

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ ЕКОНОМІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ СЕМЕНА КУЗНЕЦЯ

ЗАТВЕРДЖЕНО

на засіданні кафедри
вищої математики та економіко-математичних
методів

Протокол № 1 від 21.08.2023 р.

ПОГОДЖЕНО

Проректор з навчально-методичної роботи

Каріна НЕМАШКАЛО



ВИЩА МАТЕМАТИКА

робоча програма навчальної дисципліни (РПНД)

Галузь знань 12 "Інформаційні технології"
Спеціальність 124 "Системний аналіз"
Освітній рівень перший (бакалаврський)
Освітня програма "Управління складними системами"

Статус дисципліни обов'язкова
Мова викладання, навчання та оцінювання українська

Розробник:
к.т.н., доцент

Тетяна ДЕНИСОВА

Завідувач кафедри
вищої математики та економіко-математичних методів

Людмила МАЛЯРЕЦЬ

Гарант програми

Оксана ПАНАСЕНКО

Харків
2024

ВСТУП

Дедалі більшу роль у сучасній науці та техніці відіграють математичні методи дослідження, моделювання та проектування. Це обумовлено вдосконаленням обчислювальної техніки, завдяки якій істотно збільшилася можливість успішного застосування математики під час розв'язання конкретних задач. Математичні науки тісно пов'язані з розвитком інформаційних комп'ютерних технологій, які проникли практично в усі сфери людської діяльності і відіграють вирішальну роль в освіті сучасного конкурентоспроможного фахівця, надаючи йому апарат дослідження складних систем будь-якої природи і логіку побудови проектної діяльності. З іншого боку, високопродуктивні інформаційні технології перетворилися на найважливіший сегмент наукомісткого високотехнологічного виробництва, реалізувати який можуть тільки фахівці, що мають поглиблену підготовку в галузі математики й інформаційних технологій.

Навчальна дисципліна «Вища математика» є обов'язковою навчальною дисципліною, яка вивчається згідно з освітньою програмою підготовки бакалаврів галузі знань 12 «Інформаційні технології», спеціальності 124 «Системний аналіз» всіх форм навчання.

Мета навчальної дисципліни: ознайомити здобувачів вищої освіти з основами математичного апарату, необхідного для розв'язування теоретичних та практичних задач фахової спрямованості; виробити навички математичного дослідження прикладних задач і побудови економіко-математичних моделей; закласти у здобувачів вищої освіти уміння самостійно вивчати літературу з математики та прикладних питань; сформувати цілісну систему теоретичних і практичних знань, необхідну для професійної діяльності компетентного фахівця у галузі інформаційних технологій; розвинути навички аналітичного мислення та застосування математичного апарату до формалізації реальних процесів та явищ.

Основними завданнями вивчення навчальної дисципліни «Вища математика» є:

- засвоєння основних принципів побудови математичних моделей із використанням методів матричного і векторного аналізу, координатного методу;
- оволодіння навичками здійснення аналізу побудованої математичної моделі з використанням сучасної комп'ютерної техніки та програмно-математичних комплексів;
- формування системи знань для самостійного проведення необхідних розрахунків у рамках побудованих моделей з метою встановлення кількісних і якісних характеристик об'єктів для прогнозування та прийняття оптимальних рішень;
- набуття досвіду вільного оперування абстрактними математичними об'єктами та наочного подання результатів спостережень у різних областях знань за допомогою геометричних образів;
- засвоєння основних принципів побудови математичних моделей із використанням відомих засобів математичного аналізу;

– оволодіння навичками самостійного здійснення аналізу функціональних залежностей, якими описується побудована математична модель, з використанням комп'ютерної техніки та пакетів прикладних програм;

– формування у здобувачів вищої освіти аналітично-дослідницьких компетентностей щодо використання засобів математичного аналізу (методу границь, диференціального та інтегрального числення, числових і функціональних рядів, диференціальних рівнянь), лінійної та векторної алгебри й аналітичної геометрії у професійній діяльності.

Об'єктом вивчення навчальної дисципліни «Вища математика» є функціональні залежності між характеристиками різноманітних явищ і процесів, зокрема, економічних, що відбивають різні аспекти прийняття господарських рішень.

Предметом вивчення навчальної дисципліни «Вища математика» є: властивості функціональних залежностей, які описують явища і процеси навколишнього світу, їх дослідження засобами лінійної та векторної алгебри, аналітичної геометрії та математичного аналізу; побудова математичних моделей реальних явищ і процесів у різноманітних галузях людської діяльності.

Результати навчання та компетентності, які формує навчальна дисципліна визначено в табл. 1.

Таблиця 1

**Результати навчання та компетентності, які формує
навчальна дисципліна**

Результати навчання	Компетентності, якими повинен оволодіти здобувач вищої освіти
PH2	Інтегральна, К31, К32, К34, КФ1, КФ2, КФ7
PH3	Інтегральна, К31, К32, К34, КФ3, КФ4, КФ10
PH4	К31, К32, К34, КФ3, КФ5, КФ8
PH5	К31, К32, К34, КФ2, КФ3, КФ5, КФ9

де, PH2. Вміти використовувати стандартні схеми для розв'язання комбінаторних та логічних задач, що сформульовані природною мовою, застосовувати класичні алгоритми для перевірки властивостей та класифікації об'єктів, множин, відношень, графів, груп, кілець, решіток, булевих функцій тощо;

PH3. Вміти визначати ймовірнісні розподіли стохастичних показників та факторів, що впливають на характеристики досліджуваних процесів, досліджувати властивості та знаходити характеристики багатовимірних випадкових векторів та використовувати їх для розв'язання прикладних задач, формалізувати стохастичні показники та фактори у вигляді випадкових величин, векторів, процесів;

PH4. Знати та вміти застосовувати базові методи якісного аналізу та інтегрування звичайних диференціальних рівнянь і систем, диференціальних рівнянь в частинних похідних, в тому числі рівнянь математичної фізики;

PH5. Знати основні положення теорії метричних просторів, лебегівської теорії міри та інтеграла, теорії обмежених лінійних операторів в банахових та гільбертових просторах, застосовувати техніку і методи функціонального аналізу для розв'язання задач керування складними процесами в умовах невизначеності;

Інтегральна компетентність. Здатність розв'язувати складні спеціалізовані задачі та практичні проблеми системного аналізу у професійній діяльності або в процесі навчання, що передбачають застосування теоретичних положень та методів системного аналізу та інформаційних технологій і характеризуються комплексністю та невизначеністю умов;

