МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ УКРАИНЫ

ХАРЬКОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ЭКОНОМИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ СЕМЕНА КУЗНЕЦА

МАТЕМАТИКА

Методические рекомендации
к практическим заданиям
для слушателей подготовительного отделения

MATHÉMATIQUES

Recommandations méthodiques
pour les travaux pratiques
des étudiants de la faculté préparatoire

Харьков
ХНЭУ им. С. Кузнеца
2020

УДК 51(07.034)
М34

Составители: Л. М. Малярец
А. К. Шевченко
А. В. Жуков
М. Ламааши

Утверждено на заседании кафедры высшей математики и экономико-математических методов.
Протокол № 6 от 04.12.2019 г.

Самостоятельное электронное текстовое сетевое издание

М34 **Математика** [Электронный ресурс] : методические рекомендации к практическим заданиям для слушателей подготовительного отделения / сост. Л. М. Малярец, А. К. Шевченко, А. В. Жуков, М. Ламааши. – Харьков : ХНЭУ им. С. Кузнеца, 2020. – 93 с. (Рус. яз., фр. яз.)

Приведены примеры и задачи по математике, даны указания к решению задач, а также приведены примеры решения типовых задач.
Рекомендовано для студентов факультета подготовки иностранных граждан.

Mathématiques [Ressource électronique] : recommandations méthodiques pour les travaux pratiques des étudiants de la faculté préparatoire / comp. par L. M. Malyarets, A. K. Shevchenko, A. V. Zhukov, M. Lamaachi. – Kharkiv : UNEKh S. Kuznets, 2020. – 93 p. (Langues russe, française)

On a donné des exemples et des exercices de mathématiques, accompagnés des modèles de résolution des problèmes mathématiques, ainsi que des exemples de résolution des exercices typiques.
Recommandé pour les étudiants de la faculté préparatoire des citoyens étrangers.

УДК 51(07.034)

Введение

Согласно с программой учебной дисциплины "Математика", слушатели подготовительного отделения изучают все разделы математики в соответствии со школьным курсом. Поскольку на подготовительном отделении учатся слушатели из разных стран и выпускники гуманитарных школ, появилась необходимость разработать методические рекомендации на базе примеров невысокой сложности на двух языках: русском и французском. В этой работе даны все основные математические формулы. В каждом разделе есть примеры решения задач, а также указания к решению типовых примеров и задач. Представлены примеры и для устного счета.

В результате изучения материала слушатели должны получить такие компетентности: умение выполнять алгебраические преобразования, умение решать алгебраические, логарифмические, показательные и тригонометрические уравнения, а также решать геометрические задачи, знание математических формул и умение применять их во время решения задач, знание основ математического анализа и теории вероятностей.

Студенты должны:

знать:

основные определения, теоремы, математические методы, с помощью которых можно решать уравнения, неравенства, системы уравнений и неравенств, геометрические задачи;

уметь:

выполнять преобразования алгебраических выражений;

использовать теоретический материал, математические методы для решения уравнений, неравенств, систем уравнений и неравенств;

классифицировать функции, исследовать и строить их графики;

решать задачи на прогрессии;

упрощать тригонометрические выражения;

решать тригонометрические уравнения и неравенства;

находить пределы элементарных функций;

выполнять действия над векторами.

Все тексты написаны на русском и французском языках.

Introduction

Conformément au programme de la discipline "Mathématiques", les étudiants de la faculté préparatoire étudient tous les chapitres de mathématiques correspondant au programme scolaire. Puisque les étudiants de la faculté sont originaires de différents pays et ont fini des établissements d'orientations littéraires au département préparatoire, il est devenu nécessaire d'élaborer des recommandations méthodologiques basées sur des exemples simples en deux langues: russe et français. Dans ce travail, on a donné toutes les formules mathématiques de base. Dans chaque chapitre, on trouvera des exemples de solutions de différents exercices, ainsi que des indications pour résoudre des exemples et des exercices typiques. On a présenté des exemples de calcul oral.

Au cours de l'étude de la discipline, les étudiants devraient maîtriser les compétences suivantes: savoir effectuer des transformations algébriques, savoir résoudre des équations algébriques, logarithmiques, exponentielles et trigonométriques, et aussi résoudre des problèmes géométriques, apprendre des formules mathématiques et apprendre à les appliquer lors de la résolution des problèmes et des exercices, maîtriser les bases de l'analyse mathématique et de la théorie des probabilités.

Les étudiants doivent:

apprendre:

les définitions de base, les théorèmes, les méthodes mathématiques avec lesquelles on peut résoudre des équations, des inégalités, des systèmes d'équations et des inégalités, des problèmes géométriques;

pouvoir:

effectuer des transformations d'expressions algébriques;

utiliser du matériel théorique, des méthodes mathématiques pour résoudre des équations, des inégalités, des systèmes d'équations et des inégalités;

classer les fonctions, rechercher et construire leurs graphiques;

résoudre les problèmes de progression;

simplifier les expressions trigonométriques;

résoudre des équations et des inégalités trigonométriques;

trouver les limites des fonctions élémentaires;

effectuer des actions sur les vecteurs.

Tous les textes sont écrits en russe et en français.

1. Арифметика и алгебра
1. Arithmétique et algèbre

Пропорция: $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ – *основное свойство пропорции* $a\cdot d=b\cdot c$ (произведение крайних членов равно произведению средних).

La proportion: $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$: *la propriété principale de la proportion* $a\cdot d=b\cdot c$ (le produit des membres extrêmes est égal au produit des moyennes).

Действия со степенями.
Opérations avec les puissances.

1. $(a\cdot b)^n=a^n\cdot b^n$ или (ou) $a^n\cdot b^n=(a\cdot b)^n$.

2. $\left(\frac{a}{b}\right)^n=\frac{a^n}{b^n}$ или (ou) $\frac{a^n}{b^n}=\left(\frac{a}{b}\right)^n$.

3. $a^m\cdot a^n=a^{m+n}$.

4. $\frac{a^m}{a^n}=a^{m-n}$.

5. $\frac{1}{a^n}=a^{-n}$.

6. $\left(a^m\right)^n=a^{mn}$.

Действия с корнями.
Opérations avec des racines.

1. $\sqrt[n]{a\cdot b}=\sqrt[n]{a}\cdot\sqrt[n]{b}$ или (ou) $\sqrt[n]{a}\cdot\sqrt[n]{b}=\sqrt[n]{a\cdot b}$.

2. $\sqrt[n]{\frac{a}{b}}=\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$ или (ou) $\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}=\sqrt[n]{\frac{a}{b}}$.

3. $a^{\frac{m}{n}}=\sqrt[n]{a^m}$ или (ou) $\sqrt[n]{a^m}=a^{\frac{m}{n}}$.

4. $\left(\sqrt[n]{a^m}\right)^k=\sqrt[n]{a^{mk}}$.

5. $\sqrt[n]{a^m}=\sqrt[nk]{a^{mk}}$ или (ou) $\sqrt[nk]{a^{mk}}=\sqrt[n]{a^m}$.

1.1. Вычислить (calculer): а) $\dfrac{12^{-\frac{1}{3}}\cdot 2^{\frac{2}{3}}}{6^{-\frac{1}{3}}\cdot 4^{\frac{2}{3}}}$; Ответ (réponse): 0,5.

б) $\dfrac{81^{-\frac{3}{4}}+27^{-\frac{4}{3}}}{3\cdot 9^{-1,5}-27^{-1}}$; Ответ (réponse): $\dfrac{2}{3}$.

в) $\dfrac{15^{0,5}\cdot 6^{0,25}\cdot 3^{-0,25}}{5^{-0,5}\cdot 2^{0,25}\cdot 3^{0,5}}$; Ответ (réponse): 5.

г) $\left(\dfrac{15^{-\frac{2}{3}}\cdot 5^{-\frac{1}{3}}}{6^{-\frac{2}{3}}\cdot 2^{\frac{2}{3}}}\right)^{-2}$. Ответ (réponse): 25.

1.2. Определить знак разности (устно):
(Déterminer le signe de différence (oralement):

а) $\left(\dfrac{5}{3}\right)^{7}-(0,47)^{5}$; б) $\left(\dfrac{3}{11}\right)^{15}-(1,15)^{9}$.

1.3. Найти наибольший общий делитель (НОД) чисел:
(Trouver le plus grand diviseur commun (GDC) des nombres):

а) 16 и (et) 36; б) 54 и (et) 18; в) 480 и (et) 640;
г) 27; 81 и (et) 108; д) 74 и (et) 111.

1.4. Найти наименьшее общее кратное (НОК) чисел:
(Trouver le plus petit multiple commun (PPMC) des nombres):

а) (16 и 24); б) (28 и 14); в) (9 и 20);
г) (70 и 98); д) (350 и 720); е) (16; 20; 24);
a) (16 et 24); b) (28 et 14); c) (9 et 20);
d) (70 et 98); e) (350 et 720); f) (16; 20; 24).

1.5. Найти 40 % от числа:
(Trouver 40 % du nombre):

а) $\left(3\dfrac{1}{4}+3\dfrac{5}{6}\right):\left(5\dfrac{3}{4}-3\dfrac{2}{3}\right)$; б) 200.

1.6. Найти число, если 20 % его составляет а) $2{,}4\cdot\frac{3}{8}+2{,}4:\frac{3}{8}$; б) 12.

(Trouver le nombre, si 20 % est a) $2{,}4\cdot\frac{3}{8}+2{,}4:\frac{3}{8}$; b) 12).

1.7. Морская вода содержит 6 % соли. Сколько воды необходимо взять, чтобы получить 42 кг соли?

(L'eau de mer contient 6 % de sel. Combien d'eau faut-il rendre pour obtenir 42 kg de sel?)

Указание. Составим пропорцию:

(Indication. Nous composons la proportion):

100 % воды (d'eau) − 6 % соли (de sel)
x кг (kg) − 42 кг соли (kg de sel)

Ответ: 700 кг (réponse: 700 kg).

1.8. Определить процент содержания сахара в растворе, если в 400 г раствора содержится 18 г сахара.

(Déterminer le pourcentage de sucre dans la solution, si 400 g de la solution contient 18 g de sucre).

Указание. Составим пропорцию:

(*Indication.* Nous composons la proportion):

400 г раствора (400 g de la solution) − 18 г сахара (18 g de sucre)
100 % раствора (100 % de la solution) − x % сахара (x % de sucre)

Ответ: 4,5 % (réponse: 4,5 %).

1.9. Раствор содержит 60 % соли. Сколько надо выпарить воды, чтобы получить 75 %-й раствор?

(Une solution contient 60 % de sel. Quelle quantité d'eau doit être évaporée pour obtenir une solution à 75 % de sel?)

Решение: 100 % раствора − 60 % соли
↓ x % раствора − ↑75 % соли

La solution: 100 % de la solution − 60 % de sel
↓ x % de la solution − ↑75 % de sel

Зависимость обратно пропорциональная, т. е. $\frac{x}{100}=\frac{60}{75}$, $x=$ $=\frac{100\cdot 60}{75}=80(\%)$. Следовательно, выпарить надо 100 % $-$ 80 % $=$ 20 % (воды).

(La dépendance est inversement proportionnelle, c'est-à-dire $\frac{x}{100}=\frac{60}{75}$, $x=\frac{100\cdot 60}{75}=80(\%)$. Par conséquent, il est nécessaire d'évaporer 100 % $-$ $-$ 80 % $=$ 20 % (d'eau)).

1.10. Сплавили золото и серебро в отношении 2 : 3. Сколько золота и серебра в 50 граммах сплава?

(L'or et l'argent ont été fondus selon le rapport de 2 : 3. Quelle quantité d'or et d'argent contient 50 grammes d'alliage?)

1.11. 6 рабочих выполняют работу за 4 дня. За сколько дней выполнят эту работу 8 рабочих?

(6 ouvriers terminent le travail en 4 jours. Combien de jours 8 ouvriers termineront-ils ce travail?)

Указание. Зависимость обратно пропорциональная. Ответ: 3 дня.

(*Indication.* La dépendance est inversement proportionnelle.

Réponse: 3 jours).

1.12. Число 240 разделить в отношении 2 : 3 : 7.

(Diviser le nombre 240 selon les rapports 2 : 3 : 7.)

Решение (la solution): $2k+3k+7k=240$, $240=x_1+x_2+x_3$, $k=240:12=20$, $x_1=2\cdot 20=40$, $x_2=3\cdot 20=60$, $x_3=7\cdot 20=140$.

1.13. Число 630 разделить в отношении 5 : 4.

(Diviser le nombre 630 selon les rapports 5 : 4).

1.14. Найти число, 20 % которого равно 80. Ответ: 400.

(Trouver le nombre dont 20 % est 80. Réponse: 400).

1.15. Сколько процентов составляет 30 от 150? Ответ: 20 %.

(Quel pourcentage compose le nombre 30 de 150? Réponse: 20 %).

1.16. В январе завод выпустил 520 деталей вместо 500. На сколько процентов завод перевыполнил план? Ответ: 4 %.

(En janvier, l'usine a produit 520 pièces au lieu de 500. De quel pourcentage l'usine a-t-elle dépassé son plan? Réponse: 4 %).

1.17. Вычислить наиболее удобным способом (устно).

(Calculer de la manière la plus pratique (oralement)).

а) $-9-23+16-7+8$; б) $-5{,}84+9{,}77-6{,}77+5{,}84$;

в) 2,8 – 3,7 + 6,8 – 0,9; г) $-26+64-47-18+26$;

д) 11,8 – 3,44 – 9,56 + 4,2; е) $-\frac{4}{5}\cdot 17+8\cdot\left(-\frac{4}{5}\right)$.

1.18. Вычислить (calculer): $\left(7\frac{4}{21}-3\frac{9}{28}\right)-\left(1\frac{5}{28}-3\frac{10}{21}\right)$.

2. Преобразование алгебраических выражений
2. Transformation d'expressions algébriques

Формулы сокращённого умножения.
Formules de multiplication simplifiées.

1. $(a+b)^2=a^2+2a\cdot b+b^2$; **2.** $(a-b)^2=a^2-2a\cdot b+b^2$;

3. $a^2-b^2=(a+b)\cdot(a-b)$; **4.** $(a+b)^3=a^3+3a^2\cdot b+3a\cdot b^2+b^3$;

5. $(a-b)^3=a^3-3a^2\cdot b+3a\cdot b^2-b^3$;

6. $a^3+b^3=(a+b)\cdot\left(a^2-a\cdot b+b^2\right)$;

7. $a^3-b^3=(a-b)\cdot\left(a^2+a\cdot b+b^2\right)$.

Упростить (simplifier):

2.1. $\frac{a^2-b^2}{a-b}-\frac{a^3-b^3}{a^2-b^2}$. Ответ (réponse): $\frac{ab}{a+b}$.

2.2. $\left(a^2-b^2-c^2-2bc\right):\frac{a+b-c}{a+b+c}$. Ответ (réponse): $(a-c)^2-b^2$.

2.3. $\frac{b-a^{0,5}\cdot b^{0,5}}{b^{0,75}+b^{0,5}\cdot a^{0,25}}$.

2.4. $\dfrac{x}{x^2+y^2}-\dfrac{y(x-y)^2}{x^4-y^4}$. Ответ (réponse): $\dfrac{1}{x+y}$.

2.5. $\dfrac{\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}+1}:\dfrac{1}{\sqrt{x^3}-1}$. Ответ (réponse): x – 1.

2.6. Доказать тождество (prouver l'identité):

$$a^{\frac{1}{2}}-\frac{a-a^{-2}}{a^{\frac{1}{2}}-a^{-\frac{1}{2}}}+\frac{1-a^{-2}}{a^{\frac{1}{2}}+a^{-\frac{1}{2}}}+\frac{2}{a^{\frac{3}{2}}}=0.$$

2.7. $\left(\dfrac{\sqrt{a^3}+\sqrt{b^3}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}-\sqrt{a}\sqrt{b}\right):(a-b)+\dfrac{2\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$. Ответ (réponse): 1.

2.8. $\left(\dfrac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}+\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}\right)\cdot\left(\dfrac{a}{b}+\dfrac{b}{a}-2\right)$. Ответ (réponse): $\dfrac{a^2-b^2}{ab}$.

2.9. $\sqrt{\left(\sqrt{3}-\sqrt{5}\right)^2}+\sqrt{\left(1-\sqrt{3}\right)^2}-\sqrt{5}$. Ответ (réponse): –1.

2.10. $\left(\dfrac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}+\dfrac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}\right)\cdot\left(\dfrac{a}{a-b}+\dfrac{1}{\frac{a}{b}-1}\right)$. Ответ (réponse): 2.

2.11. $\left(\dfrac{\sqrt{x}+\sqrt{y}}{\sqrt{x}}-\dfrac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}\right)\cdot\dfrac{\sqrt{y}-\sqrt{x}}{x+y}$. Ответ (réponse): $\dfrac{1}{\sqrt{x}}$.

2.12. $\dfrac{1-\frac{9}{y^2}}{1-\frac{3}{y}}-\dfrac{3}{y}$. (Устно) (oralement).

2.13. $\dfrac{3x+12}{x^2-16}$. (Устно) (oralement).

2.14. $\dfrac{5x-10}{x^2-4}-\dfrac{4}{x+2}$. (Устно) (oralement).

2.15. Вычислить (calculer): $\sqrt{5-2\sqrt{6}}$.

Решение (la solution):

$$\sqrt{5-2\sqrt{6}}=\sqrt{3-2\sqrt{2}\sqrt{3}+2}=\sqrt{\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)^2}=\sqrt{3}-\sqrt{2}.$$

2.16. Вычислить (calculer) : а) $\sqrt{7-4\sqrt{3}}$; б) $\sqrt{7+2\sqrt{10}}$.

2.17. Избавиться от иррациональности в знаменателе:
(Débarrassez-vous de l'irrationalité dans le dénominateur):

а) $\dfrac{1}{\sqrt{x+1}-\sqrt{x-1}}$; б) $\dfrac{a^2-b^2}{\sqrt{a+b}}$; в) $\dfrac{a^3-b^3}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$.

2.18. $\sqrt{2+\sqrt{3}}\cdot\sqrt[4]{7-4\sqrt{3}}$.

Решение (la solution):

$$\sqrt{2+\sqrt{3}}\cdot\sqrt[4]{7-4\sqrt{3}}=\sqrt[4]{\left(2+\sqrt{3}\right)^2}=\sqrt[4]{4+4\sqrt{3}+3}=\sqrt[4]{7+4\sqrt{3}}.$$

$$\sqrt{2+\sqrt{3}}\cdot\sqrt[4]{7-4\sqrt{3}}=\sqrt[4]{\left(7+4\sqrt{3}\right)\left(7-4\sqrt{3}\right)}=\sqrt[4]{7^2-\left(4\sqrt{3}\right)^2}=\sqrt[4]{49-48}=1.$$

2.19. Вычислить (calculer): $\sqrt{9+4\sqrt{5}}+\sqrt{1+\sqrt{5}}\cdot\sqrt{\sqrt{5}-1}$.

Ответ (réponse): $\sqrt{5}$.

2.20. Разложить на множители:
(Décomposer en produit de facteurs:

$$\left(x^{\frac{5}{3}}+x^{\frac{2}{3}}\cdot y\right)-\left(x\cdot y^{\frac{2}{3}}+y^{\frac{5}{3}}\right).$$

Ответ (réponse): $(x+y)\left(\sqrt[3]{x}-\sqrt[3]{y}\right)\left(\sqrt[3]{x}+\sqrt[3]{y}\right)$.

2.21. Вычислить устно (calculer oralement):
$\sqrt{4+\sqrt{15}}\cdot\sqrt{4-\sqrt{15}}$.

3. Алгебраические уравнения
3. Équations algébriques

3.1. Квадратные уравнения.
3.1. Équations du second degré.

1. Уравнение вида: $a\cdot x^2+b\cdot x+c=0$.
L'équation de la forme: $a\cdot x^2+b\cdot x+c=0$.
Дискриминант (le discriminant) $D=b^2-4a\cdot c$.

Решение (la solution): $x_{1,2}=\dfrac{-b\pm\sqrt{D}}{2\cdot a}$.

2. Приведённое квадратное уравнение(l'équation du second degré réduite): $x^2 + p \cdot x + q = 0$, т. е. (c'est à dire) $a = 1$.

Теорема Виета: $x_1 + x_2 = -p$, $x_1 \cdot x_2 = q$.

Сумма корней приведенного квадратного уравнения равна второму коэффициенту с противоположным знаком, а произведение – свободному члену.

(Le théorème de Viet: $x_1 + x_2 = -p$, $x_1 \cdot x_2 = q$.

La somme des racines de l'équation quadratique donnée est égale au second coefficient de signe opposé et le produit est le terme libre).

x_1, x_2 – корни уравнения (les racines de l'équation).

3. $ax^2 + bx + c = a \cdot (x - x_1) \cdot (x - x_2)$.

x_1, x_2 – корни уравнения (les racines de l'équation).

$$|a| = \begin{cases} a, & a \geq 0 \\ -a, & a < 0. \end{cases}$$

Решить уравнения (Résoudre les équations):

3.1. $2x \cdot (x - 5) = 7 \cdot (x - 5)$. (Устно) (oralement).

3.2. $(x - 3) \cdot (x + 3)\sqrt{x - 1} = 0$. (Устно) (oralement).

3.3. $\dfrac{x + 7}{x + 5} = 10$. 3.4. $\dfrac{x - 1}{x + 1} = \dfrac{x + 1}{x - 1}$.

3.5. $\sqrt{2x - 14} = 2$. (Устно) (oralement).

3.6. $|x + 5| = 4$. 3.7. $\dfrac{|x - 3|\sqrt{x - 2}}{x - 2} = 0$.

3.8. $|x - 1| + |x + 2| = 9$.

Решение (la solution). $|x - 1| + |x + 2| = 9$; $|x - 1| = \begin{cases} x - 1, & x \geq 1 \\ -x + 1, & x < 1 \end{cases}$;

$$|x + 2| = \begin{cases} x + 2, & x \geq -2 \\ -x - 2, & x < -2 \end{cases}.$$

Знаки функций, (рис.) (les signes des fonctions, (fig.)):

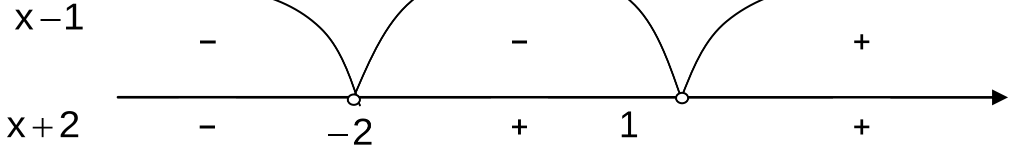

Рис. **Знаки функций (Les signes des fonctions)** $x - 1$, $x + 2$

1-й случай (1er cas). $x \le -2$. $-x+1-x-2=9$; $-2x=10$; $x=-5$.

2-й случай (2ème cas). $-2<x<1$. $-x+1+x+2=9$; $3 \ne 9$, $\varnothing$

3-й случай (3ème cas). $x \ge 1$. $x-1+x+2=9$; $2x=8$; $x=4$.

Ответ (réponse): $x=-5$; $x=4$.

3.9. $|x+3|+|x-5|=7$. 3.10. $|2x-3|+\sqrt{x^2+2x+1}=7$.

Разложить на множители (factoriser):

3.11. $11x-3x^2+70$. 3.12. $15x^3+x^2-2x$. 3.13. $x^3+2x^4+4x^2+2+x$.

Составить квадратное уравнение, корни которого:

(Composer une équation du 2ème degré dont les racines):

3.14. $x_1=5$, $x_2=7$. 3.15. $x_1=-3$, $x_2=2$. 3.16. $x_1=-1$, $x_2=-8$.

Указание: воспользоваться теоремой Виета.

(*Indication*: utiliser le théorème de Viet).

3.17. Дано уравнение $6x^3-7x^2-16x+m=0$. Известно, что корень уравнения $x_1=2$. Определить m и два других корня.

Указание: воспользоваться теоремой Безу: остаток от деления многочлена на двучлен $(x-a)$ равен значению многочлена в точке $x=a$.

(Etant donné l'équation $6x^3-7x^2-16x+m=0$. On sait, que la racine $x_1=2$. Déterminer m et deux autres racines.

Indication: utiliser le théorème de Bezout: le reste de la division d'un polynôme par un binôme $(x-a)$ est égal à la valeur du polynôme en point $x=a$).

Ответ (réponse): $m=12$, $x_2=\frac{7}{12}$, $x_3=-\frac{17}{12}$.

3.18. Решить уравнения (предпочтительно устно), пользуясь теоремой Виета: сумма корней приведенного квадратного уравнения равна 2-му коэффициенту с противоположным знаком, а произведение – свободному члену.

(Résoudre les équations (de préférence oralement) en utilisant le théorème de Viet: la somme des racines de l'équation quadratique réduite est égale au 2ème coefficient avec le signe opposé, et le produit est au terme libre).

а) $x^2-5x+6=0$; б) $x^2+9x-22=0$; в) $x^2+7x+12=0$;

г) $x^2+9x+8=0$; д) $6x^2-30x+24=0$.

Решить уравнения (résoudre les équations):

3.19. а) $2x^2-3x+1=0$; б) $3x^2+4x+1=0$; в) $x^2+7|x|+6=0$;

г) $6x^2-7x+2=0$; Ответ (réponse): $\frac{2}{3}$; $\frac{1}{2}$.

д) $10x^2-19x+6=0$; Ответ (réponse): $\frac{2}{5}$; $\frac{3}{2}$.

3.20. $\left(x^2-16x\right)^2-2\left(x^2-16x\right)-63=0$.

Указание: замена $x^2-16x=t$.

(*Indication*: remplacement $x^2-16x=t$).

Ответ (réponse): $x_{1,2}=8\pm\sqrt{73}$; $x_{3,4}=8\pm\sqrt{57}$.

3.21. $\left(x^2+x+1\right)\left(x^2+x+2\right)-12=0$. Ответ (réponse) : $x_1=-2$, $x_2=1$.

3.22. $\frac{x^2+2x+7}{x^2+2x+3}=4+2x+x^2$. Ответ (réponse): $x_{1,2}=-1$.

3.23. $x(x+1)(x+2)(x+3)=\frac{9}{16}$.

Указание: перемножить $x(x+3)$ и $(x+1)(x+2)$ и сделать замену.

(*Indication:* multiplier $x(x+3)$ et $(x+1)(x+2)$ et faire un remplacement).

Ответ (réponse): $x_{1,2}=-\frac{3}{2}$, $x_{3,4}=-\frac{3\pm\sqrt{10}}{2}$.

3.24. $\frac{1}{x^2-2x+2}+\frac{2}{x^2-2x+3}=\frac{6}{x^2-2x+4}$.

Указание: замена $x^2-2x+3=t$.

(*Indication:* remplacement) $x^2-2x+3=t$. Ответ (réponse): $x_{1,2}=1$.

