

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ,  
МОЛОДІ ТА СПОРТУ УКРАЇНИ**

**ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ ЕКОНОМІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ**

**МЕТОДИ ТА СИСТЕМИ ПІДТРИМКИ  
ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ В УПРАВЛІННІ  
ЕКОЛОГО-ЕКОНОМІЧНИМИ ПРОЦЕСАМИ  
ПІДПРИЄМСТВ**

**Навчальний посібник**

**Харків. Вид. ХНЕУ, 2012**

УДК [005.53:504.064.3](075.8)

ББК 65.290-2+65Ся73

М54

Рецензенти: докт. екон. наук, професор Національного технічного університету "Харківський політехнічний інститут" *Заруба В. Я.*; докт. техн. наук, професор кафедри системотехніки Харківського національного університету радіоелектроніки *Гребеннік І. В.*

**Рекомендовано до видання рішенням вченої ради Харківського національного економічного університету.**

Протокол № 5 від 28.12.2011 р.

**Авторський колектив:** Пономаренко В. С., докт. екон. наук, професор – теми 2, 3; Павленко Л. А., канд. техн. наук, доцент – теми 1, 4, 5, 10, 12; Беседовський О. М., канд. екон. наук, доцент – теми 6, 7, 9; Гаврилова А. А., ст. викладач – теми 8, 11, 13.

М54      Методи та системи підтримки прийняття рішень в управлінні еколого-економічними процесами підприємств : навчальний посібник / Пономаренко В. С., Павленко Л. А., Беседовський О. М. та ін. – Х. : Вид. ХНЕУ, 2012. – 272 с. (Укр. мов.)

Розкрито проблеми поліпшення стану навколишнього середовища із застосуванням сучасних методів та систем підтримки прийняття рішень, які базуються на сучасних інформаційних технологіях. Розглянуто питання побудови та використання систем підтримки прийняття рішень за результатами екологічного моніторингу, геоінформаційних систем та інших сучасних інструментальних засобів прийняття рішень.

Рекомендовано для студентів спеціальності 8.05010105 "Комп'ютерний еколого-економічний моніторинг"

IBSN

УДК [005.53:504.064.3](075.8)

ББК 65.290-2+65Ся73

© Харківський національний економічний університет, 2012

© Пономаренко В. С.

Павленко Л. А.

Беседовський О. М. та ін.

2012

## Вступ

Навчальну дисципліну "Методи та системи підтримки прийняття рішень в управлінні еколого-економічними процесами підприємств" віднесено до групи освітньо-професійних дисциплін підготовки магістрів напряму "Комп'ютерний еколого-економічний моніторинг".

Дисципліна "Методи та системи підтримки прийняття рішень в управлінні еколого-економічними процесами підприємств" є невід'ємною частиною циклу комп'ютерних дисциплін, необхідних фахівцям-аналітикам із збирання, накопичення, обробки, аналізу, прийняття рішень з поліпшення стану навколишнього середовища за даними еколого-економічного моніторингу засобами сучасних інформаційних технологій на території діяльності промислових підприємств незалежно від форм їх власності та організаційно-правової форми господарювання.

Вивчення навчальної дисципліни дозволяє студентам оволодіти знаннями та навичками з аналізу, моделювання, оптимізації, узагальнення та розповсюдження інформації засобами сучасних інформаційних технологій, з метою адаптації та використання сучасних програмних засобів оброблення еколого-економічної інформації. Дисципліна вивчається на п'ятому курсі.

Метою вивчення дисципліни є надання поглиблених знань з основ теорії прийняття рішень, теорії ігор, теорії статистичних ігор, прийняття рішень в умовах визначеності, ризику та невизначеності в обсязі, достатньому для використання математичного апарату в професійній діяльності.

Уміння, які набувають студенти, полягають у застосуванні базових знань та підготовленість до виконання необхідних розрахунків та розробки математичних моделей за даними еколого-економічного моніторингу з метою подальшої розробки та підтримки систем прийняття оперативних рішень щодо поліпшення стану навколишнього середовища.

Професійні компетенції, яких набувають студенти, полягають у ґрунтовній підготовці та знаннях головних принципів і правил формалізації складних ситуацій при прийнятті рішень, головних понять теорії прийняття рішень, різниці між завданнями прийняття рішень в умовах визначеності, ризику, невизначеності, методів теорії дослідження операцій, теорії антагоністичних та статистичних ігор; у підготовці до розробки для практики науково обґрунтованих рекомендацій щодо

організації і технології побудови процедур підготовки і прийняття рішень у складних ситуаціях із застосуванням сучасних методів і засобів інформаційних технологій.

Необхідним елементом успішного засвоєння навчального матеріалу дисципліни є самостійна робота студентів з літературою з питань базисної технології побудови та використання сучасних систем підтримки прийняття рішень за даним еколого-економічного моніторингу.

## **Розділ 1. Теоретичні основи вибору альтернатив**

### **1. Загальні аспекти прийняття рішень**

**Мета вивчення теми** – освоєння концепції теорії прийняття рішень: об'єкта, предмета, основних понять теорії прийняття рішень.

**Основні питання:**

- 1.1. Концепція прийняття рішень. Основні поняття і визначення.
- 1.2. Класифікація задач прийняття рішень.
- 1.3. Задачі прийняття рішень в умовах визначеності.
- 1.4. Задачі прийняття рішень в умовах ризику.
- 1.5. Задачі прийняття рішень в умовах невизначеності.
- 1.6. Методи теорії дослідження операцій при прийнятті рішень.
- 1.7. Приклади задач прийняття рішень в умовах визначеності.

**Професійні компетенції:** знання головних принципів і правил формалізації складних ситуацій при прийнятті рішень, головних понять теорії прийняття рішень, різниці між задачами прийняття рішень в умовах визначеності, ризику, невизначеності, використання методів теорії дослідження операцій при прийнятті рішень; розробка для практики науково обґрунтованих рекомендацій щодо організації і технології побудови процедур підготовки та прийняття рішень у складних ситуаціях із застосуванням сучасних методів і засобів інформаційних технологій.

**Нормативна база для вивчення теми:** математика, дослідження операцій, теорія вірогідностей, статистика, системний аналіз, інформатика та комп'ютерна техніка, програмування, екологія.

**Ключові терміни:** вибір, рішення, проблемна ситуація, прийняття рішень, альтернатива, критерій, особа, яка приймає рішення (ОПР), експерт, задачі прийняття рішень в умовах: визначеності, ризику, невизначеності.

## 1.1. Концепція прийняття рішень.

### Основні поняття і визначення

Задача прийняття рішень (ЗПР) – одна з найпоширеніших у будь-якій предметній області. Її вирішення зводиться до вибору однієї або декількох альтернатив з деякої множини. Вибір можливий тільки на підставі вибраних: мети, альтернатив, критеріїв вибору.

Питаннями розробки загальних методів і моделей аналізу ситуацій і прийняття рішень займається математична дисципліна теорія прийняття рішень (ТПР) [2; 5; 7; 8; 14; 26; 31 – 34; 45; 51; 52; 54; 58; 65; 74; 76].

**Об'єктом дослідження ТПР** є ситуація прийняття рішень, або так звана проблемна ситуація (ПС).

**Предметом дослідження ТПР** є загальні закономірності вироблення рішень у проблемних ситуаціях, а також закономірності, властиві процесу моделювання основних елементів проблемної ситуації.

**Основним призначенням ТПР** є розробка для практики науково обґрунтованих рекомендацій щодо організації і технології побудови процедур підготовки і прийняття рішень у складних ситуаціях із застосуванням сучасних методів і засобів (у першу чергу, комп'ютерних систем).

Методологічну основу ТПР складають елементи системного підходу, які реалізуються в елементах наукової бази системного аналізу.

Системний аналіз – це сукупність конкретних, методичних підходів, практичних методів і алгоритмів, які мають практичну спрямованість та дозволяють реалізувати теоретичні концепції і головні ідеї системного підходу в рамках соціально-економічних, екологічних, технічних проблем.

В основі сучасної ТПР лежить комплексна концепція прийняття рішень, яка вимагає врахування всіх істотних аспектів проблемної ситуації і раціональної інтеграції як логічного мислення й інтуїції людини, так і математичних і технічних засобів.

Згідно з цією концепцією **прийняття рішення** – це свідомий вибір з ряду варіантів (альтернатив).

**Вибір** – дія, що дозволяє організувати цілеспрямовану діяльність людини.

**Рішення** – результат вибору, який реалізований у певній нормативно-правовій формі (порада, рекомендація, наказ, програма і т. п.).

**Прийняття рішень** – процедура вибору альтернативи із заданої множини на підставі певного критерію або безлічі критеріїв.

**Альтернатива** – кожна з двох або більше можливостей, таких, що виключають одна одну.

**Критерій** – (від грецького – засіб для вислову думок) ознака, на підставі якої проводиться оцінка, визначення або класифікація чого-небудь; мірило оцінки.

**Особа, яка приймає рішення** (ОПР) – це людина (або група осіб), які володіють правами вибору рішення і несуть відповідальність за його наслідки. Окрім нього в цьому процесі беруть участь такі категорії фахівців [22].

**Власник проблеми**, який, на думку оточуючих, повинен вирішувати проблему, і несе повну відповідальність за результат її рішення.

Це може бути керівник компанії, фірми, головний інженер, головний технолог і т. д. Він не є особою, яка фактично ухвалює рішення.

**Керівник активної групи** – керівник групи фахівців, що мають загальні інтереси і прагнуть зробити вплив на процес вибору.

**Експерт** – професіонал у своїй проблемній області. Слово латинського походження і означає "досвідчений".

**Консультант щодо ухвалення рішень** – координатор процесу прийняття рішень.

ОПР організує всі процедури прийняття рішень із залученням вказаних фахівців і ухвалює рішення.

Прийняття рішення полягає у виконанні послідовності таких процедур:

- 1) аналіз проблеми, вибір мети, задля якої проводиться вибір;
- 2) оцінка ступеня узгодженості мети (від повної узгодженості до повної суперечності);
- 3) формулювання множини альтернатив, з яких здійснюється вибір;
- 4) аналіз і оцінка наслідків реалізації кожної з альтернатив;
- 5) формулювання критерію порівняння, тобто правила, за допомогою якого визначається перевага альтернатив;
- 6) визначення режиму вибору: однократний або багатократний;
- 7) оцінка ситуації, в якій проводиться вибір (визначеність або невизначеність, її вигляд);
- 8) визначення типу відповідальності (індивідуальна або групова);
- 9) реалізація вибраного варіанта дій (результату, рішення).

Вибір критерію є складним, відповідальним завданням. Проте об'єктивно існують критерії, без яких практично неможливо оцінювати перевагу результатів будь-якої економічної або комерційної операції.

Це такі критерії, як: час, витрати, прибуток, ефективність.

Показник або оцінка критерію – значення, які приймає критерій і які відображають у свідомості ОПР ступінь переваги або непереваги тих або інших властивостей результату операції. Оцінки критерію виражаються в прийнятих для їх вимірювання спеціальних шкалах. Розрізняють дві частини теорії прийняття рішень: формальну і прагматичну (психологічну). Перша пов'язана з дослідженням технології прийняття рішень у пошуках відповіді на питання "Як необхідно приймати рішення?". Друга досліджує питання про те, як люди на практиці приймають рішення, і які при цьому скоюють помилки. При прийнятті рішень, перш за все, необхідно сформулювати модель проблемної ситуації, тобто сформулювати задачу прийняття рішення (ЗПР).

## **1.2. Класифікація задач прийняття рішень**

Традиційний підхід до класифікації задач прийняття рішень заснований на безлічі ознак, що характеризують кількість і якість доступної інформації [2]. При цьому задачі прийняття рішень представляють таким кортежем:

**< T, A, K, X, F, G, D >**,

де T – постановка задачі (наприклад, синтезувати і вибрати якнайкращий варіант системи в значенні її функціональних властивостей; виявити найінформативніші параметри функціонування системи для оптимального управління; вибрати якнайкращу альтернативу із значень параметрів функціонування системи для стабілізації її роботи);

A – безліч допустимих альтернатив для реалізації певних функцій або функціональних властивостей системи;

K – безліч критеріїв вибору (множина може включати один (скалярний) критерій або може містити декілька критеріїв (векторний критерій). Відповідно до цього задачі прийняття рішень поділяють на задачі з скалярним критерієм і задачі з векторним критерієм або багатокритеріальні задачі;

X – безліч методів вимірювання переваг альтернатив (використання номінальної – класифікаційної шкали; використання рангової шкали; використання кількісної шкали; експертна оцінка за допомогою коментарів; експериментальна оцінка; оцінка на основі продукційних правил);

F – відображення безлічі допустимих альтернатив, що реалізують функції, в безліч критеріальних оцінок. Відображення A в K може бути детермінованим; вірогіднісним; невизначеним. Відповідно до цього задачі ділять на задачі в умовах визначеності, в умовах ризику, в умовах невизначеності;

G – система переваг вирішального елемента (ОПР) (формування переваг однією особою або колективом). Відповідно до цього розрізняють: задачі індивідуального і задачі колективного прийняття рішень;

D – вирішальне правило, що відображає систему переваг вирішального елемента. Відповідно до різних варіантів відображень A в K розрізняють такі класи задач прийняття рішень.

### **1.3. Задачі прийняття рішень в умовах визначеності**

До цього класу відносяться задачі, для вирішення яких є достатня і достовірна кількісна інформація. В цьому випадку застосовуються методи математичного програмування. Умовами застосування цих методів є такі:

1. Задача добре формалізована, тобто існує адекватна математична модель реального світу.

2. Існує єдина цільова функція (критерій оптимізації), що дозволяє судити про якість порівнюваних альтернативних варіантів.

3. Існує можливість кількісної оцінки значень цільової функції.

4. Задача має певні ступені свободи (ресурси оптимізації) – параметри функціонування системи, які можливо змінювати в деяких межах у цілях поліпшення значення цільової функції.

### **1.4. Задачі прийняття рішень в умовах ризику**

Мають місце, коли існує можливість описати настання того або іншого результату з певною вірогідністю. Такі задачі називають задачами прийняття рішень в умовах ризику. Для побудови розподілу вірогідності настання результатів необхідно мати представницьку статистику



результатів спостережень або знання експертів. Звичайно для їх вирішення застосовуються методи одновимірної або багатовимірної корисності. Ці задачі займають проміжне становище між задачами в умовах визначеності і невизначеності.

### **1.5. Задачі прийняття рішень в умовах невизначеності**

Ці задачі мають місце, коли інформація, необхідна для прийняття рішень, є неточною, неповною, некілкісною, багатокритеріальною, а формальні моделі досліджуваної системи дуже складні, або відсутні.

### **1.6. Методи теорії дослідження операцій при прийнятті рішень**

Для прийняття рішення широко використовуються методи прикладної наукової дисципліни – теорії дослідження операцій. Істотна відмінність у предметі дослідження теорії прийняття рішень і дослідження операцій полягає в тому, що застосування формальних методів дослідження операцій може бути почато тільки після отримання точного формулювання мети. Рішення полягає у відшуканні оптимального рішення, яке максимізує (або мінімізує) цільову функцію, яка моделює ступінь переваги в значенні досягнення мети. Таким чином, моделі цієї теорії дозволяють вирішувати задачі прийняття рішень в умовах визначеності. Теорія прийняття рішень як об'єкт дослідження аналізує проблему й формулює мету. Наступними етапами є вибір якнайкращого рішення й інтерпретація його для практики. ТПР закінчує застосування свого апарату тільки після вивчення ступеня визначеності проблеми, яка стояла перед ОПР, і фіксації практичного досвіду.

Існує коло задач, заснованих на теорії дослідження операцій, для яких побудовані відпрацьовані математичні моделі, що дозволяють знаходити рішення без участі ОПР. Це задачі розподілу ресурсів, транспортні задачі, задачі масового обслуговування, управління запасами і ряд інших.

Моделі лінійного і нелінійного програмування застосовуються при прийнятті рішень в умовах визначеності, коли точно відомі всі параметри моделі [7; 19; 20]. Наприклад, при оптимальному плануванні на основі моделі лінійного програмування вигляду (1.1) необхідно мати значення параметрів:  $c_j, a_{ij}, b_i, d_j, D_j$ .

$$E = \sum_{j=1}^n c_j \times x_j \rightarrow \max (\min); \quad (1.1)$$

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} \times x_j \leq b_i; \quad i = 1, \dots, m;$$

$$d_j \leq x_j \leq D_j; \quad j = 1, \dots, n,$$

де  $E$  – прибуток підприємства;

$c_j$  – вартість реалізації одиниці продукції;

$a_{ij}$  – витрати ресурсів;

$b_i$  – запас  $i$ -го ресурсу.

У практичних розрахунках ці величини приймаються детермінованими. Насправді тільки граничні значення  $d_j, D_j$  шуканої змінної  $x_j$  є детермінованими. Решта змінних є випадковими.

Наприклад, якщо ресурс  $b_i$  – предмет поставки, то його величина залежить від термінів і об'ємів поставки.

Якщо ресурсом є устаткування, то його кількість залежить від надійності устаткування; потреби в ресурсах або витрати ресурсів  $a_{ij}$  залежать від якості продукції і т. д. Тому прийняття рішення про оптимальний випуск продукції на підставі моделі (1.1) насправді є прийняттям рішення в умовах невизначеності.

Задачу (1.1) з випадковими параметрами називають задачею стохастичного програмування (СТП). Для її вирішення необхідно мати в розпорядженні параметри випадкових величин. Розглядають два підходи до вирішення таких задач.

У першому випадку відомі діапазони зміни випадкової величини. Такі задачі називаються задачами прийняття рішень в умовах повної невизначеності.

У другому випадку відомий закон розподілу випадкової величини і його параметри. Такі задачі називаються задачами прийняття рішень в умовах ризику.

У разі прийняття рішень в умовах повної невизначеності на основі лінійної моделі (1.1) параметри  $d_j, D_j$  вважають детермінованими.

Якщо на підставі попередніх періодів для кожного з параметрів моделі (1.1) вдалося встановити такі межі:

$$\min c_j \leq c_j \leq \max c_j,$$

$$\min a_{ij} \leq a_{ij} \leq \max a_{ij},$$

$$\min b_j \leq b_j \leq \max b_j,$$

то розрахунок плану для двох крайніх випадків дозволяє отримати два варіанта рішень: гірший (песимістичний) та кращий (оптимістичний).

У першому випадку ресурси приймають мінімальне значення  $\min b_j$ , а їх витрата – максимальне значення  $\max a_{ij}$ . Тоді очікуваний прибуток  $E$  залежить від нижньої межі  $\min c_j$  вартості реалізації продукції та сам знаходиться на нижній межі. Підставивши ці значення в модель (1.1), отримаємо звичайну задачу лінійного програмування для випадку песимістичного плану, виконання якого гарантовано, але прибуток низький.

У другому випадку кращим (оптимістичним) є план, де ресурси мають максимальне значення  $\max b_j$ , а їх витрата – мінімальне значення  $\min a_{ij}$ , прибуток  $E$  залежить від максимального значення  $\max c_j$  та сам має максимальне значення. План в цьому випадку дасть значний ефект, але його виконання не гарантовано.

Приведений підхід повною мірою відноситься і до моделей нелінійного програмування.

При вирішенні задач в умовах ризику частіше за все в якості закону розподілу випадкової величини приймається нормальний закон.

Вирішення задач в умовах повної невизначеності і ризику буде розглянуте далі. Далі наведені приклади вирішення задач прийняття рішень в умовах визначеності [20].

## 1.7. Приклади задач прийняття рішень в умовах визначеності

Випуск продукції  $P_j$  характеризується наявністю ресурсів і нормами витрати  $a_{ij}$ , наведеними в табл. 1.1.

Таблиця 1.1

### Початкові дані для вирішення задач пошуку оптимального плану випуску продукції

Найменування ресурсу	Вид продукції				Запас ресурсів
	$P_1$	$P_2$	$P_3$	$P_4$	
Спеціалізоване обладнання типу 1, нормо-час	7	5	10	12	1 600
Спеціалізоване обладнання типу 2, нормо-час	15	13	18	20	3 200
Складальні роботи, людино-год.	2	1	2	3	2 40
Комплектуючі вироби, шт.	1	2	4	3	400
Витрати на виготовлення 1 шт., грн	220	300	400	420	-
Відпускна ціна за 1 шт., грн	300	450	600	500	-
Мінімальний випуск, шт.	2	10	-	15	-
Максимальний випуск, шт.	40	-	50	15	-

Необхідно знайти оптимальний план випуску продукції на підставі таких критеріїв:

максимізація прибутку;

максимізація випуску продукції в натуральному виразі;

максимізація завантаження спеціалізованого устаткування (типу 1 і типу 2).

Математична модель задачі за різними критеріями та наявними обмеженнями має такий вигляд.

За критерієм максимізації прибутку:

$$E_1 = \sum_{j=1}^4 (C_j - S_j) \times x_j \rightarrow \max, \quad (1.2)$$

де  $C_j$  – відпускна ціна одиниці продукції,

$S_j$  – витрати на виготовлення одиниці продукції,

$x_j$  – план виготовлення продукції.

За критерієм максимізації випуску продукції в натуральному виразі:

$$E_2 = \sum_{j=1}^4 x_j \rightarrow \max. \quad (1.3)$$

За критерієм максимізації навантаження обладнання:

$$E_3 = \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^4 a_{ij} \times x_j \rightarrow \max, \quad (1.4)$$

де  $a_{ij}$  – значення  $i$ -го ресурсу (спеціалізованого обладнання) для виготовлення  $j$ -ої продукції.

Обмеження на спеціалізоване обладнання типу 1:

$$\sum_{j=1}^4 a_{1j} \times x_j \leq 1600. \quad (1.5)$$

Обмеження на спеціалізоване обладнання типу 2:

$$\sum_{j=1}^4 a_{2j} \times x_j \leq 3200. \quad (1.6)$$

Обмеження на складальні роботи:

$$\sum_{j=1}^4 a_{3j} \times x_j \leq 240. \quad (1.7)$$

Обмеження на комплектуючі вироби:

$$\sum_{j=1}^4 a_{4j} \times x_j \leq 400. \quad (1.8)$$

Обмеження на планові значення змінних:

$$2 \leq x_1 \leq 40, \quad x_2 \geq 10, \quad x_3 \leq 50, \quad x_4 = 15. \quad (1.9)$$

Рішення для цих варіантів, отримане засобами пакета MS Excel, наведено в табл. 1.2.

Таблиця 1.2

**Початкові дані та результат вирішення задач оптимізації плану  
випуску продукції**

Найменування ресурсу	Вид продукції				Ресурс (наявний)
	P <sub>1</sub>	P <sub>2</sub>	P <sub>3</sub>	P <sub>4</sub>	
Спеціалізоване обладнання типу 1, нормо-год.	7	5	10	12	1 600
Спеціалізоване обладнання типу 2, нормо-год.	15	13	18	20	3 200
Складальні роботи, людино-год.	2	1	2	3	240
Комплектуючі вироби, шт.	1	2	4	3	400
Витрати на виготовлення 1 шт., грн	220	300	400	420	–
Відпускна ціна за 1 шт., грн	300	450	600	500	–
Мінімальний випуск, шт.	2	10	–	15	–
Максимальний випуск, шт.	40	–	50	15	–
<b>Рішення</b>					
План випуску продукції в разі максимізації прибутку	12	172	0	15	–
План випуску продукції в разі максимізації випуску продукції в натуральному виразі	12	172	0	15	–
План випуску продукції в разі максимізації завантаження спеціалізованого обладнання	12	172	0	15	–
<b>Максимальний прибуток: 27 883,33 грн</b>					
<b>Максимальний випуск продукції: 199 шт.</b>					
<b>Максимальне навантаження спеціалізованого обладнання: 3 826,67 нормо-год.</b>					

Отримані результати дозволяють ОПР прийняти рішення про наступний план випуску продукції:

- для продукції P<sub>1</sub> – 12 шт.,
- для продукції P<sub>2</sub> – 172 шт.,
- для продукції P<sub>3</sub> – 0 шт.,
- для продукції P<sub>4</sub> – 15 шт.

Проте є широке коло задач, що не укладаються в рамки теорії дослідження операцій. Це багатокритеріальні задачі і задачі прийняття рішень в умовах стохастичної і повної невизначеності.

Одним з найважливіших початкових положень ТПР є теза про те, що не існує абсолютно кращого рішення. Якнайкращим рішення може вважатися лише для даного ОПР, відносно поставленої їм мети, тільки в даному місці і в даний момент часу.

Основна задача ТПР полягає не в тому, щоб замінити людину в процесі вироблення рішення, а в тому, щоб допомогти йому розібратися в суті складної ситуації.

### **Питання для самоперевірки**

1. Розкрити зміст понять "вибір", "рішення", "проблемна ситуація", "прийняття рішень", "альтернатива", "критерій", "ОПР".

2. Пояснити ролі учасників процесу прийняття рішень: "власник проблеми", "керівник активної групи", "експерт", "консультант по ухваленню рішень".

3. Пояснити послідовність процедури прийняття рішень.

4. Привести класифікацію задач прийняття рішень.

5. Розкрити зміст поняття: "прийняття рішень в умовах визначеності".

6. Розкрити зміст поняття: "прийняття рішень в умовах визначеності".

7. Розкрити зміст поняття: "прийняття рішень в умовах ризику".

8. Розкрити зміст поняття: "прийняття рішень в умовах невизначеності".

### **Контрольні запитання і задачі**

1. У чому полягає відмінність між скалярним і векторним критеріями при прийнятті рішень?

2. Пояснити відмінність у підходах до прийняття рішень у теорії прийняття рішень і теорії дослідження операцій.

3. Сформулювати задачу прийняття рішень в умовах визначеності про оптимальний план розміщенні екологічно небезпечних виробництв у районі крупного населеного пункту.

## Резюме за темою

Розрізняють задачі прийняття рішень в умовах визначеності, стохастичної невизначеності, повної невизначеності, багатокритеріальні задачі. Для кожної з цих категорій задач існують певні методи вирішення.

Одним з найважливіших початкових положень ТПР є теза про те, що не існує абсолютно кращого рішення. Якнайкращим рішенням може вважатися лише для даного ОПР, відносно поставлених їм мети, тільки в даному місці і в даний момент часу.

Основна задача ТПР полягає не в тому, щоб замінити людину в процесі вироблення рішення, а в тому, щоб допомогти їй розібратися в суті складної ситуації.

## Словник термінів

<b>Вибір</b>	дія, що дозволяє організувати цілеспрямовану діяльність людини
<b>Рішення</b>	результат вибору, який реалізований у певній нормативно-правовій формі (порада, рекомендація, наказ, програма і т. п.)
<b>Прийняття рішень</b>	процедура вибору альтернативи із заданої множини на підставі певного критерію або безлічі критеріїв
<b>Альтернатива</b>	кожна з двох або більше можливостей таких, що виключають одна одну
<b>Критерій</b>	(від грецького – засіб для вислову думок) ознака, на підставі якої проводиться оцінка, визначення або класифікація чого-небудь; мірило оцінки
<b>Особа, що приймає рішення (ОПР)</b>	це людина (або група осіб), які володіють правами вибору рішення і несуть відповідальність за його наслідки. Окрім нього в цьому процесі беруть участь такі категорії фахівців: власник проблеми, керівник активної групи, експерт, консультант щодо прийняття рішень
<b>Власник проблеми</b>	особа яка, на думку оточуючих, повинна вирішувати проблему і несе повну відповідальність за результат її рішення. Це може бути керівник компанії, фірми, головний інженер, головний технолог і так далі. Він не є особою, яка фактично ухвалює рішення



<b>Керівник активної групи</b>	керівник групи фахівців, що мають загальні інтереси і прагнуть зробити вплив на процес вибору
<b>Експерт</b>	професіонал у своїй проблемній області. Слово латинського походження й означає "досвідчений"
<b>Консультант щодо прийняття рішень</b>	координатор процесу прийняття рішень

## 2. Бінарні відношення та механізми прийняття рішень

**Мета вивчення теми** – освоєння загальних принципів: відмінності тривіальних задач від нетривіальних задач і механізмів прийняття рішень; структуризації альтернатив методами: ранжирування, завдання функції переваги, завдання функції вибору, парним порівнянням.

### Основні питання:

2.1. Вибір і нетривіальність задач прийняття рішень.

2.2. Загальні принципи структуризації альтернатив.

2.3. Некритеріальне структурування альтернатив.

2.3.1. Завдання порівняльної переваги.

2.3.2. Метод "рядкових сум".

2.3.3. Метод безпосередньої оцінки альтернатив.

### Професійні компетенції:

знання принципів і правил вибору та застосування на практиці загальних принципів структуризації альтернатив методами: ранжирування, завдання функції переваги, завдання функції вибору, парним порівнянням. Нормативна база для вивчення теми: математика, дослідження операцій, теорія вірогідностей, статистика, системний аналіз.

**Ключові терміни:** тривіальна і нетривіальна задачі прийняття рішень, ранжирування, функція переваги, функція вибору, парне порівняння, бінарне відношення, метод "рядкових сум", метод "безпосередньої оцінки".

## 2.1. Вибір і нетривіальність задач прийняття рішень

Необхідною умовою існування задач прийняття рішень є наявність декількох допустимих альтернатив. При наявності однієї альтернативи задача прийняття рішень не має сенсу.

Задача прийняття рішень називається тривіальною, якщо вона характеризується одним критерієм  $K$  і всім альтернативам  $A_i$  приписані конкретні числові оцінки відповідно до значень вказаного критерію [2].

На практиці частіше за все доводиться вирішувати багатокритеріальні задачі, оскільки при оцінці дійсно складних ситуацій рідко вдається обійтися одним критерієм. Наприклад, при оцінці діяльності торгового підприємства розглядаються такі важливі приватні результати, як: об'єм продажів, витрати зберігання товарів, прибуток, оборотність засобів та ін. Саме на значеннях цих результатів частіше всього будують критерії. Одні з них (наприклад, прибуток) бажано максимізувати, інші (наприклад, витрати зберігання) – мінімізувати. Як правило, в цьому значенні критерії ефективності рішення завжди суперечливі. В результаті виявляється, що не існує рішення, якнайкращого одночасно за всіма критеріями. Наприклад, фірма не може отримати максимальний дохід при мінімальних витратах.

Задача прийняття рішень перестає бути тривіальною, якщо при одному критерії кожній альтернативі відповідає не точна оцінка (рис. 2.1), а інтервал можливих оцінок (рис. 2.2), що створює умови невизначеності.



Рис. 2.1. Вибір альтернативи при одному критерію і точній числовій оцінці значень альтернатив

Якщо при одному критерію кожній альтернативі відповідає розподіл  $f(K / A_i)$  на значеннях вказаного критерія, то створюються умови ризику (рис. 2.3).

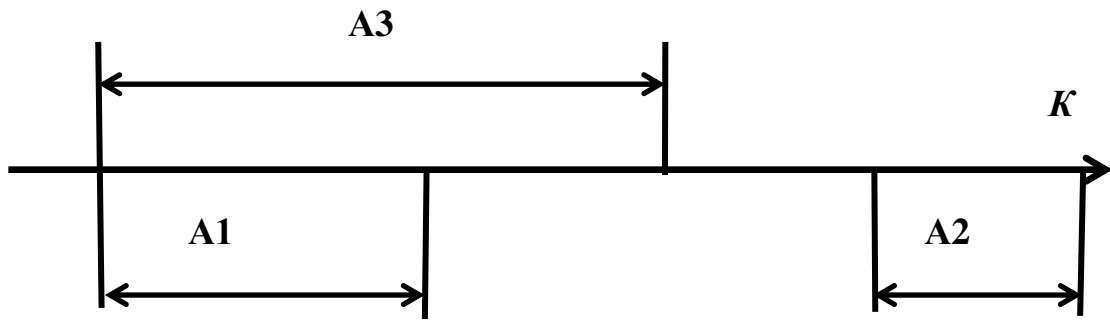


Рис. 2.2. Вибір альтернативи при одному критерію та інтервальній оцінці значень альтернатив

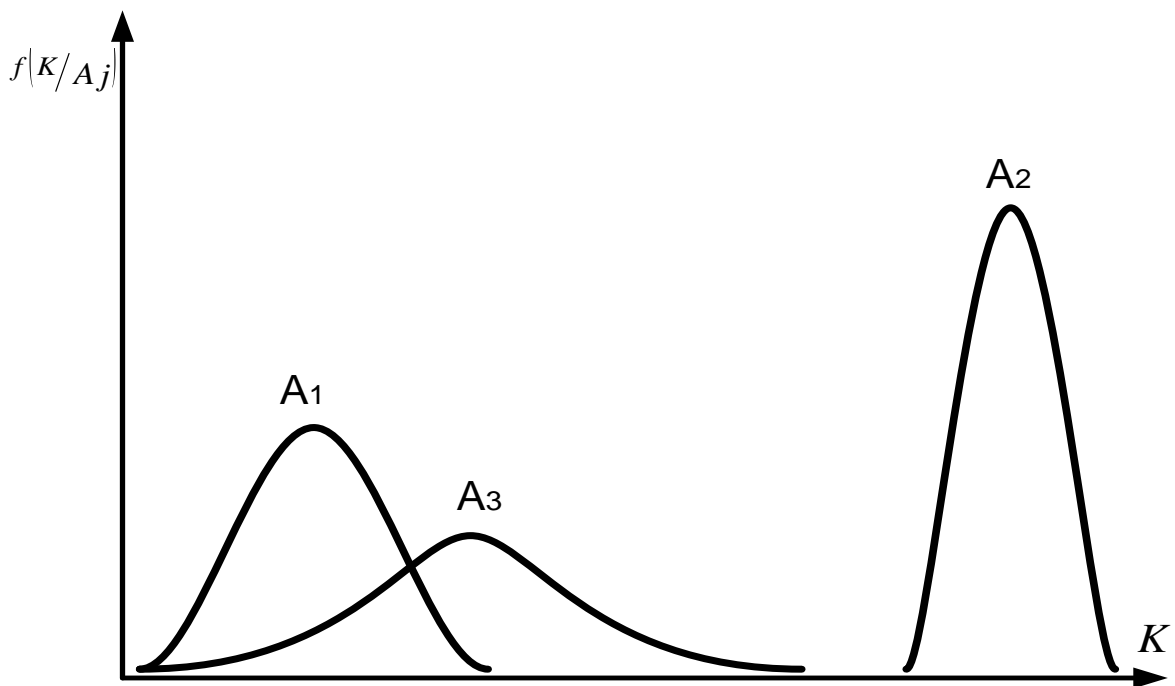


Рис. 2.3. Вибір альтернативи при одному критерію в умовах ризику

Наявність невизначених чинників, особливо в поєднанні з багатокритеріальністю, істотно ускладнює прийняття рішень. Навіть якщо діє найбільш вивчений у теоретичному відношенні чинник – випадковість, і навіть якщо задача однокритеріальна, то прийняти рішення не просто, оскільки потрібно враховувати відношення ОПР до ризику, до можливості понести втрати або збитки через несприятливий збіг обставин.

Для випадку з іншими по своїй природі невизначеностями (поведінкової, природної) ситуація прийняття рішення ще більш

ускладнюється. Наприклад, частка на ринку збуту, на яку може розраховувати ОПР, часто є невизначеною.

На "суміжних сегментах" ринку конкуренти, як правило, переслідують власну мету, часто невідому ОПР, що робить процес вироблення рішення надзвичайно складним.

Таким чином, нетривіальними є задачі прийняття рішень в умовах наявності багатьох критеріїв, ризику та невизначеності.

## 2.2. Загальні принципи структуризації альтернатив

Основою прийняття рішень щодо варіантів рішень або вибору тих або інших альтернатив є їх порівняння або опис переваг ОПР.

Нижче приведені найпоширеніші з цих способів [2].

**Ранжирування об'єктів** – представлення елементів множини  $A$  у вигляді послідовності в порядку убування (або незростання) їх переваги. При цьому не оговорюють "на скільки" один елемент переважає інший.

**Ранжирування дозволяє вибрати** з досліджуваної сукупності чинників **найістотніший**.

**Завдання функції переваги** або безпосереднє оцінювання – кожному об'єкту ставиться відповідно деяке число, наприклад, оцінка його якості в балах. Наприклад, оцінка студента на іспиті.

**Завдання функції вибору**  $X^* = F(X)$ , яка для будь-якої підмножини  $X$  множини  $A$  ( $X \in A$ ) дає підмножину ( $X^* \in X$ ) кращих, з погляду ОПР, елементів множини  $X$ .

Наприклад, функція мети в оптимізаційних задачах теорії дослідження операцій.

**Парне порівняння** – це встановлення переваги об'єктів при порівнянні всіх можливих пар.

Тут не потрібно, як при ранжируванні, упорядковувати всі об'єкти. Необхідно в кожній з пар виявити більш значущий об'єкт або встановити їх рівність. При використанні методу частіше за все складається матриця розміром  $n \times n$ , де  $n$  – кількість порівнюваних об'єктів, яку називають бінарним відношенням.

Розрізняють парне порівняння альтернатив без використання критеріїв і з використанням критеріїв. У даному розділі розглядається варіант парного порівняння без використання критеріїв.

## 2.3. Некритеріальне структурування альтернатив

Хай  $\epsilon$  сукупність об'єктів  $A$  (наприклад, варіанти стратегій, результати, предмети і т. п.) і  $\epsilon$  ОПР, для якого дані об'єкти не рівнозначні, тобто ОПР володіє деякою системою переваг на цій множині. Ці переваги можна описати різними способами [22; 23; 32 – 34].

### 2.3.1. Метод "порівняльної переваги" елементів

При цьому задають порівняльну перевагу для кожної пари елементів  $a$  і  $b$  у вигляді:

- а) "віддати перевагу  $a$  перед  $b$ ", або  $a > b$ ;
- б) "віддати перевагу  $b$  перед  $a$ ", або  $b > a$ ;
- в) " $a$  і  $b$  мають рівну перевагу", або  $a = b$ ;
- г) " $a$  і  $b$  незрівнянні".

Множина пар вигляду  $\langle x, y \rangle$ , для яких правильно: "віддати перевагу  $x$  перед  $y$ ", називається бінарним відношенням строгої переваги  $P$ .

Пари  $\langle x, y \rangle$  із рівною перевагою елементів утворюють бінарне відношення байдужості  $I$ .

Пари  $\langle x, y \rangle$  незрівнянних елементів складають множину  $N$  – бінарне відношення незрівнянності за перевагою.

У теорії прийняття рішень звичайно передбачається, що множини, на яких задаються відношення переваги, складаються з більш, ніж 2-х елементів – принцип парнодомінантності.

Наприклад, порівняння альтернатив множини  $\{a, b, c, d, e\}$ , де  $(c > d > a = e > b)$ , призводить до нестрогої ранжировки, яка з номерами рангів має такий вигляд (табл. 2.1):

Таблиця 2.1

#### Приклад нестрогої ранжировки

№ ранга	Альтернатива
1	$c$
2	$d$
3	$a, e$
4	$b$

У результаті отримано структуровану множину без використання поняття "критерій".

Але не завжди можна виконати таку ранжировку.

Наприклад, результат порівняння альтернатив  $\{a, b, c, d, e\}$  такий:

$$a > b, a > e, a = c, a = d, b > c, c > d, d > e.$$

Ці результати подано на рис. 2.4.

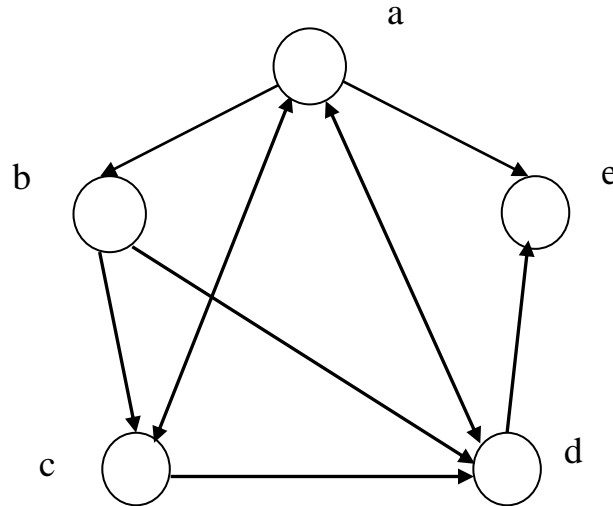


Рис. 2.4. Результат порівняння альтернатив

Такий варіант можливий, коли порівняння альтернатив виконують різні експерти.

Існує безліч варіантів перетворення подібних структур у ранжировку. Найбільш часто зустрічається метод "рядкових сум".

### 2.3.2. Метод "рядкових сум", матриця парних порівнянь

Для реалізації методу будують матрицю парних порівнянь альтернатив (табл. 2.2).

Таблиця 2.2

#### Ранжирування альтернатив за рядковою сумою

Альтернативи	a	b	c	d	Сума в рядку	Ранг альтернативи
a	–	1	0	1	2	1
b	1	–	1/2	1	1,5	2
c	1	1/2	–	0	1,5	2
d	0	0	1	–	1	3

Матриця заповнюється таким чином:

1 означає, що альтернатива з ім'ям рядка краще за альтернативу з ім'ям стовпця;

0 означає, що альтернатива з ім'ям рядка гірше за альтернативу з ім'ям стовпця;

$\frac{1}{2}$  означає, що альтернатива з ім'ям рядка рівна альтернативі з ім'ям стовпця.

Альтернативи ранжируються по значенню рядкової суми (табл. 2.2).

Одна з можливих модифікацій методу полягає в такому:

1. складається матриця бінарних переваг, в якій перевага альтернатив виражається за допомогою булевих змінних;

2. визначається ранг кожної альтернативи шляхом підсумовування булевих змінних за відповідним рядкою матриці.

### 2.3.2.1. Приклад прийняття рішення про вибір виду транспорту в місті

З метою поліпшення екологічного стану в місті, пов'язаного з проблемою транспорту, необхідно прийняти рішення про вибір варіанта розширення транспортної мережі. ОПР проводить оцінку 4-х альтернатив, які пов'язані з рішенням транспортної проблеми:

*a* – додати лінії метрополітену;

*b* – придбати додаткову кількість автобусів;

*c* – розширити транспортну мережу;

*d* – ввести швидкісний трамвай.

Матриця бінарних переваг, складена експертом, має вигляд:

Альтернативи	a	b	c	d
a	–	1	1	1
b	0	–	0	0
c	0	1	–	1
d	0	1	0	–

Ранг кожної альтернативи (сума по рядках):

$c_1 = 3, c_2 = 0, c_3 = 2, c_4 = 1$ . Ці числа вже характеризують важливість об'єктів.

Нормування рангів дозволяє отримати їх вагу:

$$V_1 = 3/6 = 0,5; V_2 = 0; V_3 = 0,33; V_4 = 0,17.$$

Сума ваг дорівнює 1.

Звідси порядок переваги альтернатив:  $a, c, d, b$ .

### 2.3.3. Метод безпосередньої оцінки альтернатив

У методі безпосередньої оцінки, як правило, спочатку виконують оцінку, а потім ранжирування.

Наприклад, експерт оцінив по шкалі від 0 до 100 дев'ять напрямів досліджень з точки зору їх важливості для підвищення прибутку фірми. Причому ранг 1 привласнюється максимальній оцінці. В результаті отримані такі ранги проектів (табл. 2.3).

Таблиця 2.3

Ранги проектів

Напрямок досліджень	$a$	$b$	$c$	$d$	$e$	$f$	$g$	$h$	$k$
Оцінка	40	30	100	90	20	80	60	70	50
Ранг	7	8	1	2	9	3	5	4	6

#### Питання для самоперевірки

1. Розкрити зміст поняття "Тривіальна задача прийняття рішень".
2. Розкрити зміст поняття "Нетривіальна задача прийняття рішень".
3. Розкрити зміст поняття "Багатокритеріальна задача прийняття рішень".
4. Розкрити зміст поняття "Ранжирування об'єктів при прийнятті рішень".
5. Розкрити зміст поняття "Строга і нестрога ранжировки об'єктів" при прийнятті рішень.
6. Розкрити зміст поняття "Функція переваги" при прийнятті рішень.
7. Розкрити зміст поняття "Функція вибору" при прийнятті рішень.
8. Розкрити зміст поняття "Парне порівняння".
9. Розкрити зміст поняття "Бінарне відношення" при прийнятті рішень.
10. Розкрити зміст поняття "Метод рядкових сум" при прийнятті рішень.
11. Розкрити зміст поняття "Метод безпосередньої оцінки" при прийнятті рішень.



## Контрольні запитання і задачі

1. Привести і пояснити приклад тривіальної задачі прийняття рішень.
2. Привести і пояснити приклад нетривіальної задачі прийняття рішень.
3. Привести і пояснити приклад багатокритеріальної задачі прийняття рішень.
4. Привести і пояснити приклад методу ранжирування об'єктів при прийнятті рішень.
5. Привести і пояснити приклад методу завдання функції переваги об'єктів при прийнятті рішень.
6. Привести і пояснити приклад методу завдання функції вибору об'єктів при прийнятті рішень.
7. Привести і пояснити приклад методу парного порівняння об'єктів при прийнятті рішень.
8. Привести і пояснити приклад використання бінарних відносин при прийнятті рішень.
9. Привести і пояснити приклад використання методу "рядкових сум" при прийнятті рішень.
10. Привести і пояснити приклад використання методу "безпосередньої оцінки" при прийнятті рішень.

## Резюме за темою

Розрізняють тривіальні і нетривіальні задачі прийняття рішень. Основою прийняття рішень щодо варіантів рішень або вибору тих або інших альтернатив є їх порівняння або опис переваг ОПР. Розрізняють наступні основні методи порівняння альтернатив: ранжирування об'єктів, завдання функції переваги, завдання функції вибору, парне порівняння.

Розрізняють некритеріальне і критеріальне порівняння альтернатив. При роботі з бінарними відносинами використовують методи: "рядкових сум" і "безпосередньої оцінки".

## Словник термінів

<b>Тривіальна задача прийняття рішень</b>	характеризується одним критерієм $K$ і всім альтернативам $A$ та приписані конкретні числові оцінки відповідно до значень вказаного критерію
<b>Нетривіальна задачі прийняття рішень</b>	задачі прийняття рішень в умовах багатьох критеріїв, ризику та невизначеності
<b>Ранжирування об'єктів</b>	представлення елементів множини $A$ у вигляді послідовності в порядку убутання (або незростання) їх переваги. При цьому не визначають, "на скільки" один елемент переважний від іншого. Ранжирування дозволяє вибрати з досліджуваної сукупності чинників найістотніший
<b>Завдання функції переваги</b>	безпосереднє оцінювання – кожному об'єкту ставиться відповідно деяке число, наприклад, оцінка його якості в балах. Наприклад, оцінка студента на іспиті
<b>Завдання функції вибору</b>	виду $X^* = F(X)$ , яка для будь-якої підмножини $X$ множини $A$ ( $X \in A$ ) дає підмножину ( $X^* \in X$ ) кращих, з погляду ОПР, елементів множини $X$ . Наприклад, функція мети в оптимізаційних задачах теорії дослідження операцій
<b>Парне порівняння</b>	це встановлення переваги об'єктів при порівнянні всіх можливих пар. Тут не потрібно, як при ранжируванні, упорядковувати всі об'єкти. Необхідно в кожній з пар виявити більш значущий об'єкт або встановити їх рівність
<b>Бінарне відношення</b>	матриця розміром $n \times n$ , де $n$ – кількість порівнюваних об'єктів
<b>Метод "рядкових сум"</b>	рядки матриці парних порівнянь ранжуються по значенню суми елементів рядка
<b>Метод безпосередньої оцінки</b>	експерти виконують оцінку об'єктів і потім ранжують по значенню оцінки

### 3. Метризовані відношення й експертні оцінювання

**Мета вивчення теми** – освоєння принципів використання різних шкал вимірювань при порівнянні альтернатив; освоєння ролі експертів і основних методів експертних оцінок.

#### **Основні питання:**

- 3.1. Кваліметрія в системі переваг якості альтернатив.
- 3.2. Шкала найменувань.
- 3.3. Шкала порядку (рангова шкала).
- 3.4. Шкала інтервалів.
- 3.5. Шкала відносин.
- 3.6. Абсолютна шкала.
- 3.7. Психометрична шкала Сааті.
- 3.8. Експертне оцінювання.
  - 3.8.1. Основні форми проведення експертизи.
  - 3.8.2. Етапи підготовки і проведення експертизи.

**Професійні компетенції:** знання основних шкал вимірювань і методів експертних оцінок.

**Нормативна база для вивчення теми:** математика, дослідження операцій, теорія вірогідностей, статистика, системний аналіз.

**Ключові терміни:** кваліметрія; властивості чисел при виконанні вимірювань: тотожність, аддитивність, ранговий порядок; шкала найменувань, рангова шкала, шкала інтервалів, шкала відносин, абсолютна шкала, психометрична шкала Сааті; експертні оцінки; дискусія; анкетування; інтерв'ювання; "мозковий штурм"; метод нарад; метод сценаріїв, метод "Дельфі".

#### 3.1. Кваліметрія в системі переваг якості альтернатив

ОПР виконує порівняння альтернатив на основі певної системи переваг, яка залежить від шкали переваг. Залежно від того, по якій шкалі задані ці переваги, оцінки якості альтернатив містять більший або менший об'єм інформації і володіють різною здібністю до математичної формалізації [26].

**Шкала** – це інструмент (прийнята система правил) оцінки (вимірювання) якості яких-небудь об'єктів або явищ.

Якість є якнайповнішою характеристикою будь-якого об'єкта. Якість – філософська категорія, що виражає істотну визначеність об'єкта у вигляді сукупності різних властивостей, що виявляються у взаємодії об'єкта із зовнішнім середовищем.

Показник властивості якості – кількісна характеристика (міра) властивості.

**Кваліметрія** – наука про оцінку якості об'єктів. Вимірювання – акт привласнення чисел об'єктам згідно з деякою системою правил. Для виконання вимірювань важливі три властивості чисел: тотожність, ранговий порядок, аддитивність.

Ці властивості виражаються такими дев'ятьма аксіомами.

**Тотожність.**

1. Або  $A = B$ , або  $A \neq B$  (два числа або тотожні, або відмінні).
2. Якщо  $A = B$ , то  $B = A$  (відношення рівності симетрично).
3. Якщо  $A = B$  і  $B = C$ , то  $A = C$  (відношення рівності транзитивно).

**Ранговий порядок.**

4. Якщо  $A > B$ , то  $B < A$ .
5. Якщо  $A > B$  і  $B > C$  то  $A > C$ .

**Аддитивність.**

6. Якщо  $A = P$  і  $B > 0$ , то  $A + B > P$ .
7.  $A + B = B + A$
8. Якщо  $A = P$  і  $B = Q$ , то  $A + B = P + Q$ .
9.  $(A + B) + C = A + (B + C)$ .

Приведені аксіоми дозволяють визначити чотири рівні вимірювання (типи шкал):

- найменувань;
- порядку (рангова);
- інтервалів;
- відносин.

### 3.2. Шкала найменувань

У шкалі найменувань числа використовуються як найменування об'єктів. Наприклад, шкалою найменувань є номери документів у проектній документації, номери телефонів, номери будинків на вулиці,

номери гравців у команді і т. д. Шкала не допускає ніяких операцій з числами, по суті це якісна шкала, яка допускає деякі статистичні операції з даними: оцінку кількості індивідів у кожному класі, оцінку коефіцієнта кореляції і т. д. [26].

### **3.3. Шкала порядку (рангова шкала)**

Шкала порядку утворюється в результаті розташування об'єктів у порядку зростання або убутання міри певної властивості.

Ця шкала є "посиленою" порівняно зі шкалою найменувань через порівняння об'єктів за однією ознакою за принципом "Що більше (менше)" або "Що гірше (краще)".

Розрізняють шкали: простого, слабого, сильного порядку.

У шкалі простого порядку не виникають проблеми з порівнянням об'єктів.

У шкалі слабого порядку можуть мати місце випадки, коли "об'єкт А, щонайменше, так само добрий, як і В". Кожному елементу ряду в цих шкалах приписують числове значення (в порядку зростання або убутання) і допускаються статистичні операції отримання частот або мод. Обчислюються медіани, проценти, коефіцієнти рангової кореляції.

У шкалі сильного порядку експерт не тільки упорядковує об'єкти за якою-небудь ознакою або властивістю, а й указує силу цієї переваги, наприклад в межах  $[0,1]$ .

Прикладом може бути визначення журі переможців і призерів якого-небудь конкурсу. Тут експерти повинні вирішити, що учасник, який зайняв перше місце, виявився переважним (з погляду мети конкурсу) відносно учасника, що зайняв друге місце і т. д.

### **3.4. Шкала інтервалів**

Шкала інтервалів побудована з рівномірних інтервалів і є більш сильною (порівняно зі шкалою порядку).

Наприклад, шкала часу розбивається на річні інтервали, шкала температур по Цельсію розбита на інтервал температур в 1 градус. На будь-якій ділянці шкали однаковий інтервал означає однакову міру ознаки.

Прикладом оцінки по інтервальній шкалі є оцінювання знань студентів під час проведення іспиту. Тут експерт-викладач, оцінюючи рівень знань студентів, повинен не тільки вирішити, що один студент знає матеріал краще за інших, але сказати, на скільки краще. Вимірювання фактично проводиться по шкалі з дванадцяти балів. При цьому рівень знань, який відповідає нульовому балу (нульова точка) не відомий.

Вимірювання по інтервальній шкалі використовується при виставлянні експертами-суддями оцінок у таких видах спорту, як фігурне катання, стрибки у воду, художня і спортивна гімнастика.

### **3.5. Шкала відносин**

Це шкала інтервалів, у якої початок відліку (нульова точка) співпадає з нульовою мірою даної ознаки.

Це найсильніша зі всіх приведених шкал.

Наприклад, по шкалі Кельвіна початок відліку температури відповідає точці, в якій припинений тепловий рух (абсолютний нуль), друга реперна точка – це точка танення льоду, яка на шкалі Цельсія (шкалі інтервалів) прийнята за нульовий відлік. Маса, довжина, електричний опір і тому подібне вимірюються по шкалі відносин.

Ці шкали застосовуються звичайно в технічних і фізичних науках.

### **3.6. Абсолютна шкала**

Абсолютною є шкала, у якої є абсолютний нуль і абсолютна одиниця. Такою шкалою є послідовність натуральних чисел. Особливістю цієї шкали є її безрозмірність, що дозволяє виконувати над свідченнями цієї шкали такі операції, які недопустимі для свідчень інших шкал.

### **3.7. Психометрична шкала Сааті**

**(шкала експертного оцінювання пріоритетів або переваг)**

Відомий американський фахівець з системного аналізу Т. Сааті запропонував шкалу відносної важливості або переваги одного об'єкта перед іншим. Причому оцінка виконується експертом або ОПР. Тому

шкалу називають психометричною. Шкала дозволяє порівнювати чинники з різною кваліметричною основою. Одні чинники вимірюються в таких шкалах як шкала найменувань або рангова шкала, інші – в таких шкалах як шкала інтервалів або відносин. Крім того різні чинники, що вимірюються в сильних шкалах, можуть мати різну розмірність (метри, кілограми, секунди, гривні). Шкала Сааті дозволяє отримати раціональні співвідношення між чинниками різної природи. В табл. 3.1 приведена шкала Сааті.

Таблиця 3.1

### Шкала Сааті

Ступінь переваги одного об'єкта над іншим	Міра важливості (значущості) переваги
Рівна важливість (значущість). Немає переваг	1
Слабка перевага за важливістю (значущістю). Слабка перевага	3
Істотна або сильна перевага за важливістю (значущістю). Сильна перевага	5
Дуже сильна або значна перевага за важливістю (значущістю). Дуже сильна перевага	7
Абсолютна перевага	9
Проміжна оцінка міри переваги між сусідніми значеннями	2, 4, 6, 8

Вибір дискретної шкали "1–9" для оцінки порівняльної міри важливості (значущості або рівня переваг), одержуваної в результаті висловів думок експертом, ґрунтується на таких передумовах.

1. Якісні відмінності значущі на практиці і володіють елементом точності, коли величина параметрів порівнюваних об'єктів одного порядку або об'єкти близькі за властивістю, за якою вони порівнюються.

2. Психометричні властивості людини дозволяють достатньо добре проводити якісні розмежування мір властивостей об'єктів за такими рівнями: немає відмінності, слаба відмінність, сильна відмінність, дуже сильна відмінність, абсолютна відмінність.

Так були отримані дев'ять рівнів ступенів відмінності, які можуть бути добре узгоджені.

3. У психології існує поняття психологічної межі здатності людини одночасно розрізняти певну кількість предметів за якою-небудь властивістю. Ця межа рівна  $7 \pm 2$ , тому для створення шкали, на якій ці об'єкти будуть помітні, знадобилося 9 точок.

Правомочність і перевага цієї шкали доведена практикою.

### **3.8. Експертне оцінювання. Основні поняття методу експертних оцінок**

У випадках неординарності проблеми (труднощі, новизна, недостатність наявної інформації, неможливість математичної формалізації процесу рішення) звертаються до рекомендацій компетентних фахівців у своїй проблемній області [22; 23; 32 – 34].

**Експерти** (від латинського "expertus" – досвідчений) – це особа, що володіють знаннями і здатні викласти аргументовану думку з явища, що вивчається.

**Метод експертних оцінок** – процес аналізу експертами і аргументування, формування кількісних оцінок, обробка оцінок формальними методами.

**Експертиза** – процедура отримання оцінок від експертів.

Метод експертних оцінок включає три складові.

1. **Інтуїтивно-логічний аналіз задачі.** Будується на логічному мисленні та інтуїції експертів, заснований на їх знанні і досвіді.

Цим пояснюється високий рівень вимог, що пред'являються до експертів.

2. **Рішення і видача кількісних або якісних оцінок.** Ця процедура є завершальною частиною роботи експерта. Їм формується рішення з даної проблеми і дається оцінка очікуваних результатів.

3. **Обробка результатів рішення.** Отримані від експертів оцінки повинні бути оброблені з метою отримання підсумкової оцінки проблеми. Прикладами задач, при рішенні яких використовуються експертні оцінки, є:

1) вибір варіантів технічного і соціально-економічного розвитку підприємства і регіону;

2) відбір проектів при проведенні тендерів на обстеження і поліпшення екологічного стану регіону;



3) відбір заявок на отримання грантів і розробку наукових тем в області еколого-економічного моніторингу;

4) вибір стратегічної мети фірми в умовах глобалізації бізнесу. При проведенні експертизи використовуються різні форми експертизи і різні шкали.

### **3.8.1. Основні форми проведення експертизи**

Розрізняють такі форми проведення експертизи:

- 1) дискусія;
- 2) анкетування;
- 3) інтерв'ювання;
- 4) "мозковий штурм".

Методи цього типу відомі також під назвою колективної генерації ідей, мозкового штурму, дискусійних методів. Усі ці методи засновані на вільному висуненні ідей, направлених на вирішення проблеми. Потім з цих ідей відбираються найцінніші.

Первагою методу "мозкової атаки" є висока оперативність отримання необхідного рішення. Основним недоліком його є складність організації експертизи, оскільки іноді неможливо зібрати разом необхідних фахівців, створити невимушену атмосферу і виключити вплив посадових взаєностосунків.

- 5) метод нарад.

Класичний метод прийняття рішення керівником шляхом проведення наради зі своїми підлеглими, в рамках якого кожний з підлеглих висловлює свою позицію з даного питання. Далі керівник зважає вказані аргументи і ухвалює рішення. Якщо нарада відбувається серед рівних учасників, наприклад, членів ради директорів, то рішення може ухвалюватися шляхом голосування. Перевагою даного методу є простота його реалізації. Недоліком – залежність від красномовства ораторів, за яким може ховатися недостатня компетентність у даних питаннях.

- 6) метод сценаріїв.

Метод "сценаріїв" є сукупністю правил по викладу письмових пропозицій фахівців з вирішуваної проблеми. Сценарій є документом, в якому міститься аналіз проблеми та пропозиції з її реалізації. Пропозиції спочатку пишуть експерти індивідуально, а потім вони узгоджуються і висловлюються у формі єдиного документа. Основною перевагою сценарію є комплексний обсяг вирішуваної проблеми в доступній для

сприйняття формі. До недоліків можна віднести можливі неоднозначність, нечіткість висловлюваних питань і недостатню обґрунтованість окремих рішень.

7) вважається, що метод "Дельфі" є однією з найперспективніших форм проведення експертного оцінювання.

Метод "Дельфі", або метод "дельфійського оракула", є ітеративною процедурою анкетного опиту. При цьому дотримується вимога відсутності особистих контактів між експертами, і забезпечення їх повною інформацією з усіх результатів оцінок після кожного туру опиту із збереженням анонімності оцінок, аргументування і критики.

Процедура методу включає декілька послідовних етапів опиту.

На першому етапі проводиться індивідуальний опит експертів, звичайно у формі анкет. Експерти дають відповіді, не аргументуючи їх. Потім результати опиту обробляються, і формується колективна думка групи експертів. Таким чином виявляються і узагальнюються аргументи на користь різних думок.

На другому – вся інформація повідомляються експерти і їх просять переглянути оцінки і пояснити причини своєї незгоди з колективною думкою. Нові оцінки знов обробляються і здійснюється перехід до наступного етапу.

Практика показує, що після трьох-чотирьох етапів відповіді експертів стабілізуються, і необхідно припиняти процедуру. Перевагою методу "Дельфі" є використання зворотного зв'язку в ході опиту, що значно підвищує об'єктивність експертних оцінок. Проте даний метод вимагає значного часу на реалізацію всієї багатоетапної процедури.

### **3.8.2. Етапи підготовки і проведення експертизи**

Якість одержуваних експертних оцінок значною мірою визначається підготовкою експертизи, а також вживаними методами обробки інформації, одержуваної від експертів. Єдиних правил підготовки і проведення експертизи немає.

Проте можна виділити основні етапи її підготовки і проведення. До них відносяться:

- 1) формулювання мети експертного аналізу;
- 2) формування групи організаторів експертизи;
- 3) розробка процедур проведення експертної оцінки;
- 4) підбір експертів;

- 5) отримання експертних оцінок;
- 6) обробка результатів опиту і аналіз отриманих даних;
- 7) встановлення ступеня досягнення мети експертизи.

З погляду підтримки прийняття рішень найбільший інтерес представляють два етапи: отримання експертних оцінок, обробка результатів опитування і аналіз отриманих даних. Основні методи експертного оцінювання або технології вимірювання об'єктів розглянуто в темі 2. До них відносяться: ранжирування, метод переваг, безпосередня оцінка, парне порівняння. Вони можуть застосовуватися як у випадку роботи одного експерта, так і групи експертів. Оскільки в процесі експертного оцінювання переважно беруть участь декілька фахівців, то процес обробки їх рішень підлягає узгодженню. Питання обробки і аналізу результатів експертизи розглянуто в темі 8.

### **Питання для самоперевірки**

1. Розкрити зміст поняття "кваліметрія".
2. Розкрити зміст поняття "шкала найменувань".
3. Розкрити зміст поняття "шкала порядку (рангова шкала)".
4. Розкрити зміст поняття "шкала інтервалів".
5. Розкрити зміст поняття "абсолютна шкала".
6. Розкрити зміст поняття "психометрична шкала Сааті".
7. Розкрити зміст поняття "метод експертних оцінок".
8. Навести і пояснити основні форми проведення експертизи.
9. Навести і пояснити основні етапи підготовки і проведення експертизи.
10. Навести основні етапи підготовки і проведення експертизи.

### **Контрольні запитання і задачі**

1. Навести приклад використання шкали найменувань.
2. Навести приклад використання шкали порядку.
3. Навести приклад використання шкали інтервалів.
4. Навести приклад використання абсолютної шкали.
5. Навести приклад використання психометричної шкали Сааті.
6. Навести приклад проведення експертизи у формі дискусії.
7. Навести приклад проведення експертизи у формі анкетування.
8. Навести приклад проведення експертизи у формі інтерв'ювання.
9. Навести приклад проведення експертизи методом "мозкового штурму".

10. Навести приклад проведення експертизи у формі нарад.
11. Навести приклад проведення експертизи у формі сценаріїв.
12. Навести приклад проведення експертизи методом "Дельфі".

### **Резюме за темою**

ОПР виконує порівняння альтернатив на основі певної системи переваг, яка залежить від шкали переваг. При цьому використовуються такі шкали: шкала найменувань, шкала порядку (рангова шкала), шкала інтервалів, абсолютна шкала психометрична шкала Сааті.

У випадках неординарності проблеми (труднощі, новизна, недостатність наявної інформації, неможливість математичної формалізації процесу вирішення) звертаються до рекомендацій компетентних фахівців – експертів.

Основні форми проведення експертизи: у формі дискусії, у формі анкетування, у формі інтерв'ювання, у формі нарад, у формі сценаріїв, методом "мозкового штурму", методом "Дельфі".

### **Словник термінів**

<b>Кваліметрія</b>	наука про оцінку якості об'єктів
<b>Шкала</b>	інструмент (прийнята система правил) оцінки (вимірювання) якості яких-небудь об'єктів або явищ
<b>Шкала найменувань</b>	шкала, в якій числа використовуються як найменування об'єктів
<b>Шкала порядку (рангова шкала)</b>	шкала, яка утворюється в результаті розташування об'єктів у порядку зростання або убутання міри певної властивості
<b>Шкала інтервалів</b>	шкала, яка побудована з рівномірних інтервалів
<b>Абсолютна шкала</b>	шкала, в якій є абсолютний нуль і абсолютна одиниця (наприклад, послідовність натуральних чисел)
<b>Психометрична шкала Сааті</b>	шкала переваг, яка дозволяє порівнювати чинники з різною кваліметричною основою
<b>Метод експертних оцінок</b>	процес аналізу експертами, аргументування, формування кількісних оцінок, обробка оцінок формальними методами

<b>Методи: дискусій, анкетування, інтерв'ю, "мозковий штурм"</b>	методи, засновані на вільному висуненні ідей, направлених на вирішення проблеми. Потім з цих ідей відбираються найцінніші
<b>Метод нарад</b>	метод прийняття рішення керівником шляхом проведення наради з своїми підлеглими, в рамках якого кожний з підлеглих висловлює свою позицію з даного питання. Далі керівник зважує вказані аргументи і ухвалює рішення
<b>Метод сценаріїв</b>	сукупність правил щодо письмового викладу пропозицій фахівців по вирішуваній проблемі. Сценарій є документом, що містить аналіз проблеми і пропозиції по її реалізації. Пропозиції спочатку пишуть експерти індивідуально, а потім вони узгоджуються і висловлюються у формі єдиного документа
<b>Метод "Дельфі"</b>	ітеративна процедура анкетного опиту. При цьому дотримується вимога відсутності особистих контактів між експертами і забезпечення їх повною інформацією з усіх результатів оцінок після кожного туру опиту із збереженням анонімності оцінок, аргументування і критики

## **Розділ 2. Моделі, методи та алгоритми прийняття рішень**

### **4. Моделі та методи прийняття рішень за умов багатокритеріальності**

**Мета вивчення теми** – освоєння моделей і методів прийняття рішень в умовах багатокритеріальності.

#### **Основні питання:**

- 4.1. Структурування альтернатив з використанням критеріїв.
- 4.2. Недомінуючі альтернативи Еджворта – Парето.

4.3. Моделі і методи прийняття рішень в умовах багатокритеріальності.

4.4. Парне порівняння на основі єдиної порядкової шкали.

4.5. Методи прийняття рішень на основі згортки критеріїв.

4.5.1. Метод головного критерію.

4.5.2. Лінійна (аддитивна) згортка як метод впорядкування альтернатив.

4.5.3. Максимінна згортка.

4.5.4. Мультиплікативна згортка.

**Професійні компетенції:** знання моделей і методів прийняття рішень в умовах багатокритеріальності.

**Нормативна база для вивчення теми:** математика, дослідження операцій, теорія вірогідностей, статистика, системний аналіз.

**Ключові терміни:** багатокритеріальна задача, критеріальна таблиця, домінуюча альтернатива, недомінуюча альтернатива, множина Еджворта – Парето, єдина порядкова шкала, метод головного критерію, лінійна (аддитивна) згортка, максимінна згортка, мультиплікативна згортка.

## 4.1. Структурування альтернатив з використанням критеріїв

У розділі 1 було розглянуто варіант бінарного порівняння без використання критеріїв. Звичайно для опису переваг використовуються числові функції, які називаються критеріями, визначені на безлічі результатів вибору. Значення критерію характеризує ступінь інтенсивності деякої властивості результату, важливого з погляду поставленої мети.

У загальному випадку критерій представляють у вигляді деякої оцінної функції  $K$ , приймаючої значення на деякій безлічі оцінок  $O$ , або у вигляді правила, за яким вибирається "якнайкраща альтернатива", яка відповідає максимальному або мінімальному значенню оцінної функції (залежно від значення критерію). Окремим випадком є прийняття рішень на підставі одного критерію.

Такий варіант можливий у випадку задач в умовах повної визначеності, коли критерій виражають у вигляді функції мети, тоді вибір альтернатив полягає в рішенні оптимізаційної задачі.

У реальних ситуаціях доводиться приймати рішення на підставі множини критеріїв [22; 23; 29; 32; 33; 41; 62; 63; 74; 77 – 81].

Наприклад, при покупці устаткування розглядаються декілька критеріїв: вартість, надійність, продуктивність та інші. Наявність декількох критеріїв робить задачу прийняття рішень багатокритеріальною.

Наступний приклад ілюструє необхідність визначення важливості критерію при виборі рішення. Кількість балів, яку набрали абітурієнти на зовнішньому незалежному оцінюванні (ЗНО):

Тараненко: математика – 88, література – 69.

Писаренко: математика – 63, література – 92.

Стратегія  $S_1$  – прийняти у ВНЗ Тараненко, стратегія  $S_2$  – прийняти у ВНЗ Писаренко. З погляду технічного ВНЗ переважає стратегія  $S_1$ , з погляду гуманітарного – стратегія  $S_2$ .

Задача багатокритеріального прийняття рішень визначається безліччю можливих рішень  $A$ , векторним критерієм  $K$  і відносинами переваг на множині  $A$ .

Мета рішення задачі – пошук "оптимальної в певному розумінні альтернативи"  $a^* < A$  або групи альтернатив з урахуванням відносин переваги на основі векторного критерію, який визначає ОПР.

Наприклад, при покупці комп'ютера покупець прагне придбати надійний, з високою швидкістю обчислень, високою роздільною здатністю відеокарти, недорогий інструмент.

Звичайно для порівняння альтернатив на підставі критеріїв використовується критеріальна таблиця (табл. 4.1).

Таблиця 4.1

**Критеріальна таблиця**

	$k_1$	$k_2$	...	$k_n$
$a_1$	$x_{11}$	$x_{12}$	...	$x_{1n}$
$a_2$	$x_{21}$	$x_{22}$		$x_{2n}$
...	...	...	...	...
$a_m$	$x_{m1}$	$x_{m2}$	...	$x_{mn}$

У рядках знаходяться альтернативи, в стовпцях – критерії, на перетині рядків і стовпців – оцінка альтернатив по відповідних критеріях.

У теорії багатокритеріального аналізу метод структуризації альтернатив називають вирішальним правилом. Пошук рішення багатокритеріальної задачі не є проблемою, якщо перевага по одному критерію спричиняє за собою таку ж перевагу по іншому критерію, тобто критерії кооперуються. Наприклад, при покупці комп'ютера покупець прагне придбати престижний, дорогий інструмент, або навпаки скромний та недорогий інструмент.

Рішення багатокритеріальної задачі також не представляє особливої складності, якщо критерії нейтральні один відносно одного. Наприклад, при покупці комп'ютера покупець прагне придбати надійний, з сучасним дизайном інструмент. У загальному випадку критерії конкурують один з одним. Наприклад, невисока вартість і престижність комп'ютера. Аналіз таких ситуацій здійснюють за допомогою визначення множини Парето [22; 23; 32; 33; 41].

## 4.2. Недомінуючі альтернативи Еджворта – Парето

Хай оцінка трьох альтернатив виконувалася на основі двох критеріїв: вартість і надійність (табл. 4.2).

Таблиця 4.2

### Оцінка трьох альтернатив за двома критеріями

Альтернативи	Критерій	
	Вартість	Надійність
$A_1$	Невисока	Низька
$A_2$	Висока	Висока
$A_3$	Низька	Висока

Тут альтернатива  $A_3$  є найпереважнішою, оскільки вона не гірша решти альтернатив по всіх критеріях.



Альтернатива  $a_j$  є домінуючою відносно альтернативи  $a_k$ , якщо по всіх критеріях оцінки альтернативи  $a_j$  не гірше, ніж альтернативи  $a_k$ , а хоча б по одному критерію оцінка  $a_j$  краще.

При цьому альтернатива  $a_k$  називається домінуючою. В прикладі альтернатива  $A_3$  є домінуючою відносно альтернатив  $A_1$  і  $A_2$ .

Альтернативи  $A_1$  і  $A_2$  не знаходяться у відношенні домінування: по вартості краще альтернатива  $A_1$ , по надійності – альтернатива  $A_2$ . Ці альтернативи незрівнянні.

Альтернатива  $a_j$ , для якої не існує альтернативи  $a_k$ , кращої по всіх критеріях одночасно, називається недомінуємою або оптимальною по Парето. Альтернативи, що належать множині Еджворта – Парето, прийнято називати незрівнянними – кожна з них перевершує будь-яку іншу по якомусь з критеріїв.

У прикладі дві альтернативи  $A_1$  і  $A_2$  належать множині Парето або множині Еджворта – Парето.

Вільфредо Парето (1848 – 1923) – італійський економіст-соціолог, який першим звернув увагу на те, що починати впорядкування багатокритеріальних альтернатив треба, починаючи з видаленням явно гірших. З ім'ям В. Парето пов'язано ще одне математичне поняття "діаграма Парето" – гістограма, впорядкована по убутанню "стовпчиків".

Ф. Еджворт – англійський вчений, спеціалізувався в питаннях математичної економіки. Поняття "Парето-оптимальне рішення" в разі двох критеріїв, ввів до того, як в загальному вигляді його було сформульовано В. Парето.

Принцип Парето полягає в тому, що оптимальний результат слід шукати тільки серед елементів множини недомінуючих рішень [22; 23].

Серед альтернатив можуть виявитися і такі, у яких оцінки за всіма критеріями гірше, ніж у інших. Такі альтернативи не є конкурентоздатними, їх викреслюють з таблиці. Залишаються альтернативи, які хоча б по одному критерію не гірше, ніж інші або недомінуючі альтернативи.

Множину Парето ще називають множиною непокрещуваних рішень.

**Парето-оптимальність рішення  $a^*$**  означає, що воно не може бути поліпшено по жодному з критеріїв без погіршення по якомусь іншому критерію.

При пошуку однієї переважної альтернативи необхідні додаткові відомості про критерії, які змогли б зменшити множину Парето.

Рішення багатокритеріальної задачі зводиться до таких етапів.

1. Визначення безлічі непокрещуваних рішень за Парето.
2. Отримання додаткової інформації про критерії.
3. Використання додаткової інформації про критерії доти, поки множина Парето не міститиме тільки одну альтернативу або групу альтернатив і "згорання" критеріїв.

### **4.3. Моделі і методи прийняття рішень в умовах багатокритеріальності**

Існує безліч різноманітних методів прийняття рішень в умовах багатокритеріальності [8; 11; 22; 23; 26; 27; 29; 32; 33]. Тут розглядаються деякі з них.

#### **4.3.1. Парне порівняння на основі єдиної порядкової шкали**

Отримана безліч недомінуючих альтернатив підлягає структуризації. Поширеним методом впорядкування альтернатив є парне порівняння на основі якісної інформації з використанням "єдиної порядкової шкали".

Наприклад, необхідно упорядкувати студентів певної групи за оцінками, отриманими з математики і фізкультури, виходячи з п'ятибальної системи оцінок (двійки не беруться до уваги). Причому, вважається, що математика важливіше. Для цього виконується впорядкування поєднання оцінок таким чином (табл. 4.3).

Порівняння будь-якої пари студентів зводиться до пошуку в таблиці поєднань значень критеріїв і відповідних їм рангів.

Наприклад, в табл. 4.4 приведені результати ранжирування студентів за результатами здачі екзаменів з двох дисциплін на підставі даних табл. 4.4.

Таблиця 4.3

**Єдина порядкова шкала для ранжирування студентів**

Ранг	Математика	Фізкультура
1	5	5
2	5	4
3	5	3
4	4	5
5	4	4
6	4	3
7	3	5
8	3	4
9	3	3

Таблиця 4.4

**Ранжування студентів за результатами здачі двох екзаменів**

№	Студент	Оцінка з математики	Оцінка з фізкультури	Ранг
1	Анікєєв	5	3	3
2	Бекетов	5	5	1
3	Руденко	3	4	8
4	Рижов	4	4	5
5	Соковенко	5	4	2
6	Степанов	3	3	9
7	Талуєв	3	5	7
8	Тиміряєв	4	5	4
9	Усов	4	3	6

Таблиця такого типу називається "єдиною порядковою шкалою".

