УДК 518.81 В. В. Крючковский, Э.Г. Петров, Н.А. Брынза

Исследование корректности взаимной трансформации различных видов интервальной неопределенности

Харьковский национальный университет радиоэлектроники

Методом тестового моделирования, исследована корректность взаимной трансформации различных видов интервальных неопределенностей (статистических, нечетких, интервальных) при вычислении интервальной скалярной многофакторной оценки полезности альтернативных решений в условиях неопределенности. Результаты показали, что выбор базисной формы неопределенности значительно влияет на величину интервала неопределенности, однако незначительно изменяет силу предпочтения. При этом отношение порядка во всех случаях остается неизменными.

Ключевые слова: интервальная неопределенность, оптимизация, функция полезности, многокритериальность, нечеткие множества, весовые коэффициенты, полином Колмогорова – Габора, альтернативные решения

1. Введение

Проблема эффективного принятия решений является междисциплинарной, так как является обязательным этапом любой целенаправленной деятельности. Можно предположить, что это одна из первых интеллектуальных процедур, реализованных в процессе формирования сознания. Тем большее удивление вызывает тот факт, что формальное изучение проблемы в целях перехода от «искусства» к научно обоснованной методологии началось сравнительно недавно. Толчком к интенсификации этого процесса послужили, во-первых, ретроспективный анализ итогов Второй мировой войны и осознание величины геополитических, социальных, экономических потерь не только при ошибочных, но даже и при неоптимальных решениях, а во-вторых, создание и бурное развитие вычислительной техники как инструмента автоматизации интеллектуальной деятельности. В результате этих исследований получены фундаментальные результаты в общей теории принятия решений и таких ее разделах, как теория игр, исследование операций, но проблема в целом далека от исчерпывающего решения.

2. Обзор состояния проблемы

Проблему принятия оптимального решения в общем случае можно структурировать на последовательность таких взаимосвязанных задач: формирование цели; определение множества допустимых путей ее достижения (допустимых альтернативных решений) $x \in X$; выбор некоторого показателя (критерия оптимальности или целевой функции) $k(x)$, оценивающего степень достижения цели. Последняя задача состоит в определении оптимального решения

$$x^o = arg \underset{x \in X}{extr} K(x), \tag{1}$$

которое экстремизирует критерий оптимизации, но не эффективность решения. Эффективность решения, определяется адекватностью (полнотой) модели оценивания степени достижения цели системы $K(x)$ [1].

Уровень достижения цели системы характеризуется количественными и качественными значениями свойств [2]. Будем полагать, что в общем случае система характеризуется множеством свойств, каждое из которых можно оценить количественно или качественно локальным показателем $k_i(x)$, $i=\overline{1,n}$, где n – мощность множества свойств, который будем называть локальным критерием оценки эффективности. Таким образом, полнота модели оценивания альтернативных решений определятся количеством и точностью измерения локальных критериев $k_i(x)$, $i=\overline{1,n}$, т.е. видом кортежа $K(x)=\langle k_i(x)\rangle$, $i=\overline{1,n}$. При этом, если $n>1$, задача (1) превращается в многокритериальную.

Локальные критерии $k_i(x)$, $i=\overline{1,n}$ имеют различную семантику, а следовательно, размерность, измеряются в различных шкалах и зачастую противоречивы, т.е. различаются по направлению доминирования. В совокупности перечисленные особенности локальных критериев делают задачу (1) некорректной по Адамару, по признаку отсутствия единственного решения [2].

Преодоление этого недостатка связано с регуляризацией модели (1) путем замены кортежа разнородных локальных критериев $k_i(x)$, $i=\overline{1,n}$ некоторой обобщенной скалярной многокритериальной оценкой, известной как функция полезности $P(x)$. Теоретической основой такой трансформации является теория полезности [3], основанная на гипотезе, сформулированной в работе [4].