3.25. $x^3+1+\frac{1}{x^3+1}=\frac{5}{2}$. Ответ (réponse): $x_1=1$; $x_2=\frac{\sqrt[3]{4}}{2}$.

3.2. Иррациональные уравнения.
3.2. Équations irrationnelles.

Решить уравнения (résoudre les équations):

3.26. $\sqrt{x+5}\sqrt{x-5}\sqrt{x+2}\sqrt{x-1}=0$.

Указание: ОДЗ $x\geq 5$.

(Indication: Intervalle des Valeurs Admissibles IVA: $x\geq 5$).

3.27. $\sqrt{x+2}-\sqrt{x-6}=2$.

Решение (la solution): $\sqrt{x+2}-\sqrt{x-6}=2$: ОДЗ (IVA) $\begin{cases} x+2\ge 0 \\ x-6\ge 0 \end{cases} \Rightarrow\ x\ge 6$;

$\left(\sqrt{x+2}\right)^2=\left(2+\sqrt{x-6}\right)^2$; $x+2=4+4\sqrt{x-6}+x-6$; $4\sqrt{x-6}=4$; $\sqrt{x-6}=1$; $x-6=1$; $x=7$.

Ответ (réponse): $x=7$.

3.28. $\sqrt{22-x}-\sqrt{10-x}=2$. Ответ (réponse): $x=6$.

3.29. $\sqrt{x+2}+\sqrt{x-6}=2$. Ответ (réponse): $\varnothing$

3.30. $\sqrt{3x+1}-\sqrt{x-1}=2$. Ответ (réponse): $x_1=1$; $x_2=5$.

3.31. $\sqrt{x+3}+\sqrt{3x-2}=7$. Ответ (réponse): $x=6$.

3.32. $\sqrt{1+x\sqrt{x^2+24}}=x+1$.

Указание (indication): $x+1\ge 0$, $x>-1$.

Ответ (réponse): $x_1=0$; $x_2=5$.

3.33. $2\sqrt[3]{x^2}-3\sqrt[3]{x}=20$.

Указание: замена $\sqrt[3]{x}=t \Rightarrow \sqrt[3]{x^2}=t^2$.

(*Indication*: remplacement) $\sqrt[3]{x}=t \Rightarrow \sqrt[3]{x^2}=t^2$.

Ответ (réponse): $x_1=64$; $x_2=-\dfrac{125}{8}$.

3.34. $\sqrt[3]{x}+2\sqrt[3]{x^2}=3$. Ответ (réponse): $x_1=1$, $x_2=-\dfrac{27}{8}$.

3.35. $x^2+11+\sqrt{x^2+11}=42$. Ответ (réponse): $x_{1,2}=\pm 5$.

3.36. $\dfrac{x\sqrt[3]{x}-1}{\sqrt[3]{x^2}-1}-\dfrac{\sqrt[3]{x^2}-1}{\sqrt[3]{x}+1}=4$.

Указание (indication): ОДЗ (IVA) $\sqrt[3]{x^2}-1\ne 0$, $x\ne\pm 1$; $\sqrt[3]{x}+1\ne 0$; $x+1\ne 0$, $x\ne -1$.

$x\sqrt[3]{x}-1=\sqrt[3]{x^4}-1=\left(\sqrt[3]{x^2}\right)^2-1=\left(\sqrt[3]{x^2}-1\right)\cdot\left(\sqrt[3]{x^2}+1\right)$.

$\sqrt[3]{x^2}-1=\left(\sqrt[3]{x}-1\right)\cdot\left(\sqrt[3]{x}+1\right)$; после сокращения (après simplification) $\Rightarrow$

$\Rightarrow\ \sqrt[3]{x^2}+1-\left(\sqrt[3]{x}-1\right)=4$.

Замена (remplacement): $\sqrt[3]{x}=t$.

Ответ (réponse): $x=8$.

3.37. $\sqrt{x}+\sqrt[4]{x}=12$,

Указание (indication): $\sqrt[4]{x}=t$, $\sqrt{x}=\sqrt[4]{x^2}=\left(\sqrt[4]{x}\right)^2=t^2$.

Ответ (réponse): $x=81$.

3.38. $\dfrac{x-4}{\sqrt{x}+2}=x-8$. Ответ (réponse): $x=9$.

4. Системы алгебраических уравнений
4. Systèmes d'équations algébriques

Простейшие системы (systèmes les plus simples):

1) $$+\begin{cases}x+y=a\\x-y=b\end{cases};\qquad -\begin{cases}x+y=a\\x-y=b\end{cases};$$
$$2x=a+b\qquad\qquad 2x=a-b$$
$$x=\frac{a+b}{2}\qquad\qquad y=\frac{a-b}{2}$$

2) $\begin{cases}x+y=a\\xy=b\end{cases}\Rightarrow z^2-az+b=0$, корни уравнения z_1 и z_2 (les racines des équations z_1 et z_2).

Ответ (réponse): $x=z_1$, $y=z_2$ или (ou) $x=z_2$, $y=z_1$.

Выполняя замену переменных, многие системы можно свести к системам 1) или 2).

(Lors du changement de variables, de nombreux systèmes peuvent être réduits à 1) ou 2).

Решить системы уравнений (résoudre les systèmes d'équations):

4.1. $\begin{cases}x^2+y^2=2\cdot(xy+2)\\x+y=6\end{cases}$.

У*казание (indication)*: $\begin{cases}(x-y)^2=4\\x+y=6\end{cases}$ $\Rightarrow$ получаем две системы (on obtient deux systèmes), $\begin{cases}x-y=2\\x+y=6\end{cases}$ (и) et $\begin{cases}x-y=-2\\x+y=6\end{cases}$.

Ответ (réponse): 1) $x_1=4$, $y_1=2$;

2) $x_2=2$, $y_2=4$.

4.2. $\begin{cases} x+xy+y=1 \\ x^2y+xy^2=30 \end{cases}$.

Указание (indication) : $\begin{cases} (x+y)+xy=11 \\ xy(x+y)=30 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} x+y=t \\ xy=z \end{matrix} \Rightarrow \begin{cases} t+z=11 \\ t\cdot z=30 \end{cases}$.

Ответ (réponse): 1) $x_1=5$, $y_1=1$;

2) $x_2=1$, $y_2=5$;

3) $x_3=2$, $y_3=3$;

4) $x_4=3$, $y_4=2$.

4.3. $\begin{cases} x+y^2=7 \\ xy^2=12 \end{cases}$.

Ответ (réponse): 1) $x_1=4$, $y_1=\sqrt{3}$;

2) $x_2=4$, $y_2=-\sqrt{3}$;

3) $x_3=3$, $y_3=2$;

4) $x_4=3$, $y_4=-2$.

4.4. $\begin{cases} x^2-y=23 \\ x^2y=50 \end{cases}$.

Ответ (réponse): 1) $x_1=5$, $y_1=2$;

2) $x_2=-5$, $y_2=2$.

4.5. $\begin{cases} (x^2-y^2)\cdot xy=180 \\ x^2-xy-y^2=-11 \end{cases}$.

Ответ (réponse): 1) $x_1\approx1{,}86, y_1\approx-4{,}84$;

2) $x_2\approx-1{,}86$, $y_2\approx4{,}84$;

3) $x_3=5$, $y_3=4$;

4) $x_4=-5$, $y_4=-4$.

4.6. $\begin{cases} 3x^2-2xy+5y^2-35=0 \\ \quad 5x^2-10y^2-5=0 \end{cases}\Bigg|\,7$.

Указание: избавимся от свободных членов. Умножим второе уравнение на 7 и вычтем из первого. Получим однородное уравнение $-32x^2-2xy+75y^2=0$.

(*Indication*: se débarrasser des membres libres. Nous multiplions la deuxième équation par 7 et soustrayons de la première. On obtient une équation homogène $-32x^2-2xy+75y^2=0$).

Делим на y^2 и делаем замену $\frac{x}{y}=t$, получаем $-32t^2-2t+75=0$. Решив квадратное уравнение, выразим x через y, подставим во второе уравнение.

(On divise par y^2 et on remplace $\frac{x}{y}=t$, on obtient $-32t^2-2t+75=0$. Après avoir résolu l'équation du second degré, nous exprimons x par y, remplaçons dans la deuxième équation).

Ответ (réponse) : 1) $x_1=3$, $y_1=2$;

2) $x_2=-3$, $y_2=-2$;

3) $x_3=\frac{25}{\sqrt{113}}$, $y_3=-\frac{16}{\sqrt{113}}$;

4) $x_4=-\frac{25}{\sqrt{113}}$, $y_4=\frac{16}{\sqrt{113}}$.

4.7. $\begin{cases} x^2+y^2=\frac{5}{2}xy \\ x-y=\frac{1}{4}xy \end{cases}$.

У*казание (indication)*: $-\begin{cases} (x-y)^2=\frac{1}{2}xy \\ 2\cdot(x-y)=\frac{1}{2}xy \end{cases}; (x-y)^2-2\cdot(x-y)=0$

Ответ (réponse): 1) $x_1=0$, $y_1=0$;

2) $x_2=4$, $y_2=2$;

3) $x_3=-2$, $y_3=-4$.

4.8. $\begin{cases} x^2+xy+y^2=13 \\ x+y=4 \end{cases}$.

Указание: прибавим xy к левой и правой частям первого уравнения

(Indication: ajouter xy aux côtés gauche et droit de la première équation) $\Rightarrow \begin{cases} (x+y)^2=13+xy \\ x+y=4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} xy=3 \\ x+y=4 \end{cases}$.

Ответ (réponse): 1) $x_1=3$, $y_1=1$;

2) $x_2=1, y_2=3$.

4.9. $\begin{cases} x^2-xy+y^2=7 \\ x-y=1 \end{cases}$.

Ответ (réponse): 1) $x_1=3, y_1=2$;

2) $x_2=-2, y_2=-3$.

4.10. $\begin{cases} \frac{x}{y}+\frac{y}{x}=\frac{25}{12} \\ x^2-y^2=7 \end{cases}$.

Указание (indication): $\frac{x}{y}=t$, $\frac{y}{x}=\frac{1}{t}$.

Ответ (réponse): 1) $x_1=4$, $y_1=3$;

2) $x_2=-4, y_2=-3$.

4.11. $\begin{cases} x^2-xy+y^2=7 \\ x^3+y^3=35 \end{cases}$.

Указание (indication): $x^3+y^3=(x+y)(x^2-xy+y^2)$.

Ответ (réponse): 1) $x_1=3$, $y_1=2$;

2) $x_2=2, y_2=3$.

4.12. $\begin{cases} x^3+y^3=7 \\ xy(x+y)=-2 \end{cases}$.

Указание: умножим второе уравнение на 3 и сложим с первым (*Indication*: multipliez la deuxième équation par 3 et ajoutez-la à la première) $\Rightarrow$ $(x+y)^3=1$.

Ответ (réponse): 1) $x_1=2$, $y_1=-1$;

2) $x_2=-1, y_2=2$.

4.13. $\begin{cases} xy(x+y)=30 \\ x^3+y^3=35 \end{cases}$.

Ответ (réponse): 1) $x_1=3$, $y_1=2$;

2) $x_2=2, y_2=3$.

4.14. $\begin{cases} x^2+y^2=41 \\ x-y=-1 \end{cases}$. Ответ (réponse): $x=4$, $y=5$.

4.15. $\begin{cases} x^2+y^2=41 \\ x+y=9 \end{cases}$.   Ответ (réponse): 1) $x_1=4,\ y_1=5;$ 2) $x_1=5,\ y_2=4.$

4.16. $\begin{cases} \dfrac{x}{y}+\dfrac{y}{x}=\dfrac{13}{6} \\ x+y=5 \end{cases}$.   Ответ (réponse): 1) $x_1=3,\ y_1=2;$ 2) $x_1=2,\ y_2=3.$

4.17. $\begin{cases} x^2y+xy^2=6 \\ xy+x+y=5 \end{cases}$.   Ответ (réponse): 1) $x_1=2,\ y_1=1;$ 2) $x_1=1,\ y_2=2.$

Решить системы методом Крамера.
(Résolvez les systèmes en utilisant la méthode de Cramer).

Метод Крамера.
La méthode de Cramer.

$$\begin{cases} a_{11}x+a_{12}y+a_{13}z=b_1 \\ a_{21}x+a_{22}y+a_{23}z=b_2 \\ a_{31}x+a_{32}y+a_{33}z=b_3 \end{cases}; \qquad x=\frac{\Delta x}{\Delta},\ y=\frac{\Delta y}{\Delta},\ z=\frac{\Delta z}{\Delta},\ \text{где (où)}$$

$$\Delta=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}, \qquad \Delta x=\begin{vmatrix} b_1 & a_{12} & a_{13} \\ b_2 & a_{22} & a_{23} \\ b_3 & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix},$$

$$\Delta y=\begin{vmatrix} a_{11} & b_1 & a_{13} \\ a_{21} & b_2 & a_{23} \\ a_{31} & b_3 & a_{33} \end{vmatrix}, \qquad \Delta z=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & b_2 \\ a_{31} & a_{32} & b_3 \end{vmatrix}.$$

4.18. $\begin{cases} x-2y+3z=6 \\ 2x+3y-4z=16 \\ 3x-2y-5z=12 \end{cases}$.   Ответ (réponse): (7; 2; 1).

4.19. $\begin{cases} x+3y-3z=10 \\ 2x+y-z=5 \\ 3x+2y+2z=5 \end{cases}$.   Ответ (réponse): (1; 2; –1).

4.20. $\begin{cases} x+y-2z=6 \\ 2x+3y-7z=16 \\ 5x+2y+z=16 \end{cases}$.   Ответ (réponse): (3; 1; –1).

4.21. $\begin{cases} 2x+y+4z=20 \\ 2x-y-3z=3 \\ 3x+4y-5z=-8 \end{cases}$. Ответ (réponse): (5; –2; 3).

5. Показательные и логарифмические уравнения
5. Équations exponentielles et logarithmiques

5.1. Основные свойства логарифмов.
5.1. Les propriétés de base des logarithmes.

1. $\log_a b = c \quad \Rightarrow \quad a^c = b$.

2. Основное логарифмическое тождество: $a^{\log_a b} = b$**.**

(L'identité logarithmique principale: $a^{\log_a b} = b$.)

3. $\log_a a = 1$. **4.** $\log_a 1 = 0$. **5.** $\log_c ab = \log_c a + \log_c b$.

6. $\log_c \dfrac{a}{b} = \log_c a - \log_c b$. **7.** $\log_a b^n = n \cdot \log_a b$.

8. $\log_a \sqrt[n]{b} = \dfrac{1}{n} \cdot \log_a b$.

Модуль перехода (Module de transition):

9. $\log_a b = \dfrac{\log_c b}{\log_c a}$. **10.** $\log_a b = \dfrac{1}{\log_b a}$.

11. $\log_{a^n} b = \dfrac{1}{n} \cdot \log_a b$. **12.** $\log_{a^n} b^n = \log_a b$.

5.1. Доказать (prouver): $a^{\log_a b} = b$.

Решение (*la solution*): 1. По определению логарифма: логарифм данного числа b по данному основанию a $(\log_a b)$ есть показатель степени, в которую надо возвести данное основание a, чтобы получить данное число $b = a^{\log_a b}$.

(Par définition du logarithme: le logarithme du nombre donné b par rapport à une base donnée a $(\log_a b)$ est un indicateur du degré auquel une base donnée doit être élevée pour obtenir un nombre donné $b = a^{\log_a b}$.)

Решение (la solution): 2. Логарифмируем по основанию a: $\log_a b \cdot \log_a a = \log_a b$; $\log_a a = 1$; $\log_a b = \log_a b$.

(On définit le logarithme de base a: $\log_a b \cdot \log_a a = \log_a b$; $\log_a a = 1$; $\log_a b = \log_a b$.

5.2. Найти $\lg 5$, зная, что $\lg 2 = 0{,}301$.

(Trouver $\lg 5$, sachant que $\lg 2 = 0{,}301$).

Указание (indication): $\lg 5 = \lg \frac{10}{2} = \lg 10 - \lg 2 = 1 - \lg 2$.

Ответ (réponse): $\lg 5 = 0{,}699$.

5.3. Найти $\lg 125$, зная, что $\lg 2 = 0{,}301$.

(Trouver $\lg 125$, sachant que $\lg 2 = 0{,}301$).

Ответ (réponse) : $\lg 125 = 2{,}097$.

5.4. Что больше: $\log_2 5$ или $\log_8 125$?

(Quelle est la plus grande valeur: $\log_2 5$ ou $\log_8 125$?)

5.5. Зная, что $\log_6 2 = a$, $\log_6 5 = b$, найти $\log_3 5$.

(Sachant que $\log_6 2 = a$, $\log_6 5 = b$, trouver $\log_3 5$.)

Указание (indication): $\log_3 5 = \frac{\log_6 5}{\log_6 3}$. Ответ (réponse): $\log_3 5 = \frac{b}{1-a}$.

5.6. Дано: $\log_{14} 7 = a$, $\log_{14} 5 = b$. Найти $\log_{35} 28$.

(Etant donné: $\log_{14} 7 = a$, $\log_{14} 5 = b$. Trouver $\log_{35} 28$.)

Решение (la solution):

$$\log_{35} 28 = \frac{\log_{14} 28}{\log_{14} 35} = \frac{\log_{14} 14 + \log_{14} 2}{\log_{14} 7 + \log_{14} 5} = \frac{1 + \log_{14} \frac{14}{7}}{a+b} = \frac{2+a}{a+b}.$$

5.7. Доказать (prouver): $\lg 2 = \log_3 2 \cdot \log_4 3 \cdot \log_5 4 \ldots \log_{10} 9$.

Указание (indication): перейти к основанию 10 (passer à la base 10).

Вычислить (calculer):

5.8. $7^{\log_7 3}$.

5.9. $343^{1-2\log_{49} 13}$. Ответ (réponse): $\left(\frac{7}{13}\right)^3$.

5.10. $10 \cdot 100^{\frac{1}{2}\lg 9 - \lg 2}$. Ответ (réponse): $22{,}5$.

5.11. $100^{\frac{1}{2} - \lg \sqrt[4]{4}}$. Ответ (réponse): 5.

5.12. $\sqrt{10^{2+\frac{1}{2}\lg 14}}$. Ответ (réponse): 20.

5.13. $49^{1-\log_7 2}+5^{-\log_5 4}$. Ответ (réponse): $\frac{25}{2}$.

5.14. Что больше: $\log_a 2$ или $\log_a 3$?

(Quelle est la plus grande valeur: $\log_a 2$ ou $\log_a 3$?)

5.15. Доказать модуль перехода (Prouver le module de transition): $\log_a b=\dfrac{\log_c b}{\log_c a}$.

Указание: логарифмируем основное логарифмическое тождество $a^{\log_a b}=b$ по основанию c.

(*Indication:* déterminons l'identité logarithmique de base $a^{\log_a b}=b$ de base c.)

5.16. Что больше: $\log_4 3$ или $\log_{16} 9$?

(Quelle est la plus grande valeur: $\log_4 3$ ou $\log_{16} 9$?)

5.17. Найти ошибку в следующем доказательстве:

(Trouvez l'erreur dans la démonstration suivante):

$$\frac{1}{8}<\frac{1}{4}\Rightarrow\left(\frac{1}{2}\right)^3<\left(\frac{1}{2}\right)^2\Rightarrow\lg\left(\frac{1}{2}\right)^3<\lg\left(\frac{1}{2}\right)^2\Rightarrow 3\lg\frac{1}{2}<2\lg\frac{1}{2}\Rightarrow 3<2.$$

Указание (indication): при (avec) $a>1,\ b<1\Rightarrow\log_a^b<0$.

5.2. Показательные уравнения.
5.2. Équations exponentielles.

Решить уравнения (Résoudre les équations):

5.18. $4^{x+1}+4^x=320$.

Решение (la solution): $4^x(4+1)=320$; $4^x=64$; $4^x=4^3$.

Ответ (réponse): $x=3$.

5.19. $2\cdot 3^{x+1}-4\cdot 3^{x-2}=450$. Ответ (réponse): $x=4$.

5.20. $5^x+3\cdot 5^{x-2}=140$. Ответ (réponse): $x=3$.

5.21. $10\cdot 2^x-4^x=16$.

Указание (*indication*): $2^x=t$, $4^x=2^{2x}=\left(2^x\right)^2=t^2$.

Ответ (réponse): $x_1=3$, $x_2=1$.

5.22. $5^x - 5^{3-x} = 20$, *Указание* (*indication*): $5^{3-x} = \frac{5^3}{5^x}$, $5^x = t$.

Ответ (réponse): $x = 2$.

5.23. $3^{x+1} + 18 \cdot 3^{-x} = 29$. Ответ (réponse): $x_1 = 2$, $x_2 = \frac{\lg 2}{\lg 3} - 1$.

5.24. $2 \cdot 3^{x+1} - 5 \cdot 9^{x-2} = 81$. Ответ (réponse): $x_1 = 4$, $x_2 = 4 - \frac{\lg 5}{\lg 3}$.

5.25. $49^x - 6 \cdot 7^x + 5 = 0$. Ответ (réponse): $x_1 = 0$, $x_2 = \frac{\lg 5}{\lg 7}$.

5.26. $5^{2x} - 7^x - 35 \cdot 5^{2x} + 35 \cdot 7^x = 0$. Ответ (réponse): $x = 0$.

5.27. $2\frac{1}{4} \cdot 4^{2x} - \frac{1}{2} \cdot 4^{4x} = 1$. Ответ (réponse): $x_1 = \frac{1}{2}$, $x_2 = -\frac{1}{4}$.

5.28. $2^x + 12 \cdot 2^{-x} = 9{,}5$. Ответ (réponse): $x_1 = 3$, $x_2 = \frac{\lg 3}{\lg 2} - 1$.

5.29. $2^{3x} \cdot 3^x - 2^{3x-1} \cdot 3^{x+1} = -288$. Ответ (réponse): $x = 2$.

5.30. $4^x - 3^{x-\frac{1}{2}} = 3^{x+\frac{1}{2}} - 2^{2x-1}$.

Решение (la solution): $2^{2x} + \frac{2^{2x}}{2} = 3^x \cdot \sqrt{3} + \frac{3^x}{\sqrt{3}}$; $2^{2x} \cdot \frac{3}{2} = 3^x\left(\sqrt{3} + \frac{1}{\sqrt{3}}\right)$;

$\left(\frac{4}{3}\right)^x = \frac{4 \cdot 2}{\sqrt{3} \cdot 3}$; $\left(\frac{4}{3}\right)^x = \frac{2^3}{\left(\sqrt{3}\right)^3}$; $\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^{2x} = \left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^3$; $2x = 3$; $x = 1{,}5$.

Ответ (réponse): $x = 1.5$.

5.31. $5^{2x-3} = 2 \cdot 5^{x-2} + 3$. Ответ (réponse): $x = 2$.

5.32. $4^x + 6^x = 9^x$.

Решение (la solution): $2^{2x} + 2^x \cdot 3^x = 3^{2x}$; делим на (divisons par) 3^{2x};

$\left(\frac{2}{3}\right)^{2x} + \left(\frac{2}{3}\right)^x = 1$;

$t^2 + t - 1 = 0$; $t = \frac{-1 \pm \sqrt{1+4}}{2}$; $t_1 = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}$, $t_2 = \frac{-1-\sqrt{5}}{2}$; $\left(\frac{2}{3}\right)^x = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$;

$\left(\frac{2}{3}\right)^x > 0$, $t_2 < 0$ – не удовлетворяет (ne satisfait pas). $x \lg\frac{2}{3} = \lg\frac{\sqrt{5}-1}{2}$;

$x = \frac{\lg\left(\sqrt{5}-1\right) - \lg 2}{\lg 2 - \lg 3}$. Ответ (réponse): $x = \frac{\lg\left(\sqrt{5}-1\right) - \lg 2}{\lg 2 - \lg 3}$.

5.3. Логарифмические уравнения.
5.3. Équations logarithmiques.

5.33. $\log_4 \log_3 \log_2 x = 0$. Ответ (réponse): $x = 8$.

5.34. $\lg(0{,}5 + x) = \lg 0{,}5 - \lg x$. Ответ (réponse): $x = 0{,}5$.

5.35. $\lg(4{,}5 - x) = \lg 4{,}5 - \lg x$. Ответ (réponse): $x_1 = 3$, $x_2 = \frac{3}{2}$.

5.36. $\lg(x - 9) + 2\lg\sqrt{2x - 1} = 2$. Ответ (réponse): $x = 13$.

5.37. $\lg\left(x - \frac{8}{9}\right) = 2\lg\frac{1}{6}$. Ответ (réponse): $x = \frac{11}{12}$.

5.38. $\lg\sqrt{x - 5} + \lg\sqrt{2x - 3} + 1 = \lg 30$.

Указание (indication): ОДЗ (IVA): $x > 5$.

Ответ (réponse): $x = 6$.

5.39. $x^{\lg x} = 100x$; ОДЗ (IVA): $x > 0$.

Решение (la solution): $\lg x^{\lg x} = \lg 100x$; $\lg^2 x - \lg x - 2 = 0$. $\lg x = 2$, $x = 10^2$; $\lg x = -1$; $x = 10^{-1}$. Ответ (réponse): $x_1 = 100$, $x_2 = 0{,}1$.

5.40. $x^{\lg x - 1} = 100$. Ответ (réponse): $x_1 = 0{,}1$, $x_2 = 100$.

5.41. $0{,}1 \cdot x^{\lg x - 2} = 100$. Ответ (réponse): $x_1 = 0{,}1$, $x_2 = 1000$.

5.42. $(0{,}4)^{\lg^2 x + 1} - (6{,}25)^{2 - \lg x^3} = 0$.

Указание (indication): $0{,}4 = 2/5$, $(6{,}25) = (2/5)^{-2}$; $\left(\frac{2}{5}\right)^{\lg^2 x + 1} = \left(\frac{2}{5}\right)^{-2(2 - \lg x^3)}$; $\lg^2 x + 1 = -4 + 6\lg x$.

Ответ (réponse): $x_1 = 10$, $x_2 = 10^5$.

5.43. $x^{2\log_x 10} = 10 \cdot x$.

Решение: ОДЗ: $x > 0$. Логарифмируем по основанию x: $2\log_x 10 \cdot \log_x x = \log_x 10 + \log_x x$; $\log_x x = 1$, $\log_x 10 = 1 \Rightarrow x = 10$.

(*La solution*: IVA: $x > 0$. Donner le logarithme de base x: $2\log_x 10 \cdot \log_x x = \log_x 10 + \log_x x$; $\log_x x = 1$, $\log_x 10 = 1 \Rightarrow x = 10$).

Ответ (réponse): $x = 10$.

5.44. $2^{\frac{3}{\log_3 x}} = \frac{1}{64}$. Ответ (réponse): $x = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

5.45. $x^{\log_a x}=a^2x\ (a>0)$.

Указание: логарифмируем по основанию a.