Недоліком методу є громіздкість побудови шкали при великій кількості критеріїв.

## 4.3.2. Методи прийняття рішень на основі згортки критеріїв

### 4.3.2.1. Метод головного критерію

У методі головного критерію вибирається один з критеріїв, який якнайповніше відображає мету прийняття рішень [22; 23; 29; 31 – 33]. Решта критеріїв враховується тільки з погляду можливої вказівки їх нижніх меж. Таким чином, багатокритеріальна задача прийняття рішень замінюється однокритеріальною задачею з критерієм  $K_i$ , де оптимальне рішення відповідає вибору альтернативи  $a^*$ , для якої виконується умова:

$$a^* = \operatorname{argmax}_{a \in A} K_i(a) \quad (4.1)$$

при обмеженнях  $K_j(a) \geq \lambda_k, k \neq i$ ,

де  $\lambda_k$  – нижня межа  $k$ -го критерію.

Далі наведений приклад використання методу головного критерію при прийнятті рішення про вибір кандидатів на посаду.

Використовується трьохбальна система оцінки кандидатів на посаду по двох критеріях: "Освіта" і "Досвід" (табл. 4.5).

Таблиця 4.5

**Критеріальна таблиця вибору кандидатів на посаду**

Кандидати	Критерії	
	Освіта	Досвід
1	1	3
2	2	2
3	2	1
4	1	2
5	3	1

Перш за все, необхідно вибрати з безлічі альтернатив недомінуючі.

Для цього необхідно виконати парне порівняння усіх альтернатив. Перша та друга альтернативи незрівнянні. Перша альтернатива домінує четверту альтернативу, тому альтернативу 4 відкидають. Порівняння другої і третьої альтернатив дозволяє відкинути третю альтернативу.

Альтернативи 1, 2, 5 незрівнянні або недомінуючі, або утворюють множину Парето. Надалі розглядаються тільки альтернативи 1, 2, 5. Припустимо, другий критерій є головним, тоді оптимальним буде перший кандидат, оскільки значення  $K_1 = 3$  більше всіх. При використанні обмежень на решту критеріїв рішення буде іншим.

Якщо  $K_1 > 2$  ( $\lambda_1 = 2$ ), то в цьому випадку максимум  $K_2$  досягається для альтернатив 2 і 4.

Але для альтернативи 4 не виконується введене обмеження.

Тому оптимальною є друга альтернатива.

#### **4.3.2.2. Лінійна (аддитивна) згортка як метод упорядкування альтернатив**

Найпоширеніший спосіб впорядкування альтернатив – "лінійна згортка" (зважена згортка) [22; 23; 29; 31 – 33]. Кожному критерію привласнюють певну вагу ( $w_1, w_2, \dots, w_n$ ).

Обчислюють зважені суми по кожному рядку критеріальної таблиці по формулі:

$$K_i(a) = \sum_{j=1}^n x_{ij} w_j, \quad (4.2)$$

де  $\sum_{j=1}^n w_j = 1$ .

При цьому оптимальне значення альтернативи відповідає формулі (4.1).

Ранжування виконується по значенню  $K_j$ .

Лінійна згортка є прикладом найпростішої функції корисності. Далі наведений приклад застосування методу лінійної згортки.

Для прикладу оцінки кандидатів на деяку посаду вектор ваги критеріїв має вигляд:  $w_j: (0,4; 0,6)$ .

Значення елементів лінійної згортки:

$$K_1 = 0,4 \times 1 + 0,6 \times 3 = 2,2;$$

$$K_2 = 0,4 \times 2 + 0,6 \times 2 = 2;$$

$$K_5 = 0,4 \times 3 + 0,6 \times 1 = 1,8.$$

Перший кандидат є найкращим.

Методу властиві такі недоліки [7; 41].

1. Низька оцінка по одному критерію може бути компенсована високою оцінкою по-іншому.

2. Не завжди вдається коректно оцінити вагу критеріїв.

#### 4.3.2.3. Максимінна згортка

Більш універсальним методом вибору на підставі декількох критеріїв є максимінна згортка [22; 23; 29; 31 – 33]:

$$a^* = \operatorname{argmax}_{i=1, \dots, m} \min_{j=1, \dots, n} x_{ij} w_j. \quad (4.3)$$

Далі наведений приклад оцінки кандидатів на посаду методом максимінної згортки:

$$K_1 = \min\{0,4 \times 1; 0,6 \times 3\} = 0,4;$$

$$K_2 = \min\{0,4 \times 2; 0,6 \times 2\} = 0,8;$$

$$K_5 = \min\{0,4 \times 3; 0,6 \times 1\} = 0,6.$$

$$a^* = \max K_j.$$

Другий кандидат є найкращим на підставі максимінного критерію.

#### 4.3.2.4. Мультиплікативна згортка

Мультиплікативна згортка використовується в моделях, заснованих на постулаті "низька оцінка хоча б по одному критерію спричиняє за собою низьке значення функції корисності" [22; 23; 29; 31–33]. Згортка має вигляд:

$$K_i(a) = \prod_{j=1}^n (x_{ij})^{w_j}, \quad (4.4)$$

де  $w_j$  – вага критерію,

$$0 \leq x_{ij} \leq 1, \quad \sum_{j=1}^n w_j = 1.$$

Рішення  $a^*$  є найкращим, якщо для усіх  $a \in A$  виконується умова:

$$a^* = \underset{i}{\operatorname{argmax}} K_i(a).$$

Для прикладу оцінки кандидатів на посаду при векторі ваги критеріїв (0,4; 0,6) значення критеріїв для альтернатив 1, 2, 5 такі:

$$K_1 = 1^{0,4} + 3^{0,6} = 2,93,$$

$$K_2 = 2^{0,4} + 2^{0,6} = 2,84,$$

$$K_5 = 3^{0,4} + 1^{0,6} = 2,55.$$

У цьому випадку перший кандидат є якнайкращим.

Побудова узагальненого критерію або "функції цінності" або "функції корисності" – неоднозначна задача, для вирішення якої розроблено безліч методів [11; 22; 23; 26; 31 – 34], вивчення яких виходить за рамки даного курсу.

## **Питання для самоперевірки**

1. Розкрити зміст поняття "багатокритеріальність".
2. Розкрити зміст поняття "критеріальна таблиця".
3. Розкрити зміст поняття "домінуюча і недомінуюча альтернативи".
4. Розкрити зміст поняття "множина Еджворта – Парето".
5. Розкрити зміст поняття "оптимальне по Парето рішення".
6. Розкрити зміст поняття "єдина порядкова шкала".
7. Розкрити зміст поняття "метод головного критерію".
8. Розкрити зміст поняття "метод лінійної згортки".
9. Розкрити зміст поняття "метод максимінної згортки".
10. Розкрити зміст поняття "метод мультиплікативної згортки".

## **Контрольні запитання і задачі**

1. Навести приклади задач прийняття рішень, в яких критерії конкурують один з одним.
2. Коли доцільно застосовувати метод головного критерію?
3. Навести приклади задач прийняття рішень методом лінійної згортки.
4. Навести приклади задач прийняття рішень методом максимінної згортки.
5. Навести приклади задач прийняття рішень методом мультиплікативної згортки.

## **Задача**

Дані: критеріальна таблиця (табл. 4.6), де альтернативами є претенденти на отримання тендеру з поліпшення екологічної рівноваги в регіоні.



**Критеріальна таблиця**

Альтернативи	Критерії			
	Вартість	Якість водних ресурсів	Якість повітря	Якість земельних ресурсів
Претендент 1	2	4	5	4
Претендент 2	2	3	4	5
Претендент 3	5	3	3	3

Критеріями є вартість виконання робіт, очікувана якість: водних ресурсів, повітря, земельних ресурсів. Оцінки пропозицій претендентів виконані експертом по п'ятибальній шкалі (більш високий бал означає більш високу перевагу). Вага критеріїв: (0,2; 0,3; 0,3; 0,2). Необхідно вибрати кращого претендента на виконання робіт на підставі методу лінійної згортки.

**Відповідь для перевірки**

$$2 \times 0,2 + 4 \times 0,3 + 5 \times 0,3 + 4 \times 0,2 = 3,9,$$

$$2 \times 0,2 + 3 \times 0,3 + 4 \times 0,3 + 5 \times 0,2 = 3,5,$$

$$5 \times 0,2 + 3 \times 0,3 + 3 \times 0,3 + 3 \times 0,2 = 3,4.$$

Кращим є претендент 1.

**Резюме за темою**

Багатокритеріальність є найпоширенішим варіантом виконання вибору при прийнятті рішень у складних ситуаціях. Згідно з принципом оптимальності Парето вибір слід виконувати тільки з недомінуючих альтернатив. Розглянуті методи прийняття рішень в умовах багатокритеріальності: використання єдиної порядкової шкали, метод головного критерію, метод лінійної згортки, метод максимінної згортки, метод мультиплікативної згортки.

## Словник термінів

<b>Критеріальна таблиця</b>	у рядках цієї таблиці знаходяться альтернативи, в стовпцях – критерії, на перетині рядків і стовпців – оцінка альтернатив за відповідними критеріями
<b>Домінуюча альтернатива</b>	альтернатива $a_j$ є домінуючою відносно до альтернативи $a_k$ , якщо за всіма критеріями оцінки альтернативи $a_j$ не гірше, ніж альтернативи $a_k$ , а хоча б за одним критерієм оцінка $a_j$ краще. При цьому альтернатива $a_k$ називається домінуючою
<b>Недомінуюча альтернатива</b>	альтернатива $a_j$ , для якої не існує альтернативи $a_k$ , кращої за всіма критеріями одночасно, називається не домінуючою або оптимальною по Парето
<b>Множина Еджворта – Парето</b>	множина, що складається з незрівнянних альтернатив, де кожна з альтернатив перевершує будь-яку іншу по якомусь критерію. Множину Парето ще називають безліччю непокрещуваних рішень
<b>Оптимальне по Парето рішення</b>	Парето-оптимальність рішення $a^*$ означає, що воно не може бути поліпшено по жодному з критеріїв без погіршення по якомусь іншому критерію
<b>Метод головного критерію</b>	у методі головного критерію вибирається один з критеріїв, який якнайповніше відображає мету прийняття рішень. Решта критеріїв враховується тільки з погляду можливої вказівки їх нижніх меж
<b>Метод лінійної згортки</b>	кожному критерію привласнюють вагу ( $w_1, w_2, \dots, w_n$ ). Обчислюють зважені суми по кожному рядку критеріальної таблиці по формулі: $K_i(a) = \sum_{j=1}^n x_{ij} w_j,$ де $\sum_{j=1}^n w_j = 1$ .

	<p>При цьому оптимальне значення альтернативи відповідає формулі:</p> $a^* = \operatorname{argmax}_{a \in A} K_j(a).$ <p>Ранжування виконується по значенню <math>K_j</math></p>
<b>Метод максимінної згортки</b>	<p>Оптимальне значення альтернативи відповідає формулі:</p> $a^* = \operatorname{argmax}_{i=1, \dots, m} \min_{j=1, \dots, n} x_{ij} w_j$
<b>Метод мультиплікативної згортки</b>	<p>Згортка обчислюється за формулою:</p> $K_j(a) = \prod_{j=1}^n (x_{ij})^{w_j},$ <p>де <math>w_j</math> – вага <math>j</math>-го критерію</p> $0 \leq x_{ij} \leq 1, \quad \sum_{j=1}^n w_j = 1.$ <p>Рішення <math>a^*</math> є найкращим, якщо для усіх <math>a \in A</math> виконується умова:</p> $a^* = \operatorname{argmax}_i K_j(a)$

## 5. Прийняття рішень методом аналітичної ієрархії

**Мета вивчення теми** – освоєння методу прийняття рішень, розробленого для вирішення багатокритеріальних задач, на основі побудови ієрархічної моделі аналізу проблеми і ранжирування альтернатив.

### Основні питання:

- 5.1. Загальні відомості про метод аналізу ієрархій.
- 5.2. Терміни, що використовуються при практичній роботі з МАІ.
- 5.3. Метод парних порівнянь у МАІ. Міра узгодженості. Вектор пріоритетів.
  - 5.3.1. Індекс узгодженості та відношення узгодженості.

5.4. Узагальнена математична модель оцінки локальних і глобальних пріоритетів елементів ієрархічної структури.

5.5. Адекватність моделі, отриманої методом МАІ.

5.6. Рекомендації до побудови ієрархій.

**Професійні компетенції:** знання області застосування методу МАІ, фундаментальних основ розробки моделі, перевірки її адекватності.

**Нормативна база для вивчення теми:** математика, дослідження операцій, теорія вірогідностей, статистика, системний аналіз.

**Ключові терміни:** ієрархічна структура моделі проблеми, головний критерій, парні порівняння, зворотно-симетрична матриця, вектор пріоритетів, локальні пріоритети, глобальний пріоритет, міра узгодженості, порядкова узгодженість, кардинальна узгодженість, індекс узгодженості (IC), відношення узгодженості (BU), узагальнений індекс узгодженості, узагальнений випадковий індекс.

## 5.1. Загальні відомості про метод аналізу ієрархій

Метод аналізу ієрархій (МАІ) – міждисциплінарний розділ науки, створений працями американського ученого Томаса Сааті, його учнів і послідовників [2; 22; 23; 26; 45]. Дана методологія відповідає природному ходу людського мислення.

МАІ в даний час є найпопулярнішим підходом до рішення багатокритеріальних задач. Це пояснюється тим, що багато реальних проблем можна представити у вигляді ієрархічної структури мети, підлеглих варіантів рішень (альтернатив). Крім того, МАІ використовує матриці парних порівнянь, побудова яких не є складною задачею для експертів. Задача прийняття рішення зводиться до такого.

Існують:

- 1) декілька однотипних альтернатив (об'єктів, дій і т. п.);
- 2) головний критерій (головна мета) порівняння альтернатив;
- 3) декілька груп однотипних чинників (приватних критеріїв, об'єктів, дій і т. п.), що впливають відомим чином на відбір альтернатив;
- 4) множина направлених зв'язків, вказуючих на впливи рішень, критерія і чинників один на одного.

Вимагається кожній альтернативі поставити відповідно пріоритет (число) – отримати рейтинг альтернатив. Чим переважніша альтернатива по вибраному критерію, тим вище її пріоритет або ранг.

Результатом є вектор рангів альтернатив. Сам вибір може виконуватися ОПР одним з варіантів:

вибір (вибрати або відкинути декілька варіантів з групи можливих);  
розподіл ресурсів (кожний з даних варіантів враховується відповідно до його пріоритету).

Структура моделі прийняття рішень в методі аналізу ієрархій становить схему (граф), а МАІ є систематичною процедурою для ієрархічного представлення компонент проблеми.

Метод полягає в декомпозиції проблеми на все більш прості складові і подальшій обробці послідовності думок ОПР щодо парних порівнянь. У результаті одержують відносний ступінь впливу компонент нижнього рівня на компоненти верхнього рівня.

Ці оцінки виражаються чисельно. МАІ включає процедури синтезу множинності думок, отримання пріоритетності критеріїв і знаходження альтернативних рішень. Отримані значення є оцінками в шкалі відносин і відповідають жорстким оцінкам (оцінкам в сильних шкалах). МАІ включає такі основні етапи:

1. Декомпозиція проблеми.
2. Побудова ієрархічної структури моделі проблеми;
3. Експертне оцінювання переваг;
4. Побудова локальних пріоритетів;
5. Оцінка узгодженості думок;
6. Синтез локальних пріоритетів;
7. Висновки і пропозиції для прийняття рішень.

## **5.2. Терміни, що використовуються при практичній роботі з МАІ**

При практичній роботі з МАІ, зокрема при роботі з пакетом "ИМПЕРАТОР" [60] використовуються такі терміни.

**Вузол** – загальна назва для всіх можливих вирішень (альтернатив), головного критерію (головної мети) рейтингування рішень, усіх чинників, від яких, так чи інакше, залежить рейтинг. Назва вузла співпадає з назвою відповідного рішення, критерію або чинника.

Рішення, критерій і чинники є "вузлами" проблеми прийняття рішення.

**Рівень** – група всіх однотипних (рівноправних, однорідних, гомогенних і т. п.) вузлів. Назва рівня відображає призначення, функцію групи вузлів у ситуації прийняття рішення. Кожний вузол визначається не тільки своєю назвою, але і назвою рівня, якому він належить.

**Фокус** або **мета** – верхній рівень моделі ієрархії. Проміжні рівні складають допоміжні критерії.

Нижній рівень складають альтернативи, з яких потрібно зробити вибір. Значущість (важливість) елементів проміжного рівня залежить від верхнього елемента. Значущість елементів нижнього рівня залежить від елементів проміжного рівня.

Наступний за фокусом рівень можуть займати актори (дійові особи або організації), що роблять вплив на вибір альтернатив.

Наступний рівень займають дії акторів.

Останнім рівнем є сценарії або альтернативи (остаточні варіанти, що підлягають вибору).

Щодо наявності залежності значущості вузлів одного рівня від вузлів іншого рівня говорять, що між даними вузлами є зв'язок. Напрямок зв'язку співпадає з напрямом впливу, тобто зв'язок направлений від впливаючого вузла до залежного. Тобто ті, що виходять з вузла зв'язки вказують на ті вузли, для яких він є критерієм порівняння.

**Зв'язок** – вказівка на наявність впливу одного вузла (домінуючого) на іншій (підлеглий). На схемі зв'язок зображається лінією. Напрямок зв'язку (і відповідної стрілки) співпадає з напрямом впливу. З погляду теорії графів зв'язок – дуга направленої графа.

Зв'язок від вузла-чинника до вузла-рішення означає, що перевага (важливість, оптимальність) рішення оцінюється з погляду дії даного чинника.

**Кластер** – група вузлів одного рівня, підлеглих деякому вузлу іншого рівня – вершині кластера (домінуючому вузлу). Кластери утворюються при розстановці зв'язків між вузлами, при цьому відбувається формування кластерної структури.

Важливість вузлів кластера один щодо одного оцінюється відповідно до того, який вузол є вершиною кластера.

Кластер визначається:

- 1) своєю вершиною,
- 2) назвою рівня,
- 3) списком вузлів.

**Пріоритет вузла в кластері** – позитивне число, що служить для кількісного виразу важливості (ваги, значущості, переваги і т. п.) даного вузла в кластері щодо інших вузлів кластера відповідно до критерію, укладеного у вершині кластера.

Сума всіх пріоритетів вузлів кластера дорівнює одиниці. Тому часто пріоритети можна трактувати як вірогідність, частки загального ресурсу і т. п. залежно від даного випадку.

MAI використовує міру ступеня впливу кожного чинника одного рівня на чинники верхнього рівня або на кінцеву мету. Цей захід утворюється в результаті вислову думок про ступінь впливу (важливості) цих чинників згідно зі шкалою Сааті. На практиці зустрічаються два типи домінуючих ієрархій.

Перший тип: ієрархія прямого процесу, яка проектує існуючий стан проблеми на найвірогідніше або логічне майбутнє.

Другий тип: ієрархія зворотного процесу визначає програми управління, що дозволяють досягти бажаного майбутнього.

У табл. 5.1 в узагальненому вигляді приведені рівні ієрархії для двох типів ієрархії.

Таблиця 5.1

### Рівні ієрархії в MAI

Ієрархія прямого процесу	Ієрархія зворотного процесу
1. Макромета, яка повинна бути досягнута в результаті рішення проблеми	1. Попередні (бажані) сценарії
2. Соціальні, політичні, економічні й інші обмеження (чинники)	2. Проблеми і можливості
3. Сили, які рухають чинниками	3. Актори і коаліції
4. Актори, які керують силами	4. Мета акторів
5. Мета акторів	5. Політики акторів
6. Політики акторів	6. Програми досягнення мети
7. Контрастні сценарії	
8. Узагальнений сценарій	

### 5.3. Метод парних порівнянь у МАІ. Міра узгодженості. Вектор пріоритетів

Для парного порівняння об'єктів складають квадратну матрицю [26; 45]:

Альтернативи	$A_1$	$A_2$	...	$A_j$	...	$A_n$
$A_1$	$a_{11}$	$a_{12}$	...	$a_{1j}$	...	$a_{1n}$
$A_2$	$a_{21}$	$a_{22}$	...	$a_{2j}$	...	$a_{2n}$
...	...	...	...	...	...	...
$A_j$	$a_{j1}$	$a_{j2}$	...	$a_{jj}$	...	$a_{jn}$
...	...	...	...	...	...	...
$A_n$	$a_{n1}$	$a_{n2}$	...	$a_{nj}$	...	$a_{nn}$

Елемент матриці  $a_{ij}$  – міра переваги об'єкта  $A_i$  над об'єктом  $A_j$ , яка виражається експертом у шкалі Сааті, і приймає значення від 1 до 9. Діагональні елементи матриці завжди дорівнюють 1. Для матриці парних порівнянь завжди виконується умова:

$$a_{ij} = 1/a_{ji}.$$

Тому експерт заповнює тільки верхню наддіагональну частину матриці парних порівнянь.

Розрізняють дві ситуації експертних оцінок порівняльної важливості об'єктів.

Перша ситуація має місце, коли міра порівнюваних властивостей виражена в сильних шкалах. У цьому випадку, якщо міра властивості об'єкта  $A_i$  рівна  $\omega_i$ , а міра об'єкта  $A_j$  рівна  $\omega_j$ , то міра переваги  $A_i$  порівняно з  $A_j$  рівна  $\omega_i / \omega_j$ . Матриця переваг у цьому випадку є узгодженою.

Узгодженість означає, що якщо порівнюються  $n$  об'єктів, то достатньо  $(n-1)$  думок щодо їх порівняння, де кожний з порівнюваних



об'єктів представлений, принаймні, один раз. Уся решта думок може бути виведена з отриманих. Наприклад, для матриці парних порівнянь трьох об'єктів  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_3$  шляхом вимірювань було отримане, що  $A_1$  перевершує  $A_2$  в 3 рази і в 6 разів об'єкт  $A_3$ .

Достатня кількість порівнянь дорівнює:  $3 - 1 = 2$ . Матриця порівнянь представлена:

Альтернативи	$A_1$	$A_2$	$A_3$
$A_1$	1	3	6
$A_2$	1/3	1	2
$A_3$	1/6	1/2	1

Оскільки  $A_1/A_2 = 3$  та  $A_1/A_3 = 6$ , то  $A_1 = A_2 \times 3$  і  $A_1 = A_3 \times 6$  і  $A_2 \times 3 = A_3 \times 6$ , тому  $A_2/A_3 = 2$  та  $A_3/A_2 = 1/2$ .

Таку узгодженість називають повною.

Повна узгодженість включає як порядкову, так і кардинальну узгодженість.

**Порядкову узгодженість** називають транзитивною (якщо  $A_i$  є переважнішою ніж  $A_j$ , а  $A_j$  є переважнішою ніж  $A_k$ , то  $A_i$  є переважнішою ніж  $A_k$ ). В прикладі вище це: якщо  $6 > 3$ , а  $3 > 1$ , то  $6 > 1$ .

**Кардинальна узгодженість** означає, що  $a_{ij} \times a_{jk} = a_{ik}$ .

У прикладі вище це:  $a_{12} \times a_{23} = a_{13}$ , тобто  $3 \times 2 = 6$ .

Друга, найпоширеніша ситуація, полягає в тому, що властивості об'єктів слабо структуровані і можуть бути оцінені тільки в шкалі порядку. В цьому випадку експерти використовують шкалу Сааті. В цьому разі неможливо досягти повної узгодженості через різні кваліметричні шкали у різних об'єктів тому розглядають два показники: індекс узгодженості (IU) і відношення узгодженості (VU).

### 5.3.1. Індекс узгодженості (ІС) і відношення узгодженості (ВУ)

В загальному випадку узгодженість зворотно-симетричної матриці еквівалентна до вимоги рівності її максимального власного значення  $\lambda_{\max}$  числу порівнюваних об'єктів  $n$  ( $\lambda_{\max} = n$ ). Тому як міра розузгодженості розглядають нормоване відхилення  $\lambda_{\max}$  від  $n$ , яке називається індексом узгодженості:

$$IY = (\lambda_{\max} - n)/(n - 1). \quad (5.1)$$

Оцінка прийнятності отриманого узгодження виконується порівнянням його з випадковим індексом (ВІ).

**Випадковий індекс** – це індекс узгодженості, розрахований для квадратної  $n$ -вимірної позитивної зворотно-симетричної матриці, елементи якої згенерували датчиком випадкових чисел, розподілених по рівномірному закону для інтервалу значень:  $1/9, 1/8, 1/7, 1/6, 1/5, 1/4, 1/3, 1/2, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$ .

У табл. 5.2 представлені значення випадкового індексу ВІ для різних матриць порядку від 2 до 15.

Таблиця 5.2

#### Значення випадкового індексу

По- ря- док мат- риці	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
ВІ	0	0,58	0,9	1,12	1,24	1,32	1,41	1,45	1,49	1,51	1,54	1,56	1,57	1,5

**Відношення узгодженості** обчислюється по формулі:

$$VY = IY/VI. \quad (5.2)$$

Якщо значення ВУ менше ніж 0,1, то ступінь узгодженості вважається добрим. У деяких випадках прийнятним ступенем узгодженості можна вважати діапазон (0,1 – 0,3). Якщо ВУ > (0,1 – 0,3), то експерту рекомендується переглянути свої думки.

Аналіз результатів експертних оцінок полягає в отриманні вектора пріоритетів порівнюваних об'єктів.

З математичної точки зору необхідно обчислити головний власний вектор матриці. Після нормалізації він стає вектором пріоритетів. Точний спосіб обчислення головного власного вектора матриці складається із зведення матриці в довільно високі ступені і розподілі суми кожного рядка на загальну суму елементів матриці.

Альтернативи	$A_1$	$A_2$	...	$A_j$	...	$A_n$	Головний власний вектор	Вектор пріоритетів
$A_1$	$a_{11}$	$a_{12}$	...	$a_{1j}$	...	$a_{1n}$	$V_1$	$P_1$
$A_2$	$a_{21}$	$a_{22}$	...	$a_{2j}$	...	$a_{2n}$	$V_2$	$P_2$
...	...	...	...	...	...	...	...	...
$A_i$	$a_{i1}$	$a_{i2}$	...	$a_{ij}$	...	$a_{in}$	$V_i$	$P_i$
...	...	...	...	...	...	...	...	...
$A_n$	$a_{n1}$	$a_{n2}$	...	$a_{nj}$	...	$a_{nn}$	$V_n$	$P_n$

Наближений спосіб, що дає добрі наближення, полягає в такому: для матриці, наведеної вище, компонента головного власного вектора обчислюється як середнє геометричне значень у рядку по формулі:

$$V_i = \sqrt[n]{\prod_{j=1}^n a_{ij}}. \quad (5.3)$$

Компонента  $i$  вектора пріоритетів обчислюється як нормоване значення головного власного вектора:

$$P_i = \frac{V_i}{\sum_{i=1}^n V_i}. \quad (5.4)$$

Наближені значення  $\lambda_{\max}$  для оцінки відношення узгодженості можна отримати за формулою:

$$\lambda_{\max} = \sum_{j=1}^n M_j \times P_j, \quad (5.5)$$

де  $M_j = \sum_{i=1}^n a_{ij}$  – сума елементів  $j$ -го стовпця матриці;

$P_j$  – вектор пріоритетів аналізованої матриці.

Отримане значення  $\lambda_{\max}$  дозволяє обчислити для зворотно-симетричної матриці індекс узгодженості по формулі (5.1) і потім відношення узгодженості по формулі (5.2).

#### **5.4. Узагальнена математична модель оцінки локальних і глобальних пріоритетів елементів ієрархічної структури**

Узагальнена математична модель оцінки локальних і глобальних пріоритетів елементів ієрархічної структури полягає в такому [11; 26].

Хай дана деяка домінантна ієрархія (рис. 5.1) з  $h$  рівнями, на кожному з рівнів є деяка кількість елементів, які повинні бути проранжовані по важливості.

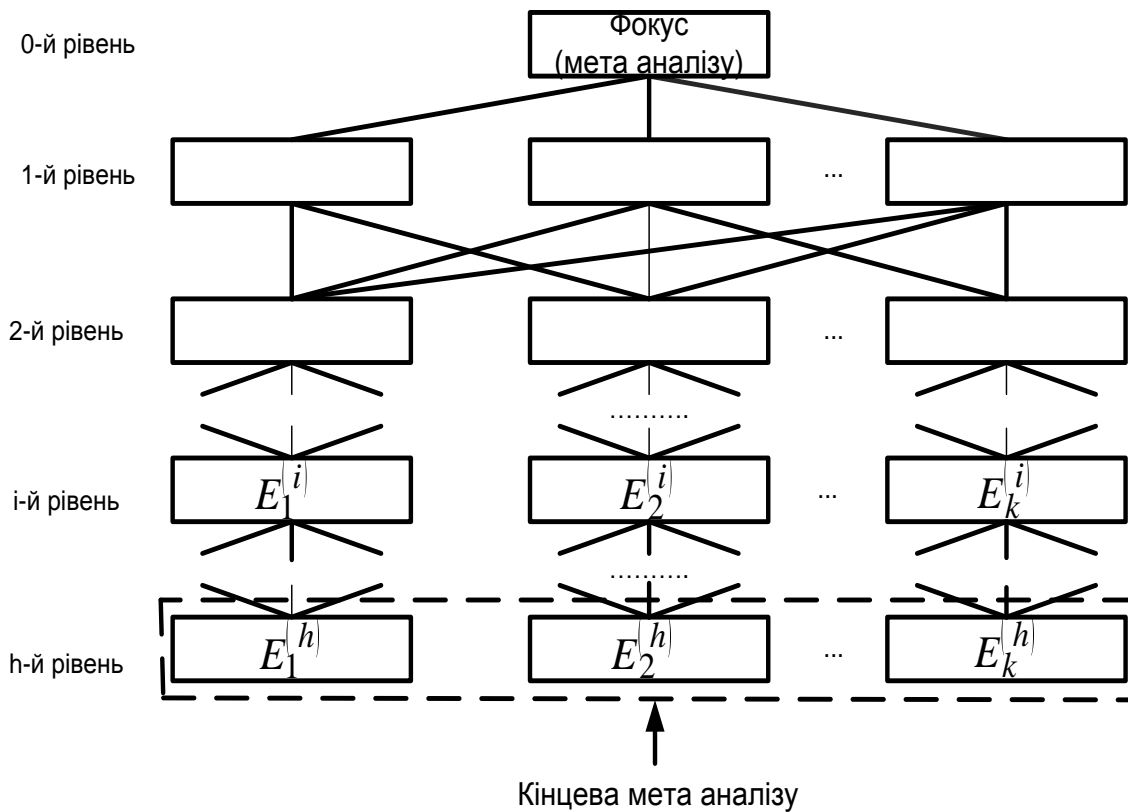


Рис. 5.1. Загальний вигляд моделі оцінки локальних та глобальних пріоритетів елементів

Порівняльна значущість (пріоритетність) елементів  $i$ -го рівня щодо якогось елемента  $(i-1)$ -го рівня оцінюється вектором локальних пріоритетів, який позначений так:

$\bar{W}_i(E_j^{i-1})$  – вектор пріоритетів елементів  $i$ -го рівня відносно до  $j$ -го елемента  $E_j^{(i-1)}$   $(i-1)$ -го рівня.

Алгоритм розрахунку вектора локальних пріоритетів такий. Будується квадратна матриця парних порівнянь, розмірність якої співпадає з кількістю порівнюваних елементів  $i$ -го рівня, тобто розмірністю  $k \times k$  та доповнюється двома стовпцями обчислюваних елементів:

	$E_1^i$	$E_2^i$	...	$E_k^i$	$S_i$	$W_i^j$
$E_1^i$	$a_{11}$	$a_{12}$	...	$a_{1k}$	$S_1$	$W_1^j$
$E_2^i$	$a_{21}$	$a_{22}$	...	$a_{2k}$	$S_2$	$W_2^j$
...	...	...	...	...	...	...
$E_k^i$	$a_{k1}$	$a_{k2}$	...	$a_{kk}$	$S_k$	$W_k^j$

Значення  $a_{ij}$  оцінюються експертом по шкалі Сааті, при цьому:  
 $a_{ij} = 1; a_{ji} = 1/a_{ij}$ .

$i$ -а компонента вектора пріоритетів обчислюється таким чином:

$$W_i = \frac{S_i}{\sum_{j=1}^n S_j}, \quad (5.6)$$

$$\text{де } S_i = k \sqrt[k]{\prod_{j=1}^k a_{ij}}, \quad (5.7)$$

$k$  – кількість елементів, що порівнюються.

Матриця векторів локальних пріоритетів елементів  $i$ -го рівня відносно всіх елементів  $(i-1)$ -го рівня:

$$B_i = |\overline{W}^i(E_1^{(i-1)}) \overline{W}^i(E_2^{(i-1)}) \dots \overline{W}^i(E_k^{(i-1)})|. \quad (5.8)$$

Вектор відносних глобальних пріоритетів елементів  $i$ -го рівня ( $i < h$ ) відносно фокусу ієрархії дорівнює:

$$\overline{W}_i = \prod_{j=i}^2 B_j \times \overline{W}_1, \quad (5.9)$$

де  $\overline{W}_1$  – вектор-стовпчик локальних пріоритетів елементів першого рівня відносно до одиничного елементу нульового рівня.

Вектори відносних глобальних пріоритетів дають можливість виконувати проміжний аналіз взаємовпливу властивостей елементів більш високого рівня. Вектор абсолютних глобальних пріоритетів елементів  $h$ -го рівня відносно фокусу обчислюється згідно з виразом:

$$\overline{W}_h = \prod_{j=h}^2 B_j \times \overline{W}_1. \quad (5.10)$$

Оцінка ступеня узгодженості всієї ієрархії виконується з урахуванням значень мір узгодженості всіх рівнів.

Індекс узгодженості другого рівня розраховується як зважена сума індексів узгодженості матриць другого рівня. Вектор пріоритетів першого рівня визначає значення важелів.

Тобто, індекс узгодженості другого рівня розраховується як добуток вектора-рядка індексів узгодженості 2-го рівня на вектор-стовпець пріоритетів першого рівня. Аналогічно виконуються обчислення індексу узгодженості для всіх рівнів. Узагальнений індекс узгодженості обчислюється як сума отриманих значень індексів рівнів. Узагальнений випадковий індекс теж обчислюється як сума випадкових індексів усіх рівнів. Отримані значення узагальненого індексу узгодженості і випадкового індексу дозволяють оцінити узагальнене відношення узгодженості по формулі (5.2). Значення ВУ повинне бути  $< 0,1$ . Допустимими вважаються значення ВУ в діапазоні  $0,1 - 0,3$ .

## 5.5. Адекватність моделі, яка побудована за методом МАІ

**Адекватність моделі** – властивість моделі, що полягає в здатності моделі відтворювати з необхідною повнотою ті властивості якості об'єкту, які є істотними для мети аналізу [26]. Інакше ця властивість моделі забезпечувати заданий ступінь ефективності управління процесом досягнення необхідної мети. Адекватність означає, що вимоги повноти, точності правильності моделі виконується тією мірою, яка є достатньою для досягнення поставленої мети.

Вимоги адекватності моделі і об'єкта – необхідна умова для переходу від дослідження об'єкта до дослідження моделі і подальшого перенесення результатів з моделі на об'єкт дослідження. Будь-яка модель є спрощеною копією оригіналу, тому неможливо говорити про абсолютну адекватність моделі. Оцінка ступеня схожості спирається тільки на оцінку відмінності від оригіналу. Щодо моделі, отриманої згідно з МАІ, до поняття адекватності відноситься перевірка двох моментів:

1) відношення узгодженості (ВУ) повинне бути менше 0,1 (прийнятним вважається діапазон значень (0,1 – 0,3));

2) модель стійка відносно до незначних змін її структури.

Стійкість вектора пріоритетів – якісна характеристика чутливості значень пріоритетів до малих змін даних або структури моделі. Очевидно, дані, що використовуються для прийняття рішень, завжди більш-менш неточні. Тому чим менше чутливість значень пріоритетів, тим більше обґрунтованість використання цих пріоритетів для підтримки прийняття рішення. Якщо при малих змінах даних або структури рейтинг змінюється неістотно, то він вважається стійким.

Поняття "істотна зміна рейтингу" залежить від вирішуваної задачі.

## **5.6. Рекомендації до побудови ієрархій**

У методі аналізу ієрархій немає строгих правил створення моделей прийняття рішення. МАІ дозволяє лише систематизувати процес прийняття рішень, упорядкувати процес витягання знань з наявної інформації. Тому для створення моделей прийняття рішення потрібні досвідчені фахівці.

Рекомендується така послідовність підготовки прийняття рішення за допомогою МАІ [26; 60].

1. Визначити набір можливих (альтернативних) рішень і мету прийняття рішення (головний критерій, за яким визначається перевага рішення). Мета може бути сформульованою дуже узагальнено (часто при постановці проблеми немає чіткого усвідомлення мети).

2. Визначити групи чинників, що роблять вплив на прийняття рішення.



Як правило, частина таких груп – це деталізації сформульованої узагальнено головної мети рейтингування альтернатив (приватна мета, підкритерії і т. п.).

3. Сформувати рівні: перший рівень (вершина) – головна мета (головний критерій) рейтингування рішень, нижній рівень – можливі рішення, проміжні рівні – групи однотипних чинників, що впливають на рейтинг рішень.

Таким чином, сформована рівнева структура моделі.

Така структура дає попереднє уявлення про рейтингування рішень. На ній показані вузли (мета, чинники, рішення), згруповані по типах.

4. З'ясувати структуру впливів між метою, чинниками і рішеннями. При цьому спочатку виділяють пари рівнів, один з яких робить вплив на іншій. Потім з'ясовують, між якими саме вузлами виділених рівнів є зв'язки.

5. Додати до рівневої структури моделі **зв'язки між вузлами**. Зв'язок "Мета" → "Фактор рівня Х" означає, що важливість обліку чинника "Х" у моделі визначається метою рейтингування рішень.

Зв'язок "Фактор" → "Рішення" означає, що перевага (важливість, оптимальність, доцільність) рішення в моделі визначається зокрема з погляду дії даного чинника. Зв'язок "Чинник А" → "Фактор Б" означає, що важливість обліку чинника Б у моделі визначається наявністю чинника А.

6. Проаналізувати кластерну структуру моделі прийняття рішення. При необхідності внести корективи: додати або видалити вузли, додати або видалити зв'язки. Таким чином, формування структури моделі завершено (проведений аналіз).

7. Внести дані для кластерів: провести порівняння для вузлів кожного кластера і для кластерів, що мають загальну вершину, або ввести відповідні вектори пріоритетів без проведення порівнянь.

8. Оцінити якість даних (узгодженість, достовірність). При необхідності провести коригування даних.

9. Розрахувати рейтинг пріоритетів рішень і показники узгодженості і достовірності.

10. Доцільно розрахувати вектори пріоритетів для рівнів.

Якщо виявляється, що в масштабі моделі дані недостатньо злагоджені або недостатньо достовірні, то доцільно провести вибіркоче коригування даних.

11. Перевірити стійкість рейтингу.

12. Провести інтерпретацію отриманих результатів для підтримки прийняття рішення, тобто провести синтез.

Для інтерпретації результатів може бути потрібна також інформація: про істотні і неістотні чинники, враховані в моделі, про ситуації прийняття рішення, близькі до тієї, що розглядається по структурі або по інформаційному наповненню.

MAI знаходить застосування в найрізноманітніших сферах людської діяльності:

розробка програми розподілу ресурсів на підприємстві;

розподіл транспортних засобів регіону (області, міста);

планування розвитку системи доставок продукції;

підбір кандидатів на вакантну посаду;

виявлення критично важливих технологій для розвитку виробництва;

виявлення важливих екологічних аспектів у формуванні системи екологічного менеджменту на підприємстві;

прогнозування цін на товари і послуги;

атестація фахівців на підприємстві;

вибір нових технологій основного виробництва й інформаційних технологій в процесі реінжиніринга.

Розроблені й успішно застосовуються пакети прикладних програм, що дозволяють виконувати: побудову ієрархії, порівняння альтернатив на підставі вибраних критеріїв, необхідні обчислення пріоритетів рівнів, узгодженості рішень і отримати остаточний варіант ранжирування альтернатив. До них відносяться такі пакети: "Expert Choice", "Decision Greed", "ИМПЕРАТОР".

У темі 13 наведені особливості побудови ієрархії за методом MAI в середовищі пакету "ИМПЕРАТОР".

### **Питання для самоперевірки**

1. Розкрити зміст поняття "ієрархічна структура моделі проблеми".
2. Пояснити основні етапи в MAI.
3. Розкрити зміст поняття "метод парних порівнянь в MAI".
4. Яким чином враховується наявність декількох рівнів критеріїв у MAI?
5. Розкрити зміст поняття "зворотно-симетрична матриця".

6. Розкрити зміст поняття "порядкова узгодженість".
7. Розкрити зміст поняття "кардинальна узгодженість".
8. Розкрити зміст поняття "індекс узгодженості (ІУ)".
9. Розкрити зміст поняття "відношення узгодженості (ВУ)" .
10. Розкрити зміст поняття "узагальнений індекс узгодженості".
11. Розкрити зміст поняття "узагальнений випадковий індекс".
12. Пояснити перевірку адекватності моделі, отриманої методом МАІ.

### **Контрольні запитання і задачі**

1. Навести приклад побудови моделі методом МАІ і пояснити зв'язок між вузлами рівнів.
2. Пояснити значення фокусу, кластерів в отриманій моделі.
3. Чим є вузли попереднього рівня моделі, що входять в один кластер, для вузлів наступного рівня?
4. Яким чином перевіряється адекватність моделі, отриманої згідно МАІ?

### **Резюме за темою**

МАІ в даний час є найпопулярнішим підходом до рішення багатокритеріальних задач. Це пояснюється тим, що багато реальних проблем можна представити у вигляді ієрархічної структури, яка включає мету, множину підлеглих цілей, варіантів рішень (альтернатив). Крім того, МАІ використовує матриці парних порівнянь, побудова яких не є складним завданням для експертів.

МАІ включає такі основні етапи.

1. Декомпозиція проблеми.
2. Побудова ієрархічної структури моделі проблеми.
3. Експертне оцінювання переваг.
4. Побудова локальних пріоритетів.
5. Оцінка узгодженості думок.
6. Синтез локальних пріоритетів.
7. Висновки і пропозиції для прийняття рішень.

## Словник термінів

<b>Зворотно-симетрична матриця парних порівнянь</b>	<p>складається з елементів <math>a_{ij}</math> – міри переваги об'єкта <math>A_i</math> над об'єктом <math>A_j</math>, яка виражається експертом у шкалі Сааті, і приймає значення від 1 до 9. Діагональні елементи матриці завжди рівні 1. Для матриці парних порівнянь завжди виконується умова:</p> $a_{ij} = 1/a_{ji}$
<b>Головний власний вектор матриці парних порівнянь</b>	<p>обчислюється як середньоарифметичне значень у стрічці матриці:</p> $V_i = \sqrt[n]{\prod_{j=1}^n a_{ij}}$
<b>Компонента <math>i</math> вектору пріоритетів</b>	<p>обчислюється як нормоване значення головного власного вектору:</p> $P_i = \frac{V_i}{\sum_{i=1}^n V_i}$
<b>Узгодженість порівнянь</b>	<p>означає, що якщо порівнюють <math>n</math> об'єктів, то достатньо <math>(n-1)</math> суждень відносно їх порівняння, де кожний з об'єктів, що порівнюються, представлений, принаймні, один раз</p>
<b>Порядкова або транзитивна узгодженість</b>	<p>означає: якщо <math>A_i</math> надають перевагу перед <math>A_j</math>, а <math>A_j</math> надають перевагу перед <math>A_k</math>, то <math>A_i</math> є переважним перед <math>A_k</math></p>
<b>Кардинальна узгодженість</b>	<p>означає, що: <math>a_{ij} \times a_{jk} = a_{ik}</math></p>
<b>Індекс узгодженості (ІУ)</b>	<p>використовується як міра розузгодженості, як нормоване відхилення <math>\lambda_{\max}</math> (власного вектора матриці порівнянь) від <math>n</math>:</p> $I_U = \frac{\lambda_{\max} - n}{(n-1)}$

<b>Випадковий індекс (VI)</b>	це індекс узгодженості, розрахований для квадратної $n$ -вимірної позитивної зворотно-симетричної матриці, елементи якої згенерували датчиком випадкових чисел, розподілених по рівномірному закону для інтервалу значень: 1/9, 1/8, 1/7, 1/6, 1/5, 1/4, 1/3, 1/2, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9
<b>Відношення узгодженості (ВУ)</b>	обчислюється за формулою: $ВУ = IU / VI.$ <p>Якщо величина ВУ менше 0,1, то ступінь узгодженості вважається доброю. В деяких випадках прийнятним ступенем узгодженості можна рахувати діапазон 0,1 – 0,3. Якщо ВУ &gt; 0,1 – 0,3, то експерту рекомендується переглянути свої думки</p>
<b>Узагальнений індекс узгодженості</b>	обчислюється як сума отриманих значень індексів рівнів
<b>Узагальнений випадковий індекс</b>	обчислюється як сума випадкових індексів усіх рівнів
<b>Стійкість вектора пріоритетів</b>	якісна характеристика чутливості значень пріоритетів до малих змін даних або структури моделі
<b>Адекватність моделі</b>	властивість моделі, що полягає в здатності моделі відтворювати з необхідною повнотою ті властивості якості об'єкта, які є істотними для мети аналізу
<b>Адекватність модел в МАІ визначається двома моментами:</b>	1) відношення узгодженості (ВУ) повинне бути менше 0,1; прийнятним вважається діапазон значень (0,1 – 0,3); 2) модель повинна бути стійкою відносно незначних змін її структури

## 6. Концепція корисності та раціональний вибір

**Мета вивчення теми** – освоєння принципів раціональних рішень і вибору, побудови функції корисності, отримання ефективних рішень.

### **Основні питання:**

- 6.1. Концепції раціонального вибору і ефективного рішення.
- 6.2. Теорія корисності в прийнятті рішень.
- 6.3. Функція корисності.
- 6.4. Задачі прийняття рішень з погляду корисності та вірогідності.
  - 6.4.1. Приклад задачі прийняття рішень в умовах ризику.
- 6.5. Деякі положення з теорії вірогідностей.

**Професійні компетенції:** знання основних концепцій раціонального вибору, теорії корисності, отримання ефективних рішень в умовах невизначеності.

**Нормативна база для вивчення теми:** математика, дослідження операцій, теорія вірогідностей, статистика, системний аналіз.

**Ключові терміни:** якнайкраще рішення, раціональний вибір, ефективність рішення, корисність, функція корисності, сумісні випадкові події, несумісні випадкові події, умовна вірогідність, формула Байєса.

## **6.1. Концепції раціонального вибору і ефективного рішення**

Задача вибору або прийняття рішень є однією з центральних у будь-якій сфері людської діяльності [1; 2; 11; 22; 23; 31 – 33]. Рішення приймаються для досягнення конкретної мети, або бажаних результатів, які необхідно отримати в ході планованої операції. Одне з основних допущень при цьому полягає в тому, що ОПР робить раціональний вибір або ухвалює якнайкраще рішення.

**Якнайкраще рішення** є тією з альтернатив, серед наявних варіантів досягнення мети, яка розглядається ОПР як найголовніший претендент на звання "рішення". Вербально "якнайкраще рішення" можна визначити як альтернативу, яку ОПР стійко виділяє серед інших, якій він постійно віддає перевагу порівняно з будь-якою іншою з наявних альтернатив. Проте в ТПР допускають, що якнайкращих рішень може бути декілька. При цьому вважають, що вони всі між собою однаково за перевагою (еквівалентні).

Множинність якнайкращих альтернатив виникає з неможливості їх розрізнити при даному рівні деталізації переваг ОПР, як у разі множини Парето.

Отже, для виділення єдиної якнайкращої альтернативи є тільки один шлях – послідовне уточнення переваг ОПР по додаткових аспектах (так званий принцип вкладених відносин).

Суть концепції раціональних рішень (від лат. *ratio* – "розум") полягає в тому, що вирішальним аргументом при прийнятті рішення, тобто при свідомому виборі якнайкращого варіанта серед інших, служить логічно несуперечлива, повна і, краще всього, кількісно підтверджена система доказів.

Вводиться ряд припущень про поведінку людини, які називаються аксіомами раціональної поведінки [2; 3; 11].

**Раціональний вибір** означає припущення, що рішення є результатом упорядкованого процесу мислення. Слово "впорядкований" визначається фахівцями в строгій математичній формі.

**Ефективність рішення** оцінюють ступенем корисного ефекту, який одержує ОПР. Якщо мета вибрана правильно (адекватна проблемі), отримані в ході операції результати не гірше тих, які були намічені як мета, значить, вирішення є вдалим, тобто – ефективним.

Користь може бути виражена, наприклад, у зростанні прибутку, в поліпшенні екологічного стану навколишнього середовища, в збільшенні сегмента ринку, в підвищенні продуктивності праці, в підвищенні іміджу ОПР, престижу його фірми і т. п.

**Ефективність рішення** – це суб'єктивна оцінка ОПР корисності даного рішення в цілях усунення проблеми, що стоїть перед ним. Саме ця оцінка і є раціональною основою для осмисленого вибору.

## 6.2. Теорія корисності в прийнятті рішень

Поведінка людини при виборі і механізм порівняльної оцінки альтернатив є проблематикою спеціальної гілки науки, яка отримала назву теорії корисності.

**Корисність** згідно з теорією корисності – суб'єктивна оцінка альтернативи – міра, за допомогою якої ОПР цілеспрямовано визначає її якість. У процесі вибору різні фахівці переслідують різну мету (економісти – питання, пов'язані з реалізацією товарів на ринку, екологи – питання охорони навколишнього середовища, соціологи – питання переваги виборців) і виходять з різних передумов. Тому існує декілька визначень поняття "корисність".

**Корисність** – цілеспрямована міра, визначувана щодо задачі оцінки, яка ставиться керівником процесу оцінки, і що фіксується в документації. Таким чином, завжди є мета, щодо якої визначається корисність об'єкта оцінки [3; 6; 24; 27].

**Корисність** – величина, яку в процесі вибору максимізувала відповідальна особа або особа з раціональним економічним мисленням.

**Раціональна людина** в економіці – людина, яка слідує аксіомам раціонального вибору [3].

**Корисність** означає ступінь задоволення, який одержує суб'єкт від споживання товару або виконання якої-небудь дії.

**Корисність управлінського рішення** полягає у виборі найбільш адекватного зовнішнім і внутрішнім умовам розвитку підприємства рішення.

У цілому можна сказати, що **корисність – це уявна міра психологічної і споживацької цінності різних благ.**

У будь-якому випадку перед ОПР стоїть задача кількісного оцінювання міри переваги альтернатив одної перед одною, для чого використовується функція корисності.

Побудова функції корисності залежить від наявності інформації про предмет вибору і умови його функціонування.

Основою будь-якого процесу управління є інформація, якої володіє ОПР.

Основні інформаційні проблеми, що виникають при виробленні складних рішень ділять на такі групи.

1) початкова накопичена інформація про проблему є неповною або недостовірною;

2) в момент прийняття рішень необхідна інформація не є доступною;

3) недолік ресурсів для прийняття рішень позначається на тому, що прийняття одного варіанта пов'язано з відмовою від можливо кращого;

4) наявність множини критеріїв;

5) отримана інформація є нечіткою;

6) досліджувані процеси мають вірогідносний характер, і неможливо точно передбачити остаточний результат.

Проблеми з недоліком інформації створюють умови невизначеності, і є перешкодою для отримання узагальненої оцінки відносної ефективності, важливості, цінності або корисності ухвалюваних рішень.



Вплив невизначеності може позначатися по-різному [2]. Якщо існує безліч можливих рішень і щодо кожного з них відомо, що воно призводить до деякого конкретного результату, то вибір здійснюється в умовах визначеності. У таких "детермінованих" ситуаціях усі елементи, що впливають на майбутні результати, мають цілком певне значення (яке відоме або може бути встановлене), і завдання полягає в їх перерахуванні і виборі одного або декількох з тих, які дають максимум чи мінімум деякого показника.

**Вибір рішення в умовах визначеності** має місце, якщо стосовно кожної дії відомо, що вона незмінно призводить до деякого конкретного результату.

Відома концепція оптимальності в математиці і дослідженні операцій є не що інше, як формальне вираження концепції найкращого рішення з метою отримання корисного ефекту. У цьому випадку як критерій використовується єдиний скалярний показник. Цей варіант прийняття рішень було розглянуто при вирішенні задач прийняття рішень в умовах визначеності.

У теорії статистичних рішень прийнято розрізняти ситуації ризику і невизначеності.

**Вибір рішення в умовах ризику чи доброякісної невизначеності** має місце, якщо кожна дія приводить до одного з безлічі можливих приватних результатів, причому кожен результат має відому імовірність появи.

**Вибір рішення в умовах повної невизначеності** має місце, якщо та чи інша дія (або всі дії) має (мають) наслідком безліч можливих результатів, але імовірності цих результатів невідомі.

**Вибір рішення в умовах нечіткої інформації** має місце, коли для ОПР нечіткими є такі аспекти:

- бачення мети вибору,
- оцінка альтернатив,
- оцінка критеріїв,
- оцінка відношення переваги альтернатив.

Неможливість повної формалізації не виключає можливості застосування математичного апарату при вирішенні задач прийняття рішень в умовах ризику, невизначеності, нечіткої інформації. Розроблені і широко використовуються методи вирішення таких задач.

Рішення задач прийняття рішень в умовах ризику наведено в темі 7, рішення задач прийняття рішень в умовах повної невизначеності в темі 9. Рішення задач прийняття рішень в умовах нечіткої інформації наведено в темі 10.

Особливий випадок пов'язаний з побудовою функції корисності в разі **наявності множини критеріїв**.

Оскільки в практиці немає універсальної міри, що має фізичне значення і дозволяє порівняти результати операцій, вводять якусь штучну міру. Такий захід визначається через корисність альтернатив (результатів). Більшість ОПР використовують порівняно простий підхід до оцінки альтернатив: упорядкування їх за зростанням корисності від найменш корисних до найбільш корисних. Своє ставлення до альтернатив ОПР можуть висловити і кількісно, приписавши кожному результату деяке число, що визначає його відносну перевагу, використовуючи метод ранжирування альтернатив. Наприклад, найменш корисний результат може бути відображений числом 1, наступний – числом 2 і т. д., до найбільш корисного результату.

Таким чином, **корисність результату операції це дійсне число**, яке приписують результату операції і характеризує його переваги в порівнянні з іншими альтернативами щодо мети.

### 6.3. Функція корисності

Якщо відомі можливі альтернативи та їх показники корисності, можна побудувати функцію корисності, яка дає основу для порівняння і вибору рішень.

**Функція корисності** становить числову обмежену функцію  $F \in \tilde{E}$ , визначену на множині альтернатив  $A = \{a_k\}$ ,  $k = 1, 2, \dots, l$ , так, що  $F(a_i) = F(a_j)$  коли альтернативи  $a_i$  і  $a_j$  неможливо розрізнити ( $a_i \approx a_j$ ), тобто не можна віддати перевагу ні тому, ні іншому результату, і  $F(a_i) > F(a_j)$  коли альтернатива  $a_i$  переважніше альтернативи  $a_j$  ( $a_i > a_j$ ), як це, наприклад, показано на рис. 6.1.

Методи побудови функції корисності у разі багатокритеріального вибору діляться на **евристичні** та **аксіоматичні** [14 – 16].

До **евристичних методів** відносять: **метод головного критерію** і **метод узагальненого критерію або згортки критеріїв**, які розглядалися в темі 4.

Метод головного критерію зводиться до оптимізації по одному вибраному критерію, за умови, що інші критерії не більше (або не менше) прийнятних значень.

Метод узагальненого критерію полягає в зортці набору критеріїв у числову функцію, яка є функцією корисності.

Розрізняють такі види згорток: лінійна або адитивна зортка, максимінна зортка, мультиплікативна згортки (розглядалися в темі 4).

**Аксіоматичні методи** побудови функції корисності – це формальні методи, засновані на тому, що формулюються спеціальні припущення (аксіоми) про властивості переваги альтернатив, виконання яких гарантує існування функції корисності конкретного виду.

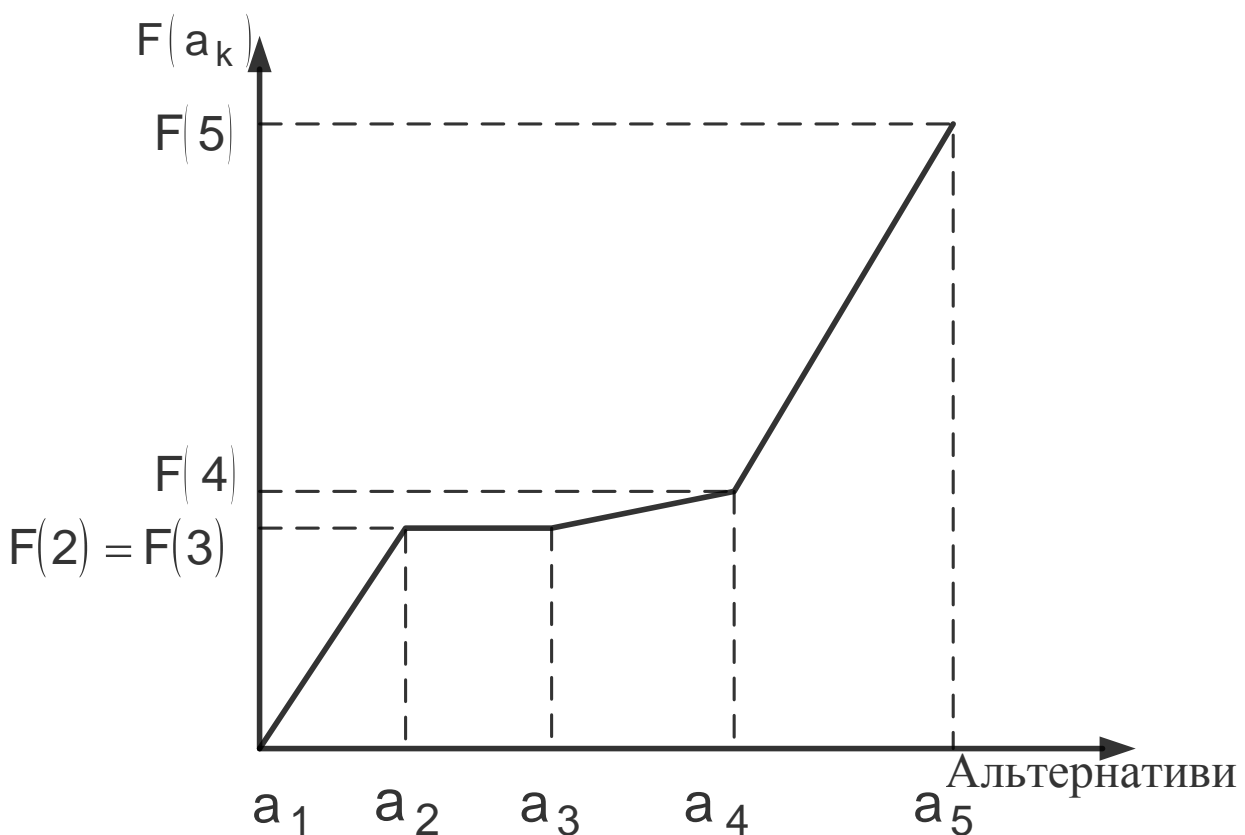


Рис. 6.1. Функція корисності п'яти альтернатив

Зазвичай, при використанні таких методів функцію корисності будують в адитивному вигляді як суму функцій корисності за кожним критерієм з деякими ваговими коефіцієнтами  $\lambda_1, \dots, \lambda_n$ .

$$f = \lambda_1 f_1 + \dots + \lambda_n f_n. \quad (6.1)$$

Множина методів вирішення багатокритеріальних задач заснована на трьох важливих особливостях.

**По-перше**, вважається, що не існує рішення, найкращого в незалежному від ОПР сенсі. Завжди рішення може бути найкращим лише для даного ОПР.

**По-друге**, вважається, що не існує оптимального рішення при виборі системи для всіх цілей і впливів зовнішнього середовища. Система може бути ефективною тільки для конкретної мети і в конкретних умовах. У інших умовах і для інших цілей система може бути неефективною.

**По-третє**, методи дослідження операцій (лінійне, нелінійне, динамічне програмування та ін.) не задовольняють вимогам, що пред'являються до завдань оцінювання складних організаційних систем, оскільки вид цільової функції або невідомий, або не заданий аналітично, або для неї відсутні засоби рішення.

#### **6.4. Задачі прийняття рішень з точки зору корисності та імовірності**

Постановка задач прийняття рішень з точки зору корисності та імовірності подій звичайно заключається в такому: ОПР вибирає якісь дії в середовищі, де на одержуваний результат (результат) дії впливають випадкові події, невідомі йому. Маючи деякі знання про імовірності цих подій, ОПР може розрахувати найбільш вигідну сукупність і черговість своїх дій.

##### **6.4.1. Приклад задачі прийняття рішень в умовах ризику**

У ОПР є можливість взяти участь в одній з двох акцій з придбання техніки:  $I_1$ , беручи участь в якій, він виграє 200 грн з імовірністю 0,9 або

програє 800 грн з імовірністю 0,1; і  $I_2$ , беручи участь в якій, з імовірністю 0,9 він нічого не виграє і не програє, а з імовірністю 0,1 виграє 1 000 грн. У якій із них йому вигідніше брати участь? Отже,

$$g_{11} = 200, p_1(g_{11}) = 0,9, g_{12} = -800, p_1(g_{12}) = 0,1 \text{ – в акції } I_1,$$

$$g_{21} = 0, p_2(g_{21}) = 0,9, g_{22} = 1000, p_2(g_{22}) = 0,1 \text{ – в акції } I_2.$$

$$m_1 = p_1(g_{11}) \cdot g_{11} + p_1(g_{12}) \cdot g_{12} =$$

$$= 200 \times 0,9 + (-800) \times 0,1 = 100.$$

$$m_2 = p_2(g_{21}) \cdot g_{21} + p_2(g_{22}) \cdot g_{22} =$$

$$= 0 \times 0,9 + 1000 \times 0,1 = 100.$$

Таким чином, математичні очікування виграшів (середні значення)  $m_1 = m_2$ , тобто ці акції однакові за принципом середнього результату.

$$\Delta_1 = |g_{12} - g_{11}| = |-800 - 200| = 1000,$$

$\Delta_2 = |g_{22} - g_{21}| = |1000 - 0| = 1000$ , тобто розкид виграшів у цих акціях однаковий.

$$D_1 = (g_{11} - m_1)^2 \cdot p_1(g_{11}) + (g_{12} - m_1)^2 \cdot p_1(g_{12}) =$$

$$= (200 - 100)^2 \cdot 0,9 + (-800 - 100)^2 \cdot 0,1 = 90000,$$

$$D_2 = (g_{21} - m_2)^2 \cdot p_2(g_{21}) + (g_{22} - m_2)^2 \cdot p_2(g_{22}) =$$

$$= (0 - 100)^2 \cdot 0,9 + (1000 - 100)^2 \cdot 0,1 = 90000.$$

Таким чином, дисперсії співпадають, тобто ці акції однакові і з урахуванням дисперсії.

Однак по змістовному сенсу ці акції абсолютно різні: акція  $I_2$  безпрограшна, але виграють у ній рідко, зате пристойну суму, а в акції  $I_1$  ОПР швидше за все виграють невелику суму, але можуть і програти, причому не мало.

Таким чином, на перший план постає завдання виявлення схильності ОПР до ризику.

Розроблені, і діють на практиці різні методи побудови функції корисності [11]. Наприклад, при аналізі рішень, пов'язаних з інвестиціями, і в багатьох інших бізнес-додатках функція корисності має вигляд:

$$U(x) = 1 - e^{-x/r}, \quad (6.2)$$

де  $x$  – грошова сума, якій відповідає певне значення корисності,  
 $r$  – міра схильності до ризику.

Чим більше  $r$ , тим менше компанія уникає ризику, чим менше  $r$ , тим більше компанія уникає ризику.

Існує безліч варіантів визначення параметра  $r$ . Фахівець в області прийняття рішень Рон Ховард (Ron Howard) знайшов емпіричну залежність між величинами чистого прибутку, капіталу, обсягом чистих продажів компанії та її схильністю до ризику [11]. За його розрахунками значення  $r$  приблизно дорівнює 124 % від чистого прибутку, 15,7 % від капіталу і 6,4 % від обсягу чистих продажів (у негрошовому еквіваленті).

Зазвичай для вирішення задач прийняття рішень в **умовах ризику** застосовуються методи теорії одновимірної і багатовимірної корисності [2]. Основна ідея цієї теорії полягає в отриманні кількісних оцінок корисності можливих результатів, які є наслідками процесів прийняття рішень. Надалі на підставі цих оцінок вибирають найкращий результат.

Теорія прийняття рішень та аналіз рішень засновані на роботах Джона фон Неймана і Оскара Моргенштерна [11].

Нехай  $G = \{g_1, \dots, g_n\}$  – множина результатів,  $p_i \in [0, 1]$  – імовірність результату  $g_i$  при використанні стратегії  $s \in S$ . Множина випадків  $G = \{g_1, \dots, g_n\}$  кінцева, а розподіл  $\xi$  і  $\eta$  пари порівнюваних стратегій  $s \in S$  задаються векторами імовірностей  $(p_1^\xi, \dots, p_n^\xi)$  і  $(p_1^\eta, \dots, p_n^\eta)$ , відповідно.

Нехай результати оцінюються за одним критерієм  $K \in \mathbb{R}$ . Кожному результату відповідає функція корисності  $f(g_i)$ . Кожна стратегія  $s$  характеризується очікуваною корисністю  $M_s \in \mathbb{R}$ .

У цьому випадку математичні очікування функції корисності обчислюються за формулами:

$$M_{\xi} [ ] = f(g_1) p_1^{\xi} + \dots + f(g_n) p_n^{\xi}, \quad (6.3)$$

$$M_{\eta} [ ] = f(g_1) p_1^{\eta} + \dots + f(g_n) p_n^{\eta}. \quad (6.4)$$

Рішення задачі прийняття рішень слід шукати у вигляді:

$$M_s [ ] \rightarrow \max. \quad (6.5)$$

У даній постановці задачі варіанти дій зазвичай не оцінюються за багатьма критеріями і розглядаються кілька послідовних дій, що дозволяє побудувати так звані дерева рішень.

У разі нескладної структури і відсутності громіздких обчислень розрахунок можна виконати без застосування спеціальних інструментів, проте випадкові (події) результати  $g_i$  можуть послужити основою для виконання наступного кроку прийняття рішень. Тоді імовірність настання наступної випадкової події  $g_j$  залежить від імовірності попередньої події  $g_i$ . У цьому випадку необхідно оцінювати умовну імовірність настання подій згідно з теоремою Байєса [7] і доцільно скористатися спеціальними інструментами побудови дерева рішень.

Далі приведені деякі положення з теорії вірогідностей, які знадобляться при побудові моделі прийняття рішень.

## 6.5. Деякі положення з теорії імовірності

Події  $A$  та  $B$  є несумісними, якщо вірогідність сумісної появи  $A$  та  $B$  дорівнює нулю [7; 83].

Сумою двох несумісних випадкових подій  $A$  та  $B$  є подія  $C$ , що полягає в появі хоча б однієї з цих подій.

Імовірність суми двох несумісних випадкових подій дорівнює сумі імовірностей цих подій:

$$P(A + B) = P(A) + P(B). \quad (6.6)$$

Якщо несумісні події утворюють повну групу, то сума їх імовірностей дорівнює одиниці.

Події  $A$  та  $B$  є сумісними, якщо вірогідність появи  $A$  та  $B$  не дорівнює нулю.

Сумою двох сумісних випадкових подій  $A$  та  $B$  є подія  $C$ , що полягає в появі хоча б однієї з цих подій чи обох цих подій.

Добутком двох сумісних випадкових подій  $A$  та  $B$  є подія, що полягає в спільній появі цих подій.

Події  $A$  та  $B$  є незалежними, якщо вірогідність настання однієї з них не залежить від появи другої.

Імовірність добутку двох незалежних подій дорівнює добутку їхніх імовірностей:

$$P(A \times B) = P(A) \times P(B). \quad (6.7)$$

Імовірність добутку двох залежних подій  $A$  та  $B$  дорівнює добутку імовірності однієї з них на умовну вірогідність іншої, отриману за умовою, що перша подія мала місце:

$$P(A \times B) = P(A) \times P(B|A). \quad (6.8)$$

Якщо подія  $A$  може статися тільки за умовою появи однієї з подій  $B_1, B_2, \dots, B_n$ , які утворюють повну групу несумісних подій, то імовірність події  $A$  дорівнює сумі добутків імовірностей кожної з подій  $B_1, B_2, \dots, B_n$  на відповідну умовну імовірність події  $A$ . Вірогідність настання події  $A$  розраховується за формулою повної вірогідності:



$$P(A) = \sum_{i=1}^N P(B_i) \times P(A/B_i) \quad (6.9)$$

Формула Байєса застосовується при вирішенні практичних задач, коли подія  $A$ , яка з'являється сумісно з якоюсь з подій  $B_1, B_2, \dots, B_n$ , які утворюють повну групу несумісних подій, мала місце та необхідно виконати переоцінку імовірностей подій  $B_1, B_2, \dots, B_n$ . Апріорні імовірності  $P(B_i)$  подій  $B_1, B_2, \dots, B_n$  відомі. Необхідно обчислити апостеріорні вірогідності  $P(B_i/A)$ . Вони обчислюються за формулою Байєса:

$$\begin{aligned} P(B_i/A) &= P(B_i) \times P(A/B_i) / P(A) \\ &= P(B_i) \times P(A/B_i) / \sum_{i=1}^n P(B_i) \times P(A/B_i) \end{aligned} \quad (6.10)$$

### Питання для самоперевірки

1. Розкрити зміст поняття "якнайкраще рішення".
2. Розкрити зміст поняття "раціональний вибір".
3. Розкрити зміст поняття "ефективність рішення".
4. Розкрити зміст поняття "корисність".
5. Розкрити зміст поняття "функція корисності" і навести приклади побудови функції корисності при вирішенні багатокритеріальних задач.
6. Розкрити зміст поняття "сумісні випадкові події".
7. Розкрити зміст поняття "несумісні випадкові події".
8. Розкрити зміст поняття "незалежні випадкові події".
9. Розкрити зміст поняття "залежні випадкові події".
10. Розкрити зміст поняття "умовна імовірність".
11. Розкрити зміст поняття "формула Байєса".

### Контрольні запитання та задачі

1. Привести приклад задачі прийняття рішень в умовах визначеності і пояснити зміст функції корисності в цьому випадку.

2. Привести приклад задачі прийняття рішень в умовах наявності багатьох критеріїв і пояснити зміст функції корисності в цьому випадку.

### Резюме за темою

Вибір найкращого рішення в умовах **багатокритеріальності, ризику або доброякісної невизначеності, повної невизначеності, за наявності нечіткої інформації** є неоднозначною задачею і багато в чому залежить від ОПР. При цьому розглядають різні способи побудови функції корисності.

У разі багатокритеріальності розрізняють **евристичні та аксіоматичні методи**.

До **евристичних методів** відносять: **метод головного критерію і метод узагальненого критерію або згортки критеріїв** (тема 4).

**Аксіоматичні методи** побудови функції корисності – це формальні методи, засновані на тому, що формулюються спеціальні припущення (аксіоми) про властивості переваг альтернатив, виконання яких гарантує існування функції корисності конкретного виду.

У разі **ризик** застосовують метод побудови дерева рішень (тема 7).

У разі **повної невизначеності** застосовують критерії: Лапласа, Вальда, Севіджа, Гурвіца (тема 9).

У разі **нечіткої інформації** застосовують методи нечіткої логіки (тема 10).

## Словник термінів

<b>Якнай-краще рішення</b>	становить ту з альтернатив серед наявних варіантів досягнення мети, яка розглядається ОПР як найголовніший претендент на звання "рішення"
<b>Раціональний вибір</b>	означає припущення, що рішення є результатом упорядкованого процесу мислення. Слово "упорядкований" визначається фахівцями в строгій математичній формі
<b>Ефективність рішення</b>	це суб'єктивна оцінка ОПР корисності розглянутого рішення з метою усунення проблеми, яка перед ним стоїть. Саме ця оцінка і є раціональною основою для осмисленого вибору
<b>Корисність</b>	суб'єктивна оцінка альтернативи міра, за допомогою якої ОПР цілеспрямовано визначає її якість
<b>Функція корисності</b>	становить числову обмежену функцію $F(\cdot)$ , визначену на множині альтернатив $A = \{a_k\}$ , $k = 1, 2, \dots, l$ , так, що $F(a_i) = F(a_j)$ , коли альтернативам $a_i$ і $a_j$ неможливо віддати перевагу ( $a_i \approx a_j$ ), тобто не можна віддати перевагу ні тому, ні іншому результату, і коли $F(a_i) > F(a_j)$ альтернатива $a_i$ переважніше альтернативи $a_j$ ( $a_i > a_j$ )
<b>Сумісні випадкові події</b>	події $A$ та $B$ є сумісними, якщо імовірність появи $A$ та $B$ не дорівнює нулю
<b>Несумісні випадкові події</b>	події $A$ та $B$ є несумісними, якщо імовірність сумісної появи $A$ та $B$ дорівнює нулю
<b>Незалежні випадкові події</b>	події $A$ та $B$ є незалежними, якщо імовірність настання однієї з них не залежить від появи другої
<b>Залежні випадкові події</b>	події $A$ та $B$ є залежними, якщо імовірність настання однієї з них залежить від появи другої

<b>Умовна імовірність</b>	Імовірність події $B$ , обчислена в припущенні здійснення іншої події $A$ , називається умовною імовірністю події $B$ і позначається: $P(B/A)$
<b>Формула Байєса</b>	формула Байєса застосовується при вирішенні практичних задач, коли подія $A$ , яка з'являється сумісно з якоюсь з подій $B_1, B_2, \dots, B_n$ , які утворюють повну групу несумісних подій, мала місце та необхідно виконати переоцінку імовірностей подій $B_1, B_2, \dots, B_n$ : $P(B_i/A) = \frac{P(B_i) \cdot P(A/B_i)}{\sum_{j=1}^n P(B_j) \cdot P(A/B_j)}$

## 7. Моделі та методи прийняття рішень в умовах нечіткої інформації, невизначеності та ризику

**Мета вивчення теми** – освоєння моделей і методів прийняття рішень в умовах нечіткої інформації, невизначеності і ризику.

### Основні питання:

7.1. Виграш і ризик при прийнятті рішень в умовах невизначеності.

7.2. Прийняття рішень в умовах ризику.

7.3. Дерево рішень як метод прийняття рішень в умовах стохастичної невизначеності (в умовах ризику).

7.4. Приклади прийняття рішень в умовах стохастичної невизначеності.

7.4.1. Прийняття рішення про варіант придбання нового обладнання в умовах стохастичної невизначеності.

7.4.2. Прийняття рішення про вибір раціональної кількості обладнання, що купується в умовах стохастичної невизначеності.

7.4.3. Побудова дерева рішень з метою прийняття рішення про введення нової технології виробництва продукції.

**Професійні компетенції:** знання моделей і методів прийняття рішень в умовах нечіткої інформації, невизначеності і ризику.

**Нормативна база для вивчення теми:** математика, дослідження операцій, теорія вірогідностей, статистика, системний аналіз.

**Ключові терміни:** доброякісна невизначеність, повна невизначеність, матриця платежів, виграш, ризик, дерево рішень.

### 7.1. Виграш і ризик при прийнятті рішень в умовах невизначеності

Як зазначалося в темі 1, у теорії прийняття рішень розрізняють такі види невизначеності.

Стохастична або імовірнісна невизначеність має місце, коли відомі імовірності настання наслідків прийняття рішень. Її називають "доброякісна невизначеність" [7].

Повна невизначеність має місце, коли інформація, необхідна для прийняття рішень, є неточною, неповною, нечіткою, некілкісною, а формальні моделі досліджуваної системи або занадто складні, або відсутні.

При прийнятті рішень в умовах нечіткої інформації, невизначеності і ризику, як і в завданнях теорії статистичних рішень, розглядаються платіжні матриці (для дискретного випадку), або платіжна функція (в безперервному випадку). Значення в платіжній матриці, або в платіжній функції залежать від 2-х чинників: стан природи, варіанти рішень ОПР.

