

МОДЕЛЮВАННЯ ПРОГНОЗНИХ ДОХІДНОСТЕЙ І ЇХ ВИКОРИСТАННЯ В ЗАДАЧАХ ОЦІНЮВАННЯ ЕФЕКТИВНОСТІ ІНВЕСТИЦІЙНИХ ПОРТФЕЛІВ

УДК 336.767

*Назаренко О. М.
Карпуша М. В.*

Запропоновано підхід до моделювання цін активів, який дозволяє отримувати високі імітаційні та прогнозні властивості доходностей цих активів. Визначено, що використання прогнозних доходностей при формуванні реального інвестиційного портфеля дозволяє формулювати більш ефективний портфель і отримувати більше прибутку порівняно з класичним підходом. Для побудови варіантів прогнозних доходностей застосовано неперервно-дискретну модель з фіктивними змінними, а для визначення оптимального варіанта – логіт-модель. Апробацію розробленого алгоритму проведено на реальних статистичних даних цін акцій шести українських компаній.

Ключові слова: інвестиційний портфель, логіт-модель, прогнозування.

.....

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОГНОЗНЫХ ДОХОДНОСТЕЙ И ИХ ИСПОЛЬЗОВАНИЕ В ЗАДАЧАХ ОЦЕНИВАНИЯ ЭФФЕКТИВНОСТИ ИНВЕСТИЦИОННЫХ ПОРТФЕЛЕЙ

УДК 336.767

*Назаренко А. М.
Карпуша М. В.*

Предложен подход к моделированию цен активов, который позволяет получать высокие имитационные и прогнозные свойства доходностей этих активов. Определено, что спользование прогнозных доходностей при формировании реального инвестиционного портфеля позволяет формулировать более эффективный портфель и получать больше прибыли по сравнению с классическим подходом. Для построения вариантов прогнозных доходностей использована непрерывно-дискретная модель с фиктивными переменными, а для определения оптимального варианта – логит-модель. Апробация разработанного алгоритма проведена на реальных статистических данных цен акций шести украинских компаний.

Ключевые слова: инвестиционный портфель, логит-модель, прогнозирование.

.....

PREDICTED YIELDS MODELING AND THEIR USING IN PROBLEMS OF EFFECTIVENESS ESTIMATION FOR INVESTMENT PORTFOLIOS

UDC 336.767

*Nazarenko A. M.
Karpusha M. V.*

The approach of modeling the assets prices is suggested in the work, and it permits to receive high imitation and forecasting properties of yields. Using forecasting yields while forming the real investment portfolio enables to form the portfolio more efficiently and to receive more profit as compared to the mean-variance approach. The continuous-discrete model with dummy variables has been used for the construction of variants of predicted yields, and the logit-model has been used to determine the optimal variant. The approbation of the developed algorithm has been performed using real statistical data of stock prices for six Ukrainian companies.

Key words: investment portfolio, logit-model, forecasting.

Теорія оптимальних портфельних рішень широко використовується при розробці інвестиційних стратегій, а портфельні технології стали ефективним інструментом зниження інвестиційних ризиків. Однак спроби практичного використання оптимальних співвідношень, як правило, не приводять до успіху. Робота Гаррі Марковіца [1], яка започаткувала сучасну теорію портфельів, стосувалася проблеми прийняття інвестиційних рішень в умовах невизначеності. Ідеї цієї теорії добре закріпилися при визначенні інвестиційних портфельів. Але при прийнятті рішень сучасна теорія портфельів є досить суперечливою на практиці, оскільки практична реалізація часто є неадекватною реальним статистичним даним [2; 3].

Згідно з підходом Марковіца будь-який портфель з множини всіх можливих можна описати двома характеристиками – математичним сподіванням та дисперсією, які характеризують надії та побоювання інвесторів. Недоліком такого припущення є те, що майбутні значення дохідностей формуються на основі усереднених значень минулого. І тоді ефекти давнішого минулого можуть суттєво впливати на значення очікуваних дохідностей. Як показують практичні дослідження [4], при такому підході зі збільшенням об'єму вибірки спостерігається тенденція до відхилення середніх значень дохідностей від реальних у більшу сторону, що приводить до завищеної очікуваної дохідності. Іншим недоліком є те, що хоча Марковіц і ввів ідею диверсифікації портфеля як методу боротьби з несистематичним ризиком, сама його модель дозволяє сформулювати портфель лише з однорідних активів (акцій, облігацій) [5].

