-економічних систем дозволяють отримувати нові знання про об'єкт, тобто, оцінювати форму і параметри залежностей його змінних, стабільність або нестабільність поведінки системи, вибирати оптимальні параметри управління. Перехідні процеси в економічних системах виникають під впливом внутрішніх або зовнішніх впливів. Це, насамперед, перехід від одного технологічного укладу до іншого, зміна кон'юнктури внутрішнього або зовнішнього ринків, нові правила регулювання поведінки суб'єктів економіки і так далі. Такі процеси еволюції поведінки складних економічних систем у часі адекватно описуються нелінійними моделями [7].

Соціально-економічні процеси в більшості не є лінійними. Окремі підприємства функціонують і розвиваються за умов невизначеності, а тому описуються нелінійними, стохастичними, динамічними процесами. Отже, для управ-

ління окремими об'єктами господарювання потрібне застосування нелінійних економіко-математичних моделей і методів. Зауважимо, що сучасний рівень розвитку комп'ютерної техніки і методів математичного моделювання створює передумови для використання нелінійних методів, а це може значною мірою підвищити якість розроблених планів, надійність та ефективність рішень, які приймаються [1, с. 229].

Функціонування сучасних підприємств, особливо в період економічної кризи, вимагає від їх керівництва особливої концентрації зусиль на «виживання» в непростих ринкових умовах. Це, в свою чергу, вимагає зваженого підходу до формування виробничої програми і вибору ринкових пріоритетів. Очевидно, що одним з факторів успіху в конкурентній боротьбі є розробка виробничої програми, яка, з одного боку, базувалася б на ефективному використанні всіх наявних у розпорядженні підприємства матеріальних, фінансових, трудових та ін. ресурсів, а, з іншого боку, забезпечувала б максимальний розмір прибутку або виручки від реалізації продукції. Тому істотне значення набуває аналіз основних передумов виробничого планування, а також вибір методів і моделей оптимізації фінансово-економічних результатів діяльності підприємства в умовах обмеженості ресурсів [8, с. 225].

В даний час сформувавши оптимальну виробничу програму підприємства можна використовувати модель нелінійного програмування. Однак, слід зазначити, що сам перехід від лінійних до нелінійних моделей програмування має глибокий філософський зміст. Сьогодні очевидно, що нова синергетична парадигма нелінійного природознавства припускає новий нелінійний погляд на світ, заснований на ідеях еволюції, розмаїтості і необоротності часу. Закономірності розвитку науки постнеокласичного (сучасного) природознавства носить відповідно до принципів синергетики нелінійний характер на відміну від науки класичного і некласичного типу – з лінійним характером цих закономірностей. У рамках попередніх парадигм класичної і некласичної науки нелінійність розглядалося як джерело подібних зневажливо малих відхилень головним чином від

лінійного способу існування матеріальної картини світу, і були засновані на розумінні лінійних детермінованих, симетричних у часі законів [2].

Найважливіший філософсько-методологічний принцип нелінійності в методології синергізма формує новий стиль наукового мислення, стимулює активну експансію ідей синергізма у всілякі області прикладних наук, дозволяє адекватно відбивати реалії нової картини світу, до чого в сутності прагне сучасне наукове знання [6]. Як принцип філософської науки нелінійність відбиває об'єктивну реальність у виді безлічі співіснуючих можливостей. Принципово важливо, що до нелінійних систем відносять такі властивості, що визначаються процесами, що відбуваються в них, так, що результат кожного з впливів у присутності іншого виявляється іншим, чим у випадку відсутності останнього. Так, при визначеній зміні середовища і параметрів нелінійних рівнянь система радикально не змінює своїх характеристик. Однак, якщо зовнішній вплив на нелінійну систему перейде деяке критичне значення параметра, то режим розвитку системи міняється якісним образом. Тут варто очікувати появи нових підходів до аналізу глибинної сутності комунікативних процесів, у тому числі процесів передачі знань, що є також нелінійними [5].

Процеси забезпечення конкурентоспроможності підприємств у країнах Заходу відбувалися в 90-і роки при домінуванні диверсифікованості виробничої структури і забезпечення гнучкості виробництва. Ця тенденція обумовила переорієнтацію підприємств із виробничих на маркетингові цілі, тобто – із пропонування – на попит, що припускає вибір стратегії на основі прогнозів обсягу, номенклатури продукції, структури запитів платоспроможних клієнтів, а в теоретичному плані – переорієнтацію з інженерної на економічну виробничу потужність. Розрахунок виробничої програми підприємства у визначеній мірі припускає реалізацію основних ідей та принципів, що містяться в запропонованому понятті – ефективної виробничої потужності підприємства, яка об'єднує чисто виробничі, ринкові, маркетингові аспекти підвищення виробничого потенціалу підприємства та забезпечує максимальний прибуток, шляхом найбільш повного задоволення попиту, оптимальних цін і обсягів випуску продукції [2].