У матриці платежів розглядаються  $m$  можливих стратегій:  $A_1, A_2, \dots, A_m$ . У стовпцях – стратегії природи:  $\Pi_1, \Pi_2, \dots, \Pi_n$ ;  $a_{ij}$  – виграш при кожній парі стратегій:

Рішення	Стан природи			
	$\Pi_1$	$\Pi_2$	...	$\Pi_n$
$A_1$	$a_{11}$	$a_{12}$	...	$a_{1n}$
$A_2$	$a_{21}$	$a_{22}$	...	$a_{2n}$
...	...	...	...	...
$A_m$	$a_{m1}$	$a_{m2}$	...	$a_{mn}$

Необхідно вибрати таку стратегію ОПР  $A_i$ , яка є найбільш вигідною порівняно з іншими, або таку, що максимізує деяку критеріальну функцію, що відображає систему переваг ОПР.

Оскільки стан природи не визначено при здійсненні певного вибору, то ОПР ризикує.

У цьому випадку в теорії прийняття рішень вводиться поняття "ризик". Ризиком  $r_{ij}$  гравця, що використовує стратегію  $A_i$  в умовах  $\Pi_j$ , називається різниця між виграшем, який він одержав би, якби знав умови  $\Pi_j$ , і виграшем, який він отримає, не знаючи їх.

Щоб отримати значення ризику  $r_{ij}$  необхідно доповнити матрицю виграшів рядком з  $\beta_j$  максимальними значеннями виграшів по стовпцях і побудувати матрицю ризиків з елементами:

$$r_{ij} = \beta_j - a_{ij}. \quad (7.1)$$

У цьому випадку необхідно прийняти рішення, яке мінімізує значення ризику.

Таким чином, розрізняють дві постановки задачі про вибір рішення: у першій необхідно отримати максимальний виграш, у другій – мінімальний ризик [7].

Найпростіший випадок невизначеності "доброякісна" або стохастична невизначеність, коли стани природи мають певні імовірності  $p_j$ , які відомі ОПР. У цьому випадку необхідно вибрати стратегію, для якої середнє значення виграшу, взяте за рядком, є максимальним.

$$a_i = \sum_{j=1}^n a_{ij} \times p_j \Rightarrow \max. \quad (7.2)$$

Та ж стратегія, яка звертає в максимум середній виграш, звертає в мінімум середній ризик:

$$r_i = \sum_{j=1}^n r_{ij} \times p_j \Rightarrow \min. \quad (7.3)$$

Таким чином, у разі стохастичної невизначеності обидва підходи ("від виграшу" і "від ризику") дають одне і те ж оптимальне рішення.

Необхідно зауважити, що поняття "ризик" традиційно пов'язують з певною імовірністю або зі стохастичною невизначеністю настання тієї чи іншої небажаної події.

Тому визначення терміна "ризик" таке: **"Небажана подія, що полягає в збитку або втраті, що настає з певною імовірністю"** [7].

Коли імовірності станів природи не піддаються оцінці, то для прийняття раціонального рішення роблять спробу знайти не найгірше рішення. У цьому випадку все залежить від точки зору ОПР на ситуацію, від позиції дослідника, від того, якими втратами загрожує невдалий вибір рішення. У випадку, коли імовірності  $p_j$  існують, але ОПР вони невідомі, розроблені спеціальні критерії прийняття рішень: критерій Лапласа, критерій Вальда, критерій Гурвіца, критерій Севіджа [7; 27; 29].

## 7.2. Прийняття рішень в умовах ризику

Задачі прийняття рішень в умовах ризику займають проміжне становище між задачами прийняття рішень в умовах визначеності і в умовах повної невизначеності [2; 5; 8; 11; 12].

У цьому випадку розглядаються кілька станів природи, аналітик робить припущення про імовірність настання кожного з них. Наприклад, існує  $m$  ( $m > 1$ ) станів природи і  $p_j$  – оцінка імовірності настання події  $j$ . У загальному випадку значення імовірностей оцінюються на підставі статистичних даних за минулий час, де були зафіксовані прояви події протягом певного періоду спостережень.

Очікуване значення випадкової величини обчислюється як зважене середнє всіх можливих значень цієї випадкової величини, де ваги є імовірностями прийняття випадковою величиною даних значень.

Оскільки результат прийняття того чи іншого рішення залежить від станів природи, очікуваний результат, пов'язаний з рішенням  $i$ , обчислюється як сума добутків виграшу  $a_{ij}$  та імовірності  $p_j$ .

Таким чином, очікуваний результат  $A_i$  прийняття рішень обчислюється за формулою:

$$A_i = \sum_{j=1}^m a_{ij} \times p_j. \quad (7.4)$$

Далі вибирається вирішення, яке максимізує очікуваний результат:

$$A^* = \max \{A_i\}$$

При наявності випадкових факторів у задачі прийняття рішень необхідно враховувати не тільки переваги ОПР відносно різних наслідків, але і її ставлення (схильність) до ризику.

Моделі прийняття рішень, що відображають реальні виробничі ситуації, як правило, надзвичайно складні.

Раціональний вибір означає, що рішення ОПР є результатом послідовного процесу мислення.

Процес розробки і аналізу моделі прийняття рішень в умовах ризику полягає в такому: 1) створення структури моделі; 2) визначення значень імовірностей можливих результатів; 3) визначення значень корисності можливих результатів; 4) оцінка альтернатив і вибір стратегії.

Традиційно такі завдання вирішуються із застосуванням методу дерева рішень [2; 11; 12; 22; 23; 32; 33; 40; 67; 86].



### 7.3. Дерево рішень як метод прийняття рішень в умовах стохастичної невизначеності (в умовах ризику)

Дерево рішень – графічна модель аналізу рішень в умовах ризику.

Дерева рішень створюються для використання у випадках, коли приймається послідовність рішень, кожне з яких веде до деякого результату.

Типове дерево рішень складається з вузлів рішень (квадрат) і вузлів випадкових подій або рішень випадку (кружок) (рис. 7.1).

Гілки, що виходять із вузла рішення, представляють можливі рішення, а гілки, що виходять із вузла подій, відповідають різним випадковим подіям. На гілках дерева позначають значення імовірностей, у кінцевих гілок представляють результат дії. Дерево будують зліва направо.

У закінченому дереві рішень шлях від початкового вузла дерева до якого-небудь кінцевого вузла представляє послідовність рішень і можливих випадкових подій.

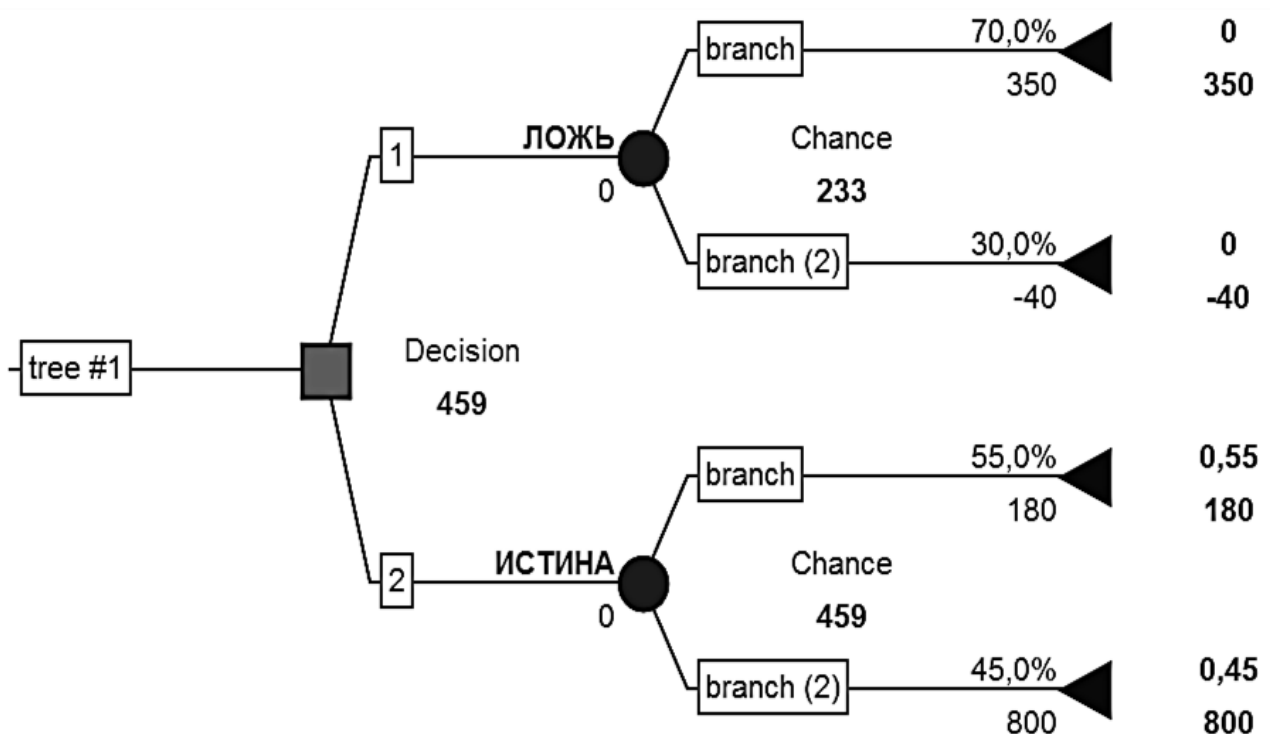


Рис. 7.1. Типове дерево рішень

Обчислення в дереві рішень виконуються за схемою зворотного перерахування, починаючи від кінцевих вузлів і закінчуючи початковим

вузлом дерева. Цей метод називають методом "згортання" дерева. При цьому для вузлів подій обчислюються очікувані значення від випадкових подій, а для вузлів рішень як значення вибирається максимальне очікуване значення, обчислене для гілок, що виходять із вузла рішень.

Таким чином, по дереву рішень визначається оптимальна стратегія – послідовність рішень, які повинні виконуватися при виникненні тих або інших випадкових подій.

## **7.4. Приклади прийняття рішень в умовах стохастичної невизначеності**

### **7.4.1. Прийняття рішення про варіант придбання нового устаткування в умовах стохастичної невизначеності**

Керівництву підприємства необхідно розробити оптимальну стратегію придбання нового обладнання з метою максимізації прибутку підприємства.

Розглядаються варіанти: придбання закордонної чи вітчизняної продукції.

У першому випадку витрати на придбання складуть 80 000 грн, у другому випадку витрати складуть 56 000 грн.

У випадку вдалого придбання продукції закордонних компаній імовірність досягнення бажаного рівня підвищення прибутку складе 0,4 і дохід підприємства збільшиться на 500 000 грн. У випадку невдалого придбання продукції закордонних компаній імовірність підвищення прибутку складе 0,6, і дохід підприємства збільшиться на 20 000 грн.

У випадку вдалого придбання продукції вітчизняних компаній імовірність досягнення бажаного рівня прибутку складе 0,6, і дохід підприємства збільшиться на 60 0000 грн. У випадку невдалого придбання продукції вітчизняних компаній імовірність досягнення бажаного рівня прибутку складе 0,4 і дохід підприємства збільшиться на 15 000 грн.

Необхідно прийняти рішення з оптимальної стратегії вибору продукції.

Задачу такої складності можна вирішити швидко без побудови дерева рішень.

$$P_3 = 500\,000 \times 0,4 + 20\,000 \times 0,6 - 80\,000 = 132\,000$$

$$P_6 = 600\,000 \times 0,6 + 15\,000 \times 0,4 - 56\,000 = 310\,000,$$

де  $P_6$  – цінність рішення від придбання продукції вітчизняних виробників,

$P_3$  – цінність рішення від придбання продукції закордонних виробників.

Найбільший прибуток фірма отримає у разі придбання вітчизняної продукції.

Ризик підприємства полягає у втраті суми грошей, яка залежить від ступеня ризику, на який налаштована ОПР.

Задачу такої складності можна вирішити без використання методу дерева рішень. Однак використання методу дерева рішень та інструменту його комп'ютерної реалізації значно спрощує рішення задачі.

Дерево рішень для цієї задачі наведено на рис. 7.2. Модель була побудована в середовищі пакету "Precision Tree" (фірми Palisade) [86]. У темі 13 наведені особливості роботи в середовищі цього інструменту.

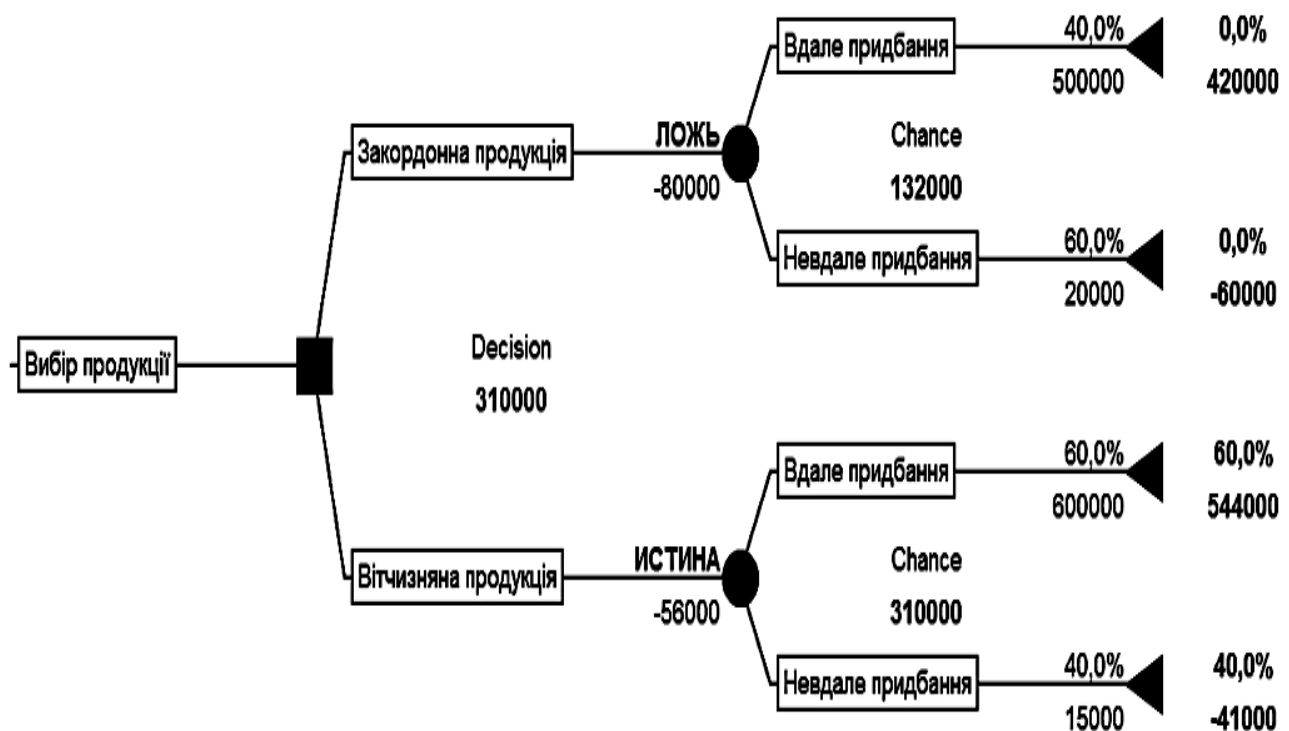


Рис. 7.2. Дерево рішень з вибору оптимальної стратегії придбання продукції

Наступний приклад ілюструє складність побудови матриці платежів у реальних задачах прийняття рішень і можливість прискорити прийняття рішень за допомогою дерева рішень.

### **7.4.2. Прийняття рішення про вибір раціональної кількості устаткування, що було набуто в умовах стохастичної невизначеності**

Проблеми підприємства пов'язані із збільшеними платежами за недотримання екологічних норм (застаріле технологічне обладнання і, відповідно, застаріла технологія основного виробництва). Підприємство передбачає придбання нового обладнання по  $40 \times 10^3$  грн за кожний агрегат.

Вигода від установки кожного агрегату складе  $75 \times 10^3$  грн. Усе обладнання повинно бути введено в дію протягом певного часу. Але всі агрегати не можуть бути введені в дію одночасно. Якщо підприємство закупить агрегатів більше, ніж зможе ввести в дію за відведений час, то понесе збитки, які дорівнюють вартості обладнання, яке не було введено в дію. Якщо буде закуплено недостатню кількість агрегатів, будуть наростати екологічні проблеми. За оцінкою експертів, екологічні проблеми, пов'язані з неможливістю введення (за відведений час) в дію кожного агрегату становлять  $50 \times 10^3$  грн. Імовірність введення в дію кількості агрегатів: 0 шт., 100 шт., 200 шт., 300 шт. оцінюються експертами в такий спосіб:

$$p(0) = 0,1,$$

$$p(100) = 0,3,$$

$$p(200) = 0,4,$$

$$p(300) = 0,2.$$

Необхідно знайти оптимальну кількість обладнання, придбання і введення в дію якого, дозволить підвищити прибуток підприємства.

Задача відноситься до задач прийняття рішень в умовах ризику: кожне з рішень пов'язане з певними втратами грошових коштів з певним ступенем імовірності.

У моделі чотири можливі значення рішення щодо придбання обладнання пов'язані з чотирма значеннями кількості агрегатів, які можуть бути введені в дію. У табл. 7.1 представлена матриця А значень

$a_{ij}$  прибутку підприємства (грн), де кожному з варіантів кількості придбаного устаткування відповідає варіант кількості устаткування, яке можливо ввести в дію.

Таблиця 7.1

**Варіанти значень прибутку підприємства (грн)**

Рішення (кількість придбаного устаткуван- ня)	Стан природи (кількість устаткування, яке можливо ввести в дію)			
	0,00	100,00	200,00	300,00
0	0,00	-5 000 000,00	-10 000 000,00	-15 000 000,00
100	-4 000 000,00	3 500 000,00	-1 500 000,00	-6 500 000,00
200	-8 000 000,00	-500 000,00	7 000 000,00	2 000 000,00
300	-12 000 000,00	-4 500 000,00	3 000 000,00	10 500 000,00

Елементи матриці (табл. 7.1) обчислюються таким чином:

$$a_{11} = 0,00,$$

$$a_{12} = 100 \times (-50\,000) = -5\,000\,000,00,$$

$$a_{13} = 200 \times (-50\,000) = -10\,000\,000,00,$$

$$a_{14} = 300 \times (-50\,000) = -15\,000\,000,00,$$

$$a_{21} = -100 \times 40\,000 = -4\,000\,000,00,$$

$$a_{22} = -100 \times 40\,000 + 100 \times 75\,000 = 3\,500\,000,00,$$

$$a_{23} = -100 \times 40\,000 + 100 \times 75\,000 + 100 \times (-50\,000) = -1\,500\,000,00,$$

$$a_{24} = -100 \times 40\,000 + 100 \times 75\,000 + 200 \times (-50\,000) = -6\,500\,000,00,$$

$$a_{31} = -200 \times 40\,000 = -80\,000,00,$$

$$a_{32} = -200 \times 40\,000 + 100 \times 75\,000 = -500\,000,00,$$

$$a_{33} = -200 \times 40\,000 + 200 \times 75\,000 = 7\,000\,000,00,$$

$$a_{34} = -200 \times 40\,000 + 200 \times 75\,000 + 100 \times (-50\,000) = 2\,000\,000,00,$$

$$a_{41} = -300 \times 40\,000 = -12\,000\,000,00,$$

$$a_{42} = -300 \times 40\,000 + 100 \times 75\,000 = -4\,500\,000,00,$$

$$a_{43} = -300 \times 40\,000 + 200 \times 75\,000 = 3\,000\,000,00,$$

$$a_{44} = -300 \times 40\,000 + 300 \times 75\,000 = 10\,500\,000,00.$$

Розрахунок прибутку підприємства, отриманого в разі введення відповідної кількості обладнання, виконується таким чином (табл. 7.2).

## Розрахунок прибутку підприємства

Рішення	Очікуваний результат
$A_1$	$= 0 \times 0,1 - 500\,000,00 \times 0,3 - 10\,000\,000,00 \times 0,4 - 15\,000\,000,00 \times 0,2 =$ $= - 8\,500\,000,00$
$A_2$	$= - 4\,000\,000,00 \times 0,1 + 3\,500\,000,00 \times 0,3 - 1\,500\,000,00 \times 0,4 -$ $- 6\,500\,000,00 \times 0,2 = - 1\,250\,000,00$
$A_3$	$= - 8\,000\,000,00 \times 0,1 - 500\,000,00 \times 0,3 + 7\,000\,000,00 \times 0,4 + 2\,000\,000,00 \times 0,2 =$ $= 2\,250\,000,00$
$A_4$	$- 12\,000\,000,00 \times 0,1 - 4\,500\,000,00 \times 0,3 + 3\,000\,000,00 \times 0,4 +$ $+ 10\,500\,000,00 \times 0,2 = 750\,000,00$

Вибір варіанта вирішення виконується на основі даних табл. 7.3.

## Результат розрахунку прибутку підприємства

Рішення	Очікуваний результат
$A_1 = 0$	- 8 500 000
$A_2 = 100$	- 1 250 000
$A_3 = 200$	2 250 000
$A_4 = 300$	750 000

Оптимальна кількість закупаваного устаткування відповідає значенню  $A_3 = 2\,250\,000$  грн і становить 200 шт.

Наведений приклад є прикладом вирішення задачі прийняття рішень в умовах ризику, тому що задана матриця виграшів підприємства та імовірності станів природи.

На рис. 7.3 наведено дерево рішень для задачі вибору оптимальної кількості агрегатів, розглянутої вище.

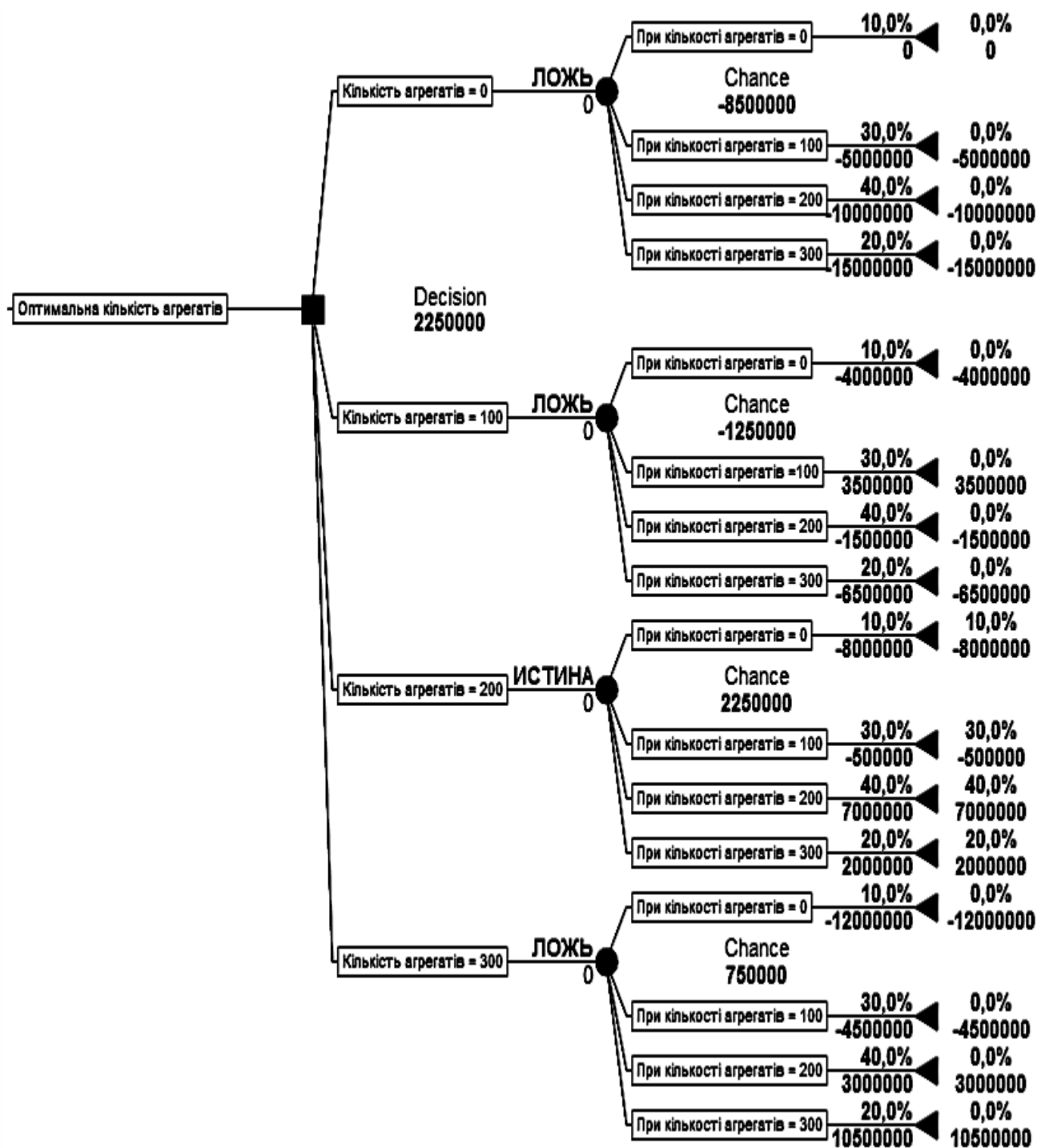


Рис. 7.3. Результат вирішення задачі методом дерева рішень

Оптимальна кількість агрегатів, яку необхідно придбати для максимізації прибутку підприємства, становить 200 штук.

Наступний приклад є ілюстрацією рішення задачі прийняття рішень в умовах ризику, коли необхідно обчислювати умовну імовірність настання подій.

### **7.4.3. Побудова дерева рішень з метою прийняття рішення про введення нової технології виробництва продукції**

Підприємство повинно зробити вибір: чи вводити нову технологію щодо розробки екологічно чистої продукції, чи ні. Введення нової технології підвищить вартість продукту, тому сумніву підлягає попит на такий продукт у населення та, відповідно, прибуток підприємства. Попит може бути таким: низький, середній, високий. Крім того, розвиток ринку не є прогнозованим, він може бути одним з таких: стихійний, збалансований, інтенсивний.

Вартість введення нової технології дорівнює 2 200 000 грн. Якщо нову технологію не вводити, то і затрат, пов'язаних з нею, не буде.

Витрати на випуск нової продукції складають 2 120 000 грн.

Існуючий дохід від випуску продукції складає 840 000 грн.

Очікуваний дохід внаслідок введення нової технології буде залежати від попиту на продукцію (низький, середній, високий) та напряму розвитку ринку (стихійний, збалансований, інтенсивний).

При низькому попиту очікуваний дохід буде складати 3 100 000 грн, при середньому – 3 200 000 грн, при високому – 3 500 000 грн.

Прибуток підприємства при різних варіантах попиту буде складати:

***Прибуток підприємства при різних варіантах попиту =  
= Дохід внаслідок введення нової технології – Витрати на випуск нової продукції.***

При низькому попиту прибуток складатиме:

3 100 000 грн – 2 120 000 грн = 880 000 грн.

При середньому попиту прибуток складатиме:

3 200 000 грн – 2 120 000 грн = 980 000 грн.

При високому попиту прибуток складатиме:

3 500 000 грн – 2 120 000 грн = 1 380 000 грн.

Маркетингові дослідження можуть дати додаткову інформацію, яка, однак, не зможе повністю відповісти на питання про попит на продукцію.

За даними маркетингових досліджень експертна оцінка вірогідності попиту при різних варіантах розвитку ринку наведена в табл. 7.4.



Таблиця 7.4

**Експертна оцінка вірогідності попиту при відповідному розвитку ринку**

Попит\ Розвиток ринку	Низький попит	Середній попит	Високий попит
Стихийний	0,45	0,15	0,15
Збалансований	0,35	0,60	0,40
Інтенсивній	0,20	0,25	0,45

Апріорні вірогідності попиту на продукцію за даними експертів мають значення, наведені в табл. 7.5.

Таблиця 7.5

**Апріорні вірогідності попиту на продукцію**

Низький попит	Середній попит	Високий попит
0,1	0,7	0,2

За плату 10 000 грн можна провести додаткові маркетингові дослідження, які покажуть прогноз розвитку ринку.

Необхідно визначити апостеріорну імовірність попиту на продукцію при відповідному розвитку ринку. Для цього необхідно скористатися теоремою Байєса [7] та деякими поняттями з теорії ймовірностей, наведеними вище.

Події  $H_i$  – попит на продукцію (низький, середній, високий) (табл. 7.5) є несумісними та утворюють повну групу подій, тобто сума їх імовірностей дорівнює одиниці.

$$P(H_1) + P(H_2) + P(H_3) = 1. \quad (7.5)$$

Випадкові події, щодо розвитку ринку та попиту на продукцію, є сумісними та залежними одна від одної, тому сумісну імовірностей настання цих подій можна знайти за формулою:

$$P(A \times H_i) = P(A) \times P(H_i/A) = P(H_i) \times P(A/H_i), \quad (7.6)$$

де  $A$  – розвиток ринку (стихийний, збалансований, інтенсивний),  
 $H_i$  – попит на продукцію (низький, середній, високий);

$P(A)$  – імовірність розвитку ринку;

$P(A/H_i)$  – умовна імовірність розвитку ринку  $A$  за умовою попиту  $H_i$ ;

$P(H_i/A)$  – умовна імовірність попиту  $H_i$  за умовою розвитку ринку  $A$ .

Повну імовірність розвитку ринку  $P(A)$  можна знайти за формулою:

$$P(A) = \sum_{i=1}^n P(H_i) \times P(A/H_i) \quad (7.7)$$

Апостеріорні імовірність попиту при відповідному розвитку ринку можна знайти за формулою Байєса:

$$\begin{aligned} P(H_i/A) &= \frac{P(H_i) \times P(A/H_i)}{P(A)} = \\ &= \frac{P(H_i) \times P(A/H_i)}{\sum_{i=1}^N P(H_i) \times P(A/H_i)} \end{aligned} \quad (7.8)$$

Відповідні обчислення для наведеного прикладу представлено в табл. 7.6 та табл. 7.7.

Таблиця 7.6

### Сумісні вірогідності та повна вірогідність розвитку ринку

Попит \ Розвиток ринку	Низький попит	Середній попит	Високий попит	Повна імовірність розвитку ринку
Стихийний	0,045	0,105	0,03	0,180
Збалансований	0,035	0,420	0,08	0,535
Інтенсивний	0,020	0,175	0,09	0,285

**Апостеріорні вірогідності попиту при відповідному розвитку ринку**

Попит\ Розвиток ринку	Низький попит	Середній попит	Високий попит
Стихійний	0,250000	0,583333	0,166667
Збалансований	0,065421	0,785047	0,149533
Інтенсивній	0,070175	0,614035	0,315789

На рис. 7.4 наведено дерево рішень, побудоване за даними обчислень параметрів моделі.

Отримано такий результат: якщо не проводити додаткові маркетингові дослідження, то не слід впроваджувати нову технологію виробництва.

Проведення додаткових маркетингових досліджень є доцільним. Воно підвищує вірогідність прийняти раціональне рішення щодо введення нової технології, оскільки дає можливість більш детально проаналізувати зв'язок між розвитком ринку та попитом на продукцію.

Додаткові дослідження показали, що введення нової технології доцільно тільки при інтенсивному розвитку ринку. При стихійному та навіть збалансованому розвитку ринку нову технологію вводити не слід.

У цілому дослідження вказують на завчасне рішення щодо введення нової технології виробництва.

На рис. 7.5 наведено звернення до інструменту аналізу рішення пакету Precision Tree. Інструмент дозволяє побудувати діаграму профілю ризику та політики пропозицій.

На рис. 7.6 наведено вікно вибору параметрів Risk Profile (профілю ризиків).

На рис. 7.7 – результат побудови діаграми профілю ризиків.

На рис. 7.8 – результат побудови кумулятивної діаграми профілю ризиків.

На рис. 7.9 – результат побудови статистичної звітності профілю ризиків.

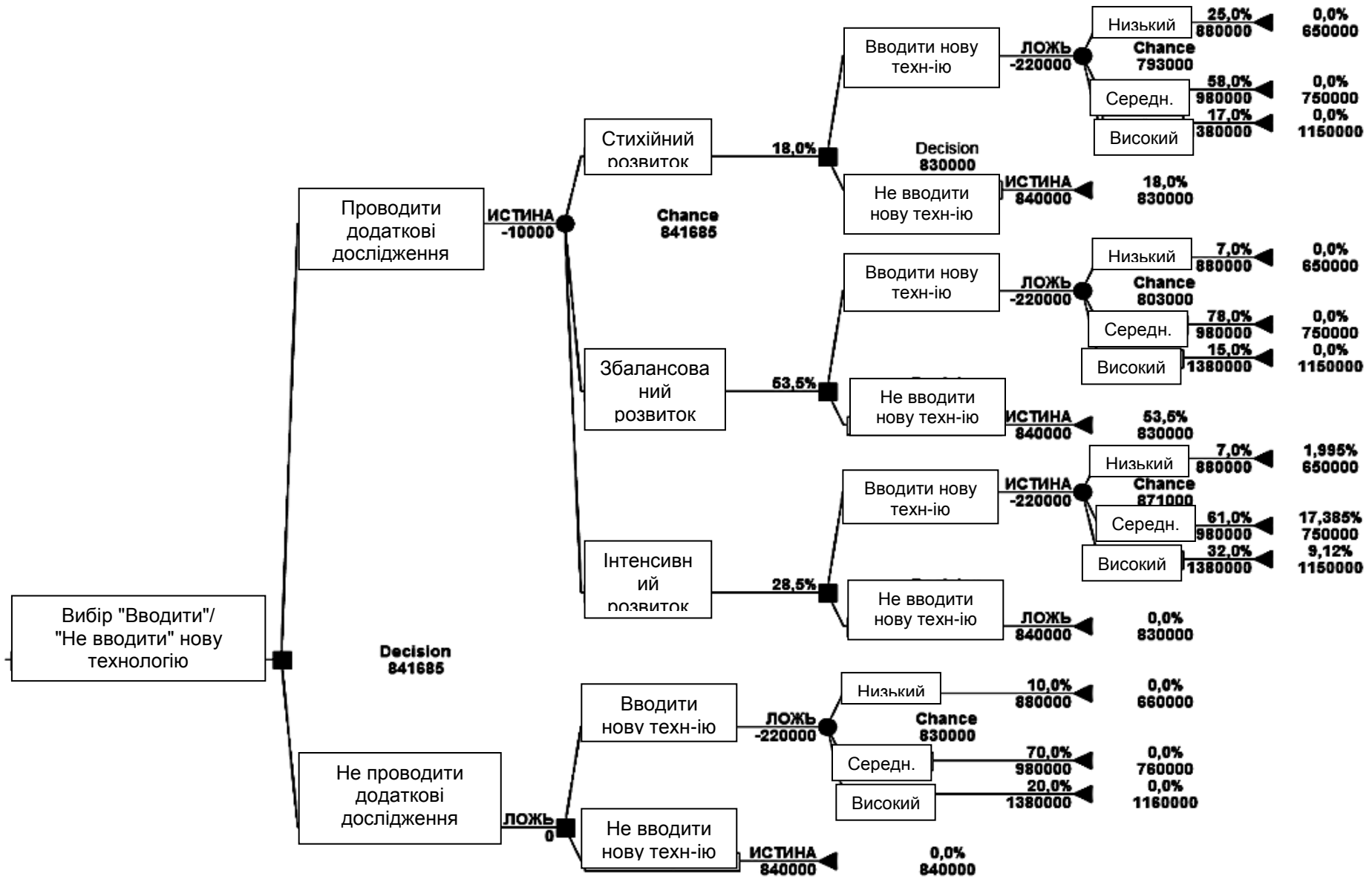


Рис. 7.4. Дерево для прийняття чи відхилення рішення щодо введення нової технології

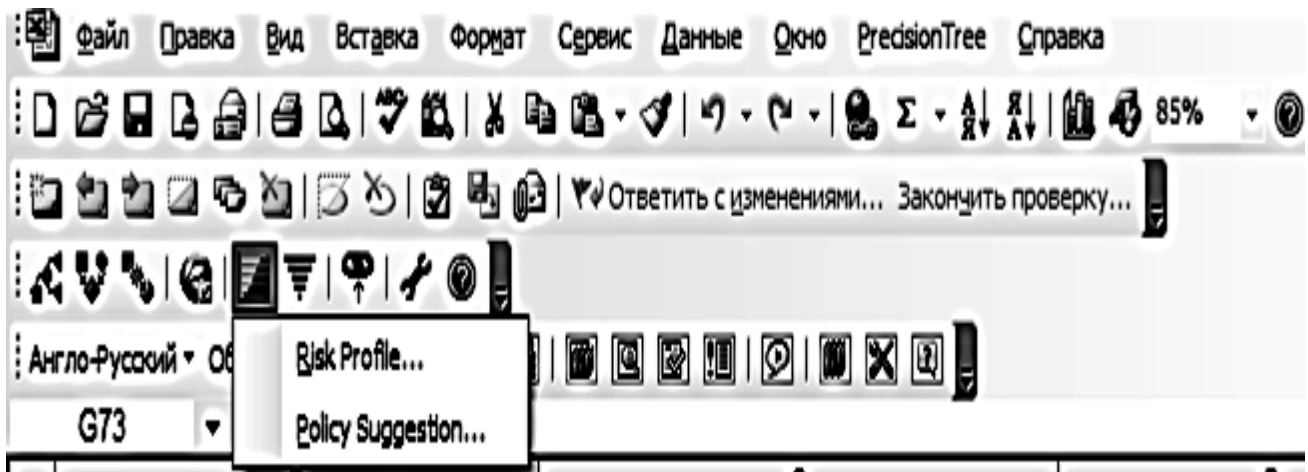


Рис. 7.5. Звернення до інструменту аналізу рішення

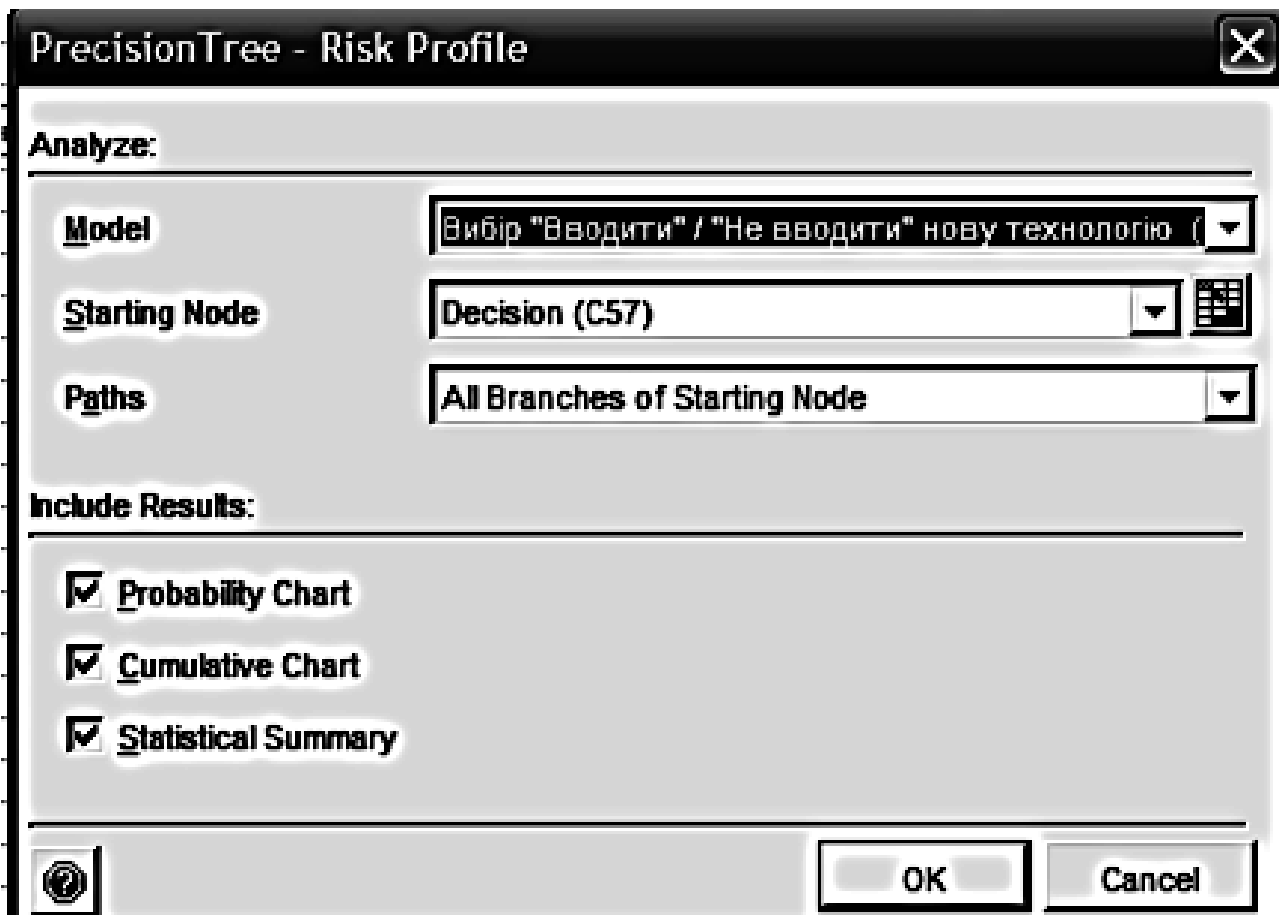


Рис. 7.6. Вікно вибору параметрів Risk Profile (профілю ризиків)

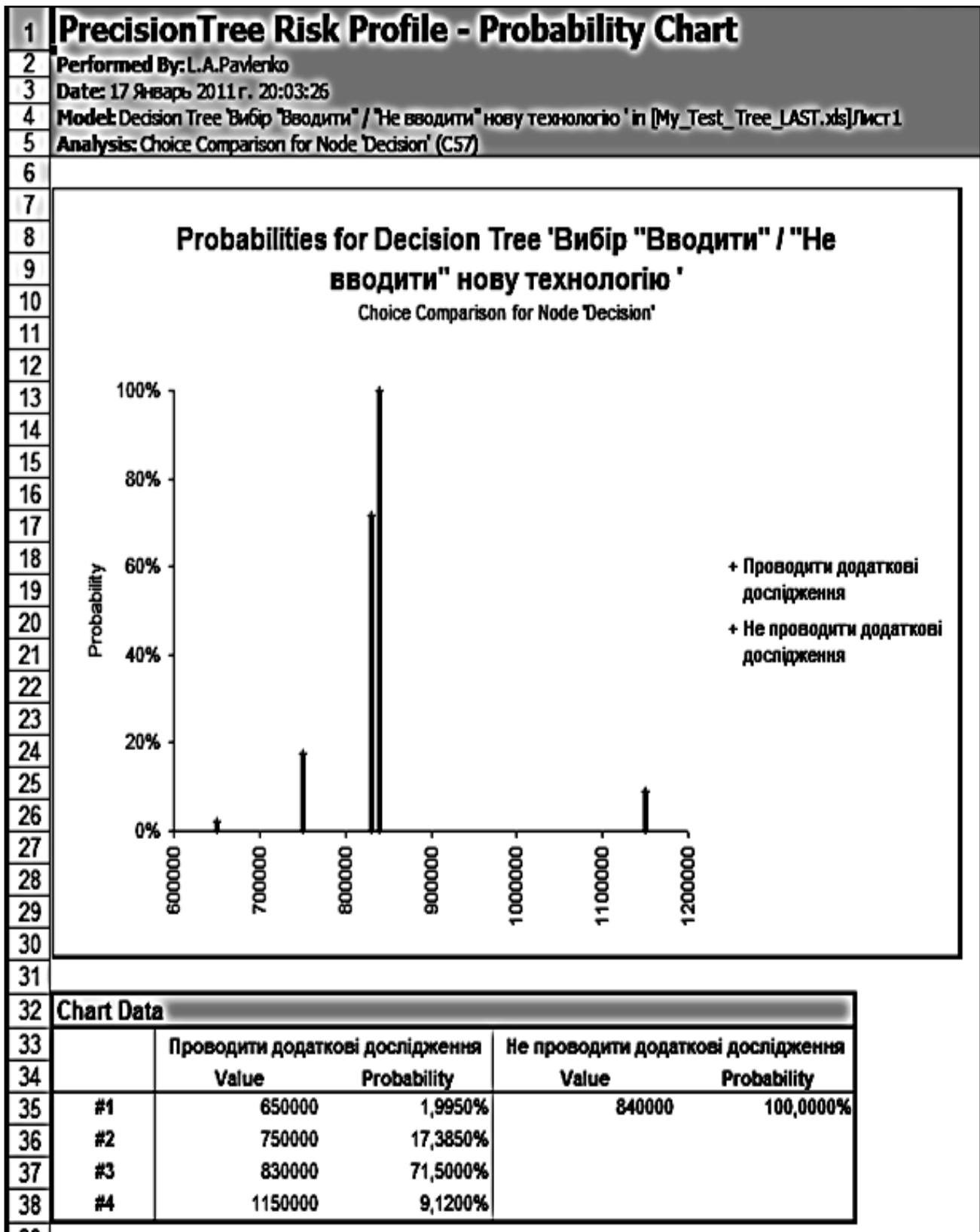


Рис. 7.7. Результат побудови діаграми профілю ризиків

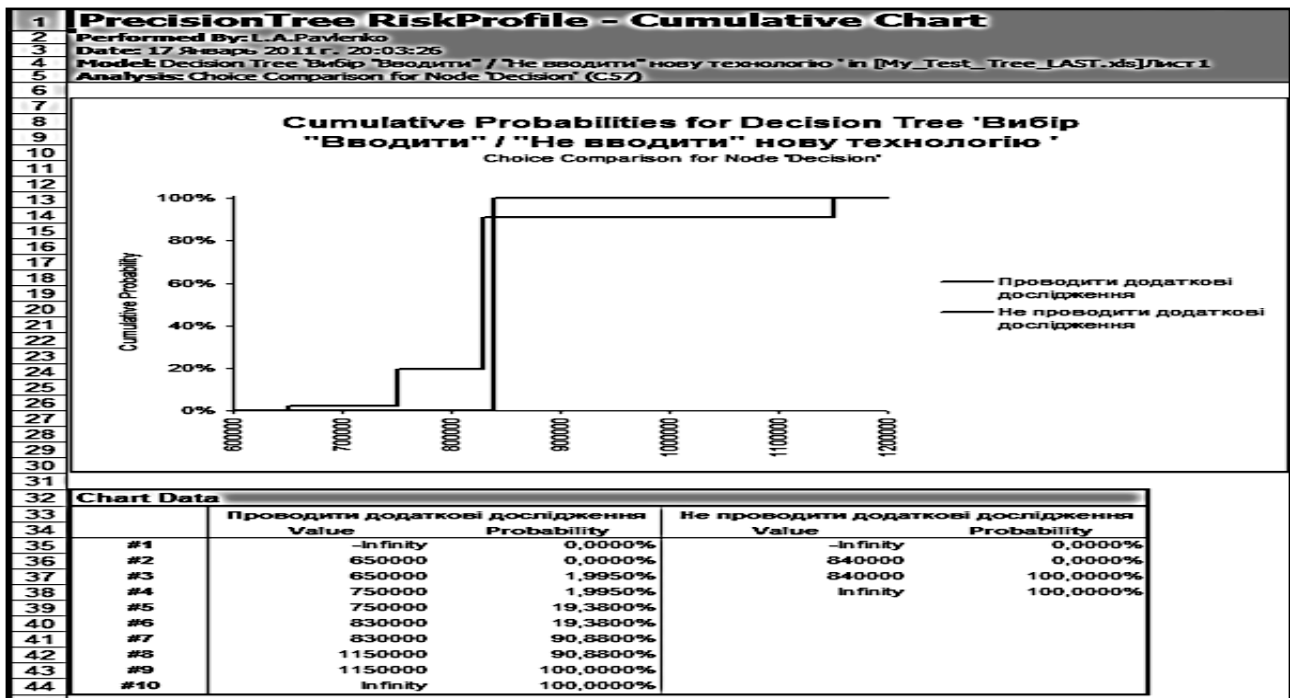


Рис. 7.8. Результат побудови кумулятивної діаграми профілю ризиків

**PrecisionTree Risk Profile - Statistical Summary**  
 Performed By: L.A.Pavlenko  
 Date: 17 Янв 2011 г. 20:03:26  
 Model: Decision Tree 'Вибір "Вводити" / "Не вводити" нову технологію' in [My\_Test\_Tree\_LAST.xls]Лист1  
 Analysis: Choice Comparison for Node 'Decision' (C57)

Statistics	Проводити додаткові дослідження	Не проводити додаткові дослідження
Mean	841685	840000
Minimum	650000	840000
Maximum	1150000	840000
Mode	830000	840000
Std. Deviation	104696,5175	0
Skewness	2,0889	N/A
Kurtosis	7,1853	N/A

Рис. 7.9. Результат побудови статистичної звітності профілю ризиків

На рис. 7.10 наведено звернення до інструменту побудови "Політики пропозицій".

На рис. 7.11 – пропозиція оптимального дерева для прийняття/відвернення рішення про введення нової технології, на рис. 7.12 – таблиця з результатами побудови "Політики пропозицій".

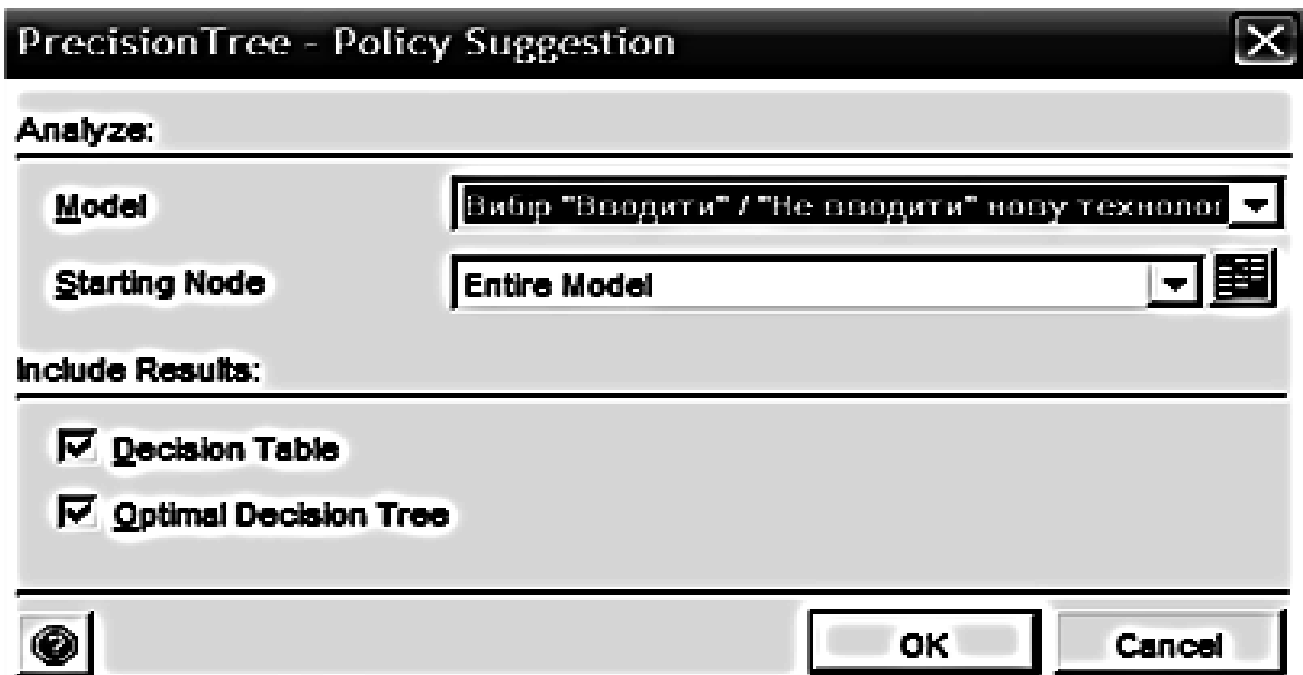


Рис. 7.10. Звернення до інструменту побудови "Політики пропозицій"

На рис. 7.13 наведено звернення до інструменту аналізу чутливості рішення.

Пакет дозволяє задати межі змін бажаних параметрів та відслідкувати їх зміни за певні кроки.

На рис. 7.14 наведено вибір клітинки та інших параметрів інструменту чутливості пакету (обрано вартість проведення додаткових маркетингових досліджень та межі зміни значення -10 000 на +/-25 %).

На рис. 7.15 наведено графік змін за 10 кроків значення вартості додаткових маркетингових досліджень на 25 % на кожному кроці.

На рис. 7.16 наведено графіки для зіставлення варіантів рішення "без додаткового дослідження" та "з додатковим дослідженням".

Графіки рис. 7.16 дозволяють оцінити межі вартості додаткових маркетингових досліджень, при яких результат побудови дерева рішень залишиться незмінним. Вони становлять: 7 500 ÷ 11 388 грн.

Тобто вартість додаткових маркетингових досліджень може бути не 10 000 грн, а 7 500 грн.

У темі 13 наведено особливості роботи з пакетом "Precision Tree" та задачі побудови дерева рішень засобами пакету "Precision Tree" для самоперевірки.



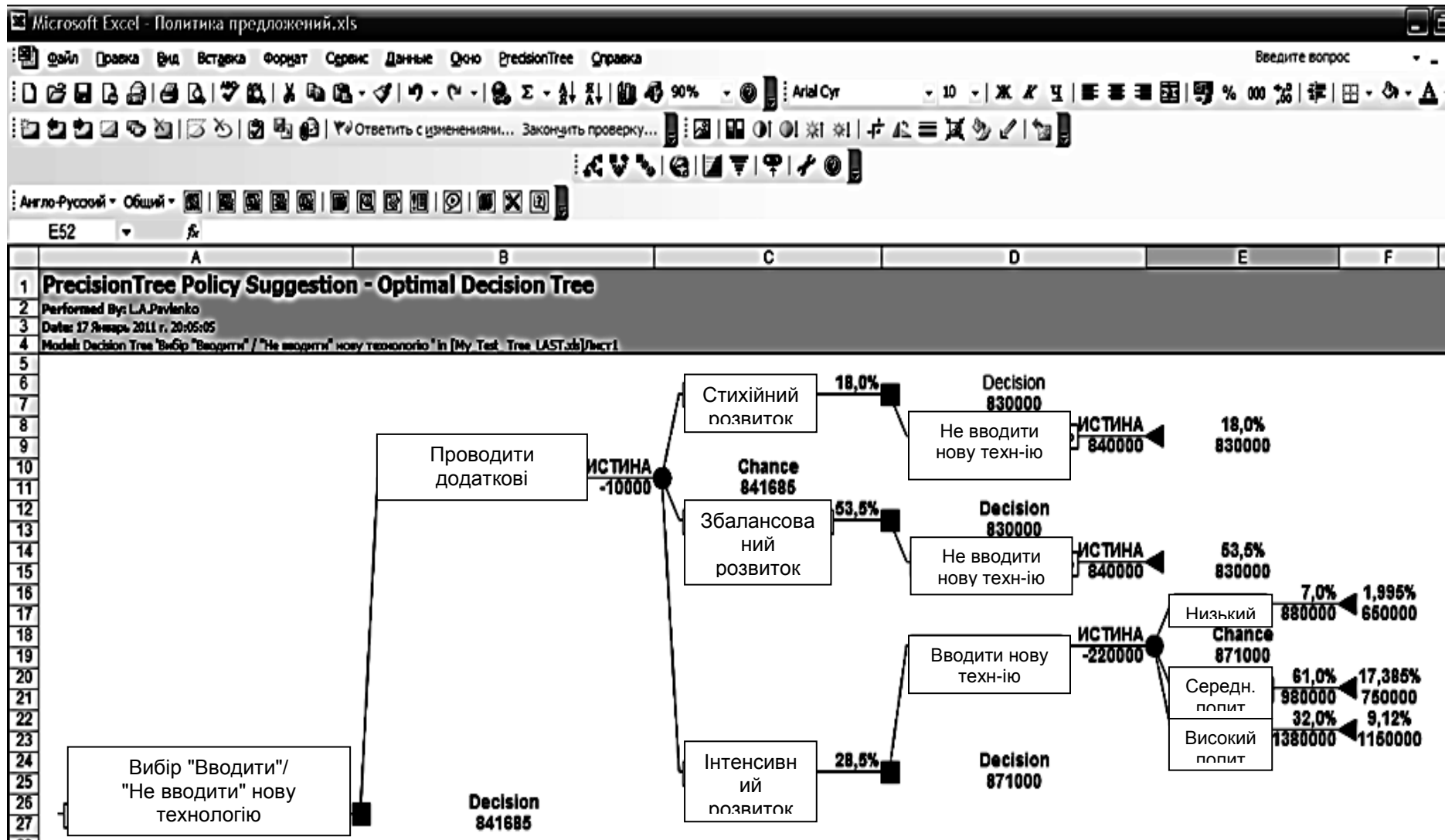


Рис. 7.11. Пропозиція оптимального дерева для прийняття/відхилення рішення про введення нової технології

1	<b>PrecisionTree Policy Suggestion - Decision Table</b>		
2	Performed By: L.A.Pavlenko		
3	Date: 17 Январь 2011 г. 20:05:04		
4	Model: Decision Tree 'Вибір "Вводити" / "Не вводити" нову технологію' in [My_Test_Tree_LAST.xls]Лист1		
5			
6	Decision	Optimal Choice	Arrival Probability Benefit of Correct Choice
7	'Decision' (C57)	Проводити додаткові дослідження	100,0000% 1685
8	'Decision' (E27)	Не вводити нову технологію	18,0000% 37000
9	'Decision' (E41)	Не вводити нову технологію	53,5000% 27000
10	'Decision' (E53)	Вводити нову технологію	28,5000% 41000

Рис. 7.12. Таблиця з результатами побудови "Політики пропозицій"

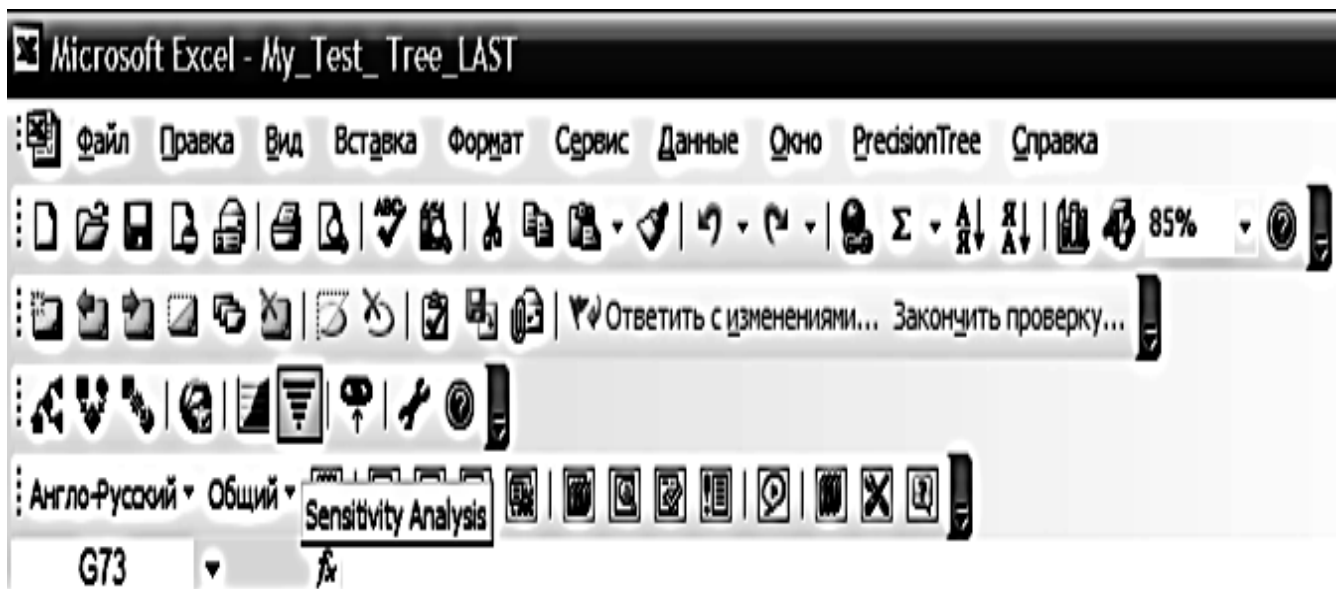


Рис. 7.13. Звернення до інструменту аналізу чутливості рішення

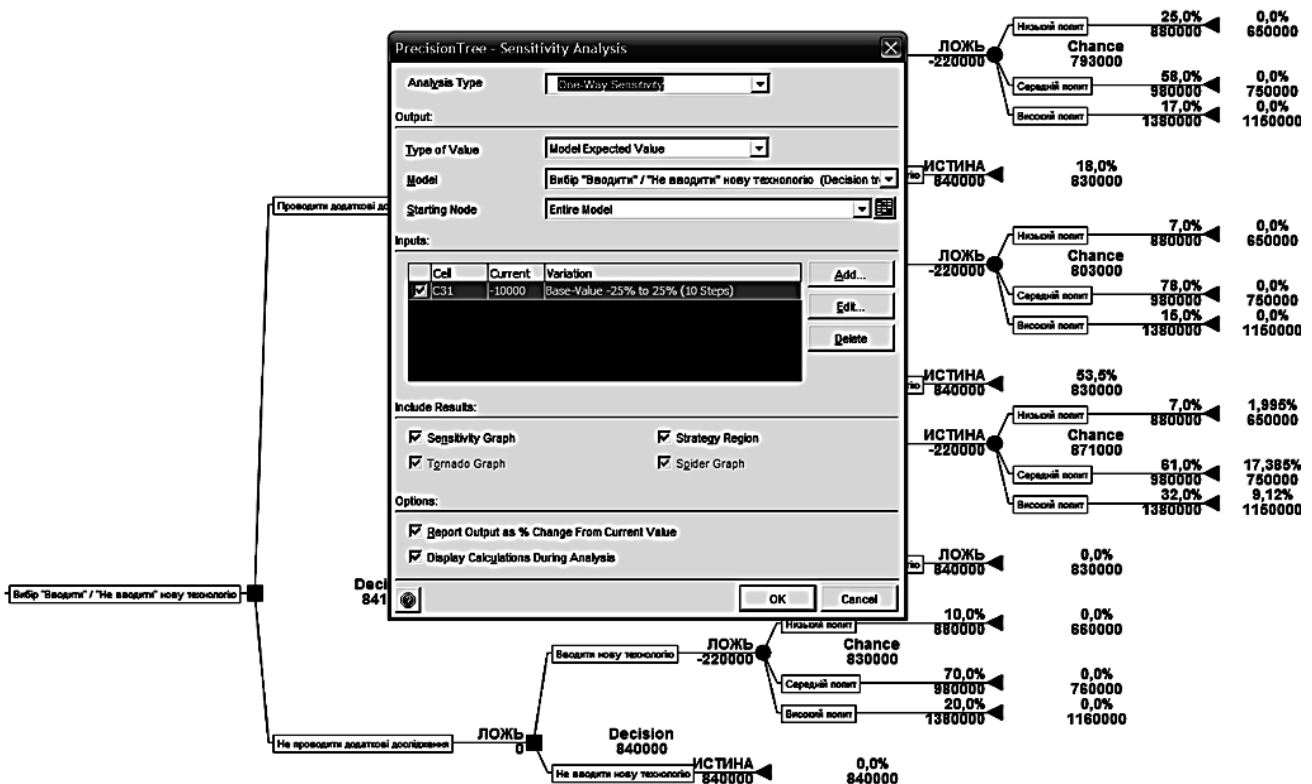


Рис. 7.14. Вибір клітинки та інших параметрів інструменту чутливості пакету (обрано вартість проведення додаткових маркетингових досліджень та межі зміни значення – 10 000 на +/- 25 %)

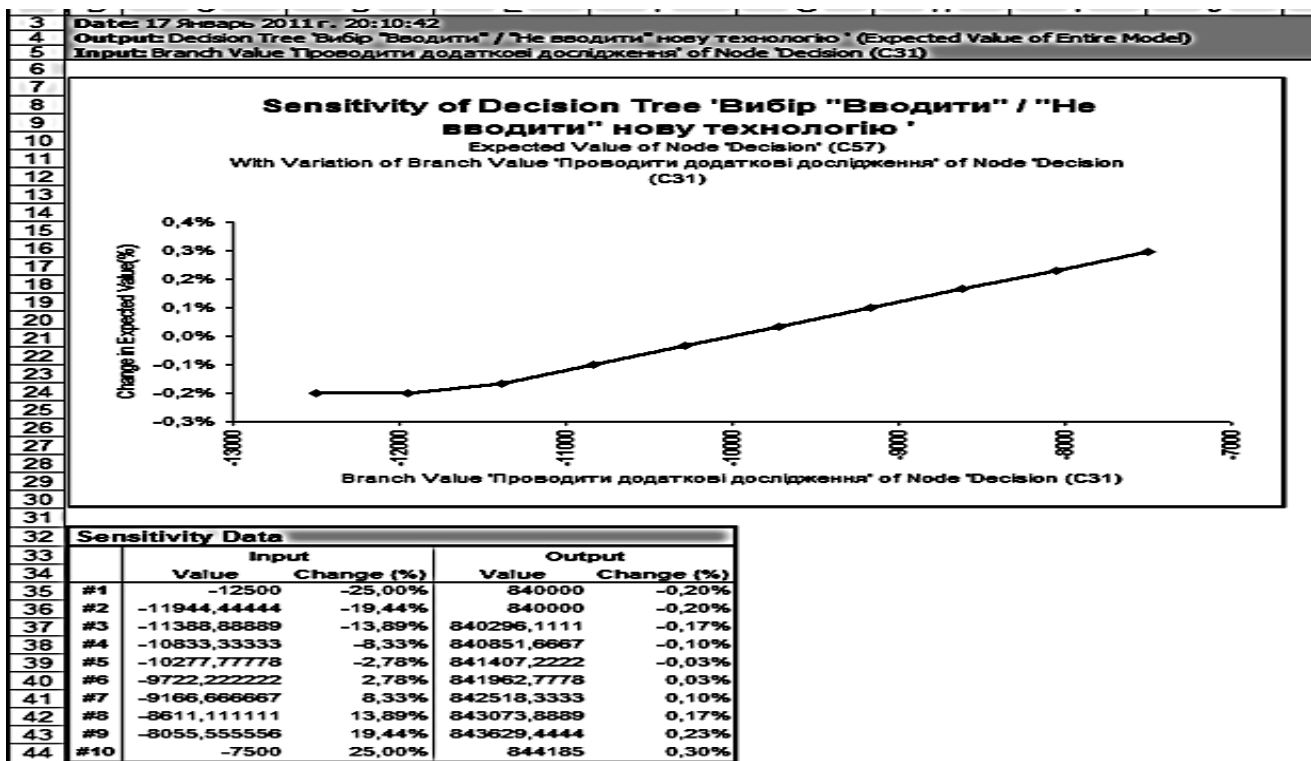


Рис. 7.15. Графік зміни за 10 кроків значення вартості додаткових маркетингових досліджень на 25 % на кожному кроці

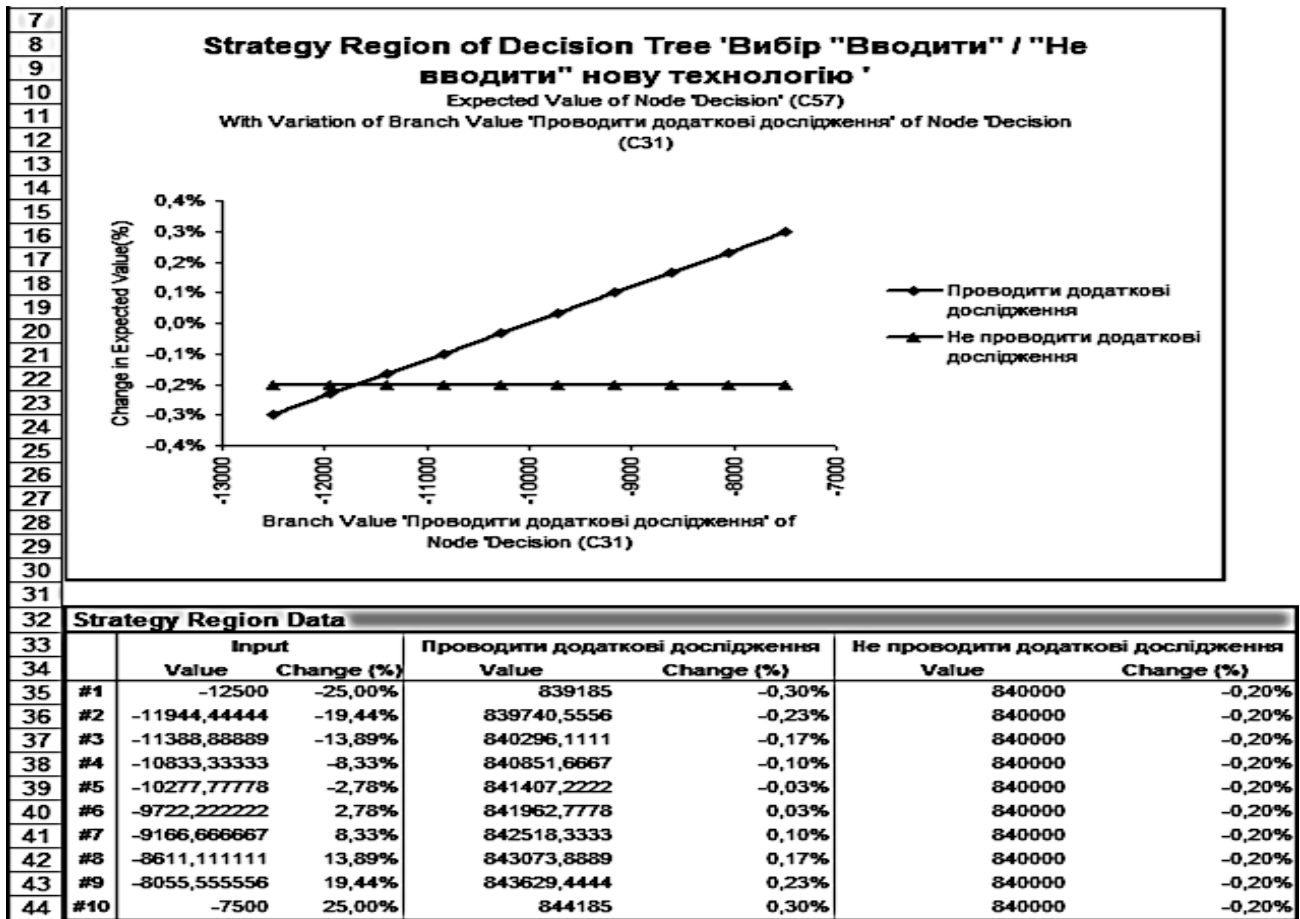


Рис. 7.16. Графіки для зіставлення варіантів рішення "без додаткового дослідження" та "з додатковим дослідженням"

### Питання для самоперевірки

1. Розкрити зміст поняття "доброякісна невизначеність".
2. Розкрити зміст поняття "повна невизначеність".
3. Розкрити зміст поняття "матриця платежів".
4. Розкрити зміст поняття "виграш" при прийнятті рішень.
5. Розкрити зміст поняття "ризик" при прийнятті рішень.
6. Розкрити зміст поняття "дерево рішень". Яким чином будують дерево рішень?
7. Розкрити зміст поняття "вузли рішень".
8. Розкрити зміст поняття "вузли випадкових подій".
9. Яким чином у дереві рішень обчислюються очікувані значення для вузлів подій?
10. Яким чином у дереві рішень обчислюються очікувані значення для вузлів рішень?

11. Розкрити зміст поняття "метод згортання дерева".
12. Розкрити зміст понять "гілки рішень", "гілки подій" у дереві рішень.
13. Привести приклад задачі прийняття рішень в умовах ризику.

## **Контрольні запитання і завдання**

### **Задача 1**

#### **Розробка оптимальної стратегії придбання підприємством геліосистем**

Проблеми підприємства пов'язані із збільшеними платежами за електроенергію. Підприємство передбачає придбання геліосистем по  $50 \cdot 10^3$  грн за кожну установку. Вигода від введення в дію кожної установки складе  $100 \cdot 10^3$  грн. Усе обладнання повинно бути введено в дію протягом певного часу. Але всі установки не можуть бути введені в дію одночасно. Якщо підприємство закупить установок більше, ніж зможе ввести в дію за відведений час, то понесе збитки, які дорівнюють вартості установок, які не були введені в дію. Якщо буде закуплено недостатньо установок, будуть наростати проблеми з платою за електроенергію. За оцінкою експертів проблеми, пов'язані з неможливістю введення (за відведений час) у лад кожної установки, складуть  $30 \cdot 10^3$  грн. Імовірність введення кількості установок: 0 шт., 10 шт., 20 шт., 30 шт., 40 шт., 50 шт. оцінюються експертами в такий спосіб:

$$p(0) = 0,05,$$

$$p(10) = 0,15,$$

$$p(20) = 0,5,$$

$$p(30) = 0,25,$$

$$p(40) = 0,03,$$

$$p(50) = 0,02.$$

Необхідно знайти оптимальну кількість геліосистем, придбання і введення в дію яких, дозволить підвищити прибуток підприємства.

## Відповідь для перевірки

Оптимальна кількість геліосистем становить 20 шт. При цьому прибуток складатиме 639 000 грн. Прибутки за різними варіантами кількості установок наведені в табл. 7.8.

Таблиця 7.8

### Прибутки за різними варіантами кількості установок

Кількість геліосистем	Прибуток, грн
0	-636 000
10	99 000
20	639 000
30	529 000
40	94 000
50	-380 000

## Задача 2

### Розробка оптимальної стратегії очищення атмосферного повітря на підприємстві в умовах ризику

Підприємству необхідно розробити стратегію поліпшення стану атмосферного повітря. В наслідок чого підвищиться працездатність співробітників усіх категорій, знизяться витрати на різноманітні штрафні санкції і підвищаться прибутки підприємства. При вирішенні задачі виконується пошук шляху в дереві з максимальним прибутком.

Розглядаються такі варіанти:

- 1) придбати фільтри для очищення повітря;
- 2) модернізувати витяжні шафи.

У першому випадку можна придбати фільтри закордонних компаній. При цьому витрати складуть 80 000 грн. Можна придбати фільтри вітчизняних виробників, тоді витрати складуть 56 000 ум. од.

При виборі другого варіанта можливі два випадки. Виконати модернізацію самотужки – тоді витрати складуть 20 000 грн, або запросити сторонніх виконавців – тоді витрати складуть 40 000 грн.

У випадку вдалого придбання фільтрів закордонних компаній імовірність досягнення бажаного рівня зниження забруднення повітря складе 0,4, і дохід підприємства збільшиться на 500 000 грн. У випадку невдалого придбання фільтрів закордонних компаній імовірність досягнення бажаного рівня зниження забруднення повітря складе 0,6, і дохід підприємства збільшиться на 20 000 грн.

У випадку вдалого придбання фільтрів вітчизняних компаній імовірність досягнення бажаного рівня зниження забруднення повітря складе 0,6, і дохід підприємства збільшиться на 600 000 грн. У випадку невдалого придбання фільтрів вітчизняних компаній імовірність досягнення бажаного рівня зниження забруднення повітря складе 0,4, і дохід підприємства збільшиться на 15 000 грн.

У випадку вдалої модернізації витяжних шаф зусиллями своїх фахівців імовірність досягнення бажаного рівня зниження забруднення повітря складе 0,8, і дохід підприємства збільшиться на 75 000 грн. У випадку не занадто вдалої модернізації витяжних шаф чинностями своїх фахівців імовірність досягнення успіху складе 0,2, і дохід підприємства зможе збільшитися тільки на 5 000 грн.

У випадку вдалої модернізації витяжних шаф зусиллями сторонніх фахівців імовірність досягнення бажаного рівня зниження забруднення повітря складе 0,7, і дохід підприємства збільшиться на 750 000 грн. У випадку не занадто вдалої модернізації витяжних шаф чинностями сторонніх фахівців імовірність досягнення успіху складе 0,3, і дохід підприємства зможе збільшитися тільки на 5 000 грн.

Необхідно побудувати дерево рішень для розробки оптимальної стратегії очищення атмосферного повітря на підприємстві в умовах ризику.

### **Відповідь для перевірки**

Для поліпшення стану атмосферного повітря необхідно придбати витяжні шафи сторонніх фірм-виробників.

При цьому прибуток складатиме 486 500 грн.

У разі придбання фільтрів вітчизняних виробників прибуток складатиме 310 000 грн.

### Задача 3

#### Розробка оптимальної стратегії очищення річки Сіверський Донець в умовах ризику

Розробка оптимальної стратегії очищення річки припускає або закриття, або перепрофілювання особливо небезпечних в екологічному плані підприємств, або модернізацію, або освоєння нових очисних споруд. Усі наведені процеси пов'язані із серйозними фінансовими втратами для держави в цілому. Тому при вирішенні задачі виконується пошук шляху в дереві з мінімальними витратами.