Варіантом вирішення зазначених проблем є використання прогнозних моделей для визначення очікуваних дохідностей. Але тоді надійність отриманих прогнозів залежить від конкретного методу прогнозування. Отже, розв'язок задачі оптимізації портфеля істотно залежить від вдалої методики прогнозування. При такому підході з'являється можливість використовувати різні активи.

У класичній постановці задачі оптимізації інвестиційного портфеля фігурують саме дохідності, але виникає питання, що повинно бути метою прогнозування: ціни на активи чи їх дохідності (прирости цін). У даній роботі пропонується економетричний підхід до моделювання цін різномірних активів, який дозволяє отримувати високоточні прогнози значення цін і якісно описувати зміну дохідностей на досліджуваному проміжку часу. Отримані прогнози значення дохідностей використовуються в якості очікуваних при розв'язанні задачі оптимізації інвестиційного портфеля.

При економетричному моделюванні ціни активу

будемо виходити з того, що в динаміці ціни спостерігаються ефекти неперервної та дискретної зміни [4], причому ні моменти часу, коли відбуваються стрибки в значеннях регресанда, ні величини цих стрибків невідомі. Тому модель і процедура її побудови повинні бути такими, щоб параметри неперервної моделі і дискретні ефекти ідентифікувалися ітераційним шляхом, в результаті якого взаємодія неперервної та дискретної складових налаштувала б регресанд на адекватне відображення реального процесу.

Отже, вважаємо, що в досліджуваних часових рядах цін активів спостерігаються неперервні та дискретні процеси. Тоді відповідну неперервно-дискретну модель для кожного активу можна записати таким чином:

$$y_{\tau} = f(\tau, \mathbf{a}) + \mathbf{d}'\mathbf{z} + \varepsilon_{\tau}, \quad (1)$$

де y_{τ} – значення ціни активу в момент часу τ ;

$f(\tau, \mathbf{a})$ – неперервна складова;

$\mathbf{d}'\mathbf{z}$ – дискретна складова;

$\mathbf{a} = (a_0, a_1, \dots, a_m)'$, $\mathbf{d} = (d_1, d_2, \dots, d_k)'$ – вектори оцінювальних параметрів;

$\mathbf{z} = (z_{\tau 1}, z_{\tau 2}, \dots, z_{\tau k})'$ – вектор змінних дискретної складової;

ε_{τ} – випадкове збурення.

Модель (1) оцінюється методами лінійної економетрики [6].

У якості неперервної складової пропонується використовувати таку функціональну форму, щоб дискретна частина моделі разом з випадковим збуренням становила стаціонарний часовий ряд, який можна було б оцінити за допомогою лінійного економетричного аналізу. Для часових рядів у якості неперервної моделі будемо використовувати поліноміальний тренд [7]. Недостатня складність у виборі неперервної складової моделі для якісного опису фінансових часових рядів може бути компенсована ітераційним шляхом. На кожному кроці ітерації число змінних дискретної складової збільшується на одиницю до тих пір, поки не буде отримана висока якість апроксимації статистичних даних. Як показують практичні дослідження, степінь полінома s не перевищує трьох, а число ітерацій k – чотирьох. Відзначимо, що у якості $f(\tau, \mathbf{a})$ деякі автори пропонують використовувати також авторегресійні моделі [8].

Та частина моделі, що відображає дискретні зміни, на кожному кроці визначається в результаті оцінювання регресійної моделі для залишків $\varepsilon_{\tau}^{(k)} = y_{\tau} - \hat{y}_{\tau}^{(k)}$, $k = 1, 2, \dots$

. На першому кроці $\hat{y}_\tau^{(1)} = f(\tau, \hat{\mathbf{a}})$ і дискретна змінна формується таким чином:

$$z_{\tau 1} = \begin{cases} +1, & \varepsilon_\tau^{(1)} \geq 0, \\ -1, & \varepsilon_\tau^{(1)} < 0. \end{cases} \quad (2)$$

На k-му кроці після оцінювання невідомих коефіцієнтів моделі $\hat{y}_\tau^{(k)} = \hat{y}_\tau^{(k-1)} + \hat{d}_k z_{\tau k}$:

$$z_{\tau k} = \begin{cases} +1, & \varepsilon_\tau^{(k)} \geq 0, \\ -1, & \varepsilon_\tau^{(k)} < 0. \end{cases} \quad (3)$$