Це пов'язано, насамперед, з технологічною доцільністю вибору пропорцій з'єднання особистих і речовинних факторів, визначенням ступеня сумісності ефективної виробничої потужності з ринковими умовами господарювання реальної економіки та рішенням цілого комплексу проблем, від яких залежать кінцеві результати формування і використання техніко-економічного потенціалу підприємства [2].

В реальних умовах змінюється структура споживчого попиту з урахуванням складу номенклатури та обсягів її реалізації підприємством може не збігатися зі структурою виробничих потужностей і наявних ресурсів. У зв'язку з цим виникає завдання формування оптимальної виробничої програми, яка найбільш повно задовольняє попит і забезпечує максимальний прибуток від реалізації продукції за рахунок зміни цін на продукцію, що випускається, в залежності від обсягу її випуску. При побудові цільової функції необхідно враховувати середні ціни ( $c_j$ ) та собівартість ( $s_j$ ) продукції. Відомо, що собівартість продукції залежить від обсягів випуску ( $x_j$ ). Цю залежність можна апроксимувати дрібно-лінійним виразом  $s_j = (g_j + h_j x_j) / (1 + d_j x_j)$ , де  $g_j$  – собівартість дослідного зразка, а  $h_j / d_j$  – собівартість при масовому виробництві.

Існуючі методи вирішення оптимізаційних задач, а також можливості сучасного програмного забезпечення дозволяють реалізовувати економіко-математичні моделі нелінійного характеру. Однак, для успіху збіжності ітераційних обчислювальних процедур необхідно, щоб область планів була опуклою і при пошуку максимуму функція мети була опуклою вгору (або хоча б неопуклою вниз). При обраної апроксимації собівартості дрібно-лінійною функцією друга вимога дотримується. Перша вимога завжди задовольняється при лінійній системі обмежень.

Метою діяльності підприємства є одержання максимального прибутку, тому в економіко-математичній моделі з розрахунку виробничої програми можна прийняти показник прибутку як критерій оптимальності [4].

Таким чином, за цільову функцію приймається прибуток, що одержує підприємство від реалізації продукції:



$$Z = \sum_{j=1}^n (C_j - S_j(x_j)) x_j \rightarrow \max$$

де  $C_j$  – середня ціна по кожній позиції номенклатури;

$S_j$  – фактична собівартість  $j$ -й одиниці продукції;

$x_j$  – обсяг випуску  $j$ -й продукції,  $j = 1 \dots n$ .

Система обмежень щодо визначення виробничої програми в даному випадку повинна враховувати виробничі ресурси, специфічні умови роботи підприємства и потреби ринку в його продукції. Формальна (математична) запис системи обмежень для даної задачі визначається наступними лінійними співвідношеннями.

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^n a_{ij} x_{ij} \leq b_i \\ i = \overline{1, p} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^n t_{ij} x_{ij} \leq T_i \\ i = \overline{1, q} \end{cases}$$

де  $a_{ij}$  – норма витрат  $i$ -го виду сировини (матеріалів) на один  $j$ -й виріб;

$b_i$  – запас  $i$ -го виду сировини (матеріалів);

$p$  – кількість видів сировини (матеріалів);

$t_{ij}$  – норма часу роботи  $i$ -ої групи обладнання по  $j$ -му виробу;

$q$  – кількість груп обладнання;

$T_i$  – дійсний фонд часу роботи обладнання у планованому періоді.

Обмеження щодо попиту на продукцію, яка випускається, задаємо у вигляді двосторонніх нерівностей  $0 \leq x_{ij} \leq m_j(c_j)$ , де  $m_j(c_j)$  – це величина попиту. Оскільки попит на продукцію суттєво залежить від ціни, то слід задати функцію попиту:  $m_j(c_j) = f(c_j) = M_j - k_j c_j$ . В даному випадку прийнята лінійна форма функції попиту, де  $M_j$  – це максимальний попит на даний вид продукції, а  $k_j$  – це темпи зниження попиту при збільшенні відпускних цін. Просте підвищення цін може не привести до очікуваного збільшення прибутку, оскільки при цьому знижується попит і частина продукції виявляється нереалізованою. Крім того, при зниженні попиту виробничі потужності підприємства та наявні запаси ресурсів будуть недовикористані, що також може призвести до непередбачуваних витрат.

Загальне формулювання завдання тепер полягає не тільки у визначенні плану виробництва продукції, який в принципі можливий при наявних ресурсах сировини та устаткування, але також у призначенні розумних цін, що забезпечують максимум прибутку без істотного зниження попиту. У такій постановці (невідомі величини –  $x_j$  і  $c_j$ ) завдання ускладнюється, а перераховані вище вимоги опуклості функції мети – порушуються. Однак, можна звести задачу до допустимої, якщо зміну відпускних цін моделювати параметрами, тобто представити як задачу нелінійного програмування з параметрами, які впливають на функцію мети і на обмеження щодо попиту [2].

Таким чином, розрахунок оптимальної виробничої програми підприємства за допомогою нетрадиційних моделей нелінійного динамічного програмування оптимізує виробничу програму, використовуючи в якості вихідних даних дискретні залежності ціни продукції від обсягу реалізації.