КЗ1. Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу;

КЗ2. Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях;

КЗ4. Знання та розуміння предметної області та розуміння професійної діяльності;

КФ1. Здатність використовувати системний аналіз як сучасну міждисциплінарну методологію, що базується на прикладних математичних методах та сучасних інформаційних технологіях і орієнтована на вирішення задач аналізу і синтезу технічних, економічних, соціальних, екологічних та інших складних систем;

КФ2. Здатність формалізувати проблеми, описані природною мовою, у тому числі за допомогою математичних методів, застосовувати загальні підходи до математичного моделювання конкретних процесів;

КФ3. Здатність будувати математично коректні моделі статичних та динамічних процесів і систем із зосередженими та розподіленими параметрами із врахуванням невизначеності зовнішніх та внутрішніх факторів;

КФ4. Здатність визначати основні чинники, які впливають на розвиток фізичних, економічних, соціальних процесів, виокремлювати в них стохастичні та невизначені показники, формулювати їх у вигляді випадкових або нечітких величин, векторів, процесів та досліджувати залежності між ними;

КФ5. Здатність формулювати задачі оптимізації при проектуванні систем управління та прийняття рішень, а саме: математичні моделі, критерії оптимальності, обмеження, цілі управління; обирати раціональні методи та алгоритми розв'язання задач оптимізації та оптимального керування;

КФ7. Здатність використовувати сучасні інформаційні технології для комп'ютерної реалізації математичних моделей та прогнозування поведінки конкретних систем а саме: об'єктно-орієнтований підхід при проектуванні складних систем різної природи, прикладні математичні пакети, застосування баз даних і знань;

КФ8. Здатність організувати роботу з аналізу та проектування складних систем, створення відповідних інформаційних технологій та програмного забезпечення;

КФ9. Здатність представляти математичні аргументи і висновки з них з ясністю і точністю і в таких формах, які підходять для аудиторії як усно так і в письмовій формі;

КФ10. Здатність розробляти експериментальні та спостережувальні дослідження і аналізувати дані, отримані в них.

ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Зміст навчальної дисципліни

Змістовий модуль 1. Лінійна та векторна алгебри. Аналітична геометрія

Тема 1. Матриці та дії з ними.

1.1. Матриця: основні означення, різновиди. Арифметичні операції (дії) над матрицями та їх властивості. Елементарні перетворення та еквівалентність матриць.

1.2. Застосування матриць при розробці лінійних моделей реальних процесів і явищ. Лінійна балансова модель Леонтьєва.

Тема 2. Визначники квадратних матриць.

2.1. Поняття визначника 2-го, 3-го, n -го порядків. Мінор і алгебраїчне доповнення елемента визначника. Властивості визначників. Методи обчислення визначників.

2.2. Використання визначників в математичному моделюванні та розв'язанні практичних завдань фахової спрямованості. Лінійна модель обміну (модель міжнародної торгівлі).

Тема 3. Системи лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР).

3.1. Системи n лінійних алгебраїчних рівнянь з n невідомими (СЛАР- $n \times n$). Правило Крамера для розв'язання СЛАР- $n \times n$. Обернена матриця: означення, теорема існування та способи відшукування. Розв'язання СЛАР- $n \times n$ за допомогою оберненої матриці. Розв'язання матричних рівнянь.

3.2. Системи m лінійних алгебраїчних рівнянь з n невідомими (СЛАР- $m \times n$): поняття рангу матриці та способи його відшукування (метод елементарних перетворень, метод обведення). Критерій сумісності СЛАР- $m \times n$ (теорема Кронекера – Капеллі). Дослідження СЛАР- $m \times n$ на сумісність, методи розв'язання (Гаусса, Жордана – Гаусса). Загальний, частинний, базисний та опорний розв'язки. Однорідні СЛАР- $m \times n$ та їх розв'язання.

3.3. Застосування СЛАР під час розробки математичних моделей процесів різної природи.

Тема 4. Векторна алгебра. Лінійні m -вимірні простори.

4.1. Вектори: означення основних понять (вектор, модуль вектора, нульовий (одичинний) вектор, рівні (протилежні) вектори, колінеарні (компланарні) вектори, координати). Форми задання векторів (геометрична, координатна, алгебраїчна), проекція вектора на вісь (геометрична, алгебраїчна), орт вектора, напрямні косинуси).

4.2. Лінійні операції над векторами (сума, різниця, множення на скаляр) та їх властивості. Нелінійні операції над векторами (скалярний, векторний, мішаний добуток векторів та їх властивості). Кут між двома векторами. Критерії ортогональності, колінеарності, компланарності векторів. Застосування векторів у задачах геометрії (відшукування відстані між двома точками, площі трикутника, поділ відрізка у заданому відношенні).

4.3. Лінійні m -вимірні простори. Основні поняття. Лінійна залежність і незалежність системи векторів. Базис лінійного m -вимірного простору. Розкладання вектора за базисом. Перехід до нового базису. Власні значення та власні вектори: означення, основні властивості. Характеристичне рівняння. Знаходження власних значень та власних векторів матриць 2-го та 3-го порядку.

4.4. Застосування інструментарію векторної алгебри для розв'язання практичних задач фахової спрямованості. Використання багатовимірних векторів для аналізу даних. Застосування лінійних операторів при моделюванні різноманітних залежностей між характеристиками складових складних систем.

Тема 5. Аналітична геометрія на площині.

5.1. Поняття про рівняння лінії на площині. Різновиди рівнянь прямої на площині: канонічне, параметричні, через дві задані точки, через задану точку у заданому напрямі, з кутовим коефіцієнтом, у відрізках на осях, нормальне, із заданим нормальним вектором, загальне. Основні задачі на пряму, взаємне розташування двох прямих на площині. Кут між двома прямими. Відстань від точки до прямої.

5.2. Криві 2-го порядку: означення, загальне рівняння, умови належності до еліптичного, гіперболічного, параболічного типу. Центральні (нецентральні) криві 2-го порядку. Коло, еліпс, гіпербола, парабола: означення, канонічне рів-

няння, параметри, ексцентриситет, побудова. Зведення загального рівняння кривої 2-го порядку до канонічного вигляду.

5.3. Застосування інструментарію аналітичної геометрії під час розв'язання прикладних задач. Алгебраїчний аналіз на площині геометричних інтерпретацій залежностей між характеристиками об'єктів та систем.