(Indication: donner le logarithme de base a*).*

Ответ (réponse): $x_1=a^2$, $x_2=a^{-1}$.

5.46. $x^{\left(2\lg^3 x-1{,}5\lg x\right)}=\sqrt{10}$. Ответ (réponse): $x_1=10$, $x_2=0{,}1$.

5.47. $\log_5\left(x^2-11x+43\right)=2$. Ответ (réponse): $x_1=2$, $x_2=9$.

5.48. $\lg\left(8\cdot\sqrt[10]{2^{x^2-14{,}5x}}\right)=0$. Ответ (réponse): $x_1=2{,}5$, $x_2=12$.

5.49. $\log\left(64\cdot\sqrt[24]{2^{x^2-40x}}\right)=0$. Ответ (réponse): $x_1=4$, $x_2=36$.

5.50. $4-\lg x=3\sqrt{\lg x}$;

Указание (indication): $\begin{cases}x>0\\ \lg x>0\end{cases}\Rightarrow\ \begin{matrix}x>0\\ x>1\end{matrix}\ \Rightarrow\ x>1.$

Ответ (réponse): $x=10$.

5.51. $\log_4(x+12)\cdot\log_x 2=1$.

Решение (la solution): ОДЗ (IVA): $\begin{cases}x>0\\ x+12>0\end{cases};\ \begin{matrix}x>0\\ x>-12\end{matrix}\ \Rightarrow\ x>0$;

$\log_4(x+12)\cdot\dfrac{1}{\log_2 x}$; $\dfrac{1}{2}\log_2(x+12)=\log_2 x$; $\log_2\sqrt{x+12}=\log_2 x$;

$\sqrt{x+12}=x$; $x^2-x-12=0$; $x_1=-3$, $x_2=4$. Ответ (réponse): $x=4$.

5.52. $\sqrt{\log_x\sqrt{3x}}\cdot\log_3 x=-1$.

Решение (la solution): ОДЗ (IVA): $\begin{cases}x>0\\ \lg_3 x<0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x>0\\ x<1\end{cases}\Rightarrow\ 0<x<1.$

$\log_3 x=\dfrac{1}{\log_x 3}\ \Rightarrow\ \sqrt{\log_x\sqrt{3x}}=-\log_x 3$; возведем в квадрат (élevons au carré): $\log_x\sqrt{3x}=\log_x^2 3$; $\dfrac{1}{2}\left(\log_x 3+1\right)=\log_x^2 3$; $\log_x 3=z\ \Rightarrow\ 2z^2-z-1=0$;

$z_1=1$, $z_2=-\dfrac{1}{2}$; $\log_x 3=1\Rightarrow\ x=3\notin$ ОДЗ (IVA); $\log_x 3=-\dfrac{1}{2}\ \Rightarrow\ x^{-\frac{1}{2}}=3\ \Rightarrow$

$\Rightarrow\ x=9^{-1}$. Ответ (réponse): $x=9^{-1}$.

5.53. $\log_x 2+\log_2 x=2{,}5$. Ответ (réponse): $x_1=4$, $x_2=\sqrt{2}$.

6. Прогрессии
6. Progressions

6.1. Арифметическая прогрессия.
6.1. Progression arithmétique.

$a_n = a_1 + d\cdot(n-1)$; $S_n = \dfrac{a_1 + a_n}{2}\cdot n$; $S_n = \dfrac{2a_1 + d\cdot(n-1)}{2}\cdot n$;

$a_n = \dfrac{a_{n-1} + a_{n+1}}{2}$.

a_1 – первый член (premier membre)

a_n – n-й член (n-ième membre),

d – разность арифметической прогрессии (la différence de la progression arithmétique).

В арифметической прогрессии суммы членов, равноотстоящих от концов разложения, равны: $a_1 + a_n = a_2 + a_{n-1} = a_3 + a_{n-2} = \ldots$.

(Dans une progression arithmétique, les sommes des membres équidistants des extrémités de la décomposition sont égaux: $a_1 + a_n = a_2 + a_{n-1} = a_3 + a_{n-2} = \ldots$.)

6.1. Найти сумму семи членов (S_7) арифметической прогрессии, если

(Trouver la somme des sept membres (S_7) de la progression arithmétique si):

$$a_3 + a_{10} = 28,$$
$$a_6 - a_2 = 8.$$

Указание (indication): $\begin{cases} a_1 + 2d + a_1 + 9d = 28 \\ a_1 + 5d - a_1 - d = 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2a_1 + 11d = 28, \\ 4d = 8. \end{cases}$

Ответ (réponse): $S_7 = 63$.

6.2. Найти a_5 арифметической прогрессии, если

(Trouver la progression arithmétique a_5 si)

$$\begin{cases} a_1 + a_2 + a_3 = 15 \\ a_4 - a_1 = 9 \end{cases}.$$

Ответ (réponse): 16.

6.3. Найти произведение $a_3 \cdot a_5$ членов арифметической прогрессии, если $a_5 = 11$, $S_{10} = 122{,}5$.

(Trouver le produit des membres d'une progression arithmétique $a_3 \cdot a_5$ si $a_5 = 11$, $S_{10} = 122{,}5$).

Ответ (réponse): 110.

6.4. Найти $a_1 \cdot a_2$, арифметической прогрессии, если

(Trouver $a_1 \cdot a_2$ de la progression arithmétique si)

$$a_{15} = 37.$$
$$a_5 + a_6 = 36.$$

Ответ (réponse): 99.

6.5. $a_3 = \dfrac{a_6}{3}$, $a_2 + a_5 = 16$. Найти a_1 арифметической прогрессии (Trouver a_1 de la progression arithmétique). Ответ (réponse): $a_1 = -2$.

6.6. В арифметической прогрессии $a_1 + a_2 + a_3 = 12$, $a_4 = 6$. При каком n член прогрессии $a_n = 14$?

(Dans la progression arithmétique $a_1 + a_2 + a_3 = 12$, $a_4 = 6$. A quel n le membre de la progression $a_n = 14$?) Ответ (réponse): $n = 12$.

6.7. $a_3 + a_9 = 8$. Найти S_{11} арифметической прогрессии.

(Trouver S_{11} de la progression arithmétique.)

Решение: используем свойство: суммы членов, равностоящих от концов разложения, равны, т. е.:

(La solution: utilisons la propriété: les sommes des membres équidistants des extrémités de la décomposition sont égaux, c'est-à-dire):

$a_3 + a_9 = a_1 + a_{11}$; $S_{11} = \dfrac{a_1 + a_{11}}{2} \cdot 11 = 44$. Ответ (réponse): 44.

6.8. $a_4 + a_7 = 58$; $a_5 + a_{10} = 74$; $S_n = 68$. Найти n арифметической прогрессии (Trouver n de la progression arithmétique.)

Ответ (réponse): $n = 4$.

6.2. Геометрическая прогрессия.
6.2. Progression géométrique.

$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$, b_1 – первый член (premier membre),
b_n – n-й член (n-ième membre).

$$S_n = \frac{b_1 \cdot (1-q^n)}{1-q} \text{ или (ou) } S_n = \frac{b_1 \cdot (q^n - 1)}{q-1};$$

$S = \frac{b_1}{1-q}$, S_n – сумма n членов геометрической прогрессии,
(S_n: somme des n membres d'une progression géométrique),

S – сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии.
(S: somme de la progression géométrique décroissante à l'infini.)

$$b_n = b_1 q^{n-1};\ b_n = \sqrt{b_{n-1} \cdot b_{n+1}};\ S_n = \frac{b_1\left(1-q^n\right)}{1-q};\quad S = \frac{b_1}{1-q}\ (n \to \infty),\ (|q|<1).$$

6.9. Найти геометрическую прогрессию, если $b_3 - b_1 = 16$, $b_5 - b_3 = 144$.

(Trouver la progression géométrique, si $b_3 - b_1 = 16$, $b_5 - b_3 = 144$.)

Ответ (réponse): 2; 6; 18; …

6.10. $b_3 - b_1 = 9$, $b_2 - b_4 = 18$. Найти геометрическую прогрессию. (Trouvez la progression géométrique). Ответ (réponse): 3; –6; 12; –24; …

6.11. $b_7 - b_5 = 48$, $b_6 + b_5 = 48$. Найти b_1 геометрической прогрессии. (Trouver b_1 de la progression géométrique). Ответ (réponse): $b_1 = -7$.

6.12. $b_1 = 3$; $b_2 = 12$; $b_n = 3072$. Найти n геометрической прогрессии. (Trouver n de la progression géométrique). Ответ (réponse): $n = 5$.

6.13. Найти геометрическую прогрессию, если $b_4 - b_2 = 243$; $b_2 + b_3 = 6$.

(Trouver une progression géométrique si $b_4 - b_2 = 243$; $b_2 + b_3 = 6$).

Ответ (réponse): $\frac{1}{5}$; 1; 5; 25.

6.14. $b_1 + b_3 = 26$; $b_1 + b_2 + b_3 = 31$. Найти b_7 геометрической прогрессии. (Trouver b_7 de la progression géométrique).

Ответ(réponse): $b_7 = 5^6$

6.3. Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия.
6.3. Progression géométrique décroissante à l'infini.

6.15. Сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии $S=12{,}5$, $b_1+b_2=12$. Найти прогрессию.

(La somme de la progression géométrique décroissante à l'infini $S=12{,}5$, $b_1+b_2=12$. Trouver la progression.)

Ответ (réponse): 10; 2; $\frac{2}{5}$; …

6.16. Сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии $S=243$, $S_5=275$. Найти прогрессию.

(La somme de la progression géométrique décroissante à l'infini $S=243$, $S_5=275$. Trouver la progression.) Ответ (réponse): $b_1=405$, $q=-\frac{2}{3}$.

6.17. $b_1=\sqrt{3}$, $b_2=\frac{2}{\sqrt{3}+1}$. Найти (trouver) S. Ответ (réponse): $S=3$.

Решить уравнения (*résoudre l'équations*):

6.18. $\frac{1}{3x}+x+x^2+...+x^n+...=\frac{3}{2}$, $|x|<1$.

Ответ (réponse): $x_1=\frac{2}{5}$, $x_2=\frac{1}{3}$.

6.19. $2x+1+x^2-x^3+...=\frac{13}{6}$, $|x|<1$. Ответ (réponse): $x_1=-\frac{7}{9}$, $x_2=\frac{1}{2}$.

Смешанные задачи на арифметическую и геометрическую прогрессии
Problèmes mixtes sur la progression arithmétique et géométrique

6.20. Сумма трех членов арифметической прогрессии $a_1+a_2+a_3=$ $=54$. Известно, что $a_1=b_1$, $a_2-9=b_2$, $a_3-6=b_3$, где b_1,b_2,b_3 − члены геометрической прогрессии. Найти геометрическую прогрессию.

(La somme des trois membres de la progression arithmétique $a_1+a_2+a_3=$ $=54$. On sait que $a_1=b_1$, $a_2-9=b_2$, $a_3-6=b_3$, ou b_1,b_2,b_3 − les membres de la progression géométrique. Trouver la progression géométrique).

Ответ (réponse): $(3;18;33)$ или (ou) $(27;18;9)$.

6.21. Сумма трех членов геометрической прогрессии равна 65: $b_1+b_2+b_3=65$; $b_1-1=a_1$, $b_2=a_2$, $b_3-19=a_3$. Найти b_1,b_2,b_3.

(La somme des trois termes de la progression géométrique est égale à 65: $b_1+b_2+b_3=65$; $b_1-1=a_1$, $b_2=a_2$, $b_3-19=a_3$. Trouver b_1,b_2,b_3.

Ответ (réponse): $(5;15;45)$ или (ou) $(45;15;5)$.

6.22. b_1,b_2,b_3, a_3; $b_2=a_1$, $b_3=a_2$;

$b_1+a_3=21$, b_1,b_2,b_3 − геометрическая прогрессия (la progression géométrique);

$b_2+b_3=18$, $b_2=a_1$, $b_3=a_2$, a_1,a_2,a_3 − арифметическая прогрессия (la progression arithmétique.)

Найти числа (trouver les valeurs) b_1,b_2,b_3, a_3.

Ответ (réponse): $(3;6;12;18)$; $\left(\frac{75}{4};\frac{45}{4};\frac{27}{4};\frac{9}{4}\right)$.

7. Неравенства
7. Les inégalités

Решить неравенства (Résoudre les inégalités):

7.1. $\frac{7x-5}{8x+3}>4$ ОДЗ (IVA): $x\neq-\frac{3}{8}$.

Решение (la solution): $\frac{7x-5}{8x+3}-4>0 \Rightarrow \frac{25x+17}{8x+3}<0$ (рис. (fig.) 7.1).

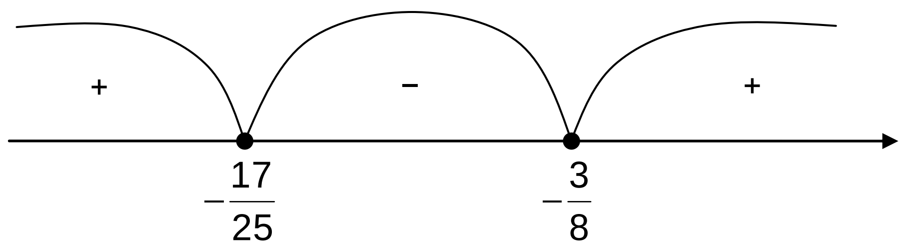

Рис. 7.1. **Знаки функции (Les signes de la fonction)** $y=\frac{25x+17}{8x+3}$

Ответ (réponse): $-\frac{17}{25}<x<-\frac{3}{8}$.

7.2. $\frac{x+1}{x-2}>\frac{3}{x-2}-\frac{1}{2}$. Ответ (réponse): $x\in(-\infty,2)\cup(2,\infty)$.

7.3. $\frac{1}{x} < \frac{1}{2}$. Ответ (réponse): $x \in (-\infty, 0) \cup (2, \infty)$.

7.4. $x^3 + 5x^2 + 3x - 9 > 0$.

Решение: сгруппируем и разложим на множители:

(*La solution:* on regroupe et on factorise):

$$\left(x^3 - 1\right) + \left(5x^2 + 3x - 8\right) > 0; \qquad (x-1)\left(x^2 + x + 1\right) + 5(x-1)(x+1{,}6) > 0;$$

$$(x-1)\left(x^2 + 6x + 9\right) > 0;\ (x-1)(x+3)^2 > 0,\ x \neq -3,\ x > 1.$$

Ответ (réponse): $x > 1$.

7.5. $2x^3 > x + 1$.

Указание (indication): $2x^3 - x - 1 > 0 \Rightarrow \left(x^3 - x\right) + \left(x^3 - 1\right) > 0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow x(x-1)(x+1) + (x-1)\left(x^2 + x + 1\right) > 0.$$

Ответ (réponse): $x > 1$.

7.6. $\frac{(x-1)(x-3)}{(x-2)(x-4)} \geq 0$ (рис. (fig.) 7.2).

Решение (la solution):

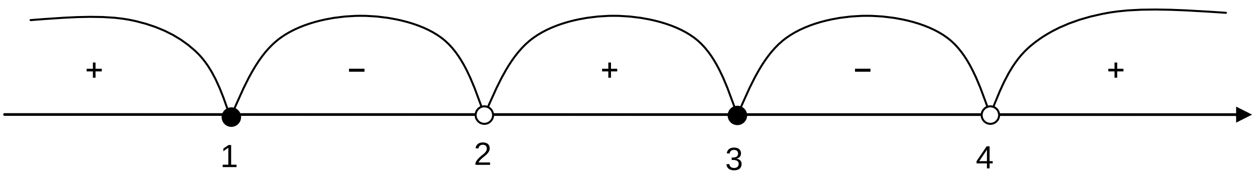

Рис. 7.2. **Знаки функции (Les signes de la fonction**)

$$y = \frac{(x-1)(x-3)}{(x-2)(x-4)}$$

Ответ (réponse): $x \in (-\infty, 1] \cup (2, 3] \cup (4, \infty)$.

7.7. $\frac{(x+1)(x+2)(x+3)}{(2x-1)(x+4)(3-x)} > 0$.

Ответ (réponse): $x \in (-4, -3) \cup (-2, -1) \cup \left(\frac{1}{2}, 3\right)$.

7.8. $\frac{\left(x^3 - 1\right)(x+2)^2 (x-5)}{x^2 \left(x^2 - 9\right)\left(x^4 + 1\right)} < 0$.

Ответ (réponse): $x \in (-3, -2) \cup (-2, 0) \cup (0, 1) \cup (3, 5)$.

7.9. $\sqrt{\dfrac{3x-1}{2-x}}>1.$

Решение (la solution): ОДЗ (IVA): $\dfrac{3x-1}{2-x}\geq 0 \Rightarrow x\in\left[\dfrac{1}{3},2\right)$ (рис. (fig.) 7.3);

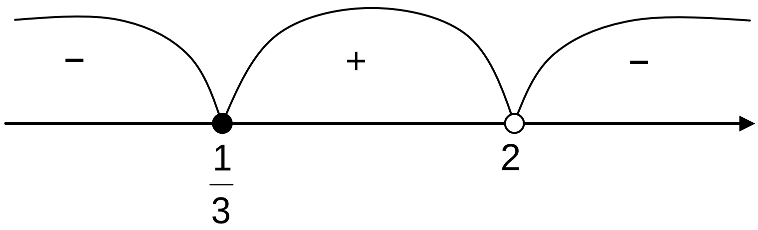

Рис. 7.3. **Знаки функции (Les signes de la fonction)** $y=\dfrac{3x-1}{2-x}$

$$\frac{3x-1}{2-x}>1 \Rightarrow \frac{3x-1-2+x}{2-x}>0 \Rightarrow \frac{4x-3}{2-x}>0 \Rightarrow x\in\left(\frac{3}{4},2\right)$$ (рис. (fig.) 7.4).

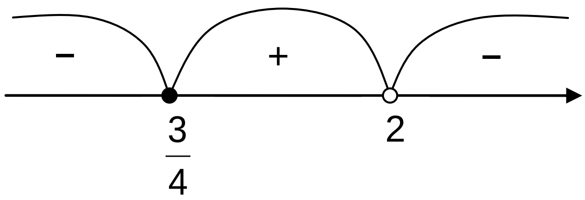

Рис. 7.4 **Знаки функции (Les signes de la fonction)** $y=\dfrac{4x-3}{2-x}$

Ответ (réponse): $x\in\left(\dfrac{3}{4},2\right)$.

7.10. $\sqrt{3-x}<x-2$.

Решение (la solution): ОДЗ (IVA): $\begin{cases}3-x\geq 0 & x\leq 3\\ x-2\geq 0 & x\geq 2\end{cases}$ $2\leq x\leq 3$;

$3-x<x^2-4x+4 \Rightarrow x^2-3x+1>0$; корни уравнения (les racines de l'équation) $x^2-3x+1=0$: $x_{1,2}=\dfrac{3\pm\sqrt{5}}{2}$;

$x\in\left(-\infty,\dfrac{3-\sqrt{5}}{2}\right)\cup\left(\dfrac{3+\sqrt{5}}{2},\infty\right)$. Ответ (réponse): $\left(\dfrac{3+\sqrt{5}}{2},3\right)$.

7.11. $\sqrt{3x-5} > \sqrt{x-4}$.

Решение (la solution): ОДЗ (IVA): $\begin{cases} 3x-5 \ge 0 & \Rightarrow \quad x > \dfrac{5}{3} \\ x-4 \ge 0 & \Rightarrow \quad x \ge 4 \end{cases} \Rightarrow$

$\Rightarrow\ 3x-5 > x-4 \ \Rightarrow\ 2x > 1 \ \Rightarrow\ x > \dfrac{1}{2}$. Ответ (réponse): $x \ge 4$.

7.12. $6x^2-29x+30<0$. *Указание (indication)*: $6\left(x-\dfrac{3}{2}\right)\left(x-\dfrac{10}{3}\right)<0$ (рис. (fig.) 7.5).

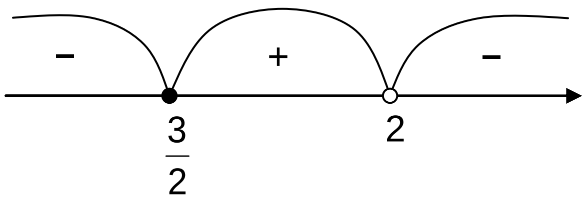

Рис. 7.5. **Знаки функции (Les signes de la fonction**)

$$y=6\left(x-\frac{3}{2}\right)\left(x-\frac{10}{3}\right)$$

Ответ (réponse): $\dfrac{3}{2}<x<\dfrac{10}{3}$.

7.13. $-3x^2+5x+2>0$. Ответ (réponse): $-\dfrac{1}{3}<x<2$.

7.14. $x^2-5x+4\ge 0$. Ответ (réponse): $x\in(-\infty,1]\cup[4,\infty)$.

7.15. $\dfrac{x^2-12x+27}{x-3}\le 0$. Ответ (réponse): $x\le 9$, $x\ne 3$.

7.16. $\sqrt{(x+3)(x+4)}>6-x$. Ответ (réponse): $x\in[24/19,\infty)$.

7.17. $\left|x^2-5x\right|<6$. Ответ (réponse): $x\in(0;2)\cup[3,6)$.

7.18. Решить графически системы неравенств (рис. 7.6):
(Résoudre graphiquement les systèmes d'inégalités) (fig. 7.6):

$$\begin{cases} x+y\ge 1 \\ 2x-y\le 4 \end{cases}.$$

Решение (la solution):

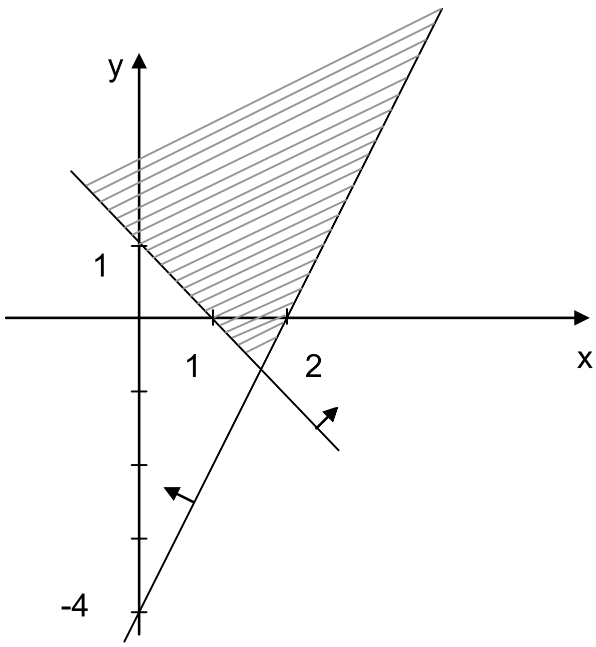

Рис. 7.6. **Область на плоскости XOY, удовлетворяющая системе неравенств (La zone sur le plan XOY, qui satisfait au système d'inégalités)** $x+y \geq 1;\ 2x-y \leq 4$

7.19. $\begin{matrix} l_1 \\ \\ l_2 \end{matrix}\begin{cases} x+2y \leq 2 \\ x-y > 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$ (рис. (fig.) 7.7).

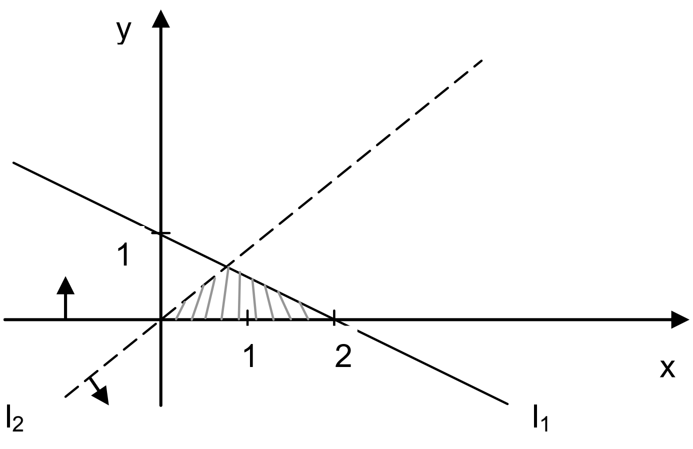

Рис. 7.7. **Область на плоскости XOY, удовлетворяющая системе неравенств (La zone sur le plan XOY, qui satisfait au système d'inégalités)** $x+2y \leq 2, x-y > 0, y \geq 0$

Решить неравенства (résoudre les inégalités):

7.20. $\log_3(1-2x) \ge \log_3(5x-2)$. Ответ (réponse): $x \in \left(\frac{2}{5}, \frac{3}{7}\right)$.

7.21. $\log_{\frac{1}{5}}(3x-1) \ge \log_{\frac{1}{5}}(3-x)$. Ответ (réponse): $x \in [1,5)$.

7.22. $\frac{\log_2(x-1)}{x-3} \le 0$. Ответ (réponse): $x \in [2,3)$.

7.23. $4^{2x} < 16$. (устно) (oralement). Ответ (réponse): $(-\infty,1)$.

7.24. $\log_2(x-3) > 0$. (устно) (oralement). Ответ (réponse): $(4,\infty)$.

7.25. $\left(\frac{1}{5}\right)^{\frac{2x+1}{1-x}} > \left(\frac{1}{5}\right)^{-3}$. Ответ (réponse): $(1,4)$.

7.26. $5^{x-3} \ge 7^{3-x}$. Ответ (réponse): $x \in [3,\infty)$.

7.27. $3 \cdot 2^{x+1} + 5 \cdot 2^{x} - 2^{x+2} \le 21$. Ответ (réponse): $x \in (-\infty, \log_2 3)$.

7.28. $9^{x} - 2 \cdot 3^{x} < 3$. Ответ (réponse): $x \in (-\infty,-1)$.

8. Функции и графики
8. Fonctions et graphiques

8.1. Алгебраические функции.
8.1. Les fonctions algébriques.

Найти область определения функции:
(Rechercher la portée de la fonction):

8.1. $y = \sqrt{x+1} + \sqrt{x-1}$. ОДЗ (IVA): $\begin{cases} x+1 \ge 0 & x \ge -1 \\ x-1 \ge 0 & x \ge 1 \end{cases}$.

Ответ (réponse): $x \in [1,\infty)$.

8.2. $y = \sqrt{\frac{x+2}{x+5}}$ (рис. (fig.) 8.1). ОДЗ (IVA): $\frac{x+2}{x+5} \ge 0$.

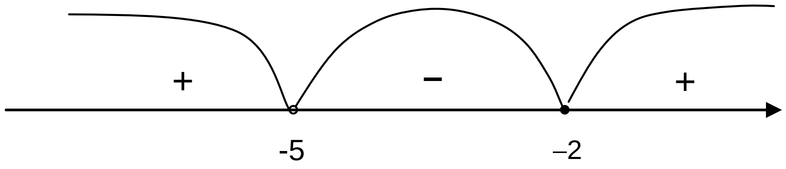

Рис. 8.1. **Знаки функции (Les signes de la fonction)** $y = \frac{x+2}{x+5}$

Ответ (réponse): $x \in (-\infty,-5) \cup [-2,\infty)$.