**Висновки.** Найбільш радикальний шлях підвищення адаптивності математичних моделей до сучасного виробництва – це перехід від лінійних моделей до моделей нелінійного програмування. Запропонована модель нелінійного програмування дозволяє проводити оптимізацію виробничої програми підприємства та забезпечувати при цьому більш високу точність, чим при викорис-

танні відомих лінійних моделей. Оптимальна модель виробничої програми відображає ідеї та закономірності розвитку науки та постнеокласичної (сучасної) парадигми відповідно до принципів синергетики з нелінійним характером на відміну від науки класичного і некласичного типу з лінійним характером цих закономірностей. Нелінійні моделі розрахунку оптимальної виробничої програми реалізують основні положення, що містяться у понятті ефективної виробничої потужності підприємства, а провадження нелінійних моделей у практику роботи підприємств з використанням сучасних цифрових технологій має великий сенс.

### Список літератури:

1. Вітлінський В. В., Терещенко Т. О., Савіна С. С. *Економіко-математичні методи та моделі: оптимізація* : навч. посібник. Київ : КНЕУ, 2016. 303 с.
2. Горобинська М. В. *Підвищення ефективності використання основних фондів підприємств в умовах трансформації економіки*: дис. ...канд. екон. наук : 08.06.01. Харків. 2002. 160 с.
3. Кобицкий Д. А. Применение математических методов и моделей в качестве инновационного инструмента для повышения конкурентоспособности предприятия. *Проблемы современной экономики*. 2011. № 4(40). С. 152–157.
4. Новикова Н. В. *Экономико-математические методы и модели*. Конспект лекций. Минск, 2010, 46 с.; URL: <https://www.bsu.by/Cache/pdf/217743.pdf>.
5. Степин В. С. Классика, неклассика, постнеклассика: критерии различения. *Постнеклассика: философия, наука, культура*. Санкт-Петербург. 2009. С. 249–295.
6. Хакен Г. *Синергетика*. Москва: Мир, 1980. 452 с.
7. Хацкевич В. Л. *Математическое моделирование динамики управления экономическими процессами*. Дис. ... д-ра техн. наук. Москва. 2003. 250 с. URL: <http://www.dslib.net/upravlenie-socsystem/matematiceskoe-modelirovanie-dinamiki-upravlenija-jekonomicheskimi-processami.html>.

8. Янковой А. Г. *Математико-статистические методы и модели в управлении предприятием* : учебное пособие. Одесса : ОНЭУ, ротапринт, 2014. 250 с.

### References:

1. Vitlinskiy V. V., Tereshchenko T. O., Savina S. S. (2016) *Ekonomiko-matematychni metody ta modeli: optymizatsiia* [Economic and Mathematical Methods and Models: Optimization]. Kyiv : KNEU. 303 p.

2. Horobynska M. V. (2002). *Pidvyshchennia efektyvnosti vykorystannia osnovnykh fondiv pidpriemstv v umovakh transformatsii ekonomiky* [Increase of the Efficiency of the Enterprises Main Funds Use under the Conditions of the Economy Transformation] (PhD Thesis). Kharkiv, Simon Kuznets Kharkiv National University of Economics, 160 p.

3. Kobitskiy D. A. (2011) *Primenenie matematicheskikh metodov i modeley v kachestve innovatsionnogo instrumenta dlya povysheniya konkurentosposobnosti predpriyatiya* [The Use of Mathematical Methods and Models as an Innovation Instrument for the Increase of the Enterprise Competitive Ability]. *Problemyi sovremennoy ekonomiki*, No. 4(40), pp. 152–157.

4. Novikova N. V. (2010) *Ekonomiko-matematicheskie metody i modeli* [Economic and Mathematical Methods and Models]. Minsk, 46 p. ; available at: <https://www.bsu.by/Cache/pdf/217743.pdf>.

5. Stepin V. S. (2009). *Klassika, neklassika, postneklassika: kriterii razlicheniya* [Classics, Nonclassics, Postnonclassics: Criterion for Differentiation]. *Postneklassika: filosofiya, nauka, kultura*. Sankt-Peterburg. Pp. 249–295.

6. Haken G. (1980). *Sinergetika* [Synergetics]. Moscow : Mir, 452 pp.

7. Hatskevich V. L. (2003). *Matematicheskoe modelirovanie dinamiki upravleniya ekonomicheskimi protsessami* [Mathematical Modelling of the Management Dynamics of Economic Processes]. (PhD Thesis). Moscow, 250 p. Available at: <http://www.dslib.net/upravlenie-socsystem/matematicheskoe-modelirovanie-dinamiki-upravlenija-jekonomicheskimi-processami.html>

8. Yankovoy A. G. (2014). Matematiko-statisticheskie metody i modeli v upravlenii predpriyatiem [Mathematical and Statistic Methods and Models of the Enterprise Management]. Odessa : ONEU, rotaprint, 250 p.