Тема 6. Аналітична геометрія у просторі.

6.1. Поняття про рівняння поверхні у просторі. Різновиди рівнянь площини. Умови перетину, паралельності, ортогональності, збігу двох площин. Кут між двома площинами. Відстань від точки до площини. Різновиди рівнянь прямої у просторі. Умови паралельності, перпендикулярності, збігу, перетину, перехрещування двох прямих. Кут між двома прямими у просторі. Аналіз взаємного розташування прямої і площини. Кут між прямою і площиною.

6.2. Загальне рівняння поверхні 2-го порядку. Найважливіші поверхні 2-го порядку (циліндричні, тривісний еліпсоїд, сфера, одно- і двопорожнинний гіперболоїди, конічні, еліптичний і гіперболічний параболоїди). Дослідження форми поверхні 2-го порядку методом перерізів.

6.3. Застосування у задачах професійного спрямування аналізу геометричних інтерпретацій залежностей між характеристиками об'єктів та систем у просторі.

Змістовий модуль 2. Диференціальне числення функції однієї змінної

Тема 7. Границя функції.

7.1. Числові функції: основні означення, способи задання. Основні елементарні функції, їхні властивості та графіки. Комплексні числа: означення, геометричне зображення, форми задання, операції (дії) над комплексними числами. Границя числової послідовності: означення, критерій існування, властивості, геометричний зміст. Нескінченно малі: означення, властивості. Нескінченно великі: означення, властивості, зв'язок із нескінченно малими. Невизначеності: означення, типи. Практичні рекомендації щодо відшукування границь.

7.2. Границя функції: означення, геометричний зміст, односторонні границі, критерії існування. Основні властивості границь функції у точці. Перша і друга визначні границі та їх наслідки. Практичні рекомендації щодо обчислення границь. Порівняння нескінченно малих, застосування еквівалентних нескінченно малих до обчислення границь.

7.3. Застосування елементарних функцій у методах математичної обробки даних. Використання граничного аналізу для дослідження функціональних зв'язків у складних системах. Застосування методу границь для моделювання процесів управління процесами та системами.

Тема 8. Неперервність функції.

8.1. Означення неперервності функції у точці, неперервність основних елементарних функцій. Критерії неперервності та властивості функцій, неперервних у точці. Розриви функцій та їх класифікація, дослідження функцій на неперервність.

8.2. Неперервність функції на проміжку: означення, основні теореми про неперервні функції.

8.3. Аналіз інформації, яка описується функцією неперервної змінної. Застосування методу границь при моделюванні різноманітних залежностей між характеристиками складових складних систем.

Тема 9. Похідна та диференціал функції.

9.1. Похідна функції: означення, загальний порядок відшукування, зв'язок із неперервністю. Таблиця похідних основних елементарних функцій та основні правила диференціювання. Диференціювання складених функцій і функцій різних форм задання. Логарифмічне диференціювання. Геометричні, фізичні та економічні застосування похідної: рівняння дотичної та нормалі до кривої; швидкість, прискорення, собівартість продукції, продуктивність праці.

9.2. Диференціал функції: означення, геометричний зміст, правила відшукування, основні властивості, застосування до наближених обчислень. Похідні та диференціали вищих порядків.

9.3. Застосування апарату похідних та диференціалів для вирішення професійно-орієнтованих завдань. Впровадження методів диференціального числення в моделювання процесів управління складними системами.

Тема 10. Дослідження функцій та побудова графіків.

10.1. Властивості диференційованих функцій. Теореми Ферма, Ролля, Коші та Лагранжа. Обчислення границь функцій за допомогою правила Лопітала. Формула Тейлора та її застосування

10.2. Зростання та спадання функцій. Екстремуми функцій. Дослідження функцій на монотонність та екстремуми. Відшукування найбільшого та найменшого значення функції на відрізку.

10.3. Дослідження функцій на опуклість (угнутість), точки перегину. Асимптоти кривої (вертикальні, горизонтальні, похилі) та їх відшукування. Загальна схема дослідження функцій та побудова їх графіків.

10.4. Застосування методів диференціального числення для опису та дослідження функціональних залежностей між складовими у складних системах.

Змістовий модуль 3. Функції кількох змінних

Тема 11. Функції кількох змінних

11.1. Означення функції кількох змінних. Область визначення функції двох змінних та її графічне зображення. Лінії та поверхні рівня. Границя та неперервність функції двох змінних.

11.2. Частинні похідні функції кількох змінних, їх геометричний та економічний зміст. Частинні диференціали та повний диференціал функції двох змінних, його застосування до наближених обчислень значень функції. Частинні похідні та диференціали вищих порядків. Похідна за напрямом. Градієнт та його властивості. Еластичність функції, її економічний зміст.

11.3. Використання диференціального числення функцій кількох змінних для моделювання процесів та явищ різної природи.

Тема 12. Екстремум функції двох змінних

12.1. Локальний екстремум функції двох змінних: означення основних понять, необхідна і достатня умови екстремуму. Найбільше та найменше значення функції у замкненій області.

12.2. Умовний екстремум: постановка задачі, зведення задачі про умовний екстремум функції двох змінних до задачі про локальний екстремум функції однієї змінної. Метод множників Лагранжа. Побудова емпіричних формул методом найменших квадратів.

12.3. Дослідження на екстремум параметрів систем, що інтерпретуються як функції кількох змінних. Побудова та аналіз математичних моделей для оптимізації управління складними системами.

Змістовий модуль 4. Інтегральне числення. Звичайні диференціальні рівняння

Тема 13. Невизначений інтеграл

13.1. Первісна функція: означення, теорема про множину усіх первісних. Невизначений інтеграл: означення, основні властивості, таблиця основних невизначених інтегралів. Метод безпосереднього інтегрування. Метод інтегрування заміною змінної (підстановки). Метод інтегрування частинами: класифікація основних випадків. Поняття про інтеграли, що «не беруться».

13.2. Інтегрування найпростіших раціональних дробів. Інтегрування виразів, які містять квадратичний тричлен. Розклад правильного дроби на суму найпростіших. Інтегрування довільного раціонального дроби.

13.3. Інтегрування тригонометричних функцій за допомогою універсальної тригонометричної підстановки. Деякі особливості застосування заміни змінної у інтегралах, що містять тригонометричні функції. Інтегрування найпростіших ірраціональних функцій. Інтегрування квадратичних ірраціональних функцій за допомогою тригонометричних підстановок.