8.3. $y=\dfrac{1}{x^2-5x+6}$ ОДЗ (IVA): $x^2-5x+6\neq0$ $x\neq2$ $x\neq3$.

Ответ (réponse): $x\in(-\infty,2)\cup(2,3)\cup(3,\infty)$.

8.4. $y=\sqrt{x^2-5x+4}$ (рис. (fig.) 8.2).

Решение (la solution): $x^2-5x+4=0$, $x_1=4$, $x_2=1$; $x^2-5x+4=(x-4)(x-1)$;

$y=\sqrt{(x-4)(x-1)}$. ОДЗ (IVA): $(x-4)(x-1)\geq0$.

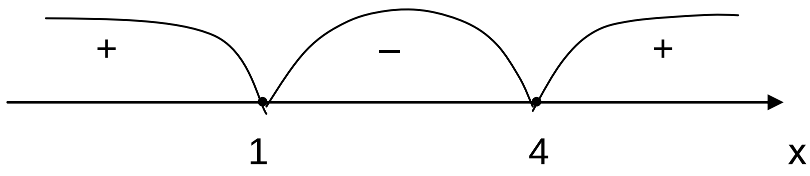

Рис. 8.2. **Знаки функции (Les signes de la fonction)** $(x-4)(x-1)$

Ответ (réponse): $x\in(-\infty,1]\cup[4,\infty)$.

8.5. $y=\log_2(x-3)+\log_2 x$. ОДЗ (IVA): $\begin{cases}x-3>0\\x>0\end{cases}$ $\begin{cases}x>3\\x>0\end{cases}$.

Ответ (réponse): $x\in(3,\infty)$.

8.6. $y=\sqrt{x-3}+\dfrac{1}{\sqrt{6-x}}$. ОДЗ (IVA): $\begin{cases}x-3\geq0\\6-x>0\end{cases}$ $\begin{cases}x\geq3\\x<6\end{cases}$

Ответ (réponse): $x\in[3,6)$.

8.7. $y=\log_3(2-x)+\dfrac{1}{\log_3(1+x)}$. ОДЗ (IVA): $\begin{cases}2-x>0\\1+x>0\\\log_3(1+x)\neq0\end{cases}$ $\begin{cases}x<2\\x>-1\\1+x\neq1\end{cases}$.

Ответ (réponse): $\begin{cases}x\in(-1,0)\cup(0,2)\\x\neq0\end{cases}$.

8.8. $y=\lg\left(x^2-7x+6\right)$. ОДЗ (IVA): $x^2-7x+6>0$.

Ответ (réponse): $x\in(-\infty,1)\cup(6,\infty)$.

8.9. $y=\lg\left(-x^2+3x-2\right)$. ОДЗ (IVA): $-x^2+3x-2>0$.

Ответ (réponse): $x\in(1,2)$.

Построить графики функций (Construire des graphiques des fonctions).

Функция называется четной, если $f(-x)=f(x)$; если $f(-x)=-f(x)$ – функция нечетная. График четной функции симметричен относительно оси *OY*, график нечетной функции симметричен относительно начала координат.

(Une fonction est appelée paire, si $f(-x)=f(x)$; si $f(-x)=-f(x)$ – la fonction est impaire. Le graphe de la fonction paire est symétrique par rapport à l'axe *OY* de l'op-amp, le graphique de la fonction impaire est symétrique par rapport à l'origine).

8.10. $y=x$. 8.11. $y=2x+1$. 8.12. $y=1-3x$.

8.13. $y=|x|$ (рис. (fig.) 8.3).

Решение: $y(-x)=|-x|=|x|=y(x)$ – функция четная, т. е. ее график симметричен относительно оси *OY*. Пусть $x\geq 0$, отбросим модуль $y=x$ – прямая. Зададим две точки:

(*La solution:* $y(-x)=|-x|=|x|=y(x)$ – la fonction est paire, c'est-à-dire que son graphe est symétrique autour de l'axe OY. Soit $x\geq 0$, on simplifie le module $y=x$– la ligne. Nous fixons deux points):

x	0	1
y	0	1

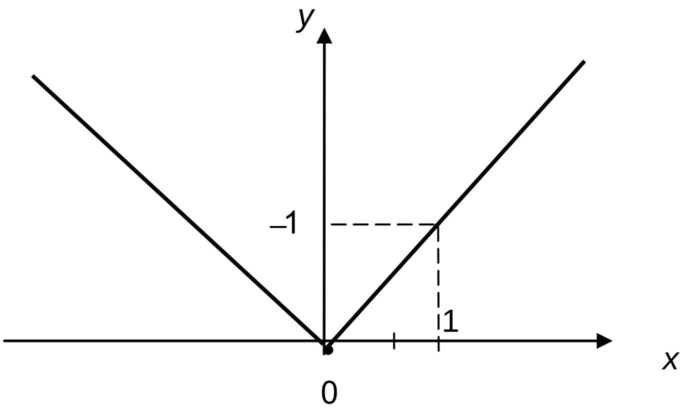

Рис. 8.3. **График функции (Le graphique de la fonction)** $y=|x|$

Построим график при (Construirons le graphique lorsque) $x>0$.
Отобразим график относительно оси OY.
(On affiche le graphique par rapport à l'axe OY.)

8.14. $y=1-2|x|$. 8.15. $y=x^2$.

8.16. $y=-x^2$. 8.17. $y=\frac{2}{x}$. 8.18. $y=-\frac{3}{x}$.

8.19. $y=\frac{1}{|x|}$. 8.20. $y=x^2+2x-3$. 8.21. $y=x^2-3|x|+2$.

8.22. $y=\left|x^2-4x+3\right|$. 8.23. $y=\left|x^2-7|x|+6\right|$. 8.24. $y=\left|x^2+5x+4\right|$.

8.25. $y=\left|x^2+5|x|+6\right|$. 8.26. $y=\frac{1}{x-2}$. 8.27. $y=\frac{3}{x-1}+4$.

8.2. Графики логарифмических и показательных функций.
8.2. Graphes des fonctions logarithmiques et exponentielles.

8.28. $y=\log_2 x$ (рис. (fig.) 8.4).

8.29. $y=\log_{\frac{1}{2}} x$ (рис. (fig.) 8.4).

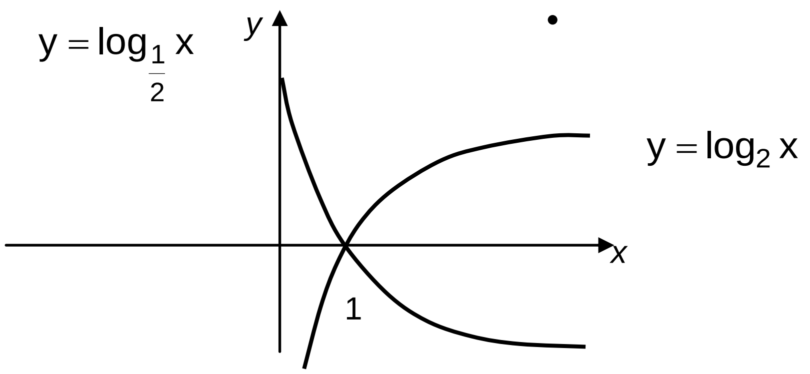

Рис. 8.4. **Графики функций (Les graphique des fonctions)** $y=\log_2 x$ и (et) $y=\log_{\frac{1}{2}} x$

8.30. $y=|\log_2 x|$ (рис. (fig.) 8.5).

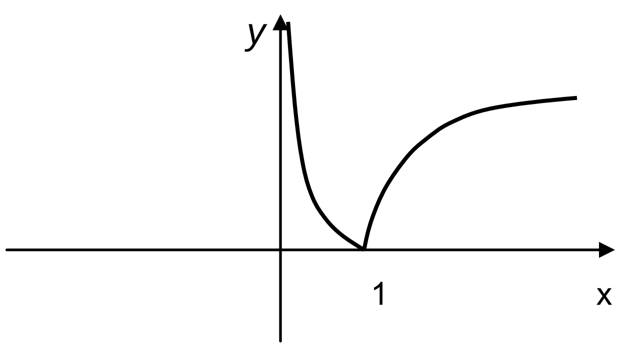

Рис. 8.5. **График функции (Le graphique de la fonction)** $y=|\log_2 x|$

8.31. $y = \log_2|x|$ (рис. (fig.) 8.5). *Указание (indication)*: Функция четная (la fonction est paire).

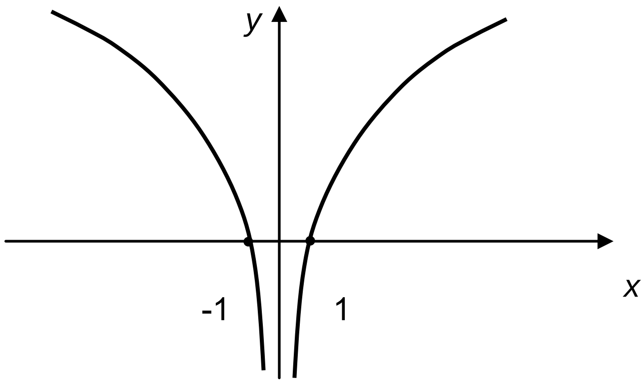

Рис. 8.6. **График функции (le graphique de la fonction)** $y = \log_2|x|$

8.32. $y = |\log_2|x||$.

8.33. $y = 2^x$ **.**(рис. 8.7)

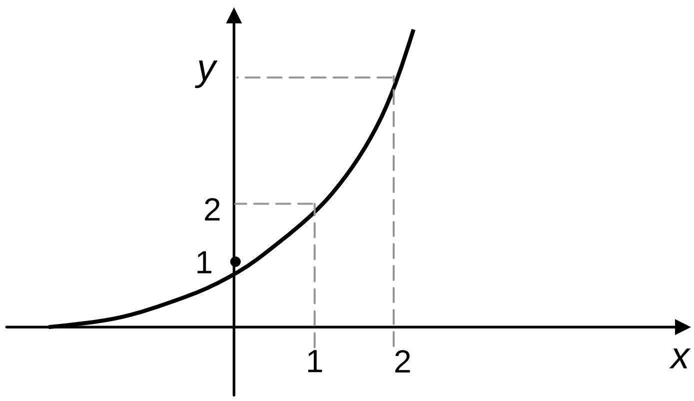

Рис. 8.7. **График функции (Le graphique de la fonction)** $y = 2^x$

8.34. $y = 2^{|x|}$ (рис. (fig.) 8.8).

Указание (indication):

Пусть (soit) $x > 0$ $y = 2^x$:

x	0	1	2
y	1	2	4

$y = 2^{|x|}$ − функция четная (la fonction est paire).

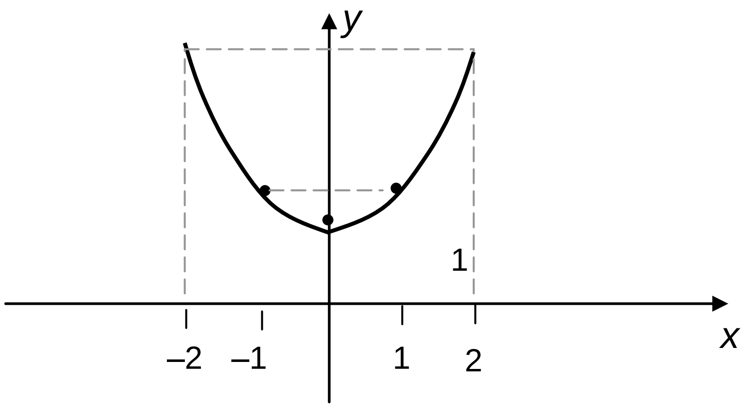

Рис. 8.8. **График функции (Le graphique de la fonction)** $y = 2^{|x|}$

График $y = 2^{x}$ отображаем симметрично относительно оси OY.

(Le graphique $y = 2^{x}$ on affiche symétriquement par rapport à l'axe OY).

9. Элементы комбинаторики
9. Éléments combinatoires

Перестановки n **элементов** (группы элементов, отличающиеся порядком).

(**Permutations de** n **éléments** (groupes d'éléments différents dans l'ordre)).

$$P_n = n!;\ n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \ldots n.$$

Сочетания из n **элементов по** m (каждая группа отличается хотя бы одним элементом).

(**Combinaisons d'éléments par** m (chaque groupe diffère d'au moins un élément).

$$C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}$$

Размещения из n **элементов по** m (каждая группа отличается или элементом, или их порядком).

(**Emplacements à partir de** n **éléments par** m (chaque groupe se diffère par un élément ou son ordre)).

$$A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!}$$

9.1. В партии из 15 деталей 7 стандартных. Сколькими способами можно отобрать 5 деталей, чтобы среди них было 3 стандартных?

(Dans un lot de 15 pièces dont 7 sont standards. De combien de façons peut-on sélectionner 5 pièces pour qu'il y en ait 3 standards?)

Указание (indication): $m = C_7^3 \cdot C_8^2$.

9.2. Набирая номер телефона, абонент забыл последние две цифры. Зная, что они разные, набрал их случайным образом. Найти количество всех способов, которыми можно набрать эти цифры.

(En composant un numéro de téléphone, l'abonné a oublié les deux derniers chiffres. Sachant qu'ils sont différents, il les a composés au hasard. Trouvez le numéro de toutes les façons dont vous pouvez composer ces chiffres).

Указание (indication): A_{10}^2.

9.3. В группе 15 юношей и 10 девушек. Для дежурства отбирают пять человек. Сколькими способами можно отобрать дежурных так, чтобы среди них были 2 девушки?

(Il y a 15 garçons et 10 filles dans un groupe. Cinq personnes sont sélectionnées pour la garde. De combien de façons pouvez-vous sélectionner les personnes de garde pour qu'il y ait 2 filles parmi eux?)

9.4. В механизме 2 одинаковые детали требуется заменить. Механизм не будет работать, если обе детали меньшего размера. Сколькими способами можно отобрать 2 детали так, чтобы механизм работал, если у сборщика 10 деталей, среди которых 3 меньшего размера?

(Dans un mécanisme il y a 2 pièces identiques qui doivent être remplacées. Le mécanisme ne fonctionnera pas si les deux pièces sont les plus petites. De combien de façons peut-on choisir les 2 pièces pour que le mécanisme fonctionnera si le collecteur possède 10 pièces, dont 3 sont les plus petites?)

9.5. Пять зрителей требуется посадить на 5 мест. Сколькими способами это можно сделать?

(Cinq spectateurs sont requis de s'asseoir sur 5 places. De combien de façons cela peut-il être fait?)

9.6. На столе лежат 8 экзаменационных билетов. Сколькими способами их можно раздать четырем студентам?

(Sur la table se trouvent 8 billets d'examen. De combien de façons peuvent-ils être distribués à quatre étudiants?)

9.7. Сколько различных слов можно составить, переставляя буквы в слове "река" (если каждую комбинацию считать словом)?

(Combien de mots différents peuvent être composés en réarrangeant les lettres dans le mot "rivière" (si chaque combinaison est considérée comme un mot?)

9.8. Сколько трехзначных чисел можно составить из цифр 1, 2, 3, 4, 5?

(Combien de nombres à trois chiffres peuvent être composés des chiffres 1, 2, 3, 4, 5?)

10. Тригонометрия
10. Trigonométrie

Перевод градусной меры угла в радиальную и обратно:
Transfert de mesure en degré vers l'angle en radial et vice versa:

$\varphi = \dfrac{\pi\alpha^\circ}{180^\circ}$, $\alpha^\circ = \varphi\dfrac{180^\circ}{\pi}$, φ − радианная мера угла, α° − градусная мера.

($\varphi = \dfrac{\pi\alpha^\circ}{180^\circ}$, $\alpha^\circ = \varphi\dfrac{180^\circ}{\pi}$, φ: mesure en radians d'un angle, α°: mesure en degrés.)

Основное тригонометрическое тождество и его следствия.
La principale identité trigonométrique et ses conséquences.

1. $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$; **2.** $1 + \mathrm{tg}^2\alpha = \dfrac{1}{\cos^2\alpha}$;

3. $1 + \mathrm{ctg}^2\alpha = \dfrac{1}{\sin^2\alpha}$; **4.** $\mathrm{tg}\alpha \cdot \mathrm{ctg}\alpha = 1$.

Формулы сложения.
Formules d'addition.

1. $\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cdot\cos\beta+\cos\alpha\cdot\sin\beta;$

2. $\sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha\cdot\cos\beta-\cos\alpha\cdot\sin\beta;$

3. $\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cdot\cos\beta-\sin\alpha\cdot\sin\beta;$

4. $\cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cdot\cos\beta+\sin\alpha\cdot\sin\beta;$

5. $\mathrm{tg}(\alpha+\beta)=\dfrac{\mathrm{tg}\alpha+\mathrm{tg}\beta}{1-\mathrm{tg}\alpha\cdot\mathrm{tg}\beta};$

6. $\mathrm{tg}(\alpha-\beta)=\dfrac{\mathrm{tg}\alpha-\mathrm{tg}\beta}{1+\mathrm{tg}\alpha\cdot\mathrm{tg}\beta};$

7. $\mathrm{ctg}(\alpha+\beta)=\dfrac{\mathrm{ctg}\alpha\cdot\mathrm{ctg}\beta-1}{\mathrm{ctg}\alpha+\mathrm{ctg}\beta}.$

Двойные углы.
Double angles.

1. $\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cdot\cos\alpha;$

2. $\cos 2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha;$

3. $\mathrm{tg}2\alpha=\dfrac{2\mathrm{tg}\alpha}{1-\mathrm{tg}^2\alpha};$

4. $\cos 2\alpha=\dfrac{1-\mathrm{tg}^2\alpha}{1+\mathrm{tg}^2\alpha};$

5. $\sin 2\alpha=\dfrac{2\mathrm{tg}\alpha}{1+\mathrm{tg}^2\alpha};$

6. $1+\cos 2\alpha=2\cos^2\alpha;$

7. $1-\cos 2\alpha=2\sin^2\alpha.$

Половинные углы.
Demi-angles.

1. $1+\cos\alpha=2\cos^2\dfrac{\alpha}{2};$

2. $1-\cos\alpha=2\sin^2\dfrac{\alpha}{2};$

3. $\cos^2\dfrac{\alpha}{2}=\dfrac{1+\cos\alpha}{2};$

4. $\sin^2\dfrac{\alpha}{2}=\dfrac{1-\cos\alpha}{2}.$

Сумма тригонометрических функций.
Somme des fonctions trigonométriques.

1. $\sin\alpha+\sin\beta=2\sin\dfrac{\alpha+\beta}{2}\cdot\cos\dfrac{\alpha-\beta}{2};$

5. $\mathrm{tg}\alpha+\mathrm{tg}\beta=\dfrac{\sin(\alpha+\beta)}{\cos\alpha\cdot\cos\beta};$

2. $\sin\alpha-\sin\beta=2\sin\frac{\alpha-\beta}{2}\cdot\cos\frac{\alpha+\beta}{2}$;

3. $\cos\alpha+\cos\beta=2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$;

4. $\cos\alpha-\cos\beta=-2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot\sin\frac{\alpha-\beta}{2}$;

6. $\operatorname{tg}\alpha-\operatorname{tg}\beta=\frac{\sin(\alpha-\beta)}{\cos\alpha\cdot\cos\beta}$;

7. $\operatorname{ctg}\alpha+\operatorname{ctg}\beta=\frac{\sin(\alpha+\beta)}{\sin\alpha\cdot\sin\beta}$;

8. $\operatorname{ctg}\alpha-\operatorname{ctg}\beta=\frac{\sin(\beta-\alpha)}{\sin\alpha\cdot\sin\beta}$.

Произведение тригонометрических функций.
Le produit des fonctions trigonométriques.

1. $\sin\alpha\cdot\cos\beta=\frac{1}{2}\cdot(\sin(\alpha+\beta)+\sin(\alpha-\beta))$;

2. $\cos\alpha\cdot\cos\beta=\frac{1}{2}\cdot(\cos(\alpha+\beta)+\cos(\alpha-\beta))$;

3. $\sin\alpha\cdot\sin\beta=\frac{1}{2}\cdot(\cos(\alpha-\beta)-\cos(\alpha+\beta))$.

Соотношение между сторонами (a, b, c) и углами α, β, γ треугольника.

Relation entre les parties (a, b, c) et les angles α, β, γ du triangle.

1. Теорема синусов: $\frac{a}{\sin\alpha}=\frac{b}{\sin\beta}=\frac{c}{\sin\gamma}=2R$, R − радиус описанной окружности.

(Le théorème du sinus: $\frac{a}{\sin\alpha}=\frac{b}{\sin\beta}=\frac{c}{\sin\gamma}=2R$, R: le rayon du cercle).

2. Теорема косинусов: $c^2=a^2+b^2-2ab\cos\gamma$.

(Le théorème du cosinus): $c^2=a^2+b^2-2ab\cos\gamma$.

3. Теорема тангенсов: $\frac{a+b}{a-b}=\frac{\operatorname{tg}\frac{\alpha+\beta}{2}}{\operatorname{tg}\frac{\alpha-\beta}{2}}$.

(Le théorème des tangentes): $\frac{a+b}{a-b}=\frac{\operatorname{tg}\frac{\alpha+\beta}{2}}{\operatorname{tg}\frac{\alpha-\beta}{2}}$.

Упростить выражения (предпочтительно устно):
(Simplifier les expressions (de préférence oralement)):

10.1. а) $2-\sin^2\alpha-\cos^2\alpha$; б) $\dfrac{\sin^2\alpha}{1-\cos\alpha}$; в) $\dfrac{1-2\sin\alpha\cdot\cos\alpha}{\cos\alpha-\sin\alpha}$;

г) $\dfrac{\cos^2\alpha}{\sin\alpha-1}$; д) $\dfrac{2\sin^2\alpha-1}{\sin\alpha+\cos\alpha}$; е) $\dfrac{\sin 37^\circ\cdot\cos 53^\circ}{1-\cos^2 37^\circ}$.

10.2. $\dfrac{1-4\sin^2\alpha\cdot\cos^2\alpha}{(\cos\alpha+\sin\alpha)^2}$.

10.3. $\cos^2\alpha-\cos^4\alpha+\sin^4\alpha$.

10.4. $(\sin\beta+\cos\beta)^2+(\sin\beta-\cos\beta)^2$.

10.5. $\sin^2\alpha\cdot\sin^2\beta+\cos^2\alpha\cdot\cos^2\beta+\sin^2\alpha\cdot\cos^2\beta+\cos^2\alpha\cdot\sin^2\beta$.

Упростить (simplifier):

10.6. а) $\sqrt{\dfrac{1-\sin\alpha}{1+\sin\alpha}}$; б) $\sqrt{\dfrac{1+\cos\alpha}{1-\cos\alpha}}$; в) $\dfrac{\operatorname{tg}\alpha}{\sqrt{1+\operatorname{tg}^2\alpha}}$; г) $\dfrac{\operatorname{ctg}\alpha}{\sqrt{1+\operatorname{ctg}^2\alpha}}$.

Решить устно (résoudre oralement):

10.7. а) $\dfrac{\dfrac{1}{\cos\alpha}-1}{1-\cos\alpha}$; б) $\dfrac{\operatorname{tg}\alpha+\operatorname{tg}\beta}{\operatorname{ctg}\alpha+\operatorname{ctg}\beta}$; в) $\dfrac{\sin\alpha-\cos\alpha}{\dfrac{1}{\cos\alpha}-\dfrac{1}{\sin\alpha}}$;

г) $\dfrac{\sin\alpha+\operatorname{ctg}\alpha}{\operatorname{tg}\alpha+\dfrac{1}{\sin\alpha}}$; д) $\dfrac{1+\operatorname{tg}\alpha+\operatorname{tg}^2\alpha}{1+\operatorname{ctg}\alpha+\operatorname{ctg}^2\alpha}$.

Доказать тождества (prouver les identités):

10.8. $\sin^2\alpha-\cos^2\alpha=\sin^4\alpha-\cos^4\alpha$.

10.9. $\cos\alpha=\sin\alpha\operatorname{ctg}\alpha$.

10.10. $\cos^4\alpha-\sin^4\alpha=1-2\sin^2\alpha$.

10.11. $\dfrac{1+2\sin\alpha\cdot\cos\alpha}{\sin^2\alpha-\cos^2\alpha}=\dfrac{\operatorname{tg}\alpha+1}{\operatorname{tg}\alpha-1}$.

10.12. $\dfrac{1-2\cos^2\alpha}{\sin\alpha\cdot\cos\alpha}=\operatorname{tg}\alpha-\operatorname{ctg}\alpha$.

10.13. $\dfrac{1-\sin^4\alpha-\cos^4\alpha}{\cos^4\alpha}=2\operatorname{tg}^2\alpha$.

10.14. $\cos^2\alpha(1-\operatorname{tg}\alpha)(1+\operatorname{tg}\alpha)=\cos^4\alpha-\sin^4\alpha$.

10.15. $\operatorname{ctg}^2\alpha-\cos^2\alpha=\cos^2\alpha\cdot\operatorname{ctg}^2\alpha$.

Решить устно (résoudre oralement):

10.16. а) $\frac{\text{tg}\alpha}{\text{tg}\alpha+\text{ctg}\alpha}=\sin^2\alpha$; б) $\frac{1+\text{tg}\alpha}{1+\text{ctg}\alpha}=\text{tg}\alpha$; в) $\frac{1-\sin\alpha}{\cos\alpha}=\frac{\cos\alpha}{1+\sin\alpha}$;

г) $\frac{\text{ctg}\alpha}{\frac{1}{\sin\alpha}-1}=\frac{1+\frac{1}{\sin\alpha}}{\text{ctg}\alpha}$; д) $\frac{1+\cos\alpha+\cos^2\alpha}{1+\frac{1}{\cos\alpha}+\frac{1}{\cos^2\alpha}}=\cos^2\alpha$.

10.17. Найти (trouver) $\frac{3\sin\alpha-\cos\alpha}{\sin\alpha+2\cos\alpha}$, если (si) $\text{tg}\alpha=\frac{1}{2}$.

Ответ (réponse): 0,2.

10.18. Найти (trouver) $\sin\alpha\cdot\cos\alpha$, если (si) $\sin\alpha-\cos\alpha=r$.

Ответ (réponse): $\frac{1-r^2}{2}$.

10.19. Найти (trouver) $\text{tg}^3\alpha+\text{ctg}^3\alpha$, если $\text{tg}\alpha+\text{ctg}\alpha=S$.

Ответ (réponse): $S\left(S^2-3\right)$.

Тригонометрические уравнения.
Équations trigonométriques.

1. $\sin x=a$, $x=(-1)^n\arcsin a+\pi n$, $n\in Z$.

2. $\cos x=a$, $x=\pm\arccos a+2\pi n$, $n\in Z$.

3. $\text{tg}x=a$, $x=\text{arctg}x+\pi n$, $n\in Z$.