Таким чином, за допомогою вектора z фіктивних змінних досягається необхідна точність апроксимації. Однак таке введення фіктивних змінних приводить до неоднозначності при визначенні прогнозного значення регресанда. Для прогнозу точки кожна з фіктивних змінних може приймати два значення -1 або 1 , тому збільшення кількості ітерацій приводить до збільшення варіантів, з яких формується прогнозне значення. Для вибору оптимального варіанта, який забезпечує максимальну точність апроксимації, пропонується використовувати поліноміальну логіт-модель [9]:

$$P(y_* = \hat{y}_*(j)) = \frac{e^{\tau_* \cdot \mathbf{b}_j}}{\sum_{j=1}^J e^{\tau_* \cdot \mathbf{b}_j}}, \quad j=1, 2, \dots, J, \quad (4)$$

де J – кількість можливих варіантів;

y_* – значення регресанда в прогнозуванні точці τ_* ;

$\hat{y}_*(j)$ – оцінка прогнозу для варіанта j;

\mathbf{b} – вектор оцінювальних параметрів.

Регресійна модель, яка відповідає (4), наводиться в роботі [10]. Вона є істотно нелінійною відносно невідомих параметрів \mathbf{b} , тому для її оцінювання можна використовувати чисельний метод Ньютона – Рафсона розв'язання системи рівнянь правдоподібності, записаних у логарифмічній формі. У даній роботі використовується економетричний пакет Stata, за допомогою якого знаходяться оптимальні прогнозування.

Розглянемо апробацію наведеного методу прогнозування для інвестиційного портфеля, який складається з таких акцій: Алчевського металургійного заводу (ALMK), Дніпроенерго (DNEN), Райфайзен Банку Аваль (BAVL), УкрНафти (UNAF), УкрТелекому (UTLM), Стаханівського вагобудівного заводу (SVGZ). Були вибрані саме ці компанії, оскільки ціни на їх акції мають тенденцію до зростання та є досить волатильними. Використана щодобова статистична інформація для цін акцій за період з 08.10.2010 р. до 14.02.2011 р. (об'єм вибірки N = 88).

Розглянемо детально побудову прогнозного значення на прикладі Алчевського металургійного заводу. В даному випадку стаціонарність залишків $\varepsilon_\tau^{(1)}$ забезпечується лінійним трендом, оцінювання якого дає:

$$\hat{y}_\tau = 0,12082 + 0,00150 \cdot \tau, \quad \tau = 1, 2, \dots, N, \quad R^2 = 0,8809.$$

(с.п.) (0,00305) (0,00006)

Тут під значенням МНК-оцінок вказані відповідні значення стандартних помилок цих оцінок. Перевірка значущості

оцінок за критерієм Стьюдента при рівні значущості 5 % та відповідному числі ступенів волі [11] показує, що цьому критерію задовольняють всі оцінки. Перевірка на стаціонарність залишків $\varepsilon_\tau^{(1)}$ здійснювалась за допомогою розширеного тесту Дікі – Фулера [12].

Нарощування дискретної складової за вказаним алгоритмом дає:

$$\hat{y}_\tau^{(1)} = 0,12474 + 0,00139 \cdot \tau + 0,01256 \cdot z_{\tau 1}, \quad R^2 = 0,9706;$$

(с.п.) (0,00154) (0,00003) (0,00078)

$$\hat{y}_\tau^{(2)} = 0,12452 + 0,00139 \cdot \tau + 0,01307 \cdot z_{\tau 1} + 0,00579 \cdot z_{\tau 2}, \quad R^2 = 0,9908;$$

(с.п.) (0,00087) (0,00002) (0,00044) (0,00043)

$$\hat{y}_\tau^{(3)} = 0,12444 + 0,00140 \cdot \tau + 0,01279 \cdot z_{\tau 1} + 0,00621 \cdot z_{\tau 2} + 0,00327 \cdot z_{\tau 3}, \quad R^2 = 0,9971.$$

(с.п.) (0,00049) (0,00001) (0,00024) (0,00024) (0,00024)

У таблиці наводяться ймовірності (4), які характеризують можливі варіанти прогнозного розвитку регресанда залежно від комбінацій фіктивних змінних. Аналіз результатів показує, що оптимальна регресійна модель відповідає другому варіанту значень фіктивних змінних у прогнозуванні момент τ_* .

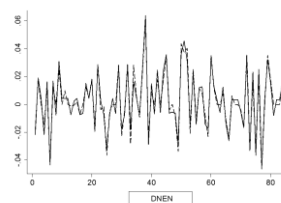
Аналогічно проводилася побудова економетричних моделей для решти акцій інвестиційного портфеля. У кожному випадку стаціонарність залишків і високоточні прогнозування характеристики забезпечувалися при степені поліноміального тренда $s \leq 3$ і кількості ітерацій $k \leq 4$. Як виявилось, цього достатньо, щоб досягти високих апроксимаційних властивостей дохідностей.