13.4. Використання методів інтегрального числення для моделювання процесів управління складними системами.

Тема 14. Визначений інтеграл

14.1. Визначений інтеграл: означення, геометричний зміст, теорема існування, основні властивості. Теорема про середнє. Теорема Ньютона – Лейбніца. Основні методи визначеного інтегрування: безпосереднє інтегрування, метод заміни змінної (підстановки), інтегрування частинами.

14.2. Геометричні застосування визначених інтегралів: обчислення площі плоскої фігури, об'єму тіла обертання, довжини дуги кривої, площі поверхні. Наближене обчислення ВІ: формули прямокутників, трапецій та Сімпсона.

14.3. Поняття про невластні інтеграли з нескінченними межами інтегрування (1-го роду) та невластні інтеграли від розривних функцій (2-го роду), умови їх збіжності. Інтеграл Ейлера – Пуассона та його застосування.

14.4. Використання інтегрального числення для математичного моделювання та обчислення характеристик об'єктів та систем. Застосовувати визначених та невластних інтегралів до розрахунків числових характеристик складних систем.

Тема 15. Звичайні диференціальні рівняння 1-го порядку

15.1. Диференціальні рівняння 1-го порядку: означення основних понять (розв'язок, загальний і частинний розв'язки), теорема існування та єдиності розв'язку. Задача Коші: постановка та геометричний зміст.

15.2. Інтегрування основних типів диференціальних рівнянь 1-го порядку: найпростіших, з відокремлюваними змінними, однорідних, лінійних, Бернуллі, в повних диференціалах.

15.3. Застосування апарату диференціальних рівнянь для побудови математичних моделей реальних процесів і явищ.

Тема 16. Диференціальні рівняння вищих порядків

16.1. Диференціальні рівняння вищих порядків: означення основних понять, теорема існування та єдиності розв'язку. Інтегрування диференціальних рівнянь, що припускають зниження порядку: які містять тільки старшу похідну; не містять похідних до $(k-1)$ -го порядку; не містять явно незалежної змінної. Рівняння Ейлера.

16.2. Лінійні диференціальні рівняння 2-го порядку: означення, структура загального розв'язку. Визначник Вронського. Інтегрування однорідних лінійних диференціальних рівнянь 2-го порядку зі сталими коефіцієнтами. Інтегрування неоднорідних лінійних диференціальних рівнянь 2-го порядку зі сталими коефіцієнтами, що мають праву частину спеціального вигляду.

16.3. Застосування диференціальних рівнянь в побудові та дослідженні математичних моделей процесів управління складними системами.

Тема 17. Системи лінійних диференціальних рівнянь (СЛДР)

17.1. СЛДР: означення основних понять (розв'язок системи, загальний і частинний розв'язки), теорема про існування й єдиність розв'язку. Задача Коші. Однорідні та неоднорідні СЛДР зі сталими коефіцієнтами: означення, розв'язання зведенням до одного ДР та методом Ейлера. Поняття по стійкість.

17.2. Використання систем диференціальних рівнянь як математичних моделей динамічних систем, виконання якісної оцінки побудованої моделі на основі розв'язків системи. Впровадження засобів дослідження на стійкість у моделювання управління складними системами.

Змістовий модуль 5. Елементи теорії ймовірностей та математичної статистики

Тема 18. Випадкові події та їх ймовірності

18.1. Означення випадкової події. Простір елементарних подій. Класичне означення ймовірності. Геометричне та статистичне означення ймовірності.

18.2. Основні теореми теорії ймовірностей. Залежні та незалежні, сумісні та несумісні події. Теореми додавання ймовірностей. Умовна ймовірність. Теорема множення ймовірностей. Ймовірність протилежної події. Формула повної ймовірності. Формула Байєса.

18.3. Використання поняття та властивостей ймовірності для практичного визначення стохастичних характеристик в складних системах.

Тема 19. Схема повторних незалежних випробувань

19.1. Незалежні повторні випробування. Формула Бернуллі.

19.2. Масові незалежні повторні випробування. Локальна та інтегральна теореми Муавра – Лапласа. Функції Гаусса та Лапласа, їх властивості та застосування. Теорема Пуассона.

19.3. Застосування схеми незалежних випробувань при моделюванні реальних ситуацій та розв'язанні практичних завдань.

Тема 20. Випадкові величини та їх закони розподілу

20.1. Основні поняття. Означення випадкової величини. Дискретні та неперервні випадкові величини. Закони розподілу ймовірностей випадкової величини та способи їх задання. Функція розподілу ймовірностей, її властивості.

20.2. Дискретна випадкова величина: означення, числові характеристики (математичне сподівання, дисперсія, середнє квадратичне відхилення, мода, медіана). Основні закони розподілу (біноміальний, геометричний, гіпергеометричний, пуассонівський): властивості та основні числові характеристики.

20.3. Неперервна випадкова величина: означення, функція розподілу, щільність розподілу та їх властивості. Числові характеристики неперервної випадкової величини, формули їх відшукування. Основні закони розподілу неперервної випадкової величини (рівномірний, нормальний та показниковий): властивості та основні числові характеристики.

20.4. Багатовимірні випадкові величини.

Поняття про систему випадкових величин. Функція розподілу системи двох випадкових величин. Умовні закони розподілу компонентів системи дискретних випадкових величин, їх основні числові характеристики.

20.5. Формалізування стохастичних показників та факторів у складних системах у вигляді випадкових величин та векторів. Визначення ймовірнісних розподілів стохастичних показників та факторів, що впливають на характеристики досліджуваних процесів. Дослідження властивостей та знаходження характеристик багатовимірних випадкових векторів.

Тема 21. Елементи математичної статистики

21.1. Статистичний розподіл. Вибірковий метод. Означення генеральної сукупності та вибірки з неї. Емпіричний закон розподілу. Дискретний та інтервальний варіаційні ряди. Полігон та гістограма. Основні вибіркові характеристики.

21.2. Статистичні оцінки параметрів розподілу. Статистичні оцінки параметрів розподілу генеральної сукупності та їх властивості: незсунутість, спроможність та ефективність. Точкові та інтервальні оцінки.

21.3. Перевірка статистичних гіпотез.

Основна й альтернативна статистичні гіпотези. Статистичний критерій. Помилки 1-го та 2-го роду, потужність критерію. Приклади статистичних гіпотез та статистичних критеріїв.