Согласно теории полезности, для любой системы, характеризуемой кортежем локальных разнородных критериев $<k_i(x)>$, $i=\overline{1,n}$, существует скалярная оценка

$$P(x)=F[\Lambda,<k_i(x)>],\ i=\overline{1,n}, \tag{2}$$

где $\Lambda=\langle\lambda_i\rangle$, $i=\overline{1,n}$ – кортеж коэффициентов изоморфизма локальных критериев. После несложных преобразований [5] модель (2) принимает вид

$$P(x)=F[<a_i>,<k_i^н(x)>], \tag{3}$$

где a_i – коэффициенты относительной важности, удовлетворяющие требованиям

$$0\le a_i\le 1,\ \forall\, i=1,n,\ \sum_{i=1}^{n}a_i=1; \tag{4}$$

$k_i^н(x)$ – нормализованные (безразмерные, с одинаковым интервалом изменения [0, 1] и направлением доминирования) частные критерии [5]; F – оператор, представляющий собой некоторый линейный по параметрам фрагмент полинома Колмогорова – Габора [6].

Не останавливаясь на проблеме идентификации структуры (оператора F) и параметров $A=<a_i>$, $i=1,n$ модели (3), которая подробно рассмотрена в [6], отметим, что, в конечном счете, классическая модель однокритериальной скалярной оптимизации (1) примет вид модели многокритериальной оптимизации в детерминированной постановке

$$x^o = arg\ \underset{x \in X}{extr}\, P(x)\,. \tag{5}$$

Следующий шаг, направленный на повышение адекватности (полноты) модели оценивания, а следовательно, эффективности принимаемых решений, состоит в учете неопределенности исходной информации.

Очевидно, что ни одна переменная не может быть измерена абсолютно точно и погрешности измерения определяют степень неопределенности исходной информации. Кроме того, на степень неопределенности исходной информации влияют другие НЕ-факторы [7]: неполнота знаний и связанный с этим неучет некоторых факторов, сознательное загрубление моделей для упрощения анализа, неявный характер и трудности с формализацией некоторых зависимостей, методологические ошибки, возникающие при идентификации функции полезности [3] и т.д.

Для учета перечисленных неопределенностей в дальнейшем будем предполагать, что в каждом конкретном случае пользователь может с той или иной степенью достоверности определить интервал возможных значений величины, задавая на числовой оси ее левую D_l и правую D_r границы [8]. Такое представление неопределенности будем называть интервальным. Тогда величины

$$\Delta = D_r - D_l \tag{6}$$

будут количественно характеризовать степень неопределенности, а информация о характере распределения возможных значений внутри интервала – качественно. По качественному признаку выделим вероятностную (статистическую), нечеткую и равновозможную интервальные неопределенности. В первом случае характер распределения возможных значений внутри интервала определяет закон распределения вероятностей, во втором – функция принадлежности нечеткому множеству, а в третьем все значения являются равновозможными.

Подводя итог, отметим, что с учетом введенных определений модель скалярного многофакторного оценивания полезности альтернативных решений (3) будет иметь вид

$$\overline{P}(x) = F[(\overline{A}, \overline{k}_i^{\,н}(x_j)]\,,\ i = \overline{1,n}\,, \tag{7}$$

где знаком «−» отмечены интервальные неопределенные величины различного вида.

Особенность модели (7) заключается в том, что результат оценивания, т.е. полезность $\overline{P}(x)$, является интервальным числом. Вместе с этим конечная задача процедуры принятия решений заключается в выборе конкретного точечного решения

Возможны два подхода к решению проблемы выбора точечного решения. Первый заключается в детерминизации всех исходных неопределенностей на этапе формализации исходной задачи многокритериальной оптимизации. Такая детерминизация осуществляется путем замены статистических интервальных неопределенностей их математическими ожиданиями, модальными значениями для нечетких величин или центрами равновозможных интервальных величин. Таким образом, формируется традиционная оптимизационная модель в детерминированной постановке, где функция полезности вычисляется по детерминированной модели (3).

Такой подход широко используется на практике, но при этом теряется принципиально важная информация об интервале эффективности, т.е. потенциально возможных по эффективности максимальном (оптимистическом) и минимальном (пессимистическом) решениях.

Альтернативой является методология принятия решений в условиях неопределенности, которая предусматривает вычисление интервальных значений полезности решений по модели (7) и последующий выбор точечного решения как компромисса между оптимистическим и пессимистическим решениями, например, на основе VaR технологий [9].