Таблиця

Прогнозування властивостей варіантів логіт-моделі

№ п/п	Комбінація ($z_{\tau_* 1}, z_{\tau_* 2}, z_{\tau_* 3}$)	Ймовірність появи
1	(1, 1, 1)	8,90 %
2	(1, 1, -1)	25,99 %
3	(1, -1, 1)	24,30 %
4	(1, -1, -1)	11,37 %
5	(-1, 1, 1)	6,74 %
6	(-1, 1, -1)	10,23 %
7	(-1, -1, 1)	5,08 %
8	(-1, -1, -1)	6,54 %

Графіки дохідностей подані на рис. 1, де штриховою лінією позначені реальні дохідності, а суцільною – криві, що відповідають отриманому розкладу.



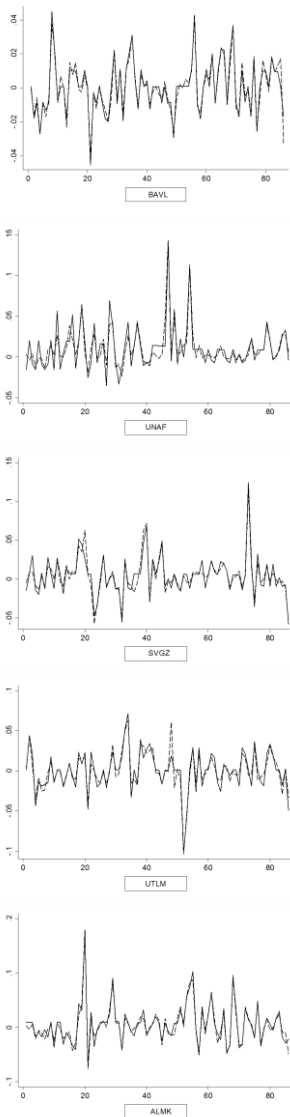


Рис. 1. Статистичні та модельні дані для цін акцій та її дохідностей

При моделюванні інвестиційного портфеля в роботі використовувалися модельні значення дохідностей у момент t_* . Сформулюємо тепер оптимізаційну модель інвестиційного портфеля, як задачу математичного програмування:

$$\begin{cases} \sigma^2 = \mathbf{w}'\Sigma\mathbf{w} \rightarrow \min, \\ \mathbf{w}'\mathbf{m} = \mu, \\ \mathbf{w}'\mathbf{e} = 1, \end{cases} \quad (5)$$

де $\mathbf{e} = (1, 1, \dots, 1)'$, $\mathbf{w} = (w_1, w_2, \dots, w_n)'$ – частка капіталу, вкладена в i -й актив;

Σ – коваріаційна матриця модельних дохідностей акцій;

\mathbf{m} – вектор очікуваних дохідностей акцій, який оцінений вище;

μ – заданий рівень дохідності портфеля.

Розв'язок задачі оптимізації (5) має вигляд [13]:

$$\mathbf{w}^* = \Sigma^{-1} \left(\frac{C\mu - B}{AC - B^2} \mathbf{m} + \frac{A - B\mu}{AC - B^2} \mathbf{e} \right), \quad (6)$$

$$A = \mathbf{m}'\Sigma^{-1}\mathbf{m}, \quad B = \mathbf{m}'\Sigma^{-1}\mathbf{e}, \quad C = \mathbf{e}'\Sigma^{-1}\mathbf{e}.$$

Можна показати, що ефективний портфель з найменшим ризиком $\sigma_* = 1/\sqrt{C}$ отримується при очікуваній дохідності $\mu_* = B/C$ і дорівнює [9]:

$$\mathbf{w}_* = \frac{1}{C} \Sigma^{-1} \mathbf{e}. \quad (7)$$

У даній роботі побудований оптимальний портфель з шести акцій вказаних вище компаній (на 15.02.2011 р.). На рис. 2 зображені фронти ефективних портфелів, які відповідають задачі (5) у випадках, коли використані: а) середні дохідності (лінією з точками); б) прогнози дохідностей (суцільною лінією). Тут також для порівняння подається фронт ефективних портфелів для реальних дохідностей (точками).