4. $\text{ctg}x=a$, $x=\text{arctg}x+\pi n$, $n\in Z$.

5. $\sin x=0$, $x=\pi n$, $n\in Z$.

6. $\cos x=0$, $x=\frac{\pi}{2}+\pi n$, $n\in Z$.

7. $\sin x=1$, $x=\frac{\pi}{2}+2\pi n$, $n\in Z$.

8. $\cos x=1$, $x=2\pi n$, $n\in Z$.

9. $\sin x=-1$, $x=-\frac{\pi}{2}+2\pi n$, $n\in Z$.

10. $\cos x=-1$, $x=\pi+2\pi n$, $n\in Z$.

Значения тригонометрических функций углов в первой четверти.
Valeurs des fonctions trigonométriques des angles au premier domaine.

$\sin x = 0, \quad x = 0$	$\sin x = 1/2, \quad x = \pi/6$	$\cos x = 1, \quad x = \pi/2$	$\cos x = 1/2,$ $x = \pi/3$
$\sin x = \sqrt{2}/2,$ $x = \pi/4$	$\sin x = \sqrt{3}/2,$ $x = \pi/3$	$\cos x = \sqrt{2}/2,$ $x = \pi/4$	$\cos x = \sqrt{3}/2,$ $x = \pi/6$
$\sin x = 1, \quad x = \pi/2$		$\cos x = 0, \quad x = 0$	
$\mathrm{tg}x = 0, \quad x = 0$	$\mathrm{tg}x = 1/\sqrt{3},$ $x = \pi/6$	$\mathrm{ctg}x = 0, \quad x = \frac{\pi}{2}$	$\mathrm{ctg}x = 1/\sqrt{3},$ $x = \pi/3$
$\mathrm{tg}x = 1, \quad x = \pi/4$	$\mathrm{tg}x = \sqrt{3}, \quad x = \pi/3$	$\mathrm{ctg}x = 1, \quad x = \pi/4$	$\mathrm{ctg}x = \sqrt{3},$ $x = \pi/6$
$\mathrm{tg}x = \infty, \quad x = \frac{\pi}{2}$		$\mathrm{ctg}x = \infty, \quad x = 0$	

Уравнения вида (équations de la forme): $a\cos x + b\sin x = c$ (рис. (fig.) 10.1).

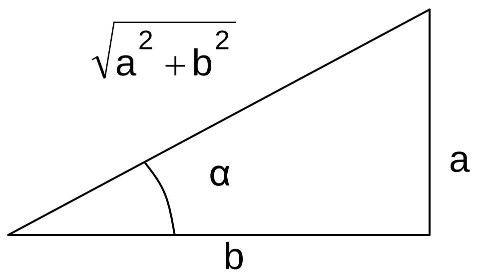

Рис. 10.1. **Прямоугольный треугольник (Un triangle rectangulaire)**

Делим на (divisons par) $\sqrt{a^2+b^2} \;\Rightarrow\; \frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}} = \sin\alpha$, $\frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}} = \cos\alpha$,

$$\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}\cos x + \frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}\sin x = \frac{c}{\sqrt{a^2+b^2}} \;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sin\alpha\cos x + \cos\alpha\sin x = \frac{c}{\sqrt{a^2+b^2}} \;\Rightarrow\; \sin(x+\alpha) = \frac{c}{\sqrt{a^2+b^2}}.$$

10.20. $3\sin x = 2\cos^2 x$.

Указание (*indication*): $\cos^2 x = 1 - \sin^2 x$, замена (substitution) $\sin x = t$.

Ответ (réponse): $x = (-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n,\; n \in Z$.

10.21. $\sin^2 x + \cos x + 1 = 0$. Ответ (réponse): $x = \pi(2n+1)$, $n \in Z$.

10.22. $\sin x + \cos^2 x = \frac{1}{4}$. Ответ (réponse): $(-1)^{n+1}\frac{\pi}{6} + \pi n$, $n \in Z$.

10.23. $\sin 6x = \sin 4x$. *Указание* (*indication*): $\sin 6x - \sin 4x = 0$.

Формула (la formule) $\sin\alpha - \sin\beta$.

Ответ (réponse): $x = \pi n$; $x = (2n+1)\frac{\pi}{10}$, $n \in Z$.

10.24. $\cos 3x = \cos x$. Ответ (réponse): $x = \frac{\pi}{2}n$, $n \in Z$.

10.25. $\mathrm{tg}x = \mathrm{tg}2x$. Ответ (réponse): $x = \pi n$, $n \in Z$.

10.26. $\sin 3x = \cos 2x$. *Указание (indication)*: $\cos 2x = \sin\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right)$.

Ответ (réponse): $x = \frac{\pi}{2}(4n+1)$; $x = \frac{\pi}{10}(4n+1)$, $n \in Z$.

10.27. $\sin 3x = \cos x$. Ответ (réponse): $x = \frac{\pi}{4} + \pi n$, $x = \frac{\pi}{8}(4n+1)$, $n \in Z$.

10.28. $\mathrm{tg}\left(\frac{\pi}{3} - x\right) - \mathrm{tg}x = 0$. *Указание (indication)*: $\mathrm{tg}\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$.

Ответ (réponse): $x = \frac{\pi}{6}(3n+1)$, $n \in Z$.

10.29. $\cos^2 x - \sin^2 x = \sin x$.

Ответ (réponse): $x = \frac{\pi}{2}(4n-1)$, $x = \frac{\pi}{6}(4n+1)$, $n \in Z$.

10.30. $\sin 2x = (\cos x - \sin x)^2$. Ответ (réponse): $x = (-1)^n\frac{\pi}{12} + \frac{n\pi}{2}$, $n \in Z$.

10.31. $\sin^2 x + \sin^2 2x = 1$.

Указание (indication): $\sin^2 2x = 1 - \sin^2 x \Rightarrow 4\sin^2 x\cos^2 x - \cos^2 x = 0$.

Ответ (réponse): $x = \frac{\pi}{2} + \pi n$, $x = \pm\frac{\pi}{6} + \pi n$, $n \in Z$.

10.32. $\sin^2 x + \sin^2 2x = \sin^2 3x$.

Указание (indication): $\sin^2 2x = \sin^2 3x - \sin^2 x \Rightarrow$

$\Rightarrow \sin^2 2x = (\sin 3x - \sin x)(\sin 3x + \sin x)$.

Ответ (réponse): $x = \frac{\pi}{6}(2n+1)$, $x = \frac{\pi n}{2}$, $n \in Z$.

10.33. $\sin 3x + \sin 2x = \sin x$.

Ответ (réponse): $x = \pi n$; $x = \pm\dfrac{\pi}{3} + 2\pi n$, $n \in Z$.

10.34. $\sin x + \cos x = 0$.

Указание (indication): делим на (divisons par) $\cos x$; $\operatorname{tg} x + 1 = 0$.

Ответ (réponse): $x = -\dfrac{\pi}{4} + \pi n$, $n \in Z$.

10.35. $\sin^4 x - \cos^4 x = 1/2$.

Указание (indication): $\left(\sin^2 x - \cos^2 x\right)\left(\sin^2 x + \cos^2 x\right) = 1/2$; $-\cos 2x = 1/2$.

Ответ (réponse): $x = \pm\pi/3 + \pi n$, $n \in Z$.

10.36. $\sin^4 x + \cos^4 x = 5/8$.

Решение (la solution):

$$\sin^4 x + 2\sin^2 x\cos^2 x + \cos^4 x - 2\sin^2 x\cos^2 x = \frac{5}{8} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left(\sin^2 x + \cos^2 x\right)^2 - \frac{\sin^2 2x}{2} = \frac{5}{8} \Rightarrow \frac{\sin^2 2x}{2} = 1 - \frac{5}{8} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sin^2 2x = \frac{3}{4};\ \sin 2x = \pm\frac{\sqrt{3}}{2},\ 2x = \pm\frac{\pi}{3} + \pi n,\ n \in Z.$$

Ответ (réponse): $x = \pm\dfrac{\pi}{6} + \dfrac{\pi}{2}n$, $n \in Z$.

10.37. $1 - \cos^2 2x = \sin 3x - \cos\left(\dfrac{\pi}{2} + x\right)$. Ответ (réponse): $x = \dfrac{\pi}{2}n$, $n \in Z$.

10.38. $\sqrt{3}\sin x + \cos x = 1$.

Указание (indication): Делим на (divisons par) $\sqrt{\left(\sqrt{3}\right)^2 + 1^2} = \sqrt{4} = 2$; $\dfrac{\sqrt{3}}{2}\sin x + \dfrac{1}{2}\cos x = \dfrac{1}{2}$; $\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2} = \cos\dfrac{\pi}{6}, \dfrac{1}{2} = \sin\dfrac{\pi}{6}\right)$; $\cos\dfrac{\pi}{6}\sin x + \sin\dfrac{\pi}{6}\cos x = \dfrac{1}{2}$; $\sin\left(x + \dfrac{\pi}{6}\right) = \dfrac{1}{2}$; $x + \dfrac{\pi}{6} = (-1)^n\dfrac{\pi}{6} + \pi n$, $n \in Z$. $x = -\dfrac{\pi}{6} + (-1)^n\dfrac{\pi}{6} + \pi n$, $n = 2k \Rightarrow$ $\Rightarrow x = 2k\pi$, $n = 2k + 1 \Rightarrow x = -\dfrac{\pi}{3} + (2k + 1)\pi = \dfrac{2}{3}\pi + 2k\pi$, $k \in Z$.

Ответ (réponse): $x = 2k\pi$, $x = (2/3)\pi + 2k\pi$, $k \in Z$.

10.39. $5(\sin x+\cos x)^2-12(\sin x+\cos x)+7=0$.

Указание (indication): $\sin x+\cos x=z \Rightarrow 5z^2-12z+7=0 \Rightarrow z=1,\ z=\frac{7}{5}$.

$(\sin x+\cos x)^2=1^2 \Rightarrow 1+\sin 2x=1 \Rightarrow \sin 2x=0 \Rightarrow x=\frac{\pi}{2}n,\quad n\in Z$.

$(\sin x+\cos x)^2=\left(\frac{7}{5}\right)^2 \Rightarrow 1+\sin 2x=\frac{49}{25},\ \sin 2x=\frac{24}{25} \Rightarrow$

$\Rightarrow 2x=(-1)^k \arcsin\frac{24}{25}+\pi k,\ k\in Z$.

Ответ (réponse): $x=\frac{\pi}{2}n,\ x=(-1)^n\frac{1}{2}\arcsin\frac{24}{25}+\frac{\pi n}{2},n\in Z$.

10.40. $3\cos^2 x-\sin^2 x-\sin 2x=0$.

Указание: $\sin 2x=2\sin x\cdot\cos x$. Это однородное уравнение. Делим его на $\cos x$.

(*Indication*: $\sin 2x=2\sin x\cdot\cos x$. C'est une équation homogène. Divisons la par $\cos x$.)

Ответ (réponse) : $x=\frac{\pi}{4}+\pi n,\ x=-\mathrm{arctg}x+\pi n,\ n\in Z$.

10.41. $\cos^2 x+3\sin^2 x+2\sqrt{3}\sin x\cdot\cos x=1$.

Указание: $1=\sin^2 x+\cos^2 x$. Это однородное уравнение. Делим его на $\cos^2 x$.

(*Indication*: $1=\sin^2 x+\cos^2 x$. C'est une équation homogène. Divisons la par $\cos^2 x$.)

Ответ (réponse): $x=\pi n,\ x=-\frac{\pi}{3}+\pi n,\ n\in Z$.

10.42. $\sin x-\cos x=0$

Указание (indication): делим на (divisons par) $\cos x \Rightarrow \mathrm{tg}x=1$.

Ответ (réponse): $x=\frac{\pi}{4}+\pi n, n\in Z$.

Тригонометрические функции. Их свойства и графики
Les fonctions trigonométriques. Leurs propriétés et graphiques

$c=R=1;\qquad OA=R=1;$

$\sin\alpha=\frac{a}{c}=a;\qquad \mathrm{tg}\alpha=\frac{CA}{OA}=CA;$

$$\cos\alpha = \frac{b}{c} = b; \qquad tg\alpha = \frac{a}{b}$$ (рис. (fig.) 10.2).

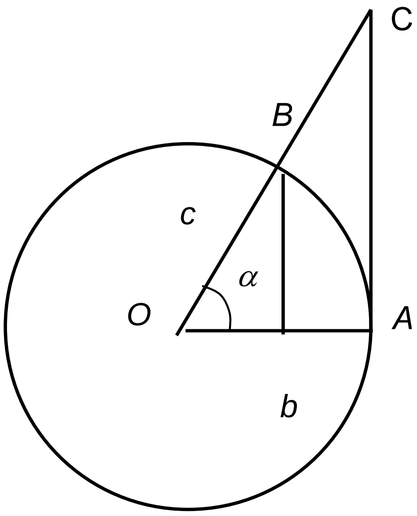

Рис. 10.2 **Связь параметров единичной окружности и прямоугольного треугольника (Relation entre les paramètres d'un cercle unitaire et d'un triangle rectangle)**

Знаки тригонометрических функций в четвертях OXY (рис. 10.3 –10.5)
(Les signes des fonctions trigonométriques dans les plans OXY (fig. 10.3 – 10.5)**)**

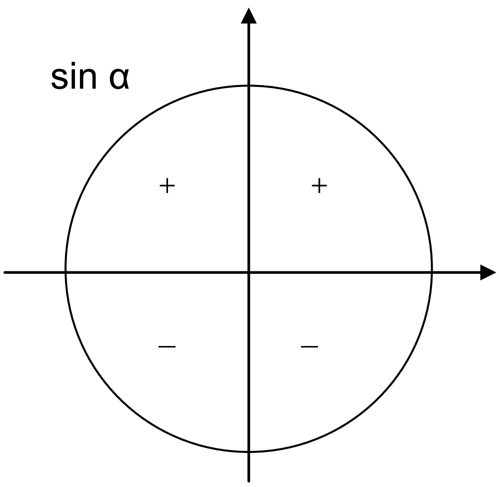

Рис. 10.3. **Знаки** $y = \sin x$ **(Les signes** $y = \sin x$**)**

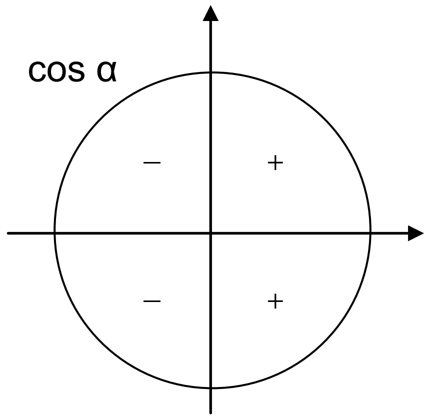

Рис. 10.4. **Знаки** $y = \cos x$ **(Les signes** $y = \cos x$**)**

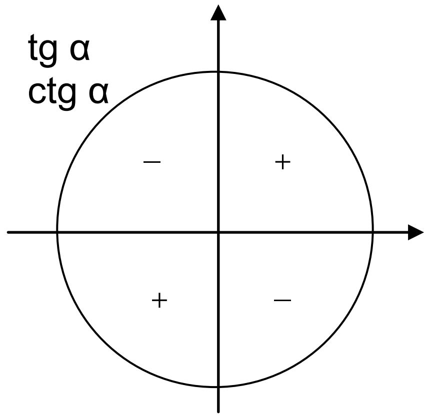

Рис. 10.5. **Знаки** $y = \mathrm{tg}x$, $y = \mathrm{ctg}x$ **(Les signes** $y = \mathrm{tg}x$, $y = \mathrm{ctg}x$**)**

Период функций (La période des fonctions) $\sin x$, $\cos x$, $T = 2\pi$ (рис. (fig.) 10.6, 10.7).

Период функций (La période des fonctions) $\mathrm{tg}x$, $\mathrm{ctg}x$, $T = \pi$ (рис. (fig.) 10.8, 10.9).

Графики функций (Les graphiques des fonctions)

$y = \sin x$

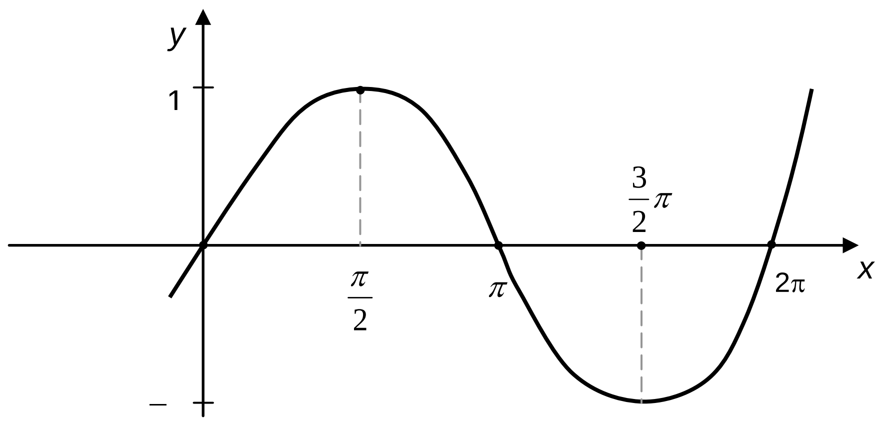

Рис. 10.6. **График функции (Le graphique des fonctions)** $y = \sin x$

$y = \cos x$

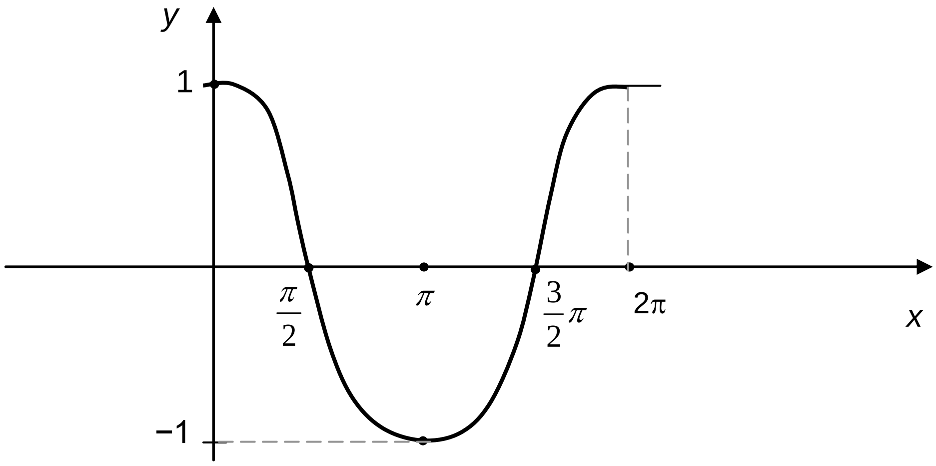

Рис. 10.7. **График функции** (**Le graphique de la fonction**) $y = \cos x$

$y = \mathrm{tg} x$

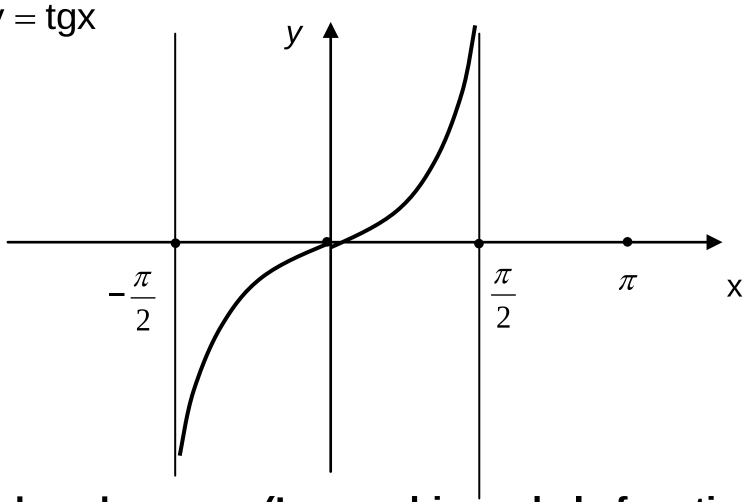

Рис. 10.8. **График функции (Le graphique de la fonction**) $y = \mathrm{tg} x$

$y = \mathrm{ctg} x$

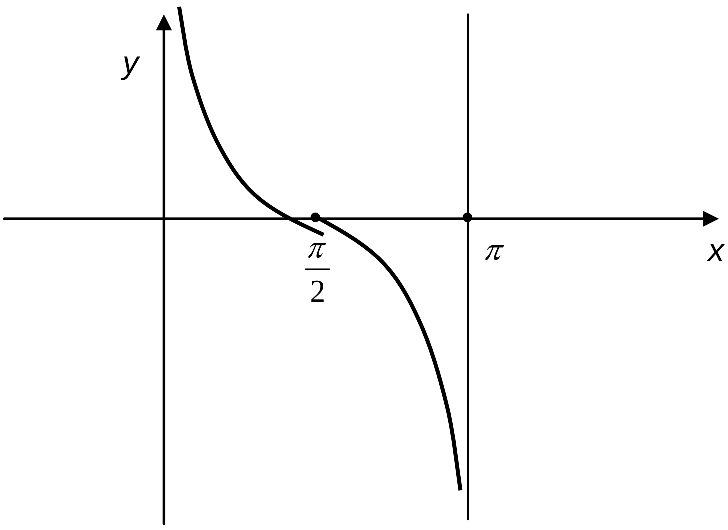

Рис. 10.9. **График функции (Le graphique de la fonction**) $y = \mathrm{ctg} x$

Графики периодически могут быть продолжены.

(Les graphiques peuvent être poursuivis périodiquement.)

$\arcsin x = \alpha \Rightarrow \sin\alpha = x$, $\arccos x = \alpha \Rightarrow \cos\alpha = x$, $\operatorname{arctg} x = \alpha \Rightarrow \operatorname{tg}\alpha = x$, $\operatorname{arcctg} x = \alpha \Rightarrow \operatorname{ctg}\alpha = x$.

$\left.\begin{array}{c} y = \sin x \\ y = \operatorname{tg}x, y = \operatorname{ctg}x \end{array}\right\}$ функции нечетные, т. е. их графики симметричны относительно начала координат, т. е. точки (*O*, *O*).

$\left.\begin{array}{c} y = \sin x \\ y = \operatorname{tg}x, y = \operatorname{ctg}x \end{array}\right\}$ (les fonctions sont impaires, c'est-à-dire que leurs graphes sont symétriques par rapport à l'origine, c'est-à-dire les points (*O*, *O*)).

$y = \cos x$ − функция четная, т. е. ее график симметричен относительно оси *OY*. (La fonction est paire, c'est-à-dire que son graphe est symétrique par rapport à l'axe *OY*.)

Период функций $\sin\omega x$, $\cos\omega x$ $\Rightarrow$ $T = \dfrac{2\pi}{\omega}$. Так как период функций $\sin x$, $\cos x$ равен 2π, то $0 \le \omega x \le 2\pi$ $\Rightarrow$ $0 \le x \le \dfrac{2\pi}{\omega}$, т. е. $T = \dfrac{2\pi}{\omega}$. Период функций $\operatorname{tg}\omega x$, $\operatorname{ctg}\omega x$ $\Rightarrow$ $T = \pi/\omega$. Так как период $\operatorname{tg}x$, $\operatorname{ctg}x$ $\Rightarrow$ $T = \pi$, то $0 \le \omega x \le \pi$ $\Rightarrow$ $0 \le x \le \pi/\omega$, т. е. $T = \pi/\omega$.

(La période des fonctions $\sin\omega x$, $\cos\omega x$ $\Rightarrow$ $T = \dfrac{2\pi}{\omega}$. Puisque la période des fonctions $\sin x$, $\cos x$ est égal à 2π, $0 \le \omega x \le 2\pi$ $\Rightarrow$ $0 \le x \le \dfrac{2\pi}{\omega}$, $T = \dfrac{2\pi}{\omega}$. La période des fonctions $\operatorname{tg}\omega x$, $\operatorname{ctg}\omega x$ $\Rightarrow$ $T = \pi/\omega$. Puisque la période $\operatorname{tg}x$, $\operatorname{ctg}x$ $\Rightarrow$ $T = \pi$, $0 \le \omega x \le \pi$ $\Rightarrow$ $0 \le x \le \pi/\omega$, $T = \pi/\omega$.)

10.43. Построить график функции $y = \sin 2x$. Период функции $T = 2\pi/2 = \pi$.

(Tracer le graphique de la fonction $y = \sin 2x$. La période de la fonction $T = 2\pi/2 = \pi$).

10.44. Построить графики функций. (Tracer les graphiques des fonctions):

$y = \cos 2x$, $y = \operatorname{tg}2x$, $y = \operatorname{ctg}2x$.

10.45. Определить знак (Déterminer le signe):

$\sin\dfrac{11\cdot\pi}{6}$, $\sin 200^\circ$, $\sin\left(-200^\circ\right)$.

10.46. Построить графики функций:
(Tracer les graphiques des fonctions):
а) $y = 3\sin x$, б) $y = |\sin x|$, в) $y = \sin|x|$, г) $y = |\cos x|$, д) $y = |\mathrm{tg} x|$.
10.47. Установить, что больше (comparer):
а) $\sin\frac{4\pi}{3}$ или (ou) $\sin\left(-\frac{4\pi}{3}\right)$ б) $\sin 100^\circ$ или (ou) $\sin(-160^\circ)$.
10.48. Найти период функций:
(Trouver la période des fonctions): $y = \sin 5x$, $y = \cos\frac{x}{3}$, $y = \mathrm{tg}\frac{x}{2}$.
10.49. Найти углы, устно (Trouver l'angle, oralement):
а) $\arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$, б) $\arcsin\frac{\sqrt{3}}{2}$, в) $\arccos\frac{1}{2}$, г) $\arcsin\frac{1}{2}$, д) $\mathrm{arctg}(-1)$,
е) $\mathrm{arcctg}(-1)$, ж) $\arccos\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$, з) $\mathrm{arctg}(-\sqrt{3})$, и) $\mathrm{arcctg}\frac{1}{\sqrt{3}}$.
10.50. Что больше (comparer):
а) $\arcsin 1$ или (ou) 1? б) $\arccos 1$ или(ou) 1? в) $\mathrm{arctg} 1$ или (ou) 1?
г) $\mathrm{arcctg} 0$ или (ou) 1?
10.51. Вычислить, устно (Calculer, oralement):
а) $\arcsin\frac{\sqrt{2}}{3} + \mathrm{arctg} 1$, б) $\arccos 1 + \mathrm{arctg} 0$, в) $\mathrm{arctg}\sqrt{3} + \arcsin\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$,
г) $\arccos 0 - 2\arcsin\frac{1}{2}$, д) $\arccos\left(-\frac{1}{2}\right) + \mathrm{arctg}\sqrt{3}$, е) $\pi - \mathrm{arcctg} 1$.
10.52. Упростить (предпочтительно устно):
(Simplifier (de préférence oralement)):
а) $\mathrm{ctg}\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) - \mathrm{tg}(2\pi - \alpha) + \cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) + \sin(\pi - \alpha)$,
б) $\dfrac{\sin(270^\circ - \alpha)\cdot\cos(90^\circ + \alpha)}{\mathrm{tg}(180^\circ - \alpha)}$.
10.53. Доказать тождество (prouver l'identité):
а) $\dfrac{\sin(\alpha - 2\pi) - 2\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)}{\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) - \sin^2\alpha} = -2\mathrm{ctg}\alpha$,

б) $\frac{\sin\left(180^\circ+\alpha\right)}{\operatorname{ctg}\left(90^\circ-\alpha\right)}\cdot\frac{\operatorname{tg}\left(\alpha-180^\circ\right)}{\operatorname{ctg}(\pi+\alpha)}\cdot\frac{\cos(2\pi-\alpha)}{\cos\left(270^\circ-\alpha\right)}=\sin\alpha$.