21.4. Застосування методів та інструментарію математичної статистики для обробки даних, створення та аналізу математичних моделей, розв'язання широкого кола практичних задач.

Перелік практичних занять за навчальною дисципліною наведено в табл. 2.

Таблиця 2

Перелік практичних занять

Назва теми	Зміст
1	2
1 семестр	
Тема 1. Матриці та дії з ними	Практичне заняття №1. Виконання арифметичних операцій (дій) з матрицями.
Тема 2. Визначники квадратних матриць	Практичне заняття №2. Обчислення визначників 2-го, 3-го та будь-якого порядку.
Тема 3. Системи лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР)	Практичне заняття №3. Розв'язання квадратних СЛАР. Практичне заняття №4. Розв'язання прямокутних та однорідних СЛАР.
Тема 4. Векторна алгебра. Лінійні m -вимірні простори	Практичне заняття №5. Виконання лінійних і нелінійних операцій над векторами.
Тема 5. Аналітична геометрія на площині	Практичне заняття №6. Розв'язання задач із використанням різновидів рівнянь прямої на площині. Зведення загального рівняння кривої 2-го порядку до канонічного вигляду та її побудова.
Тема 6. Аналітична геометрія у просторі	Практичне заняття №7. Розв'язання задач із використанням різновидів рівнянь прямої та площини у просторі.
Тема 7. Границя функції	Практичне заняття №8. Обчислення границь числових послідовностей. Практичне заняття №9. Обчислення границь функцій неперервного аргументу.
Тема 8. Неперервність функції	Практичне заняття №10. Дослідження функцій на неперервність. Класифікація точок розриву.
Тема 9. Похідна та диференціал функції	Практичне заняття №11. Диференціювання функцій однієї змінної. Розв'язання задач на застосування похідної.
Тема 10. Дослідження функцій та побудова графіків	Практичне заняття №12. Дослідження функцій та побудова їх графіків.
2 семестр	
Тема 11. Функції кількох змінних	Практичне заняття №1. Відшукування області існування, ліній рівня функцій двох змінних, частинних похідних та диференціалів функцій кількох змінних. Практичне заняття №2. Обчислення похідної за напрямом і градієнту функцій кількох змінних.
Тема 12. Екстремум функції двох змінних	Практичне заняття №3. Дослідження функції двох змінних на локальний екстремум. Найбільше та найменше значення функції в замкненій області. Практичне заняття №4. Дослідження функції двох змінних на умовний екстремум. Побудова емпіричних формул методом найменших квадратів.
Тема 13. Невизначений інтеграл	Практичне заняття №5. Відшукування первісної із застосуванням основних методів невизначеного інтегрування. Практичне заняття №6. Інтегрування раціональних алгебраїчних дробів. Інтегрування функцій, раціонально залежних від тригонометричних, та алгебраїчних ірраціональностей.

1	2
Тема 14. Визначений інтеграл	Практичне заняття №7. Обчислення визначених інтегралів. Застосування визначених інтегралів. Дослідження невластних інтегралів на збіжність.
Тема 15. Звичайні диференціальні рівняння 1-го порядку	Практичне заняття №8. Інтегрування диференціальних рівнянь 1-го порядку.
Тема 16. Диференціальні рівняння вищих порядків	Практичне заняття №9. Інтегрування лінійних диференціальних рівнянь 2-го порядку зі сталими коефіцієнтами і правою частиною спеціального вигляду.
Тема 17. Системи лінійних диференціальних рівнянь (СЛДР)	Практичне заняття №10. Інтегрування систем лінійних диференціальних рівнянь.
Тема 18. Випадкові події та їх ймовірності	Практичне заняття №11. Обчислення ймовірностей випадкових подій.
Тема 19. Схема повторних незалежних випробувань	Практичне заняття №12. Схема повторних незалежних випробувань.
Тема 20. Випадкові величини та їх закони розподілу	Практичне заняття №13. Випадкові величини та їх числові характеристики. Практичне заняття №14. Багатовимірні випадкові величини.
Тема 21. Елементи математичної статистики	Практичне заняття №15. Статистичне оцінювання параметрів розподілу. Практичне заняття №16. Елементи теорії кореляції та регресії.

Перелік лабораторних занять за навчальною дисципліною наведено в табл. 3.

Таблиця 3

Перелік лабораторних занять

Назва теми	Зміст
1	2
1 семестр	
Тема 1. Матриці та дії з ними	Лабораторне заняття №1. Дії з матрицями.
Тема 2. Визначники квадратних матриць	Лабораторне заняття №2. Обчислення визначників.
Тема 3. Системи лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР)	Лабораторне заняття №3. Розв'язання визначених СЛАР. Лабораторне заняття №4. Розв'язання невизначених СЛАР.
Тема 4. Векторна алгебра. Лінійні m -вимірні простори	Лабораторне заняття №5. Векторна алгебра. Лабораторне заняття № 6. Розкладання вектора за базисом. Власні значення та власні вектори матриць.
Тема 5. Аналітична геометрія на площині	Лабораторне заняття № 7. Пряма на площині. Криві 2-го порядку.
Тема 6. Аналітична геометрія у просторі	Лабораторне заняття № 8. Пряма та площина у просторі.
Тема 7. Границя функції	Лабораторне заняття №9. Обчислення границь функцій.
Тема 8. Неперервність функції	Лабораторне заняття №10. Дослідження функцій на неперервність, класифікація точок розриву.
Тема 9. Похідна та диференціал функції	Лабораторне заняття №11. Диференціювання функцій.
Тема 10. Дослідження функцій та побудова графіків	Лабораторне заняття №12. Дослідження функцій та побудова їх графіків.