При розробці оптимальної стратегії очищення ріки Сіверський Донець можливі такі варіанти:

1) закриття або перепрофілювання підприємств переробної промисловості, що перебувають у безпосередній близькості від річки й забруднюють її води;

2) модернізація очисних споруд цих підприємств;

3) освоєння нових очисних споруд, що відповідають новітнім технологіям очищення вод.

При виборі першого варіанта можливі два випадки.

У випадку закриття підприємств імовірність одержання достатнього ступеня очищення води складе 0,8, втрати для держави складуть 1 000 000 000 ум. од./рік.

У випадку перепрофілювання підприємств імовірність одержання достатнього ступеня очищення води складе 0,2, і витрати на їхнє перепрофілювання складуть 300 000 ум. од./рік.

При виборі другого варіанта можливі два випадки.

Модернізація очисних споруджень із залученням закордонних інвестицій. При цьому імовірність одержання достатнього ступеня очищення води складе 0,7, витрати складуть 80 000 тис. ум. од./рік. (з урахуванням різних виплат у майбутньому).

Модернізація очисних споруджень із залученням вітчизняних інвесторів. При цьому імовірність одержання достатнього ступеня очищення води складе 0,3, витрати складуть 40 000 тис. ум. од./рік. (з урахуванням різних виплат у майбутньому).

При виборі третього варіанта можливі два випадки.

Освоєння нових споруд із залученням закордонних інвестицій. При цьому імовірність одержання достатнього ступеня очищення води складе



0,6, витрати складуть 200 000 тис. ум. од./рік (з урахуванням різних виплат у майбутньому).

Освоєння нових споруд із залученням вітчизняних інвесторів. При цьому імовірність одержання достатнього ступеня очищення води складе 0,4, витрати складуть 100 000 тис. ум. од./рік (з урахуванням різних виплат у майбутньому).

Необхідно побудувати дерево рішень для розробки оптимальної стратегії очищення ріки Сіверський Донець в умовах ризику.

### **Відповідь для перевірки**

Необхідно виконати модернізацію споруд. При цьому витрати складатимуть 68 000 грн.

У той час як закриття або переобладнання споруд потребує витрат 800 060 000 грн, придбання нових споруд потребує 160 000 грн.

### **Задача 4**

#### **Розробка рекомендацій для керівництва корпорації – власника ділянки автомобільної дороги по оптимізації розміщення заправних станцій**

Для керівництва корпорації – власника ділянки автомобільної дороги між двома містами необхідно розробити рекомендації щодо оптимізації розміщення заправних станцій. Невідомо заздалегідь, якої марки бензин буде затребуваний у даній місцевості. Рекомендації повинні передбачити отримання максимального прибутку фірми.

Можливі такі варіанти:

- 1) розташування станцій на відстані 60 км одне від одного;
- 2) розташування станцій на відстані 120 км одне від одного.

У першому випадку витрати на відновлення стану атмосферного повітря становлять 8 000 грн/рік, у другому випадку – 9 000 грн/рік.

У першому випадку імовірність реалізації високооктанового бензину становить 0,4, прибуток від реалізації бензину складе 50 000 грн/рік. Імовірність реалізації низькооктанового бензину становить 0,6, прибуток від реалізації бензину складе 60 000 грн/рік.

У другому випадку ймовірність реалізації високооктанового бензину становить 0,5, прибуток від реалізації 60 000 грн, імовірність реалізації

низькооктанового бензину становить 0,5, прибуток від його реалізації становить 50 000 грн.

Необхідно побудувати дерево рішень для оптимізації розміщення заправних станцій та навести результати аналізу рішення.

### **Відповідь для перевірки**

Заправні станції необхідно розташувати на відстані 60 км одна від одної. При цьому прибуток фірми складатиме 48 000 грн. У разі розташування станцій на відстані 120 км, прибуток фірми складатиме 46 000 грн.

### **Задача 5**

#### **Розробка рекомендацій для керівництва компанії щодо оптимізації вибору виду транспорту для доставки швидкопсувних продуктів**

Компанія вибирає вид транспорту для доставки швидкопсувних продуктів. При цьому втрати фірми повинні бути мінімальними.

Можливі такі варіанти:

- 1) доставка водним шляхом;
- 2) доставка залізничним транспортом;
- 3) доставка автомобільним транспортом.

У першому випадку витрати на перевезення продуктів становлять 2 000 грн. У другому випадку витрати на перевезення продуктів становлять 6 000 грн. У третьому випадку витрати на перевезення продуктів становлять 12 000 грн. У першому випадку з імовірністю 0,6 можливий варіант поганих погодних умов. У цьому випадку доставка не відбудеться, й втрати фірми складуть 2 000 000 грн. Сприятливі погодні умови будуть мати місце з імовірністю 0,4. При цьому втрати складуть 0 грн. У другому випадку доставка відбудеться при будь-яких погодних умовах. У третьому випадку з імовірністю 0,6 можливий варіант поганих погодних умов. У цьому випадку доставка не відбудеться й втрати фірми складуть 2 000 000 грн. Сприятливі погодні умови будуть мати місце з імовірністю 0,4. При цьому втрати складуть 0 грн.

**Необхідно** знайти оптимальну стратегію з вибору виду транспорту. Результати розрахунку представити в такий спосіб: у табличній формі та

у вигляді дерева рішень. Навести змістовні пояснення отриманих розрахунків.

### Відповідь для перевірки

Необхідно обрати залізничний транспорт. При цьому збитки фірми складатимуть 6 000 грн. У той час як використання водного транспорту може заподіяти збитки 1 202 000 грн, а вибір автомобільного транспорту може заподіяти збитки 1 212 000 грн.

### Резюме за темою

Задачі прийняття рішень в умовах ризику займають проміжне становище між задачами прийняття рішень в умовах визначеності і в умовах повної невизначеності.

Процес розробки і аналізу моделі прийняття рішень полягає в такому:

- 1) створення структури моделі;
- 2) визначення значень імовірностей можливих результатів;
- 3) визначення значень корисності можливих результатів;
- 4) оцінка альтернатив і вибір стратегії.

Традиційно такі завдання вирішуються із застосуванням методу дерева рішень.

### Словник термінів

<b>Доброякісна невизначеність</b>	стохастична або імовірнісна чи "доброякісна" невизначеність має місце, коли відомі імовірності настання наслідків прийняття рішень
<b>Повна невизначеність</b>	має місце, коли інформація, необхідна для прийняття рішень, є неточною, неповною, нечіткою, не кількісною, а формальні моделі досліджуваної системи або занадто складні, або відсутні
<b>Матриця платежів</b>	у матриці платежів розглядаються $m$ можливих стратегій: $A_1, A_2, \dots, A_m$ . У стовпцях – стратегії природи: $\Pi_1, \Pi_2, \dots, \Pi_n$ ; $a_{ij}$ – виграш при кожній парі стратегій

<b>Ризик</b>	небажана подія, що полягає в збитку або втраті, що настає з певною імовірністю
<b>Дерево рішень</b>	дерево рішень – графічна модель аналізу рішень в умовах ризику
<b>Вузли рішень</b>	визначають рішення ОПР та звичайно позначаються квадратом
<b>Вузли випадкових подій</b>	визначають випадкові події та звичайно позначаються кружком
<b>Гілки рішень</b>	гілки, що виходять із вузла рішення, представляють можливі рішення
<b>Гілки подій</b>	гілки, що виходять із вузла подій, відповідають різним випадковим подіям. На гілках подій дерева позначають значення імовірностей, у кінцевих гілок представляють результат дії

## **8. Моделі та методи багатоособового прийняття рішень**

**Мета вивчення теми** – освоєння моделей і методів багатоособового прийняття рішень.

### **Основні питання:**

8.1. Отримання узагальненої інформації про рішення на підставі думок експертів.

8.2. Формування узагальненої оцінки.

8.3. Визначення відносних ваг об'єктів (альтернатив).

8.4. Оцінювання альтернатив і встановлення ступеня узгодженості думок експертів.

8.4.1. Варіаційний розмах і коефіцієнт варіації.

8.4.2. Оцінювання альтернатив безпосереднім призначенням їм ваги і встановлення ступеня узгодженості думок експертів.

8.4.3. Оцінювання альтернатив в балах і встановлення ступеня узгодженості думок експертів.

8.4.4. Оцінювання альтернатив методом парних порівнянь і встановлення ступеня узгодженості думок експертів.

8.5. Перевірка узгодженості думок експертів обчисленням коефіцієнта Спірмена і коефіцієнта конкордації.

**Професійні компетенції:** знання моделей і методів оцінки узагальненої інформації про ухвалюване рішення на підставі думок безлічі експертів.

**Нормативна база для вивчення теми:** математика, дослідження операцій, теорія вірогідностей, статистика, системний аналіз.

**Ключові терміни:** узагальнена оцінка, відносна вага альтернатив, узгодженість думок експертів, коефіцієнт Спірмена, коефіцієнт конкордації.

## **8.1. Отримання узагальненої інформації про рішення на підставі думок множини експертів**

У процесі прийняття рішень щодо складних проблем бере участь множина фахівців – експертів в певній предметній області. Оцінки експертів дозволяють отримати узагальнену інформацію про досліджуваний об'єкт (явище), що дозволяє сформулювати рішення, яке задається метою експертизи. При обробці індивідуальних оцінок експертів використовують різні кількісні і якісні методи.

Вибір того або іншого методу залежить від складності вирішуваної проблеми, форми, в якій представлені думки експертів, мети експертизи. Частіше за все при обробці результатів опитування використовуються методи математичної статистики [6 – 8; 11; 19; 20; 22; 23; 25].

Залежно від мети експертизи при обробці оцінок можуть розв'язуватися такі проблеми:

- 1) формування узагальненої оцінки;
- 2) визначення відносної ваги об'єктів;
- 3) встановлення ступеня узгодженості думок експертів та ін.

Далі приведені деякі, найпоширеніші, методи рішення кожній з перерахованих задач.

## **8.2. Формування узагальненої оцінки**

Хай група експертів оцінила який-небудь об'єкт, тоді  $X_j$  – оцінка  $j$ -го експерта,  $j = \overline{1, n}$ , де  $n$  – кількість експертів.

Для формування узагальненої оцінки групи експертів частіше за все використовуються середні величини.

Наприклад, медіана ( $M_E$ ), за яку приймається така оцінка, відносно якої кількість великих оцінок дорівнює кількості менших. Може використовуватися також точкова оцінка для групи експертів, обчислювана як середнє арифметичне:

$$\overline{X_e} = \frac{\sum_{j=1}^n X_j}{n}. \quad (8.1)$$

### 8.3. Визначення відносної ваги об'єктів (альтернатив)

У теорії експертних оцінок терміном об'єкт (чинник), називають альтернативу. Тому в подальшому викладі під чинником або об'єктом слід розуміти альтернативу. У разі, коли необхідно визначити, наскільки той або інший чинник (об'єкт) важливий (істотний) з погляду якого-небудь критерію необхідно оцінити вагу кожного чинника.

Один з методів визначення ваги полягає в такому. Хай  $x_{ij}$  – оцінка фактора  $i$ , яку надав  $j$ -й експерт,  $i = \overline{1, m}, j = \overline{1, n}$ ,  $m$  – кількість об'єктів, які порівнюються,  $n$  – кількість експертів.

$w_{ij}$  – вага  $i$ -го фактора, отримана від  $j$ -го експерта дорівнює:

$$w_{ij} = \frac{x_{ij}}{\sum_{i=1}^m x_{ij}}, \quad i = \overline{1, m}, j = \overline{1, n}. \quad (8.2)$$

Тоді вага  $i$ -го фактора, отримана по оцінкам усіх експертів ( $w_i$ ), дорівнює:

$$w_i = \frac{\sum_{j=1}^n w_{ij}}{n}, \quad i = \overline{1, m}. \quad (8.3)$$

## 8.4. Оцінювання альтернатив і встановлення ступеня узгодженості думок експертів

### 8.4.1. Варіаційний розмах і коефіцієнт варіації

У разі участі в опиті декількох експертів розбіжності в їх оцінках неминучі, проте значення цієї розбіжності має важливе значення.

Групова оцінка може вважатися достатньо надійною тільки за умови доброї узгодженості відповідей окремих фахівців.

Для аналізу розкиду і узгодженості оцінок застосовуються статистичні характеристики – міри розкиду [6 – 8; 34].

**Варіаційний розмах (R):**

$$R = X_{\max} - X_{\min}, \quad (8.4)$$

де  $X_{\max}$  – максимальна оцінка об'єкта;

$X_{\min}$  – мінімальна оцінка об'єкта.

**Середнє квадратичне відхилення**, яке обчислюється за відомою формулою:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^n (X_j - \bar{X}_e)^2}{n-1}}, \quad (8.5)$$

де  $X_j$  – оцінка, надана  $j$ -м експертом;

$\bar{X}_e$  – середнє значення оцінки за думками всіх експертів;

$n$  – кількість експертів.

**Коефіцієнт варіації (V)**, який звичайно виражається у відсотках:

$$V = \frac{\sigma}{\bar{X}_e} \times 100\%. \quad (8.6)$$

У разі  $V \leq 0,2$  оцінки експертів вважають узгодженими. В разі  $V > 0,2$  – доцільно повторити експертизу.

#### **8.4.2. Оцінювання альтернатив безпосереднім призначенням їм ваги і встановленням ступеня узгодженості думок експертів**

Оцінювання альтернатив безпосереднім призначенням їм ваги і встановленням ступеня узгодженості думок експертів виконується таким чином [19; 20].

Кожний  $j$ -й експерт оцінює порівняльну важливість  $i$ -го об'єкту, проставляючи  $\alpha_{ij}$  вагу  $i$ -го об'єкту з урахуванням того, що

$$\sum_{i=1}^m \alpha_{ij} = 1; j = 1, \dots, n, \quad (8.7)$$

де  $m$  – кількість альтернатив,  
 $n$  – кількість експертів.

Наприклад, у табл. 8.1 приведені результати експертного оцінювання трьох альтернатив вісьмома експертами.

У табл. 8.2 приведені формули розрахунку коефіцієнта варіації, виконані в середовищі Excel.

Значення коефіцієнта варіації відображає величину розкиду експертних оцінок. У даному випадку значення коефіцієнтів варіації перевищують значення 0,2, тобто експертизу необхідно повторити.

При кількості альтернатив більшій трьох експертам скрутно витримувати вимогу  $\sum_{i=1}^m \alpha_{ij} = 1$ . У цьому випадку застосовують оцінки альтернатив у балах або використовують метод парних порівнянь [19; 20].



Таблиця 8.1

Результат оцінювання альтернатив експертами та розрахунку коефіцієнта варіації

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	Експерти/ Альтерна- тиви	1	2	3	4	5	6	7	8	Середнє значення оцінки альтерна- тив за оцінками експертів	Середнє квадратичне відхилення	Дисперсія	Коефіцієнт варіації
2													
3	A	0,5	0,5	0,2	0,2	0,4	0,3	0,3	0,5	0,3625	0,1302	0,0170	0,3593
4	B	0,2	0,3	0,4	0,3	0,2	0,4	0,3	0,2	0,2875	0,0835	0,0070	0,2903
5	C	0,3	0,2	0,4	0,5	0,4	0,3	0,4	0,3	0,3500	0,0926	0,0086	0,2645
6	Сума	1	1	1	1	1	1	1	1				

## Формули для розрахунку коефіцієнта варіації

Експерти / Альтернативи	1	2	3	4	5	6	7	8	Середнє значення оцінки альтернативи за оцінками експертів	Середнє квадратичне відхилення	Дисперсія	Коефіцієнт варіації
A	0,5	0,5	0,2	0,2	0,4	0,3	0,3	0,5	=СРЗНАЧ(C6:J6)	=СТАНДОТКЛОН(C6:J6)	=ДИСП(C6:J6)	=L6 /K6
B	0,2	0,3	0,4	0,3	0,2	0,4	0,3	0,2	=СРЗНАЧ(C7:J7)	=СТАНДОТКЛОН(C7:J7)	=ДИСП(C7:J7)	=L7 /K7
C	0,3	0,2	0,4	0,5	0,4	0,3	0,4	0,3	=СРЗНАЧ(C8:J8)	=СТАНДОТКЛОН(C8:J8)	=ДИСП(C8:J8)	=L8 /K8
Сума	=СУММ(C6:C8)	=СУММ(D6:D8)	=СУММ(E6:E8)	=СУММ(F6:F8)	=СУММ(G6:G8)	=СУММ(H6:H8)	=СУММ(M(I6:I8)	=СУММ(J6:J8)				

### 8.4.3. Оцінювання альтернатив у балах і встановлення ступеня узгодженості думок експертів

Цей метод відрізняється від попереднього тільки тим, що в цьому разі експерти оцінюють альтернативи в балах.

У табл. 8.3 наведено приклад оцінки чотирьох альтернатив п'ятьма експертами по десятибальній шкалі. Потім оцінки нормуються та обчислюють коефіцієнт варіації для оцінок експертів.

У табл. 8.4 приведені нормовані значення оцінок, тобто кожна оцінка експерта ділиться на суму оцінок у відповідному стовпчику.

У табл. 8.5 – середні значення оцінок, середні квадратичні відхилення, дисперсії, коефіцієнти варіації.

Таблиця 8.3

#### Оцінки альтернатив в балах

Експерти/ Альтернативи	1	2	3	4	5
A	6	10	5	7	8
B	7	8	7	9	6
C	5	4	6	5	4
D	7	9	8	7	6
Сума	25	31	26	28	24

Таблиця 8.4

#### Нормовані значення оцінок

Експерти/ Альтернативи	1	2	3	4	5
A	0,24	0,3226	0,1923	0,2500	0,3333
B	0,28	0,2581	0,2692	0,3214	0,2500
C	0,20	0,1290	0,2308	0,1786	0,1667
D	0,28	0,2903	0,3077	0,2500	0,2500
Сума	1	1	1	1	1

**Середні значення оцінок, середні квадратичні відхилення,  
дисперсії, коефіцієнти варіації**

Експерти / Альтернативи	1	2	3	4	5	Середнє значення оцінки альтернатив за оцінками експертів	Середнє квадратичне відхилення	Дисперсія	Коефіцієнт варіації
A	0,240	0,323	0,192	0,250	0,333	0,2676	0,0593	0,0035	0,2217
B	0,280	0,258	0,269	0,321	0,250	0,2757	0,0279	0,0008	0,1013
C	0,200	0,129	0,231	0,179	0,167	0,1810	0,0379	0,0014	0,2095
D	0,280	0,290	0,308	0,250	0,250	0,2756	0,0254	0,0006	0,0921
Сума	1	1	1	1	1				

Оцінки експертів (окрім оцінки альтернатив А та С) можна вважати узгодженими.

#### **8.4.4. Оцінювання альтернатив методом парних порівнянь і встановлення ступеня узгодженості думок експертів**

Для кожного експерта складається таблиця парних порівнянь альтернатив, яка заповнюється елементами  $x_{ij}$  таким чином. Якщо альтернатива  $i$  в рядку більш переважна ніж альтернатива  $j$  в стовпці, проставляється 1 і 0 в протилежному випадку.

Наприклад, порівнюються п'ять альтернатив чотирма експертами. У табл. 8.6 приведений результат порівняння альтернатив одним з експертів. Альтернатива А менш важлива, ніж В і F, але більш важлива, ніж С і D.

На підставі отриманих чотирьох таблиць парних порівнянь складається зведена таблиця оцінок експертами (табл. 8.7) з елементами:

$$\frac{\sum_{j=1}^m x_{ij}}{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m x_{ij}} \quad (8.8)$$

Таблиця 8.6

Таблиця парних порівнянь першого експерта

Альтернативи	A	B	C	D	E	Сума $\sum_{j=1}^m x_{ij}$
A	x	0	1	1	0	2
B	1	x	0	1	0	2
C	0	1	x	0	0	1
D	0	0	1	x	1	2
E	1	1	1	0	x	3
						$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m x_{ij} = 10$

Перший стовпчик таблиці 8.7 заповнений за даними табл. 8.6 (тобто за оцінками першого експерта).

Таблиця 8.7

Зведена таблиця оцінок експертів

Експерт/ Альтернатива	1	2	3	4	Вага альтернативи
A	0,20	0,25	0,20	0,25	0,23
B	0,20	0,15	0,30	0,15	0,20
C	0,10	0,15	0,20	0,25	0,18
D	0,20	0,25	0,10	0,15	0,18
E	0,30	0,20	0,15	0,20	0,21
Сума	1	1	1	1	

У табл. 8.8 наведений результат обчислення коефіцієнта варіації за оцінками чотирьох експертів.

Таблиця 8.8

**Результат обчислення коефіцієнта варіації за оцінками експертів**

Експерт/ Альтернатива	1	2	3	4	Середнє значення оцінки альтернатив за оцінками експертів	Середнє квадратичне відхилення	Дисперсія	Коефіцієнт варіації
A	0,20	0,25	0,20	0,25	0,225	0,03	0,0008	0,0037
B	0,20	0,15	0,30	0,15	0,200	0,07	0,0050	0,0250
C	0,10	0,15	0,20	0,25	0,180	0,06	0,0042	0,0238
D	0,20	0,25	0,10	0,15	0,180	0,06	0,0042	0,0238
E	0,30	0,20	0,15	0,20	0,210	0,06	0,0040	0,0186
Сума	1	1	1	1				

Результат ранжирування альтернатив: А, Е, В, С, D.

Отримані значення коефіцієнтів варіації дозволяють вважати оцінки експертів узгодженими [19; 20].

**8.5. Перевірка узгодженості думок експертів при оцінці об'єктів методом ранжирування (перевірка узгодженості обчисленням коефіцієнта Спірмена і коефіцієнта конкордації)**

Підходи до перевірки узгодженості, що використовуються при оцінці об'єктів методом ранжирування є специфічними [31 – 34]. У цьому випадку результатом роботи експерта є ранжировка, або послідовність рангів, що для експерта  $j$  має вигляд:  $x_{1j}, x_{2j}, \dots, x_{nj}$ .

Узгодженість між ранжировками двох експертів визначають за допомогою коефіцієнта рангової кореляції Кендалла [34]. Більш простим і поширеним методом обчислення коефіцієнта рангової кореляції є

метод Спірмена [34]. Коефіцієнт носить назву коефіцієнта Спірмена й обчислюється за формулою:

$$\rho = 1 - \frac{6 \sum_{i=1}^m (x_{ij} - x_{ik})^2}{m(m^2 - 1)} = 1 - \frac{6 \sum_{i=1}^m d_i^2}{m(m^2 - 1)}, \quad (8.9)$$

де  $x_{ij}$  – ранг, наданий  $i$ -му об'єкту  $j$ -м експертом;

$x_{ik}$  – ранг, наданий  $i$ -му об'єкту  $k$ -м експертом;

$d_i$  – різниця між рангами, наданими  $i$ -му об'єкту;

$m$  – кількість об'єктів.

Значення  $\rho$  може змінюватися в діапазоні від  $-1$  до  $+1$ .

При повному збігу оцінок коефіцієнт дорівнює одиниці. Рівність коефіцієнта мінус одиниці спостерігається при найбільшій розбіжності в думках експертів. Крім того, розрахунок коефіцієнта рангової кореляції може застосовуватися як спосіб оцінки взаємостосунків між яким-небудь чинником і результативною ознакою (реакцією) в тих випадках, коли ознаки не можуть бути зміряними точно, але можуть бути впорядкованими.

У цьому випадку значення коефіцієнта Спірмена може бути інтерпретовано подібно значенню коефіцієнта парної кореляції [34]. Позитивне значення свідчить про прямий зв'язок між чинниками, негативне – про зворотнє, при цьому, чим ближче абсолютне значення коефіцієнта до одиниці, тим тісніше зв'язок.

Коли необхідно визначити узгодженість у ранжировках великої (**більше двох**) кількості експертів, розраховується так званий коефіцієнт конкордації (від лат. **concordare** – привести у відповідність, упорядкувати).

Коефіцієнт конкордації – загальний коефіцієнт рангової кореляції для групи, що складається з  $n$  експертів:

$$W = \frac{12 \times S}{n^2(m^3 - m)}, \quad (8.10)$$

де  $m$  – кількість альтернатив,

$n$  – кількість експертів,

$S$  – сума квадратів відхилень усіх оцінок рангів кожного об'єкта експертизи від середнього значення.

Коефіцієнт  $W$  приймає значення в діапазоні від 0 до 1. Якщо він дорівнює одиниці, це означає, що всі експерти привласнили об'єктам однакові ранги. Чим ближче значення коефіцієнта до нуля, тим менш злагодженими є оцінки експертів.

Далі наведені приклади розрахунку коефіцієнтів  $\rho$  і  $W$ .

### Приклад оцінки ступеня узгодженості думок двох експертів на підставі коефіцієнта рангової кореляції Спірмена

Два експерта приписали дванадцяти чинникам, що впливають на успішність реалізації інноваційного проекту, ранги, показані в табл. 8.9.

Необхідно оцінити ступінь узгодженості думок двох експертів на підставі коефіцієнта рангової кореляції Спірмена.

### Вирішення

Для розрахунку коефіцієнта Спірмена проміжні результати розрахунків ( $d_i$  та  $d_i^2$ ) приведені в додаткових стовпцях табл. 8.9.

Таблиця 8.9

### Вхідні дані та проміжні результати розрахунків

Фактор	Ранги		$d_i$	$d_i^2$
	Перший експерт ( $x_{i1}$ )	Другий експерт ( $x_{i2}$ )		
A	7	6	1	1
B	8	4	4	16
C	2	1	1	1
D	1	3	-2	4
E	9	11	-2	4
F	3	2	1	1
G	12	12	0	0
H	11	10	1	1
I	4	5	-1	1
J	10	9	1	1
K	6	7	-1	1
I	5	8	-3	9
				$\Sigma = 40$



Підставляючи обчислене значення у формулу (8.9), отримаємо:

$$\rho = 1 - \frac{6 \times 40}{12 \times (12^2 - 1)} \approx 0,86.$$

Таке значення коефіцієнта Спірмена свідчить про високий ступінь узгодженості оцінок експертів.

### Приклад оцінки ступеня узгодженості думок експертів на підставі коефіцієнта конкордації

П'ять експертів проранжирували сім варіантів капіталовкладень (відповідні оцінки приведені в табл. 8.10).

Необхідно оцінити ступінь узгодженості ранжировок, використовуючи коефіцієнт конкордації.

### Вирішення

Для розрахунку коефіцієнта конкордації проміжні результати розрахунків приведені в додаткових стовпцях табл. 8.10.

Таблиця 8.10

### Початкові дані і проміжні результати розрахунків

Варіанти	Експерти					Сума рангів	Відхилення від середньої суми	Квадрат відхилення
	1	2	3	4	5			
1	1	1	2	3	1	8	- 12	144
2	2	2	1	1	2	8	- 12	144
3	6	7	6	5	6	30	10	100
4	4	6	4	6	4	24	4	16
5	7	3	7	4	5	26	6	36
6	3	5	5	7	7	27	7	49
7	5	4	3	2	3	17	-3	9
$\Sigma = 498$								

Підставляючи обчислене значення у формулу (8.10), отримаємо:

$$W = \frac{12 \times 498}{5^2 \times (7^3 - 7)} \approx 0,711.$$

Таке значення  $W$  дозволяє зробити висновок про те, що існує не випадкова узгодженість у думках експертів.

Методи оцінки узгодженості думок експертів і проблеми підвищення достовірності експертних оцінок детально розглядаються в математико-статистичних методах експертних оцінок [22; 23; 25; 27; 31 – 34].

Зокрема розроблено безліч методів підвищення достовірності узгодженості думок експертів, які виходять за рамки вивчення даної дисципліни.

### **Питання для самоперевірки**

1. Розкрити зміст поняття "узгодженість думок експертів".
2. Розкрити зміст поняття "узагальнена оцінка думок експертів". Яке призначення цього поняття?
3. Розкрити зміст поняття "коефіцієнт варіації" при оцінюванні альтернатив експертами.
4. Розкрити зміст поняття "відносна вага альтернатив".
5. Розкрити зміст поняття "коефіцієнта Спірмена".
6. Розкрити зміст поняття "коефіцієнт конкордації".

### **Контрольні запитання і задачі**

#### **Задача 1**

**Визначення ступеня узгодженості рішень двох експертів про привабливість проектів на підставі коефіцієнта рангової кореляції Спірмена**

Два експерти оцінили привабливість десяти проектів табл. 8.11. Необхідно перевірити ступінь узгодженості рішень експертів.

**Оцінка привабливості десяти проектів**

Проект	Ранги		d	d <sup>2</sup>
	Перший експерт	Другий експерт		
A	1	3	-2	4
B	2	4	-2	4
C	3	1	2	4
D	4	2	2	4
E	5	8	-3	9
F	6	5	1	1
G	7	10	-3	9
H	8	6	2	4
I	9	9	0	0
J	10	7	3	9
				$\Sigma = 48$

**Відповідь для перевірки**

Значення коефіцієнта рангової кореляції  $\rho = 0,709091$ . Результат свідчить про достатню ступінь узгодженості рішень експертів.

**Задача 2****Визначення ступеня узгодженості рішень експертів про привабливість проектів на підставі коефіцієнта конкордації**

Необхідно визначити ступінь узгодженості думки п'яти експертів за сьома об'єктами, використовуючи коефіцієнт конкордації. Результати ранжирування приведені в табл. 8.12.

### Оцінки експертів

Номер об'єкту експертизи	Експерти				
	1	2	3	4	5
1	4	6	4	4	3
2	3	3	2	3	4
3	2	2	1	2	2
4	6	5	6	5	6
5	1	1	3	1	1
6	5	4	5	6	5
7	7	7	7	7	7

### Відповідь для перевірки

Коефіцієнт конкордації дорівнює  $W = 0,9$ , що свідчить про високий ступінь узгодженості оцінок експертів.

### Резюме за темою

У процесі прийняття рішень щодо складних проблем беруть участь безліч фахівців – експертів у певній проблемній області. Оцінки експертів дозволяють отримати узагальнену інформацію про досліджуваний об'єкт (явище), що дозволяє сформулювати рішення, яке задається метою експертизи. Узгодженість між ранжировками двох експертів можна визначити за допомогою коефіцієнта рангової кореляції Кендалла [34]. Більш простим і поширеним методом обчислення коефіцієнта рангової кореляції є метод Спірмена [34]. Коли необхідно визначити узгодженість у ранжировках великої (більше двох) кількості експертів, розраховується так званий коефіцієнт конкордації – загальний коефіцієнт рангової кореляції для групи, що складається з  $n$  експертів.

## Словник термінів

<p><b>Узагальнена оцінка</b></p>	<p>Узагальнена інформація за наслідками індивідуальних оцінок експертів про досліджуваний об'єкт (явище) дозволяє сформулювати рішення, що задається метою експертизи</p>
<p><b>Відносна вага альтернатив</b></p>	<p>хай <math>x_{ij}</math> – оцінка фактора <math>i</math>, дана <math>j</math>-м експертом, <math>i = \overline{1, m}; j = \overline{1, n}</math>, <math>m</math> – кількість об'єктів, що порівнюються, <math>n</math> – кількість експертів.  <math>w_{ij}</math> – вага <math>i</math>-го фактора, отримана від <math>j</math>-го експерта дорівнює:</p> $w_{ij} = \frac{x_{ij}}{\sum_{i=1}^m x_{ij}}, \quad i = \overline{1, m}; j = \overline{1, n}.$ <p>Тоді вага <math>i</math>-го фактора, розрахована за оцінками усіх експертів (<math>w_i</math>), дорівнює:</p> $w_i = \frac{\sum_{j=1}^n w_{ij}}{n}, \quad i = \overline{1, m}$
<p><b>Коефіцієнт Спірмена</b></p>	<p>коефіцієнт рангової кореляції, який дозволяє оцінити ступінь узгодженості думок двох експертів обчислюється за формулою:</p> $\rho = 1 - \frac{6 \sum_{i=1}^m (x_{ij} - x_{ik})^2}{m(m^2 - 1)} = 1 - \frac{6 \sum_{i=1}^m d_i^2}{m(m^2 - 1)},$ <p>де <math>x_{ij}</math> – ранг, наданий <math>i</math>-му об'єкту <math>j</math>-м експертом;  <math>x_{ik}</math> – ранг, наданий <math>i</math>-му об'єкту <math>k</math>-м експертом;  <math>d_i</math> – різниця між рангами, наданими <math>i</math>-му об'єкту;  <math>m</math> – кількість об'єктів</p>

<b>Коефіцієнт конкордації</b>	загальний коефіцієнт рангової кореляції для групи, яка складається з $n$ експертів: $W = \frac{12 \times S}{n^2(m^3 - m)},$ де $S = \sum_{i=1}^m (\sum_{j=1}^n x_{ij} - \frac{1}{2} \times n(m+1))^2$
-------------------------------	---

## Розділ 3. Теорія ігор

### 9. Теорія ігор, стратегічні та статистичні ігри

**Мета вивчення теми** – освоєння базових понять теорії ігор і застосування теорії статистичних рішень при прийнятті рішень.

**Основні питання:**

9.1. Теорія ігор і теорія статистичних рішень у моделях теорії прийняття рішень.

9.1.1. Ігрові методи прийняття рішень.

9.1.1.1. Матричні ігри антагоністів.

9.1.1.2. Методи рішення кінцевих ігор.

9.2. Теорія статистичних рішень.

9.2.1. Класичні критерії прийняття рішень в іграх з природою в умовах повної невизначеності.

9.2.1.1. Критерій Лапласа.

9.2.1.2. Критерій Вальда.

9.2.1.3. Критерій Севіджа.

9.2.1.4. Критерій Гурвіца.

**Професійні компетенції:** знання: базових понять теорії ігор, зв'язки теорії ігор з теорією статистичних рішень, класичних критеріїв прийняття рішень в іграх з природою в умовах повної невизначеності: критерія Лапласа, максимінного критерія Вальда, критерія Севіджа, критерія Гурвіца.

**Нормативна база для вивчення теми:** математика, дослідження операцій, теорія вірогідностей, статистика, системний аналіз.

**Ключові терміни:** теорія ігор, теорія статистичних рішень, гра, конфліктні ситуації, оптимальна стратегія гравця, гра з нульовою сумою, антагоністична гра, принцип обережності, принцип "мінімакса", сідлова точка, домінуюча стратегія, ціна гри, змішана стратегія, чиста стратегія, критерій Лапласа, критерій Вальда, критерій Севіджа, критерій Гурвіца.

## **9.1. Теорія ігор і теорія статистичних рішень у моделях теорії прийняття рішень**

### **9.1.1. Ігрові методи прийняття рішень**

Розділ математики "Теорія ігор і статистичних рішень" має в своєму розпорядженні методи вирішення задач прийняття рішень в умовах повної або "поганої" невизначеності [7; 82].

У деяких випадках ці методи дозволяють знайти оптимальні рішення, але частіше вони дозволяють просто глибше розібратися в ситуації, оцінити кожне рішення з різних точок зору й ухвалити рішення, якщо не єдино правильне, то продумане. Найпростішими з ситуацій, що містять "погану невизначеність" є конфліктні ситуації, коли стикаються інтереси двох або більш сторін, що переслідують різну мету, причому виграш кожної сторони залежить від того, як поведуться інші. Це різні ситуації бойових дій, ситуації конкурентної боротьби, ситуації в спорті і т. д.

Теорія ігор (ТІ) є математичною теорією конфліктних ситуацій.

**Мета ТІ** – розробка рекомендацій до розумної поведінки учасників конфлікту або пошук на цій основі оптимальних рішень.

**Гра** – це математична модель ігрової ситуації, деяка спрощена схема, де зафіксовані самі гравці, правила гри, певні виграші після кожного ходу, правила закінчення гри.

**Конфліктуючі сторони називаються гравцями**, одне здійснення гри – партія, результат гри – виграш або програш. Причому виграш або програш має кількісний вираз.

Якщо стикаються інтереси двох учасників – гра парна, якщо більшої кількості гравців – множинна. Учасники множинної гри можуть утворювати коаліції. Множинна гра з двома постійними коаліціями перетворюється в парну. Розвиток гри в часі представляють як ряд послідовних ходів учасників.

Ходом гри називається вибір гравцем одного з передбачених правилами гри дій. Розрізняють ходи особисті і випадкові.

При особистому ході гравець самостійно вибирає дію. При випадковому ході вибір здійснюється яким-небудь механізмом випадкового вибору (киданням монети, гральної кістки і т. д.).

**Стратегією гравця** називається сукупність правил, що визначають вибір варіанта дій при кожному особистому ході.

Залежно від числа стратегій гри діляться на кінцеві і нескінченні. Наприклад, у грі в шахи набір стратегій кінцевий, але такий великий, що повний їх перелік практично неможливий.

**Оптимальною стратегією гравця** називається така, яка забезпечує йому якнайкраще становище в грі, тобто максимальний виграш.

**Задача ТІ** – виявлення оптимальних стратегій гравців. Основне припущення, виходячи з якого знаходяться оптимальні стратегії, полягає в тому, що супротивник щонайменше так само розумний, як і сам гравець.

**Гра називається грою з нульовою сумою**, якщо сума виграшей усіх гравців дорівнює нулю (кожний гравець виграє за рахунок інших). Найпростіша гра з нульовою сумою – парна гра – називається антагоністичною грою (або грою із суровим суперництвом).

#### 9.1.1.1. Матричні ігри антагоністів

Хай у грі беруть участь два гравці  $A$  і  $B$ . У гравця  $A$  є  $m$  можливих стратегій  $A_1, A_2, \dots, A_m$ , у супротивника –  $n$  можливих стратегій:  $B_1, B_2, \dots, B_n$ . Це гра  $m \times n$ . У табл. 9.1 приведені стратегії гравців і значення  $a_{ij}$  – виграшів гравця  $A$ , якщо він користується стратегією  $A_i$ , а супротивник при цьому користується стратегією  $B_j$  (табл. 9.1).

Таблиця 9.1

**Стратегії гравців і значення  $a_{ij}$**

Стратегії	$B_1$	$B_2$	...	$B_n$
$A_1$	$a_{11}$	$a_{12}$	...	$a_{1n}$
$A_2$	$a_{21}$	$a_{22}$	...	$a_{2n}$
...	...	...	...	...
$A_m$	$a_{m1}$	$a_{m2}$	...	$a_{mn}$



Складання такої матриці означає, що багатоходова гра зведена до одноходової – від гравця вимагається зробити вибір своєї стратегії.

Далі наведений приклад гри 4 x 5 у матричній формі (табл. 9.2).

Таблиця 9.2

**Стратегії гравців і значення  $a_{ij}$**

Стратегії	$B_1$	$B_2$	$B_3$	$B_4$	$B_5$
$A_1$	3	4	5	2	3
$A_2$	1	8	4	3	4
$A_3$	10	3	1	7	6
$A_4$	4	5	3	4	8

Виходячи з **основного принципу теорії ігор – принципу обережності** (перестраховочного правила "**завжди розраховуй на гірше**"), необхідно вибрати стратегію, при якій мінімальний виграш гравця  $A$  є максимальним. Це означає, що при найгіршому для гравця  $A$  варіанті вибору супротивника, він отримає максимальний виграш.

У цьому полягає принцип "**мінімакса**": "**чини так, щоб при якнайгіршій для тебе поведінці супротивника отримати максимальний виграш**". Для пошуку такого варіанта рішення матрицю табл. 9.2 представляють таким чином: доповнюють стовпцем з мінімальними значеннями елементів по стовпцях та знаходять максимальний з них по рядках; доповнюють рядком з максимальними значеннями елементів по рядках та знаходять мінімальний з них по стовпцях (табл. 9.3).

Таблиця 9.3

**Стратегії гравців і значення  $a_{ij}$**

Стратегії	$B_1$	$B_2$	$B_3$	$B_4$	$B_5$	$\alpha_i$
$A_1$	3	4	5	2	3	2
$A_2$	1	8	4	3	4	1
$A_3$	10	3	1	7	6	1
$A_4$	4	5	3	4	8	<b>3</b>
$\beta_j$	10	8	<b>5</b>	7	8	

Обережна стратегія  $A_4$  гравця  $A$  забезпечує йому гарантований виграш і полягає у виборі найбільшого з якнайменших значень  $\alpha$  (менше значення  $\alpha = 3$  він отримати не може). Цей виграш називається **нижньою ціною гри або максиміном**.

Розумний супротивник  $B$  бажає віддати менше, але повинен розраховувати на розумну поведінку гравця  $A$ . Він повинен вибрати таку стратегію, при якій  $\beta$  приймає якнайменше значення ( $\beta = 5$ , більш ніж 5 він віддати не зможе). Ця стратегія називається **верхньою ціною гри або мінімаксом**.

Ці стратегії гравця  $A$  і  $B$  витікають з принципу мінімакса, і називаються мінімаксними.

Поки супротивники дотримуються цих стратегій, виграш буде рівний  $\alpha = 3$ . Якщо супротивники в припущенні майбутніх дій партнера міняють стратегії, говорять, що стратегії нестійкі відносно інформації про поведінку іншої сторони або не володіють властивістю рівноваги.

Наприклад, гравець  $A$  дізнався про те, що гравець  $B$  вибрав стратегію  $B_3$  (з  $a_{33} = 1$ ), у відповідь він вибере  $A_1$  (з  $a_{13} = 5$ ). Але гравець  $B$ , дізнавшись про це, вибере стратегію  $B_4$ , тоді виграш гравця  $A$  замість 3 стане рівним 2.

У прикладі (табл. 9.4) нижня ціна гри дорівнює верхній ціні гри  $\alpha = \beta = v = 6$ .

Таблиця 9.4

Стратегії гравців і значення  $a_{ij}$

Стратегії	$B_1$	$B_2$	$B_3$	$B_4$	$\alpha_i$
$A_1$	2	4	7	5	2
$A_2$	7	<b>6</b>	8	7	<b>6</b>
$A_3$	5	3	4	1	1
$\beta_j$	7	<b>6</b>	8	7	

У разі, коли нижня ціна гри  $\alpha$  дорівнює верхній ціні гри  $\beta$ , мінімаксні стратегії гравців є стійкими і рівними ціні гри:  $\alpha = \beta = v$ .

Поки гравці дотримуються мінімаксних стратегій, виграш дорівнює 6. Якщо гравець  $A$  дізнався про стратегію  $B_2$  гравця  $B$  і робить спробу змінити стратегію  $A_2$ , це тільки погіршить його

стонище. Те ж відноситься і до гравця  $B$ . У цьому випадку пара стратегій  $A_2 B_2$  має властивість рівноваги, а виграш, що досягається в цьому випадку називається "сідловою точкою".

Термін "**сідлова точка**" з'явився з геометрії, де він означає точку на поверхні, де одночасно досягається мінімум по одній координаті і максимум по іншій.

Наприклад, на рис. 9.1 наведено графік сідлової точки для функції  $z = x^2 - y^2$ .

На рис. 9.2 наведено графік сідлової точки (центр "вісімки", яка утворена ізолініями) на карті висот.

Для матриці з **сідловою точкою** характерно, те що елемент, **мінімальний у своєму рядку є максимальним у своєму стовпці**.

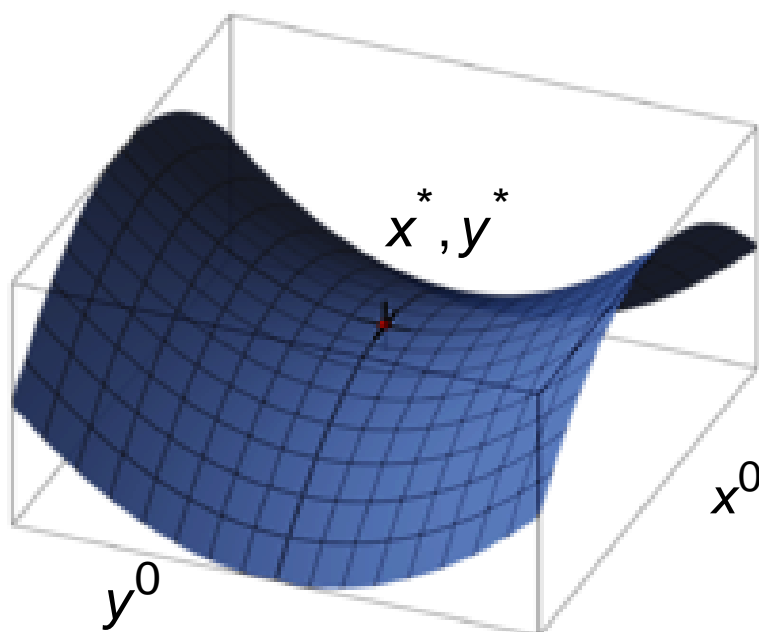


Рис. 9.1. Сідлова точка  $(x^*, y^*) = (x^0, y^0)$  функції  $z = x^2 - y^2$

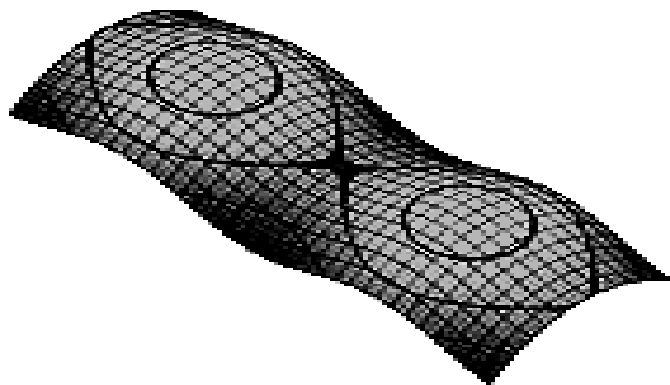


Рис. 9.2. Сідлова точка на карті висот

Стратегії  $A_i, B_j$  ( $A_2, B_2$  у табл. 9.4), при яких досягається виграш "сідлова точка", називаються **оптимальними чистими стратегіями**, а їх сукупність – **рішенням гри**. Сама гра називається **грою в чистих стратегіях**. Для двох гравців  $A$  і  $B$  такий результат є якнайкращим з можливих. У прикладі табл. 9.4 гравець  $A$  виграє 6, гравець  $B$  програє 6 (але не більше).

Наявність "сідлової точки" швидше не правило, а виключення. Наприклад, наведена далі матриця не має сідлової точки:

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 4 \end{bmatrix}.$$

Існує обмежена кількість ігор, які завжди мають "сідлову точку", значить, розв'язуються в чистих стратегіях.

Це ігри з повною інформацією, де кожний гравець знає всю передісторію гри, результати всіх ходів (особистих і випадкових). Прикладами таких ігор є: шашки, шахи "хрестики і нулі".

Бувають матриці з декількома сідловими точками. Наприклад, наступна матриця має чотири сідлові точки.

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 5 & 1 \\ 1 & 4 & 8 & 1 \\ -3 & 7 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Це значення "1" у першій та другій стрічках, у першому та четвертому стовпчиках.

У матриці, що складається з однакових чисел, всі числа є сідловими точками.

У кожній грі з повною інформацією існує пара оптимальних стратегій, що дає стійкий виграш, який дорівнює ціні гри  $v$ .

На відміну від ігор з чистою стратегією в іграх зі змішаною стратегією гра повторюється множини разів, перед кожним ходом гравець кидає жереб і вибирає випавшу стратегію. Змішані стратегії гравців  $A$  і  $B$  позначають таким чином:

$$Sa = (p_1, p_2, \dots, p_m), \quad Sb = (q_1, q_2, \dots, q_n), \quad (9.1)$$

де  $p_1, p_2, \dots, p_m$  – вірогідності застосування гравцем  $A$  стратегій  $A_1, A_2, \dots, A_m$ ;

$q_1, q_2, \dots, q_n$  – вірогідності застосування гравцем  $B$  стратегій  $B_1, B_2, \dots, B_n$ .

У першому і другому випадку вірогідності в сумі дорівнюють одиниці.

Основна теорема теорії ігор свідчить: будь-яка кінцева гра двох осіб з нульовою сумою має, принаймні, одне рішення – пару оптимальних стратегій, у загальному випадку змішаних  $(Sa^*, Sb^*)$  і відповідну ціну  $v$ . Пара оптимальних стратегій  $(Sa^*, Sb^*)$ , які створюють рішення гри, має таку властивість: якщо один з гравців дотримується своєї оптимальної стратегії, то іншому не вигідно відступати від своєї.

Ця пара стратегій утворює становище рівноваги: один гравець прагне обернути виграш у максимум, інший – у мінімум.

При розумній поведінці обох встановлюється рівновага і стійкий виграш. Якщо  $v > 0$ , то гра вигідна для гравця  $A$ , якщо  $v < 0$  – для його супротивника. При  $v = 0$ , гра справедлива і однаково вигідна для обох учасників гри.

### 9.1.1.2. Методи рішення кінцевих ігор

Перед рішенням гри  $m \times n$  її спрощують, позбуваючись від зайвих стратегій.

Стратегія  $A_i$  гравця  $A$  називається домінуючою над стратегією  $A_k$ , якщо в рядку  $A_i$  знаходяться виграші, не менші, ніж у рядку  $A_k$  і хоча б один з них більше, ніж у відповідній клітинці рядка  $A_k$ .

Якщо всі виграші рядка  $A_i$  рівні відповідним виграшам рядка  $A_k$ , то стратегія  $A_i$  називається дублюючою стратегією  $A_k$ .

Аналогічно визначаються домінуючі і дублюючі стратегії гравця  $B$ .

Наприклад, хай гра  $5 \times 5$  задана матрицею гри  $5 \times 5$ .

### Матриця гри 5 x 5

Стратегії	$B_1$	$B_2$	$B_3$	$B_4$	$B_5$
$A_1$	4	7	2	3	4
$A_2$	3	5	6	8	9
$A_3$	4	4	2	2	8
$A_4$	3	6	1	2	4
$A_5$	3	5	6	8	9

Стратегія  $A_5$  дублює  $A_2$ , її необхідно видалити. Стратегія  $A_1$  домінує над  $A_4$ . Стратегію  $A_4$  видаляють. Результат – наступна матриця гри 3 x 5.

### Матриця гри 3 x 5

Стратегії	$B_1$	$B_2$	$B_3$	$B_4$	$B_5$
$A_1$	4	7	2	3	4
$A_2$	3	5	6	8	9
$A_3$	4	4	2	2	8

Щодо гравця  $B$ , розглядаються варіанти домінування стратегій з погляду його критерію: "віддавати поменше". Тому стратегія  $B_3$  домінує над  $B_4$  і  $B_5$ , а  $B_1$  – над  $B_2$ . Відкидають стовпці:  $B_2$ ,  $B_4$ ,  $B_5$ . Результатом є наступна матриця.

### Матриця гри 3 x 2

Стратегії	$B_1$	$B_3$
$A_1$	4	2
$A_2$	3	6
$A_3$	4	2

У матриці гри  $3 \times 2$   $A_3$  дублює  $A_1$ . Остаточна отримана матриця гри  $2 \times 2$ .

### Матриця гри $2 \times 2$

Стратегії	$B_1$	$B_3$	$\alpha$
$A_1$	4	2	2
$A_2$	3	6	<b>3</b>
$\beta$	4	6	

Дана гра не має "сідлової точки", виграшем є нижня ціна гри, яка дорівнює 3.

**Загальне правило рішення кінцевої гри** полягає в такому:

хай є гра  $m \times n$ , яка не має сідлової точки з матрицею  $a_{ij}$  (табл. 9.1). Хай усі виграші позитивні (цього завжди можна добитися, додаючи до всіх членів матриці велике число  $M$ ).

Ціна гри збільшиться на  $M$ , а рішення не зміниться.

Ціна гри в цьому випадку теж позитивна  $v > 0$ .

Необхідно знайти рішення гри, тобто дві оптимальні змішані стратегії  $S_a^* = (p_1, p_2, \dots, p_m)$ ,  $S_b^* = (q_1, q_2, \dots, q_n)$ , які надають кожній стороні максимально можливий для неї середній виграш (мінімальний програш).

Знайдемо спочатку  $S_a^*$ . Відомо, що якщо гравець  $A$  застосує свою оптимальну стратегію, то гравцю  $B$  немає сенсу відступати від своєї оптимальної стратегії.

Якщо гравець  $A$  використовує оптимальні стратегії  $S_a^*$ , а гравець  $B$  стане використовувати чисті стратегії  $B_1, B_2, \dots, B_n$ , то виграш гравця  $A$  буде не менше ніж  $v$ :





Пара задач лінійного програмування, по якій знаходять оптимальні стратегії  $(S_a^*, S_b^*)$ , є парою подвійних задач лінійного програмування, які дають однакове значення змінних  $x_j$  і  $v$ .

Нижче наведений спрощений приклад, підтверджуючий безпосередній зв'язок між теорією ігор і задачею лінійного програмування.

Хай гравець  $A$  – дистриб'ютор нової продукції на незнайомому для нього ринку, гравець  $B$  – покупець.

Гравець  $A$  зацікавлений у реалізації більшої кількості продукції, але на цьому ринку поводитьься обережно. Гравець  $B$  не бажаючи втрачати гроші на придбання незнайомої продукції, теж поводитьься обережно. Обидва керуються принципом мінімакса.

Гра задана матрицею 3 x 3. Елементи матриці – прибуток від реалізації продукції (виграш гравця  $A$  який відповідає стратегіям гравців).

### Матриця гри 3 x 3

Стратегії	$B_1$	$B_2$	$B_3$
$A_1$	20	40	70
$A_2$	70	60	80
$A_3$	50	30	40

У наступній матриці наведені значення нижньої і верхньої ціни гри.

### Матриця гри 3 x 3 із нижньою і верхньою ціною гри

Стратегії	$B_1$	$B_2$	$B_3$	$\alpha_j$
$A_1$	20	40	70	20
$A_2$	70	60	80	<b>60</b>
$A_3$	50	30	40	30
$\beta_j$	70	<b>60</b>	80	

Це гра з сідловою точкою, де  $\alpha_i = \beta_j = 60$ .

Пошук цього рішення можна виконати таким чином. З погляду гравця  $B$  необхідно максимізувати функцію вигляду:

$$x_1 + x_2 + x_3 \rightarrow \max, \quad (9.6)$$

при обмеженнях:

$$20x_1 + 40x_2 + 70x_3 \leq 1,$$

$$70x_1 + 60x_2 + 80x_3 \leq 1,$$

$$50x_1 + 30x_2 + 40x_3 \leq 1,$$

$$x_i > 0.$$

Результат вирішення задачі лінійного програмування в середовищі MS Excel приведений на рис. 9.3.

x1	x2	x3
0	0,016666667	0
Функція мети		0,0167
Обмеження 1		0,6667
Обмеження 2		1
Обмеження 3		0,5

Рис. 9.3. Результат вирішення задачі лінійного програмування

Змішана стратегія в цьому випадку перетворилася на чисту. Ціна гри дорівнює  $v = 1 / 0,016666667 = 60$ , що відповідає рішенням, отриманому вище.

Вирішивши подвійну задачу лінійного програмування, отримавши рішення для гравця  $A$ , можна перекоонатися, що гра має сідлову точку, тобто верхня ціна гри дорівнює нижній ціні гри 60. Приведена задача є прикладом можливості вирішення гри із застосуванням методів лінійного програмування.

Для будь-якої задачі лінійного програмування може бути побудована еквівалентна їй задача теорії ігор [7].

Існують наближені чисельні методи вирішення ігор, які застосовують при вирішенні задач лінійного програмування. Наприклад, метод ітерацій (метод Брауна – Робінсона) [7; 77; 78].

У цьому розділі був приведений короткий огляд антагоністичних ігор і методів вирішення матричних ігор.

На практиці строго антагоністичні конфлікти, де сторони дотримуються принципу мінімакса, зустрічаються вкрай рідко.

Прикладом може бути варіант гри, коли несумлінний продавець бажає реалізувати якомога більше товарів низької якості, а покупці прагнуть купити якомога менше цих товарів.

Як основа для безпосереднього прийняття рішень теорія ігор застосовується вкрай рідко.

Але рекомендації моделей ігрового конфлікту корисні в плані обліку дій супротивника (опонента) і можуть бути корисними спільно з іншими підходами при прийнятті рішень.

## **9.2. Теорія статистичних рішень**

Теорія статистичних рішень близька по ідеях до теорії ігор. Від теорії ігор вона відрізняється тим, що невизначена ситуація не має конфліктного забарвлення. Ніхто нікому не протидіє.

У цьому випадку невизначеність пов'язана не з діями "супротивника", а з об'єктивною дійсністю, яку в теорії статистичних рішень називають "природою". "Природа" представляється як якась незацікавлена інстанція, поведінка якої невідома.

Теорію статистичних рішень може тлумачити як теорію пошуку оптимальної недетермінованої поведінки в умовах невизначеності.

Сучасна концепція статистичного рішення висунута А. Вальдом, і вважає поведінку оптимальною, якщо вона мінімізує ризик у послідовних експериментах, тобто математичне очікування збитків статистичного експерименту [7; 77; 78].

Як зазначалося в темі 7, у задачах теорії статистичних рішень розглядаються платіжні матриці (для дискретного випадку), або платіжна функція (в безперервному випадку).

Значення в платіжній матриці, або в платіжній функції залежать від 2-х чинників: стан природи, варіанти рішень ОПР.

У матриці платежів розглядаються  $m$  можливих стратегій:  $A_1, A_2, \dots, A_m$ . У стовпцях – стратегії природи:  $\Pi_1, \Pi_2, \dots, \Pi_n$ ,  $a_{ij}$  – виграш при кожній парі стратегій. Необхідно вибрати таку стратегію  $A_j$  гравця  $A$ , яка є найвигіднішою порівняно з іншими.

Коли вірогідність станів природи не піддається оцінці, то для прийняття раціонального рішення роблять спробу знайти не найгірше вирішення. В цьому випадку все залежить від точки зору ОПР на ситуацію, від позиції дослідника, від того, якими бідами загрожує невдалий вибір вирішення. У разі, коли вірогідності  $p_j$  існують, але ОПР вони невідомі, розроблені спеціальні критерії прийняття рішень: критерій Лапласа, критерій Вальда, критерій Гурвіца, критерій Севіджа [7; 77; 78].

Далі приведені класичні критерії прийняття рішень в іграх з природою в умовах повної невизначеності.

Як приклад застосування критеріїв розглядається задача теми 7 про ввід до ладу раціональної кількості агрегатів. Відмінністю умов вирішення задачі є відсутність вірогідності вводити до ладу певної кількості агрегатів. Відома матриця значень  $a_{ij}$  прибутку підприємства (грн), де кожному з варіантів кількості придбаного устаткування відповідає варіант кількості устаткування, яке можливо ввести в дію.

## **9.2.1. Класичні критерії прийняття рішень в іграх з природою в умовах повної невизначеності**

### **9.2.1.1. Критерій Лапласа**

При використуванні критерію Лапласа умова невизначеності інтерпретується як припущення про рівну вірогідність появи всіх можливих станів природи. В основі цього критерію лежить "принцип недостатньої підстави" [7; 77; 78]. У цьому випадку виконується пошук варіанта вирішення, для якого виконується така умова:

$$a = \max_{i=1, \dots, m} \sum_{j=1}^n a_{ij}. \quad (9.7)$$

Наприклад, у задачі, приведеній у темі 7 про вибір оптимального плану придбання обладнання, матриця прибутку має вигляд табл. 7.1. Тут вона доповнена стовпцем для пошуку раціонального вирішення за критерієм Лапласа (табл. 9.5).

Оптимальна кількість устаткування, яке придбають, відповідає значенню сумарного прибутку 500 000 грн і дорівнює 200 шт.

При цьому прибуток підприємства, згідно з припущенням про рівну вірогідність реакції природи, дорівнює  $500\,000 \cdot 0,25 = 125\,000$  грн.

Таблиця 9.5

### Результат розрахунків для вибору альтернативи за критерієм Лапласа

Рішення (кількість обладнання, яке придбають)	Стан природи (кількість обладнання, яке можливо ввести в дію)				Сумарний прибуток (по рядкам)
	0,00	100,00	200,00	300,00	
0	0,00	- 5 000 000,00	- 10 000 000,00	- 15 000 000,00	- 30 000 000,0
100	- 4 000 000,00	3 500 000,00	- 1 500 000,00	- 6 500 000,00	- 8 500 000,00
200	- 8 000 000,00	- 500 000,00	7 000 000,00	2 000 000,00	500 000,00
300	- 12 000 000,00	- 4 500 000,00	3 000 000,00	10 500 000,00	- 3 000 000,00

Вирішення співпадає з вирішенням, отриманим методом дерева рішень, тобто оптимальна кількість агрегатів, що придбаються, складає 200 штук.

Оскільки при використуванні критерію Лапласа всі вірогідності рівні, для визначення якнайкращого вирішення можна просто підсумувати значення платежів, які відповідають кожному вирішенню, і вибрати те вирішення, яке матиме максимальну суму (що також відповідає максимальному очікуваному платежу). Хоча в багатьох

ситуаціях "рівновірогідний підхід" дає цілком прийнятне рішення, в інших ситуаціях він дає явно неправильні рішення. Причина цього полягає саме в умові рівної вірогідності станів природи.

Незнання вірогідності станів зовсім не гарантує рівності їх реальних значень. Якщо в якій-небудь ситуації вірогідність прояву одного або декількох станів явно і значно перевершує вірогідність прояву інших станів природи, то рішення, отримане на підставі критерію Лапласа, очевидно, буде далеким від якнайкращого. З цієї причини розроблені інші критерії прийняття рішень в умовах невизначеності, які не спираються на вірогідності станів природи, з них найпопулярнішими є:

- критерій Вальда;
- критерій Севіджа;
- критерій Гурвіца.

#### 9.2.1.2. Критерій Вальда

Згідно з цим критерієм гра ведеться з розумним, причому агресивним, гравцем, що робить усе для того, щоб перешкодити ОПР досягти успіху.

Критерій Вальда забезпечує вибір обережної, песимістичної стратегії або вибір якнайкращої з якнайгірших стратегій.

Оптимальною вважається стратегія, при якій гарантується виграш у будь-якому випадку не менший, ніж "нижня ціна гри з природою". Орієнтир при цьому на гірші умови.

Це "перестраховочний варіант" рішення [7; 77; 78].

Оціночна функція в умовах крайнього песимізму розраховується таким чином:

$$\alpha = \max_i (\min_j a_{ij}). \quad (9.8)$$

Для отримання рішення треба доповнити матрицю прибутку табл. 7.1 стовпцем з якнайменших результатів по рядку і вибрати ті варіанти рішень, які містять максимальне значення в цьому результуючому стовпці.

В табл. 9.6 наведено результат обчислення для пошуку "обережного" вирішення.

У стовпці з мінімальними значеннями вибирається максимальне – 6 500 000,00 з наступних якнайменших по рядках значень:

(– 15 000 000,00; – 6 500 000,00; – 8 000 000,00; – 12 000 000,00),  
якому відповідає кількість устаткування, рівна 100 шт.

Це "обережне рішення" "зменшило" кількість устаткування, що придбалось згідно з критерієм Лапласа.

Таблиця 9.6

**Результат розрахунків для вибору альтернативи  
за критерієм Вальда**

Кількість обладнання	Стан природи (кількість обладнання, яке можливо ввести в дію)				
	0,00	100,00	200,00	300,00	min
0	0,00	- 5 000 000,00	- 10 000 000,00	- 15 000 000,00	- 15 000 000,00
100	- 4 000 000,00	3 500 000,00	- 1 500 000,00	- 6 500 000,00	- 6 500 000,00
200	- 8 000 000,00	- 500 000,00	7 000 000,00	2 000 000,00	- 8 000 000,00
300	-12 000 000,00	- 4 500 000,00	3 000 000,00	10 500 000,00	- 12 000 000,00

**9.2.1.3. Критерій Севіджа**

Суть критерію полягає в мінімізації ризику. Даний критерій використовує матрицю ризиків. У цьому випадку вибирають ту стратегію, при якій в якнайгірших умовах величина ризику приймає якнайменше значення [7; 77; 78]. Інакше кажучи, даний критерій рекомендує в умовах невизначеності вибирати ту стратегію, при якій величина ризику приймає якнайменше значення в найсприятливішій ситуації (коли ризик максимальний).

$$r = \min_i (\max_j r_{ij}). \quad (9.9)$$

При цьому складається матриця  $R$  втрат з елементами  $r_{ij}$ , які відображають збитки від помилкового вибору  $i$ -го вирішення в  $j$ -му стані (табл. 9.7).

Для цього в матриці табл. 9.6 знаходять максимальні елементи в кожному стовпчику. Вектор цих значень: (0, 3 500 000, 7 000 000, 10 500 000).

Потім з цих елементів віднімають елементи в стовпцях матриці табл. 9.6. Матриця втрат  $R$  виглядає таким чином (табл. 9.7).

Таблиця 9.7

### Результат розрахунків для вибору альтернативи за критерієм Севіджа

Рішення (кількість обладнання, яке придбають)	Стан природи (кількість обладнання, яке можливо ввести в дію)				
	0	100	200	300	max
0	0	8 500 000	17 000 000	25 500 000	25 500 000
100	4 000 000	0	8 500 000	17 000 000	17 000 000
200	8 000 000	4 000 000	0	8 500 000	8 500 000
300	12 000 000	8 000 000	4 000 000	0	12 000 000

У кожному рядку  $R$  знаходять максимальний елемент  $i$ , потім, у векторі максимальних елементів знаходять мінімальне значення.

У даному випадку це (8 500 000).

Йому відповідає кількість агрегатів 200 шт.

#### 9.2.1.4. Критерій Гурвіца

Критерій Гурвіца пропонує деякий компроміс між зайвим оптимізмом і зайвим песимізмом [7; 78]. Тобто встановлює баланс між випадками крайнього песимізму і крайнього оптимізму шляхом введення деякого вагового коефіцієнта песимізму  $\alpha$ .

Критерій рекомендує при виборі вирішення не керуватися ні крайнім песимізмом ("завжди розраховуй на гірше"), ні крайнім



оптимізмом ("можливо повезе"). Згідно цим критерієм стратегія вибирається з умови:

$$H = \max_i [\alpha \min_j a_{ij} + (1 - \alpha) \max_j a_{ij}], \quad (9.10)$$

де  $\alpha$  – 1 коефіцієнт песимізму ( $0 < \alpha < 1$ ).

При  $\alpha = 1$  критерій Гурвіца перетворюється на критерій Вальда, при  $\alpha = 0$  – у критерій "крайнього оптимізму", що рекомендує вибрати ту стратегію, при якій найбільший виграш у рядку максимальний. Коефіцієнт  $\alpha$  вибирається з суб'єктивних міркувань – чим небезпечніше ситуація, і чим більше ОПР хоче "підстрахуватися", тим менше його схильність до ризику, і тим ближче до одиниці вибирається значення  $\alpha$ .

У табл. 9.8 введено два додаткові стовпці з мінімальними і максимальними значеннями по стовпцях (у рядках), а в табл. 9.9 приведені обчислені значення  $H$  при різних коефіцієнтах  $\alpha$ .

Таблиця 9.8

### Результат проміжних розрахунків для вибору альтернативи за критерієм Гурвіца

Рішення (кількість обладнання, яке придбають)	Стан природи (кількість обладнання, яке можливо ввести в дію)				Min	Max
	0	100	200	300		
0	0	-5 000 000	-10 000 000	-15 000 000	-15 000 000	0
100	-4 000 000	3 500 000	-1 500 000	-6 500 000	-6 500 000	3 500 000
200	-8 000 000	-500 000	7 000 000	2 000 000	-80 000 000	7 000 000
300	-12 000 000	-4 500 000	3 000 000	10 500 000	-120 000 000	10 500 000

**Значення  $H$  при різних коефіцієнтах песимізму за критерієм Гурвіца**

$\alpha$							
Кількість обладнання	$\alpha = 0,1$	$\alpha = 0,2$	$\alpha = 0,3$	$\alpha = 0,4$	$\alpha = 0,5$	$\alpha = 0,8$	$\alpha = 0,9$
	0	-1 500 000	-3 000 000	-4 500 000	-6 000 000	-7 500 000	-12 000 000
100	2 500 000	1 500 000	500 000	-500 000	-1 500 000	-4 500 000	-5 500 000
200	5 500 000	4 000 000	2 500 000	1 000 000	-500 000	-5 000 000	-6 500 000
300	8 250 000	6 000 000	3 750 000	1 500 000	-750 000	-7 500 000	-9 750 000

Згідно з критерієм Гурвіца при  $\alpha = 0,5$  (при рівноімовірних шансах на успіх і невдачу) при закупівлі 200 агрегатів слідче чекати мінімальні збитки в 500 000 грн.

При завищеному оптимізмі (при  $\alpha = 0,1$ ) придбання 300 агрегатів дозволить отримати 8 250 000 грн прибутку, при заниженому оптимізмі (при  $\alpha = 0,9$ ) придбання 100 агрегатів дозволить сподіватися на мінімальні втрати прибутку (5 500 000 грн).

Таким чином, відсутність інформації про вірогідність настання тієї або іншої події чревато невизначеністю в результатах рішення ОПР. Різні критерії прийняття рішень в умовах повної невизначеності часто дають різні рішення. У табл. 9.10 приведені рішення, отримані для задачі про вибір оптимального плану придбання обладнання (дані наведено в табл. 7.1 теми 7), за критеріями: Лапласа, Вальда, Севіджа, Гурвіца.

Таблиця 9.10

**Рішення задачі про вибір оптимального плану придбання обладнання, на підставі критеріїв: Лапласа, Вальда, Севіджа, Гурвіца**

Критерій	Кількість агрегатів
Лапласа	200
Вальда	100
Севіджа	200
Гурвіца	200, при значенні коефіцієнта песимізму $\alpha=0,5$ 100, при значенні коефіцієнта песимізму $\alpha=0,9$

Остаточне рішення про кількість устаткування, що необхідно придбати, залишається за експертами і ОПР.

Вибір і критерію, і коефіцієнта  $\alpha$  завжди суб'єктивний, тому теорія прийняття рішень не дає незаперечних рекомендацій. Проте, математичні методи корисні, оскільки дозволяють гру з природою звести до матричної форми і виконати послідовний чисельний аналіз ситуації з різних точок зору. Вибір критерію в цих умовах залежить від важливості вирішуваних задач, від кваліфікації і відповідальності експертів.

Для будь-якої економічної задачі, вирішуваної за допомогою теорії статистичних ігор (ігор з природою), може бути визначено абсолютно мінімальне значення виграшу, який ОПР отримає в якнайгіршій для себе ситуації. Ця величина може дорівнювати, наприклад, сумі витрат на виробництво продукції при нульовій виручці від її реалізації, максимально можливим втратам, що виникли внаслідок прийнятого рішення і т. д. У процесі прийняття рішення для визначення найвигіднішої стратегії ОПР необхідна інформація про імовірність стану природи (навколишнього середовища).

Зокрема, підвищення рівня інформованості може бути досягнутим при зверненні ОПР до послуг консультативної служби, здатної скласти добре обґрунтований прогноз розвитку ситуації. Можна розглядати дану дію як свого роду "експеримент", проведення якого, поза сумнівом, вимагає витрати певних засобів.

З економічної точки зору експеримент доцільно проводити в тому випадку, якщо витрати на його проведення не перевищують виграш, який можна отримати при більш точному знанні стратегії природи. Реалізація такого експерименту можлива за допомогою імітаційного моделювання.

### **Питання для самоперевірки**

1. Розкрити зміст поняття "гра" в теорії ігор.
2. Розкрити зміст поняття "конфліктна ситуація".
3. Розкрити зміст поняття "оптимальна стратегія гравця" в теорії ігор.
4. Розкрити зміст поняття "гра з нульовою сумою".
5. Розкрити зміст поняття "антагоністична гра".
6. Розкрити зміст поняття "принцип обережності" в теорії ігор".

7. Розкрити зміст понять "принцип мінімакса" і "сідлова точка" в теорії ігор.

8. Розкрити зміст поняття "домінуюча стратегія"

9. Розкрити зміст поняття "ціна гри".

10. Розкрити зміст поняття "змішана стратегія".

11. Розкрити зміст поняття "чиста стратегія".

12. Навести і пояснити принцип прийняття рішень на підставі критерію Лапласа.

13. Навести і пояснити принцип прийняття рішень на підставі критерію Вальда.

14. Навести і пояснити принцип прийняття рішень на підставі критерію Севіджа.

15. Навести і пояснити принцип прийняття рішень на підставі критерію Гурвіца.

## **Контрольні запитання і задачі**

### **Задачі**

#### **Задачі прийняття рішень в умовах повної невизначеності**

##### **Задача 1**

#### **Вибір оптимальної кількості геліосистем в умовах повної невизначеності на підставі критеріїв: Лапласа, Вальда, Севіджа, Гурвіца**

Ця задача співпадає за постановкою із задачею 1 розділу "Контрольні питання" теми 7, та полягає у виборі оптимальної кількості геліосистем, але в цьому разі відсутня інформація про апріорну вірогідність введення установок в дію.

Проблеми підприємства пов'язані із збільшеними платежами за електроенергію. Підприємство припускає придбання геліосистем по  $50 \times 10^3$  грн за кожну установку. Вигода від того, що вводить до ладу кожної установки складе  $100 \times 10^3$  грн.

Усе устаткування повинне бути введено в дію протягом певного часу. Але всі установки не можуть бути введені в дію одночасно.

Якщо підприємство закупить установок більше, ніж зможе ввести в дію за відведений час, то зазнає збитки, рівні вартості установок, які не

були введені в дію. Якщо буде закуплено недостатньо установок, наростатимуть проблеми з платнею за електроенергію.

За оцінкою експертів проблеми, пов'язані з неможливістю вводити (за відведений час) до ладу кожної установки, складуть  $30 \cdot 10^3$  грн.

Необхідно знайти оптимальну кількість установок геліосистем, придбання і введення в дію яких, дозволить підвищити прибуток підприємства. Розглядаються такі варіанти вибору кількості установок: 0 шт., 10 шт., 20 шт., 30 шт., 40 шт., 50 шт.

Необхідно вирішити цю задачу методами прийняття рішень в умовах повної невизначеності на підставі:

критерію Лапласа;

критерію Вальда;

критерію Севіджа;

критерію Гурвіца (при коефіцієнті песимізму 0,4; 0,5; 0,9).

### Відповідь для перевірки

Критерій	Варіант вибору	Прибуток, грн
Лапласа	30 шт.	350 000
Вальда	10 шт.	- 700 000
Севіджа	30 шт.	1 600 000
Гурвіца	50 шт. при коефіцієнті песимізму 0,4	500 000
	20, 30, 40, 50 шт. при коефіцієнті песимізму 0,5	0
	10 шт. при при коефіцієнті песимізму 0,9	- 580 000

### Задача 2

#### Вибір оптимальної стратегії розповсюдження товарів на підставі критеріїв: Лапласа, Вальда, Севіджа, Гурвіца

Виробниче підприємство планує запросити на роботу на основі аутсорсинга дистриб'юторів своєї продукції. Успіх реалізації продукції багато в чому залежить від успішності роботи нових виконавців (Д1, Д2, Д3, Д4). Підприємством розроблено три господарські стратегії розповсюдження товарів (С1, С2, С3). Доходи підприємства, які залежать

від стратегії підприємства і успішності роботи дистриб'юторів, представлені у вигляді такої матриці.

Д С	Д1	Д2	Д3	Д4
С1	280	140	210	245
С2	420	560	140	280
С3	245	315	350	490

Треба знайти оптимальну стратегію підприємства, користуючись критеріями Лапласа, Вальда, Севіджа і Гурвіца (при  $\alpha = 0,4$  та  $\alpha = 0,9$ ).

### Відповідь для перевірки

Критерій	Оптимальна стратегія
Лапласа	С2 та С3 рівноправні, прибуток 1 400,00 грн
Вальда	С3, прибуток 245,00 грн
Севіджа	С2, прибуток 210,00 грн
Гурвіца	С2 та С3 рівноправні, при $\alpha = 0,4$ прибуток 392,00 грн С3 при $\alpha = 0,9$ прибуток 269,50 грн

### Резюме за темою

Розділ математики "Теорія ігор і статистичних рішень" має в своєму розпорядженні методи вирішення задач прийняття рішень в умовах повної або "поганої" невизначеності [7; 77; 78]. У деяких випадках ці методи дозволяють знайти оптимальні рішення, але частіше вони дозволяють просто глибше розібратися в ситуації, оцінити кожне рішення з різних точок зору і ухвалити рішення, якщо не єдино правильне, то продумане. Теорія статистичних рішень близька по ідеях до теорії ігор. Від теорії ігор вона відрізняється тим, що невизначена ситуація не має конфліктного забарвлення.

Ніхто нікому не протидіє. В цьому випадку невизначеність пов'язана не з діями "супротивника", а з об'єктивною дійсністю, яку в теорії статистичних рішень називають "природою". "Природа" представляється як якась незацікавлена інстанція, поведінка якої невідома.

Теорію статистичних рішень можна тлумачити як теорію пошуку оптимальної недетермінованої поведінки в умовах невизначеності.