11. Геометрия
11. La géométrie

Длина окружности и её дуги.
Circonférence et sa longueur d'arc.

$C=2\pi\cdot R$; $l=\frac{\pi\cdot R\cdot\alpha}{180}$ (α° − дуга измерена в градусах).

$C=2\pi\cdot R$; $l=\frac{\pi\cdot R\cdot\alpha}{180}$ (α°: l’arc mesuré en degrés.)

$l=R\cdot\varphi$ (φ радиан − дуга измерена в радианах).

$l=R\cdot\varphi$ (φ radian: l’arc mesuré en radians.)

Площади.
Surfaces.

Треугольник: $S=\frac{a\cdot h}{2}$ (a − основание, h − высота).

(*Le triangle*: $S=\frac{a\cdot h}{2}$ (a: la base, h: la hauteur) .)

Формула Герона $S=\sqrt{p\cdot(p-a)\cdot(p-b)\cdot(p-c)}$ (p − полупериметр, a, b, c − стороны).

(La formule de Héron $S=\sqrt{p\cdot(p-a)\cdot(p-b)\cdot(p-c)}$ (p: demi périmètre, a, b, c: les côtés.)

$S=\frac{a\cdot b\cdot\sin\alpha}{2}$ (α − угол треугольника между сторонами a, b).

$S=\frac{a\cdot b\cdot\sin\alpha}{2}$ (α: l’angle du triangle entre les côtés a, b.)

Равносторонний треугольник: $S=\frac{a^2\cdot\sqrt{3}}{4}$, ($a$ − сторона).

(*Le triangle équilatéral:* $S=\frac{a^2\cdot\sqrt{3}}{4}$, a: le côté du triangle.)

Параллелограмм: $S = a \cdot h$ (a − основание, h − высота).
(Le parallélogramme: $S = a \cdot h$ (a: la base, h: la hauteur) .)

Ромб: $S = \dfrac{d_1 \cdot d_2}{2}$ (d_1, d_2 − диагонали ромба).

(Le losange: $S = \dfrac{d_1 \cdot d_2}{2}$ (d_1, d_2: les diagonales du losange).)

Трапеция: $S = \dfrac{a+b}{2} \cdot h$, ($a$, b − основания, h − высота).

(Le trapèze: $S = \dfrac{a+b}{2} \cdot h$ (a, b: les bases, h: la hauteur).)

$S = m \cdot h$ (m − средняя линия).
$S = m \cdot h$ (m: la ligne médiane.)

Правильный многоугольник: $S = \dfrac{P \cdot a}{2}$ (P − периметр, a − апофема).

(Le polygone régulier : $S = \dfrac{P \cdot a}{2}$ (P: le périmètre, a: l'apothème).)

Круг: $S = \pi \cdot R^2$.
(Le cercle: $S = \pi \cdot R^2$.)

Круговой сектор: $S = \dfrac{R \cdot l}{2} = \dfrac{R^2 \cdot \varphi}{2} = \dfrac{\pi R^2 \cdot \alpha}{360}$ (α° − градусная мера дуги сектора, φ − радианная мера дуги, l − длина дуги сектора).

(Le secteur circulaire: $S = \dfrac{R \cdot l}{2} = \dfrac{R^2 \cdot \varphi}{2} = \dfrac{\pi R^2 \cdot \alpha}{360}$ (α°: la mesure en degré de l'arc du secteur, φ: la mesure radiale de l'arc, l: la longueur d'arc du secteur).)

Поверхности.
La surface.

Призма: $S_{бок} = P \cdot l$ (P − периметр перпендикулярного сечения, l − боковое ребро).

(Le prisme: $S_{cot} = P \cdot l$ (P: le périmètre de la section perpendiculaire, l: le côté)).

Правильная пирамида: $S = \dfrac{P \cdot a}{2}$ (P − периметр основания, a − апофема).

(La pyramide régulière: $S=\frac{P\cdot a}{2}$ (P: le périmètre de base, a: l'apothème).)

Правильная усечённая пирамида: $S_{бок}=\frac{P_1+P_2}{2}\cdot a$, ($P_1$ и P_2 – периметры оснований, a − апофема).

(La pyramide tronquée correcte: $S_{cot}=\frac{P_1+P_2}{2}\cdot a$ (P_1 et P_2: les périmètres de base, a: l'apothème)).

Цилиндр: $S_{бок}=2\pi\cdot R\cdot h$.

(Le cylindre: $S_{cot}=2\pi\cdot R\cdot h$.)

Конус: $S_{бок}=\pi\cdot R\cdot l$ (l − образующая).

(Le cône: $S_{cot}=\pi\cdot R\cdot l$ (l: la génératrice).)

Усечённый конус: $S_{бок}=\pi\cdot(R_1+R_2)\cdot l$.

(Le cône tronqué: $S_{cot}=\pi\cdot(R_1+R_2)\cdot l$.)

Шар: $S_{бок}=4\pi\cdot R^2$.

(La sphère: $S_{cot}=4\pi\cdot R^2$.)

Шаровой сегмент высотой: h: $S=2\pi\cdot R\cdot h$.

(Le segment de la sphère de hauteur h: $S=2\pi\cdot R\cdot h$.)

Объёмы.

Les volumes.

Призма: $V=S\cdot H$ (S − площадь основания, H − высота).

(Le prisme: $V=S\cdot H$ (S: la zone de la base, H: la hauteur).)

Пирамида (la pyramide): $V=\frac{1}{3}\cdot S\cdot H$.

Усечённая пирамида: $V=\frac{1}{3}\cdot H\cdot\left(S_1+S_2+\sqrt{S_1S_2}\right)$.

(La pyramide tronquée: $V=\frac{1}{3}\cdot H\cdot\left(S_1+S_2+\sqrt{S_1S_2}\right)$.)

Цилиндр (le cylindre): $V=\pi R^2\cdot H$.

Конус (le cône): $V=\frac{1}{3}\pi R^2\cdot H$.

Усеченный конус: $V = \frac{1}{3}\pi \cdot H \cdot \left(R_1^2 + R_2^2 + R_1 \cdot R_2\right)$.

(Le cône tronqué: $V = \frac{1}{3}\pi \cdot H \cdot \left(R_1^2 + R_2^2 + R_1 \cdot R_2\right)$.)

Шар (la sphère): $V = \frac{4}{3}\pi \cdot R^2$.

Шаровой сегмент высотой h: $V = \frac{1}{3}\pi \cdot h^2 \cdot (3R - h)$.

(Le segment de la sphère de hauteur h: $V = \frac{1}{3}\pi \cdot h^2 \cdot (3R - h)$.)

Планиметрия.
Le planimétrie.

11.1. Диагональ d прямоугольника образует с его большой стороной угол β. Определить стороны прямоугольника.

(La diagonale dans le rectangle d forme un angle β avec son plus grand côté. Définir les côtés du rectangle.)

Ответ (réponse): $d\sin\beta$; $d\cos\beta$.

11.2. Боковая сторона равнобедренного треугольника равна b, угол при основании α. Найти основание, высоту и площадь треугольника.

(Le côté du triangle isocèle est b, l'angle à la base est α. Trouver la base, la hauteur et la surface du triangle.)

Ответ (réponse): $2b\cos\alpha$; $b\sin\alpha$; $\frac{b^2 \sin 2\alpha}{2}$.

11.3. Сторона ромба a, его острый угол α. Определить диагонали ромба.

(Le côté du losange est a, son angle aigu est α. Définir les diagonales du losange.)

Ответ (réponse): $2a\sin\frac{\alpha}{2}$; $2a\cos\frac{\alpha}{2}$.

11.4. Стороны параллелограмма – a и b, его острый угол − α. Найти обе высоты параллелограмма.

(Les côtés du parallélogramme sont a et b, son angle aigu est α. Trouver les deux hauteurs du parallélogramme.)

Ответ (réponse): $a\sin\alpha$; $b\sin\alpha$.

11.5. В круге радиуса R проведена хорда, стягивающая дугу α. Найти длину хорды и ее расстояние от центра.

(Dans un cercle de rayon R, on a tenu une corde, serrant l'arc α. Trouver la longueur de la corde et sa distance du centre.)

Ответ (réponse): $2R\sin\frac{\alpha}{2}$; $R\cos\frac{\alpha}{2}$.

11.6. Основания равнобочной трапеции равны a и b $(a > b)$, острый угол − β. Определить высоту и боковую сторону трапеции.

(Les bases du trapèze isocèle sont égales à a et b $(a > b)$, l'angle aigu est β. Déterminer la hauteur et le côté du trapèze.)

Ответ (réponse): $\frac{a-b}{2}\operatorname{tg}\beta$; $\frac{a-b}{2\cos\beta}$.

11.7. Из точки, взятой вне круга, проведены касательная длиной 3 см и секущая, проходящая через центр круга, равная 9 см. Определить радиус круга и внешнюю часть секущей (рис. 11.1).

(Du point situé en dehors du cercle permet de tracer une tangente de 3 cm de long et une sécante traversant le centre du cercle, égale à 9 cm. Déterminer le rayon du cercle et la partie extérieure de la sécante (fig. 11.1).)

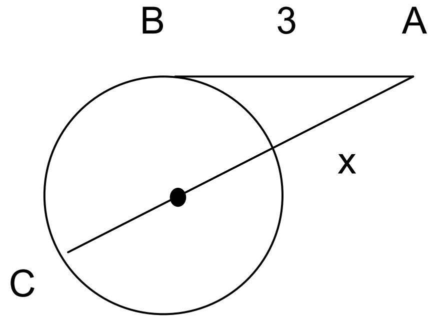

Рис. 11.1. **Взаимное расположение окружности, касательной и секущей (La position relative du cercle, de la tangente et de la sécante)**

Решение: обозначим внешнюю часть секущей x. Воспользуемся теоремой: квадрат касательной равен произведению секущей на ее внешнюю часть.

(La solution: notez la partie extérieure de la sécante x. On utilise le théorème: le carré de la tangente est égal au produit de la sécante et de sa partie externe):

$3^2 = 9 \cdot x \Rightarrow x = 1$

$AC = 2R + x \Rightarrow 2R + 1 = 9 \Rightarrow R = 4$

Ответ (réponse): $R = 4$; $x = 1$.

11.8. Из точки A, лежащей вне круга, этот круг виден под углом α. Определить расстояние от точки A до центра круга, если радиус круга R.

(À partir du point A situé à l'extérieur du cercle, ce cercle est visible sous un angle α. Déterminer la distance entre le point A et le centre du cercle si le rayon du cercle est R.)

Ответ (réponse): $\dfrac{R}{\sin\frac{\alpha}{2}}$.

11.9. Диагональ d прямоугольной трапеции перпендикулярна к ее боковой стороне, которая с основанием трапеции образует острый угол α. Определить стороны трапеции.

(La diagonale d du trapèze rectangulaire est perpendiculaire à son côté latéral, qui forme un angle aigu α avec la base du trapèze. Déterminer les côtés du trapèze).

Ответ (réponse): $d\cdot \mathrm{ctg}\alpha$; $\dfrac{d}{\sin\alpha}\cdot$; $d\cdot\sin\alpha$; $d\cdot\cos\alpha$.

11.10. Около равнобедренного треугольника описана окружность и в него же вписана окружность. Определить радиусы окружностей, зная, что угол при вершине треугольника – β, а боковая сторона – c.

(Un cercle est décrit près d'un triangle isocèle et un cercle y est inscrit. Déterminez les rayons des cercles, sachant que l'angle au sommet du triangle est β et le côté latéral est c.)

Ответ (réponse):$R=\dfrac{c}{2\cos\frac{\beta}{2}}$; $r=c\cdot\sin\frac{\beta}{2}\cdot \mathrm{tg}\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\beta}{4}\right)$.

11.11. (Устно). По окружности требуется наметить центры отверстий для шести болтов так, чтобы расстояние по хорде между центрами соседних отверстий равнялось 40 см. Какого размера должен быть диаметр окружности?

((Oralement). Autour du cercle, il est nécessaire de marquer les centres des trous pour les six boulons de manière à ce que la distance le long de la corde entre les centres des trous voisins soit de 40 cm. Quelle taille doit avoir le diamètre du cercle?)

11.12. Основание равнобедренного треугольника – $4\sqrt{2}$ см, медиана боковой стороны – 5 см. Найти боковую сторону (рис. 11.2).

(La base du triangle isocèle est $4\sqrt{2}$ cm, la médiane du côté est 5 cm. Trouver le côté (fig. 11.2).)

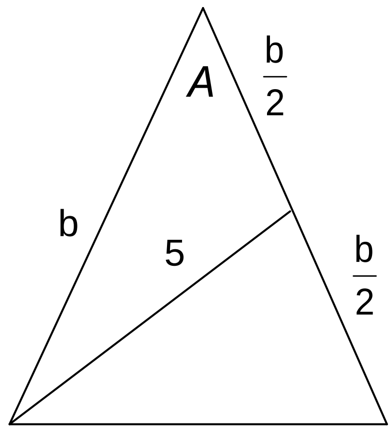

Рис.11.2. **Равнобедренный треугольник к задаче11.12.**
(Un triangle isocèle)

Решение (la solution):

Теорема косинусов (le théorème du cosinus):

$$\begin{cases} 5^2 = b^2 + \dfrac{b^2}{4} - 2b \cdot \dfrac{b}{2}\cos A \\ \left(4\sqrt{2}\right)^2 = b^2 + b^2 - 2b \cdot b\cos A \end{cases}.$$

Первое уравнение умножим на 2 и из него вычтем второе уравнение.
(On multiplie la 1ère équation par 2 et on en soustrait la 2ème équation).

$$50 - 32 = 2b^2 + \frac{b^2}{2} - 2b^2 \Rightarrow b = 6.$$

Стереометрия.
La stéréométrie.

11.13. Из вершины A угла BAC, равного α, проведены наклонная AN к плоскости этого угла, образующая с его сторонами AB и AC равные острые углы β. Определить угол между проведенной наклонной AN и плоскостью угла BAC (рис. 11.3).

(À partir du sommet A de l'angle BAC, d’angle α l’incliné AN est dessinée dans le plan de cet angle, formant des angles aigus égaux β avec ses côtés AB et AC. Déterminer l'angle entre l’incliné dessinée AN et le plan de l'angle BAC (fig. 11.3).)

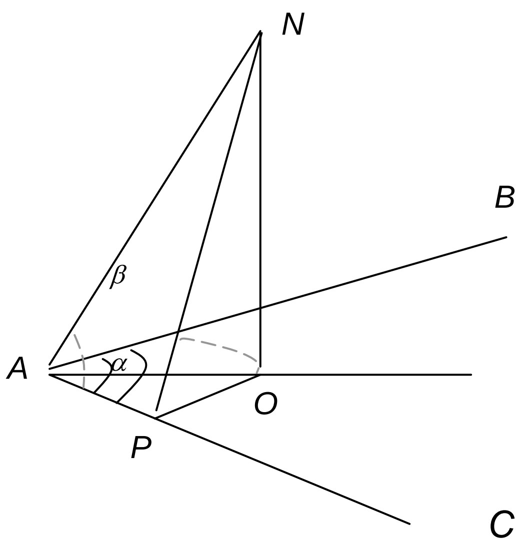

Рис.11.3. **Наклонная к плоскости угла**
(L'incliné dans le plan d'angle)

Решение: введем параметр $AP = a$, тогда
(*La solution:* on introduit le paramètre $AP = a$, lorsque),

$$AO = \frac{a}{\cos\frac{\alpha}{2}}, \ AN = \frac{a}{\cos\beta}.$$

$$\cos\angle NAO = \frac{AO}{AN}, \ \cos\angle NAO = \frac{a\cos\beta}{\cos\frac{\alpha}{2}\cdot a} = \frac{\cos\beta}{\cos\frac{\alpha}{2}}, \ \angle NAO = \arccos\frac{\cos\beta}{\cos\frac{\alpha}{2}}.$$

11.14. (Устно). Площадь основания правильной четырехугольной пирамиды – q, угол между боковой гранью пирамиды и плоскостью основания – α. Найти боковую поверхность пирамиды.

Указание: если площадь S проектируется в площадь S_1 (угол между плоскостями α), то $S_1 = S \cdot \cos\alpha$.

((Oralement). La surface de la base de la pyramide quadrangulaire régulière est q, l’angle entre la face latérale de la pyramide et le plan de la base est α. Trouvez la surface latérale de la pyramide.

Indication: si la surface S est projetée dans la surface S_1 (l'angle entre les plans), alors $S_1 = S \cdot \cos\alpha$.)

11.15. (Устно). В основании пирамиды прямоугольный треугольник с меньшим катетом a и прилежащим к нему острым углом α. Определить объем пирамиды, если ее высота равна большему катету.

((Oralement). A la base de la pyramide se trouve un triangle rectangulaire avec une jambe plus petite a et un angle aigu adjacent α. Déterminez le volume de la pyramide si sa hauteur est égale à une jambe plus grande.)

11.16. Центральный угол в развертке конической поверхности равен 2. Определить угол наклона образующей конуса к его основанию.

Указание: длина дуги кругового сектора $l = R\varphi$ (φ − в радианах).

(L'angle central de l'analyse de la surface conique est 2. Déterminez l'angle d'inclinaison de la génératrice du cône par rapport à sa base.

Indication: la longueur d'arc du secteur circulaire $l = R\varphi$ (φ : en radians).)

Ответ (réponse): $\alpha = \arccos\frac{1}{\pi}$.

11.17. В основании пирамиды лежит равнобедренный треугольник с боковой стороной a и углом при вершине α. Все боковые ребра пирамиды наклонены к плоскости основания под углом β. Определить объем пирамиды.

(A la base de la pyramide se trouve un triangle isocèle avec un côté a et un angle au sommet α. Tous les bords latéraux de la pyramide sont inclinés par rapport au plan de la base sous l’angle β. Déterminer le volume de la pyramide.)

Ответ (réponse): $\dfrac{a^3 \operatorname{tg}\beta \cdot \sin\frac{\alpha}{2}}{6}$.

11.18. Диагональ правильной четырехугольной призмы наклонена к боковой грани под углом $30°$. Определить угол ее наклона к основанию.

(La diagonale du prisme quadrangulaire régulier est inclinée sur le côté latéral sous un angle de $30°$. Déterminer l'angle de son inclinaison par rapport à la base).

Ответ (réponse): $45°$.

11.19. Ромб с большей диагональю d и острым углом γ вращается вокруг оси, проходящей вне его через вершину ромба и перпендикулярной к его большей диагонали. Определить объем тела вращения.

(Un losange avec une diagonale plus grande d et un angle aigu γ tourne autour d’un axe passant à l’extérieur par le haut du losange et perpendiculairement à sa diagonale plus grande. Déterminer le volume du corps de rotation.)

Ответ (réponse): $\nu = \dfrac{\pi d^2 \operatorname{tg}(\gamma/2)}{2}$.

11.20. В конус вписан шар. Найти объем шара, если образующая конуса – l и наклонена к плоскости основания под углом α.

(Une balle est inscrite dans un cône. Trouver le volume de la balle si la génératrice du cône est l et est inclinée par rapport au plan de base sous un angle α).

Ответ (réponse): $\nu = \dfrac{4\pi l^3 \cdot \cos^3\alpha \cdot tg^3(\alpha/2)}{3}$.

12. Векторы
12. Les vecteurs

1. Длина вектора $\bar{a}(x, y, z)$: $|\bar{a}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$.

(La longueur du vecteur) $\bar{a}(x, y, z)$: $|\bar{a}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$.

2. Условие коллинеарности $\left(\bar{a} \parallel \bar{b}\right)$ векторов $\bar{a}(x_1, y_1, z_1)$ и $\bar{b}(x_2, y_2, z_2)$:

(La condition de la colinéarité $\left(\bar{a} \parallel \bar{b}\right)$ des vecteurs $\bar{a}(x_1, y_1, z_1)$ et $\bar{b}(x_2, y_2, z_2)$):

$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2} = \frac{z_1}{z_2}.$$

3. Скалярное произведение векторов $\bar{a} \cdot \bar{b} = |\bar{a}| \cdot |\bar{b}| \cos\varphi$, φ − угол между векторами.

(Le produit scalaire de vecteurs $\bar{a} \cdot \bar{b} = |\bar{a}| \cdot |\bar{b}| \cos\varphi$, φ est l'angle entre les vecteurs.)

Если векторы заданы координатами $\bar{a}(x_1, y_1, z_1)$; $\bar{b}(x_2, y_2, z_2)$, то

(Si les vecteurs sont donnés par les coordonnées $\bar{a}(x_1, y_1, z_1)$; $\bar{b}(x_2, y_2, z_2)$, alors)

$$\bar{a} \cdot \bar{b} = x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2.$$

4. Угол между векторами $\cos\varphi = \dfrac{\bar{a}\cdot\bar{b}}{|\bar{a}|\cdot|\bar{b}|}$.

(L'angle entre les vecteurs) $\cos\varphi = \dfrac{\bar{a}\cdot\bar{b}}{|\bar{a}|\cdot|\bar{b}|}$.

5. Условие перпендикулярности векторов $\left(\bar{a}\perp\bar{b}\right)$: $\bar{a}\cdot\bar{b}=0$:

(La condition de perpendicularité des vecteurs) $\left(\bar{a}\perp\bar{b}\right)$: $\bar{a}\cdot\bar{b}=0$:

$$x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2 = 0.$$

Пусть точка $A(x_1, y_1, z_1)$, точка $B(x_2, y_2, z_2)$.

(Soit le point $A(x_1, y_1, z_1)$, le point $B(x_2, y_2, z_2)$.)

Вектор (le vecteur) $\overline{AB} = (x_2 - x_1, y_2 - y_1, z_2 - z_1)$.

Задание: даны координаты точек A, B, C, D. Проверить, является ли четырехугольник ABCD трапецией и перпендикулярны ли его диагонали. Найти длины диагоналей.

(Tâche: étant donné les coordonnées des points A, B, C, D. Vérifiez si le quadrilatère ABCD est un trapèze et si ses diagonales sont perpendiculaires. Trouvez les longueurs des diagonales.)

Образец решения (Le modèle de la solution):

A (2; 5; 5), B (4; 7; 3), C (1; 4; 4), D (4; 7; 1).

Найдем векторы (Déterminons les vecteurs):

$\overrightarrow{AB}(4-2;\ 7-5;\ 3-5), \Rightarrow \overrightarrow{AB}(2;\ 2;\ -2);$

$\overrightarrow{BC}(1-4;\ 4-7;\ 4-3), \Rightarrow \overrightarrow{BC}(-3;\ -3;\ 1);$

$\overrightarrow{CD}(4-1;\ 7-4;\ 1-4), \Rightarrow \overrightarrow{CD}(3;\ 3;\ -3);$

$\overrightarrow{AD}(4-2;\ 7-5;\ 1-5), \Rightarrow \overrightarrow{AD}(2;\ 2;\ -4).$

$\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{CD}$ параллельны, так как $\dfrac{2}{3}=\dfrac{2}{3}=\dfrac{-2}{-3}$, а $\overrightarrow{BC}$ и $\overrightarrow{AD}$ не параллельны, так как $\dfrac{-3}{2}=\dfrac{-3}{2}\neq\dfrac{1}{-4}$ $\Rightarrow$ это трапеция. Диагонали BC и AD.

Найдем $\overrightarrow{AC}(1-2;\ 4-5;\ 4-5), \Rightarrow \overrightarrow{AC}(-1;\ -1;\ -1),$

$\overrightarrow{BD}(4-4;\ 7-7;\ 1-3), \Rightarrow \overrightarrow{BD}(0;\ 0;\ -2).$

Если $\overrightarrow{AC}$ и $\overrightarrow{BD}$ перпендикулярны, то скалярное произведение $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{BD}$ равно нулю.

$\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{BD}=(-1)\cdot 0+(-1)\cdot 0+(-1)\cdot 2=-2\neq 0$, то есть $\overrightarrow{AC}$ и $\overrightarrow{BD}$ не перпендикулярны. Их длины:

$$\left|\overrightarrow{AC}\right|=\sqrt{(-1)^2+(-1)^2+(-1)^2}=\sqrt{3}, \quad \left|\overrightarrow{BD}\right|=\sqrt{0^2+0^2+(-2)^2}=2.$$

($\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont parallèles puisque $\frac{2}{3}=\frac{2}{3}=\frac{-2}{-3}$, $\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{AD}$ ne sont pas parallèles puisque $\frac{-3}{2}=\frac{-3}{2}\neq\frac{1}{-4}$ $\Rightarrow$ c'est un trapèze. Les diagonales BC et AD. Trouvons $\overrightarrow{AC}(1-2;\ 4-5;\ 4-5)$, $\Rightarrow$ $\overrightarrow{AC}(-1;\ -1;\ -1)$,

$\overrightarrow{BD}(4-4;\ 7-7;\ 1-3)$, $\Rightarrow$ $\overrightarrow{BD}(0;\ 0;\ -2)$.

Si $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{BD}$ sont perpendiculaires, le produit scalaire $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{BD}$ vaut zéro.