1	2
2 семестр	
Тема 11. Функції кількох змінних	Лабораторне заняття №1. Функції кількох змінних: графічне зображення, лінії рівня, частинні похідні. Лабораторне заняття №2. Диференціали функції кількох змінних, похідна за напрямом, градієнт.
Тема 12. Екстремум функції двох змінних	Лабораторне заняття №3. Дослідження функції двох змінних на локальний екстремум. Лабораторне заняття №4. Метод найменших квадратів
Тема 13. Невизначений інтеграл	Лабораторне заняття №5. Основні методи невизначеного інтегрування.
Тема 14. Визначений інтеграл	Лабораторне заняття №6. Обчислення визначених та невластних інтегралів. Лабораторне заняття №7. Дослідження невластних інтегралів на збіжність. Лабораторне заняття №8. Застосування визначених інтегралів
Тема 15. Звичайні диференціальні рівняння 1-го порядку	Лабораторне заняття №9. Інтегрування диференціальних рівнянь 1-го порядку.
Тема 16. Диференціальні рівняння вищих порядків. Тема 17. Системи лінійних диференціальних рівнянь (СЛДР)	Лабораторне заняття №10. Інтегрування диференціальних рівнянь 2-го порядку та систем лінійних диференціальних рівнянь.
Тема 18. Випадкові події та їх ймовірності	Лабораторне заняття №11. Обчислення ймовірностей випадкових подій.
Тема 19. Схема повторних незалежних випробувань	Лабораторне заняття №12. Схема повторних незалежних випробувань.
Тема 20. Випадкові величини та їх закони розподілу	Лабораторне заняття №13. Закони розподілу випадкових величин.
Тема 21. Елементи математичної статистики	Лабораторне заняття №14. Статистичне оцінювання параметрів розподілу Лабораторне заняття №15. Перевірка статистичних гіпотез Лабораторне заняття №16. Елементи теорії кореляції та регресії

Перелік самостійної роботи за навчальною дисципліною наведено в табл. 4.

Таблиця 4

Перелік самостійної роботи

Теми	Зміст
Тема 1 – 21	Вивчення лекційного матеріалу, пошук, підбір та огляд літературних джерел за заданою тематикою.
Тема 1 – 21	Підготовка до практичних занять.
Тема 1 – 21	Виконання домашнього завдання.
Тема 5, 6, 15, 16	Виконання самостійної творчої роботи.
Тема 1 – 21	Підготовка звітів з виконання лабораторних робіт.
Тема 7, 9, 17, 18, 20, 21	Виконання індивідуальних навчально-дослідних завдань.
Тема 11 – 21	Підготовка до екзамену

Кількість годин лекційних, практичних і лабораторних занять та годин самостійної роботи наведено в робочому плані (технологічній карті) навчальної дисципліни.

МЕТОДИ НАВЧАННЯ

Під час викладання навчальної дисципліни «Вища математика» для набуття визначених результатів навчання, активізації освітнього процесу передбачено застосування таких методів навчання як:

– словесні: лекція (теми: 1, 3, 7, 9, 10, 13, 15, 16, 17, 19), проблемна лекція (теми: 2, 4, 5, 6, 10, 11, 12, 18, 20, 21), лекція-провокація (тема 8, 14), лекція-діалог (теми: 2, 3, 10, 12, 18);

– наочні (демонстрація (теми 1 – 21));

– практичні (практичні заняття (теми 1 – 21), лабораторні заняття (теми 1 – 21), презентація (тема 5, 6, 15, 16), робота в малих групах (теми: 1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 14, 15, 19, 21); мозкові атаки (теми: 7, 9, 17, 18, 20, 21).

ФОРМИ ТА МЕТОДИ ОЦІНЮВАННЯ

Університет використовує 100-бальну накопичувальну систему оцінювання результатів навчання здобувачів вищої освіти.

Поточний контроль здійснюється під час проведення лекційних, практичних та лабораторних занять і має на меті перевірку рівня підготовленості здобувача вищої освіти до виконання конкретної роботи і оцінюється сумою набраних балів:

– для дисциплін з формою семестрового контролю екзамен (іспит): максимальна сума набраних балів становить 60 балів; мінімальна сума, що дозволяє здобувачу вищої освіти скласти екзамен (іспит), – 35 балів;

– для дисциплін з формою семестрового контролю залік: максимальна сума – 100 балів; мінімальна сума – 60 балів.

Підсумковий контроль включає семестровий контроль та атестацію здобувача вищої освіти.

Семестровий контроль проводиться у формах семестрового екзамену (іспиту), диференційованого заліку або заліку. Складання семестрового екзамену (іспиту) здійснюється під час екзаменаційної сесії. Максимальна сума балів, яку може отримати здобувач вищої освіти під час екзамену (іспиту) – 40 балів. Мінімальна сума, за якою екзамен (іспит) вважається складеним – 25 балів.

Підсумкова оцінка з навчальної дисципліни визначається:

– для дисциплін з формою семестрового контролю залік – сумуванням всіх балів, отриманих під час поточного контролю;

– для дисциплін з формою семестрового контролю екзамен (іспит) – сумуванням балів за поточний та підсумковий контроль.

Під час викладання навчальної дисципліни «Вища математика» використовуються наступні контрольні заходи:

– поточний контроль у першому семестрі передбачає оцінювання під час виконання: домашніх завдань (22 бали), письмових контрольних робіт (24 бали), лабораторних робіт (24 бали), колоквиумів (22 бали), самостійної творчої роботи (8 балів); поточний контроль у другому семестрі передбачає оцінювання під час виконання: домашніх завдань (14 балів), письмових контрольних робіт (15 балів), лабораторних робіт (14 балів), колоквиумів (10 балів), самостійної творчої роботи (7 балів).

Семестровий контроль: у першому семестрі – залік; у другому семестрі – екзамен (40 балів).

Більш детальну інформацію щодо системи оцінювання наведено в робочому плані (технологічній карті) з навчальної дисципліни.

Приклад екзаменаційного білета та критерії оцінювання для навчальної дисципліни «Вища математика».

Приклад екзаменаційного білета

ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ ЕКОНОМІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ СЕМЕНА КУЗНЕЦЯ

Перший (бакалаврський) рівень вищої освіти

Спеціальність 124 «Системний аналіз»

Освітньо-професійна програма «Управління складними системами»

Семестр 2

Навчальна дисципліна «Вища математика»

ЕКЗАМЕНАЦІЙНИЙ БІЛЕТ №1

Завдання 1 (евристичне, 10 балів).

Для заданої функції $z = 4x^3 + 4y^3 - 24xy + 7$ необхідно:

- 1) знайти її градієнт у точці $M_0(1, 2)$ та похідну за напрямом градієнта;
- 2) знайти її похідну у точці $M_0(1, 2)$ за напрямом вектора $\overrightarrow{M_0M_1}$, якщо $M_1(4, 5)$;
- 3) дослідити функцію на локальний екстремум.

Завдання 2 (стереотипне, 7 балів).

Знайти частинний розв'язок (або частинний інтеграл) диференціального рівняння: $(x^2 - 6xy) \cdot y' = x^2 + xy - 5y^2$, $y(1) = 0$.

Завдання 3 (діагностичне, 8 балів).