Обязательным этапом реализации методологии принятия решений в условиях неопределенности является вычисление интервальных значений многофакторной скалярной оценки полезности альтернативных решений $x \in X$. Эта задача не вызывает принципиальных затруднений в том случае, если все неопределенности относятся к одному виду по информации о характере распределения значений на интервале. Для каждого вида информации (статистической, нечеткой, равновозможных величин) определены специализированные правила выполнения арифметических операций сложения и умножения, которые необходимы для вычисления полезности $P(x)$. В том случае, если в модель входят разнородные неопределенности (это наиболее часто встречающиеся ситуации), возникает задача их взаимной трансформации в целях приведения к одному виду.

3. Цель и методика исследования

Целью является определение методом тестового моделирования принципиальной возможности и степени корректности взаимной трансформации различных видов интервальных неопределенностей к однородному виду – статистическому, нечеткому или к виду равновозможных величин. При этом под корректностью понимается сохранение отношения порядка по полезности на множестве альтернативных решений, соотношение величины интервальных оценок полезности альтернатив, полученных при различных исходных формах задания неопределенностей, силы предпочтения (расстояния между альтернативными решения по полезности).

Методика тестирования заключается в следующем. Для того, чтобы получить некоторый независимый базис (внешнее дополнение), относительно которого проводят сравнение, формируют некоторую эталонную ситуацию. В качестве такого эталона принята детерминированная ситуация, когда все параметры и переменные модели вычисления скалярной многофакторной оценки полезности альтернатив (7) представлены детерминированными точечными значениями. По модели (7) для этих исходных данных вычисляются значения полезности $P(x)$, по ним устанавливается отношение порядка

$$x_1 \succ x_2 \succ \ldots \succ x_n, \tag{8}$$

и сила предпочтительности, т.е. расстояние между смежными альтернативами по величине оценок их полезности

$$\Delta P_{ij} = P(x_j) - P(x_i), \tag{9}$$

Затем исходные точечные детерминированные значения параметров и переменных модели трансформируются в интервальные неопределенности. При этом исходные точечные значения принимают, соответственно, в качестве математического ожидания для статистической неопределенности, модального значения для нечетких множеств и центра интервальной величины. Величину интервала во всех случаях принимают одинаковой.

При вероятностной неопределенности вычисления выполняют на основании статистических параметров – математического ожидания и дисперсии. Для перехода от интервальных значений к статистическим параметрам использованы следующие соотношения.

Оценка математического ожидания на основе данных о границах интервала для нормального закона распределения определяется таким образом[10]:

$$M = \frac{(a+b)}{2}; \tag{10}$$

среднеквадратическое отклонение

$$\sigma = \frac{b-a}{6}; \tag{11}$$

дисперсию вычисляют как

$$D = \sigma^2. \tag{12}$$

Соответственно для равновероятного закона распределения:

$$M = \frac{(a+b)}{2}; \tag{13}$$

$$D = \frac{(b-a)^2}{12}. \tag{14}$$

Арифметические операции со статистическими параметрами выполняют по правилам [10]:

$$M(x_1 + x_2) = M(x_1) + M(x_2); \tag{15}$$

$$D(x_1 + x_2) = D(x_1) + D(x_2); \tag{16}$$

$$M[x_1x_2] = M[x_1]M[x_2]; \quad (17)$$

$$D[x_1x_2] = D[x_1]D[x_2]; \quad (18)$$

$$cM[x_1] = M[cx_1]; \quad (19)$$

$$cD[x_1] = D[c^2x_1];. \quad (20)$$

Для случая, когда частные критерии и весовые коэффициенты представлены в виде нечетких множеств (нечетких чисел в R,L – форме [11]), функцию полезности вычисляем по следующим формулам сложения и умножения [11, 12]:

$$(a,\alpha,\beta)_{LR} + (b,\gamma,\delta) \sim (a+b, \alpha+\gamma, \beta+\delta)^{LR}; \quad (21)$$

$\forall A$, таких, что $\mu_A,\ \mu_B \in F(R^+),\ a_1 > 0,\ a_2 > 0$,

$$(a_1, \beta_1, b_1)_{LR} * (a_2, \beta_2, b_2) \approx (a_1a_2, a_1\beta_2 + a_2\beta_1, a_1b_2 + a_2b_1)^{LR}, \quad (22)$$

где a_1, a_2 – левые границы нечетких множеств; b_1, b_2 – правые границы нечетких множеств; β_1, β_2 – модальные значения, при которых функция принадлежности функции равна единице.