## Словник термінів

<b>Гра</b>	математична модель ігрової ситуації, деяка спрощена схема, де зафіксовані самі гравці, правила гри, певні виграші після кожного ходу, правила закінчення гри
<b>Гравці</b>	конфліктуючі сторони
<b>Партія гри</b>	одне здійснення гри
<b>Результат гри</b>	виграш або програш, який має кількісний вираз
<b>Конфліктні ситуації</b>	ситуації, коли стикаються інтереси двох або більше сторін, переслідуючих різну мету, причому виграш кожної сторони залежить від того, як поведуться інші
<b>Оптимальна стратегія гравця</b>	стратегія, яка забезпечує гравцю якнайкраще становище в грі, тобто максимальний виграш
<b>Задача теорії ігор</b>	виявлення оптимальних стратегій гравців
<b>Гра з нульовою сумою</b>	гра називається грою з нульовою сумою, якщо сума виграшів усіх гравців дорівнює нулю (кожний гравець виграє за рахунок інших)
<b>Антагоністична гра (або гра із строгим суперництвом)</b>	найпростіша парна гра з нульовою сумою
<b>Принцип обережності або принцип "мінімакса"</b>	основний принцип теорії ігор – перестраховочное правило "завжди розраховуй на гірше". Означає, що при найгіршому для гравця $A$ варіанті вибору супротивника, він отримає максимальний виграш. У цьому полягає принцип "мінімакса" – "чини так, щоб при якнайгіршій для тебе поведінці супротивника отримати максимальний виграш"
<b>Нижня ціна гри</b>	виграш, одержуваний за принципом "максиміна"
<b>Верхня ціна гри</b>	виграш, одержуваний за принципом "мінімакса"
<b>Сідлова точка</b>	виграш, що досягається у разі, коли пара стратегій $A_i$ та $B_j$ має властивість рівноваги. Для матриці з сідловою точкою характерно, те що елемент, мінімальний у своєму рядку є максимальним у своєму стовпці

<b>Домінуюча стратегія гравця</b>	стратегія $A_i$ гравця $A$ називається домінуючою над стратегією $A_k$ , якщо в рядку $A_i$ знаходяться виграші, не менші, ніж у рядку $A_k$ і з них хоча б один більше, ніж у відповідній клітці рядка $A_k$
<b>Чиста стратегія гравця</b>	стратегія, при якій гра, має "сідлову точку"
<b>Змішані стратегії гравців А і В</b>	<p>мають місце у разі, коли гра повторюється множини разів, перед кожним ходом гравець кидає жереб і вибирає випавшу стратегію. Змішані стратегії позначають таким чином:</p> $S_a = (p_1, p_2, \dots, p_m),$ $S_b = (q_1, q_2, \dots, q_n),$ <p>де <math>p_1, p_2, \dots, p_m</math> – вірогідності застосування гравцем <math>A</math> стратегій <math>A_1, A_2, \dots, A_m</math>;  <math>q_1, q_2, \dots, q_n</math> – вірогідності застосування гравцем <math>B</math> стратегій <math>B_1, B_2, \dots, B_n</math></p>
<b>Основна теорема теорії ігор</b>	свідчить: будь-яка кінцева гра двох осіб з нульовою сумою має, принаймні, одне рішення – пару оптимальних стратегій, у загальному випадку змішаних $(S_a^*, S_b^*)$ і відповідну ціну $v$ . Пара оптимальних стратегій $(S_a^*, S_b^*)$ , створюючих рішення гри, має таку властивість: якщо один з гравців дотримується своєї оптимальної стратегії, то іншому не вигідно відступати від своєї. Ця пара стратегій утворює становище рівноваги: один гравець прагне обернути виграш у максимум, інший – у мінімум
<b>Критерій Лапласа</b>	в основі цього критерію лежить "принцип недостатньої підстави", коли умова невизначеності інтерпретується як припущення про рівну вірогідність появи всіх можливих станів природи. В



	<p>цьому випадку виконується пошук варіанта рішення, для якого виконується умова:</p> $a = \max_{i=1, \dots, m} \sum_{j=1}^n a_{ij}$
<b>Критерій Вальда</b>	<p>критерій Вальда забезпечує вибір обережної, песимістичної стратегії або вибір якнайкращої з якнайгірших стратегій. Оптимальною вважається стратегія, при якій гарантується вигреш у будь-якому випадку не менший, ніж "нижня ціна гри з природою". Орієнтир при цьому на гірші умови. Це "перестраховочний варіант" рішення. Оціночна функція в умовах крайнього песимізму розраховується таким чином:</p> $\alpha = \max_i (\min_j a_{ij})$
<b>Критерій Севіджа</b>	<p>у цьому випадку вибирають ту стратегію, при якій в якнайгірших умовах величина ризику приймає якнайменше значення. Інакше кажучи, даний критерій рекомендує в умовах невизначеності вибирати ту стратегію, при якій величина ризику приймає якнайменше значення в найсприятливішій ситуації (коли ризик максимальний):</p> $r = \min_i (\max_j r_{ij})$
<b>Критерій Гурвіца</b>	<p>пропонує деякий компроміс між зайвим оптимізмом і зайвим песимізмом. Згідно з цим критерієм стратегія вибирається з умов:</p> $H = \max_i [\alpha \min_j a_{ij} + (1 - \alpha) \max_j a_{ij}],$ <p>де <math>\alpha</math> – коефіцієнт песимізму (<math>0 &lt; \alpha &lt; 1</math>)</p>

## 10. Психолінгвістичні аспекти прийняття рішень

**Мета вивчення теми** – освоєння психолінгвістичних методів прийняття рішень, заснованих на теорії нечітких множин.

### **Основні питання:**

10.1. Теорія нечітких множин у прийнятті рішень.

10.2. Елементи теорії нечітких множин.

10.2.1. Основні операції над нечіткими множинами.

10.2.2. Множина рівня і декомпозиція нечіткої множини.

10.2.3. Нечіткі відношення.

10.2.4. Деякі операції над нечіткими відношеннями

10.3. Прийняття рішень при нечіткому відношенні переваги на безлічі альтернатив.

10.4. Вибір недомінуючих альтернатив у разі чіткого опису альтернатив.

10.5. Вибір альтернатив у разі декількох відношень переваги.

**Професійні компетенції:** знання елементів теорії нечітких множин і основ прийняття рішень при нечіткому відношенні переваги на безлічі альтернатив.

**Нормативна база для вивчення теми:** математика, дослідження операцій, теорія вірогідностей, статистика, системний аналіз.

**Ключові терміни:** нечітка множина, лінгвістична змінна, операції над нечіткими множинами, безліч рівня, нечіткі відносини, нечітке відношення  $R$  нестрогої переваги, нечітке відношення  $R$  строгої переваги.

### 10.1. Теорія нечітких множин у прийнятті рішень

Прийняття рішень в умовах повної невизначеності має істотний аспект, пов'язаний з таким:

нечітким баченням мети вибору;

нечіткими оцінками альтернатив;

нечіткими оцінками критеріїв;

нечіткими оцінками відношення переваги альтернатив.

У цьому випадку говорять про "невизначеність бажань і мети", коли ОПР не в змозі вибрати єдиний критерій і мета не ясна.

У цьому випадку розглядають клас "відповідних рішень" в рамках теорії нечітких множин. Засновник теорії нечітких множин Л. Заде ще в

1965 р. передбачив широке прикладне значення своєї теорії, написавши з цього приводу таке: "Фактично нечіткість може бути ключом до розуміння здатності людини справлятися з задачами, які дуже складні для вирішення на ЕОМ" [1; 4; 5; 11; 17; 35; 44; 53; 69].

В основі його теорії лежить очевидний факт – суб'єктивне уявлення про мету завжди нечіткі, всі оцінки суб'єкта і обмеження нечіткі, і часто позбавлені кількісних характеристик.

Таким чином, з'явилася **лінгвістична змінна** – змінна, що описує об'єкт дослідження в словесній формі.

Наприклад, стиль управління описується змінними: "ефективний", "неефективний", "малоефективний", не "дуже ефективний" і так далі, які не мають аналогів у мові традиційної математики.

Основна ідея апарату, розробленого Заде, по можливості звузити безліч допустимих альтернатив, звівши їх до безлічі невідоміючих Парето-альтернатив.

Усі ці ідеї слідує природному ходу людського мислення при аналізі складної ситуації. Апарат теорії нечітких множин знайшов розвиток у роботах багатьох дослідників і сьогодні містить безліч різноманітних підходів до методів прийняття рішень на основі нечіткої інформації. Далі розглядаються деякі елементи теорії нечітких множин, які можуть бути корисні при прийнятті рішень.

## 10.2. Елементи теорії нечітких множин

В основі поняття нечітка множина лежить уявлення про те, що елементи цієї множини, які мають загальну властивість, можуть володіти нею різною мірою і, відповідно належати цій множині з різним ступенем.

Тобто вислів, що елемент  $x$  належить даній множині є недостатнім, необхідно вказати з яким ступенем він належить цій множині.

Хай  $X$  – деяка множина (в звичайному значенні) елементів. Надалі розглядаються підмножини цієї множини.

**Нечіткою множиною  $C$  в  $X$**  називають сукупність пар вигляду:

$$(x, \mu_C(x)), \quad (10.1)$$

де  $x \in X$ , а  $\mu_C$  – функція  $x \rightarrow [0,1]$ , яку називають функцією приналежності нечіткої множини  $C$ .

### 10.2.1. Основні операції над нечіткими множинами

**Об'єднанням** нечітких множин  $A$  і  $B$  в  $X$  називається нечітка множина  $A \cup B$  з функцією приналежності вигляду:

$$\mu_{A \cup B}(x) = \max\{\mu_A(x), \mu_B(x)\}, \quad x \in X. \quad (10.2)$$

**Перетином** нечітких множин  $A$  і  $B$  в  $X$  називається нечітка множина  $A \cap B$  з функцією приналежності вигляду:

$$\mu_{A \cap B}(x) = \min\{\mu_A(x), \mu_B(x)\}, \quad x \in X. \quad (10.3)$$

**Доповненням** нечіткої множини  $A$  в  $X$  називається нечітка множина  $A^*$  з функцією приналежності вигляду:

$$\mu_{A^*}(x) = 1 - \mu_A(x), \quad x \in X. \quad (10.4)$$

**Різниця** нечітких множин  $A$  і  $B$  в  $X$  – нечітка множина  $A \setminus B$  з функцією приналежності вигляду:

$$\mu_{A \setminus B}(x) = \begin{cases} \mu_A(x) - \mu_B(x) & \text{вразі } \mu_A(x) \geq \mu_B(x), \\ 0 & \text{в інших випадках.} \end{cases} \quad (10.5)$$

**Декартовий добуток**  $A_1 \times A_2 \times \dots \times A_n$  нечітких множин  $A_i$  в  $X_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$  – нечітка множина  $A$  в декартовому добутку  $X = X_1 \times X_2 \times \dots \times X_n$  з функцією приналежності:

$$\mu_A(x) = \min\{\mu_{A_1}(x_1), \mu_{A_2}(x_2), \dots, \mu_{A_n}(x_n)\}, \quad x = (x_1, \dots, x_n) \in X. \quad (10.6)$$

## 10.2.2. Множина рівня і декомпозиція нечіткої множини

Поняття "множина рівня" часто використовується при формулюванні і аналізі деяких задач прийняття рішень.

Безліч рівня  $\alpha$  нечіткої множини  $A$  в  $X$  – множина в звичайному значенні, складена з елементів, ступені приналежності яких нечіткій множині  $A$  не менше значення  $\alpha$ .

Наприклад, хай  $X = \{1, 2, \dots, 6\}$ , а функція приналежності нечіткої множини  $A$  в  $X$  задана в табл. 10.1.

Таблиця 10.1

**Функція приналежності нечіткої множини  $A$**

$x$	0	1	2	3	4	5	6
$\mu_A(x)$	0	0,1	0,3	0,5	0,7	0,9	1

Для  $A$  існують такі множини рівня:

$$A_{0,1} = \{1, 2, \dots, 6\},$$

$$A_{0,3} = \{2, 3, 4, 5, 6\},$$

$$A_{0,5} = \{3, 4, 5, 6\},$$

$$A_{0,7} = \{4, 5, 6\},$$

$$A_{0,9} = \{5, 6\},$$

$$A_{1,0} = \{6\}.$$

Тоді нечітка множину  $A$  можна представити у вигляді об'єднання нечітких множин:

$$A = 0,1\{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \cup 0,3\{2, 3, 4, 5, 6\} \cup 0,5\{3, 4, 5, 6\} \cup 0,7\{4, 5, 6\} \cup 0,9\{5, 6\} \cup 1\{6\}.$$

### 10.2.3. Нечіткі відношення

Звичайне відношення  $R$  на множині  $X$  – підмножина декартового добутку  $X \times X$ , де всі пари елементів  $x, y \in X$  і зв'язані співвідношенням  $R$ , що позначається:  $xRy$  або  $(x, y) \in R$ .

**Нечітке відношення**  $R$  на множині  $X$  – нечітка підмножина декартового добутку  $X \times X$ , що характеризується функцією приналежності

$$\mu_R: X \times X \rightarrow [0,1]. \quad (10.7)$$

Значення  $\mu_R(x, y)$  цієї функції – суб'єктивна міра або ступінь виконання відношення  $xRy$ .

Множина рівня  $\alpha$  нечіткого відношення  $R$  на  $X$  визначається таким чином:

$$R_\alpha = \{(x, y) \mid (x, y) \in X \times X, \mu_R(x, y) \geq \alpha\}. \quad (10.8)$$

Множина рівня  $\alpha$  нечіткого відношення  $R$  на  $X$  є звичайним відношенням на  $X$ , яке зв'язує всі пари  $(x, y)$ , для яких ступінь виконання відношення  $R$  не менше, ніж  $\alpha$ .

Матрицю множини рівня  $\alpha$ , отримують заміною в матриці нечіткого відношення  $R$ , одиницями – всі елементи, які не є меншими числа  $\alpha$ , та нулями – всю решту елементів.

**Приклад.** Хай матриця нечіткого відношення  $R$  на множині  $X = \{x_1, x_2, \dots, x_4\}$  має вигляд:

$x$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$
$x_1$	1	0,5	0	0,2
$x_2$	0,3	1	1	0,4
$x_3$	0	0,6	0,5	0,1
$x_4$	1	0,7	0,3	0

Тоді матриця звичайного відношення, яка є множиною рівня 0,5 нечіткого відношення  $R$  має такий вигляд:

$x$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$
$x_1$	1	1	0	0
$x_2$	0	1	1	0
$x_3$	0	1	1	0
$x_4$	1	1	0	0

#### 10.2.4. Деякі операції над нечіткими відношеннями

Розгляд питання про безліч всіх операцій над нечіткими відношеннями виходить за рамки даної дисципліни. Ці питання детально розглянуті у [4; 17; 35; 78]. Далі розглянуті деякі з цих операцій.

**Об'єднанням** відношень  $A$  і  $B$  називають відношення  $C = A \cup B$  з функцією приналежності:

$$\mu_C(x, y) = \max\{\mu_A(x, y), \mu_B(x, y)\}. \quad (10.9)$$

**Перетином** відношень  $A$  і  $B$  називають відношення  $D = A \cap B$  з функцією приналежності:

$$\mu_D(x, y) = \min\{\mu_A(x, y), \mu_B(x, y)\}. \quad (10.10)$$

**Відношення  $R^*$**  називають **доповненням** відношення  $R$  на множині  $X$ , якщо воно характеризується функцією приналежності:

$$\mu_{R^*}(x, y) = 1 - \mu_R(x, y), \quad x, y \in X. \quad (10.11)$$

**Максимінний добуток**  $A \circ B$  нечітких відношень  $A$  і  $B$  на множині  $X$  характеризується функцією приналежності:

$$\mu_{A \circ B}(x, y) = \sup_{z \in X} \min\{\mu_A(x, z), \mu_B(z, y)\}. \quad (10.12)$$

**Мінімаксний добуток**  $A \circ B$  нечітких відношень  $A$  і  $B$  на  $X$  визначається функцією приналежності вигляду:

$$\mu_{A \circ B}(x, y) = \inf_{z \in X} \max\{ \mu_A(x, z), \mu_B(z, y) \}. \quad (10.13)$$

**Приклад.** Дані відношення  $A$  і  $B$ . Знайти максимінний і мінімаксний добутки відношень:

0,2	0,6
0,5	0,8

 $\circ$ 

0,5	0,7
0,3	1

**Максимінний добуток:**

0,3	0,6
0,3	0,5

**Мінімаксний добуток:**

0,5	0,7
0,5	0,7

### 10.3. Прийняття рішень при нечіткому відношенні переваги на множині альтернатив

При прийнятті рішень розрізняють нечіткі відношення строгої переваги, нестрогої переваги (н.в.н.п.), байдужості, квазіеквівалентності [17; 35; 78]. Розглядається варіант відношення строгої і нестрогої переваги і їх застосування при прийнятті рішень.

Хай  $X$  – задана множина альтернатив,  $R$  – нечітке відношення переваги.

Нечітким відношенням  $R$  строгої переваги на  $X$  називають будь-яке задане на цій множині нечітке відношення, функція приналежності якого приймає значення:

$$\mu_R^S(x, y) = \begin{cases} \mu_R(x, y) - \mu_R(y, x) & \text{в разі } \mu_R(x, y) \geq \mu_R(y, x), \\ 0 & \text{в разі } \mu_R(x, y) \leq \mu_R(y, x) \end{cases}, \quad (10.14)$$

де  $y \in X$ .

Нечітким відношенням  $R$  нестрогої переваги на  $X$  називають будь-яке задане на цій множині нечітке рефлексивне відношення.



Функція приналежності відношення нестрогої переваги  $R$ :  $\mu_R: X \times X \rightarrow [0, 1]$  володіє властивістю рефлексії:  $\mu_R(x, x) = 1$  при будь-якому  $x \in X$ .

**Рефлексія** відображає той факт, що будь-яка альтернатива не гірше самої себе. Значення  $\mu_R(x, x)$  є ступенем виконання переваги "x не гірше ніж y".

#### 10.4. Вибір недомінуючих альтернатив у разі чіткого опису альтернатив

Хай  $X$  – безліч чітко описаних альтернатив та нечітке відношення нестрогої переваги з  $\mu_R$  і відповідне йому відношення строгої переваги з  $\mu_R^S$ .

Необхідно знайти підмножину недомінуючих альтернатив множини  $(X, \mu_R)$ .

Нечітка підмножина недомінуючих альтернатив множини  $(X, \mu_R)$  описується функцією приналежності:

$$\mu_R^{H.D.}(x) = 1 - \sup_{y \in X} \mu_R^S(y, x), \quad x \in X. \quad (10.15)$$

Далі наведено приклад вибору недомінуючої альтернативи у разі чіткого опису альтернатив.

У кінцевій множині  $X = \{x_1, x_2, \dots, x_4\}$  задано  $R$  – н.в.п. вигляду:

$x$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$
$x_1$	1	0,2	0,3	0,1
$x_2$	0,5	1	0,2	0,6
$x_3$	0,1	0,6	1	0,3
$x_4$	0,6	0,1	0,5	1

Відношення  $R$  дозволяє побудувати  $R^*$  нечітке відношення строгої переваги за формулою (10.14):

$x$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$
$x_1$	0	0	0,2	0
$x_2$	0,3	0	0	0,5
$x_3$	0	0,4	0	0
$x_4$	0,5	0	0,2	0

Елементи відношення  $R^*$  отримані таким чином:

$$R_{11}^* = R_{11} - R_{11} = 0;$$

$$R_{12}^* = 0;$$

$$R_{13}^* = R_{13} - R_{31} = 0,3 - 0,1 = 0,2;$$

$$R_{14}^* = R_{41} - R_{14} = 0,6 - 0,1 = 0,5;$$

$$R_{21}^* = R_{21} - R_{12} = 0,5 - 0,2 = 0,3;$$

.....

$$R_{34}^* = 0;$$

$$R_{43}^* = R_{43} - R_{34} = 0,5 - 0,3 = 0,2;$$

$$R_{44}^* = 1 - 1 = 0.$$

Звідси функція приналежності підмножини невідоміючих альтернатив обчислюється за формулою (10.15) та має вигляд:

$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$
0,5	0,6	0,8	0,5

Найбільший ступінь невідоміючості, який дорівнює 0,8, має альтернатива  $x_3$ . Її вибір вважається раціональним у рамках даного підходу.

## 10.5. Вибір альтернатив у разі декількох відношень переваги

Хай задано декілька альтернатив  $X$  і кожна характеризується декількома ознаками з номерами:  $j = 1, 2, \dots, m$ . Інформація про попарне порівняння альтернатив по кожній ознаці  $j$  представлена у вигляді відношення переваги  $R_j$ . Таким чином існують  $m$  відношень переваги на множині  $X$ .

Необхідно зробити раціональний вибір альтернатив з множини  $(X, R_1, R_2, \dots, R_m)$ . Якщо відношення  $R_j$  розрізняються по важливості, використовують коефіцієнти відносної важливості відношень  $\lambda_j$ . Послідовність рішення полягає в такому.

1. Отримати нечітке відношення  $Q_1$  – як перетин вхідних відношень  $R_j$  за формулою (10.10):

$$\mu_{Q_1}(x, y) = \min\{\mu_1(x, y), \dots, \mu_m(x, y)\}.$$

2. Знайти нечітку підмножину недомінуючих альтернатив у множині  $(X, \mu_{Q_1})$  за формулою (10.15):

$$\mu_{Q_1}^{H.O.}(x) = 1 - \sup_{y \in X} [\mu_{Q_1}(y, x) - \mu_{Q_1}(x, y)].$$

3. Отримати нечітке відношення  $Q_2$  як згортку відношень  $R_j$ :

$$\mu_{Q_2}(x, y) = \sum_{j=1}^m \lambda_j \mu_j(x, y).$$

4. Знайти нечітку підмножину недомінуючих альтернатив у множині  $(X, \mu_{Q_2})$  за формулою (10.15):

$$\mu_{Q_2}^{H.O.}(x) = 1 - \sup_{y \in X} [\mu_{Q_2}(y, x) - \mu_{Q_2}(x, y)].$$

5. Знайти перетин множин:  $\mu_{Q1}^{н.д.}$  та  $\mu_{Q2}^{н.д.}$  за формулою (10.10):

$$\mu^{н.д.}(x) = \min\{\mu_{Q1}^{н.д.}(x), \mu_{Q2}^{н.д.}(x)\}.$$

6. Раціональним вважається вибір альтернатив з множини:

$$X^{н.д.} = \{x \mid x \in X, \mu^{н.д.}(x) = \sup_{x^* \in X} \mu^{н.д.}(x^*)\}.$$

Далі наведено приклад вибору альтернативи, виходячи з заданих трьох однаково важливих відношень переваги:  $R_1, R_2, R_3$ .

Дані: множина альтернатив  $X = \{x_1, x_2, x_3\}$  та на  $X$  задані три однаково важливих відношення переваги:  $R_1, R_2, R_3$ .

Знайти альтернативу з найбільшим ступенем невідомінованості.

Для простоти розглядаються чіткі відношення. Алгоритм обчислень залишається тим же у разі нечітких відношень, коли функція приналежності задана на інтервалі  $[0, 1]$ :

x	x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>	x <sub>3</sub>
x <sub>1</sub>	1	1	0
x <sub>2</sub>	1	1	0
x <sub>3</sub>	0	0	1

x	x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>	x <sub>3</sub>
x <sub>1</sub>	1	1	1
x <sub>2</sub>	0	1	1
x <sub>3</sub>	0	0	1

x	x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>	x <sub>3</sub>
x <sub>1</sub>	1	1	0
x <sub>2</sub>	1	1	0
x <sub>3</sub>	1	0	1

1. Будують відношення нестрогої переваги:  $Q_1$  з  $\mu_{Q_1}(x_i, x_j)$  за формулою (10.10):

1	1	0
0	1	0
0	0	1

2. Будують  $Q_2$  відношення строгої переваги з  $\mu_{Q_2}(x_i, x_j)$  за формулою (10.14), яке відповідає  $Q_1$ :

0	1	0
0	0	0
0	0	0

3. Знаходять множину  $\mu_{Q_2}$  недомінуючих альтернатив у множині  $X, \mu_{Q_2}$  за формулою (10.15):

$x_1$	$x_2$	$x_3$
1	0	1

4. Будують відношення  $Q_3$  з  $\mu_{Q_3}(x_i, x_j)$ , як згортку відношень за такою формулою (це відношення нестрогої переваги):

$$Q_3 = 1/3(\mu_1(x_i, x_j) + \mu_2(x_i, x_j) + \mu_3(x_i, x_j)).$$

$x$	$x_1$	$x_2$	$x_3$
$x_1$	1	1	1/3
$x_2$	2/3	1	1/3
$x_3$	1/3	0	1

5. Будують відношення  $Q_4$  з  $\mu_{Q_4}(x_i, x_j)$ , як відношення строгої переваги, на підставі відношення  $Q_3$  за формулою (10.14):

$x$	$x_1$	$x_2$	$x_3$
$x_1$	0	1/3	0
$x_2$	0	0	1/3
$x_3$	0	0	0

6. Знаходять підмножину  $\mu_{Q4}$  невідоміючих альтернатив у множині  $X$ ,  $\mu_{Q4}$  за формулою (10.15):

$x_1$	$x_2$	$x_3$
1	2/3	2/3

7. Знаходять результуючу множину невідоміючих альтернатив як перетин множин  $\mu_{Q2}$  и  $\mu_{Q4}$  за формулою (10.3):

$x_1$	$x_2$	$x_3$
1	0	2/3

Раціональним вважається вибір альтернативи  $x_1$ , яка має максимальний ступінь невідоміюваності.

### Питання для самоперевірки

1. Розкрити зміст поняття "нечітка множина".
2. Розкрити зміст поняття "лінгвістична змінна".
3. Розкрити зміст поняття "об'єднання нечітких множин".
4. Розкрити зміст поняття "різниця нечітких множин".
5. Розкрити зміст поняття "перетин нечітких множин".
6. Розкрити зміст поняття "доповнення нечіткої множини".
7. Розкрити зміст поняття "декартовий добуток  $A_1 \times A_2 \times \dots \times A_n$  нечітких множин".
8. Розкрити зміст поняття "безліч рівня".
9. Розкрити зміст поняття "нечітке відношення".
10. Розкрити зміст поняття "нечітке відношення  $R$  нестрогої переваги".
11. Розкрити зміст поняття "нечітке відношення  $R$  строгої переваги".

## Контрольні запитання та задачі

### Задача вибору альтернативи з найбільшим ступенем недомінованості на підставі методу прийняття рішень при нечіткому відношенні переваги на безлічі чітко заданих альтернатив

Множина альтернатив  $X$  складається з п'яти елементів:

$\{X_1, X_2, X_3, X_4, X_5\}$  – п'ять міст України: Харків, Луганськ, Донецьк, Полтава, Київ. Нечітке відношення нестрогої переваги альтернатив з  $\mu_R(x_i, x_j)$  наведено далі. Воно відображає оцінку експертом результатів парного порівняння рівня забруднення атмосферного повітря в різних містах України. Тобто, стан повітря в м. Донецьк в 0,7 разів не гірший ніж в м. Луганськ та таке саме для інших порівнянь.

Міста	Харків	Луганськ	Донецьк	Полтава	Київ
Донецьк	1	0,7	0,8	0,5	0,5
Полтава	0	1	0,3	0	0,2
Харків	0	0,7	1	0	0,2
Луганськ	0,6	0,1	0,9	1	0,6
Київ	0	0	0	0	1

Знайти альтернативу з найбільшим ступенем недомінованості на підставі методу прийняття рішень при нечіткому відношенні переваги на безлічі чітко заданих альтернатив.

### Відповідь для перевірки

Будуємо нечітке відношення строгої переваги з  $\mu_R^S(x_i, x_j)$ .

0	0,7	0,8	0	0,5
0	0	0	0	0,2
0	0,4	0	0	0,2
0,1	0,1	0,9	0	0,6
0	0	0	0	0

Функція приналежності нечіткої множини недомінуючих альтернатив має такі значення:

Харків	Луганськ	Донецьк	Полтава	Київ
0,9	0,3	0,1	1	0,4

Альтернатива  $x_4$  (місто Полтава) домінує над усіма іншими.

### Резюме за темою

Прийняття рішень в умовах повної невизначеності має істотний аспект, пов'язаний з:

- нечітким баченням мети вибору,
- нечіткими оцінками альтернатив,
- нечіткими оцінками критеріїв,
- нечіткими оцінками відношення переваги альтернатив.

У цьому випадку говорять про "невизначеність бажань і мети", коли ОПР не в змозі вибрати єдиний критерій і мета не зрозуміла. У цьому випадку розглядають клас "відповідних рішень" у рамках теорії нечітких множин.

### Словник термінів

<b>Нечітка множина <math>C</math> в <math>X</math></b>	сукупність пар вигляду: $(x, \mu_C(x))$ , де $x \in X$ , $\mu_C$ – функція $x \rightarrow [0,1]$ , яку називають функцією приналежності нечіткої множини $C$
<b>Лінгвістична змінна</b>	змінна, що описує об'єкт дослідження в словесній формі
<b>Об'єднання нечітких множин <math>A</math> і <math>B</math> в <math>X</math></b>	називається нечітка множина $A \cup B$ з функцією приналежності вигляду: $\mu_{A \cup B}(x) = \max\{\mu_A(x), \mu_B(x)\}, x \in X$
<b>Різниця нечітких множин <math>A</math> і <math>B</math> в <math>X</math></b>	нечітка множина $A \setminus B$ з функцією приналежності вигляду: $\mu_{A \setminus B}(x) = \begin{cases} \mu_A(x) - \mu_B(x) & \text{в разі } \mu_A(x) \geq \mu_B(x) \\ 0 & \text{в інших випадках} \end{cases}$



<b>Перетин нечітких множин <math>A</math> і <math>B</math> в <math>X</math></b>	називається нечітка множина $A \cap B$ з функцією приналежності вигляду: $\mu_{A \cap B}(x) = \min\{\mu_A(x), \mu_B(x)\}, x \in X$
<b>Доповнення нечіткої множини <math>A</math> в <math>X</math></b>	називається нечітка множина $A^*$ з функцією приналежності вигляду: $\mu_{A^*}(x) = 1 - \mu_A(x), x \in X$
<b>Декартовий добуток <math>A_1 \times A_2 \times \dots \times A_n</math> нечітких множин <math>A_i</math> в <math>X_i</math>, <math>i = 1, 2, \dots, n</math></b>	нечітка множина $A$ в декартовому добутку $X = X_1 \times X_2 \times \dots \times X_n$ з функцією приналежності: $\mu_A(x) = \min\{\mu_{A_1}(x_1), \mu_{A_2}(x_2), \dots, \mu_{A_n}(x_n)\},$ $x = (x_1, \dots, x_n) \in X$
<b>Множина рівня <math>\alpha</math> нечіткої множини <math>A</math> в <math>X</math></b>	множина в звичайному сенсі, яка складається з елементів $x \in X$ , ступені приналежності яких нечіткої множини $A$ не менше за число $\alpha$
<b>Нечітке відношення <math>R</math> на множині <math>X</math></b>	нечітка підмножина декартового добутку $X \times X$ , яка характеризується функцією приналежності: $\mu_R : X \times X \rightarrow [0,1]$
<b>Об'єднання відношень <math>A</math> і <math>B</math></b>	називають відношення $C = A \cup B$ з функцією приналежності: $\mu_C(x, y) = \max\{\mu_A(x, y), \mu_B(x, y)\}$
<b>Перетин відношень <math>A</math> і <math>B</math></b>	називають відношення $D = A \cap B$ з функцією приналежності: $\mu_D(x, y) = \min\{\mu_A(x, y), \mu_B(x, y)\}$

<b>Відношення</b> $R^*$ називають доповненням відношення $R$ на множині $X$	якщо воно характеризується функцією приналежності:  $\mu_{R^*}(x, y) = 1 - \mu_R(x, y), \quad x, y \in X$
<b>Максимінний добуток</b> $A \circ B$ нечітких відношень $A$ і $B$ на множині $X$	характеризується функцією приналежності:  $\mu_{A \circ B}(x, y) = \sup_{z \in X} \min\{ \mu_A(x, z), \mu_B(z, y) \}$
<b>Мінімаксний добуток</b> $A \circ B$ нечітких відношень $A$ і $B$ на $X$	визначається функцією приналежності вигляду  $\mu_{A \circ B}(x, y) = \inf_{z \in X} \max\{ \mu_A(x, z), \mu_B(z, y) \}$
<b>Нечітке відношення</b> $R$ строгої переваги на $X$	називають будь-яке задане на цій множині нечітке відношення, функція приналежності якого приймає значення:  $\mu_R^S(x, y) = \begin{cases} \mu_R(x, y) - \mu_R(y, x) & \text{в разі } \mu_R(x, y) \geq \mu_R(y, x) \\ 0 & \text{в разі } \mu_R(x, y) \leq \mu_R(y, x) \end{cases},$ де $y \in X$ .
<b>Нечітке відношення</b> $R$ нестрогої переваги на $X$	називають будь-яке задане на цій множині нечітке рефлексивне відношення. Функція приналежності відношення нестрогої переваги $R: \mu_R: X \times X \rightarrow [0, 1]$ володіє властивістю рефлексії: $\mu_R(x, x) = 1$ при будь-якому $x \in X$ . Рефлексивність відображає факт, що будь-яка альтернатива не гірше самої себе

## Розділ 4. Системи підтримки прийняття рішень

### 11. Системи підтримки прийняття рішень.

#### Загальні відомості

**Мета вивчення теми** – освоєння області застосування і складу систем підтримки прийняття рішень.

**Основні питання:**

- 11.1. Сфера використання систем підтримки прийняття рішень.
- 11.2. Головні компоненти систем підтримки прийняття рішень.
- 11.3. Організація збереження даних в СППР.
- 11.4. Багатовимірна модель даних та багатовимірних СУБД.
  - 11.4.1. Особливості багатовимірного представлення даних.
  - 11.4.2. Операції з даними в багатовимірних моделях.
  - 11.4.3. Сфера використання багатовимірних СУБД.
- 11.5. Реляційний OLAP (ROLAP).
- 11.6. Приклад побудови багатовимірної моделі даних для оперативного аналізу даних.

**Професійні компетенції:** знання освоєння області застосування і складу систем підтримки прийняття рішень.

**Нормативна база для вивчення теми:** математика, дослідження операцій, теорія вірогідностей, статистика, системний аналіз.

**Ключові терміни:** система підтримки прийняття рішень, OLAP-аналіз, агреговані дані, багатовимірна кубічна модель даних, модель "Зірка", модель "Сніжинка".

#### 11.1. Сфера застосування систем підтримки прийняття рішень

Оперативність аналізу інформації про діяльність підприємств будь-якої форми власності, виду і масштабу діяльності є потребою сучасного стилю управління та є основою прийняття, як оперативних, так і стратегічних управлінських рішень.

Розвиток інформаційних технологій дозволив задачі прийняття рішень вирішувати з використанням комп'ютерних систем.

Системи підтримки прийняття рішень (СППР) концентрують могутні методи математичного моделювання, науки управління, інформатики і є інструментом, покликаним надати допомогу ОПР у прийнятті управлінських рішень [9; 10; 21; 47; 48; 64; 75; 84; 85; 87].

Мета СППР полягає не в автоматизації процесу прийняття рішення, а в здійсненні кооперації, взаємодії між системою і людиною в процесі прийняття рішень.

СППР не можуть ні допомогти, ні перешкодити у прийнятті рішення. Їх метою є своєчасно забезпечити аналітиків і експертів ефективним інструментом для проведення оперативного аналізу даних, які надійшли з багатьох джерел та накопичені за достатньо тривалий період (дані характеризують об'єкт управління в історичній ретроспективі) задовільною комбінацією критеріїв.

Еволюція СППР характеризується рівнем допомоги, яка надається ОПР – від пасивної підтримки до розширеної, активної підтримки.

Сучасні СППР на відміну від статичних систем, або інформаційних систем керівника (ICK) – (Executive Information Systems (EIS)), є динамічними та такими, що орієнтовані на обробку нерегламентованих, несподіваних (ad hoc) запитів аналітиків до даних та формування звітів довільної форми.

Інтерес до систем підтримки прийняття рішень (СППР) (Decision Support System (DSS)), як перспективної галузі, постійно зростає. У багатьох країнах розробка та реалізація СППР перетворилася на напрям бізнесу, що швидко розвивається. СППР набули широкого використання на рівні стратегічного управління, окремо для довго-, середньо- і короткострокового, а також для фінансового планування, включаючи систему для розподілу капіталовкладень. Орієнтовані на операційне управління, яке виконується із засобами OLAP-аналізу, СППР застосовуються в галузях маркетингу (прогнозування й аналізу збуту, дослідження ринку і цін), у науково-дослідницьких і конструкторських роботах, в управлінні кадрами, в оперативному управлінні: виробництвом, придбанням і обліком товарно-матеріальних запасів, їхнім фізичним розподілом і бухгалтерським обліком [47; 48; 85; 88].

Перелік сучасних СППР, які використовуються в різних сферах управління, є настільки всеосяжним, що потребує самостійного дослідження для достатньо повної їх класифікації.

Треба тільки відмітити, що існує множина СППР, які є вбудованими додатками в ІС підприємств, та множина інструментальних засобів, як автономних, так і таких, що підтримуються сучасними СУБД та дозволяють будувати OLAP-моделі, які і є основою для побудови СППР.

## **11.2. Головні компоненти систем підтримки прийняття рішень**

Існує велика розмаїтість визначень СППР. Найбільш стислим та таким, що адекватно відображає поняття СППР є таке – це інтерактивна комп'ютерна система, призначенням якої є забезпечення аналітика, або особи, що приймає рішення (ОПР), гнучким інструментом для прийняття рішень із слабо структурованих або неструктурованих проблем за різними видами діяльності.

За визначенням [47; 87] СППР – інтерактивна комп'ютерна система або підсистема, призначена для надання допомоги ОПР у використуванні: комунікаційних технологій, даних, документів, знань і моделей для ідентифікації проблеми, формування процесу прийняття рішення і ухвалення його.

СППР є загальним терміном для будь-якого програмного продукту, яке дозволяє ЛПР або групі осіб, ухвалити рішення.

З іншого боку, СППР відноситься до науки досліджень, яка включає розробку і вивчення СППР у контексті їх використання.

Загалом, СППР є класом комп'ютеризованих інформаційних систем, що підтримують діяльність ОПР. Розрізняють п'ять категорій СППР:

- СППР орієнтовані на комунікації,
- СППР орієнтовані на дані,
- СППР орієнтовані на документи,
- СППР орієнтовані на знання,
- СППР орієнтовані на моделі.

Залежно від рівня вирішуваних задач, від масштабу наочної області виділяють три класи СППР. СППР першого класу мають найбільші функціональні можливості і призначені для застосування в органах державного управління вищого рівня (наприклад, міністерства) і органах управління великих компаній при плануванні крупних комплексних цільових програм для обґрунтування рішень щодо включення в програму різних політичних, соціальних або економічних заходів і розподілу між ними ресурсів на основі оцінки їх впливу на

досягнення основної мети програми. СППР цього класу є системами колективного користування, бази знань яких формуються багатьма експертами – фахівцями в різних областях знань.

СППР другого класу є системами індивідуального користування, бази знань яких формуються самим користувачем. Вони призначені для використання державними службовцями середнього рангу, а також керівниками малих і середніх фірм для вирішення оперативних задач управління.

СППР третього класу є системами індивідуального користування, що адаптуються до досвіду користувача. Вони призначені для вирішення прикладних задач системного аналізу та управління, що часто зустрічаються (наприклад, вибір суб'єкта кредитування, вибір виконавця роботи, призначення на посаду та ін.). Такі системи забезпечують отримання рішення поточної задачі на основі інформації про результати практичного використання рішень цієї ж задачі, прийнятих у минулому.

Практично всі види СППР характеризуються чіткою структурою, що включає три головних компонента:

- підсистему інтерфейсу користувача;
- підсистему управління базами даних (СУБД);
- підсистему управління базою моделей.

Інтерфейс користувача орієнтований на специфіку його діяльності, тобто на його категорію.

Кінцеві користувачі СППР за характером діяльності можуть бути об'єднані в три основні категорії:

1) аналітики, які повинні володіти не тільки методами дослідження предметної області, але й мати уявлення про сховище даних, а також володіти інструментами розробки спеціалізованих додатків;

2) середня ланка керівних працівників, які використовують дані для підготовки рішень на рівні свого підрозділу. Ця категорія рідко використовує деталізовані дані, зосереджуючись на слабко та дуже агрегованих даних. Інструментами їх роботи є стандартні звіти, налаштовані на інтерактивний режим роботи зі спеціалізованими додатками;

3) вищий ешелон керівництва використовує надто агреговані дані з основних показників, спеціалізовані додатки у вигляді інтерактивних звітів, які відображають діяльність організації загалом для прийняття стратегічних рішень.

Отже інтерфейс користувача СППР розробляється з урахуванням того, що аналітик формує запити, часто і несподівані, і вивчає їх результати в інтерактивному режимі, кожен з запитів може породити потребу в новій серії запитів.

### 11.3. Організація збереження даних у СППР

Одним із важливих моментів при розробці СППР є організація бази даних (БД). Сучасна база даних (БД) включає дві частини: транзакційну і аналітичну.

Транзакційна частина БД є традиційною, невід'ємною частиною будь-якої інформаційної системи, і використовується для розробки різноманітних модулів автоматизації обліку виконання тих або інших бізнес-процесів.

Характерними рисами транзакційної бази є:

- 1) реляційна структура (переважно);
- 2) накопичення значних об'ємів фактичних даних;
- 3) виконання операцій додавання, видалення, редагування записів;
- 4) відсутність агрегованих (обчислених) даних;
- 5) є основою для розробки аналітичної частини БД.

Аналітична частина БД використовується при виконанні оперативного аналізу інформації і розробці на її основі моделей для систем підтримки прийняття рішень.

Вимоги до аналітичних систем висунув Е. Кодд, поклавши початок концепції OLAP (On-Line Analytical Processing), як динамічного інтерактивного багатовимірного аналізу даних, який сформулював 12 основних вимог до програмних продуктів класу OLAP [36; 47].

Характерними рисами аналітичної БД є:

- 1) структура БД відповідає одній з моделей обробки даних:

Multidimensional On-Line Analytical Processing (MOLAP) – оперативна обробка даних у багатовимірній кубічній чи полікубічній моделі;

Relational On-Line Analytical Processing (ROLAP) – оперативна обробка даних у реляційній моделі "Зірка" або "Сніжинка";

Hybrid On-Line Analytical processing (HOLAP) – оперативна обробка даних у гібридній моделі;

- 2) зберігання агрегованих даних;

3) відсутність операцій видалення і редагування агрегатів даних і накопичення їх, як правило, за хронологією;

4) є основою для моделей підтримки прийняття рішень.

Використання кубічної моделі даних та схем за моделлю "Зірка" або "Сніжинка" дозволяють виконувати оперативний аналіз агрегованих даних та приймати рішення щодо характеристик об'єктів дослідження.

## 11.4. Багатовимірна модель даних та багатовимірні СУБД

### 11.4.1. Особливості багатовимірного представлення даних

Багатовимірна організація даних передбачає багатовимірне представлення структур даних та підтримку багатовимірності в умовах маніпулювання даними та не означає багатовимірність візуалізації даних. Дані представляються кінцевому користувачу не у вигляді чотирьох або п'ятивимірних гіперкубів, а засобами звичної та комфортної двовимірної бізнес-графіки.

Навіть при невеликих обсягах даних, звіт, наданий у вигляді двовимірної таблиці (моделі автомобіля по осі Y та час по осі X), наочніше й інформативніше звіту з реляційною формою організації (рис. 11.1).

<b>Реляційна модель</b>			
<b>Модель</b>	<b>Місяць</b>	<b>Обсяг</b>	
"BMW"	Червень	12	
"BMW"	Липень	24	
"BMW"	Серпень	5	
"Mercedes"	Червень	2	
"Mercedes"	Липень	18	
"Opel"	Липень	19	
<b>Багатовимірна модель</b>			
	Червень	Липень	Серпень
"BMW"	12	24	5
"Mercedes"	2	18	No

Рис. 11.1. Реляційна та багатовимірна моделі представлення даних

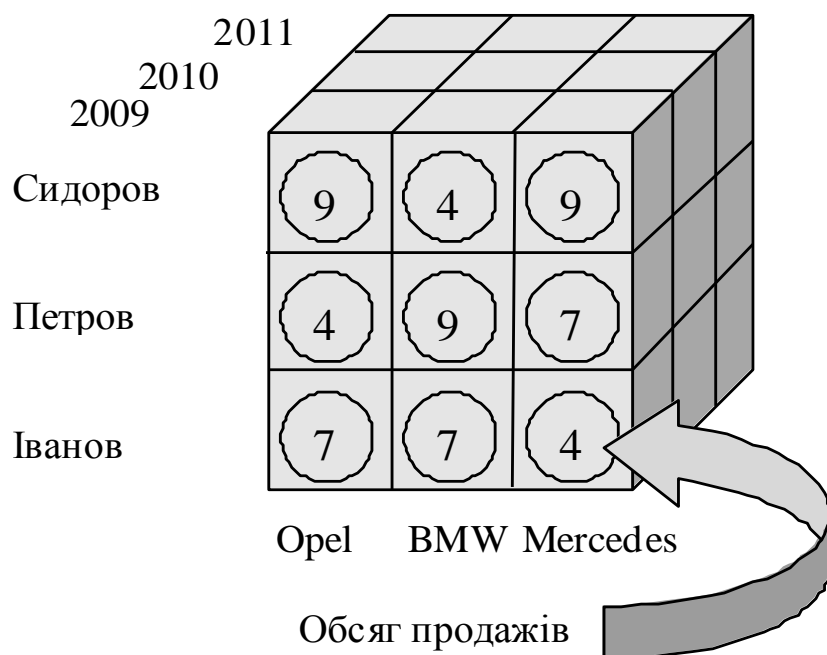


Якщо кількість моделей автомобілів дорівнює 30, кількість місяців – 12, при реляційному уявленні вийде звіт у 360 (30 x 12) рядків, який займе не менше 5–6 сторінок. У разі ж багатовимірною (в цьому випадку двовимірною) уявлення вийде досить компактна таблиця розміром 12 на 30, яка цілком вміститься на одній сторінці, і яку навіть при такому обсязі даних можна реально оцінювати й аналізувати.

Основними поняттями, якими оперує користувач та проектувальник у багатовимірній моделі даних, є: **вимір** (*Dimension*) та **клітинка** (*Cell*) або **показник** (*Measure*).

**Вимір** – це безліч однотипних даних, утворюючих одну з граней гіперкуба (аналог домена в реляційній моделі). Наприклад, дні, місяці, квартали, роки – це часові вимірювання, які найчастіше використовуються в аналізі. Прикладами географічних вимірювань є міста, райони, регіони, країни тощо.

У багатовимірній моделі даних виміри відіграють роль індексів (рис. 11.2), які використовуються для ідентифікації конкретних значень (показників), що знаходяться в клітинках гіперкуба.



**Виміри:**        **Модель – Opel, BMW, Mercedes**  
                      **Менеджер – Сидоров, Петров, Іванов**  
                      **Час (Рік) – 2009, 2010, 2011**  
**Показник:**    **Обсяг продажів**

Рис. 11.2. **Виміри та показники (клітинки)**

**Показник** – це поле (звичайно цифрове), значення якого однозначно визначається фіксованим набором вимірювань.

У багатовимірній СУБД (БСУБД) Oracle Express Server показник може бути визначений, як:

**змінна (Variable)** – значення таких показників один раз вводяться з будь-якого зовнішнього джерела або формуються програмно, а потім у явному вигляді зберігаються в багатовимірній базі даних;

**формула (Formula)** – значення таких показників обчислюються за деякою заздалегідь специфікованою, формулою. Тобто для показника, який має тип **формула**, в БД зберігається не його значення, а формула, за якою ці значення можуть бути обчислені.

У багатовимірній моделі рис. 11.2:

перший вимір – модель автомобіля;

другий вимір – менеджер, який продав автомобіль;

третьій вимір – час (рік).

На перетині граней гіперкуба знаходяться значення показника **"Обсяг продажів"**.

На відміну від вимірювань не всі значення показників (рис. 11.3) можуть мати реальні значення. Наприклад, менеджер Сидоров у 2009 р. міг ще не працювати на фірмі, і в цьому випадку всі значення показника **"Обсяг продажів"** за цей рік для нього будуть мати невизначені значення.



Рис. 11.3. Невизначені значення показників

## 11.4.2. Операції маніпулювання вимірами

**Формування "Зрізу" (Slice)** – ця підмножина гіперкуба, яка була одержана внаслідок фіксації значення одного або більшої кількості вимірів. Наприклад, обмеживши значення виміру "**Модель автомобіля**" = "BMW", отримаємо підмножину гіперкуба (в цьому випадку – двовимірну таблицю), яка містить інформацію про історію продажів цієї моделі різними менеджерами в різні роки.

**Операція "Обертання" (Rotate)** – це зміна порядку представлення (візуалізації) вимірів. Звичайно застосовується при двовимірному представленні даних. Ця операція забезпечує можливість візуалізації даних у формі, найбільш комфортній для їх сприйняття. Наприклад, аналітик має можливість вивести звіт, у якому моделі автомобілів перераховані по осі  $X$ , а менеджери по осі  $Y$ , і може поміняти місцями координати (виконавши обертання на 90 градусів).

Використання **ієрархічних відносин (Hierarchical Relationships)**.

Безліч відносин може мати ієрархічну структуру, яка відображає залежність вимірювань один від одного.

Наприклад:

День → Місяць → Квартал → Рік;

Менеджер → Підрозділ → Регіон → Фірма → Країна;

Модель автомобіля → Завод-виробник → Країна.

Часто зручніше не оголошувати нові виміри і потім встановлювати між ними множину відносин, а використовувати механізм ієрархічних відносин. У цьому випадку всі потенційно можливі значення з різних вимірювань об'єднуються в одну множину.

**Операція Агрегації (Drill Up)** – це операція підйому за рівнями консолідації даних у процесі аналізу або переходу від деталізованих даних до агрегованих. З точки зору користувача, "**Підрозділ**", "**Регіон**", "**Фірма**", "**Країна**" є точно такими ж вимірюваннями, як і "**Менеджер**". Але кожне з них відповідає новому, більш високому рівню агрегації значень показника "**Обсяг продаж**". Наприклад, подивившись, наскільки успішно в 2011 р. Сидоров продавав моделі "BMW" та "Opel", керуючий може захотіти дізнатися, як виглядає співвідношення продажу цих моделей на рівні підрозділу, де Сидоров працює. А потім отримати аналогічну довідку по регіону або фірмі.

**Операція деталізації (*Drill Down*).** Це операція спуску за рівнями консолідації даних або переходу від агрегованих до деталізованих даних. Наприклад, почавши аналіз на рівні регіону, користувач має можливість отримати більш точну інформацію про роботу конкретного підрозділа або менеджера.

До основних етапів проектування багатовимірної БД відносяться:

- 1) визначення запитів потенційних користувачів аналітичної системи;
- 2) вибір вимірювань, показників, відносин;
- 3) вибір рівня агрегації вимірів;
- 4) розробка процедур представлення та аналізу даних.

### **11.4.3. Сфера використання багатовимірних СУБД**

Використання багатовимірних БД у системах оперативної аналітичної обробки має такі *переваги*.

1. Пошук та вибір даних здійснюється значно швидше, ніж при багатовимірному концептуальному погляді на реляційну базу даних. Середній час відповіді на нерегламентований запит при використанні багатовимірної СУБД на один-два порядки менше, ніж у випадку реляційної СУБД з нормалізованою схемою даних.

2. Багатовимірне представлення даних дозволяє реалізувати інструментарій аналітика на основі вбудованих функцій аналізу даних, які не підтримуються засобами реляційних СУБД.

З іншого боку, є істотні **обмеження** на використання БСУБД.

1. БСУБД не дозволяють працювати з великими базами даних. На сьогоднішній день їх реальна межа – 10 – 20 гігабайт.

2. БСУБД порівняно з реляційними малоефективно використовують зовнішню пам'ять. Клітинки гіперкуба зберігаються в них у вигляді логічно впорядкованих масивів (блоків фіксованої довжини), причому саме такий блок є мінімальною одиницею, яка індексується. Хоч у багатовимірних СУБД блоки, які не містять жодного певного значення, не зберігаються, це вирішує проблему тільки частково. Оскільки дані зберігаються у впорядкованому вигляді, невизначені значення не завжди віддаляються повністю, та лише в тому випадку, коли за рахунок вибору порядку сортування дані вдається організувати в максимально великі безперервні групи. Але порядок сортування, який частіше за все

використовується в запитах, може не співпадати з порядком, у якому вони повинні бути відсортовані з метою максимального усунення неіснуючих значень. Таким чином, при проектуванні багатовимірної БД часто доводиться жертвувати або швидкодією (а це одна з перших переваг та головна причина вибору саме багатовимірної СУБД), або зовнішньою пам'яттю (хоч максимальний розмір багатовимірних БД обмежений).

3. У цей час для багатовимірних СУБД відсутні єдині стандарти на інтерфейс, мови опису та маніпулювання даними.

4. Багатовимірні СУБД не підтримують реплікацію даних, що часто використовується як механізм завантаження.

Використання БСУБД виправдане тільки при таких умовах.

1. Рівень агрегації даних досить високий. При цьому об'єм початкових даних для аналізу не дуже великий (не більше декількох гігабайт).

2. Набір інформаційних вимірів стабільний (оскільки будь-яка зміна в їх структурі майже завжди вимагає повної перебудови гіперкуба).

## 11.5. Реляційний OLAP (ROLAP)

Забезпечення для реляційних системи, продуктивності, наближеної до продуктивності MOLAP-систем потребує ретельної розробки схеми БД. Використання схеми *"зірка"* (*"star schema"*) в реляційних системах забезпечує продуктивність, цілком порівняну з продуктивністю систем на основі багатовимірних баз даних.

У цій схемі використовуються два види таблиць: таблиця фактів (фактологічна таблиця) та декілька довідкових таблиць (таблиць вимірювань). Як приклад, на рис. 11.4 наведена спрощена схема структури сховища даних на основі "зірки".

Лініями вказані зв'язки між таблицями; ключові атрибути таблиць виділені сірим кольором.

Кожний промінь схеми "зірки" задає, в термінології Е. Кодда, напрям консолідації даних за відповідним виміром.

У таблиці фактів звичайно містяться дані, які найбільш інтенсивно використовуються для аналізу. Якщо провести аналогію з багатовимірною моделлю, то запис фактологічної таблиці відповідає клітинці гіперкуба. У довідковій таблиці перераховані можливі значення одного з вимірів гіперкуба. Кожен вимір описується своєю власною довідковою таблицею. Фактологічна таблиця індексується по складному ключу, який компонується з індивідуальних ключів довідкових

таблиць. У реальних системах кількість рядків у фактологічній таблиці може складати десятки і сотні мільйонів. Кількість довідкових таблиць звичайно не перевищує двох десятків.

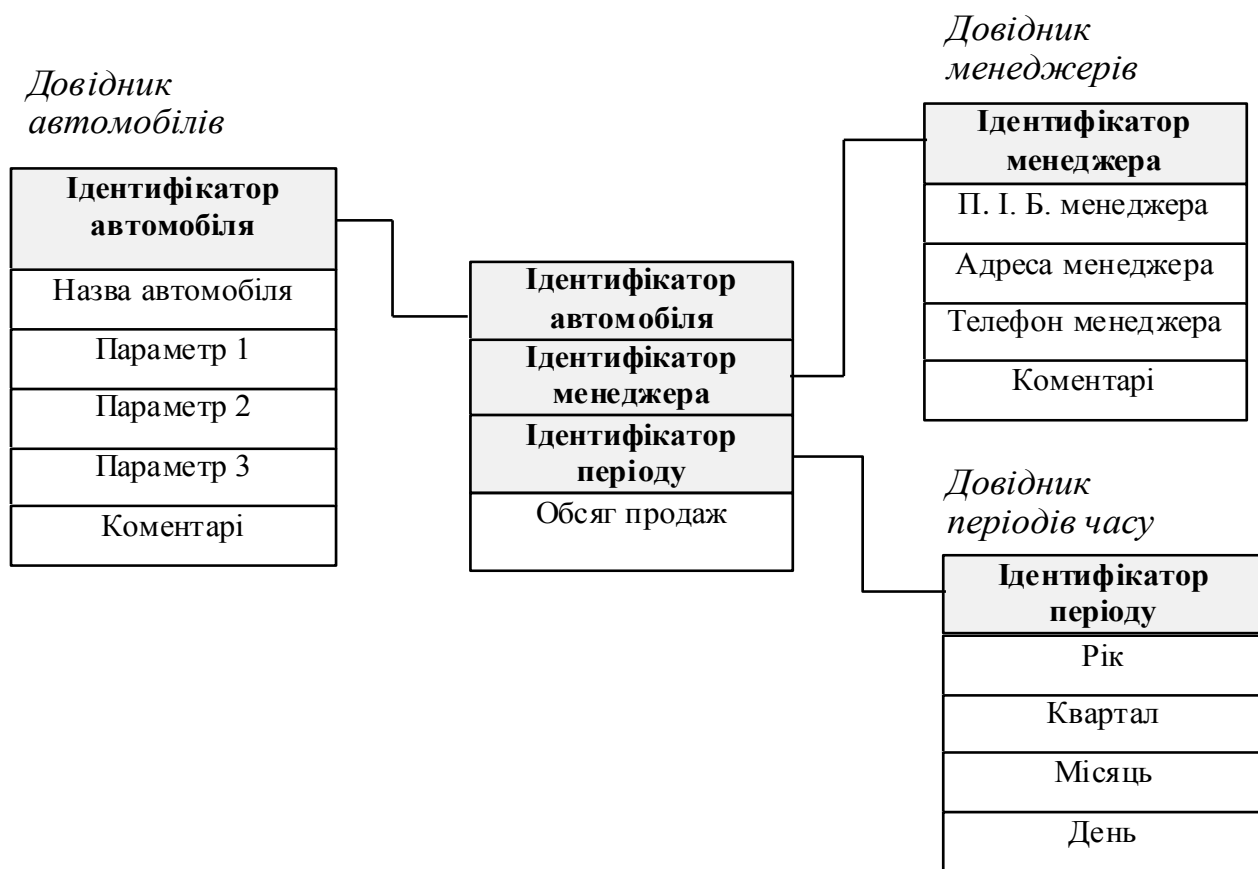


Рис. 11.4. Приклад БД з радіально пов'язаними таблицями (схема "зірка")

Для збільшення продуктивності аналізу в фактологічній таблиці можуть зберігатися не тільки деталізовані, а й заздалегідь обчислені агреговані дані.

Якщо БД включає велику кількість вимірювань, використовується схема **"сніжинка"** ("**snowflake**"). У цій схемі атрибути довідкових таблиць деталізують у додаткових довідкових таблицях (рис. 11.5).

Для скорочення часу, необхідного для отримання відгуку аналітичної системи, можна використати деякі спеціальні засоби. До складу могутніх реляційних СУБД звичайно входять оптимізатори запитів. При створенні сховищ даних на основі реляційних СУБД їх наявність набуває особливої ваги. Оптимізатори аналізують запит та визначають кращу, з позиції деякого критерію, послідовність операцій звертання до БД для його виконання. Наприклад, може мінімізуватися

кількість фізичних звернень до дисків при виконанні запиту. Оптимізатори запитів використовують складні алгоритми статистичної обробки, які оперують кількістю записів у таблицях, діапазонами ключів і т. ін.

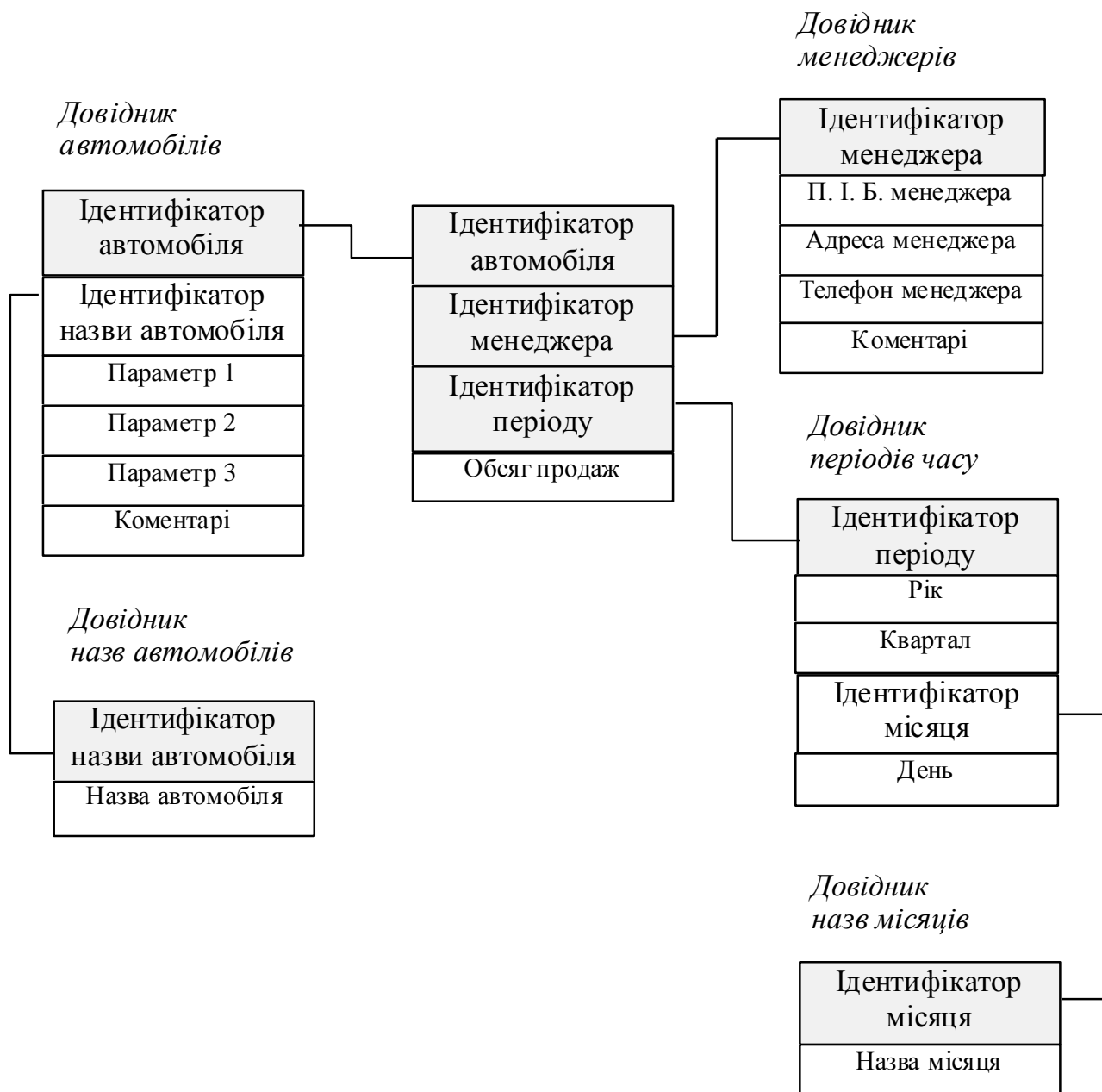


Рис. 11.5. Приклад БД зі схемою "сніжинка"

Використання реляційних БД у системах оперативної аналітичної обробки має такі переваги.

1. Інструменти ROLAP дозволяють проводити аналіз безпосередньо над сховищем (оскільки в переважній більшості випадків корпоративні сховища даних реалізуються засобами реляційних СУБД).

2. У разі змінної розмірності задачі, коли зміни в структуру вимірів доводиться вносити досить часто, ROLAP системи з динамічним представленням розмірності є оптимальним рішенням, оскільки в них такі модифікації не вимагають фізичної реорганізації БД.

3. Системи ROLAP можуть функціонувати на набагато менш могутніх клієнтських станціях, ніж системи MOLAP, оскільки головне обчислювальне навантаження в них лягає на сервер, де виконуються складні аналітичні SQL-запити, що формуються системою.

4. Реляційні СУБД забезпечують значно вищий рівень захисту даних та розмежування прав доступу.

5. Реляційні СУБД мають реальний досвід роботи з дуже великими базами даних та розвиненими засобами адміністрування.

Недоліки ROLAP-систем: по-перше, обмежені можливості з точки зору розрахунку значень функціонального типу; по-друге, менша продуктивність порівняно з MOLAP-системами.

Це пов'язано з тим, що побудова схеми "зірка" вимагає створення проміжної таблиці, яка є декартовим добутком довідкових таблиць, котрі використовуються в запиті. Потім виконується послідовний перегляд двох таблиць (фактологічної та проміжної), в процесі якого відсіваються всі рядки, які не відповідають умовам вибору. Такий спосіб оптимізації дає ефект тільки тоді, коли проміжна таблиця вміщується в ОЗП. Але це не завжди так. Наприклад, якщо запит посилається на 10 довідкових таблиць, у кожній з яких всього 10 рядків довжиною в 40 символів, внаслідок виконання операції декартова добутку вийде проміжна таблиця в 10 млрд рядків. А об'єм ОЗП для її розміщення становитиме 400 гігабайт.

Як відзначив Е. Кодд, реляційний підхід ніколи не призначався для вирішення задач, які вимагають синтезу, аналізу та консолідації даних. Спочатку передбачається, що такого роду функції повинні бути реалізовані за допомогою зовнішніх відносно реляційних СУБД інструментальних засобів. Як уже відзначалося, реляційний і багатовимірний підходи взаємно доповнюють один одного.

Сьогодні БСУБД все частіше і частіше використовуються не тільки як самостійний програмний продукт, а й як аналітичні засоби переднього плану відносно систем сховищ даних або традиційних оперативних систем, що реалізуються засобами реляційних СУБД (рис. 11.6).



Взагалі така система включає три рівні:

**перший рівень** – це загальнокорпоративна БД на основі реляційної СУБД із нормалізованою чи слабо нормалізованою схемою (деталізована БД);

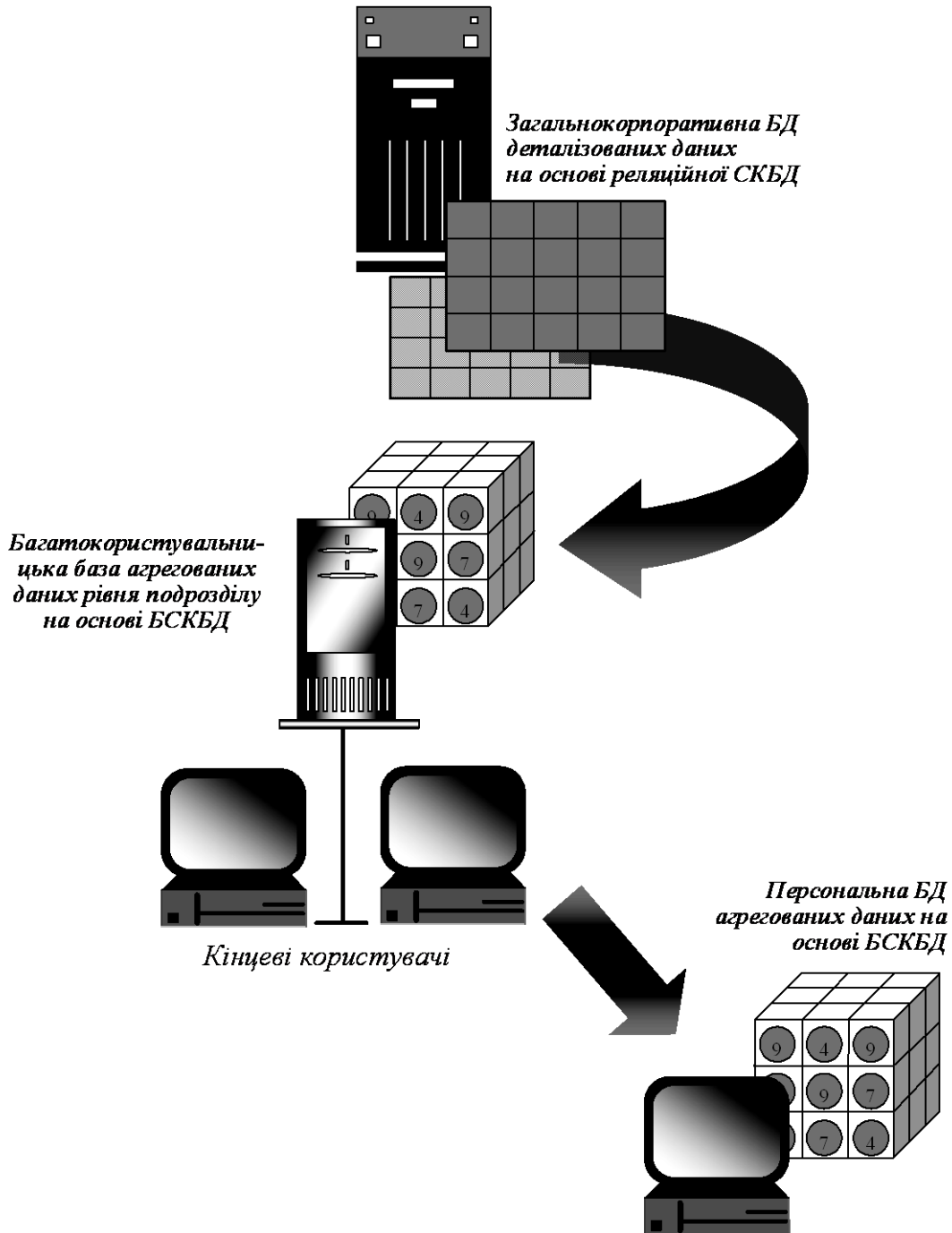


Рис. 11.6. Використання БСУБД у багаторівневій архітектурі інформаційної системи

**другий рівень** – це БД агрегованих даних рівня підрозділу, яка реалізована на основі БСУБД;

**третій рівень** – персональна БД агрегованих даних на робочому місці кінцевого користувача, де безпосередньо встановлений аналітичний інструментарій.

Інструментальне середовище розробки багатовимірних моделей є невід'ємною частиною будь-якої могутньої СУБД, але існують автономні ефективні інструменти побудови таких моделей. Одними з найбільш популярних є MSExcel, "Deductor" [89].

### **11.6. Приклад побудови багатовимірної моделі даних для виконання оперативного аналізу даних**

Дані результати фіксації сум платежів, що виручаються торгуючою організацією від щоденних продажів продукції трьох фірм-виробників: "АРГО", "НОВИНА", "БЛИСК". Дані накопичувалися протягом декількох років у ROLAP-моделі "Сніжинка". Облік виконується по різних виробниках, роках, місяцях, днях тижня, конкретних датах. Причому продажі здійснюються щодня, без вихідних.

З метою підвищення оперативності і наочності представлення інформації при аналізі даних була побудована кубічна модель даних засобами пакету "Deductor" [89].

На рис. 11.7 приведений результат побудови куба.

OLAP-інструментарій пакету Deductor простий, зрозумілий і зручний, як у процесі побудови моделі, так і в процесі аналізу даних.

1. За бажанням користувача можна аналізувати дані в самому кубі і в допоміжній таблиці деталізації, що відображає дані певних осередків куба.

2. Структуру куба можна перебудувувати в процесі аналізу.

3. Діаграма для даних куба оперативно викликається на одному листі з даними (рис. 11.8).

4. "Deductor" дозволяє виконувати всі необхідні операції аналізу даних: "Підйому", "Спуску", "Обертання" (транспонування матриці даних), "Зрізу".

Причому транспонувати матрицю можна як в полі зведеної таблиці, так і в полі діаграми, що підвищує оперативність аналізу.

5. Можливо виконати експорт результатів моделювання в Word, Excel, зберегти у форматі HTML.

На рис. 11.9 наведено ті ж дані, що й на рис.11.8 тільки у вигляді графіків, що підкреслює аналітичні можливості пакету.

Файл Правка Вид Избранное Сервис Окно ?

Таблица X Куб X

Сценарии  
Текстовь

Рік Місяць Фірма

Дата	День тижня	АРГО	БЛИСК	НОВИНА	Мгрос
1	П'ятниця	89,19	22,87	108,34	220,40
2	Субота	34,00	45,80	96,90	176,70
3	Неділя	52,00	23,80	82,90	158,70
4	Понеділок	45,60	42,80	92,70	181,10
5	Вівторок	67,90	36,80	92,60	197,30
6	Середа	61,60	39,50	93,60	194,70
7	Четвер	70,00	39,00	83,00	192,00
8	П'ятниця	58,30	56,00	82,00	196,30
9	Субота	72,00	63,00	98,00	233,00
10	Неділя	56,00	53,00	94,60	203,60
11	Понеділок	69,00	39,50	108,90	217,40
12	Вівторок	85,00	56,00	93,00	234,00
13	Середа	58,30	51,00	81,90	191,20
14	Четвер	58,30	76,00	85,00	219,30
15	П'ятниця	72,00	91,00	97,10	260,10
16	Субота	73,00	64,00	93,60	230,60
17	Неділя	75,00	86,00	95,00	256,00
18	Понеділок	98,30	79,00	98,89	276,19
19	Вівторок	78,00	51,00	93,60	222,60
20	Середа	82,00	65,60	93,00	240,60
21	Четвер	67,90	56,70	95,50	220,10
22	П'ятниця	44,78	48,10	98,90	191,78
23	Субота	75,00	38,00	97,00	210,00
24	Неділя	76,00	64,00	93,60	233,60
25	Понеділок	59,99	52,00	108,30	220,29
26	Вівторок	63,00	39,50	95,00	197,50
27	Середа	75,00	57,00	106,00	238,00
28	Четвер	78,30	39,50	98,00	215,80
29	П'ятниця	72,00	58,00	110,00	240,00
30	Субота	86,00	79,00	120,00	285,00
31	Неділя	75,00	55,60	93,60	224,20

1 / 1

Рік	Місяць	Дата	День тижня	Фірма	Сума платежу, Є
2010	Січень	30	Субота	НОВИНА	120

Рис. 11.7. Результат побудови куба в середовищі пакета "Deductor"

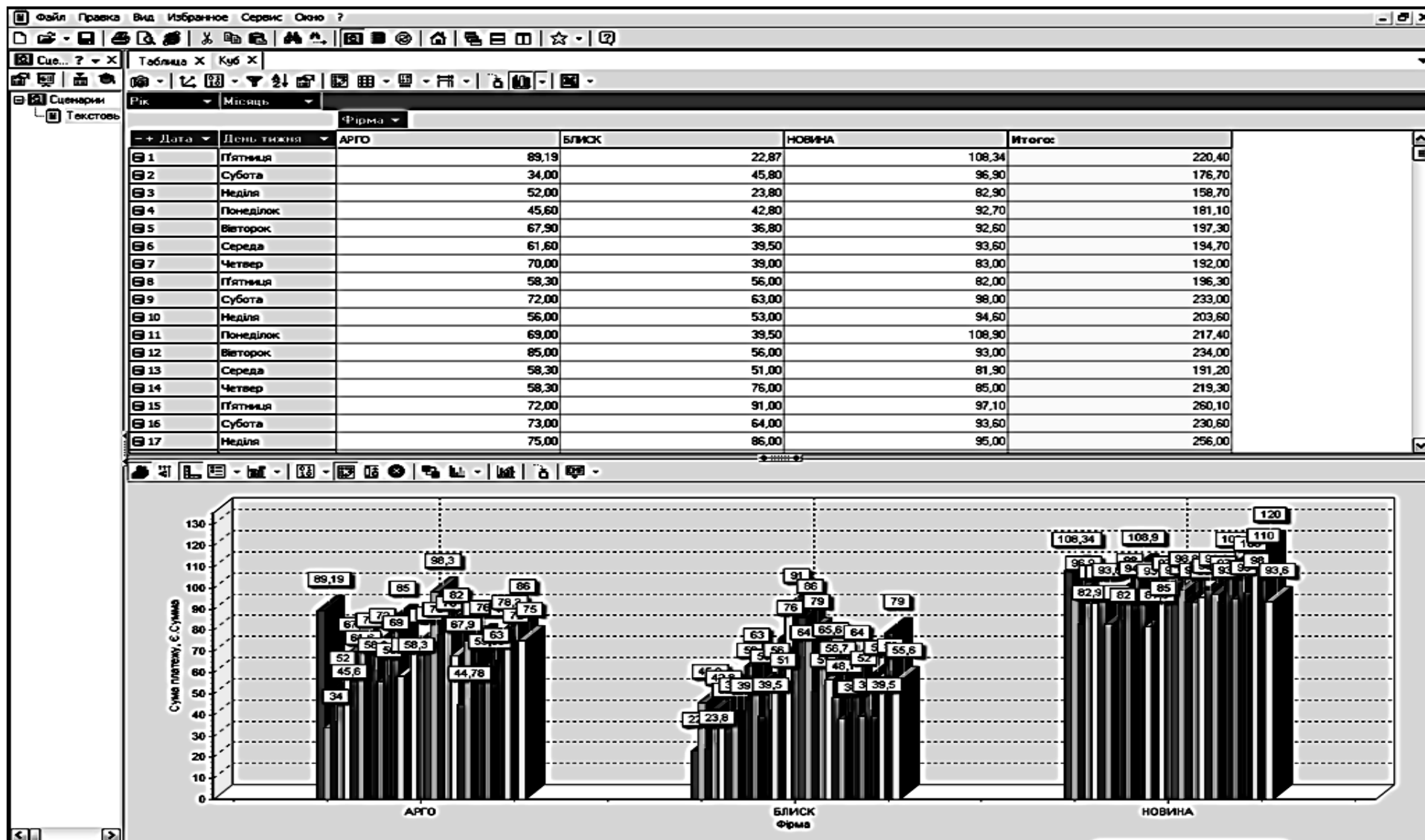


Рис. 11.8. Діаграма аналізу даних

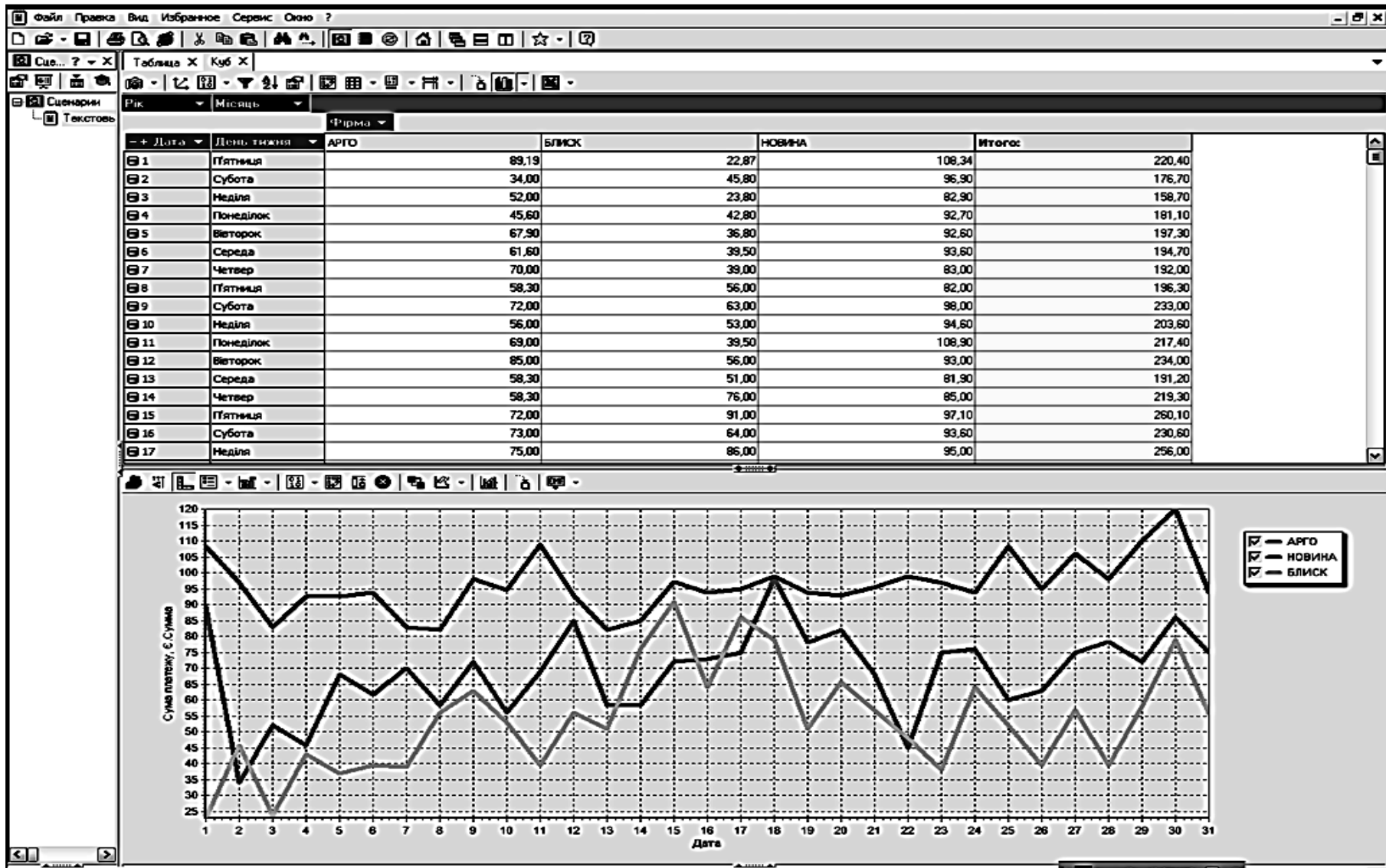


Рис. 11.9. Графіки аналізу даних

У результаті виконання фільтрації даних на діаграмі (рис. 11.10), відображені платежі за придбану продукцію в недільні дні січня 2010 року.