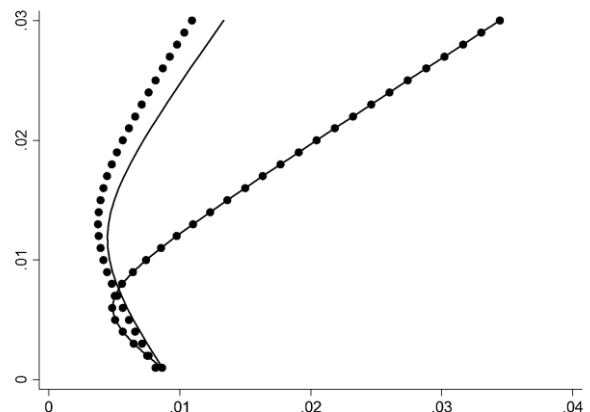


Рис. 2. Фронти ефективних портфелів

Аналіз отриманих результатів показує, що у випадку прогнозних дохідностей (б) фронт ефективних портфелів зміщується вліво порівняно з (а). Це означає, що інвестор може сформувати ефективний портфель з тією ж середньою дохідністю, але меншою дисперсією (ризиком). Відзначимо, що фронт ефективних портфелів для реальних даних зміщується ще лівіше, але модельний фронт значно ближче до реального, ніж розрахований за класичною схемою.

Для порівняння результатів обчислимо реальний рівень доходів у випадку, коли інвестор прийме рішення будувати портфель з найменшим ризиком. У випадку (а): $\sigma_* = 0,0124$, $\mathbf{w}^* = (0,183; 0,389; 0,167; 0,146; 0,176; -0,061)$, у випадку (б): $\sigma_* = 0,0106$, $\mathbf{w}^* = (0,311; 0,185; 0,265; 0,046; 0,237; -0,044)$. Від'ємне значення w_6 відповідає операції "короткий продаж" [13]. Реальні значення дохідностей для цих портфелів дорівнюють 0,8 і 1,1 % відповідно. Як видно, методика побудови ефективного портфеля істотно впливає як на значення реальних дохідностей, так і на склад самого портфеля. Тому моделювання прогнозних

дохідностей має практичне значення і може використовуватися при прийнятті інвестиційних рішень.

Отже, у роботі запропонований підхід до моделювання цін активів, який дозволяє отримувати високі імітаційні та прогнозні властивості дохідностей цих активів. Використання прогнозних дохідностей при формуванні реальних інвестиційних портфельів дає можливість більш ефективно формувати портфель і отримувати вищі дохідності порівняно з класичним підходом.

Література: 1. Markowitz H. M. Portfolio Selection. Efficient Diversification of Investments / H. M. Markowitz. – Oxford ; N.Y. : Blackwell, 1991. – 384 p. 2. Боди З. Принципы инвестиций / З. Боди, А. Кейн, А. Маркус. – М. : Вильямс, 2008. – 984 с. 3. Давнис В. В. Равновесные портфельные стратегии // Вестник ВГУ, серия: экономика и управление / Давнис В. В. – Воронеж : ВГУ, 2007. – № 1. – С. 14–144. 4. Ширяев А. Н. Основы стохастической финансовой математики. Т. 1 / Ширяев А. Н. – М. : Фазис, 1998. – 512 с. 5. Tsay R. S. Analysis of financial time series / R. S. Tsay. – John Wiley & Sons, 2002. – 458 с. 6. Назаренко О. М. Економетрична модель розвитку макроекономічної системи

(на прикладі розвинутих країн) / Назаренко О. М., Загряжська П. І. // Економіка розвитку. – Х. : ХНЕУ, 2009. – № 2(50). – С. 69–72. 7. Айвазян С. А. Прикладная статистика и основы эконометрики / Айвазян С. А., Мхитарян В. С. – М. : Юнити, 1998. – 1012 с. 8. Gouriéroux C. Financial Econometrics / C. Gouriéroux, J. Jasiak. – Princeton University Press, 2001. – 477 p. 9. Магнус Я. Р. Эконометрика / Магнус Я. Р., Катышев П. К., Пересецкий А. А. – М. : Дело, 2004. – 576 с. 10. Давнис В. В. Прогнозные модели экспертных предпочтений / Давнис В. В. – Воронеж : Изд-во Воронеж. гос. ун-та, 2005. – 248 с. 11. Назаренко О. М. Основы эконометрики / Назаренко О. М. – К. : Центр навчальної літератури, 2005. – 392 с. 12. Dickey D. A. Distribution of the Estimators for Autoregressive Time Series with a Unit Root / Dickey D. A., Fuller W. A. // Journal of the American Statistical Association. – 1979. – № 74. – Pp. 427–431. 13. Шарп У. Инвестиции / У. Шарп, Г. Александер, Дж. Бейли. – М. : ИНФРА-М, 2006. – 1028 с.