Аналитические правила выполнения арифметических операций с интервальными равновозможными величинами имеют вид [13]

$$\begin{cases} A+B = [a_1+a_2, b_1+b_2]; \\ A \cdot B = [min\{a_1a_2\},\{a_1b_2\},\{a_2b_1\},\{b_1b_2\}; \\ max\{a_1a_2\},\{a_1b_2\},\{a_2b_1\},\{b_1b_2\}]. \end{cases} \quad (23)$$

Для того, чтобы получить представительные результаты, позволяющие сделать корректные выводы, тестирование проводили для задач оценивания различной размерности по числу частных критериев (n=2, 4, 7) и для различных моделей (линейных и нелинейных) функции полезности. При этом для каждого случая рассматривали следующие виды неопределенности:

– статистическая (нормальный и равновероятностный законы распределения);

– нечеткая (треугольная форма функции принадлежности);

– интервальные равновозможные величины.

Множество альтернативных решений во всех случаях равно 7.

Для каждого тестового примера вычисляли интервальные значения функции полезности альтернативных решений, отношение порядка на множестве альтернатив и соответствующую силу предпочтения. При этом отношение порядка определяли по значениям полезности, соответствующей математическому ожиданию, моде и центральному значению соответственно.

4. Результаты тестового моделирования

Вариант 1:

– количество частных критериев $\mathrm{k_i(x)}$ равно *n=2*;

– модель оценивания имеет вид

$$P(x_j) = \sum_{i=1}^{n} a_i k_i(x_j);\ n = 2. \tag{24}$$

Базисный вариант: частные критерии и весовые коэффициенты детерминированы;

Исходные данные представлены в табл. 1.

Таблица 1

Исходные данные

Альтернатива	$k_1(x)$	$k_2(x)$	a_1	a_2
1	0,9	0,2	0,2	0,8
2	0,28	0,55	0,2	0,8
3	0,5	0,7	0,2	0,8
4	0,15	0,8	0,2	0,8
5	0,05	0,59	0,2	0,8
6	0,44	0,95	0,2	0,8
7	0,75	0,1	0,2	0,8

Результаты расчетов приведены в табл. 2 и 3.

Таблица 2

Значения полезности альтернатив

№	1	2	3	4	5	6	7
P (x)	0,34	0,496	0,66	0,67	0,482	0,848	0,23

Отношение порядка, сформировано по результатам расчета, имеет вид

$$x_6 \succ x_4 \succ x_3 \succ x_2 \succ x_5 \succ x_1 \succ x_7.$$

Таблица 3

Сила предпочтений

S_{64}	S_{43}	S_{32}	S_{25}	S_{51}	S_{17}
0,178	0,01	0,164	0,014	0,142	0,11

1. Тестовое моделирование неопределенностей различных видов

Исходные интервальные значения частных критериев приведены в табл. 4.

Таблица 4

Интервальные значения частных критериев

Альтернатива	k_1	k_2	a_1	a_2
1	[0,8; 1]	[0,15; 0,25]	0,2	0,8
2	[0,22; 0,34]	[0,48; 0,62]	0,2	0,8
3	[0,37; 0,63]	[0,64; 0,76]	0,2	0,8
4	[0,1; 0,2]	[0,72; 0,88]	0,2	0,8
5	[0; 0,1]	[0,44; 0,74]	0,2	0,8
6	[0,4; 0,48]	[0,9; 1]	0,2	0,8
7	[0,6; 0,9]	[0; 0,2]	0,2	0,8

Расчеты проводили по модели (24) на основе исходных данных табл. 4.

1.1. Частные критерии, распределенные по нормальному закону

Результаты расчета представлены в табл. 5 и 6.