Рис. 11.10. Діаграма аналізу даних по недільних днях січня 2010 р.

Переваги засобів побудови OLAP-моделей аналітичної платформи "Deductor" дозволяють ефективно використовувати пакет як робочий інструмент аналітиків фірм різних видів і рівнів діяльності.

Отримана модель дозволяє аналітику організації, яка торгує, оперативно зробити висновок про те, що продукція фірми "НОВИНА" користується великим попитом у покупців і приносить більш стабільний дохід, ніж продукція фірм "АРГО" і "БЛИСК". І у вихідні дні продукція фірми "НОВИНА" користується великим попитом.

Модель дозволяє аналізувати більш вдалі дні тижня, місяці і роки реалізації продукції різних фірм і робити відповідні організаційні висновки.

База моделей для аналітичних обчислень СППР залежить від призначення системи, тобто від функціоналу, який вона реалізує. Її

складають моделі, орієнтовані на вирішення задач певної предметної сфери. Крім традиційних математичних моделей її складають численні діаграми, графічні схеми наочного відображення результатів моделювання ілюстративного характеру, які підсилюють аналітичні можливості ОПР.

### **Питання для самоперевірки**

1. Розкрити зміст поняття "система підтримки прийняття рішень".
2. Привести і пояснити основні компоненти СППР.
3. Пояснити особливості збереження даних у СППР.
4. Пояснити відмінності між транзакційною і аналітичною частинами сучасної бази даних.
5. Пояснити особливості багатовимірних моделей зберігання даних.
6. Розкрити зміст поняття "OLAP".
7. Розкрити зміст понять "MOLAP", "ROLAP", "HOLAP".
8. Навести і пояснити основні терміни, що використовуються в багатовимірній моделі даних.
9. Пояснити переваги і недоліки моделі даних MOLAP.
10. Пояснити переваги і недоліки моделі даних ROLAP.

### **Контрольні запитання і задачі**

#### **Задача**

**Відомі:** стаціонарні пункти спостережень за станом атмосферного повітря в різних районах міста, дати моніторингу, забруднюючі речовини, дані замірів, значення ГДК речовин.

**Необхідно:** побудувати багатовимірну модель даних за даними еколого-економічного моніторингу стану атмосферного повітря в промисловому місті. Проаналізувати: які з районів міста найбільш за все піддаються негативному впливу та які речовини перевищують рівень ГДК в цих районах. Які висновки можна зробити на підставі аналізу результатів моніторингу стану атмосферного повітря в місті?

#### **Резюме за темою**

Мета СППР полягає не в автоматизації процесу прийняття рішення, а в здійсненні кооперації, взаємодії між системою і людиною в процесі прийняття рішень. СППР не можуть ні допомогти, ні перешкодити у прийнятті рішення. Їх метою є своєчасно забезпечити аналітиків і

експертів ефективним інструментом для проведення оперативного аналізу даних, які надійшли з багатьох джерел та накопичені за достатньо тривалий період (дані характеризують об'єкт управління в історичній ретроспективі) за довільною комбінацією критеріїв.

Практично всі види СППР характеризуються чіткою структурою, що включає три головних компонента:

- підсистему інтерфейсу користувача;
- підсистему управління базами даних (СУБД)
- підсистему управління базою моделей.

### Словник термінів

<b>СППР</b>	інтерактивна комп'ютерна система, призначенням якої є забезпечення аналітика, або особи, що приймає рішення (ОПР), гнучким інструментом для прийняття рішень із слабо структурованих або неструктурованих проблем за різними видами діяльності
<b>OLAP (On-line analytical processing)</b>	оперативний аналіз даних
<b>MOLAP (Multidimensional On-Line Analytical Processing)</b>	оперативна обробка даних у багатовимірній кубічній чи полікубічній моделі даних
<b>ROLAP (Relational On-Line Analytical Processing)</b>	оперативна обробка даних у реляційній моделі "Зірка" або "Сніжинка"
<b>HOLAP (Hybrid On-Line Analytical processing)</b>	оперативна обробка даних у гібридній моделі даних
<b>Вимір в багаторівневій моделі даних (Dimension)</b>	це безліч однотипних даних, утворюючих одну з граней гіперкуба (аналог домена в реляційній моделі)



<b>клітинка (Cell) або показник (Measure)</b>	це поле (звичайно цифрове), значення якого однозначно визначається фіксованим набором вимірювань
<b>Формування "Зрізу" (Slice)</b>	ця підмножина гіперкуба, яка була одержана внаслідок фіксації значення одного або більшої кількості вимірів
<b>Операція "Обертання" (Rotate)</b>	це зміна порядку представлення (візуалізації) вимірів
<b>Операція Агрегації (Drill Up)</b>	операція підйому за рівнями консолідації даних в процесі аналізу або переходу від деталізованих даних до агрегованих
<b>Операція деталізації (Drill Down)</b>	операція спуску за рівнями консолідації даних або переходу від агрегованих до деталізованих даних

## 12. ГІС-технології в прийнятті рішень

**Мета вивчення теми** – засвоєння можливостей ГІС-технологій у розробці систем підтримки прийняття рішень.

### Основні питання:

12.1. Роль ГІС-технологій в умовах глобалізації бізнесу.

12.2. Короткий огляд продуктів компанії ESRI.

12.3. Приклади розробки моделей прийняття рішень із застосуванням ГІС-технологій.

12.3.1. Моделювання оцінювання послідовності приєднання до великого міста прилеглих населених пунктів.

12.3.2. Моделювання оцінювання площі затоплення у весняну повінь населених пунктів, які знаходяться на річці Сіверський Донець.

12.3.3. Моделювання пошуку місця розміщення нових підприємств у районах міст: Донецьк, Запоріжжя, Луганськ, Суми, Херсон.

12.3.4. Моделювання пошуку місця розміщення нових підприємств при реструктуризації виробництва в районі міста Луганськ.

12.4. "Spatial Analyst" пакету ArcGIS 9 – повнофункціональний інструмент ГІС-моделювання та підтримки прийняття рішень.

**Професійні компетенції:** знання області використання та складу геоінформаційних систем, можливості застосування ГІС-технологій у розробці систем підтримки прийняття рішень.

**Нормативна база для вивчення теми:** математика, дослідження операцій, теорія вірогідностей, статистика, системний аналіз.

**Ключові терміни:** географічна інформаційна система, буферна зона, полігон, векторна тема, растрова тема, полігональний об'єкт, оверлейна зона.

## **12.1. Роль ГІС-технологій в умовах глобалізації бізнесу**

Глобалізація бізнесу неминуче викликає появу та поширення нових підприємств з територіально розподіленими ресурсами, зокрема корпоративних структур, так званих віртуальних підприємств, управління бізнес-процесами яких стає неможливим без врахування особливостей розташування їх численних ресурсів у просторі. Управління такими масштабними структурами передбачено в системах класу MRP, MRP II, ERP, CRM, SCM та інших. У рамках цих систем неодмінно використовуються СППР.

Однак в методиках проектування цих систем не завжди використовують особливості просторової інформації про місця знаходження чи переміщення численних ресурсів, яка реалізована в ГІС-технологіях. У той же час практично будь-яка управлінська інформація містить просторову або географічну складову, що неможливо не враховувати при виконанні оперативної обробки інформації.

Розвиток ІТ-технологій дозволив створити геоінформаційні системи (ГІС) – складні програмні продукти, які реалізують ГІС-технології, призначені для комп'ютерного моделювання різноманітних процесів з метою вирішення широкого кола задач, відносно об'єктів управління з просторовою прив'язкою [13; 18; 28; 36 – 39; 46; 50; 55; 61; 66; 68; 71 – 73].

Технологія (ГІС) має широкі можливості інтеграції і сумісного аналізу різнорідних даних та є незамінним інструментом для вирішення задач управління. Геоінформаційні системи (ГІС) та технології застосовуються при автоматизації обробки інформації про об'єкти будь-якого походження: штучні чи природні, моніторинг, опис, аналіз, моделювання стану яких і прийняття управлінських рішень щодо поліпшення їх характеристик є неповним без просторового аналізу.

Прикладами таких об'єктів управління є:

підприємства з територіально розподіленими ресурсами (фінансовими, матеріальними, трудовими, інформаційними, тощо) з необхідністю виконувати моніторинг та оптимізацію розміщення чи пересування ресурсів у просторі та часі;

підприємства, що надають Web-сервіси для широкого загалу користувачів, з необхідністю гнучкої координації використання сервісів у просторі та часі;

підприємства оператори мобільного зв'язку з необхідністю оптимального розміщення трансляційних станцій на певній території;

логістичні структури з необхідністю виконувати моніторинг матеріальних та фінансових потоків товарів чи вантажів у просторі та часі;

маркетингові фірми з необхідністю управляти процесом сегментації ринку, розповсюдження та просування товарів чи послуг в просторі та часі;

автотранспортні фірми з необхідністю оптимізувати управління рухом, забезпеченням паливом та іншими ресурсами;

заклади охорони здоров'я з необхідністю виконувати моніторинг стану здоров'я населення та роботи медичних працівників лікувальних закладів;

екологічні організації з необхідністю виконувати моніторинг та поліпшення стану оточення в просторі та часі;

будівельні фірми з необхідністю виконувати пошук оптимальних місць для будівництва;

навчальні заклади з дистанційною формою навчання та необхідністю відстежувати процес навчання в просторі та часі;

туристичні фірми з необхідністю обирати та відслідковувати маршрути туристів;

комунальні підприємства з необхідністю поліпшення управління всіма ресурсами побутового призначення;

органи державного управління з дистанційною формою територіального управління та багато інших.

Перспективним напрямом використання ІС-технологій є електронний уряд, який заснований на автоматизації всієї сукупності процесів управління в масштабах держави з метою підвищення ефективності

управління та зниження витрат соціальних комунікацій для кожного члена суспільства Internet [55; 59; 66].

Основою ефективного проектування електронного уряду є нові для даної сфери технологічні компоненти: СППР по територіальному управлінню, система комплексного управління взаємостосунками державних органів з громадянами і бізнесом на основі застосування: ГІС-технологій, організаційно-економічних методів і моделей концепції CRM, систем моделювання бізнес-процесів (BPM), систем бізнес-інтелекту (BI), технологій інтернет-маркетингу, оптимізації бізнес-процесів, побудови і використання електронних платіжних систем і т. д.

Останнім часом підвищується інтерес до напряму оперативного геомодельювання [55; 66], який базується на інструментах інтелектуального аналізу та є основою для розробки спеціалізованих СППР, сервіс-орієнтованих архітектур тощо.

Однак мало які з цих розробок реалізовані в діючих системах, а ті, що мають таке втілення, є вузькоспеціалізованими. Тому актуальною залишається розробка концепції моделювання оперативного аналізу та прийняття рішень із застосуванням ГІС-технологій з метою підтримки організаційного управління підприємств з територіально розподіленими ресурсами.

Світовими лідерами в галузі розробки ГІС є: компанія ESRI (USA) з ГІС-платформою ArcGIS; Autodesk Inc з лінійкою програмних продуктів AutoCAD Map, AutoCAD Civil [55; 66], MapGuide; компанія MapInfo Corp з ГІС-платформою MapInfo [68].

За визначенням розробників компанії ESRI, географічна інформаційна система (ГІС) – це система для управління географічною інформацією, її аналізу і відображення [73]. Географічна інформація представляється у вигляді серій наборів географічних даних, які моделюють географічне середовище за допомогою простих узагальнених структур даних. ГІС включає набори інструментальних засобів роботи з географічними даними.

База даних ГІС є транзакційною та реляційною за моделлю організації даних.

Щодо бази моделей, то виходячи з того, що картографія завжди мала утилітарне призначення – сприяла прийняттю правильних рішень стосовно об'єктів, параметри котрих мають картографічну інтерпретацію, то будь-яка географічна карта є моделлю. Вона з певною точністю

відображає стан просторових об'єктів та є топографічною основою зв'язків між ними.

Тому електронне втілення цих карт вже складає базу моделей ГІС. Крім цих просторових моделей ГІС містить множину інструментів, які реалізують математичні методи побудови моделей аналізу та прийняття рішень про об'єкти з просторовою прив'язкою.

Аналіз є ключовою функцією, яка відрізняє ГІС від інших програм візуалізації, що відіграє важливу роль при визначенні взаємозв'язків між географічними даними та прийнятті рішень.

Тому одним з найбільш перспективних напрямів рішення проблем аналізу та прийняття рішень з управління багатовекторною структурою з розподіленими ресурсами є розробка СППР на основі геоінформаційних систем (ГІС).

## **12.2. Короткий огляд продуктів компанії ESRI**

Компанія ESRI розрізняє три види ГІС [73]:

ГІС як база геоданих, де ГІС – це просторова база даних, що містить набори даних, які представляють географічну інформацію в контексті загальної моделі даних ГІС (векторні об'єкти, растри, топологія, мережі і т. д.);

ГІС як інструмент геовізуалізації, де ГІС – це набір інтелектуальних карт та інших видів, які відображають просторові об'єкти і відносини між об'єктами на земній поверхні. Дозволяють побудувати різні види карт, які можуть використовуватися як "вікна в базу даних" для підтримки запитів, аналізу і редагування інформації;

ГІС геообробки, де ГІС – це набір інструментів для отримання нових наборів географічних даних з існуючих наборів. Функції обробки просторових даних (геообробки) полягають у виборі інформації з існуючих наборів даних, застосуванні до них аналітичних функцій і запису отриманих результатів у вихідні набори даних.

У програмному забезпеченні ESRI® ArcGIS® ці три види ГІС представлено каталогом (ГІС як колекція наборів геоданих), картою (ГІС як інтелектуальний картографічний вид) і набором інструментів (ГІС як набір інструментів для обробки просторових даних).

Розвиток інтернет-технологій, технологій СУБД, об'єктно-орієнтованого програмування, розробки мобільних комп'ютерів і широкомасштабне застосування ГІС привели до нового бачення ролі і місця ГІС-технології.

Лінійка продуктів ArcGIS надає середовище, що масштабується, для роботи з ГІС як окремих користувачів, так і груп користувачів, на серверах, через Web і в польових умовах.

Крім настільних ГІС (GIS desktop), програмне забезпечення можна встановлювати централізовано на серверах додатків і Web-серверах. Набори засобів ГІС-логіки можливо вбудовувати в призначені для користувача додатки і поширювати разом з ними. ГІС застосовують у мобільних пристроях для підтримки робіт безпосередньо в місцях їх проведення – це так звані, польові ГІС.

Корпоративні користувачі ГІС зв'язуються з центральними ГІС-серверами і можуть працювати як з традиційними настільними програмними продуктами, так і з Web-браузерами, налаштованими на конкретні задачі додатками, мобільними комп'ютерами й іншими обчислювальними пристроями.

ArcGIS – це інтегрований набір програмних ГІС-продуктів для створення повноцінної ГІС. У його склад входять такі структурні компоненти:

1. ArcGIS Desktop – інтегрований набір професійних настільних ГІС-додатків.
2. ArcGIS Engine – вбудовувані компоненти розробника для створення призначених для користувача ГІС-додатків.
3. Серверні ГІС – ArcSDE®, ArcIMS® і ArcGIS Server.
4. Мобільні ГІС – ArcPad®, а також ArcGIS Desktop і Engine для Tablet PC.

На рис. 12.1 наведено функції настільного та Web-додатків платформи ArcGIS.

Далі наведено приклади моделювання засобами ГІС-технологій на основі даних з таких джерел [24; 30; 43; 59; 71; 72]. Приклади виконано засобами інструменту ArcView GIS 3.2 а – настільного варіанту ArcGIS [37 – 39]. Перші два приклади пов'язані з обчисленнями й аналізом саме географічних параметрів об'єктів дослідження та дозволяють кінцевому користувачу прийняти необхідні рішення. Ті ж самі дії можна виконати за допомогою паперової карти. На користь ГІС інструментів свідчить таке.

По-перше, існуючі ГІС дозволяють оперативно та регулярно здійснювати оновлення картографічних даних завдяки навігаційним системам GPS та ГЛОНАС. По-друге, ГІС-інструментарій дозволяє

кінцевому користувачу виконувати майже всі необхідні виміри та аналіз даних в інтерактивному режимі, в комфортній формі.

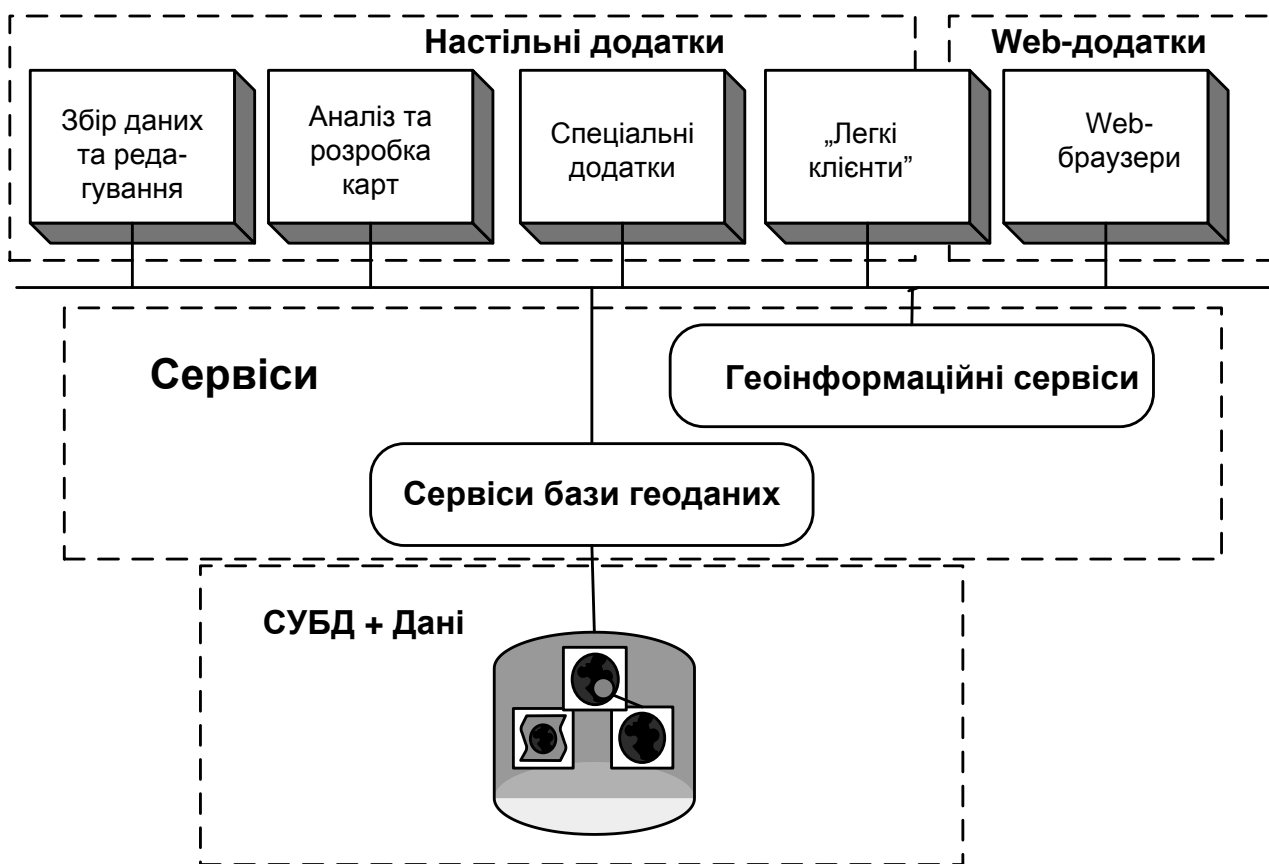


Рис. 12.1. Функції настільного та Web-додатків платформи ArcGIS

Наступні два приклади пов'язані із вирішенням оптимізаційних задач розміщення нових підприємств. Ці задачі лінійного програмування вирішуються засобами пакету MS Excel, результати обчислень нанесені на карту. В цьому разі карта дозволяє наочно відобразити результати пошуку оптимального місця розташування підприємств. Однак остаточне рішення в цьому разі не може бути прийнятим, задача потребує подальшого дослідження.

### 12.3. Приклади розробки моделей прийняття рішень із застосуванням ГІС-технологій

#### 12.3.1. Моделювання оцінювання послідовності приєднання до великого міста прилеглих населених пунктів

Існують велике місто та множина прилеглих населених пунктів, які в перспективі мають бути приєднані до міста. Необхідно виконати

ранжування населених пунктів для визначення черги їх приєднання. Критерієм оцінки можливості приєднання населеного пункту до великого міста прийняті: відстань між їх центрами та площа, яку він займає. Тобто в першу чергу приєднуються населені пункти, які знаходяться ближче до міста та займають більшу площу. Вирішення задачі проілюстровано на прикладі міста Харків. Для цього в середовищі пакета ArcView GIS 3.2 а було створено карту України та побудована буферна зона для міста Харків (як полігонального об'єкта) (рис. 12.2). У цьому прикладі шириною буферної зони було обрано 25 км.

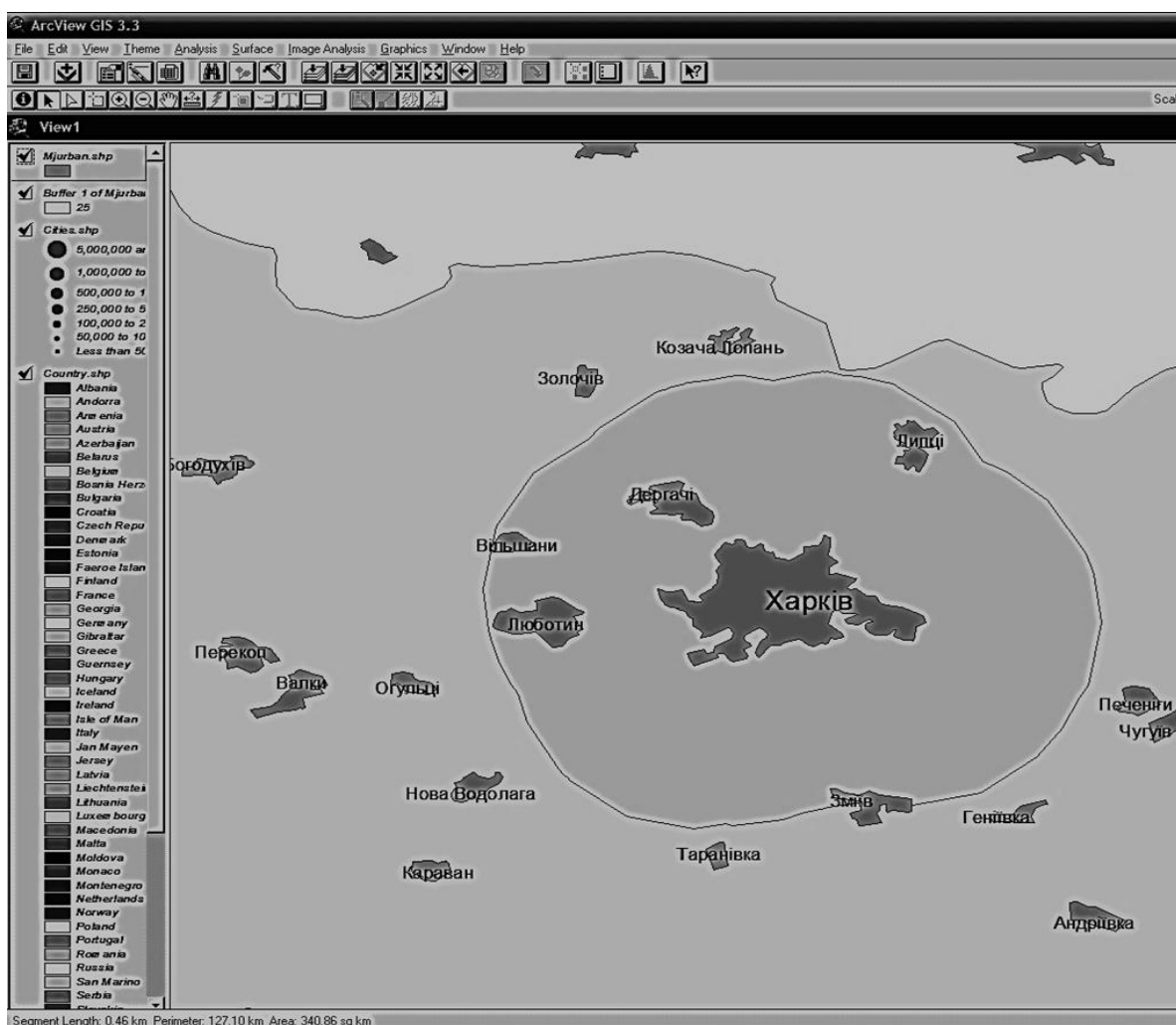


Рис. 12.2. Буферна зона шириною 25 км для полігону (м. Харків)

В отриманій буферній зоні для м. Харкова повністю, або частково, знаходяться такі населені пункти: Дергачі, Липці, Люботин, Вільшани, частково Зміїв.

Було оцінено відстані від центрів цих населених пунктів до центра міста Харкова вимірювальним інструментом пакету ArcView GIS 3.2 а. На рис. 12.3 наведено приклад для м. Харкова та населеного пункту Дергачі.



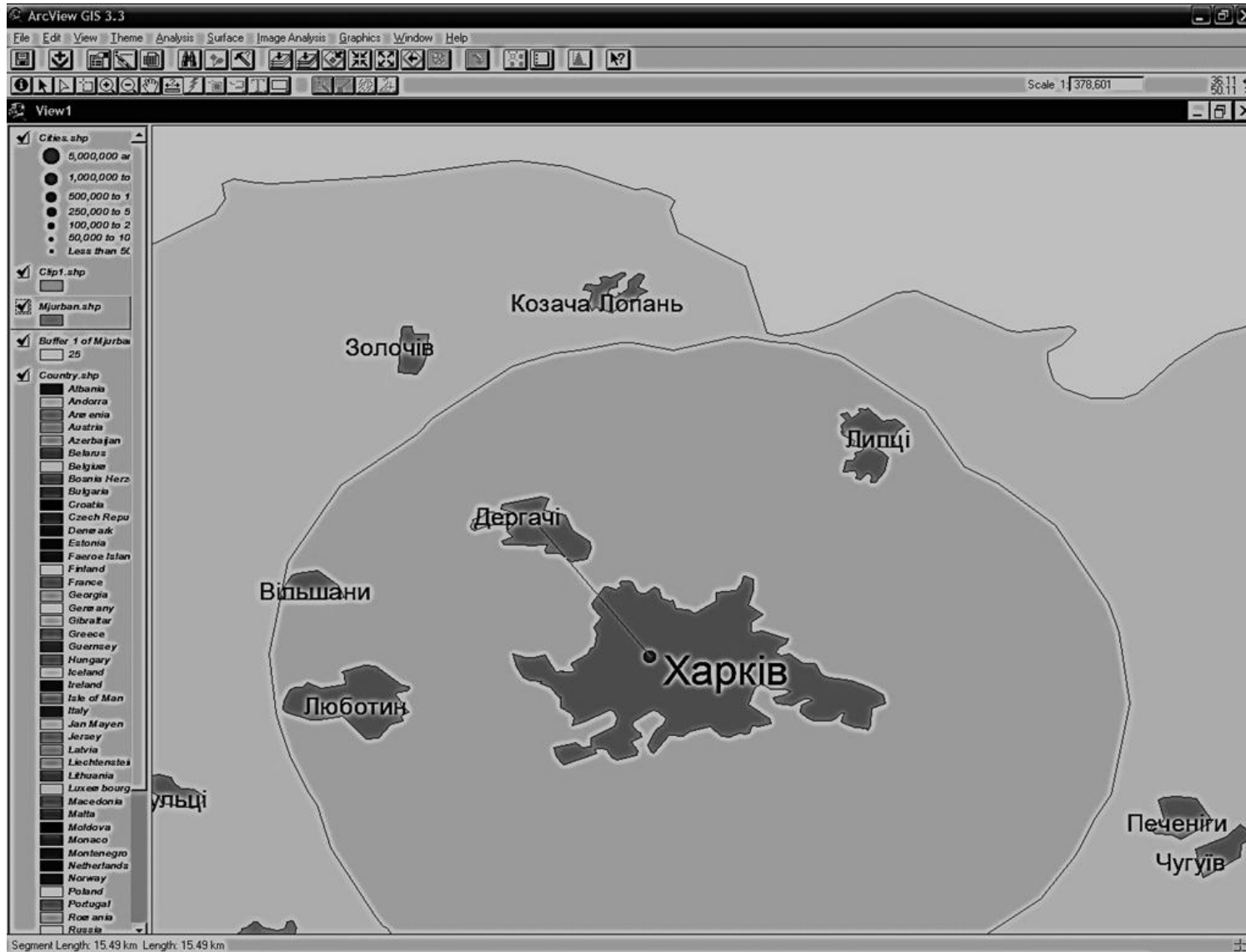


Рис. 12.3. Визначення відстані між центрами Харкова та населеного пункту Дергачі (15,49 км)

Полігони населених пунктів: Дергачі, Липці, Люботин, Вільшани повністю знаходяться в буферній зоні полігону міста Харків, тому достатньо визначити площі цих населених пунктів.

В якості прикладу на рис. 12.4 наведено визначення площі населеного пункту Дергачі.

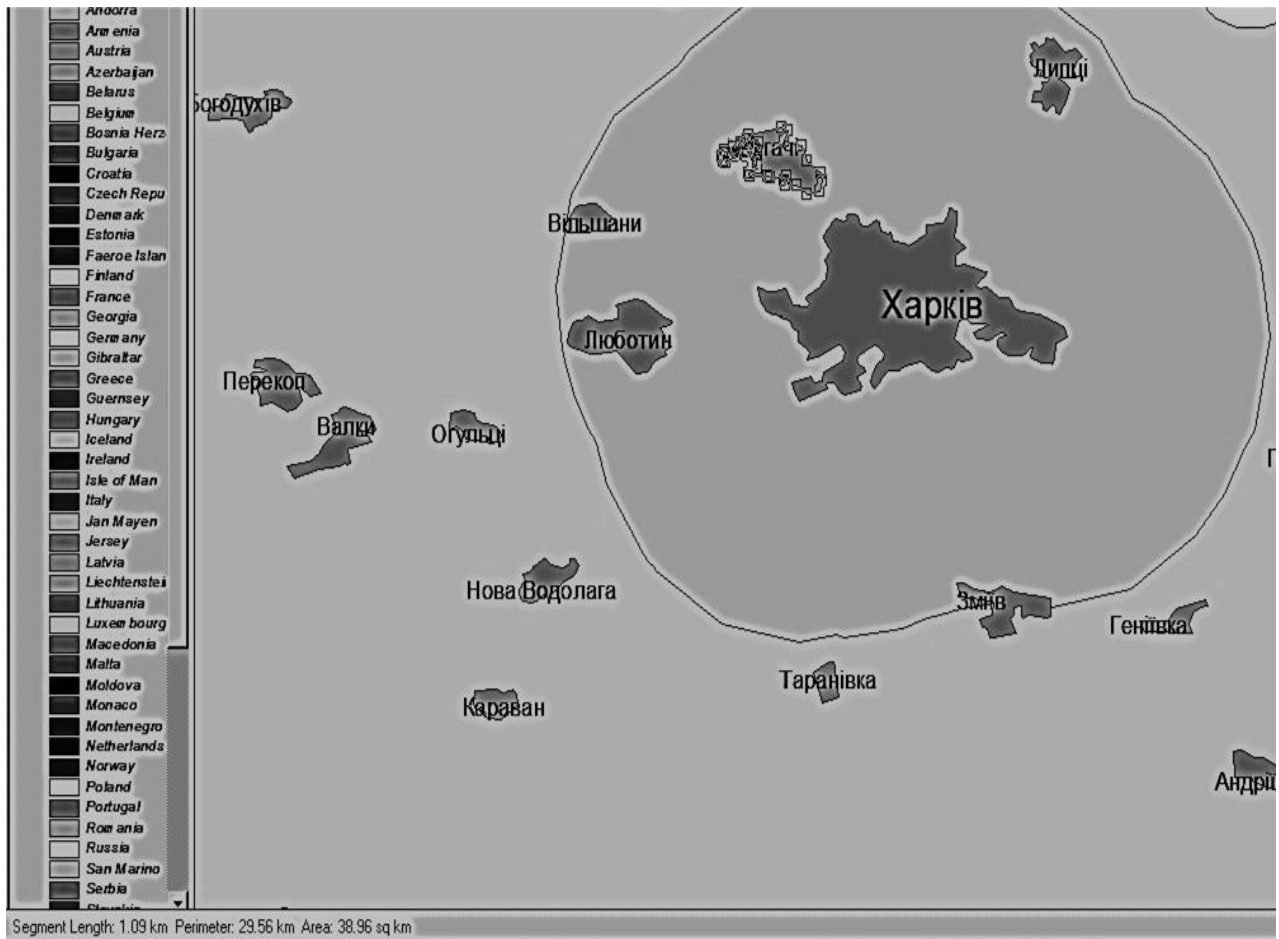


Рис. 12.4. Визначення площі населеного пункту Дергачі (38,96 кв. км)

Населений пункт Зміїв частково знаходиться в буферній зоні м. Харкова, тому для визначення площі цієї частки необхідно побудувати оверлійну структуру, тобто полігон, який є зоною перетину полігону буферної зони м. Харків з полігоном населеного пункту Зміїв.

На рис. 12.5 показано результат вибору операції "Clip one theme based on another" – "Вирізання однієї теми іншою", тобто одержання оверлійного полігону.

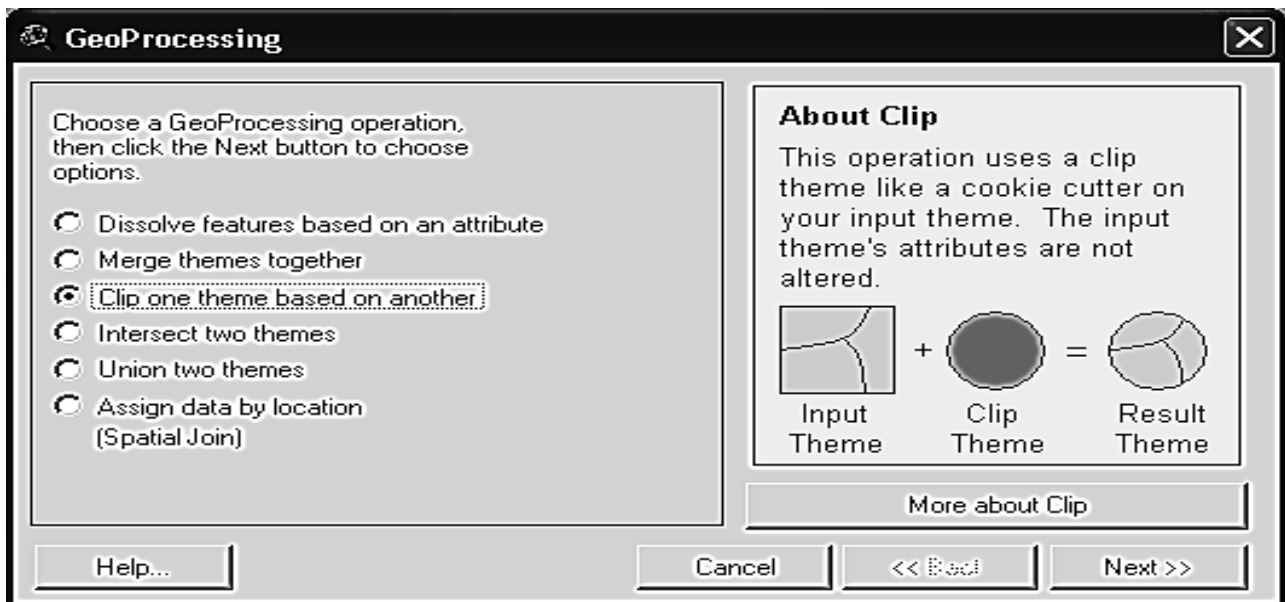


Рис. 12.5. Вікно з вибраною операцією геомодельювання

На рис. 12.6 наведено результат побудови такої зони та визначення її площі.

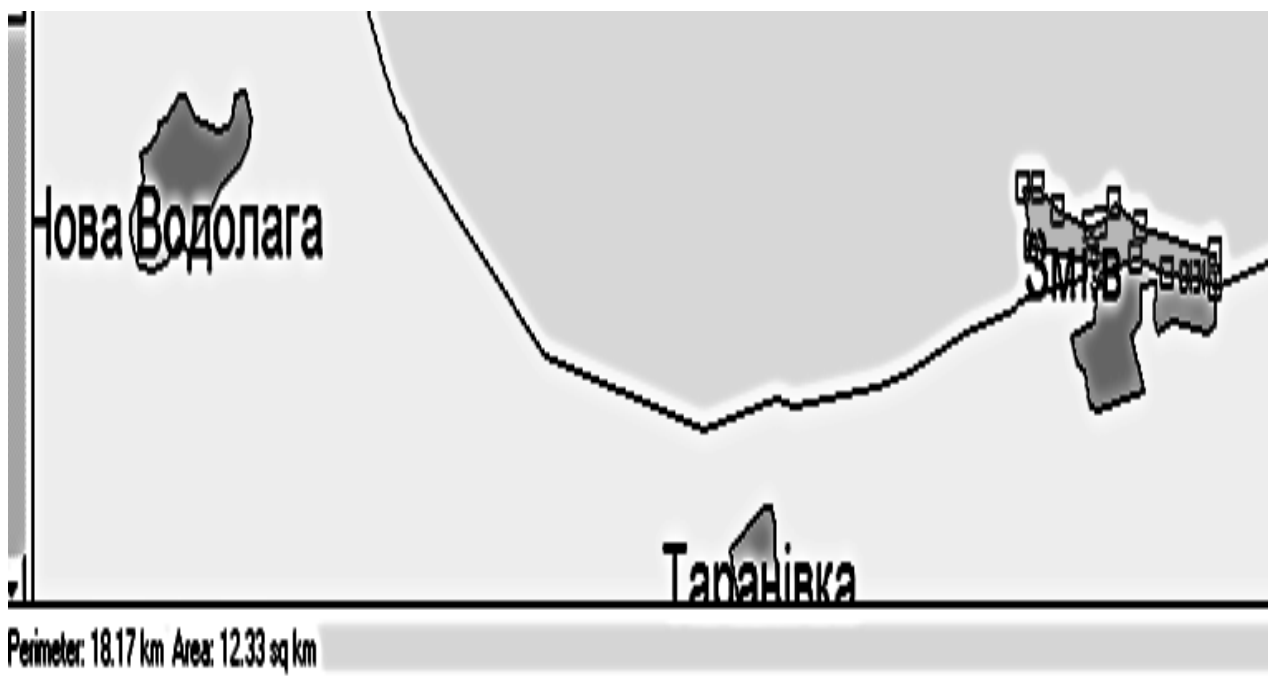


Рис. 12.6. Визначення площі зони перетину полігональних об'єктів: буферної зони міста Харків та полігону населеного пункту Зміїв (12,33 кв. км)

У табл. 12.1 наведені результати виміру відстаней між центрами вказаних населених пунктів та центром Харкова та площі населених пунктів, які розміщуються в буферній зоні м. Харкова.

**Площі населених пунктів, які розміщуються в буферній зоні м. Харкова та відстані між центрами населених пунктів та центром м. Харкова**

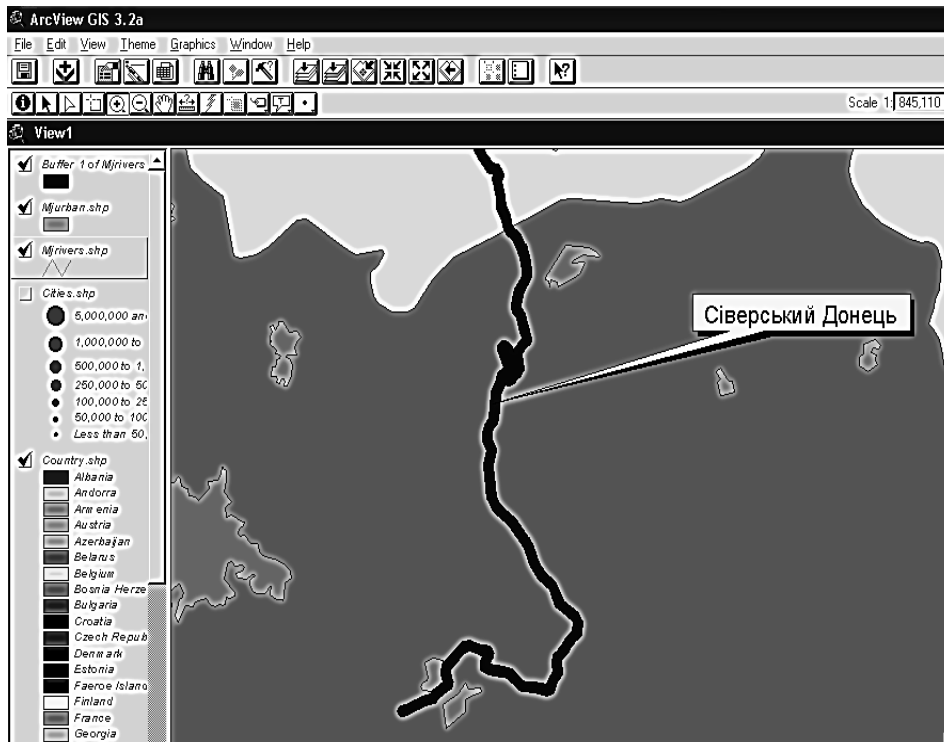
№	Назва населеного пункту	Площа перетину буферної зони м. Харків	Відстань між центрами м. Харків та населеного пункту	Ранг по площі	Ранг по відстані
1	Вільшани	13,86	23,69	4	3
2	Дергачі	38,96	15,53	<b>2</b>	<b>1</b>
3	Зміїв	12,33	34,97	5	5
4	Липці	27,79	26,22	3	4
5	Люботин	56,22	20,10	<b>1</b>	<b>2</b>

Аналіз даних табл. 12.1 дозволили виявити два населених пункти, які мають найбільшу площу перетину з площею буферної зони м. Харкова та найменшу відстань між їх центрами та центром м. Харкова: Дергачі та Люботин, чим обумовлена послідовність можливого приєднання їх до території м. Харків: Дергачі, потім – Люботин.

**12.3.2. Моделювання оцінювання площі затоплення в весняну повінь населених пунктів, які знаходяться на річці Сіверський Донець**

Річку Сіверський Донець нанесено на карту у вигляді двох сегментів: північного та південного. Вздовж річки знаходяться багато населених пунктів. За даними багаторічних спостережень, деякі з них потерпають у весняну повінь. Необхідно визначити, які з населених пунктів можуть постраждати весною 2012 року з метою прийняття відповідних заходів попередження небажаних наслідків від повіні.

Оцінку можливої площі затоплення в повінь було виконано для північного сегменту ріки Сіверський Донець та населеного пункту Печеніги. Ширину зони розливу ріки обрано рівною 1 км. Для цього в середовищі пакету ArcView GIS 3.2 а для північного сегменту річки Сіверський Донець було побудовано буферну зону шириною 1 км (рис. 12.7).



**Рис. 12.7. Буферна зона розливу північного сегмента річки Сіверський Донець шириною 1 км**

Площа оверліїної зони цієї буферної зони північного сегменту Сіверського Донця та полігону населеного пункту Печеніги, тобто площа можливого затоплення Печеніг у період весняної повені становить 8,73 км<sup>2</sup> (рис. 12.8).



**Рис. 12.8. Оверліїна зона буферу північного сегмента річки Сіверський Донець та населеного пункту Печеніги**

Наступний приклад ілюструє оцінку площ затоплення населених пунктів, які знаходяться вздовж південного сегменту річки.

Значення можливої зони розливу ріки Сіверський Донець прийняте рівним 1 км (рис. 12.9). У середовищі ArcView GIS 3.2 а було побудовано буферну зону цього сегменту ріки шириною 1 км (рис. 12.10).

На рис. 12.11 наведено площі оверлійних полігонів, як площі перетину буферної зони річки та відповідних населених пунктів.

Результати визначення площ затоплення для Куп'янську, Сенково та м. Зміїв наведені на рис. 12.12 та рис. 12.13 відповідно.

Результати оцінки площі можливого затоплення вказаних населених пунктів на цій ділянці ріки: Куп'янськ – 24,69 км<sup>2</sup>, Балаклія – 3,60 км<sup>2</sup>, Савінці – 5,24 км<sup>2</sup>, Ізюм – 10,03 км<sup>2</sup>, Сенково – 6,46 км<sup>2</sup>, Лисичанськ – 7,06 км<sup>2</sup>, Рубіжне – 0,80 км<sup>2</sup>, Оровське – 0,40 км<sup>2</sup>, Станично-Луганське – 6,07 км<sup>2</sup>, Нижнє – 1,02 км<sup>2</sup>.

Отримані значення площ дозволяють проранжувати населені пункти за ступенем небезпеки їхнього затоплення в 2011 році (табл. 12.2).

Таблиця 12.2

**Результати ранжирування населених пунктів за площею їх  
можливого затоплення р. Сіверський Донець у 2012 році**

№	Населений пункт	Площа затоплення, кв. км
1	Куп'янськ	24,69
2	Ізюм	10,03
3	Лисичанськ	7,06
4	Сенково	6,46
5	Станично-Луганське	6,07
6	Савінці	5,24
7	Балаклея	3,60
8	Нижнє	1,02
9	Рубіжне	0,80
10	Оровське	0,40

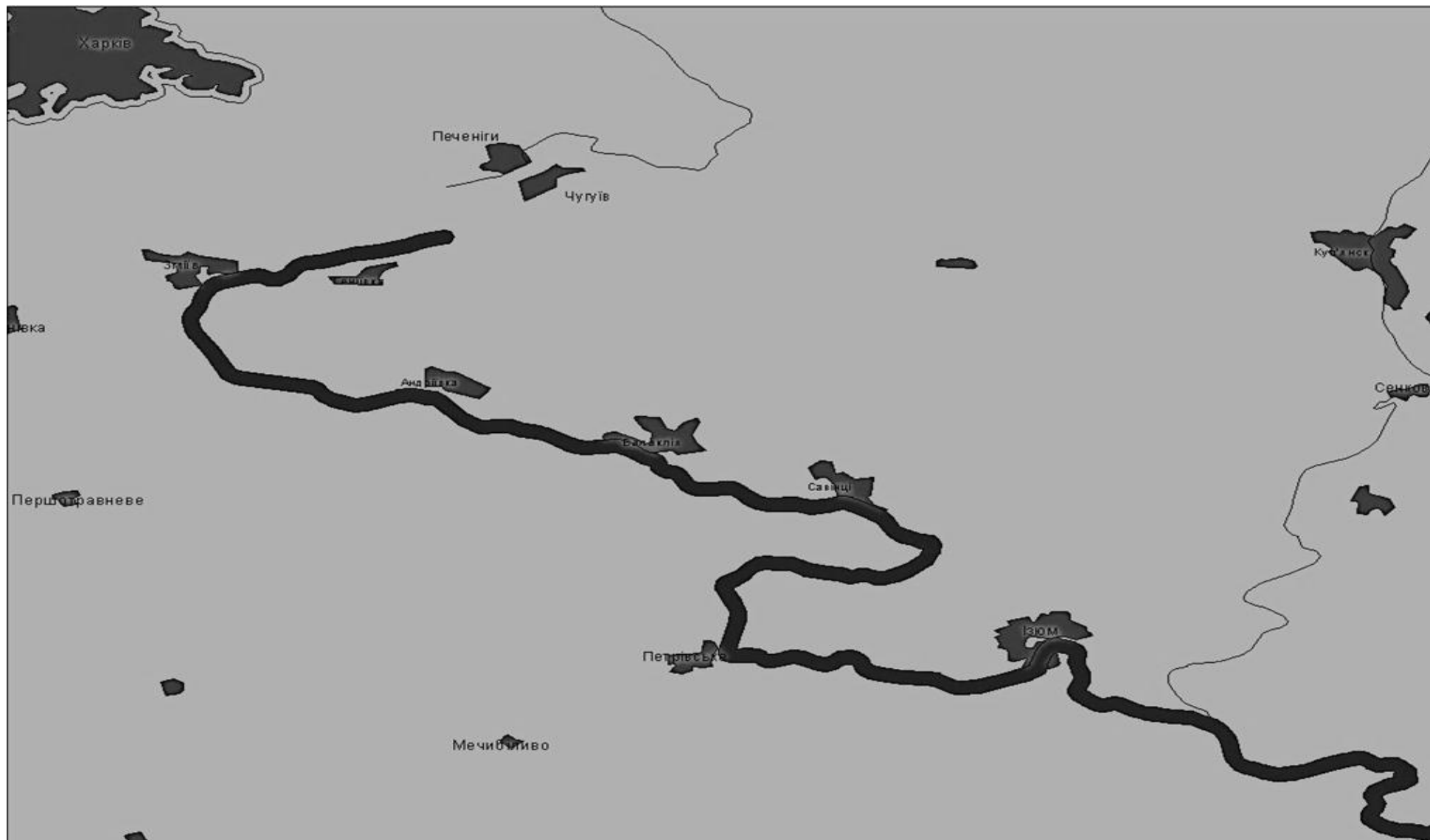


Рис. 12.9. Південний сегмент річки Сіверський Донець

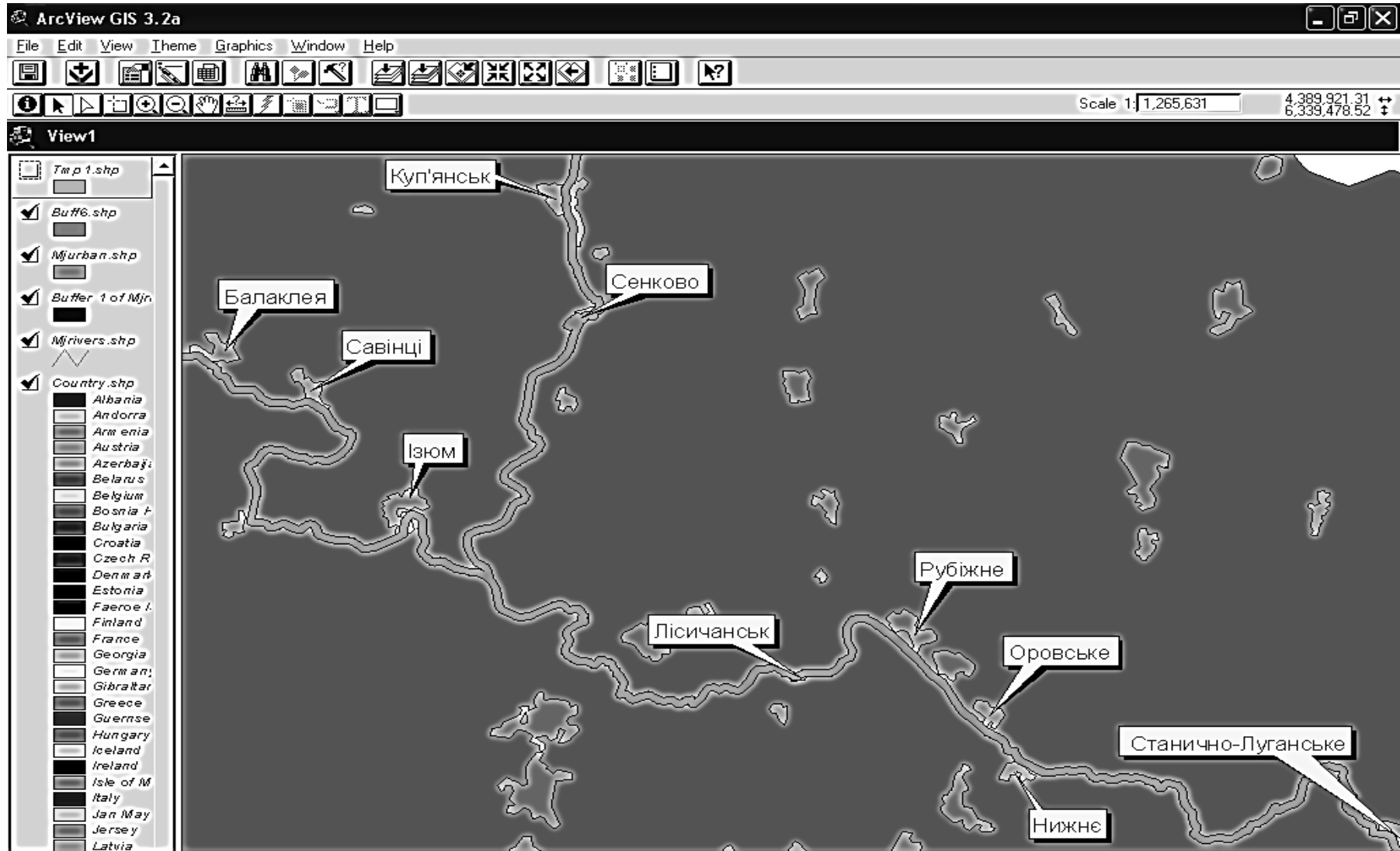


Рис. 12.10. Буферна зона південного сегменту річки з населеними пунктами



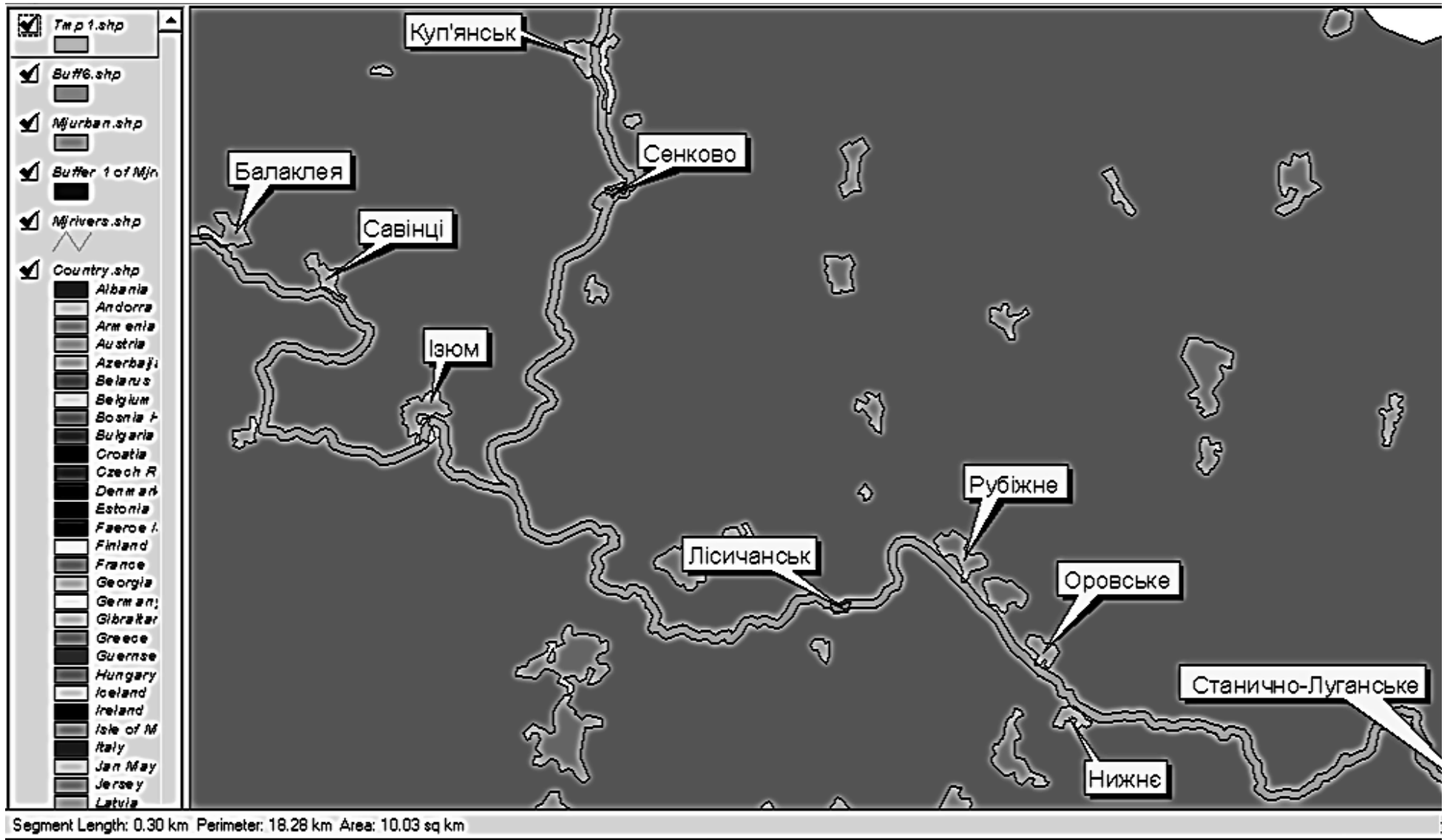


Рис. 12.11. Оверлійні полігони буферної зони річки та полігонів населених пунктів

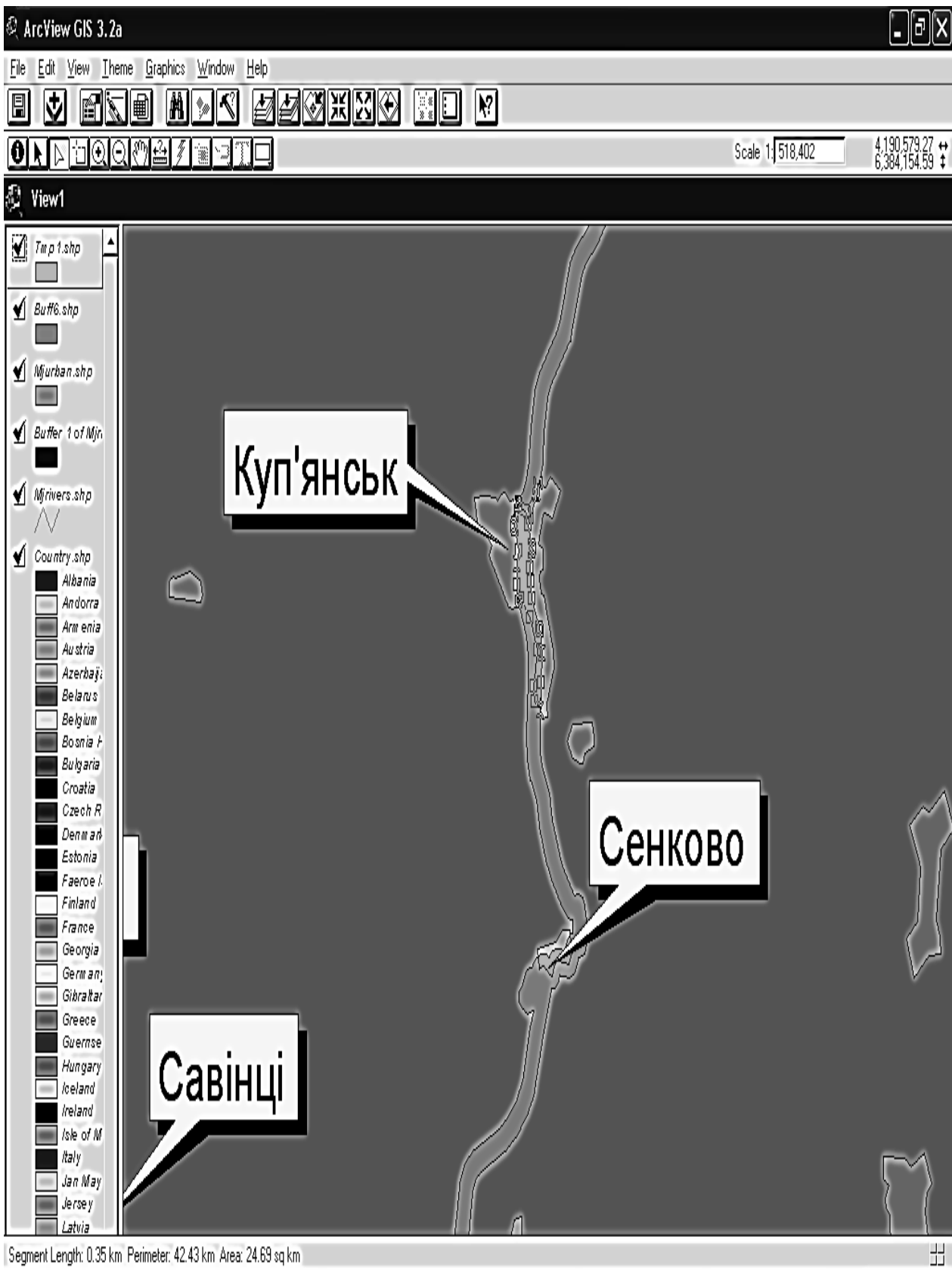


Рис. 12.12. Оцінка площі можливого затоплення м. Куп'янськ

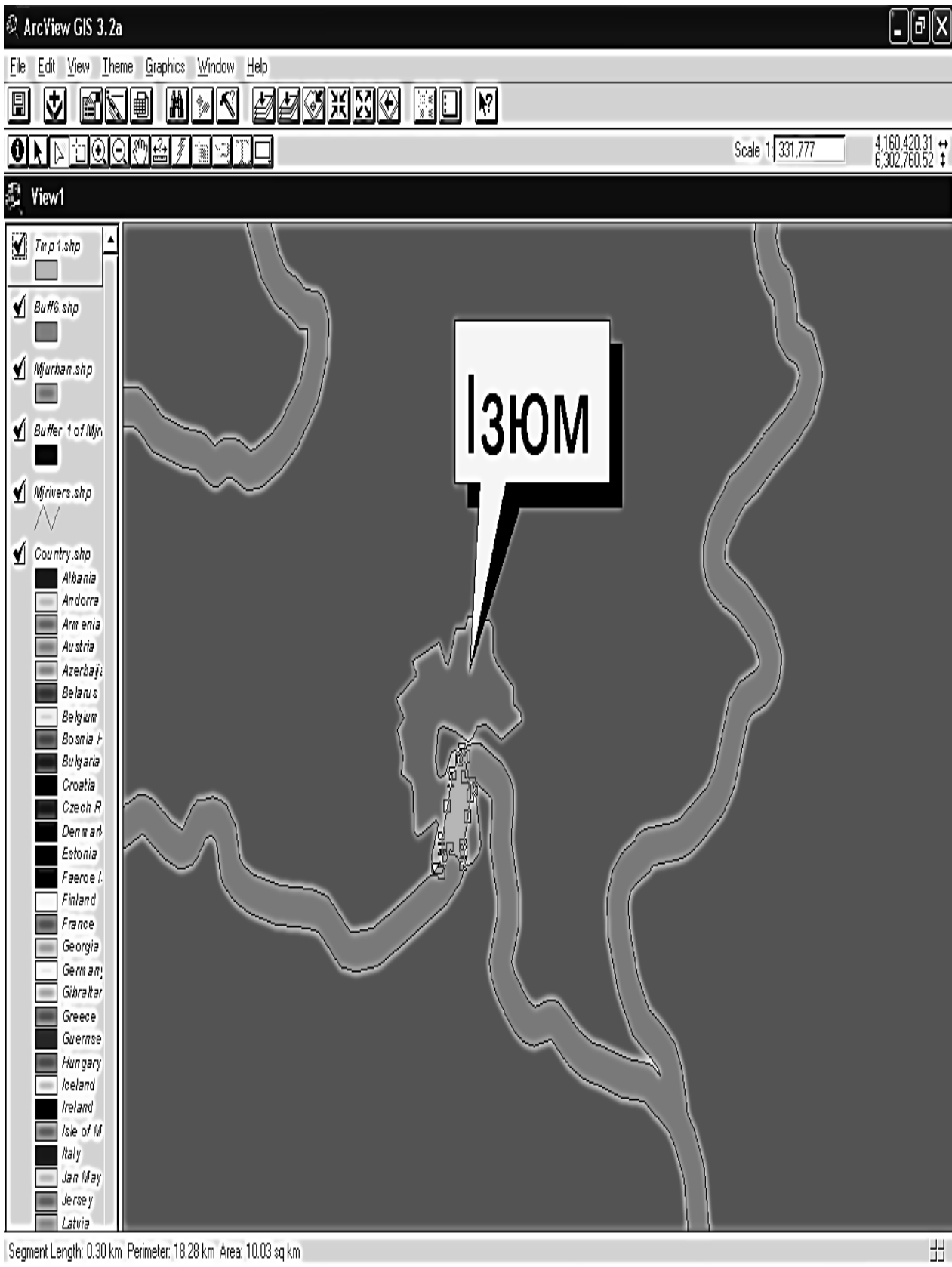


Рис. 12.13. Оцінка площі можливого затоплення м. Ізюм

Існує велика вірогідність затоплення великої частини міста Куп'янськ у повінь 2011 року. Органам місцевої влади треба приділити невідкладну увагу до попередження та відвернення можливих негативних наслідків повині.

### 12.3.3. Моделювання пошуку місця розміщення нових підприємств у районах міст: Донецьк, Запоріжжя, Луганськ, Суми, Херсон

За даними "Національної доповіді про стан навколишнього природного середовища в Україні в 2010 році" в індустріальному секторі економіки України безліч об'єктів становлять потенційну небезпеку для життєдіяльності населення. Найбільш насиченими небезпечними об'єктами є Донецька, Запорізька, Луганська, Львівська, Сумська й Херсонська області.

У зв'язку з цим передбачається виконати реструктуризацію виробництва в районах міст: Донецьк, Запоріжжя, Луганськ, Суми, Херсон – закрити деякі старі виробництва, створити корпорацію, що включає декілька нових підприємств.

Відомий  $q_{ij}$  – ступінь небезпеки роботи  $i$ -го підприємства для навколишнього середовища  $j$ -го міста (табл. 12.3),  $i = 1, \dots, N$ ;  $j = 1, \dots, N$ ;  $N = 5$ .

Таблиця 12.3

#### Ступінь небезпеки роботи $i$ -го підприємства для навколишнього середовища $j$ -го міста

№	Донецьк	Запоріжжя	Луганськ	Суми	Херсон
Підприємство 1	0,30	0,60	0,20	0,50	0,11
Підприємство 2	0,10	0,20	0,70	0,11	0,30
Підприємство 3	0,50	0,12	0,11	0,90	0,10
Підприємство 4	0,20	0,40	0,20	0,10	0,50
Підприємство 5	0,90	0,20	0,50	0,30	0,20

Причому значення  $q_{ij}$  було оцінено як граничне й було отримано виходячи з того, що в місті вже є підприємство подібного профілю діяльності, додавання аналогічних технологічних процесів основного

виробництва підсилить негативний вплив на навколишнє природне середовище міста й держави в цілому.

Необхідно знайти  $x_{ij}$  – такий план розміщення підприємств, при якому інтегральна характеристика збитку, якого зазнає навколишнє природне середовище України, буде мінімальною. При цьому всі підприємства повинні бути побудовані й уведені в дію. Математична постановка задачі має вигляд:

$$F = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N x_{ij} \cdot q_{ij} \rightarrow \min, \quad (12.1)$$

$$\sum_{i=1}^N x_{ij} = 1, \quad \sum_{j=1}^N x_{ij} = 1.$$

Вирішення задачі складається з таких кроків.

1. Знайти  $x_{ij}$  – такий план розміщення підприємств, при якому інтегральна характеристика збитку, якого зазнає навколишнє природне середовище України, буде мінімальною. При цьому всі підприємства повинні бути побудовані й уведені в дію.

2. У середовищі пакета ArcView GIS 3.2 а створити карту України, нанести на неї зазначені міста.

3. Створити атрибутивну таблицю з даними про нові підприємства.

4. Підприємства вивести на карті значком діаграми із граничним значенням коефіцієнта збитку, який діяльність підприємства може нанести навколишньому природному середовищу.

Перший крок – вирішення оптимізаційної задачі виконано засобами надбудови "Пошук рішень" пакету MS Excel. Результат пошуку рішення наведено на (рис. 12.14).

0	0	0	0	1	1
1	0	0	0	0	1
0	0	1	0	0	1
0	0	0	1	0	1
0	1	0	0	0	1
1	1	1	1	1	1

Рис. 12.14. Результат пошуку рішення

Отримане рішення інтерпретується таким чином:  
підприємство 1 необхідно розмістити в місті Херсон;  
підприємство 2 необхідно розмістити в місті Донецьк;  
підприємство 3 необхідно розмістити в місті Луганськ;  
підприємство 4 необхідно розмістити в місті Суми;  
підприємство 5 необхідно розмістити в місті Запоріжжя.

На рис. 12.15 наведено карту України із зазначеними містами.

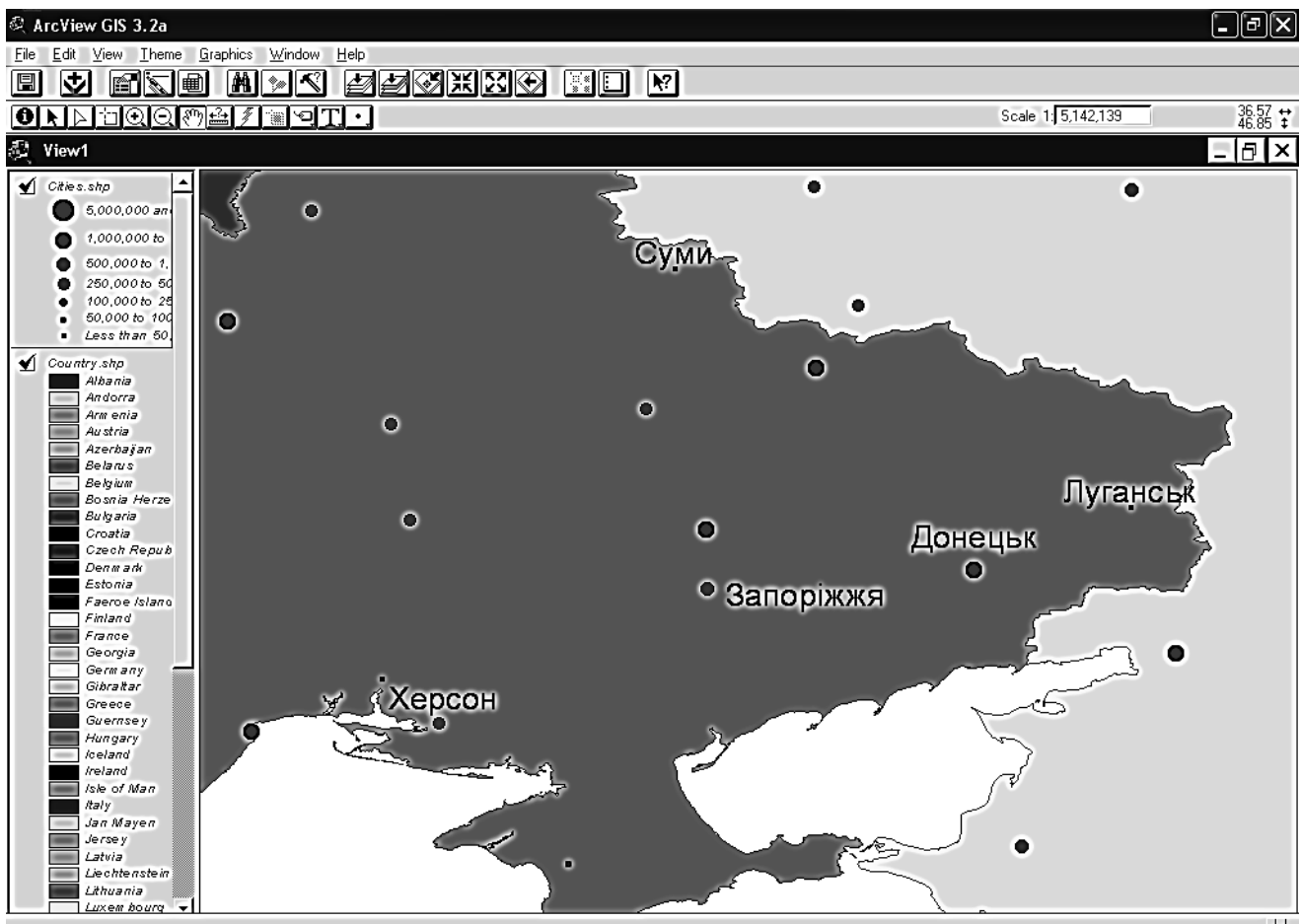


Рис. 12.15. Карта України із зазначенням міст розміщення підприємств

На карті було створено нову тему, з підприємствами, в атрибутивну таблицю якої занесені такі дані про підприємства: назва підприємства і коефіцієнт, який відбиває ступінь небезпеки роботи  $i$ -го підприємства для навколишнього природного середовища (рис. 12.16).