Знайти об'єм тіла, утвореного обертанням навколо осі Ox (Oy) фігури, що обмежена заданими лініями: $y = x^3$, $y - x = 0$ ($x \geq 0$).

Завдання 4 (стереотипне, 7 балів).

Випадкова величина ξ задана функцією розподілу:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0, \\ 1 - \cos x, & 0 < x \leq \pi/2, \\ 1, & x > \pi/2. \end{cases}$$

Знайти:

- 1) щільність розподілу ймовірностей $f(x)$;
- 2) математичне сподівання $M(\xi)$, дисперсію $D(\xi)$, середнє квадратичне відхилення $\sigma(\xi)$;
- 3) побудувати графіки функцій $f(x)$, $F(x)$;
- 4) обчислити ймовірності $P(\xi < \pi/4)$, $P(\pi/4 \leq \xi < \pi/3)$.

Завдання 5 (діагностичне, 8 балів).

За результатами спостережень за випадковими величинами ξ і η , поданими у таблиці, необхідно: 1) обчислити вибірковий коефіцієнт кореляції r та оцінити за ним тісноту кореляційного зв'язку; 2) за рівнем значущості $\alpha = 0,05$ перевірити значущість коефіцієнта кореляції; 3) знайти вибіркове рівняння лінійної регресії η на ξ та побудувати відповідну лінію регресії на кореляційному полі; 4) пояснити смисл коефіцієнта кореляції та коефіцієнтів регресії:

$\xi = x_i$	4	9	14	18	22
$\eta = y_i$	12	9	10	3	1

Затверджено на засіданні кафедри вищої математики та економіко-математичних методів.
Протокол № ___ від «___» _____ 20__ р.

Екзаменатор

к.т.н., доц. Денисова Т. В.

Зав. кафедрою

д.е.н., проф. Малярець Л. М.

Критерій оцінювання екзаменаційної роботи

Кожний білет містить п'ять практичних завдань: два завдання першого рівня – *стереотипні* – визначають ступінь засвоєння здобувачем вищої освіти початкових теоретичних основ дисципліни; два завдання другого рівня – *діагностичні* – виявляють здатність здобувача вищої освіти до вирішення типових завдань і одне завдання третього рівня – *евристичне* – ставить за мету оцінити глибину знань і творчі можливості здобувача вищої освіти.

Бездоганне виконання завдань оцінюються таким чином: 1-й рівень – 7 балів; 2-й рівень – 8 балів; 3-й рівень – 10 балів.

Оцінка за виконання кожного завдання білета знижується залежно від недоліків і допущених помилок, перелік яких наведено в табл. 5.

**Зниження оцінки за виконання завдання залежно від недоліків
і допущених помилок**

Рівень завдання	Бали зниження оцінки	Відповідні недоліки та помилки
1	2	3
Перший	1	Розв'язання задачі виконано правильно, але низька культура математичних записів або коментарі наведені не для всіх кроків розв'язання.
	2	Задачу розв'язано частково: є суттєва помилка в обчисленнях, яка вплинула на отримання правильного результату, або неправильно виконано геометричні побудови.
	3	У процесі розв'язання допущена смислова помилка: неправильно підібрана розрахункова формула або геометричне подання не відповідає числовим розрахункам
	4	Наведено лише початкові правильні міркування щодо розв'язання задачі, але є помилки, що суттєво вплинули на процес правильного розв'язання.
	5	Розпочато розв'язання задачі, теоретичний матеріал використано лише на рівні початкових понять, обрано й записано правильні формули для розрахунків, але не здійснено їх застосування
	6	Вибрано алгоритм розв'язання, який не відповідає умові задачі
Другий	1	Розв'язання задачі виконано правильно, але низька культура математичних записів або коментарі наведені не для всіх кроків розв'язання
	2	У процесі розв'язання задачі правильно використано відповідні факти, формули і залежності, але допущено 1 – 2 несуттєві помилки, які не вплинули на правильність подальшого розв'язання і остаточну відповідь
	3	Розв'язання задачі виконано не повністю: розрахункові формули обрані правильно, але процес обчислення виконано з помилками, що вплинуло на отримання правильного кінцевого результату
	4	Розв'язання задачі виконано лише частково: розрахункові формули обрані правильно, але остаточний числовий результат не отриманий
	5	Розпочато розв'язання задачі, але допущено суттєву помилку, що призвело до подальших помилкових розрахунків і остаточний числовий результат не отримано
	6	Є суттєві помилки: при правильному алгоритмі розв'язання неправильно реалізовані певні кроки або розрахункові формули не відповідають умові задачі
	7	Розпочато розв'язання задачі, теоретичний матеріал використано лише на рівні початкових понять, обрано й записано правильні формули для розрахунків, але не здійснено їх застосування
Третій	1	Розв'язання задачі виконано правильно, але низька культура математичних записів, або коментарі наведені не для всіх кроків розв'язання
	2	Розв'язання задачі виконано правильно, але коментар наведено не для всіх кроків розв'язання але допущено несуттєві помилки, які не вплинули на правильність подальшого розв'язання і остаточну відповідь

1	2	3
Третій	3	Розв'язання задачі виконано правильно в цілому, але допущено несуттєві помилки, які не вплинули на правильність подальшого розв'язання і остаточну відповідь
	4	У процесі розв'язання задачі правильно використано відповідні факти, формули і залежності, але допущено 1 – 2 несуттєві помилки, які не вплинули на правильність подальшого розв'язання і остаточну відповідь
	5	Розпочато розв'язання задачі, але допущено суттєву помилку, що призвело до подальших помилкових розрахунків і неправильний остаточний результат
	6	Розв'язання задачі виконано не повністю: розрахункові формули і алгоритм розв'язання обрані правильно, але остаточний числовий результат не отриманий
	7	Розв'язання задачі розпочато, але не доведено до логічного кінця: реалізовані лише окремі кроки алгоритму розв'язання, записано правильно деякі формули (без подальших відповідних розрахунків)
	8	Процес розв'язання задачі розпочато, але допущено суттєву помилку, яка вплинула на подальший процес розв'язання
	9	Хід розв'язання завдання викладено неправильно, однак окремі його кроки свідчать про наявність деяких базових знань, теоретичний матеріал використано лише на рівні початкових понять, обрано й записано правильні формули для розрахунків, але не здійснено їх застосування

РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА

Основна

1. Вища математика : базовий підручник для вузів / під ред. В. С. Пономаренка. – Харків : Фоліо, 2014. – 669 с.
2. Железнякова Е. Ю. Теорія ймовірностей та математична статистика : практикум / Е. Ю. Железнякова, Л. О. Норік. – Харків : ХНЕУ ім. С. Кузнеця, 2019. – 320 с. – Режим доступу : <http://www.repository.hneu.edu.ua/handle/123456789/21436> .
3. Сенчуков В. Ф. Вища математика. Загальні розділи: навчальний посібник. Ч. 1 / В. Ф. Сенчуков, Т. В. Денисова. – Харків : Вид ХНЕУ, 2013. – 444 с. – Режим доступу : <http://www.repository.hneu.edu.ua/handle/123456789/6037>.
4. Сенчуков В. Ф. Вища математика. Загальні розділи: навчальний посібник. Ч. 2 / В. Ф. Сенчуков, Т. В. Денисова. – Харків : Вид ХНЕУ, 2013. – 296 с. – Режим доступу : <http://www.repository.hneu.edu.ua/handle/123456789/6042> .
5. Сенчуков В. Ф. Вища математика. Загальні розділи: навчальний посібник. Ч. 3 / В. Ф. Сенчуков, Т. В. Денисова. – Харків : Вид. ХНЕУ ім. С. Кузнеця, 2014. – 356 с. – Режим доступу : <http://www.repository.hneu.edu.ua/handle/123456789/9075> .

Додаткова

6. Вища математика для студентів технічних спеціальностей : навчальний посібник. Ч. 1 / В. І. Гуцул, С. М. Якименко ; Центральноукраїн. нац. техн. ун-т. – Кропивницький : ЦНТУ, 2019 р. – 186 с.

7. Вища математика. Методичні рекомендації до самостійної роботи за темою «Диференціальні рівняння» для студентів усіх спеціальностей першого (бакалаврського) рівня [Електронний ресурс] / уклад. А. В. Воронін, О. В. Гунько; Харківський національний економічний університет ім. С. Кузнеця. – Електрон. текстові дан. (6,03 МБ). – Харків : ХНЕУ ім. С. Кузнеця, 2018. – 75 с. – Режим доступу : <http://www.repository.hneu.edu.ua/handle/123456789/26217> .

8. Вища математика. Методичні рекомендації до самостійної роботи за темою «Кратні інтеграли» для студентів спеціальності 122 «Комп'ютерні науки» освітньої програми «Комп'ютерні науки» першого (бакалаврського) рівня [Електронний ресурс] / уклад. Т. В. Денисова; Харківський національний економічний університет ім. С. Кузнеця. – Електрон. текстові дан. (8,72 МБ). – Харків : ХНЕУ ім. С. Кузнеця, 2023. – 64 с. – Режим доступу : <http://www.repository.hneu.edu.ua/handle/123456789/29940> .

9. Вища математика. Методичні рекомендації до самостійної роботи за темою «Ряди» для студентів усіх спеціальностей першого (бакалаврського) рівня [Електронний ресурс] / уклад. А. П. Рибалко, К. В. Степанова ; Харківський національний економічний університет ім. С. Кузнеця. – Електрон. текстові дан. (2,40 МБ). – Харків : ХНЕУ ім. С. Кузнеця, 2019. – 63 с. – Режим доступу : <http://www.repository.hneu.edu.ua/handle/123456789/22151> .

10. Вища математика : навчальний посібник в 2 частинах. Частина І. Лінійна алгебра і аналітична геометрія / І. П. Стороженко. – Харків, 2019. – 80 с.

11. Вища математика : навчальний посібник в 2 частинах. Частина ІІ. Математичний аналіз / І. П. Стороженко. – Харків, 2019. – 156 с.

12. Математичний аналіз. Методичні рекомендації для самостійної роботи за темою «Диференціальне числення функцій багатьох змінних» для студентів галузі знань 12 «Інформаційні технології» першого (бакалаврського) рівня [Електронний ресурс] / уклад. А. П. Рибалко, К. В. Степанова ; Харківський національний економічний університет ім. С. Кузнеця. – Електрон. текстові дан. (3,36 МБ). – Харків : ХНЕУ ім. С. Кузнеця, 2018. – 64 с. – Режим доступу : <http://www.repository.hneu.edu.ua/handle/123456789/25159> .

13. Мелашенко О. П. Вища математика : навчальний посібник / О. П. Мелашенко, В. Є. Рог; МВС України, Харків. нац. ун-т внутр. справ. – Харків: ХНУВС, 2019. – 100 с.

14. Торяник Д. О. Вища математика : навчальний посібник / Д. О. Торяник. – Харків : ХДУХТ, 2019. – 150 с.

Інформаційні ресурси в Інтернеті

15. Розміщення навчально-методичного забезпечення навчальної дисципліни «Вища математика» на сайті ПНС навчальної дисципліни для денної форми навчання. – Режим доступу : <https://pns.hneu.edu.ua/course/view.php?id=5410> (1 семестр) ; <https://pns.hneu.edu.ua/course/view.php?id=5637> (2 семестр).

16. Вища математика : мультимедійні методичні рекомендації до самостійної роботи з теми «Невизначені інтеграли» [Електронний ресурс] / Л. М. Афанасьєва, А. В. Воронін, О. В. Гунько. – Мультимедійне інтерактивне електрон. вид комбінованого використ. (89 Мб). – Харків : ХНЕУ ім. С. Кузнеця, 2019. – Режим доступу : <http://library.hneu.edu.ua/departments> .

17. Вища математика : методичні рекомендації до самостійної роботи з теми «Визначений інтеграл» для студентів усіх спеціальностей [Електронний ресурс] / Л. М. Малярець, Л.М. Афанасьєва, К. О. Ковальова. – Мультимедійне інтерактивне електронн. вид. комбінованого використ. (100 Мб). – Харків : ХНЕУ ім. С. Кузнеця, 2018. – Загл. з тит. екрана. – Режим доступу : <http://library.hneu.edu.ua/departments> .

18. Теорія ймовірностей та математична статистика : мультимедійні тести для студентів спеціальності 122 «Комп'ютерні науки» першого (бакалаврського) рівня / уклад. І. Л. Лебедева, А. В. Воронін, С. С. Лебедев. – Харків : ХНЕУ ім. С. Кузнеця, 2022. – 62 с. – Режим доступу : <http://www.repository.hneu.edu.ua/handle/123456789/29244> .