$\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{BD}=(-1)\cdot 0+(-1)\cdot 0+(-1)\cdot 2=-2\neq 0$, c'est à dire $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{BD}$ ne sont pas perpendiculaires. Leurs longueurs sont):

$$\left|\overrightarrow{AC}\right|=\sqrt{(-1)^2+(-1)^2+(-1)^2}=\sqrt{3}, \quad \left|\overrightarrow{BD}\right|=\sqrt{0^2+0^2+(-2)^2}=2.$$

12.1. A(5; 4; 2), B(7; 7; 3), C(7; 10; –1), D(11; 16; 1).

12.2. A(–1; 2; 2), B(1; 4; 0), C(–4; 1; 1), D(–5; –5; 3).

12.3. A(3; –1; 2), B(–1; 3; 0), C(1; 0; –2), D(5; –4; 0).

12.4. A(7; –8; 4), B(7; 4; –2), C(–5; 10; –2), D(–5; –2; –4).

12.5. A(2; 1; 0), B(0; 4; –3), C(–2; 3; –5), D(2; –3; 1).

12.6. A(1; 1; –1), B(–1; 2; 3), C(2; –1; 5), D(3; 6; 3).

12.7. A(3; 2; –3), B(2; 4; 6), C(8; 3; 4), D(9; 1; –5).

12.8. A(–3; –5; –1), B(2; –20; 9), C(–6; 1; 2), D(–8; 10; –7).

12.9. A(–1; –5; –2), B(–4; 0; –2), C(–7; –4; –2), D(–10; 1; –2).

12.10. A(6; 5; 3), B(8; 8; 4), C(8; 11; 0), D(12; 17; 2).

12.11. A(1; 4; 4), B(3; 6; 2), C(–2; 3; 3), D(–3; –3; 5).

12.12. A(4; 0; 3), B(0; 4; 1), C(2; 1; –1), D(6; –3; 1).

12.13. A(5; –10; 2), B(5; 2; –4), C(–7; 8; –4), D(–7; –4; –6).

12.14. A(3; 2; 1), B(1; 5; –2), C(–1; 4; –4), D(3; –2; 2).

12.15. A(3; 3; 1), B(1; 4; 5), C(4; 1; 7), D(5; 8; 5).

12.16. A(4; 3; –2), B(3; 5; 7), C(9; 4; 5), D(10; 2; –4).

12.17. A(0; –2; 2), B(5; –17; 12), C(–3; 4; 5), D(–5; 13; –4).

12.18. A(0; –4; –1), B(–3; 1; –1), C(–6; –3; –1), D(–9; 2; –1).

12.19. A(1; 0; –2), B(3; 3; –1), C(3; 6; –5), D(7; 12; –3).

12.20. A(2; 5; 5), B(4; 7; 3), C(–1; 4; 4), D(–2; –2; 6).

13. Предел функции
13. La limite de la fonction

Найти пределы функций. (Trouver les limites des fonctions.)

Решение (la solution):

а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{5x^2+3x-2}{7x^2+x+1}=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^2}{x^2}\cdot\dfrac{5+\frac{3}{x}-\frac{2}{x^2}}{7+\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}}=\dfrac{5}{7}$;

б) $\lim\limits_{x\to5}\dfrac{(x-5)\sqrt{x+4}}{x^2-25}=\lim\limits_{x\to5}\dfrac{(x-5)\sqrt{x+4}}{(x-5)(x+5)}=\dfrac{\sqrt{9}}{5+5}=\dfrac{3}{10}=0{,}3$;

в) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sqrt{1+5x}-1}{8x}=\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\left(\sqrt{1+5x}-1\right)\left(\sqrt{1+5x}+1\right)}{8x\left(\sqrt{1+5x}+1\right)}=\lim\limits_{x\to0}\dfrac{1+5x-1}{8x\left(\sqrt{1+5x}+1\right)}=$

$=\lim\limits_{x\to0}\dfrac{5x}{8x\cdot2}=\dfrac{5}{16}$.

13.1. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x^2+x+1}{5x^2-x-3}$; $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{(x-2)\sqrt{x+3}}{x^2-4}$; $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sqrt{1+2x}-1}{x}$..

13.2. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{7x^2+2x+3}{8x^2+x-1}$; $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{x^2-3x+2}{x-1}$; $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{2-\sqrt{x^2+4}}{3x^2}$.

13.3. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x^2+x+1}{5x^3-2x+3}$; $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{x^2+12}-4}{x^2-16}$; $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sqrt{x+9}-3}{5x}$.

13.4. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{7x^3+x+1}{8x^3+3x^2+x}$; $\lim\limits_{x\to5}\dfrac{(x-5)\sqrt{4x+5}-4}{x^2-25}$; $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sqrt{1+x}-1}{5x}$.

13.5. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x^2+4x-9}{x^4-2x^3+3}$; $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{\sqrt{4x-3}-3}{x^2-9}$; $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{x\sqrt{9+x}}{x^2+5x}$.

13.6. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{5x^3+7x+3}{2x^2+4x-5}$; $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{(x-1)\sqrt{x+8}}{x^2-1}$; $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sqrt{1+7x}-1}{4x}$.

13.7. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{7x^2+4x+3}{8x^2+2x-1}$; $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{(x-4)\sqrt{x+5}}{x^2-16}$; $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sqrt{4+3x}-2}{6x}$.

13.8. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{11x^2+2x-15}{3x^2-x-1}$; $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{\left(x^2-4\right)\sqrt{x+7}}{x-2}$; $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sqrt{9+x}-3}{7x}$.

13.9. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{6x^2+2x-3}{7x^2-x-1}$; $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{\left(x^2-1\right)\sqrt{x+8}}{x-1}$; $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sqrt{4+x}-1}{8x}$.

13.10. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{11x^2+2x-3}{6x^2-x+3}$; $\lim\limits_{x\to7}\dfrac{(x-7)\sqrt{x+2}}{x^2-49}$; $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sqrt{1+2x}-1}{6x}$.

13.11. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x^2+2x-4}{5x^3+x^2+3x}$; $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{(x-3)\sqrt{x+6}}{x^2-9}$; $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sqrt{1+5x}-1}{7x}$.

13.12. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{5x^2+4x-1}{6x^2+2x-3}$; $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{(x-4)}{\left(x^2-16\right)\sqrt{x+5}}$; $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sqrt{4+x}-2}{10x}$.

13.13. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{8x^4+2x-1}{7x^4+x^3+2}$; $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{(x-3)(x+1)}{x^2-9}$; $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{x^2+x}{\sqrt{1+x}-1}$.

13.14. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{1-7x^2-2x}{3x^2+x+7}$; $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{(x+2)(x-4)}{x^2-16}$; $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sqrt{4+x}-2}{x^2+2x}$.

13.15. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x^4+x}{7x^4+x^3+2}$; $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{x^2-4}{(x+5)(x-2)}$; $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{x^2}{\sqrt{1+x^2}-1}$.

13.16. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{7x^2+4x-2}{9x^2-2x-3}$; $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{(x-3)\sqrt{1+x}}{x^2-9}$; $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sqrt{4+x}-2}{11x}$.

13.17. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{1-x-5x^2}{x^2+x+2}$; $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{\left(x^2-1\right)(x+5)}{x-1}$; $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{2x}{\sqrt{1+x}-1}$.

13.18. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{8x^2+5x+3}{7x^2+8x+1}$; $\lim\limits_{x\to5}\dfrac{(x+2)(x-5)}{x^2-25}$; $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sqrt{9+x}-3}{8x}$.

13.19. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^2+x+3}{5x^3+4x^2+x}$; $\lim\limits_{x\to6}\dfrac{(x-6)\sqrt{3+x}}{x^2-36}$; $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sqrt{1+5x}-1}{2x}$.

13.20. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{7x^4+2x^2+1}{2x^3+3x+2}$; $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{(x-4)\sqrt{5+x}}{x^2-16}$; $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sqrt{1+7x}-1}{5x}$.

14. Производная и интеграл
14. Le dérivé et l'intégrale

Таблица производных Le tableau des dérivés	Таблица интегралов Le tableau des intégrales
1. $c' = 0$	1. $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c, \quad n \neq -1$
2. $x' = 1$	2. $\int \frac{dx}{x} = \ln\lvert x\rvert + c$
3. $\left(\sqrt{x}\right)' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$	3. $\int \cos x dx = \sin x + c$
4. $\left(x^n\right)' = nx^{n-1}$	4. $\int \sin x dx = -\cos x + c$
5. $(\sin x)' = \cos x$	5. $\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \operatorname{tg} x + c$
6. $(\cos x)' = -\sin x$	6. $\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\operatorname{ctg} x + c$
7. $(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$	7. $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + c$
8. $(\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$	8. $\int e^x dx = e^x + c$
9. $\left(a^x\right)' = a^x \ln a$	9. $\int \frac{dx}{\sqrt{x}} = 2\sqrt{x} + c$
10. $\left(e^x\right)' = e^x$	10. $\int dx = x + c$
11. $(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$	11. $\int \operatorname{tg} x dx = -\ln \cos x + c$
12. $(\ln x)' = \frac{1}{x}$	12. $\int \operatorname{ctg} x dx = \ln \sin x + c$

14.1. Производная.
14.1. Le dérivé.

Найти производные функций.

(Trouver les limites de la fonction.)

Решение (la solution):

а) $y = 7x^3 + 5x^2 + 3x - 2, \quad y' = 7 \cdot 3x^2 + 5 \cdot 2x + 3 = 21 \cdot x^2 + 10x + 3;$

б) $y = \frac{5x}{\operatorname{tg} x}, \qquad y' = \frac{(5x)' \cdot \operatorname{tg} x - 5x \cdot (\operatorname{tg} x)'}{\operatorname{tg}^2 x} = \frac{5 \cdot \operatorname{tg} x - 5x \cdot \frac{1}{\cos^2 x}}{\operatorname{tg}^2 x} =$

$$= \frac{5\cdot \operatorname{tg}x\cdot\cos^2 x - 5x}{\operatorname{tg}^2 x\cdot\cos^2 x} = \frac{5\cdot\sin x\cdot\cos x - 5x}{\sin^2 x} = 5\,\frac{\frac{1}{2}\sin 2x - x}{\sin^2 x} =$$

$$= \frac{5}{2}\,\frac{\sin 2x - 2x}{\sin^2 x};$$

в) $y = x\cdot 7^x;\qquad y' = (x)'\cdot 7^x + x\cdot\left(7^x\right)' = 7^x + x\cdot\left(7^x\right)\cdot\ln 7 = 7^x\cdot(1 + x\ln 7);$

г) $y = 2^{-x^5};\qquad y' = 2^{-x^5}\ln 2\cdot\left(-5x^4\right).$

14.1. $y = 5x^2 + x + 3;\quad y = \frac{3x}{\sin x};\quad y = x^2\cos x;\quad y = \sin x^2.$

14.2. $y = 7x^3 + 2x^2 + 3x;\quad y = \frac{3x}{\ln x};\quad y = x^3\sin x;\quad y = \cos x^3.$

14.3. $y = 5x^4 + 2x^3 + 7x;\quad y = \frac{3x}{\ln x};\quad y = x^2\operatorname{tg}x;\quad y = 2^{x^2}.$

14.4. $y = 8x^3 + 2x^2 + 1;\quad y = \frac{2x}{\operatorname{tg}x};\quad y = x\cdot 3^x;\quad y = \sin 5x^3.$

14.5. $y = 9x^5 + 4x^3 + 3x;\quad y = \frac{4x}{3^x};\quad y = x\cdot\operatorname{tg}x;\quad y = \cos x^3.$

14.6. $y = 7x^3 + 4x^2 + 5;\quad y = \frac{2x}{\sin x};\quad y = x\cdot 5^x;\quad y = x^2\cdot\operatorname{ctg}x.$

14.7. $y = 3x^2 + 7x + 4;\quad y = \frac{5x}{2^x};\quad y = x\cdot\operatorname{ctg}x;\quad y = 3^{x^4}.$

14.8. $y = 5x^3 + 8x^2 + 4x;\quad y = \frac{x}{\operatorname{ctg}x};\quad y = x\cdot 2^x;\quad y = \sqrt{x}\cdot\operatorname{ctg}x.$

14.9. $y = -6x^2 + 3x + 4;\quad y = \frac{3x}{2^x};\quad y = x^2\cos x;\quad y = \sin\sqrt{x}.$

14.10. $y = -7x^4 + 5x^2 + 2;\quad y = \frac{3x}{\ln x};\quad y = x^2\ln x;\quad y = 2^{-x^2}.$

14.11. $y = -6x^3 + 2x^2 + 3x;\quad y = \frac{5x}{\cos x};\quad y = x^3\cdot 4^x;\quad y = 5^{-\sqrt{x}}.$

14.12. $y = 3x^3 + 2x + 3;\quad y = \frac{x}{\operatorname{tg}x};\quad y = x^2\cdot 5^x;\quad y = \operatorname{tg}x^2.$

14.13. $y = 7x^4 + 3x^3 + 2;\quad y = \frac{2x}{\sin x};\quad y = x\cdot e^x;\quad y = x^3\operatorname{ctg}x.$

14.14. $y = 8x^3 - 4x^2 + 3x;\quad y = x\cdot\operatorname{tg}x;\quad y = \frac{4x^2}{\sin x};\quad y = 3\sin(2x + 1).$

14.15. $y = 9x^2 + 2x - x$; $y = 5 \cdot \cos(3x^2 + 1)$; $y = x^3 \cos x$; $y = \dfrac{x}{3\sin x}$.

14.16. $y = 10x^3 - 8x^2 + 5$; $y = \dfrac{6x}{\mathrm{tg}x}$; $y = x^3 \mathrm{ctg}x$; $y = 7\sin(-x^2)$.

14.17. $y = -7x^2 - 3x + 2$; $y = x^3 \cos x$; $y = \dfrac{2x}{\mathrm{ctg}x}$; $y = 5\sin^2 x$.

14.18. $y = 9x^3 - 5x^2 - 3x$; $y = \dfrac{2x}{\mathrm{ctg}x}$; $y = x^4 \sin x$; $y = 2^{-x^3}$.

14.19. $y = 7x^4 + 2x^2 + 3x$; $y = x^3 e^x$; $y = \dfrac{x^2}{\sin x}$; $y = \cos^3 x$.

14.20. $y = 11x^3 - 8x^2 + 2$; $y = \dfrac{x^2}{\sin x}$; $y = x^3 \mathrm{tg}x$; $y = 2^{x^4}$.

14.2. Интегралы.
14.2. Les intégrales.

Вычислить неопределенные интегралы (Calculer les intégrales indéfinies).

Решение (la solution):

а) $\int (x^2 + 2x - 5)dx = \dfrac{x^3}{3} + 2 \cdot \dfrac{x^2}{2} - 5x + C = \dfrac{1}{3}x^3 + x^2 - 5x + C$;

б) $\int \mathrm{tg}^4 x \dfrac{dx}{\cos^2 x} = \left| \dfrac{1}{\cos^2 x} = (\mathrm{tg}x)' \right| = \int t^4 dt = t^5 + C = \dfrac{\mathrm{tg}^5 x}{5} + C$.

14.21. а) $\int (x^2 + 3x + 5)dx$; б) $\int \dfrac{\mathrm{tg}^3 x}{\cos^2 x} dx$.

14.22. а) $\int (2x^3 + 5x^2 + 3)dx$; б) $\int e^x \sin e^x dx$.

14.23. а) $\int (5x^4 + 7x^3 + 2x)dx$; б) $\int \sin^2 x \cdot \cos x dx$.

14.24. а) $\int (6x^3 - 7x^2 - 3)dx$; б) $\int \sin^3 x \cdot \cos x dx$.

14.25. а) $\int (8x^2 + 5x + 4)dx$; б) $\int \dfrac{\mathrm{tg}^2 x}{\cos^2 x} dx$.

14.26. а) $\int (7x^3 - 6x^2 + 2)dx$; б) $\int x e^{x^2} dx$.

14.27. а) $\int (9x^2 - 7x + 5)dx$; б) $\int x \cdot \sin x^2 dx$.

14.28. а) $\int\left(-3x^2+2x+1\right)dx$; б) $\int x\cdot\cos x^2dx$.

14.29. а) $\int\left(-2x^3-6x^2+5\right)dx$; б) $\int\cos^2 x\cdot\sin xdx$.

14.30. а) $\int\left(8x^3-2x^2+4x\right)dx$; б) $\int\sin^4 x\cdot\cos xdx$.

14.31. а) $\int\left(2x^3+3\cdot\sin x+2\right)dx$; б) $\int\frac{tgx}{\cos^2 x}dx$.

14.32. а) $\int\left(2x^4-x^2+1\right)dx$; б) $\int\frac{2x+1}{x^2+x+1}dx$.

14.33. а) $\int\frac{x+x^2e^x}{x^2}dx$; б) $\int x\sqrt{1+x^2}dx$.

14.34. а) $\int\left(2x^2+\sin x+\cos x\right)dx$; б) $\int\frac{\sqrt{1+3tg^2x}}{\cos^2 x}dx$.

14.35. а) $\int\left(x^3+5x^2+e^x\right)dx$; б) $\int\frac{3x^2+2}{x^3+2x+4}dx$.

14.36. а) $\int\left(5x^2+2x-\sin x\right)dx$; б) $\int x\cdot\sin x^2dx$.

14.37. а) $\int\left(7x^3+2x^2+\cos x\right)dx$; б) $\int\frac{\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}}dx$.

14.38. а) $\int\left(x^3-x^2+x+1\right)dx$; б) $\int\frac{2x+2}{x^2+2x+3}dx$.

14.39. а) $\int\left(7x^5+x^4+2\right)dx$; б) $\int\frac{1}{x\cdot\ln x}dx$.

14.40. а) $\int\left(8x^2+3x+5\right)dx$; б) $\int\sin x\cdot\left(1+\cos x\right)dx$.

14.3. Определенный интеграл.
14.3. L'intégrale définie.

Формула Ньютона – Лейбница (La formule de Newton – Leibniz)

$$\int_a^b f(x)dx=F(x)\big|_a^b=F(b)-F(a).$$

14.41. а) $\int_4^9\frac{dx}{x-1}$; б) $\int_0^1\frac{e^xdx}{1+e^x}$.

14.42. а) $\int_0^4\frac{dx}{1+2x}$; б) $\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos^2 xdx$.

14.43. а) $\int\limits_0^{\sqrt{3}} \frac{xdx}{1+x^2}$; б) $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \cos^2 x dx$.

14.44. а) $\int\limits_1^5 \frac{dx}{2x+3}$; б) $\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}} \sin 2x dx$.

14.45. а) $\int\limits_1^4 \frac{dx}{3x+1}$; б) $\int\limits_{\frac{\pi}{8}}^0 \frac{dx}{\cos^2 2x}$.

14.4. Площадь криволинейной трапеции.
14.4. La surface du trapèze courbé.

Вычислить площадь, ограниченную кривыми: $y = f(x)$, $y = \varphi(x)$, $S = \int\limits_a^b (f(x) - \varphi(x))dx$.

(Calculer la surface délimitée par des courbes: $y = f(x)$, $y = \varphi(x)$, $S = \int\limits_a^b (f(x) - \varphi(x))dx$.)

14.46. $y = 3x^2 - 1$, $y = 3x + 5$. 14.47. $y = x^2$, $y = 2 - x^2$.

14.48. $y = x^2 + 4x$, $y = x + 4$. 14.49. $y = \frac{1}{4}x^2$, $y^2 = 4x$.

14.50. $y = \frac{6}{x}$, $y = 7 - x$.

15. Теория вероятностей
15. La théorie des probabilités

Задание: вероятность сдачи экзамена для первого студента – p_1, для второго – p_2, для третьего – p_3. Какова вероятность того, что:

а) все три студента сдадут экзамен;
б) только один студент сдаст экзамен;
в) хотя бы один студент сдаст экзамен?

Образец решения: $p_1 = 0{,}7$, $p_2 = 0{,}4$, $p_3 = 0{,}2$.

Построим событие A:

а) $A = A_1 \cdot A_2 \cdot A_3$, $p(A) = p_1 \cdot p_2 \cdot p_3 = 0{,}7 \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}2 = 0{,}056$;

б) $A = A_1 \cdot \overline{A}_2 \cdot \overline{A}_3 + \overline{A}_1 \cdot A_2 \cdot \overline{A}_3 + \overline{A}_1 \cdot \overline{A}_2 \cdot A_3$,

где $\overline{A}_i$ есть противоположное событие, $p(\overline{A}_i) = q_i = 1 - p_i$.

$p(A) = p_1 \cdot q_2 \cdot q_3 + q_1 \cdot p_2 \cdot q_3 + q_1 \cdot q_2 \cdot p_3 =$

$= 0{,}7 \cdot 0{,}6 \cdot 0{,}8 + 0{,}3 \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}8 + 0{,}3 \cdot 0{,}6 \cdot 0{,}2 = 0{,}336 + 0{,}096 + 0{,}036 = 0{,}468$;

в) построим противоположное событие: ни один студент не сдаст экзамен: $\overline{A} = \overline{A}_1 \cdot \overline{A}_2 \cdot \overline{A}_3$, $p(\overline{A}) = q_1 \cdot q_2 \cdot q_3 = 0{,}3 \cdot 0{,}6 \cdot 0{,}8 = 0{,}144$, тогда $p(A) = 1 - p(\overline{A}) = 1 - 0{,}144 = 0{,}856$, то есть с надежностью 85.6 % можно утверждать, что хотя бы один студент сдаст экзамен.

(**Le devoir:** la probabilité de réussir l'examen pour le premier étudiant est p_1, pour le deuxième – p_2, pour le troisième – p_3. Quelle est la probabilité que:

a) les trois étudiants réussissent l'examen;

b) un seul étudiant réussira l'examen;

c) au moins un étudiant passera l'examen?

Le modèle de la solution: $p_1 = 0{,}7$, $p_2 = 0{,}4$, $p_3 = 0{,}2$.

Construirons un événement A:

a) $A = A_1 \cdot A_2 \cdot A_3$, $p(A) = p_1 \cdot p_2 \cdot p_3 = 0{,}7 \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}2 = 0{,}056$;

b) $A = A_1 \cdot \overline{A}_2 \cdot \overline{A}_3 + \overline{A}_1 \cdot A_2 \cdot \overline{A}_3 + \overline{A}_1 \cdot \overline{A}_2 \cdot A_3$,

où $\overline{A}_i$ est un événement opposé, $p(\overline{A}_i) = q_i = 1 - p_i$.

$p(A) = p_1 \cdot q_2 \cdot q_3 + q_1 \cdot p_2 \cdot q_3 + q_1 \cdot q_2 \cdot p_3 =$

$= 0{,}7 \cdot 0{,}6 \cdot 0{,}8 + 0{,}3 \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}8 + 0{,}3 \cdot 0{,}6 \cdot 0{,}2 = 0{,}336 + 0{,}096 + 0{,}036 = 0{,}468$;

c) construisons l'événement opposé: aucun étudiant ne réussira l'examen: $\overline{A} = \overline{A}_1 \cdot \overline{A}_2 \cdot \overline{A}_3$, $p(\overline{A}) = q_1 \cdot q_2 \cdot q_3 = 0{,}3 \cdot 0{,}6 \cdot 0{,}8 = 0{,}144$, dans ce cas $p(A) = 1 - p(\overline{A}) = 1 - 0{,}144 = 0{,}856$, c'est-à-dire avec fiabilité 85.6 % on peut faire valoir qu'au moins un étudiant passera l'examen.)

15.1. Вероятность попадания в мишень каждого из двух стрелков равна 0,3. Стрелки стреляют по очереди, причем каждый может сделать по два выстрела. Попавший в мишень первым получает приз. Найти вероятность того, что стрелки получат приз.

(La probabilité que chacun des deux tireurs atteigne la cible est de 0,3. Les flèches tirent à tour de rôle et chacune peut prendre deux coups. Frapper la cible en premier reçoit un prix. Trouvez la probabilité que les flèches reçoivent un prix).

Ответ (réponse): $p = 0{,}76$.

15.2. Устройство содержит 2 независимо работающих элемента. Вероятности отказа элементов соответственно равны 0,05 и 0,08. Найти вероятность отказа устройства, если для этого достаточно, чтобы отказал хотя бы один элемент.

(L'appareil contient 2 éléments de travail indépendants. La probabilité de défaillance des éléments est respectivement de 0,05 et 0,08. Trouvez la probabilité d'une défaillance de périphérique, si cela suffit pour faire échouer au moins un élément.)

Тесты
Tests

1. Перечислить элементы множества $M = \{x + 8 = 3x\}$.
(Énumérez les éléments de l'ensemble: $M = \{x + 8 = 3x\}$.)

А	Б	В	Г	Д
{–4}	{2}	{4}	{–1}	{0}

2. Делится ли нацело на 8 сумма: $640 + 1616$?
(Le montant total est-il divisé par 8: $640 + 1616$?)

А	Б
да (oui)	нет (non)

3. Известно, что 12 есть 4 % от числа А. Найти это число.
(On sait que 12 représente 4 % du nombre A. Trouvez ce nombre.)

А	Б	В	Г	Д
250	3 000	1 300	300	30

4. Выполнить действия (Suivez les étapes): $\left(68 \cdot x^4 \cdot x^7\right) : \left(17 \cdot x^{17} \cdot y^2\right)$.

А	Б	В	Г	Д
$12 \cdot y^2 \cdot x^5$	$4 \cdot y^5 \cdot x^{-13}$	$y^7 \cdot x^{13}$	$-9 \cdot y^3 \cdot x^{13}$	$4 \cdot y^6 \cdot x^{-2}$

5. Выполнить действия (Suivez les étapes): $\dfrac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1} + \dfrac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1} - \dfrac{\sqrt{2}+3}{\sqrt{2}}$.

А	Б	В	Г	Д
$\dfrac{5\sqrt{2}+3}{\sqrt{2}}$	$\dfrac{\sqrt{2}+3}{\sqrt{2}}$	$\dfrac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}}$	$5-\dfrac{3}{\sqrt{2}}$	$\dfrac{4\sqrt{2}-2}{\sqrt{2}}$

6. Решить уравнение (Résolvez l'équation): $\dfrac{2}{x^2-x+1} = \dfrac{1}{x+1} + \dfrac{2x+1}{x^3+1}$.

А	Б	В	Г	Д
{1}	{–2; 0; 1}	{0; 1}	{–1; 0; 1}	{0}

7. Решить уравнение (Résolvez l'équation): $10^x - 5^{x-1} \cdot 2^{x-2} = 950$.

А	Б	В	Г	Д
{Ø}	{–3}	{3}	{2}	{–3; 3}

8. Решить уравнение (Résolvez l'équation): $\log_{x^2-1}\left(x^3+6\right) = \log_{x^2-1}\left(4x^2-x\right)$.

А	Б	В	Г	Д
{Ø}	{2; 3}	{0; 3}	{2}	{–3; 3}

9. Решить уравнение (Résolvez l'équation): $1+\cos^2 x = 3\sin x \cdot \cos x$.

А	Б	В	Г	Д
$\left\{\mathrm{arctg}2+\pi n\right\}$	$\left\{\dfrac{\pi}{4}; \mathrm{arctg}2\right\}$	$\left\{\dfrac{\pi}{4}+\pi k; \mathrm{arctg}2+\pi n\right\}$	$\left\{\dfrac{\pi}{6}+\pi k; \pi n\right\}$	$\left\{\dfrac{\pi}{4}+\pi k\right\}$

10. Из 12 партий в шахматы игрок выиграл 7. Какова вероятность того, что он проиграет?

(Sur les 12 parties d'échecs, le joueur en a gagné 7. Quelle est la probabilité qu'il perde?)

А	Б	В	Г	Д
1	5/12	–0,3	–0,05	0

11. Прочитайте следующую запись и перечислите элементы множества: $N = \{x(x+10) = 0\}$.

(Lisez l'entrée suivante et répertoriez les éléments de l'ensemble: $N = \{x(x+10) = 0\}$.)