Засобами інструменту "Legend Editor" (рис. 12.17) пакету ArcView GIS 3.2 а побудовано кругову діаграму з граничними значеннями коефіцієнтів збитку природному середовищу нових підприємств (рис. 12.18) та стовбчасті діаграми (рис. 12.19).



Рис.12.16. Атрибутивна таблиця з даними про підприємства

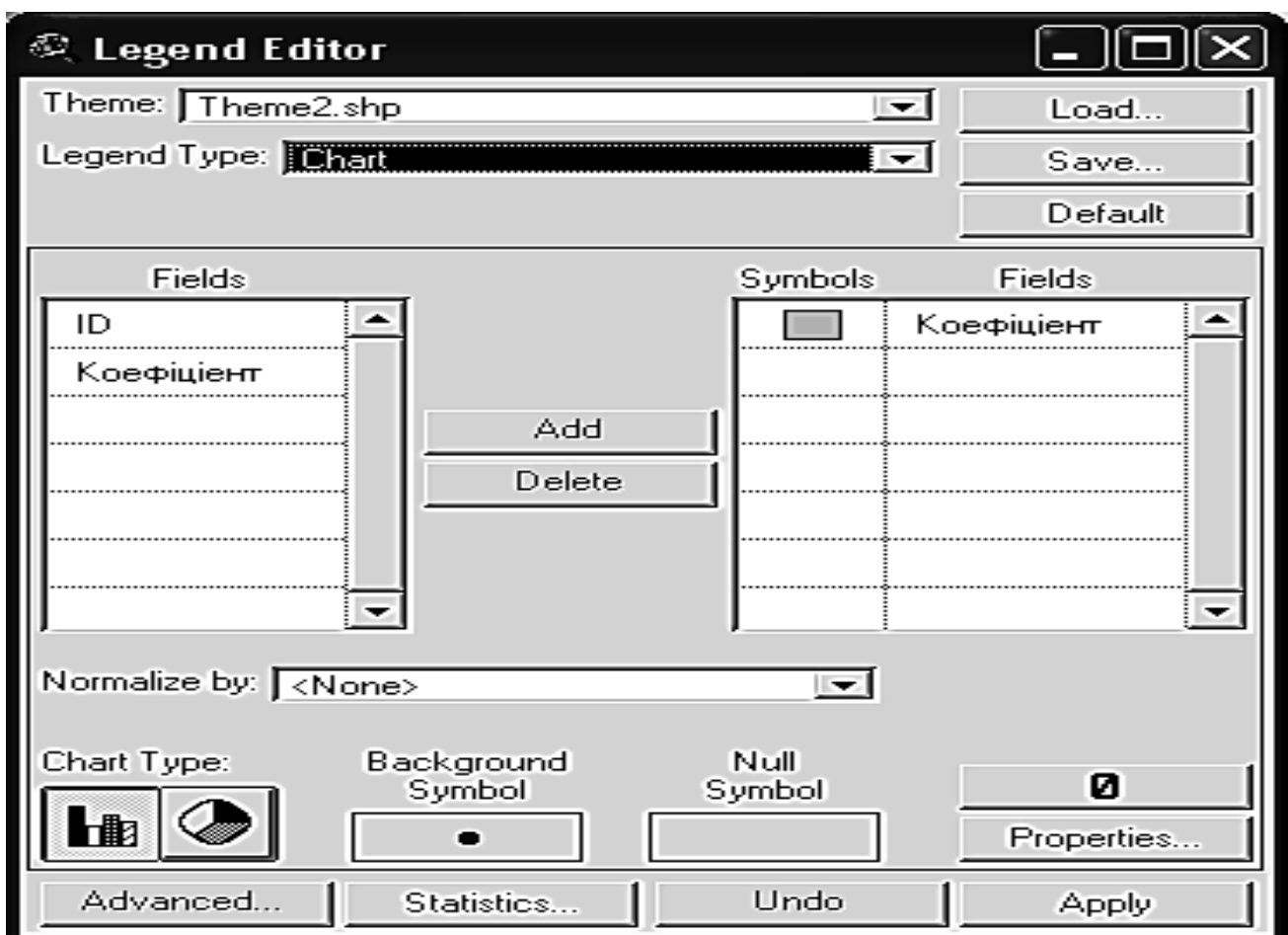
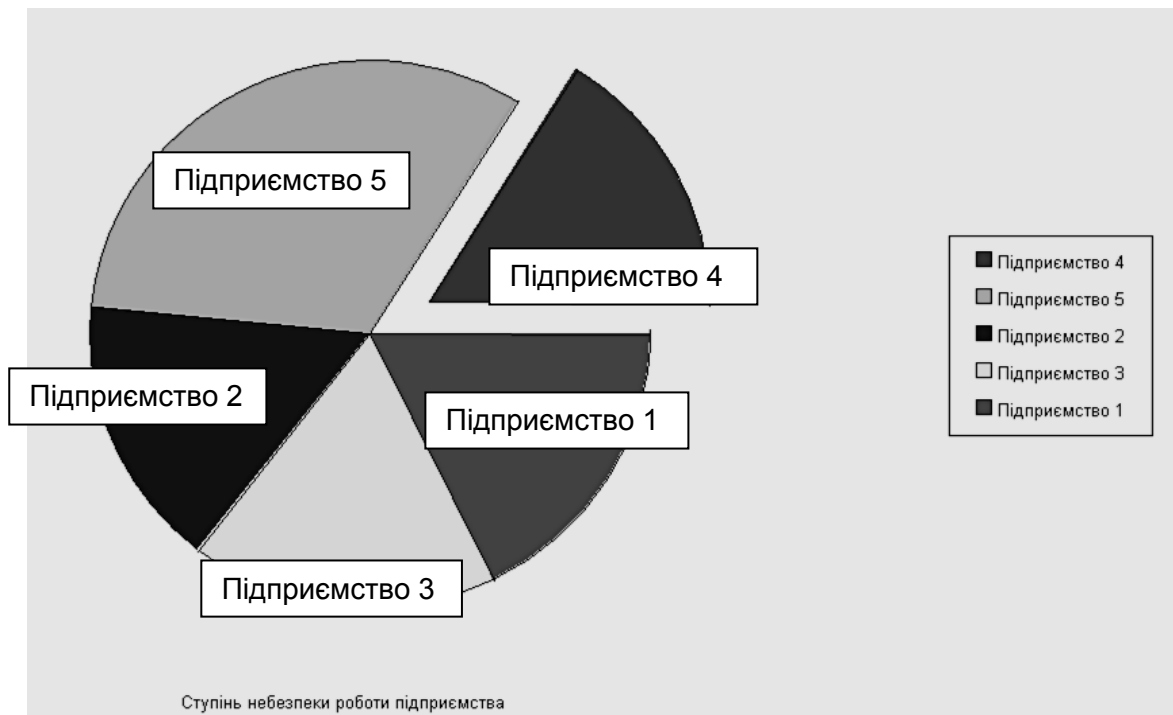


Рис. 12.17. Вибір типу діаграми



**Рис. 12.18. Кругова діаграма із граничними значеннями коефіцієнтів збитку природному середовищу новими підприємствами**

У якості параметра, по якому будувалися діаграми є значення коефіцієнта – ступеня небезпеки роботи підприємства для довкілля.

Отже отриманий такий план розміщення чотирьох підприємств, при якому інтегральна характеристика збитку, який зазнає навколишнє природне середовище держави України, буде мінімальною.

Таким чином, розроблений план розміщення підприємств, які будуть побудовані й уведені в дію, гарантує, що інтегральна характеристика збитку, який зазнає навколишнє природне середовище України, буде мінімальною.

#### **12.3.4. Моделювання пошуку місця розміщення нових підприємств при реструктуризації виробництва в районі міста Луганськ**

За даними "Національної доповіді про стан навколишнього природного середовища в Україні в 2010 році" в індустріальному секторі економіки України безліч об'єктів становлять потенційну небезпеку для життєдіяльності населення. Найбільш насиченими небезпечними об'єктами є Донецька, Запорізька, Луганська, Львівська, Сумська й Херсонська області.



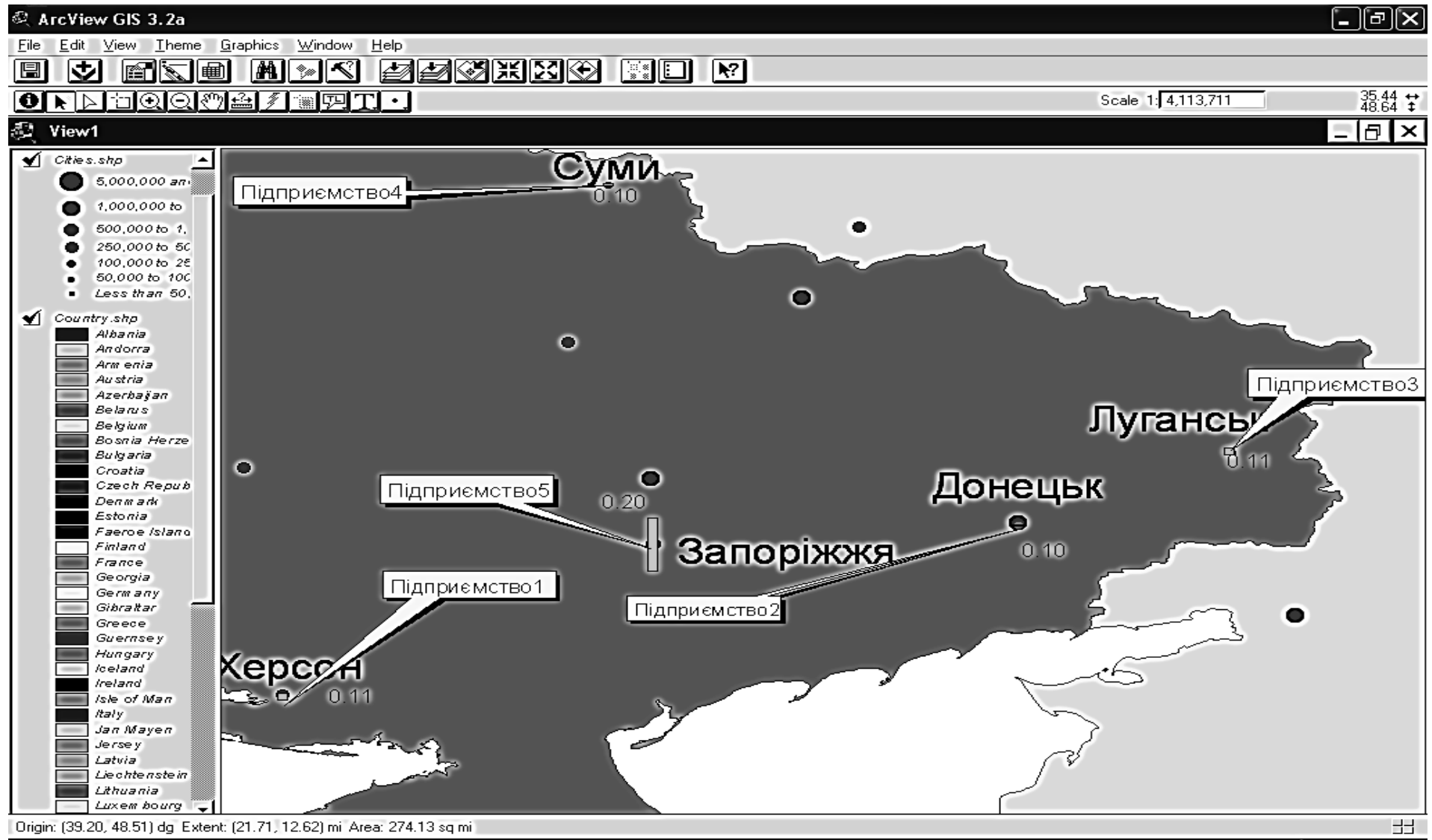


Рис. 12.19. Карта України з містами розташування нових підприємств і діаграмами з граничними значеннями коефіцієнтів збитку природному середовищу

У зв'язку із цим передбачається виконати реструктуризацію виробництва в деяких районах – закрити старі виробництва, створити корпорацію, що включає декілька нових підприємств.

Відома  $p_i$  – вартість виконання проектних робіт для  $i$ -го підприємства й  $q_i$  – ступінь небезпеки для навколишнього середовища роботи кожного з них (табл. 12.4).  $i=1, \dots, N; N=4$ .  $q_i$  визначається відстанню до великого міста, у районі якого буде здійснюватися будівництво. Крім того, відомі:  $P$  – загальна сума, що відведена під будівництво (не більше 150 000 000 тис. грн), обмеження на значення коефіцієнтів  $x_i$ , які визначають проектну потужність підприємств.

Таблиця 12.4

### Дані для розрахунків

№	$q_i$ – відстань, км	$p_i$ – вартість проектних робіт для $i$ -го підприємства, тис. грн
1	12	6 000 000
2	15	4 000 000
3	15	1 000 000
4	16	3 000 000

Необхідно знайти оптимальні значення  $x_i$ , виходячи з того, що не повинна порушуватися екологічна рівновага району зазначеного міста. При цьому не обов'язково, щоб усі підприємства були включені в план будівництва. Головна мета – екологічна безпека району, що оцінюється як інтегральна характеристика добутку коефіцієнта, що визначає проектну потужність кожного підприємства, на його відстань до міста. Математична постановка завдання має вигляд:

$$F = \sum_{i=1}^N x_i \times q_i \rightarrow \max,$$

$$P = \sum_{i=1}^N x_i \times p_i \leq 150000000,$$

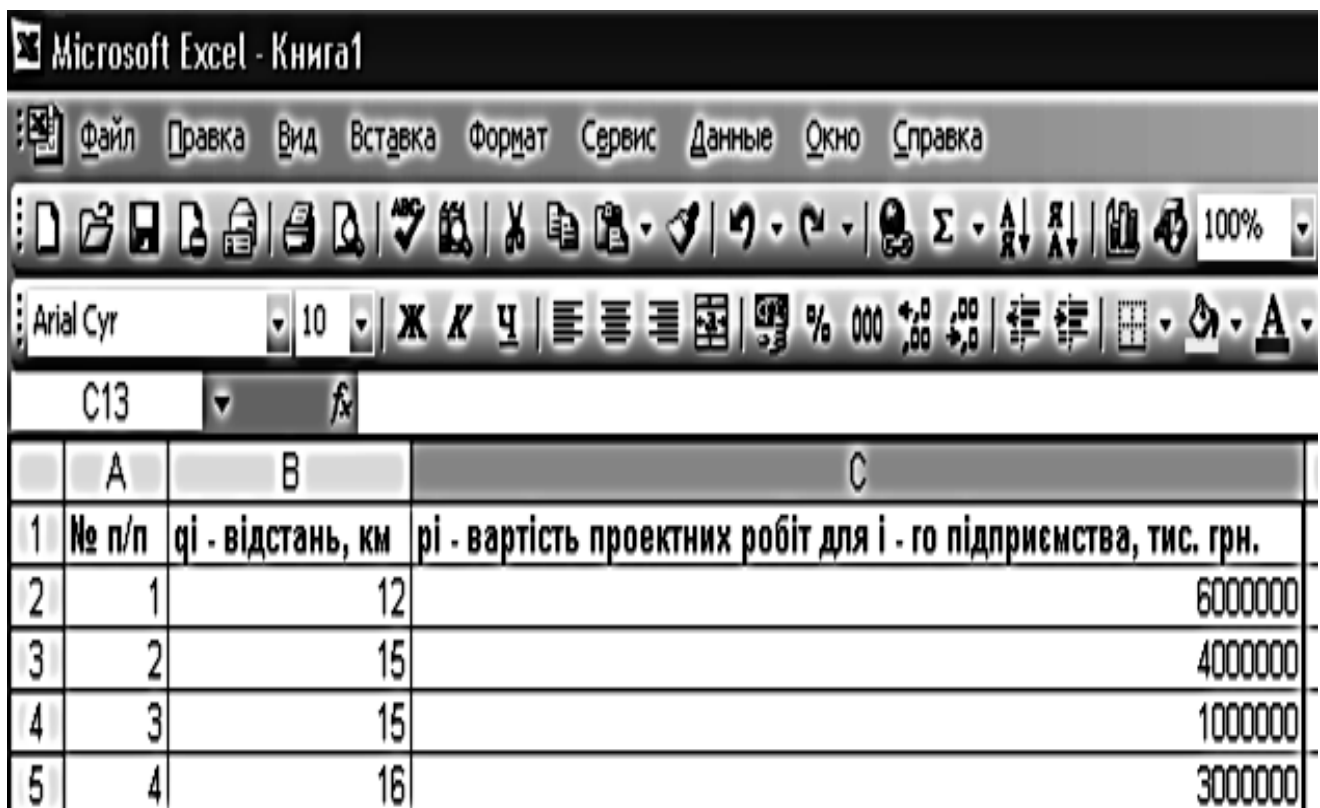
$$M = \sum_{i=1}^N x_i \leq 1,$$

$$x_1 \geq 0,2, x_2 \geq 0,18, x_3 \geq 0,25, x_4 \geq 0,15.$$

Необхідно виконати наступне.

1. У середовищі пакета ArcView створити карту.
2. Нанести на неї місто Луганськ і нові підприємства, координати яких перебувають у радіусі  $q_i$ , наведеному в табл. 12.4.
3. Створити відповідну атрибутивну таблицю.
4. Підприємства вивести на карті значком діаграми з відповідним коефіцієнтом потужності з атрибутивної таблиці підприємств.

Вирішення оптимізаційної задачі виконано засобами надбудови "Пошук рішень" пакету MS Excel. На рис. 12.20 – 12.22 наведено кроки пошуку рішення.



The screenshot shows the Microsoft Excel interface with a spreadsheet containing the following data:

	A	B	C
1	№ п/п	$q_i$ - відстань, км	$p_i$ - вартість проектних робіт для $i$ -го підприємства, тис. грн.
2	1	12	6000000
3	2	15	4000000
4	3	15	1000000
5	4	16	3000000

Рис. 12.20. Дані для розрахунку

Обмеження на значення коефіцієнтів, які визначають проектну потужність підприємства:

$$x_1 \geq 0,2, x_2 \geq 0,18, x_3 \geq 0,25, x_4 \geq 0,15.$$

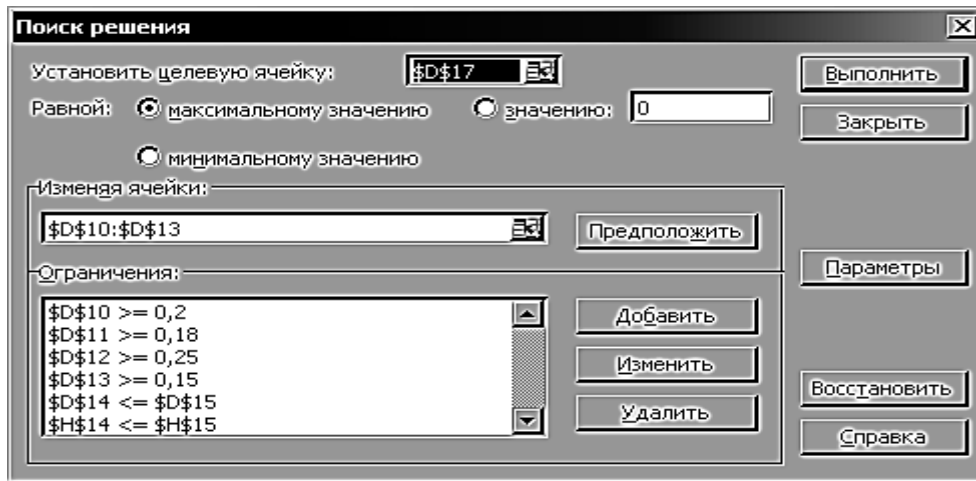


Рис. 12.21. Визначення функції мети та обмежень

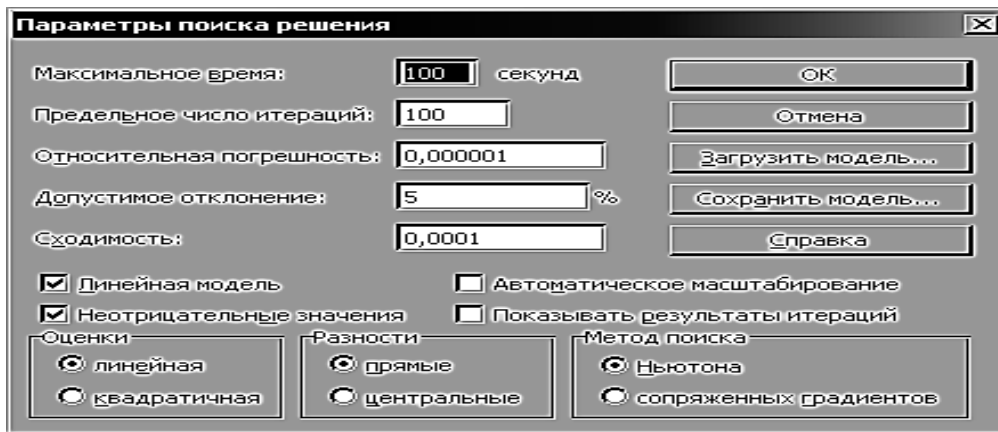


Рис. 12.22. Визначення параметрів пошуку рішення

Результаты пошуку рішення наведені на рис. 12.23.

	$x_i$	$q_i$	$x_i \cdot q_i$	$p_i$	$x_i \cdot p_i$
	0,2	12	2,4	6000000	1200000
	0,18	15	2,7	4000000	720000
	0,25	15	3,75	1000000	250000
	0,37	16	5,92	3000000	1110000
$\Sigma$	1		14,77		3280000
<b>Обмеження</b>	1				150000000
<b>Функція цілі</b>	14,77				

Рис. 12.23. Результат виконання пошуку рішення

З наведених розрахунків видно, що оптимальними значеннями коефіцієнтів потужностей підприємств, виходячи з того, що не порушується екологічна рівновага району м. Луганськ, є такі:

для першого підприємства –  $x_1 = 0,20$ ;

для другого підприємства –  $x_2 = 0,18$ ;

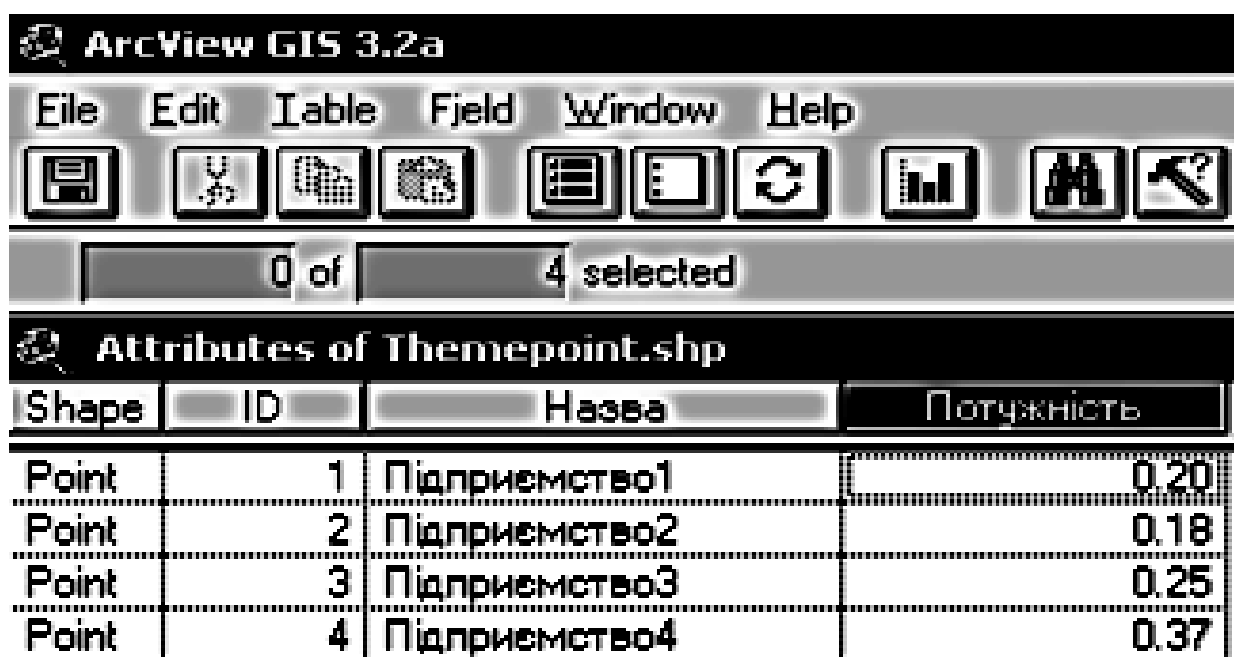
для третього підприємства –  $x_3 = 0,25$ ;

для четвертого підприємства –  $x_4 = 0,37$ .

При цьому значення інтегральної характеристики безпеки району становить 14,77.

Карта району міста Луганськ була створена як нова точкова тема в середовищі пакета ArcView. В якості параметрів для створення карти було обрано: одиниці виміру – км; проекція – Mercator; координати міста Луганськ.

Для карти було розроблено атрибутивну таблицю з новими стовпцями: "Назва" та "Потужність" (рис. 12.24).



Shape	ID	Назва	Потужність
Point	1	Підприємство1	0.20
Point	2	Підприємство2	0.18
Point	3	Підприємство3	0.25
Point	4	Підприємство4	0.37

Рис. 12.24. Атрибутивна таблиця точкової теми підприємств

Зазначені підприємства було виведено значком діаграми з відповідними коефіцієнтами потужності. Карта наведена на рис. 12.25.

На карті відображено місто Луганськ, а також підприємства, які знаходяться в радіусах 12, 15, 15, 16 км від міста Луганськ.

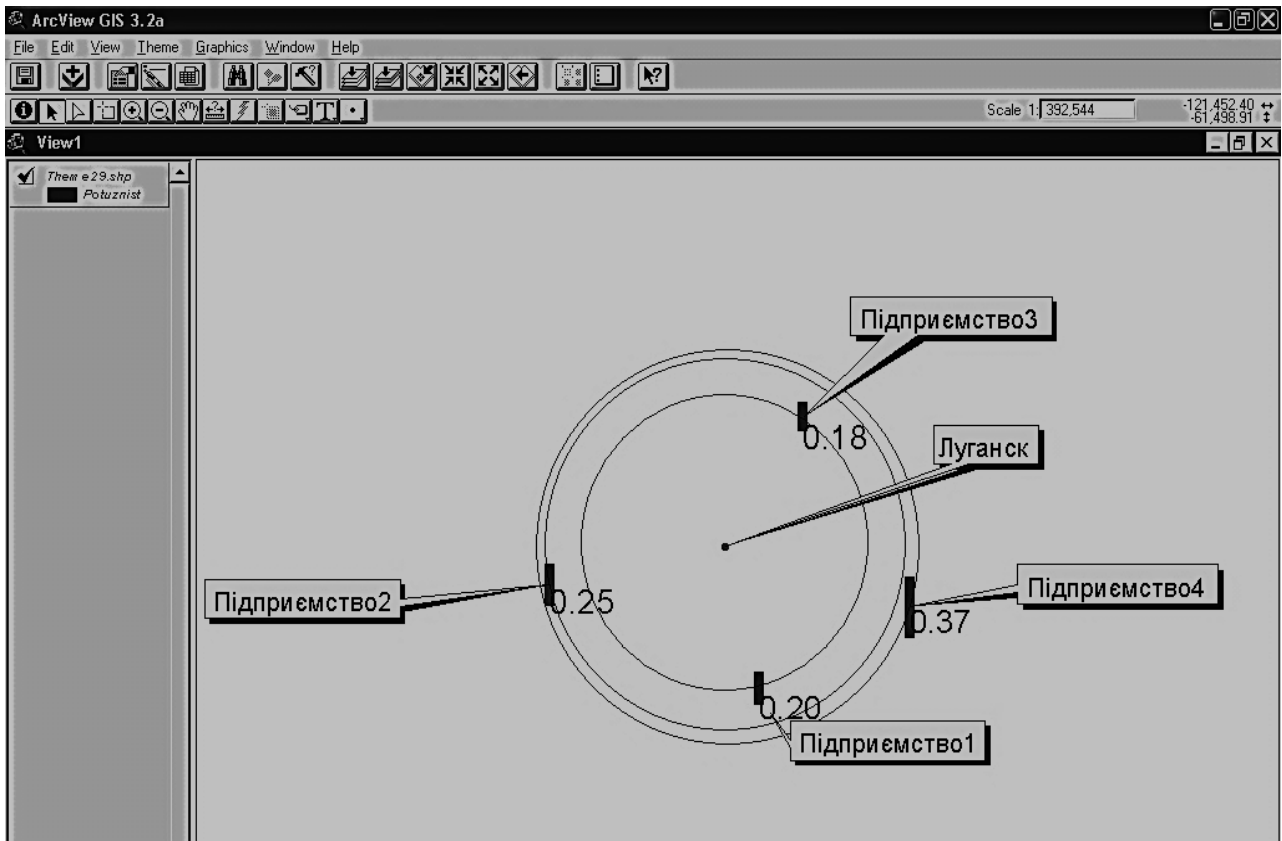


Рис. 12.25. Підприємства та коефіцієнти їх потужностей

Таким чином, за заданих умов розташування та вартості проектних робіт для заданих підприємств, знайдені значення коефіцієнтів потужності є оптимальними, що свідчить про те, що екологічна рівновага району зазначеного міста не буде порушуватися.

Наведені приклади є свідченням ефективності інструментальних можливостей пакету ArcView GIS 3.2 а, впровадження яких підвищує ефективність аналітичних функцій інформаційних систем при моделюванні бізнес-процесів об'єктів управління з територіально розподіленими ресурсами.

Але остаточне рішення про місце розташування підприємств потребує додаткових досліджень, що обумовлено необхідністю врахування таких факторів, як: наявність комунікацій (автотранспортних шляхів, комунальної інфраструктури тощо), наявність вільної робочої сили для будівництва, геологічні, гідрологічні, кадастрові та інші особливостей місцевості, де намічено будівництво.

## 12.4. "Spatial Analyst" пакета ArcGIS 9 – повнофункціональний інструмент ГІС-моделювання та підтримки прийняття оптимальних рішень

На відміну від засобів моделювання пакету ArcView GIS 3.2 а, пакет ArcGIS 9 має розширені можливості щодо вирішення оптимізаційних задач щодо об'єктів з просторовою прив'язкою.

Засоби інструменту Spatial Analyst пакету ArcGIS 9 передбачають побудову двох типів моделей: представлення та процесів [73].

Модель представлення або модель даних (описова модель) складається з наборів даних, які визначають мету моделювання. Розробляється у вигляді шарів (тем) просторових растрових або векторних даних.

Кожен шар відображає просторові відношення між об'єктами ландшафту та передбачає наявність атрибутивних даних, які в реляційній таблиці надають фактичні дані про об'єкти.

**Модель процесів** є описом взаємовідносин між об'єктами, які були отримані в моделях даних, та дозволяє оцінити що буде, якщо буде виконана якась дія. Цей вид моделювання виконується засобами інструментів просторового аналізу. Кожна операція та функція Spatial Analyst є моделлю процесу.

Розрізняють такі головні типи моделей процесів.

**Моделі придатності** – пошук оптимального місцезнаходження чи оптимального пересування матеріальних, трудових, фінансових, інформаційних ресурсів.

**Моделі відстаней** – обчислення відстані між територіально віддаленими точками з урахуванням рельєфу місцевості, різницею в обліку часу, точками зупинки тощо.

**Моделі гідрології** – визначення куди буде направлена гірська лавина чи водоток.

**Моделі поверхонь** – визначення: кадастрових особливостей, рівня забруднення різних регіонів тощо.

**Повна геомодель** складається з послідовності локальних задач, моделей процесів, наборів даних для виконання дій процесів у кожній локальній задачі та дозволяє скласти очікувану карту з локальних наборів, яка надає уявлення про стан предметної області для прийняття управлінських рішень.

Модель геомодельовання в середовищі пакета ArcGIS 9, пропонується у вигляді кортежу:

$$\langle F, f_j, R, C_c, Sh_j, P_m, W_j, [\langle \text{допоміжні дані} \rangle] \rangle,$$

де  $F$  – мета (або постановка задачі) геомодельовання,

$f_j$  – локальні задачі – складові загальної задачі моделювання з визначенням локальних критеріїв вирішення кожної задачі,

$R$  – глобальний критерій оптимізації – головний (найбільш вагомий) з локальних критеріїв,

$C_c$  – обмеження для прийняття рішення,

$Sh_j$  – вхідні набори просторових даних (векторні теми, атрибутивні таблиці, растрові дані),

$P_m$  – процеси (функції) моделювання,

$W_j$  – вага вихідного набору даних  $j$ .

Параметри, наведені у квадратних дужках, вказуються в разі їх наявності та необхідності використання в обчисленнях або для забезпечення наглядності карти.

Далі, в узагальненому вигляді, наведено постановку задачі пошуку місця розташування підприємства № 4 попередньої задачі, для якого тільки вказана відстань від міста (16 км).

Мета геомодельовання – пошук оптимального (чи субоптимального або раціонального) плану розміщення підприємства за критерієм мінімізації вартості будівництва та наявності певних обмежень.

При цьому необхідно враховувати, відносно місцевості, яка обрана для розташування підприємства, такі фактори, як: відстань 16 км від міста, вартість земель, вартість доставки матеріалів та інших ресурсів для будівництва, яка обумовлюється близькістю до автотранспортних шляхів та населених пунктів з вільною робочою силою, тип землеустрою місцевості.

Геомодель у цьому випадку має вигляд:

$$\langle F, f_j, R, C_c, Sh_j, P_m, W_j, [G_g, Q_r] \rangle,$$

де  $F$  – оптимізація розміщення нового підприємства;

$f_j$  – розміщення підприємства в 16 км зоні відносно міста, відносно ділянок місцевості з відомою вартістю, відносно автотранспортних



шляхів та пунктів, де не менш ніж 80 % населення є вільною робочою силою (критерії формуються, виходячи з того, що: нове підприємство повинно знаходитись в 16 км зоні від міста, повинно бути розташованим на ділянці місцевості з вартістю, яка на перевищує бажану, не повинно далеко знаходитись від автотранспортних шляхів та населених пунктів з вільною робочою силою),  $i = 1, \dots, L$ ;

$R$  – мінімальна вартість будівництва;

$C_c$  – підприємство не повинно бути розташованим: на землях сільгоспугідь, на території заповідників та заказників;

$Sh_j$  – вхідні набори просторових даних включають векторні теми з відповідними атрибутивними таблицями про: 16 км зону відносно міста, землі з певною вартістю, автотранспортні шляхи, населені пункти, землі сільгоспугідь, території заповідників та заказників;

$P_m$  – відбір даних за певною ознакою, вимірювання відстаней між об'єктами, конвертування форматів даних, ранжування об'єктів, перекласифікація наборів даних, розрахунок оверлейних сум з вагами тощо;

$W_j$  – значення ваги вихідного набору даних  $j$  оцінюється експертами або ОПР.

Допоміжним даними можуть бути такі:

$G_g$  – геологічні, гідрологічні особливості місцевості, обраної для розміщення нового підрозділу,  $g = 1, \dots, H$ ;

$Q_r$  – обмеження на специфічні для задачі види ресурсів,  $r = 1, \dots, K$ .

Така модель реалізує метод багатокритеріального прийняття рішень експертами, в групу яких можуть входити спеціалісти з різних галузей (економісти, екологи, геодезисти тощо).

Геомодельовання дозволяє ОПР прийняти правильне рішення про оптимальне (раціональне) місце розміщення або координати на карті нового підприємства за критерієм мінімальної вартості будівництва з врахуванням вказаних обмежень.

## Питання для самоперевірки

1. Розкрити зміст поняття "геоінформаційна система" і "геоінформаційна технологія".
2. Провести аналіз можливості застосування ГІС-технологій при прийнятті управлінських рішень про підприємства з територіально розподіленими ресурсами.
3. Розкрити зміст поняття "буферна зона".
4. Розкрити зміст поняття "полігональний об'єкт", пояснити можливість використовувати такі об'єкти при прийнятті рішень.
5. Розкрити зміст поняття "оверлійна зона", пояснити можливість використовувати ці зони при прийнятті рішень.

## Контрольні запитання і задачі

Розробити постановку задачі раціонального розміщення заправних станцій на території міста Харкова із застосуванням ГІС-технологій, вказавши:

$F$  – мету (або постановку задачі) геомодельовання,

$f_j$  – локальні задачі – складові загальної задачі модельовання з визначенням локальних критеріїв вирішення кожної задачі,

$R$  – глобальний критерій оптимізації – головний (найбільш вагомий) з локальних критеріїв,

$C_c$  – обмеження для прийняття рішення,

$Sh_j$  – вхідні набори просторових даних (векторні теми, атрибутивні таблиці, растрові дані),

$P_m$  – процеси (функції) модельовання,

$W_j$  – вагу вихідного набору даних  $j$ .

## Резюме за темою

Показана актуальність та необхідність використання ГІС-технологій при розробці моделей прийняття рішень стосовно об'єктів з територіально розподіленими ресурсами, коли відносно цих об'єктів необхідно виконувати оптимізацію або розміщення, або оптимізацію потоків переміщення ресурсів у просторі та часі. Такі моделі є компонентами бази моделей систем підтримки прийняття рішень відносно об'єктів дослідження, аналіз діяльності яких не є повним без просторової прив'язки

## Словник термінів

<b>Географічна інформаційна система (ГІС)</b>	складний програмний продукт, який реалізує ГІС-технології, призначені для комп'ютерного моделювання різноманітних процесів з метою вирішення широкого кола задач, відносно об'єктів управління з просторовою прив'язкою
<b>Тема (шар) карти</b>	шар електронної карти
<b>Векторна тема</b>	шар електронної карти з представленням об'єктів у вигляді точок, ліній, полігонів
<b>Растрова тема</b>	шар електронної карти з растровим представленням об'єктів
<b>Точечна тема</b>	шар електронної карти з відображенням об'єктів у вигляді точок
<b>Лінійна тема</b>	шар електронної карти з відображенням об'єктів у вигляді ліній
<b>Полігональна тема</b>	шар електронної карти з відображенням об'єктів у вигляді замкнутих структур – полігонів
<b>Оверлійна структура</b>	структура, яка є результатом "вирізання" одного об'єкта іншим
<b>Буферна зона</b>	зона, яка охоплює який-небудь об'єкт на карті
<b>Модель процесів інструменту Spatial Analyst пакета ArcGIS 9</b>	<p>є описом взаємовідносин між об'єктами, які були отримані в моделях даних, та дозволяє оцінити що буде, якщо буде виконана якась дія. Цей вид моделювання виконується засобами інструментів просторового аналізу. Кожна операція та функція Spatial Analyst є моделлю процесу. Розрізняють такі головні типи моделей процесів.</p> <p><b>Моделі придатності</b> (пошук оптимального місцезнаходження чи оптимального пересування матеріальних, трудових, фінансових, інформаційних ресурсів).</p> <p><b>Моделі відстаней</b> (обчислення відстані між територіально віддаленими точками з врахуванням рельєфу місцевості, різницею в обліку часу, точками зупинки тощо).</p>

	<p><b>Моделі гідрології</b> (визначення куди буде направлена гірська лавина чи водоток).</p> <p><b>Моделі поверхонь</b> (визначення: кадастрових особливостей, рівня забруднення різних регіонів тощо)</p>
<b>Повна геомодель</b>	складається з послідовності локальних задач, моделей процесів, наборів даних для виконання дій процесів у кожній локальній задачі та дозволяє скласти очікувану карту з локальних наборів, яка надає уявлення про стан предметної області для прийняття управлінських рішень

### 13. Інструменти розробки моделей прийняття рішень

**Мета вивчення теми** – освоєння можливостей пакетів – інструментальних засобів розробки моделей прийняття рішень: "ИМПЕРАТОР", "Precision Tree".

**Основні питання:**

13.1. Особливості роботи в середовищі пакету "ИМПЕРАТОР".

13.2. Особливості роботи в середовищі пакету "Precision tree".

**Професійні компетенції:** знання інструментальних засобів побудови моделі методом MAI в середовищі пакету "ИМПЕРАТОР" і побудови дерева рішень у середовищі пакету "Precision tree".

**Нормативна база для вивчення теми:** математика, дослідження операцій, теорія вірогідностей, статистика, системний аналіз.

**Ключові терміни:** MAI, ієрархія, альтернатива, критерій, кластер, рівень, шкала Сааті, зворотно-симетрична матриця, відносна узгодженість, дерево рішень, вузол рішення, випадковий вузол.

#### 13.1. Особливості роботи в середовищі пакета "ИМПЕРАТОР"

Програми сімейства "ИМПЕРАТОР" є універсальними системами підготовки прийняття рішень для бізнесменів, політиків, працівників управління, екологів і для працівників інших сфер [60].

Можливості програм дозволяють вирішувати задачі вибору рішень з безлічі допустимих, розподіли ресурсів, планування, прогнозування.

В основі системи підтримки прийняття рішення, реалізованої в програмі "ИМПЕРАТОР", лежить процедура рейтингування альтернативних варіантів рішень по методу аналізу ієрархій.

У пакеті "ИМПЕРАТОР" файли ієрархій, даних та інші знаходяться в проектах, які зберігаються в бібліотеках.

Для створення власної бібліотеки необхідно виконати таке.

Запустити програму "ИМПЕРАТОР", у діалоговому вікні (рис. 13.1) слід вибрати пункт "Создание новой библиотеки", вибрати шлях (папку) для збереження файла бібліотеки (рис. 13.2).

Або створити бібліотеку можна інакше: викликати вікно "Создание библиотеки иерархий" з пунктів меню "Файл→Создать библиотеку" і далі вказати місце її зберігання.

Для створення власне бібліотеки необхідно у верхньому лівому вікні (рис. 13.3) виділити елемент "Библиотека иерархий" і створити нову папку командою з контекстного меню (рис. 13.4), або вибрати в головному меню команду "Файл→Создать→Создать папку".

Нову папку рекомендується перейменувати. В папці необхідно створити проект, або скориставшись пунктом головного меню: "Файл→Создать→Создать проект", або вибравши відповідну піктограму (рис. 13.5). Новий проект необхідно перейменувати.

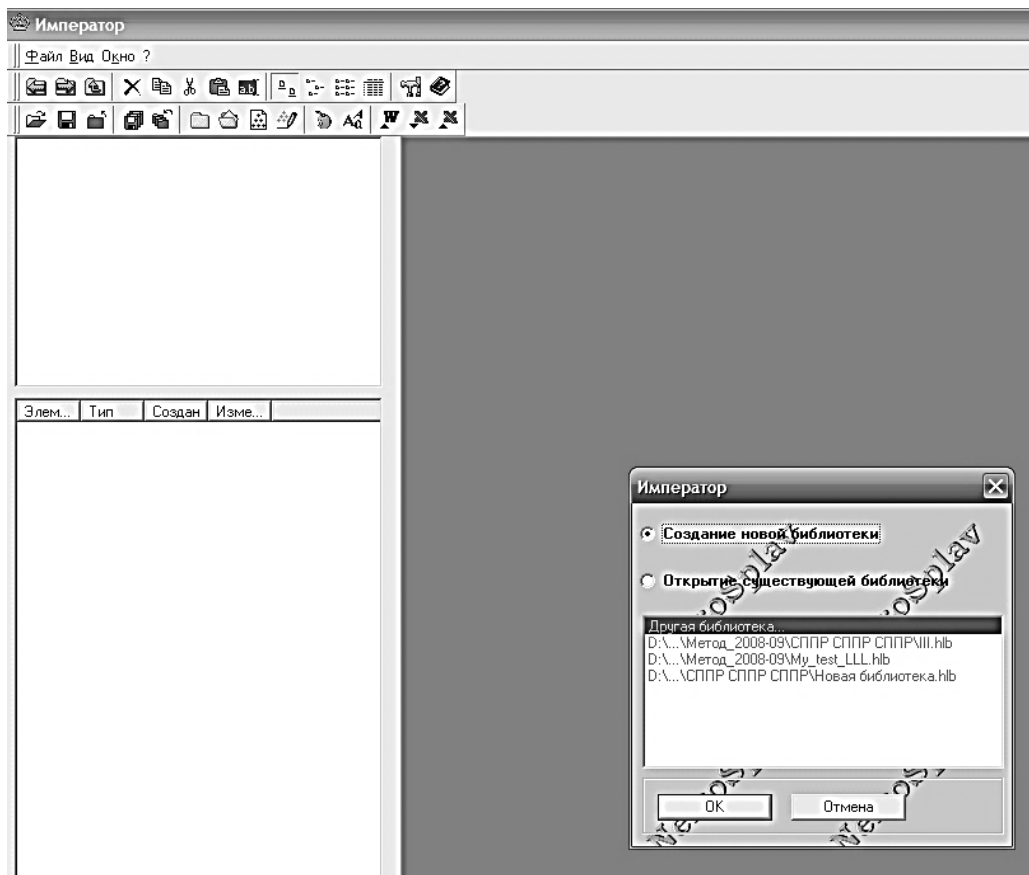


Рис. 13.1. Вікно створення нової бібліотеки

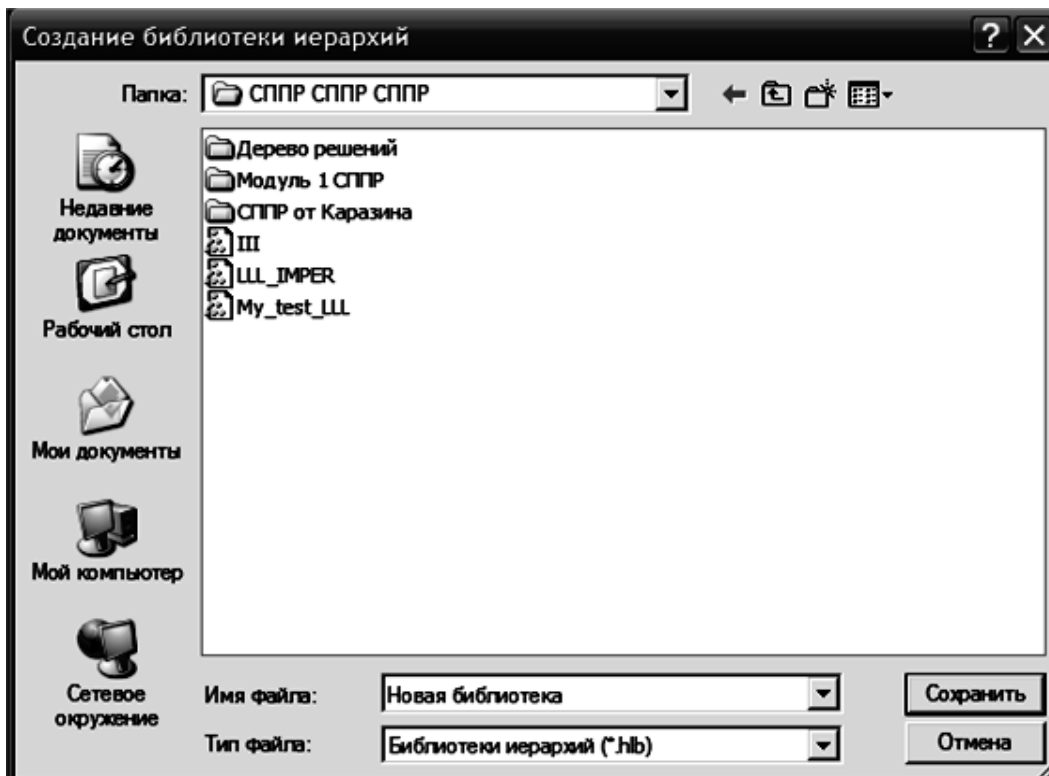


Рис. 13.2. Вибір місця збереження нової бібліотеки

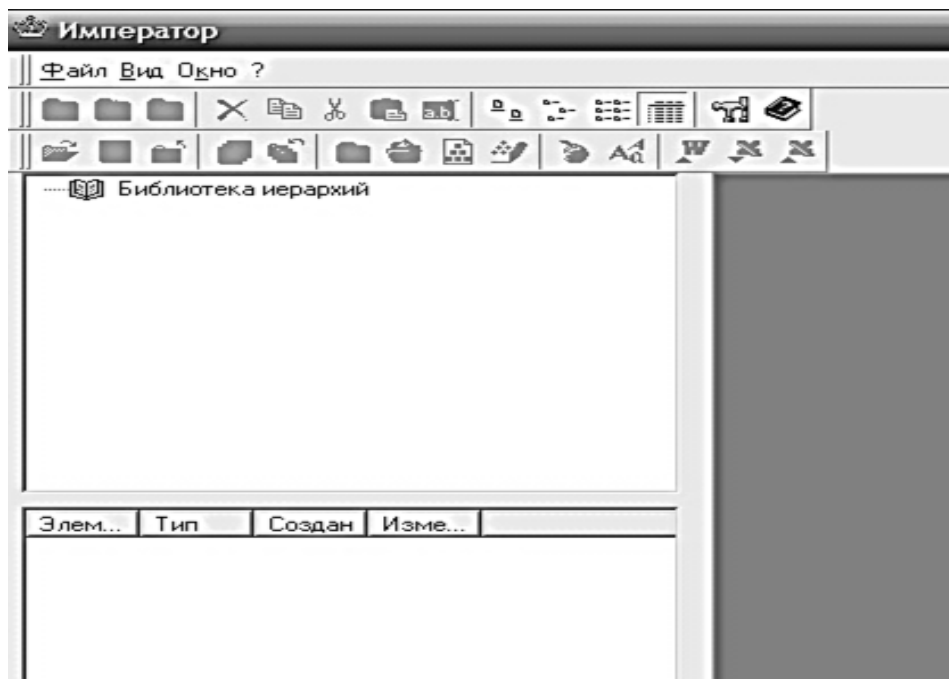


Рис. 13.3. Вікно розробки бібліотеки ієрархій



Рис. 13.4. Вікно створення нової папки

Для створення в проекті ієрархії необхідно вибрати команду "Файл, Создать→Создать иерархию" або звернутися до відповідної піктограми (рис. 13.6). З'явиться перше вікно майстра створення ієрархій (рис. 13.7). Як тип ієрархії слід вибрати "Без обратных связей" і перейти до другого кроку майстра створення ієрархії.

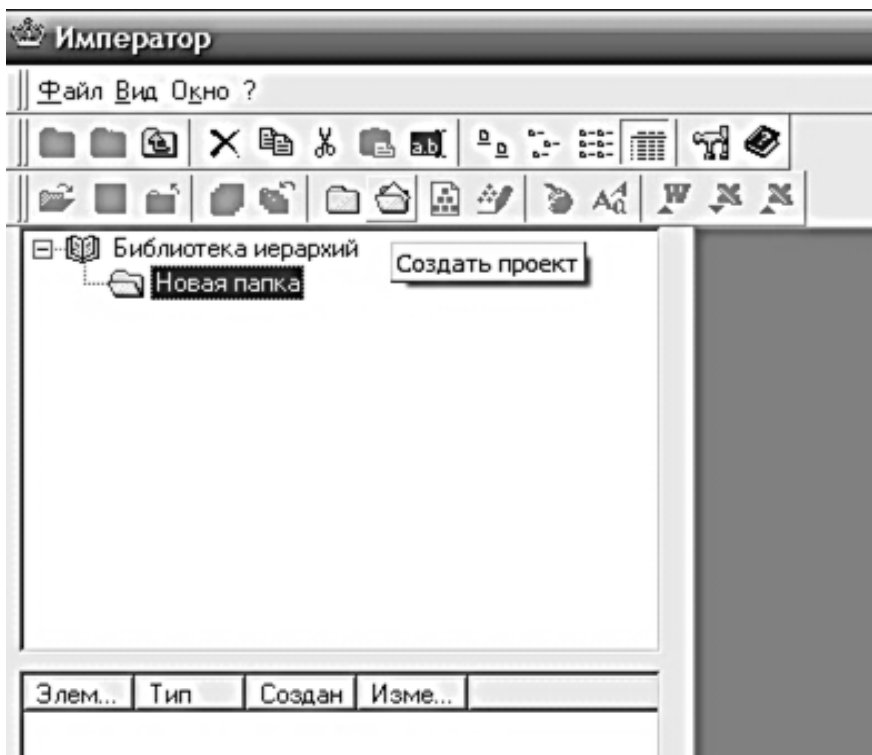


Рис. 13.5. Вікно створення нового проекту

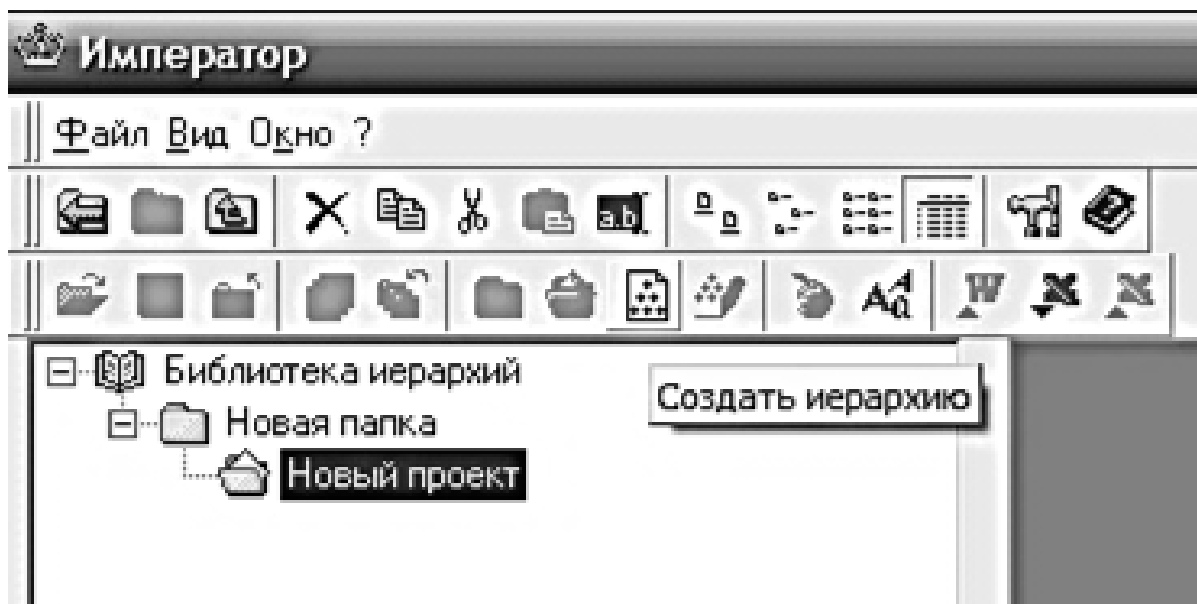


Рис. 13.6. Звернення до розробки нової ієрархії

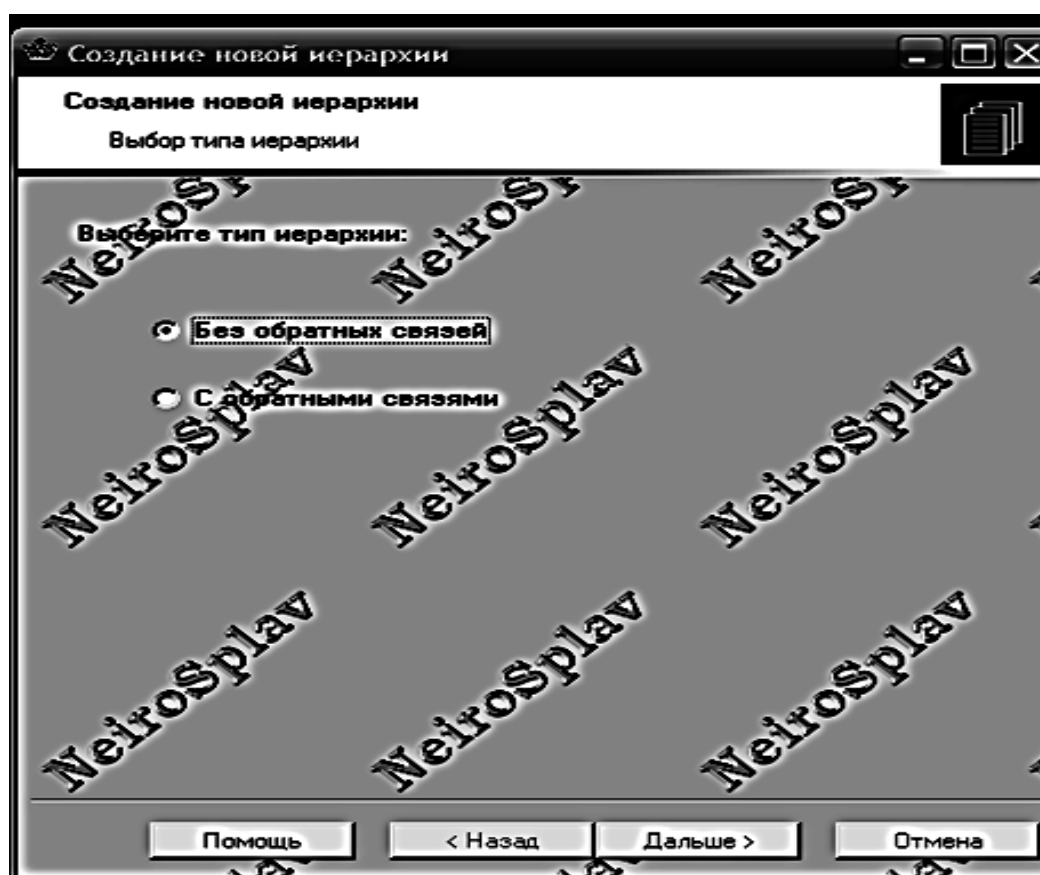


Рис. 13.7. Перше вікно майстра розробки ієрархії

У верхній частині вікна другого кроку майстра створення ієрархії (рис. 13.8) задають рівні, в нижній частині вікна для виділеного рівня задають вузли.



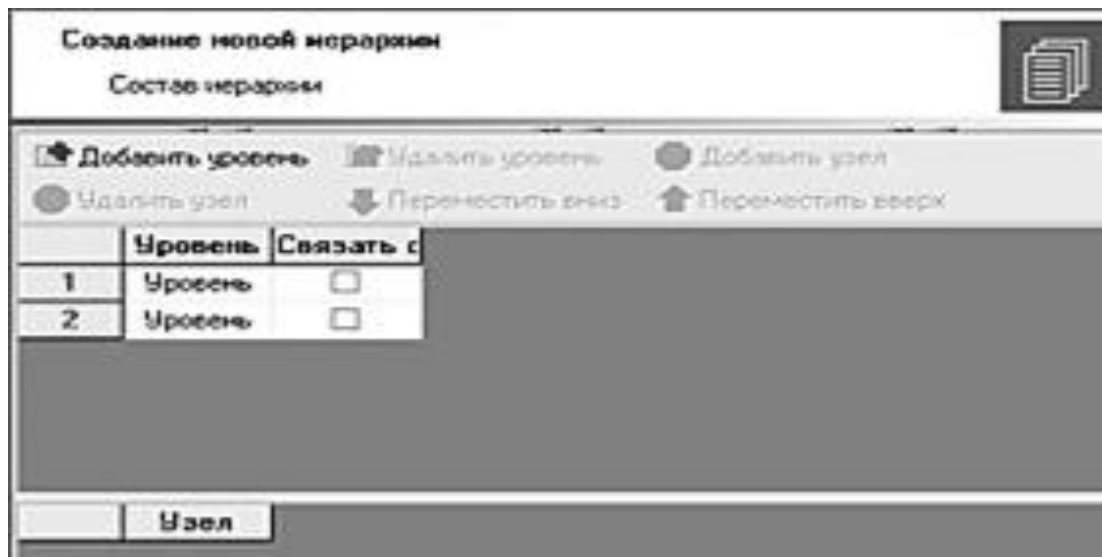


Рис. 13.8. Друге вікно майстра розробки ієрархії

Для додавання рівнів використовується кнопка "Добавить уровень", для додавання вузла активного рівня використовується кнопка "Добавить узел". Для кожного рівня задають ім'я і вказують його зв'язок з іншими рівнями (рис. 13.9).

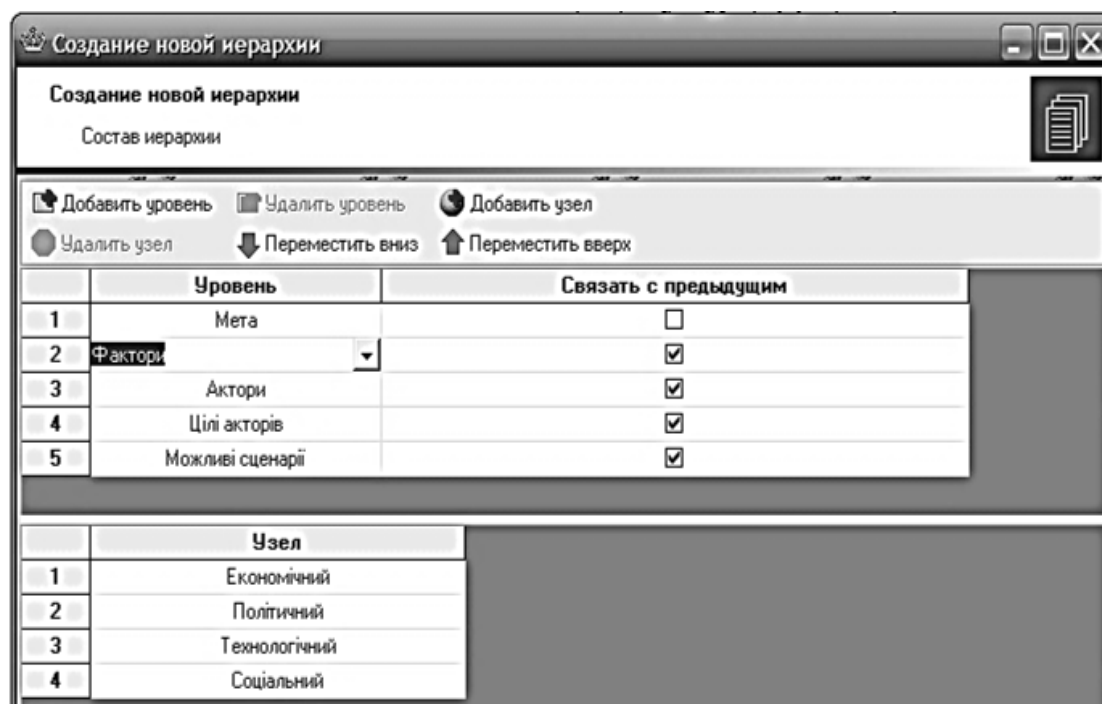


Рис. 13.9. Розробка нової ієрархії

Команда з послідовності "Файл→Пространство имен" (Гаряча клавіша: F6) викликає вікно для перегляду і редагування простору імен.

У верхній частині вікна знаходиться панель інструментів, призначена для редагування простору імен. Основний простір у цьому вікні займають списки назв рівнів (знаходиться ліворуч) і назв вузлів

вибраного рівня (знаходиться справа). При створенні ієрархії (рис. 13.10) можна вибирати імена рівнів і вузлів із списку простору імен.

На рис. 13.11 наведена абстрактна ієрархічна структура, що відображає проблему ранжирування альтернатив і вибору пріоритетної з них з метою підвищення екологічної безпеки регіону.

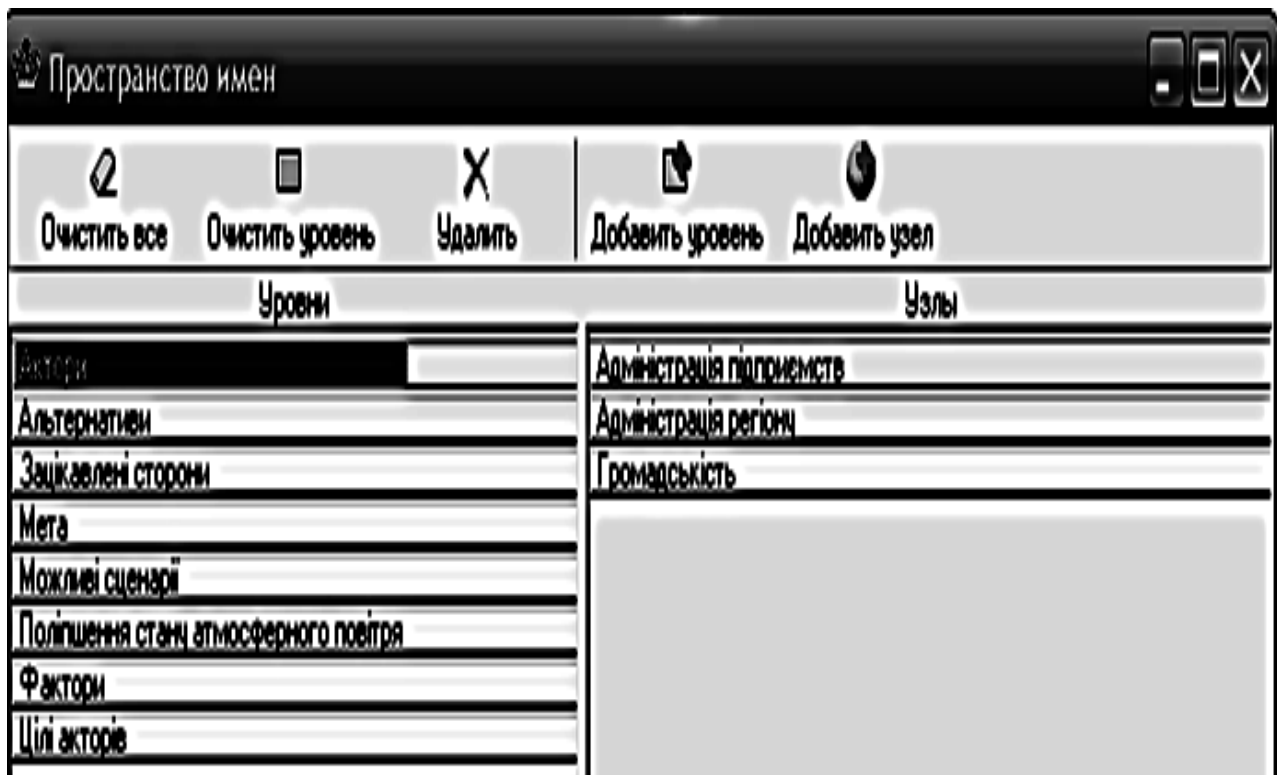


Рис. 13.10. Вікно списку простору імен

Для виконання попарного порівняння альтернатив одного рівня (і одного кластера) щодо критеріїв попереднього рівня можна задати тип шкали порівняння (рис. 13.12). Вибір якісної шкали з кількістю градацій 9 означає можливість переходу до шкали Сааті. Існує можливість встановлювати значення пріоритетів уручну (рис. 13.13). Або за допомогою класичної шкали порівнянь (рис. 13.14), де щодо альтернатив можливі випадки: НС – не порівнювати; А – абсолютно різні; Ос – дуже сильно розрізняються; З – сильно розрізняються; СЛ – слабо розрізняються; Р – рівні. У верхній частині екрану показані зворотно-симетрична матриця порівнянь та матриця достовірностей порівнянь. На рис. 13.15 наведені результати розрахунків для кластера першого рівня моделі рис. 13.11. Виведені: матриця порівняння альтернатив, ідеальна матриця порівняння альтернатив, вектор пріоритетів альтернатив, ідеальний вектор пріоритетів альтернатив, індекс узгодженості першого рівня, відношення узгодженості першого рівня. Наочно показані діаграми пріоритетів, отриманих ОПР (чи експертом) та ідеальних пріоритетів.

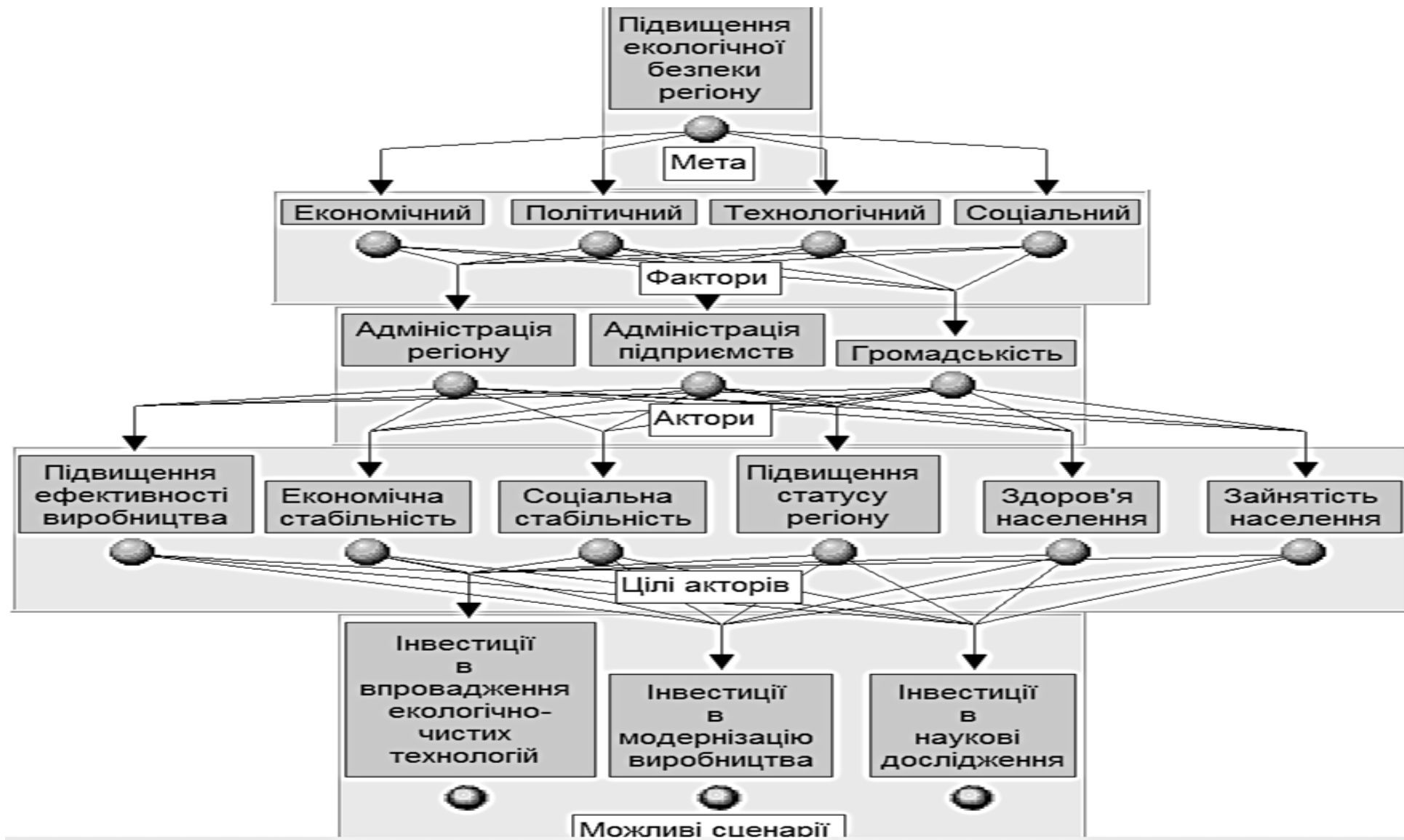


Рис. 13.11. Модель ранжирування трьох альтернатив за методом МАІ

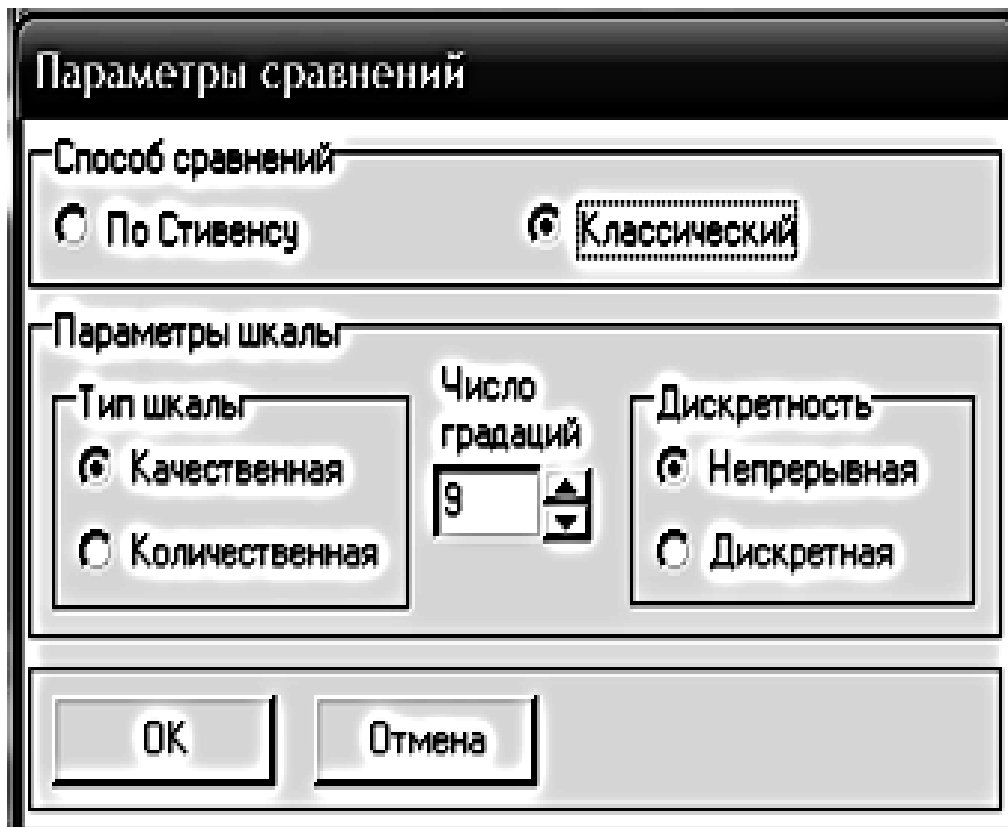


Рис. 13.12. Вибір шкали порівняння

Узел "Инвестиції в розвиток екологічної безпеки регіону" в уровне "Мета"

Файл Сравнения Веса кластеров Приоритеты узлов Связи Помощь

Кластеры узла

Уровни с кластерами	Заполненность данными	Достаточная согласов	Относительная согласов	Веса кластеров	Связанная иерархия
Факторы	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>		1,00	

Приоритеты узлов кластера		Комментарии к кластеру
Узлы кластера	Приоритеты	
Економічні	0,24	
Політичні	0,25	
Технологічні	0,07	
Соціальні	0,44	

Рис. 13.13. Встановлення значення пріоритетів уручну

Матрица сравнений и матрица достоверностей...

Прямой ввод значений

**Матрица сравнений**

Узлы кластера	1. Экономічні	2. Політичні	3. Технологічні	4. Соціальні
1. Економічні	1	0,2	2,01	0,223
2. Політичні	4,99	1	3,32	0,369
3. Технологічні	0,497	0,301	1	0,111

**Матрица достоверностей сравнений, X**

Узлы кластера	1. Экономічні	2. Політичні	3. Технологічні	4. Соціальні
1. Економічні	100	100	100	100
2. Політичні	100	100	100	100
3. Технологічні	100	100	100	100

безпеки регіону

Мета

в уровне "Мета"

точная согласов От

Комментарии

Сравнения для кластера узла "Инвестиції в розвиток екологічної безпеки регіону" в уровн...