References: 1. Markowitz H. M. Portfolio Selection. Efficient Diversification of Investments / H. M. Markowitz. – Oxford ; N. Y. : Blackwell, 1991. – 384 p. 2. Bodi Z. Printsipy investitsiy [Essentials of Investments] / Z. Bodi, A. Keyn, A. Markus. – M. : Vilyams, 2008. – 984 p. 3. Davnis V. V. Ravnovesnye portfelnye strategii [Equilibrium Portfolio Strategy] / Davnis V. V. // Vestnik VGU, seriya : ekonomika i upravlenie. – Voronezh, VGU, 2007. – No. 1. – Pp. 141–144. 4. Shiryayev A. N. Osnovy stokhasticheskoy finansovoy matematiki [Essentials of Stochastic Finance]. Vol. 1 / Shiryayev A. N. – M. : Fazis, 1998. – 512 p. 5. Tsay R. S. Analysis of financial time series / R. S. Tsay. – John Wiley & Sons, 2002. – 458 p. 6. Nazarenko O. M. Ekonometrychna model rozvytku makroekonomichnykh system [Econometrical Modeling of Macroeconomic Systems Development] / Nazarenko O. M., Zagryazhska P. I. // Ekonomika rozvytku. – Kh. : XNEU, 2009. – No. 2(50). – Pp. 69–72. 7. Ayvazyan S. A. Prikladnaya statistika i osnovy ekonometriki [Applied Statistics and Basics of Econometrics] / Ayvazyan S. A., Mkhitaryan V. S. – M. : Yuniti, 1998. – 1012 p. 8. Gouriéroux C. Financial Econometrics / C. Gouriéroux, J. Jasiak. – Princeton University Press, 2001. – 477 p. 9. Magnus Ya. R. Ekonometrika [Econometrics] / Magnus Ya. R., Katyshev P. K., Peresetskiy A. A. – M. : Delo, 2004. – 576 p.

10. Davnis V. V. Prognoznye modeli ekspertnykh predpochteniy [Predictive Models of Experts Preferences] / Davnis V. V. – Voronezh : Izd-vo Voronezh. gos. un-ta, 2005. – 248 p.

11. Nazarenko O. M. Osnovy ekonometryky [Essentials of Econometrics] / Nazarenko O. M. – K. : Centr navchalnoi literatury, 2005. – 392 p. 12. Dickey D. A. Distribution of the Estimators for Autoregressive Time Series with a Unit Root / Dickey D. A., Fuller W. A. // Journal of the American Statistical Association. – No. 74. – 1979. – Pp. 427–431. 13. Sharp U. Investitsii [Investments] / U. Sharp, G. Aleksander, Dzh. Beyli. – M. : INFRA-M, 2006. – 1028 p.

Інформація про автора

Назаренко Олександр Максимович – канд. фіз.-мат. наук, доцент кафедри моделювання складних систем Сумського державного університету (40007, м. Суми, вул. Римського-Корсакова, 2).

Карпуша Марина Василівна – аспірант кафедри моделювання складних систем Сумського державного університету (40007, м. Суми, вул. Римського-Корсакова, 2, e-mail: m.karpusha@mss.sumdu.edu.ua).

Інформація об авторе

Назаренко Олександр Максимович – канд. фіз.-мат. наук, доцент кафедри моделювання складних систем Сумського державного університету (40007, г. Суми, ул. Римського-Корсакова, 2).

Карпуша Марина Васильевна – аспірант кафедри моделювання складних систем Сумського державного університету (40007, г. Суми, ул. Римського-Корсакова, 2, e-mail: m.karpusha@mss.sumdu.edu.ua).

Information about the author

Nazarenko Oleksandr Maksymovych – PhD, Associate professor, at the Department of Complex Systems Modeling of Sumy State University Sumy (Rimsky-Korsakov str. 2, Sumy, 40007).

Karpusha Maryna Vasyilivna – postgraduate student at the Department of Complex Systems Modeling, Sumy State University (Rimsky-Korsakov str., 2, Sumy, 40007, e-mail: m.karpusha@mss-sumdu.edu.ua).

Рецензент
докт. екон. наук,
професор Клебанова Т. С.

Стаття надійшла до ред.
22.12.2011 р.