А	Б	В	Г	Д
{–8}	{10; 0}	{–10}	{10; 2; 3}	{–10; 0}

12. Делится ли нацело на 8 сумма: $143+71=214$?

(Le montant total est-il divisé par 8: $143+71=214$?)

А	Б
да (oui)	нет (non)

13. Сколько процентов составляет число 360 от числа 3 000?

(Combien de pour cent représente 360 sur 3 000?)

А	Б	В	Г	Д
25 %	1 %	12 %	50 %	30 %

14. Выполнить действия (Suivez les étapes): $\left(2b^3a^4\right)^5$.

А	Б	В	Г	Д
$32 \cdot b^{-2} \cdot a^1$	$2 \cdot b^5 \cdot a^5$	$2 \cdot b^8 \cdot a^9$	$32 \cdot b^{15} \cdot a^{20}$	$b^4 \cdot a^{-1}$

15. Упростить выражение: $\dfrac{a^{-0.5} \cdot b^{-0.6} - a^{-2.5} \cdot b^{-1.4}}{a^{-1.5} \cdot b^{0.4} - a^{-2.5} \cdot b^{1.4}}$ и вычислить при $a = \sqrt[3]{0{,}064}$ и $b = 0{,}8$.

(Simplifiez l'expression: $\dfrac{a^{-0.5} \cdot b^{-0.6} - a^{-2.5} \cdot b^{-1.4}}{a^{-1.5} \cdot b^{0.4} - a^{-2.5} \cdot b^{1.4}}$ et calculez à $a = \sqrt[3]{0{,}064}$ et $b = 0{,}8$.)

А	Б	В	Г	Д
6	1	3/2	–1	2

16. Решить уравнение (Résolvez l'équation): $\sqrt{x+2} = -2$.

А	Б	В	Г	Д
–2	2	Ø	0	4

17. Решить уравнение (Résolvez l'équation): $32^{\frac{x+5}{x-7}} = 0{,}25 \cdot 128^{\frac{x+17}{x-3}}$.

А	Б	В	Г	Д
{Ø}	{–1}	{–10}	{10}	{–10; 10}

18. Решить уравнение: $\log_{x^2+6x+8} \log_{2x^2+2x+3}\left(x^2 - 2x\right) = 0$.

(Résolvez l'équation: $\log_{x^2+6x+8} \log_{2x^2+2x+3}\left(x^2 - 2x\right) = 0$.)

А	Б	В	Г	Д
{Ø}	{2; 3}	{–1; 1}	{2}	{–3; –1}

19. Найти $\cos\varphi$, если известно, что $\sin\varphi = \frac{5}{13}$.

(Trouvez $\cos\varphi$ si l'on sait que $\sin\varphi = \frac{5}{13}$.)

А	Б	В	Г	Д
$\frac{1}{13}$	$\pm\frac{12}{13}$	$\frac{4}{13}$	$-\frac{12}{13}$	1

20. Кидают три монеты. Найти вероятность того, что на каждой монете не появится "решка".

(Jetez trois pièces. Trouvez la probabilité qu'aucune queue n'apparaisse sur chaque pièce.)

А	Б	В	Г	Д
0,2	0,125	1	1,5	0

21. Выделите правильную формулу: $A = \{1;3;5;7;9;\ldots\}$.

(Sélectionnez la bonne formule: $A = \{1;3;5;7;9;\ldots\}$.)

А	Б	В	Г	Д
$x_n + x_{n-1} = 2$	$x_n - x_{n-1} = 2$	$x_n - x_{n-1} = -2$	$x_n - x_{n-1} = 1$	$x_n - x_{n-1} = 0$

22. Делится ли нацело на 8 сумма: $240 + 17 = 257$?

(Le montant total est-il divisé par 8: $240 + 17 = 257$?)

А	Б
да (oui)	нет (non)

23. Найти наибольший общий делитель чисел: 675 и 825.
(Trouvez le plus grand diviseur commun de nombres: 675 et 825.)

А	Б	В	Г	Д
$5^2 \cdot 3 \cdot 11$	$5^2 \cdot 3$	$5^2 \cdot 3^2 \cdot 11$	$5^2 \cdot 11$	$11^2 \cdot 3$

24. Выполнить действия (Suivez les étapes): $(5b^3 + a^7)^2$.

А	$25b^6 - 10b^3a^7 + a^{14}$
Б	$25b^6 - 2b^3a^7 + 2a^{14}$
В	$5b^6 + 10b^3a^7 - 2a^{14}$
Г	$25b^6 + b^3a^7 + a^{14}$
Д	$25b^6 + 10b^3a^7 + a^{14}$

25. Упростить выражение: $\left(\sqrt[2]{m^3} \cdot \sqrt[5]{n^7} \cdot \sqrt[8]{p^5}\right) : \left(\sqrt[2]{n^{15}} \cdot \sqrt[7]{p^3} \cdot \sqrt[12]{m^5}\right)$.
(Simplifier l'expression: $\left(\sqrt[2]{m^3} \cdot \sqrt[5]{n^7} \cdot \sqrt[8]{p^5}\right) : \left(\sqrt[2]{n^{15}} \cdot \sqrt[7]{p^3} \cdot \sqrt[12]{m^5}\right)$.)

А	Б	В	Г	Д
$m^4 \cdot n^{-3} \cdot p^{\frac{11}{3}}$	$m^{13} \cdot n^{-\frac{61}{10}} \cdot p^{\frac{11}{56}}$	$m^{\frac{24}{2}} \cdot n^{\frac{51}{10}} \cdot p^{\frac{11}{56}}$	$m^{\frac{13}{2}} \cdot n^{-2} \cdot p^3$	$m^{\frac{13}{12}} \cdot n^{-\frac{61}{10}} \cdot p^{\frac{11}{56}}$

26. Решить уравнение: $\sqrt{4+x} + \sqrt{x} = 2$.
(Résolvez l'équation: $\sqrt{4+x} + \sqrt{x} = 2$.)

А	Б	В	Г	Д
0	1	–1	3	4

27. Решить уравнение: $\left(\frac{5}{3}\right)^{x+1} \cdot \left(\frac{9}{25}\right)^{x^2+2x-11} = \left(\frac{5}{3}\right)^9$.

(Résolvez l'équation: $\left(\frac{5}{3}\right)^{x+1} \cdot \left(\frac{9}{25}\right)^{x^2+2x-11} = \left(\frac{5}{3}\right)^9$.)

А	Б	В	Г	Д
{Ø}	$\left\{-\frac{7}{2}\right\}$	$\left\{-\frac{7}{2}, 2\right\}$	$\left\{-\frac{7}{2}, \frac{7}{4}\right\}$	$\left\{-\frac{7}{2}, -\frac{7}{4}\right\}$

28. Решить уравнение: $\lg_x = \left(\frac{1}{2}\right)\lg(x+1)$.

(Résolvez l'équation: $\lg_x = \left(\frac{1}{2}\right)\lg(x+1)$.)

А	Б	В	Г	Д
$\frac{\sqrt{5}+1}{2}$	$\frac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{5}-1}{2}$	$\frac{2\sqrt{5}+1}{2}$	$\frac{4\sqrt{2}-2}{\sqrt{2}}$

29. Найти $ctg\varphi$, если известно,что $\sin\varphi = 5/13$.

(Trouvez $ctg\varphi$ si l'on sait que $\sin\varphi = 5/13$.)

А	Б	В	Г	Д
$\frac{1}{13}$	$\pm\frac{12}{5}$	$\frac{4}{13}$	$-\frac{12}{5}$	1

30. В ящике 18 деталей, из них 9 стандартных. Найти вероятность извлечения бракованной детали.

(Il y a 18 pièces dans la boîte, dont 9 sont standard. Trouvez la probabilité de récupérer la pièce défectueuse.)

А	Б	В	Г	Д
1	0	–0,5	0,5	0,25

31. Выберите правильную формулу для элементов следующего множества: $C = \{12; 24; 36; 48; ...\}$.

(Choisissez la bonne formule pour les éléments de l'ensemble suivant: $C = \{12; 24; 36; 48; ...\}$.)

А	Б	В	Г	Д
$x_n = 12n - 1$	$x_n = 12n$	$x_n = n$	$x_n = 12n + 1$	$x_n = n + 12$

32. Разложите на простые множители число: 216.

(Factorisez le nombre: 216).

А	Б	В	Г	Д
$2^3 \cdot 3^2$	$2^2 \cdot 3^3$	$2^3 \cdot 3^3$	$6^3 \cdot 2^2$	$4^2 \cdot 2^3$

33. Найти наименьшее общее кратное чисел: 32, 36, 48 и 72.
(Trouvez le plus petit multiple commun des nombres: 32, 36, 48 et 72.)

А	Б	В	Г	Д
$3^2 \cdot 5 \cdot 2^3$	$5^2 \cdot 3$	$3^3 \cdot 5^2 \cdot 11$	$4^2 \cdot 5 \cdot 3^3$	$2^5 \cdot 3^2$

34. Раскрыть скобки: $(2p + 3b)^3$.

(Développez les crochets: $(2p + 3b)^3$.)

А	$8p^3 - 36p^2b - 36pb^2 - 27b^3$
Б	$8p^3 - 36p^2b + 54pb^2 - 27b^3$
В	$8p^3 + 36p^2b - 36pb^2 + 27b^3$
Г	$8p^3 + 36p^2b + 54pb^2 + 27b^3$
Д	$8p^3 + 36p^2b + 54pb^2 - 27b^3$

35. Найти область определения функции: $y(x) = \sqrt[7]{\dfrac{(x+2)(x-5)}{x^2 - 9}}$.

(Trouvez l'étendue de la fonction: $y(x) = \sqrt[7]{\dfrac{(x+2)(x-5)}{x^2 - 9}}$.)

А	$\{x \neq 2, x \neq -2\}$
Б	$\{x \neq 2, x \neq 5\}$
В	$\{x \neq -2, x \neq 5\}$
Г	$\{x \neq 5, x \neq 3\}$
Д	$\{x \neq -3, x \neq 3\}$

36. Решить уравнение (Résolvez l'équation): $3x^2 - 9x + 6 = x - 2$.

А	Б	В	Г	Д
$\left\{\frac{4}{3}\right\}$	$\left\{2; \frac{4}{3}\right\}$	0	$\left\{-2; -\frac{4}{3}\right\}$	$\left\{-2; \frac{4}{3}\right\}$

37. Решить уравнение (Résolvez l'équation): $2^{3x} = 512^{1/3}$.

А	Б	В	Г	Д
1	$\{x \in R\}$	0	9	–3

38. Решить уравнение: $\log_3(x-2)+\log_3 x=\log_3 8$.
(Résolvez l'équation: $\log_3(x-2)+\log_3 x=\log_3 8$.)

А	**Б**	**В**	**Г**	**Д**
0	1	–1	Ø	4

39. Упростить выражение: $\cos 2\alpha+\mathrm{tg}\alpha\cdot\sin 2\alpha$.
(Simplifier l'expression: $\cos 2\alpha+\mathrm{tg}\alpha\cdot\sin 2\alpha$.)

А	**Б**	**В**	**Г**	**Д**
0	1	$\mathrm{tg}2\alpha$	Ø	$\cos 2\alpha$

40. Из 27 компьютеров выдержали гарантийный срок 24. Какова вероятность того, что наугад взятый компьютер не выдержит гарантийный срок?

(Sur 27 ordinateurs, la période de garantie était de 24. Quelle est la probabilité qu'un ordinateur pris au hasard ne résiste pas à la période de garantie?)

А	**Б**	**В**	**Г**	**Д**
5/9	4/9	1/9	0	1

41. Разложите на простые множители число (Factorisez le nombre): 1024.

А	**Б**	**В**	**Г**	**Д**
$2\cdot 5^6$	$2^2\cdot 5^5$	$2^3\cdot 5^2$	2^{10}	$3^4\cdot 2$

42. Найдите x из пропорции $(1/4)x:15=(1/3):20$.
(Trouver x hors de proportion $(1/4)x:15=(1/3):20$.)

А	**Б**	**В**	**Г**	**Д**
$x=\frac{1}{4}$	$x=1$	$x=\frac{1}{3}$	$x=\frac{4}{3}$	$x=\frac{5}{20}$

43. Разложить выражение на множители: p^3-8q^3.
(Factorisez l'expression: p^3-8q^3.)

А	$(p-2q)(p^2-2pq+4q^2)$
Б	$(p-2q)(p^2+2pq+4q^2)$
В	$(p+2q)(p^2+2pq+4q^2)$
Г	$(p+2q)(p^2-2pq+4q^2)$
Д	$(-p+2q)(p^2+2pq-4q^2)$

44. Найти область определения функции: $y=\sqrt[8]{\dfrac{(x-9)|x+1|}{x^2+16}}$.

(Trouvez l'étendue de la fonction: $y=\sqrt[8]{\dfrac{(x-9)|x+1|}{x^2+16}}$.)

А	$\{x<-4,\ x>4\}$
Б	$\{x\neq-1,\ x\neq-4\}$
В	$\{x\leq-4,\ x\geq4\}$
Г	$\{x\in[-4;\ 4]\}$
Д	$\{x\geq9\}$

45. Решить уравнение (Résolvez l'équation): $|x+3|-|x-1|=4$.

А	Б	В	Г	Д
$\{-\infty;\ 1\}$	$(1;\ +\infty)$	$[1;\ +\infty)$	0	$(-\infty;\ +-3)$

46. Решить уравнение (Résolvez l'équation) : $4\cdot2^{2x}-6^x=18\cdot3^{2x}$.

А	Б	В	Г	Д
$\{2\}$	$\{x\in R\}$	0	$\{9\}$	$\{-2\}$

47. Решить уравнение: $\lg(x-9)+2\lg\sqrt{2x-1}=2$.
(Résolvez l'équation: $\lg(x-9)+2\lg\sqrt{2x-1}=2$.)

А	Б	В	Г	Д
0	1	13	Ø	2

48. Решить уравнение: $2tgx+3ctgx=5$.
(Résolvez l'équation: $2tgx+3ctgx=5$.)

А	Б	В	Г	Д
$\left\{arctg\dfrac{3}{2}+\pi n\right\}$	$\left\{\dfrac{\pi}{4};\ arctg\dfrac{3}{2}\right\}$	$\left\{\dfrac{\pi}{4}+\pi k;\ arctg\dfrac{3}{2}+\pi n\right\}$	$\left\{\dfrac{\pi}{6}+\pi k;\ \pi n\right\}$	$\left\{\dfrac{\pi}{4}+\pi k\right\}$

49. Упростить: $\left(12\,c^5 \cdot g^{10} \cdot p^6\right):\left(6\,c^3 \cdot g^2 \cdot p^4\right)$.

(Simplifier: $\left(12\,c^5 \cdot g^{10} \cdot p^6\right):\left(6\,c^3 \cdot g^2 \cdot p^4\right)$.)

А	Б	В	Г	Д
$c^2 \cdot g^7 \cdot p^2$	$2c^4 \cdot g \cdot p^2$	$2c^2 \cdot g^8 \cdot p^2$	$c \cdot g^8 \cdot p^4$	$4c \cdot g^5 \cdot p^2$

50. Упростить : $\left(16 - 25z^4\right):\left(4 + 5z^2\right)$.

(Simplifier: $\left(16 - 25z^4\right):\left(4 + 5z^2\right)$.)

А	Б	В	Г	Д
$4 + z^2$	$1 - 5z^2$	$4 - 5z^2$	$1 + z^2$	z^2

51. Выделить полный квадрат суммы: $\left(9x^2 - 8x + 2\right)$.

(Sélectionnez le carré complet de la somme: $\left(9x^2 - 8x + 2\right)$.)

А	Б	В	Г	Д
$\left(x - \frac{4}{9}\right)^2 + \frac{4}{9}$	$9\left(x - \frac{4}{9}\right)^2 + \frac{2}{9}$	$\left(x - \frac{4}{9}\right)^2 - \frac{2}{9}$	$9\left(x - \frac{4}{9}\right)^2 - \frac{2}{9}$	$\left(x - \frac{4}{9}\right)^2 + \frac{2}{9}$

52. Избавиться от иррациональности в знаменателе дроби: $\frac{6}{\sqrt{12} + \sqrt{10}}$.

(Débarrassez-vous de l'irrationalité dans le dénominateur de la fraction: $\frac{6}{\sqrt{12} + \sqrt{10}}$.)

А	Б	В	Г	Д
$\sqrt{12} + \sqrt{10}$	$3\left(\sqrt{12} - \sqrt{10}\right)$	$\frac{\left(\sqrt{12} - \sqrt{10}\right)}{6}$	$3\left(\sqrt{12} + \sqrt{10}\right)$	$3\left(12 - \sqrt{10}\right)$

53. Упростить следующее выражение: $\frac{2}{\sqrt{10} + 5} + \frac{5}{\sqrt{10} - 2} - \frac{7}{\sqrt{10}}$.

(Simplifiez l'expression suivante: $\frac{2}{\sqrt{10} + 5} + \frac{5}{\sqrt{10} - 2} - \frac{7}{\sqrt{10}}$.)

А	Б	В	Г	Д
1	$\frac{7}{\left(\sqrt{10} + 10\right)}$	$\frac{5}{\left(\sqrt{10} + 5\right)}$	$\frac{7}{3}$	$\frac{5}{\left(\sqrt{10} - 5\right)}$

54. Решить систему уравнений (Résoudre le système d'équations):

$$\begin{cases} \dfrac{x}{y} - \dfrac{y}{x} = \dfrac{5}{6}; \\ x^2 - y^2 = 5 \end{cases}.$$

А	Б	В	Г
(x = 1, y = –2) et (x = –3, y = –2)	(x = 3, y = 2) et (x = –3, y = 2)	(x = 3, y = 2) et (x = –3, y = –2)	(x = –3, y = 2) et (x = –3, y = 2)

55. Может ли квадратное уравнение иметь одинаковые корни? (Une équation quadratique peut-elle avoir les mêmes racines?)

А	Б
да (oui)	нет (non)

56. Какое число имеет логарифм по основанию 4, равный 2? (Quel nombre a un logarithme en base 4 de 2?)

А	Б	В	Г	Д
10	100	160	16	8

57. При каком основании число 512 имеет логарифм, равный 9? (A quelle base le nombre 512 a-t-il un logarithme de 9?)

А	Б	В	Г	Д
3	2	9	5	4

58. Чему равен логарифм числа 64 (Quel est le logarithme de 64)?
а) по основанию 4 (base 4):

А	Б	В	Г	Д
1	4	5	3	2

б) по основанию 2 (base 2):

А	Б	В	Г	Д
2	6	1	10	8

59. Между какими целыми числами находится логарифм:
(Entre quels entiers se trouve le logarithme):

а) числа 500 по основанию 2? (nombres 500, base 2?);
б) числа 0.034 по основанию 10? (nombre 0,034, base 10?)

А	Б	В	Г	Д
1 et 2	2 et 3	4 et 5	10 et 11	8 et 9

А	Б	В	Г	Д
3 et 4	–3 et –2	–1 et 0	5 et 6	2 et 3

60. Решить уравнение (Résolvez l'équation): $2^{\frac{6-5x}{5+2x}} = \frac{1}{4}$.

А	Б	В	Г	Д
10	5	16	2	7

61. Решить неравенство (Résolvez l'inégalité): $\frac{(x^2-7)(x+4)}{x-2} < 0$.

А	Б	В	Г
$x \in (-4; -\sqrt{7}) \cup$ $\cup (2; \infty)$	$x \in (-\infty; -\sqrt{7}) \cup$ $\cup (2; \sqrt{7})$	$x \in (-4; -\sqrt{7}) \cup$ $\cup (2; \sqrt{7})$	$x \in (-\infty; -1] \cup$ $\cup (2; 7)$

Приложение
Annexe

Таблица умножения
Tableau de multiplication

$1 \cdot 1 = 1$	$2 \cdot 1 = 2$	$3 \cdot 1 = 3$	$4 \cdot 1 = 4$	$5 \cdot 1 = 5$
$1 \cdot 2 = 2$	$2 \cdot 2 = 4$	$3 \cdot 2 = 6$	$4 \cdot 2 = 8$	$5 \cdot 2 = 10$
$1 \cdot 3 = 3$	$2 \cdot 3 = 6$	$3 \cdot 3 = 9$	$4 \cdot 3 = 12$	$5 \cdot 3 = 15$
$1 \cdot 4 = 4$	$2 \cdot 4 = 8$	$3 \cdot 4 = 12$	$4 \cdot 4 = 16$	$5 \cdot 4 = 20$
$1 \cdot 5 = 5$	$2 \cdot 5 = 10$	$3 \cdot 5 = 15$	$4 \cdot 5 = 20$	$5 \cdot 5 = 25$
$1 \cdot 6 = 6$	$2 \cdot 6 = 12$	$3 \cdot 6 = 18$	$4 \cdot 6 = 24$	$5 \cdot 6 = 30$
$1 \cdot 7 = 7$	$2 \cdot 7 = 14$	$3 \cdot 7 = 21$	$4 \cdot 7 = 28$	$5 \cdot 7 = 35$
$1 \cdot 8 = 8$	$2 \cdot 8 = 16$	$3 \cdot 8 = 24$	$4 \cdot 8 = 32$	$5 \cdot 8 = 40$
$1 \cdot 9 = 9$	$2 \cdot 9 = 18$	$3 \cdot 9 = 27$	$4 \cdot 9 = 36$	$5 \cdot 9 = 45$
$1 \cdot 10 = 10$	$2 \cdot 10 = 20$	$3 \cdot 10 = 30$	$4 \cdot 10 = 40$	$5 \cdot 10 = 50$

$6 \cdot 1 = 6$	$7 \cdot 1 = 1$	$8 \cdot 1 = 8$	$9 \cdot 1 = 9$	$10 \cdot 1 = 10$
$6 \cdot 2 = 12$	$7 \cdot 2 = 14$	$8 \cdot 2 = 16$	$9 \cdot 2 = 18$	$10 \cdot 2 = 20$
$6 \cdot 3 = 18$	$7 \cdot 3 = 21$	$8 \cdot 3 = 24$	$9 \cdot 3 = 27$	$10 \cdot 3 = 30$
$6 \cdot 4 = 24$	$7 \cdot 4 = 28$	$8 \cdot 4 = 32$	$9 \cdot 4 = 36$	$10 \cdot 4 = 40$
$6 \cdot 5 = 30$	$7 \cdot 5 = 35$	$8 \cdot 5 = 40$	$9 \cdot 5 = 45$	$10 \cdot 5 = 50$
$6 \cdot 6 = 36$	$7 \cdot 6 = 42$	$8 \cdot 6 = 48$	$9 \cdot 6 = 54$	$10 \cdot 6 = 60$
$6 \cdot 7 = 42$	$7 \cdot 7 = 49$	$8 \cdot 7 = 56$	$9 \cdot 7 = 63$	$10 \cdot 7 = 70$
$6 \cdot 8 = 48$	$7 \cdot 8 = 56$	$8 \cdot 8 = 64$	$9 \cdot 8 = 72$	$10 \cdot 8 = 80$
$6 \cdot 9 = 54$	$7 \cdot 9 = 63$	$8 \cdot 9 = 72$	$9 \cdot 9 = 81$	$10 \cdot 9 = 90$
$6 \cdot 10 = 60$	$7 \cdot 10 = 70$	$8 \cdot 10 = 80$	$9 \cdot 10 = 90$	$10 \cdot 10 = 100$

Рекомендованная литература
Bibliographie

1. Алексеев В. М. Элементарная математика. Решение задач : учеб. пособ. / В. М. Алексеев. − 2-е изд., перераб. и доп. − Киев : Вища школа, 1989. − 383 с.

2. Задания и методические рекомендации к их выполнению по учебной дисциплине "Высшая и прикладная математика" для иностранных студентов отраслей знаний 0306 "Менеджмент и администрирование", 1401 "Сфера обслуживания" заочной формы обучения / сост. О. К. Шевченко, А. В. Костенко. – Харьков. : Изд-во ХНЕУ им. С. Кузнеца, 2014. – 30 с.

3. Ігначкова А. В. Математика для абітурієнтів : навч. посіб. / А. В. Ігначкова, Л. М. Малярець. – Харків : ВД ІНЖЕК, 2004. – 576 с.

4. Литвиненко І. М. Збірник завдань для атестації з математики учнів 10 − 11 класів / І. М. Литвиненко, Л. Я. Федченко, В. О. Швець. − Харків : ББН, 2000. − 164 с.

5. Людвичек К. В. Математика : учебное пособие для иностранных студентов подготовительных факультетов вузов / К. В. Людвичек. − Харьков : Изд-во Украинской инженерно-педагогической академии, 2003. − 258 с.

6. Малярець Л. М. Завдання для контрольних робіт з курсу "Математика" для слухачів підготовчих курсів заочної форми навчання : навч. посіб. / Л. М. Малярець, В. А. Ігначкова. – Харків : ВД ІНЖЕК, 2006. – 88 с.

7. Малярець Л. М. Збірник тестових завдань для підготовки до зовнішнього незалежного оцінювання знань з математики / уклад. Л. М. Малярець, О. Д. Анохіна та ін. ; за заг. ред. Л. М. Малярець. − Харків : Вид-во ХНЕУ, 2009. − 268 с.

8. Математика : учеб. пособ. для слушателей подготовительного отделения ХНЭУ / Л. М. Малярец, А. В. Игначкова, Л. Д. Широкорад и др. − Харьков : Изд-во ХНЭУ, 2013. − 336 с.

9. Робоча програма навчальної дисципліни "Математика" для слухачів підготовчого відділення [Електронне видання] / уклад. Л. М. Малярець, О. В. Гунько, О. К. Шевченко. – Харків : ХНЕУ ім. С. Кузнеця, 2016. – 58 с.

10. Тестові завдання з математики (робочий зошит) : навч. посіб. / за ред. Л. М. Малярець. – Харків : ВД ІНЖЕК, 2005, − 136 с.

Содержание

Table de matières

НАВЧАЛЬНЕ ВИДАННЯ

МАТЕМАТИКА

Методичні рекомендації до практичних завдань для слухачів підготовчого відділення

(рос., франц. мовами)

Самостійне електронне текстове мережеве видання

Укладачі: **Малярець** Людмила Михайлівна
Шевченко Олександра Кирилівна
Жуков Андрій В'ячеславович
Ламааши Мухамед

Відповідальний за видання *Л. М. Малярець*

Редактор *З. В. Зобова*

Коректор *З. В. Зобова*

Наведено приклади і задачі з математики, подано вказівки до розв'язання задач, а також наведено приклади розв'язання типових задач.

Рекомендовано для студентів факультету підготовки іноземних громадян.

План 2020 р. Поз. № 21 ЕВ. Обсяг 93 с.

Видавець і виготовлювач – ХНЕУ ім. С. Кузнеця, 61166, м. Харків, просп. Науки, 9-А

Свідоцтво про внесення суб'єкта видавничої справи до Державного реєстру ***ДК № 4853 від 20.02.2015 р.***