Файл Параметры Данные Расчеты Помощь

1-й узел

2-й узел

1. Экономічні  
2. Політичні  
3. Технологічні  
4. Соціальні

1. Экономічні  
2. Політичні  
3. Технологічні  
4. Соціальні

Вес сравнения, %: 100

Соотношение: 1:4,99

Принять значение

НС А ОС С СЛ Р СЛ С ОС А

Зона преимущества 1-го узла

Зона преимущества 2-го узла

Обозначения: НС - Не сравнивать, А - Абсолютно, ОС - Очень сильно, С - Сильно, СЛ - Слабо, Р - Равно

Количество узлов: 4

Способ сравнения: Классический

Корректность: Да

Рис. 13.14. Порівняння альтернатив класичним способом

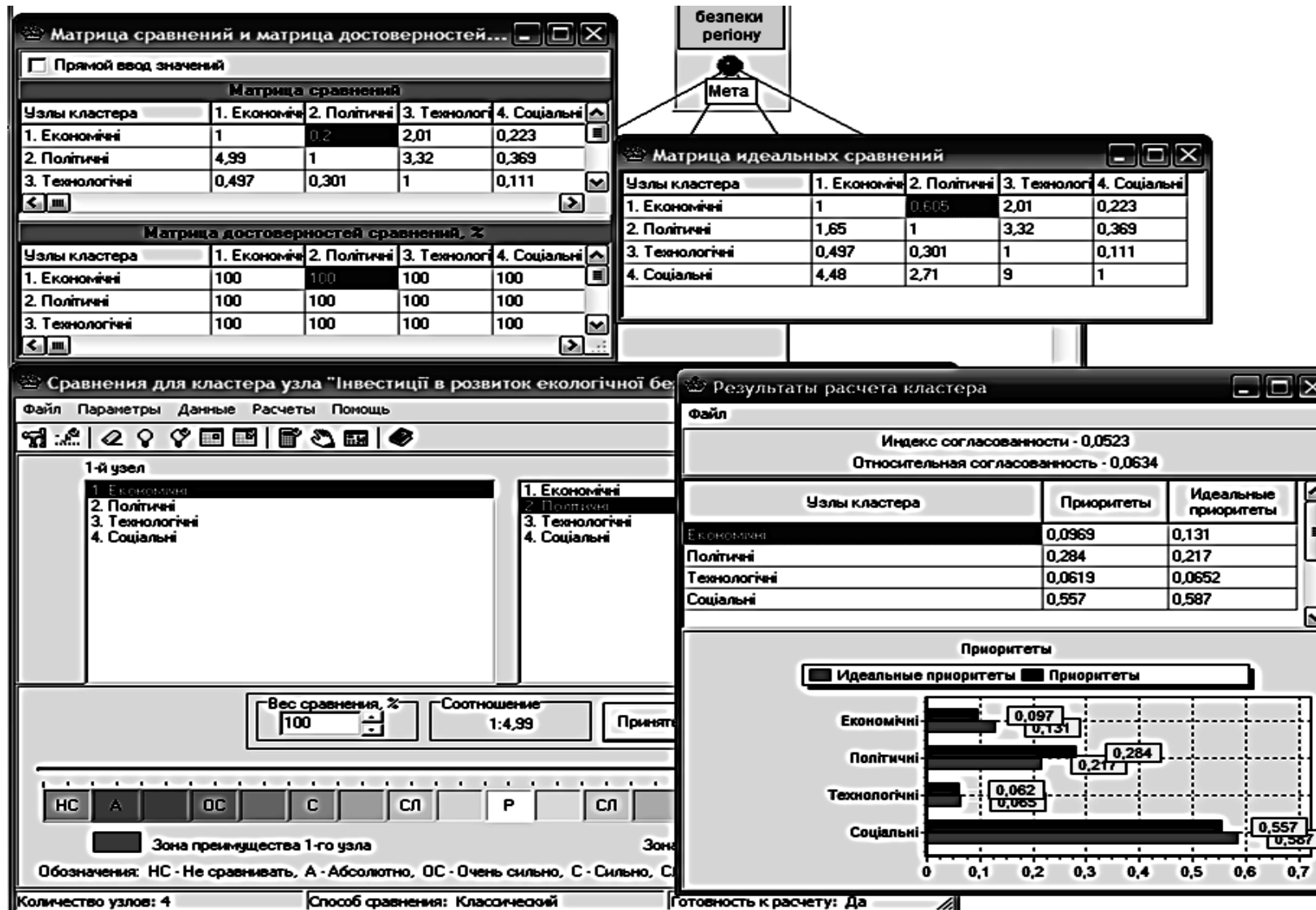


Рис. 13.15. Результаты розрахунку для кластера першого рівня

На рис. 13.16 наведено графічне представлення результатів розрахунків для кластера першого рівня.

На рис. 13.17 наведено результат ранжирування альтернатив першого рівня.

На рис. 13.18 наведений результат ранжирування альтернатив останнього (четвертого) рівня. Виведено значення відносної узгодженості рішення 0,02.

Реалізована можливість розробки звіту засобами пакета (рис. 13.19). Пункти меню: "Файл→Создать отчет" у форматі MS Word.

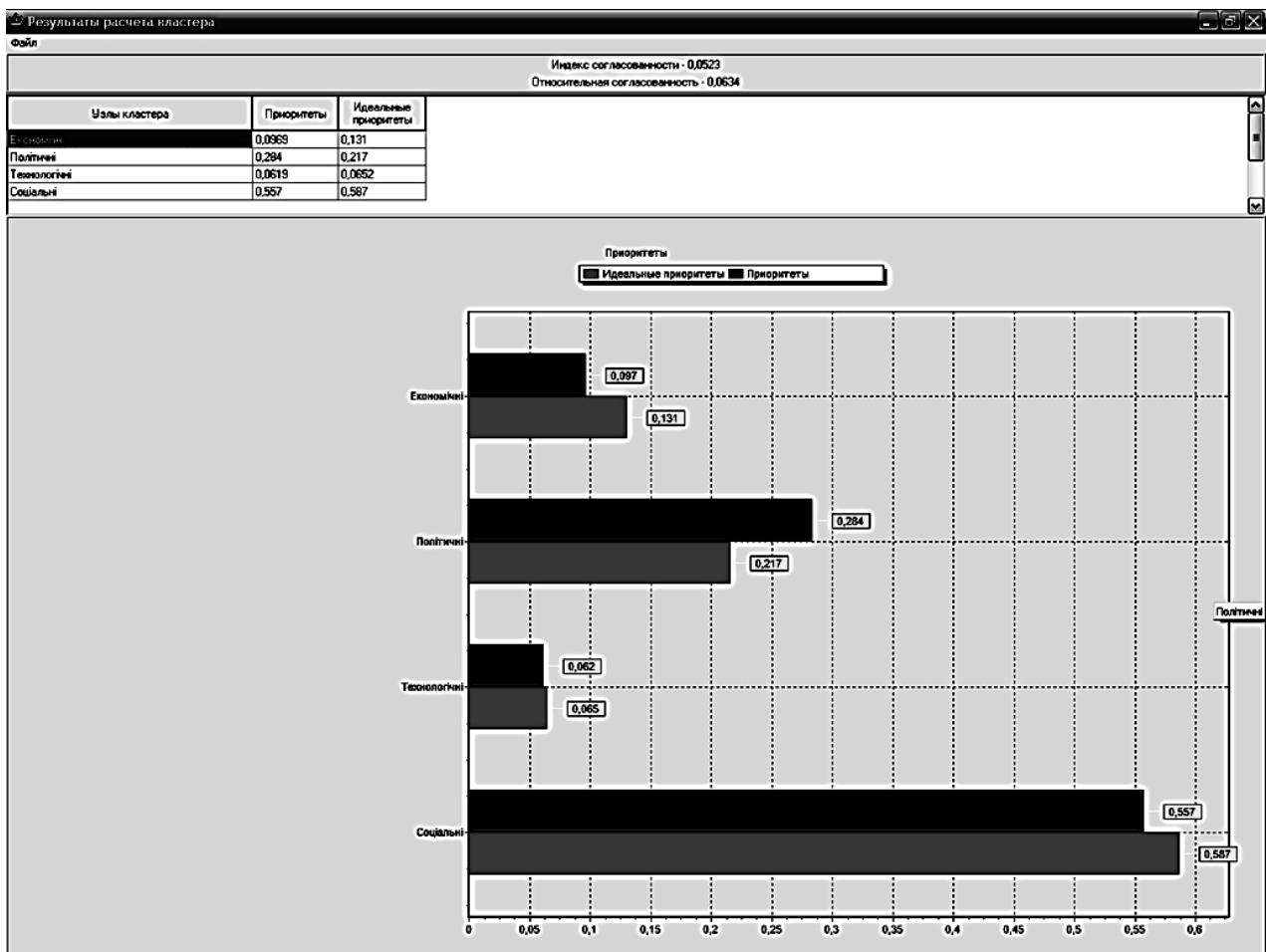


Рис. 13.16. Графічне представлення результатів розрахунків для кластера першого рівня

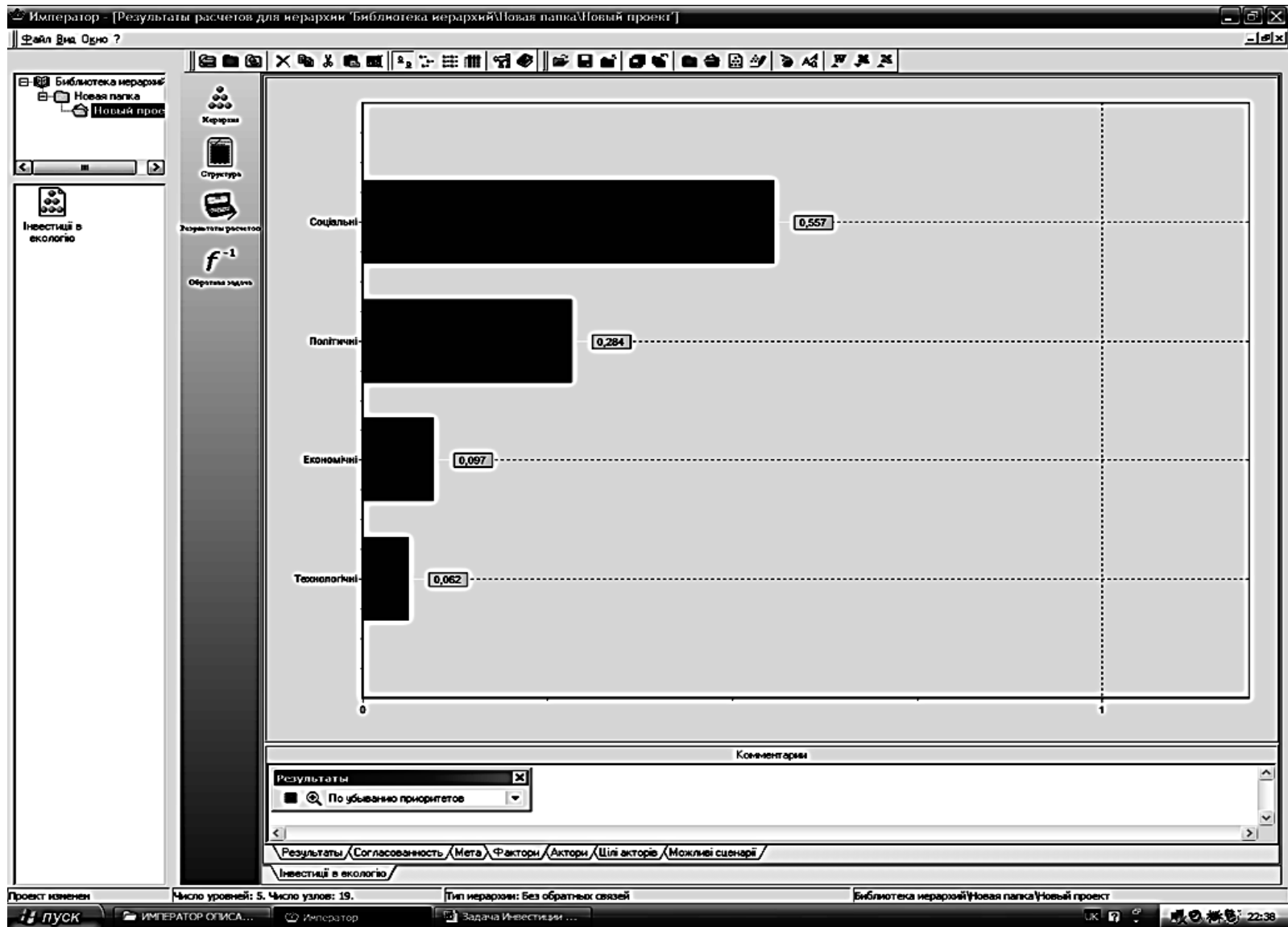


Рис. 13.17. Результат ранжирования альтернатив первого уровня



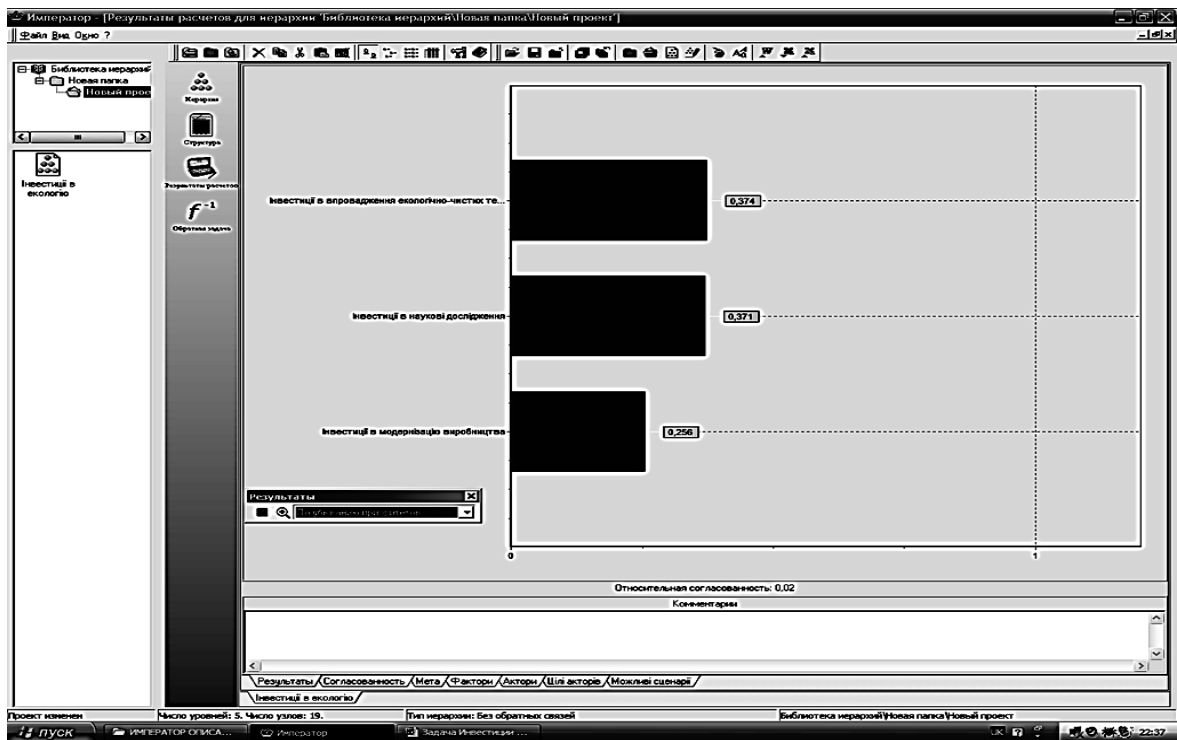


Рис. 13.18. Результат ранжирования альтернатив і значення відносної узгодженості рішення 0,02

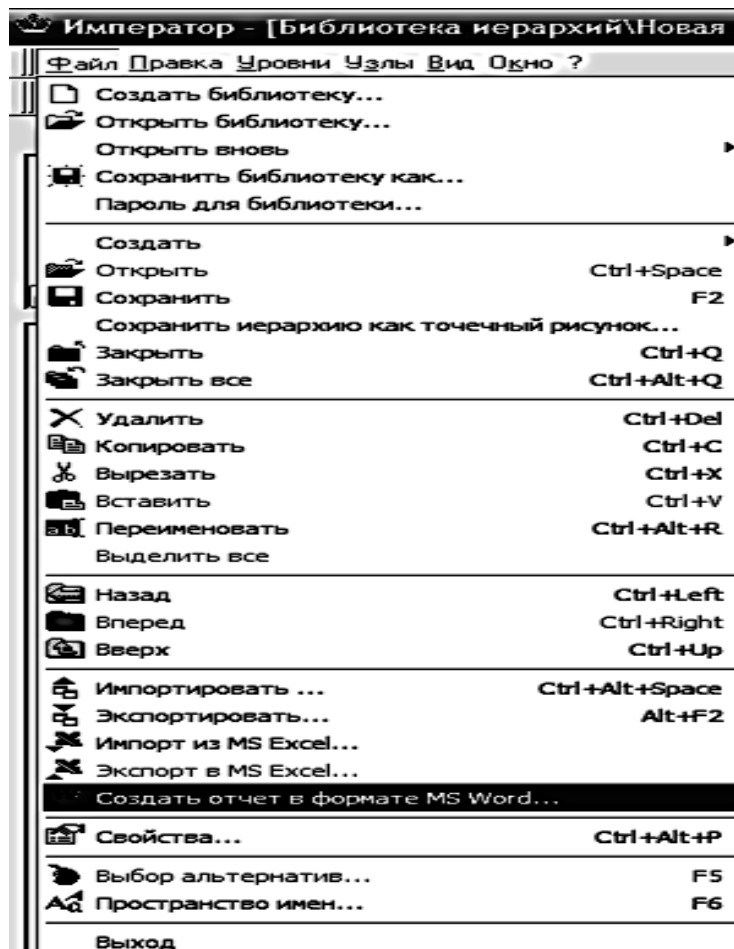


Рис. 13.19. Звернення до засобів розробки звіту

## 13.2. Особливості роботи в середовищі пакета "Precision Tree"

Пакет становить надбудову пакету MS Excel [40; 86]. На рис. 13.20 наведено ярлик пакета PrecisionTree. Після загрузки пакета не слід відключати макрос.

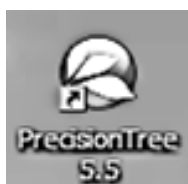


Рис. 13.20. Ярлик пакета

На рис. 13.21 приведені головні інструменти побудови моделі дерева рішень.



Рис. 13.21. Головні інструменти побудови моделі дерева рішень

Побудова нового дерева починається з вибору першої піктограми та вказівки місця в полі листа Excel початку нового дерева (рис. 13.22).

На наступному кроці, у вікні "Model Settings" (в закладці "General") необхідно задати ім'я нової моделі (рис. 13.23).

У закладці "Calculations" (рис. 13.24) для методу звичайно вказують "Cumulative Payoff", для варіанта пошуку оптимума функції мети вказують "Maximum Payoff" або "Minimum Payoff".

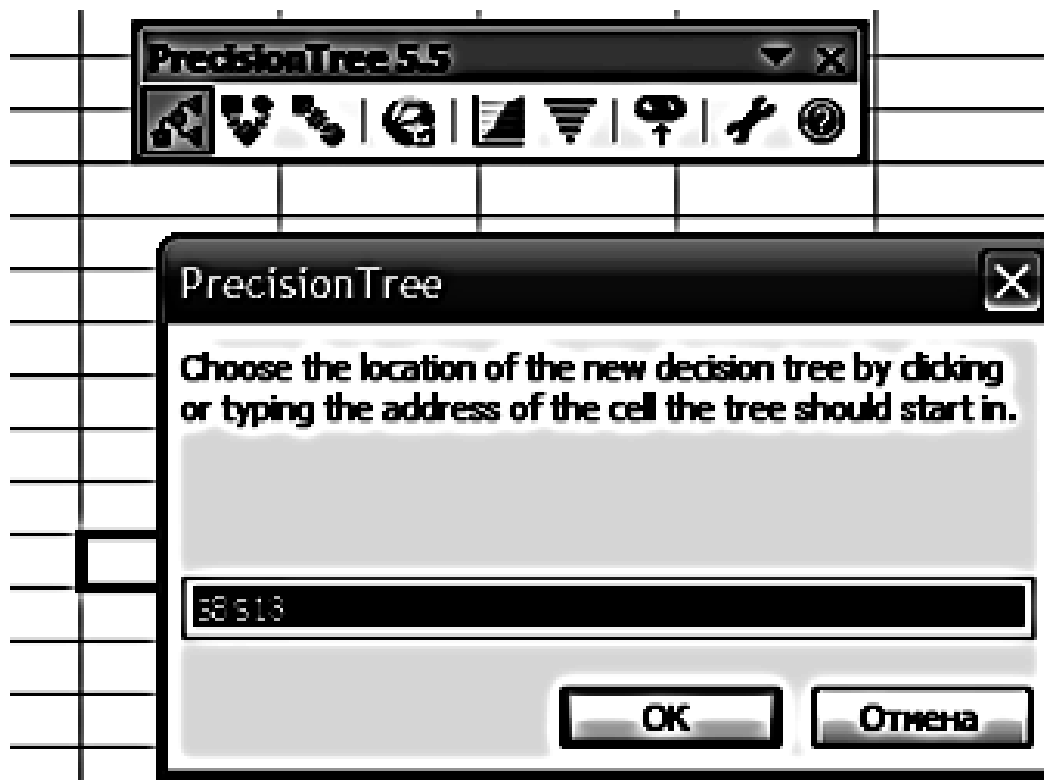


Рис. 13.22. Вибір осередку початку побудови дерева рішень

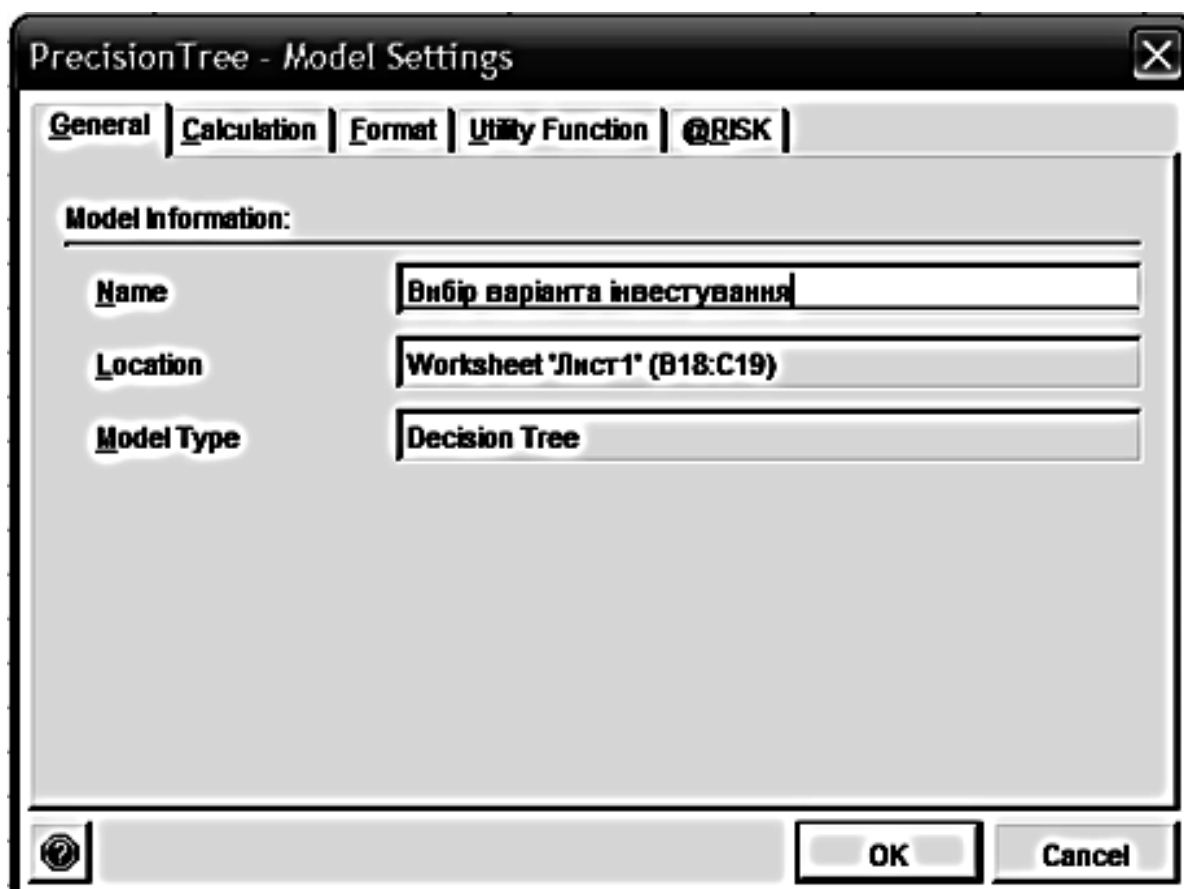


Рис. 13.23. Введення імені нової моделі

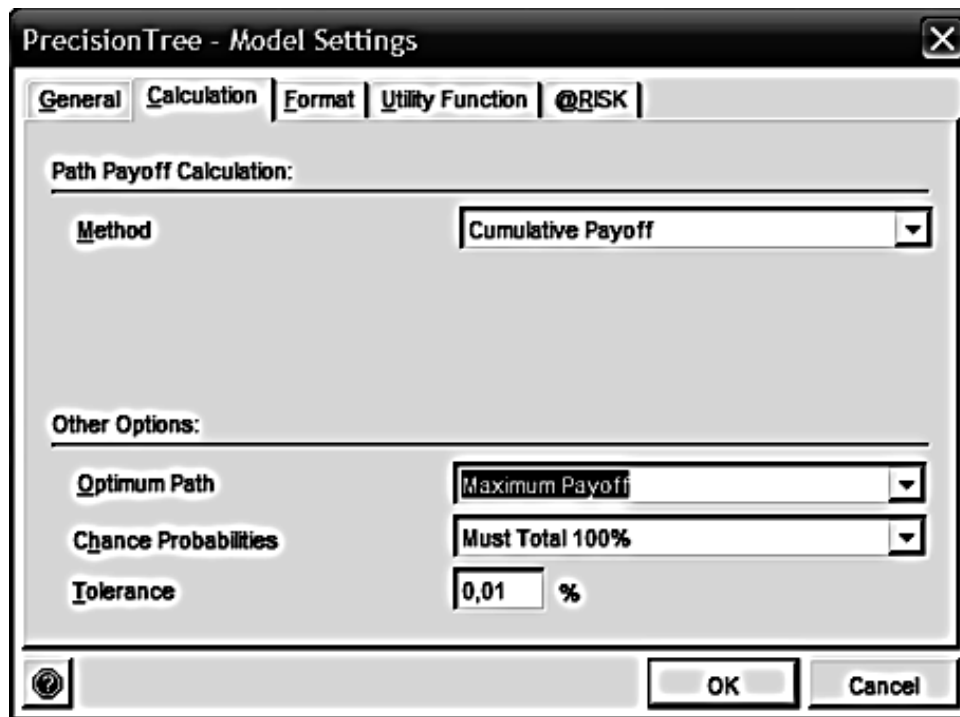


Рис. 13.24. Вказівка пошуку максимуму значення функції мети

У закладці "@RISK" (без особливої необхідності) не виконують зміну установок, які було зроблено за замовчуванням: "На кожній ітерації обчислюються значення одного шляху моделі", "Рішення пов'язано з оптимальним шляхом, який обчислюється".

На рис. 13.25 приведений первинний вид моделі дерева рішень.

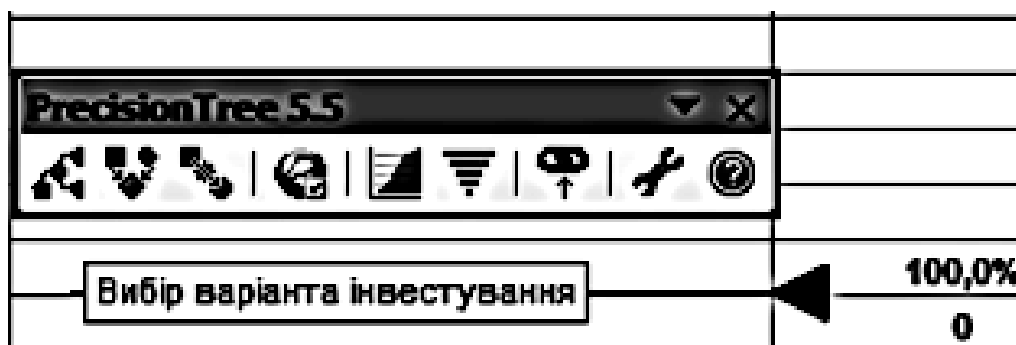


Рис. 13.25. Первинний вид моделі дерева рішень

У "PrecisionTree" вузли рішення відображають квадратами (за замовчуванням зеленого кольору), випадкові вузли – кружками (за замовчуванням червоного кольору).

Вузол виплати називають вузлом кінця, який відображається трикутником (за замовчуванням синього кольору). Два додаткових вузли (логіка й посилання) використовуються як додаткові можливості пакета.

Випадковий вузол повинен перебувати праворуч від результату прийняття рішення, замінюючи існуючий вузол кінця.

Для заміни вузла кінця вузлом рішення або випадковим вузлом необхідно активізувати вузол кінця й вибрати у вікні "Decision Tree Node Settings" необхідний вузол (рис. 13.26).

Першим з вузлів повинен бути вузол рішення "Decision".

Вибір закладки гілок "Branches" дозволяє задати: необхідні гілки рішення, їх назви та параметри (наприклад затрати на інвестування у відповідне підприємство) (рис. 13.27).

Кожному вузлу та кожній гілці необхідно надати ім'я. Біля кожної гілки можна проставити її цінність в осередках нижче гілки вже в отриманій моделі.

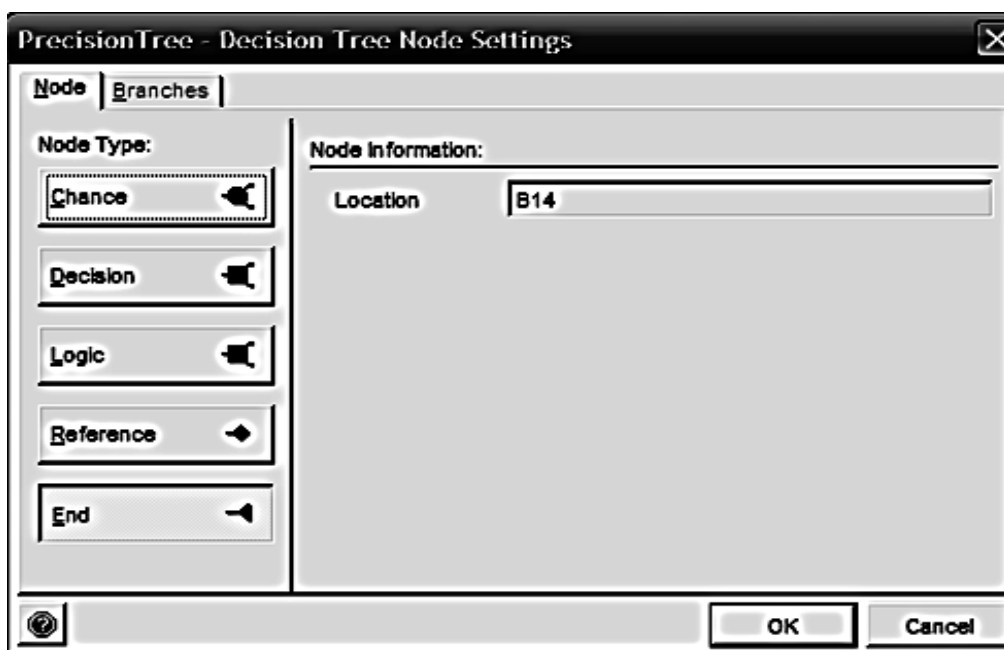


Рис. 13.26. Звернення до інструменту вибору типу вузла "Decision Tree Node Settings"

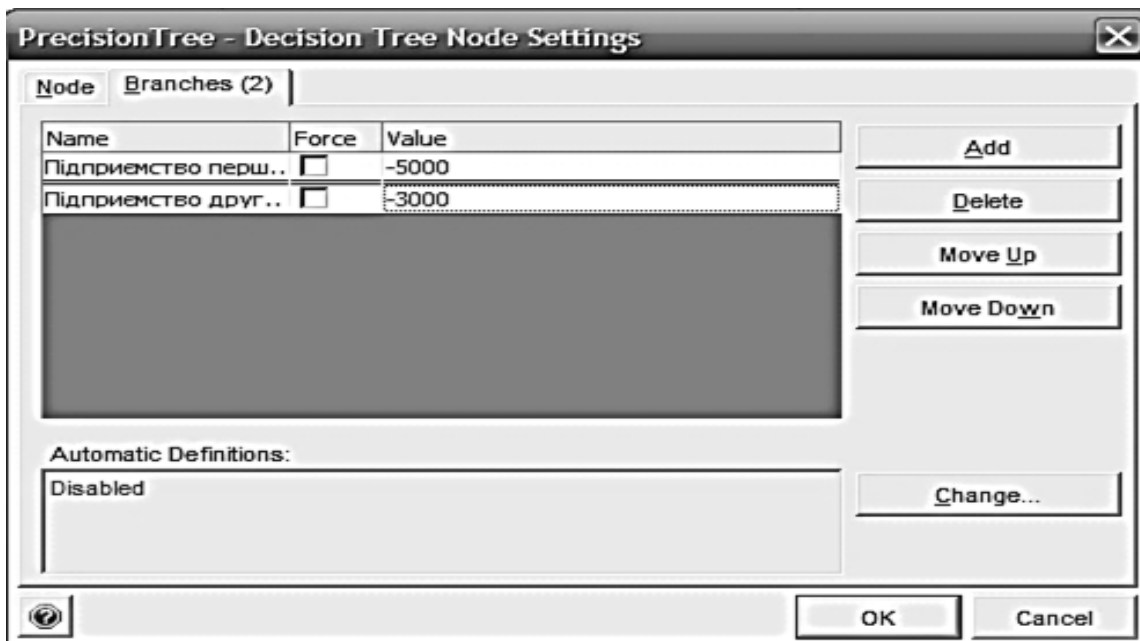


Рис. 13.27. Встановлення параметрів вузлів

Гілки дерева виходять із кожного вузла. Розрізняють три головні типи вузла в дереві рішення, відповідно, три види гілок.

1. У вузла рішення є гілка, що виходить із нього для кожного доступного вибору.

1. У випадкового вузла є гілка для кожного можливого результату.

2. Вузол кінця не має ніяких гілок і повертає виплату й імовірність для зв'язаного шляху. У вузлі рішення вказують його цінність. Для випадкового вузла зазначають дві цінності – імовірність гілки й її цінність.

На рис. 13.28 наведено вікно з вибором випадкового вузла та параметрами роботи із цим типом вузла.

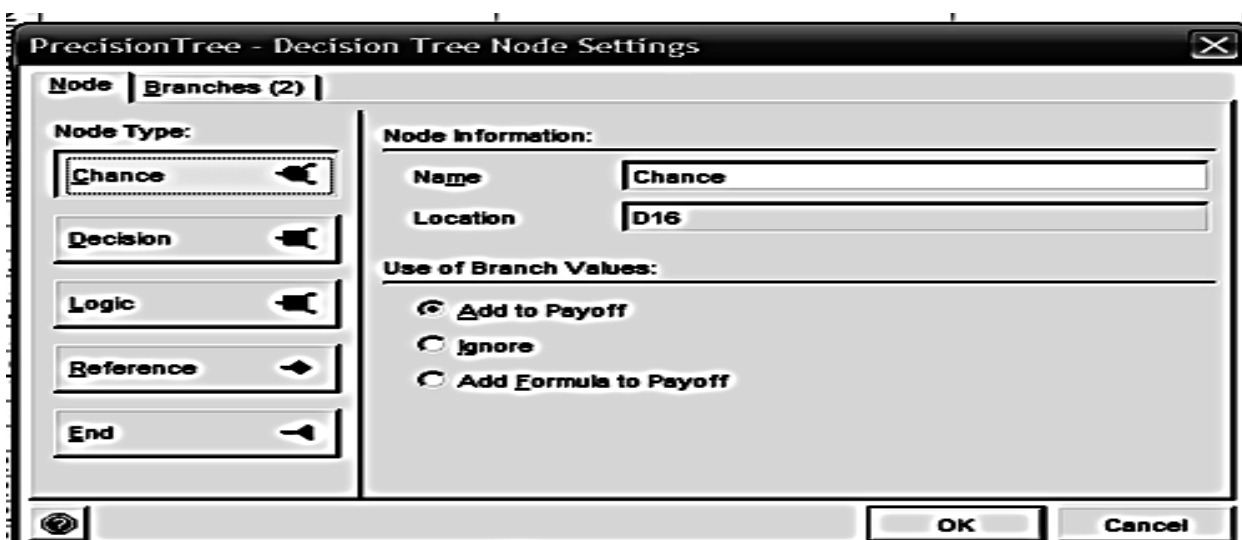


Рис. 13.28. Вибір випадкового вузла дерева

На рис. 13.29 наведено закладку "Branches" роботи з випадковими гілками: вказані імовірності настання подій та очікувані прибутки від виконаного вибору при реалізації відповідної події. На рис. 13.30 наведено результат побудови фрагмента дерева рішень.

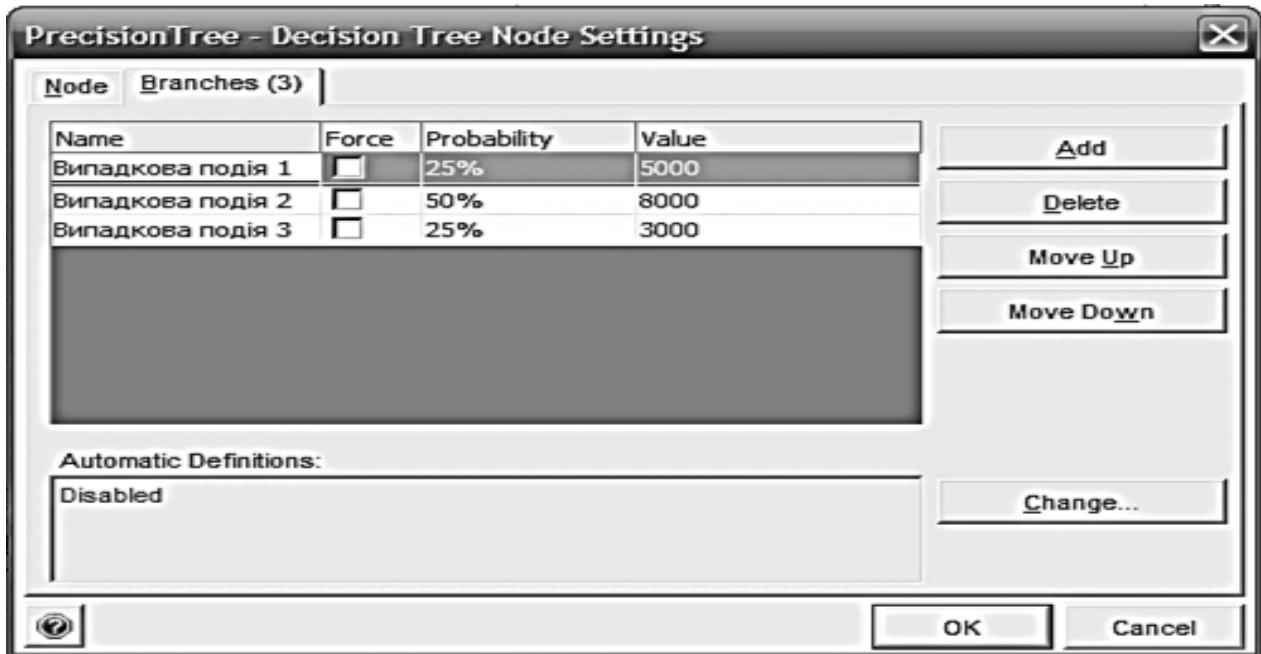


Рис. 13.29. Закладка "Branches"

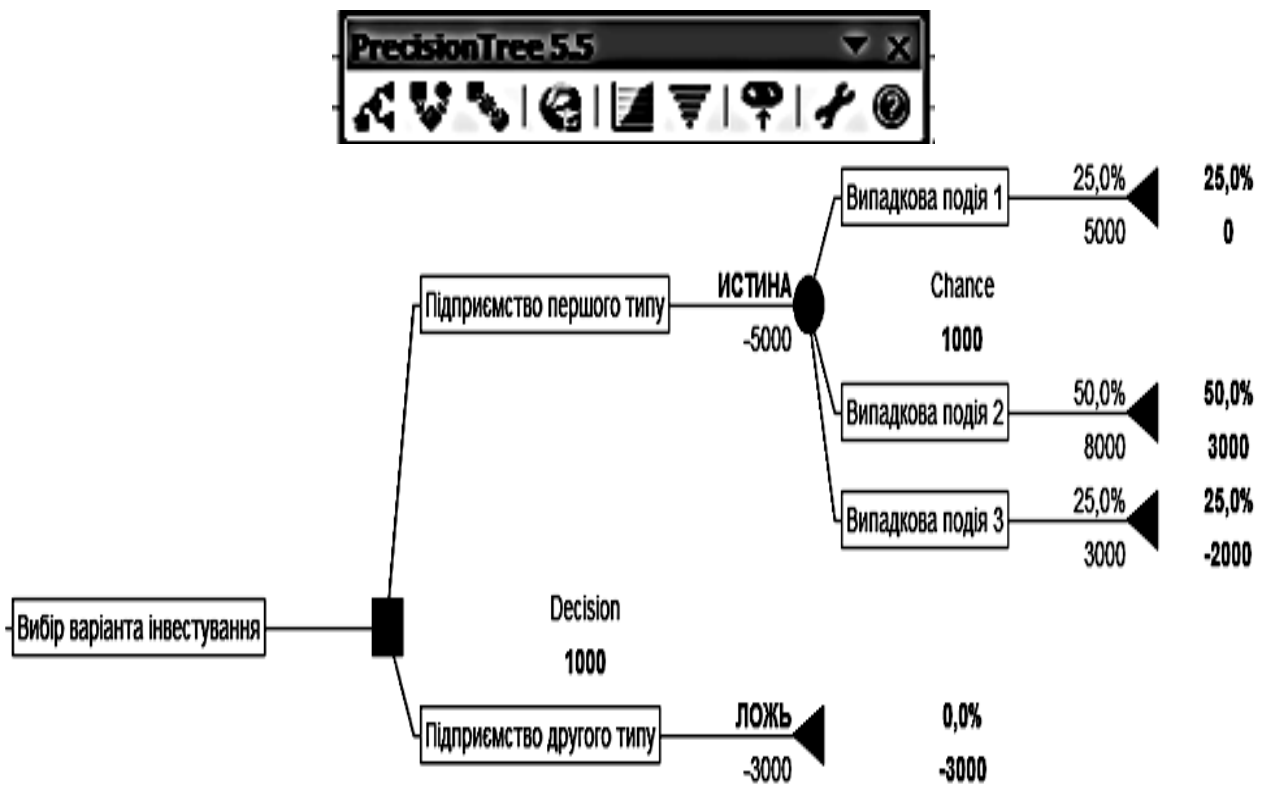


Рис. 13.30. Результат побудови фрагмента дерева рішень

Обчислювання в цьому прикладі виконані таким чином (табл. 13.1).

Таблиця 13.1

**Результат обчислень для фрагмента дерева рішень**

<b>Дохід від інвестування в підприємство першого типу</b>	<b>Значення</b>
Дохід від інвестування в підприємство першого типу в разі настання першої випадкової події становить	$(5\ 000 - 5\ 000) \times 0,25 = 0$
Дохід від інвестування в підприємство першого типу в разі настання другої випадкової події становить	$(8\ 000 - 5\ 000) \times 0,5 = 1\ 500$
Дохід від інвестування в підприємство першого типу в разі настання третьої випадкової події становить	$(3\ 000 - 5\ 000) \times 0,25 = -500$

Загальний результат доходу для вибору підприємства першого типу: 1 000 грошових одиниць. Тому й поруч із цими гілками відображено значення "Chance" рівне 1 000.

Для гілки рішення вибору підприємства другого типу моделювання не було продовжено, тому залишилися тільки збитки від вкладення коштів у цей вибір.

Загальне рішення "Decision" залишається за вибором підприємства першого типу з доходом 1 000 грошових одиниць.

Оптимальний вибір позначається словом "ИСТИНА", його протилежність – словом "ЛОЖЬ".

Подальша робота з моделлю полягає у виконанні аналізу рішення за допомогою інструменту "Decision Analysis" ("Risk Profile" та "Policy Suggestion").

Перший дозволяє побудувати діаграму імовірностей для ризиків втрат при прийнятому рішенні, кумулятивну діаграму імовірностей для ризиків втрат при прийнятому рішенні, статистичні підсумки щодо прийнятого рішення.



Другий дозволяє побудувати дерево тільки за варіантом оптимального рішення (за варіантом "ИСТИНА").

Інструмент аналізу чутливості моделі "Sensitivity Analysis" дозволяє виконати незначні зміни даних в якій-небудь клітинці моделі рішення. Якщо загальне рішення не зміниться, модель є стійкою. Це є доказом її адекватності.

Крім того можна обрати для прийняття рішення нове значення (з діапазону "чутливості моделі", зручне для ОПР). Приклади аналізу наведені в темі 7.

### **Питання для самоперевірки**

1. Розкрити зміст поняття "встановлення значення пріоритетів вручну" при роботі в середовищі пакету "ИМПЕРАТОР".

2. Розкрити зміст поняття "встановлення значення пріоритетів за допомогою класичної шкали порівнянь" при роботі в середовищі пакета "ИМПЕРАТОР".

3. У чому полягає сенс та послідовність виконання аналізу отриманого рішення засобами інструменту "Risk Profile" в середовищі пакета "Precision Tree"?

4. У чому полягає сенс та послідовність виконання аналізу отриманого рішення засобами інструменту "Policy Suggestion" у середовищі пакета "Precision Tree"?

5. У чому полягає сенс та послідовність виконання аналізу чутливості отриманого рішення засобами інструменту "Sensitivity Analysis" в середовищі пакета "Precision Tree"?

### **Резюме за темою**

Розглянуті головні можливості пакетів "ИМПЕРАТОР" і "Precision Tree" при розробці моделей прийняття рішень методами MAI і дерева рішень.

## Словник термінів

<b>Для роботи з пакетом "ИМПЕРАТОР"</b>	
<b>Вузол</b>	загальна назва для всіх можливих вирішень (альтернатив), головного критерію (головної мети) рейтингування рішень, усіх чинників, від яких, так чи інакше, залежить рейтинг. Назва вузла співпадає з назвою відповідного рішення, критерію або чинника. Рішення, критерій і чинники є "вузлами" проблеми прийняття рішення
<b>Рівень</b>	група всіх однотипних (рівноправних, однорідних, гомогенних і т. п.) вузлів. Назва рівня відображає призначення, функцію групи вузлів в ситуації прийняття рішення. Кожний вузол визначається не тільки своєю назвою, але і назвою рівня, якому він належить
<b>Мета або фокус аналізу</b>	верхній рівень моделі ієрархії називають фокусом або метою. Проміжні рівні складають допоміжні критерії
<b>Сценарії або альтернативи</b>	є останнім рівнем моделі МАІ (остаточні варіанти, що підлягають вибору)
<b>Зв'язок</b>	вказівка на наявність впливу одного вузла (домінуючого) на іншій (підлеглий). На схемі зв'язок зображається лінією. Напрямок зв'язку (і відповідної стрілки) співпадає з напрямком впливу. З погляду теорії графів зв'язок – дуга направлено графа
<b>Кластер</b>	група вузлів одного рівня, підлеглих деякому вузлу іншого рівня – вершині кластера (домінуючому вузлу). Кластери утворюються при розстановці зв'язків між вузлами, при цьому відбувається формування кластерної структури. Важливість вузлів кластера один щодо одного оцінюється відповідно до того, який вузол є вершиною кластера

	<p>Кластер визначається:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) своєю вершиною,</li> <li>2) назвою рівня,</li> <li>3) списком вузлів.</li> </ol> <p>Сума всіх пріоритетів вузлів кластера дорівнює одиниці. Тому часто пріоритети можна трактувати як імовірність, частки загального ресурсу і т. п. залежно від даного випадку</p>
<b>Пріоритет вузла в кластері</b>	<p>позитивне число, що служить для кількісного виразу важливості (ваги, значущості, переваги і т. п.) даного вузла в кластері щодо інших вузлів кластера відповідно до критерію, укладеного у вершині кластера</p>
<b>Для роботи з пакетом "Precision Tree"</b>	
<b>Decision</b>	вузол рішення ОПР
<b>Chance</b>	вузол випадковий
<b>Sensitivity Analysis</b>	інструмент аналізу чутливості моделі
<b>Risk Profile</b>	профіль ризику, який генерує пакет
<b>Policy Suggestion</b>	політика пропозицій варіантів вибору, яку генерує пакет

## Використана література

1. Алтунин А. Е. Модели и алгоритмы принятия решений в нечетких условиях / А. Е. Алтунин, М. В. Семухин. – Тюмень : Изд. ТГУ, 2000. – 352 с.
2. Андрейчиков А. В. Анализ, синтез, планирование решений в экономике / А. В. Андрейчиков, О. Н. Андрейчикова. – М. : Финансы и статистика, 2002. – 544 с.
3. Баранов В. В. Процессы принятия управляющих решений, мотивированных интересами / В. В. Баранов. – М. : ФИЗМАТЛИТ, 2005. – 296 с.
4. Беллман Р. Принятие решений в расплывчатых условиях. Вопросы анализа и процедуры принятия решений / Р. Беллман, Л. Заде. – М. : Мир, 1976. – 215 с.
5. Блюмин С. Л. Модели и методы принятия решений в условиях неопределенности / С. Л. Блюмин, И. А. Шуйкова. – Липецк : ЛЭГИ, 2001. – 138 с.

6. Бодров В. И. Математические методы принятия решений / В. И. Бодров, Т. Я. Лазарева, Ю. Ф. Мартемьянов. – Тамбов : ТГТУ, 2004. – 124 с.
7. Вентцель Е. С. Исследование операций / Е. С. Вентцель. – М. : Наука, 2001. – 364 с.
8. Горюнов Ю. Ю. Теория и методы принятия решений / Ю. Ю. Горюнов. – Ростов : РГУИТП, 2009. – 50 с.
9. Грабауров М. Информационные технологии / М. Грабауров. – М. : Финансы и статистика, 2003. – 340 с.
10. Гужва В. М. Інформаційні системи і технології на підприємствах : навч. посібн. / В. М. Гужва. – К. : КНЕУ, 2001. – 400 с.
11. Джеффри Х. Мур. Экономическое моделирование в MICROSOFT EXCEL / Джеффри Х. Мур, Лари Р. Уэдерфорд. – М. : "Вильямс", 2004. – 1024 с.
12. Дубров А. М. Моделирование рискованных ситуаций в экономике и бизнесе / А. М. Дубров, Б. А. Лагоша, Е. Ю. Хрусталева ; под ред. Лагоши Б. А. – М. : Финансы и статистика, 2000. – 176 с.
13. Калинин В. Г. Некоторые аспекты применения ГИС-технологий в гидрологии / В. Г. Калинин, С. В. Пьянков // Метеорология и гидрология. – 2000. – № 12. – С. 71–78.
14. Катренко А. В. Теорія прийняття рішень: підручник / А. В. Катренко, В. В. Пасічник, В. П. Пасько. – К. : Видавнича група ВНУ, 2009. – 448 с. : ил.
15. Катренко А. В. Системний аналіз об'єктів та процесів комп'ютеризації / А. В. Катренко. – Львів : "Новий світ", 2003. – 424 с.
16. Колпаков В. М. Теория и практика принятия управленческих решений / В. М. Колпаков. – М. : МАУП, 2004. – 504 с.
17. Кофман А. Введение в теорию нечетких множеств / А. Кофман. – М. : Радио и связь, 1982. – 432 с.
18. Кравченко Ю. А. Организация базы знаний о земной поверхности / Ю. А. Кравченко // Геодезия и картография. – 2002. – № 4. – С. 42–54.
19. Курицкий Б. Я. Применение пакетов прикладных программ по экономико-математическим методам в АСУ / Б. Я. Курицкий, Г. П. Алексеенко, Ю. В. Викин. – М. : Статистика, 1980. – 196 с.
20. Курицкий Б. Я. Поиск оптимальных решений средствами Excel 7.0 / Б. Я. Курицкий. – СПб. : ВНУ – Санкт-Петербург, 1997. – 387 с.

21. Лабоцкий В. В. Управление знаниями: технологии, методы и средства представления, извлечения и измерения знаний / В. В. Лабоцкий – Мн. : БГЭУ, 2006. – 320 с.
22. Ларичев О. И. Теория и методы принятия решений, а также Хроника событий в Волшебных странах / О. И. Ларичев. – М. : ЛОГОС, 2000. – 296 с.
23. Ларичев О. И. Теория и методы принятия решений / О. И. Ларичев. – 2-е изд., перераб. и доп. – М. : ЛОГОС, 2002. – 392 с.
24. Литвак Б. Г. Разработка управленческого решения / Б. Г. Литвак. – М. : Изд. "Дело", 2004. – 392 с.
25. Литвак Б. Г. Экспертные оценки и принятие решений / Б. Г. Литвак. – М. : Патент, 1996. – 271 с.
26. Лямец В. И. Системный анализ / В. И. Лямец, А. Д. Тевяшев. – Х. : ХНУРЭ, 2004. – 448 с.
27. Матиас Нельке. Учимся принимать решения. Быстро, точно, правильно / Матиас Нельке. – М. : ОМЕГА-Л, 2007. – 127 с.
28. Методи та моделі розроблення комп'ютерних систем і мереж : монографія / В. С. Пономаренко, С. В. Мінухін, С. В. Кавун та ін. ; за заг. ред. докт. екон. наук професора Пономаренка В. С. – Х. : Вид. ХНЕУ, 2008. – 316 с.
29. Ногин В. Д. Принятие решений при многих критериях : учебно-методическое пособие / В. Д. Ногин. – СПб : Изд. "ЮТАС", 2007. – 104 с.
30. ОНД-86. Методика расчета концентраций в атмосферном воздухе вредных веществ, содержащихся в выбросах предприятий. – Л. : Гидрометеиздат, 1987. – 236 с.
31. Орлов А. И. Нечисловая статистика / А. И. Орлов. – М. : МЗ-Пресс, 2004. – 345 с.
32. Орлов А. И. Основы теории принятия решений / А. И. Орлов. – М. : Финансы и статистика, 2004. – 192 с.
33. Орлов А. И. Принятие решений. Теория и методы разработки управленческих решений : учебное пособие / А. И. Орлов. – М. : "Март", 2005. – 496 с.
34. Орлов А. И. Эконометрика / А. И. Орлов. – М. : Экзамен, 2002. – 576 с.
35. Орловский С. А. Проблемы принятия решений при нечеткой исходной информации / С. А. Орловский. – М. : Наука, 1981. – 208 с.
36. Павленко Л. А. Корпоративні інформаційні системи : навчальний посібник / Л. А. Павленко. – Х. : Вид. "ІНЖЕК"; ХНЕУ, 2005. – 260 с.

37. Павленко Л. А. Методичні рекомендації до виконання самостійної роботи з навчальної дисципліни "Системи обробки еколого-економічної інформації" для студентів спеціальності 7.080407 усіх форм навчання / Л. А. Павленко. – Х. : Вид. ХНЕУ, 2007. – 64 с.

38. Павленко Л. А. Методичні рекомендації до виконання лабораторних робіт з навчальної дисципліни "Геоінформаційні системи" для студентів спеціальності "Комп'ютерний еколого-економічний моніторинг" усіх форм навчання / Л. А. Павленко. – Х. : Вид. ХНЕУ, 2008. – 48 с.

39. Павленко Л. А. Методичні рекомендації до виконання самостійної роботи з навчальної дисципліни "Проектування розподілених систем моніторингу" для студентів спеціальності 8.080407 "Комп'ютерний еколого-економічний моніторинг" денної форми навчання / Л. А. Павленко. – Х. : Вид. ХНЕУ, 2009. – 60 с.

40. Павленко Л. А. Методичні рекомендації до виконання самостійної роботи з навчальної дисципліни "Методи та системи підтримки прийняття рішень в управлінні еколого-економічними процесами промислових підприємств" для студентів спеціальності 8.080407 усіх форм навчання / Л. А. Павленко. – Х. : Вид. ХНЕУ, 2009. – 36 с.

41. Подиновский В. В. Парето-оптимальные решения многокритериальных задач / В. В. Подиновский, В. Д. Ногин. – М. : Наука, 1982. – 256 с.

42. Положення про порядок інформаційної взаємодії органів мінекоресурсів України та інших суб'єктів системи моніторингу довкілля при здійсненні режимних спостережень за станом довкілля. Керівний нормативний документ. КНД 211.0.1.101-02. – К., 2002. – 8 с.

43. Принципи моделювання та прогнозування в екології: підручник / В. В. Богобоящий, К. Р. Чурбанов, П. Б. Палій та ін. – К. : Центр навчальної літератури, 2004. – 216 с.

44. Ротштейн А. П. Интеллектуальные технологии идентификации: нечеткая логика, генетические алгоритмы, нейронные сети / А. П. Ротштейн. – Винница : УНИВЕРСУМ-Винница, 1999. – 320 с.

45. Саати Т. Аналитическое планирование. Организация систем / Т. Саати, К. Кернс. – М. : Радио и связь, 1991. – 224 с.

46. Світличний О. О. Основи геоінформатики : навч. посібн. / О. О. Світличний, С. В. Злотницький ; за заг. ред. О. О. Світличного. – Суми : ВТД "Університетська книга", 2006. – 295 с.

47. Ситник В. Ф. Системы підтримки прийняття рішень : навч. посібн. / В. Ф. Ситник. – К. : КНЕУ, 2004. – 614 с.
48. Терелянский П. В. Системы поддержки принятия решений. Опыт проектирования : монография / П. В. Терелянский. – Волгоград : ВолгГТУ. – 2009. – 127 с.
49. Циба В. Кваліметрія – теорія вимірювання в гуманітарних і природничих науках / В. Циба // Соціальна психологія. – К., 2005. – № 4. – С. 3–20.
50. Шаши Шекхар. Основы пространственных баз данных / Шекхар Шаши, Чаула Санжей. – М. : КУДИЦ-ОБРАЗ, 2004. – 336 с.
51. Акофф Р. Искусство решения проблем. [Электронный ресурс] / Р. Акофф. – Режим доступа : <http://www.twirpx.com/file/8685>.
52. Авдулов П. В. Введение в теорию принятия решений [Электронный ресурс] / П. В. Авдулов. – Режим доступа : [http://www.sociolog.in.ua/view\\_book.php&id=1687](http://www.sociolog.in.ua/view_book.php&id=1687).
53. Блюмин С. Л. Модели и методы принятия решений в условиях неопределенности. – СПб. : ЛЭГИ, 2001. – 138 с. [Электронный ресурс] / С. Л. Блюмин, И. А. Шуйкова. – Режим доступа : <http://www.twirpx.com/file/145983>.
54. Вертакова Ю. В. Управленческие решения: разработка и выбор. – М. : Кнорус, 2005. – 352 с. [Электронный ресурс] / Ю. В. Вертакова, И. А. Козьева, Э. Н. Кузьбожаев. – Режим доступа : [http://www.4tivo.com/business\\_finance/18826-vertakova-kozeva-kuzbozhev.html/](http://www.4tivo.com/business_finance/18826-vertakova-kozeva-kuzbozhev.html/).
55. Газета ARCREVIEW [Электронный ресурс]. – Режим доступа : <http://www.dataplus.ru/WIN/index.htm>.
56. Горский П. [Электронный ресурс] / П. Горский. – Режим доступа : [http://www.cfin.ru/management/decision\\_science1.shtml](http://www.cfin.ru/management/decision_science1.shtml).
57. Демьянов В. Ф. Введение в минимакс [Электронный ресурс] / В. Ф. Демьянов, В. Н. Малоземов. – Режим доступа : <http://www.twirpx.com/files/mathematics/solutions>.
58. Зайцев М. Г. Методы оптимизации управления и принятия решений: примеры, задачи, кейсы. – М. : Дело, 2008. – 664 с. [Электронный ресурс] / М. Г. Зайцев, С. Е. Варюхин. – Режим доступа : <http://institutiones.com/download/books/1834-metody-optimizacii-upravleniya-i-prinyatia-reshenij.html>.

59. Интеграция инженерных, экономических, экологических методов // Интернет-журнал "Link" Львівського сайту інформаційних технологій ITEL [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <http://itel.netfirms.com>.
60. ИМПЕРАТОР 3.1. ЗАО НИЦММИНТ НЕЙРОСПЛАВ [Электронный ресурс]. – Режим доступа : <http://www.neirosplav.com>.
61. Картографический интернет-форум компании Дискус, СПб. [Электронный ресурс]. – Режим доступа : <http://webforum.rbc.ru>.
62. Катренко А. В. Моделі та методи формування портфелів ІТ-проектів. 2010 [Електронний ресурс] / А. В. Катренко, Д. С. Магац. – Режим доступу : <http://vlp.com.ua/node/7110>.
63. Катренко А. В. Теорія прийняття рішень. 2009 [Електронний ресурс] / А. В. Катренко, В. В. Пасічник. – Режим доступу : <http://vlp.com.ua/node/7110>.
64. Кораблин М. А. Информатика поиска управленческих решений. – СПб. : Солон-Пресс, 2003. – 192 с. [Электронный ресурс] / М. А. Кораблин. – Режим доступа : [http://www.4tivo.com/business\\_finance/25712-informatika-poiska-upralencheskikh-reshenijj.html](http://www.4tivo.com/business_finance/25712-informatika-poiska-upralencheskikh-reshenijj.html).
65. Матиас Нельке. Учимся принимать решения [Электронный ресурс] / Нельке Матиас. – Режим доступа : [http://www.sociolog.in.ua/view\\_book.php&id=519](http://www.sociolog.in.ua/view_book.php&id=519).
66. Миллер С. А. Рынок геоинформатики России в 2006 г. Состояние, проблемы и перспективы развития [Электронный ресурс] / С. А. Миллер. – Режим доступа : <http://www.gisa.ru/38507.html>.
67. Мищенко Е. Я. Принятие решений в кризисных ситуациях. – СПб. : Речь, 2008. – 201 с. [Электронный ресурс] / Е. Я. Мищенко. – Режим доступа : <http://financepro.ru/management/13656-prinatie-resheniy-v-krizisnyh-biznes-situaciyah-mishenko-e-ya.html>.
68. Офіційний сайт корпорації MapInfo. Режим доступу : <http://www.mapinfo.com>.
69. Пономарев А. С. Нечеткие множества в задачах автоматизированного управления и принятия решений. – М. : 2005. – 232 с. [Электронный ресурс] / А. С. Пономарев. – Режим доступа : <http://www.kodges.ru/32111-nechetkie-mnozestva-v-zadachakh.html>.
70. Про охорону навколишнього природного середовища: Закон України // Відомості Верховної Ради. – 1991. – № 41 [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <http://www.infars.ru/listovki/ecolog/prizma.htm>.



71. Про затвердження Положення про державну систему моніторингу довкілля : Постанова Кабінету Міністрів України № 391, від 30.03.1998 р. [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <http://www.rada.kiev.ua/cgi-bin/putfile.cgi>.

72. Про Основні напрями державної політики України у галузі охорони довкілля, використання природних ресурсів та забезпечення екологічної безпеки : Постанова Верховної Ради України №188, від 5.03.1998 р. Відомості Верховної Ради. – 1998. – № 38. [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <http://www.rada.kiev.ua/cgi-bin/putfile.cgi>.

73. Руководство по ArcGIS (ArcGIS book) / Web-сайт СП "Дата+", представляющего на российском рынке семейство ГИС ESRI и др. фирм: ArcView, Arc/Info, Erdas Imagine, 2006. [Электронный ресурс]. – Режим доступа : <http://www.dataplus.ru>.

74. Сорина Г. В. Принятие решений как интеллектуальная деятельность. – М. : "Канон +", "Реабилитация", 2009. – 272 с. [Электронный ресурс] / Г. В. Сорина. – Режим доступа : <http://www.twirpx.com/files/mathematics>.

75. Системи підтримки прийняття рішень [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <http://dssresources.com>.

76. Теорія прийняття рішень [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <http://vlasnasprava.pp.ua/management/3811-skachati-knigu-teoriya-prinyatiya-reshenij.html>.

77. Тынкевич М. А. Экономико-математические методы (Исследование операций): учебное пособие. [Электронный ресурс] / М. А. Тынкевич. – Режим доступа : <http://vtit.kuzstu.ru/books/shelf/book1>.

78. Черноморов Г. А. Теория принятия решений: учебное пособие. – Рос.гос.техн. ун-т, Новочеркасск, 2002. – 276 с. [Электронный ресурс] / Г. А. Черноморов. – Режим доступа : <http://www.kodges.ru/6384-teorija-prinjatija-reshenij.html>.

79. Черноруцкий И. Г. Методы принятия решений. – СПб. : БХВ-Петербург, 2005. – 416 с. [Электронный ресурс] / И. Г. Черноруцкий. – Режим доступа : <http://www.stufiles.ru/dir/cat29/subj82/file14112.html>.

80. Эддоус М. Методы принятия решений. – М. : "Аудит, ЮНИТИ", 2000. – 245 с. [Электронный ресурс] / М. Эддоус. – Режим доступа : <http://bankknig.com/raznoe/100333-m.jeddous-metody-prinjatija-reshenij-skachat.html>.

81. Юдин Д. Б. Вычислительные методы теории принятия решений [Электронный ресурс] / Д. Б. Юдин. – Режим доступа : <http://arhivknig.com/obrazovanie/37474-judin-d.b.-vychislitelnye-metody-teorii.html>.

82. Anthony Kelly. Decision making using Game Theory [Electronic resource] / Kelly Anthony. – Access mode : <http://www.getabstract.com/en/summary/strategy/decision-making-using-game-theory/2560>.

83. BayesianDecisionMakingtheory [Electronic resource]. – Access mode : <http://www.utia.cas.cz/AS/education/e-materials/start>.

84. Frada Burstein. Handbook on Decision Support Systems 1. Basic Themes. Publisher: Springer, 2008. – 854 pp. [Electronic resource] / Frada Burstein, Clyde W. Holsapple. – Access mode : [http://www.ebook3000.com/Handbook-on-Decision-Support-Systems-1-Basic-Themes\\_104934.html](http://www.ebook3000.com/Handbook-on-Decision-Support-Systems-1-Basic-Themes_104934.html).

85. Paul Goodwin. Decision Analysis for Management Judgment, 3rd edition. Chichester: Wiley, 2004. – 477 pp. [Electronic resource] / Paul Goodwin, George Wright. – Access mode : <http://books.google.com.ua/books?id=SPrrXNqPMB4C&pg=PR9&lpg=PR9&dq=Paul+Googwin+and+George+Wright&source=bl&ots>.

86. Official site of firm Palisade. PrecisionTree. Access mode : <http://www.palisade.com>.

87. Power D. J. A Brief History of Decision Support Systems. DSSResources.COM, World Wide Web, version 2.8, May 31, 2003 [Electronic resource] / D. J. Power. – Access mode : <http://DSSResources.COM/history/dsshistory.html>.

88. Sven Ove Hansson. Decision Theory: A Brief Introduction (an excellent non-technical and fairly comprehensive primer). Department of Philosophy and the History of Technology. Royal Institute of Technology (KTH). Stockholm, 2005. – 94 c. [Electronic resource] / Sven Ove Hansson. – Access mode : <http://www.infra.kth.se/~soh/decisiontheory.pdf>.

89. Deductor Studio [Electronic resource]. – Access mode : <http://www.basegroup.ru>.

# Зміст

<b>Вступ</b>	3
<b>Розділ 1. Теоретичні основи вибору альтернатив</b>	4
<b>1. Загальні аспекти прийняття рішень</b>	4
1.1. Концепція прийняття рішень. Основні поняття і визначення	5
1.2. Класифікація задач прийняття рішень	7
1.3. Задачі прийняття рішень в умовах визначеності.	8
1.4. Задачі прийняття рішень в умовах ризику	8
1.5. Задачі прийняття рішень в умовах невизначеності	9
1.6. Методи теорії дослідження операцій при прийнятті рішень	9
1.7. Приклади задач прийняття рішень в умовах визначеності	12
<b>2. Бінарні відношення та механізми прийняття рішень</b>	17
2.1. Вибір і нетривіальність задач прийняття рішень	18
2.2. Загальні принципи структуризації альтернатив	20
2.3. Некритеріальне структурування альтернатив	21
2.3.1. Метод "порівняльної переваги" елементів	21
2.3.2. Метод "рядкових сум", матриця парних порівнянь	22
2.3.2.1. Приклад прийняття рішень про вибір виду транспорту вмісті	23
2.3.3. Метод безпосередньої оцінки альтернатив	24
<b>3. Метризовані відношення й експертні оцінювання</b>	27
3.1. Кваліметрія в системі переваг якості альтернатив	27
3.2. Шкала найменувань	28
3.3. Шкала порядку (рангова шкала)	29
3.4. Шкала інтервалів	29
3.5. Шкала відносин	30
3.6. Абсолютна шкала	30
3.7. Психометрична шкала Сааті (шкала експертного оцінювання пріоритетів або переваг)	30
3.8. Експертне оцінювання. Основні поняття методу експертних оцінок	32
3.8.1. Основні форми проведення експертизи	33
3.8.2. Етапи підготовки і проведення експертизи	34
<b>Розділ 2. Моделі, методи та алгоритми прийняття рішень</b>	37
<b>4. Моделі та методи прийняття рішень за умов багатокритеріальності</b>	37
4.1. Структурування альтернатив з використанням критеріїв	38

4.2. Недомінуючі альтернативи Еджворта – Парето	40
4.3. Моделі і методи прийняття рішень в умовах багатокритеріальності	42
4.3.1. Парне порівняння на основі єдиної порядкової шкали	42
4.3.2. Методи прийняття рішень на основі згортки критеріїв	44
4.3.2.1. Метод головного критерію	44
4.3.2.2. Лінійна (аддитивна) згортка як метод упорядкування альтернатив	45
4.3.2.3. Максимінна згортка	46
4.3.2.4. Мультиплікативна згортка	47
<b>5. Прийняття рішень методом аналітичної ієрархії</b>	51
5.1. Загальні відомості про метод аналізу ієрархій	52
5.2. Терміни, що використовуються при практичній роботі з МАІ	53
5.3. Метод парних порівнянь в МАІ. Міра узгодженості. Вектор пріоритетів	56
5.3.1. Індекс узгодженості (IC) і відношення узгодженості (BU)	58
5.4. Узагальнена математична модель оцінки локальних і глобальних пріоритетів елементів ієрархічної структури	60
5.5. Адекватність моделі, яка побудована за методом МАІ	63
5.6. Рекомендації до побудови ієрархій	64
<b>6. Концепція корисності та раціональний вибір</b>	69
6.1. Концепції раціонального вибору і ефективного рішення	70
6.2. Теорія корисності в прийнятті рішень	71
6.3. Функція корисності	74
6.4. Задачі прийняття рішень з точки зору корисності та імовірності	76
6.4.1. Приклад задачі прийняття рішень в умовах ризику	75
6.5. Деякі положення з теорії імовірності	80
<b>7. Моделі та методи прийняття рішень в умовах нечіткої інформації, невизначеності та ризику</b>	84
7.1. Виграш і ризик при прийнятті рішень в умовах невизначеності	85
7.2. Прийняття рішень в умовах ризику	87
7.3. Дерево рішень як метод прийняття рішень в умовах стохастичної невизначеності (в умовах ризику)	89
7.4. Приклади прийняття рішень в умовах стохастичної невизначеності	90
7.4.1. Прийняття рішення про варіант придбання нового устаткування в умовах стохастичної невизначеності	90

7.4.2. Прийняття рішення про вибір раціональної кількості устаткування, що було набуто в умовах стохастичної невизначеності	92
7.4.3. Побудова дерева рішень з метою прийняття рішення про введення нової технології виробництва продукції	96
<b>8. Моделі та методи багатоособового прийняття рішень</b>	<b>116</b>
8.1. Отримання узагальненої інформації про рішення на підставі думок експертів	117
8.2. Формування узагальненої оцінки	117
8.3. Визначення відносної ваги об'єктів (альтернатив)	118
8.4. Оцінювання альтернатив і встановлення ступеня узгодженості думок експертів	119
8.4.1. Варіаційний розмах і коефіцієнт варіації	119
8.4.2. Оцінювання альтернатив безпосереднім призначенням їм ваги і встановленням ступеня узгодженості думок експертів	120
8.4.3. Оцінювання альтернатив у балах і встановлення ступеня узгодженості думок експертів	123
8.4.4. Оцінювання альтернатив методом парних порівнянь і встановлення ступеня узгодженості думок експертів	124
8.5. Перевірка узгодженості думок експертів при оцінці об'єктів методом ранжирування (перевірка узгодженості обчисленням коефіцієнта Спірмена і коефіцієнта конкордації)	126
<b>Розділ 3. Теорія ігор</b>	<b>134</b>
<b>9. Теорія ігор, стратегічні та статистичні ігри</b>	<b>134</b>
9.1. Теорія ігор і теорія статистичних рішень у моделях теорії прийняття рішень	135
9.1.1. Ігрові методи прийняття рішень	135
9.1.1.1. Матричні ігри антагоністів	136
9.1.1.2. Методи рішення кінцевих ігор	141
9.2. Теорія статистичних рішень	147
9.2.1. Класичні критерії прийняття рішень в іграх з природою в умовах повної невизначеності	148
9.2.1.1. Критерій Лапласа	148
9.2.1.2. Критерій Вальда	159
9.2.1.3. Критерій Севіджа	151
9.2.1.4. Критерій Гурвіца	152

<b>10. Психолінгвістичні аспекти прийняття рішень</b>	162
10.1. Теорія нечітких множин у прийнятті рішень	162
10.2. Елементи теорії нечітких множин	163
10.2.1. Основні операції над нечіткими множинами	164
10.2.2. Множина рівня і декомпозиція нечіткої множини	165
10.2.3. Нечіткі відношення	166
10.2.4. Деякі операції над нечіткими відношеннями	167
10.3. Прийняття рішень при нечіткому відношенні переваги на множині альтернатив	168
10.4. Вибір невідоміючих альтернатив у разі чіткого опису альтернатив	169
10.5. Вибір альтернатив у разі декількох відношень переваги	171
<b>Розділ 4. Системи підтримки прийняття рішень</b>	179
<b>11. Системи підтримки прийняття рішень. Загальні відомості</b>	
11.1. Сфера застосування систем підтримки прийняття рішень	179
11.2. Головні компоненти систем підтримки прийняття рішень	179
11.3. Організація збереження даних у СППР	181
11.4. Багатовимірні моделі даних та багатовимірні СУБД	183
11.4.1. Особливості багатовимірного представлення даних	184
11.4.2. Операції маніпулювання вимірами	184
11.4.3. Сфера використання багатомірних СУБД	187
11.5. Реляційний OLAP (ROLAP)	188
11.6. Приклад побудови багатомірної моделі даних для виконання оперативного аналізу даних	194
<b>12. ГІС-технології в прийнятті рішень</b>	201
12.1. Роль ГІС-технологій в умовах глобалізації бізнесу	202
12.2. Короткий огляд продуктів компанії ESRI	205
12.3. Приклади розробки моделей прийняття рішень із застосуванням ГІС-технологій	207
12.3.1. Моделювання оцінювання послідовності приєднання до великого міста прилеглих населених пунктів	207
12.3.2. Моделювання оцінювання площі затоплення в весняну повінь населених пунктів, які знаходяться на річці Сіверський Донець	213
12.3.3. Моделювання пошуку місця розміщення нових підприємств в районах міст: Донецьк, Запоріжжя, Луганськ, Суми, Херсон	220

12.3.4. Моделювання пошуку місця розміщення нових підприємств при реструктуризації виробництва в районі міста Луганськ	224
12.4. "Spatial Analyst" пакета ArcGIS 9 – повнофункціональний інструмент ГІС-моделювання та підтримки прийняття оптимальних рішень	232
<b>13. Інструменти розробки моделей прийняття рішень</b>	<b>236</b>
13.1. Особливості роботи в середовищі пакета "ИМПЕРАТОР"	236
13.2. Особливості роботи в середовищі пакета "Precision Tree"	250
<b>Використана література</b>	<b>259</b>

НАВЧАЛЬНЕ ВИДАННЯ

**Пономаренко Володимир Степанович**  
**Павленко Лариса Андріївна**  
**Беседовський Олексій Миколайович та ін.**

**МЕТОДИ ТА СИСТЕМИ ПІДТРИМКИ  
ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ В УПРАВЛІННІ  
ЕКОЛОГО-ЕКОНОМІЧНИМИ ПРОЦЕСАМИ  
ПІДПРИЄМСТВ**

**Навчальний посібник  
для студентів спеціальності 8.05010105  
"Комп'ютерний еколого-економічний моніторинг"**

Відповідальний за випуск **Пономаренко В. С.**

Відповідальний редактор **Сєдова Л. М.**

Редактор **Пушкар І. П.**

Коректор **Мартовицька-Максимова В. А.**

План 2012 р. Поз. № 100-П.

Підп. до друку Формат 60 x 90 1/16. Папір MultiCopy. Друк Riso.

Ум.-друк. арк. 17,0. Обл.-вид. арк. 21,25. Тираж прим. Зам. №

---

Видавець і виготівник — видавництво ХНЕУ, 61166, м. Харків, пр. Леніна, 9а

*Свідоцтво про внесення до Державного реєстру суб'єктів видавничої справи  
Дк № 481 від 13.06.2001 р.*