Таблица 5

Нормальный закон

Альтерна-тива	M	D	Границы интервала		Δ
			левая	правая	
1	0,34	0,0002222	0,2952786	0,3847214	0,0894427
2	0,496	0,0003644	0,4387287	0,5532713	0,1145426
3	0,66	0,0003311	0,6054106	0,7145894	0,1091788
4	0,67	0,0004662	0,6052235	0,7347765	0,1295531
5	0,482	0,0016111	0,3615841	0,6024159	0,2408319
6	0,848	0,0001849	0,8072078	0,8887922	0,0815843
7	0,23	0,0008111	0,14456	0,31544	0,1708801

Отношение порядка на альтернативах по данным табл. 5 имеет вид

$$x_6 \succ x_4 \succ x_3 \succ x_2 \succ x_5 \succ x_1 \succ x_7.$$

Таблица 6

Сила предпочтений

S_{64}	S_{43}	S_{32}	S_{25}	S_{51}	S_{17}
0,178	0,01	0,164	0,014	0,142	0,11

1.2. Частные критерии, распределенные по закону равной вероятности

Результаты расчета представлены в табл. 7 и 8.

Таблица 7

Равновероятностный закон

№	M	D	Границы интервала		Δ
			левая	правая	
1	0,34	0,0006667	0,2625403	0,4174597	0,1549193
2	0,496	0,0010933	0,3968032	0,5951968	0,1983935
3	0,66	0,0009933	0,5654484	0,7545516	0,1891031
4	0,67	0,0013987	0,5578037	0,7821963	0,2243925
5	0,482	0,0048333	0,2734335	0,6905665	0,4171331
6	0,848	0,0005547	0,7773459	0,9186541	0,1413082
7	0,23	0,0024333	0,0820135	0,3779865	0,295973

Отношение порядка на альтернативах по данным табл. 7 имеет вид

$$x_6 \succ x_4 \succ x_3 \succ x_2 \succ x_5 \succ x_1 \succ x_7 .$$

Таблица 8

Сила предпочтений

S_{64}	S_{43}	S_{32}	S_{25}	S_{51}	S_{17}
0,178	0,01	0,164	0,014	0,142	0,11

1.3. Частные критерии, заданные в виде нечетких чисел

Таблица 9

В виде нечетких чисел

№	Границы интервалов и мода			Δ
	левая	μ=1	правая	
1	0,28	0,62	0,68	0,4
2	0,428	0,924	0,992	0,564
3	0,586	1,246	1,32	0,734
4	0,596	1,266	1,34	0,744
5	0,352	0,834	0,964	0,612
6	0,8	1,648	1,696	0,896
7	0,12	0,35	0,46	0,34

Отношение порядка на альтернативах по данным табл. 9 имеет вид

$$x_6 \succ x_4 \succ x_3 \succ x_2 \succ x_5 \succ x_1 \succ x_7 .$$

Таблица 10

Сила предпочтений

S_{64}	S_{43}	S_{32}	S_{25}	S_{51}	S_{17}
0,382	0,02	0,322	0,09	0,214	0,27

1.4. Частные критерии, заданные в виде интервальных величин

Таблица 11

В виде интервальных равновозможных величин

№	Границы интервала		Центр интервала	Δ
	левая	правая		
1	0,28	0,4	0,34	0,12
2	0,428	0,564	0,496	0,136
3	0,586	0,734	0,66	0,148
4	0,596	0,744	0,67	0,148
5	0,352	0,612	0,482	0,26
6	0,8	0,896	0,848	0,096
7	0,12	0,34	0,23	0,22

Отношение порядка на альтернативах по данным табл. 11 имеет вид

$$x_6 \succ x_4 \succ x_3 \succ x_2 \succ x_5 \succ x_1 \succ x_7 .$$

Таблица 12

Сила предпочтений

S_{64}	S_{43}	S_{32}	S_{25}	S_{51}	S_{17}
0,178	0,01	0,164	0,014	0,142	0,11

Вариант 2.

2. Тестовое моделирование неопределенностей различных видов, для полиноминальной модели

Для анализа влияния нелинейностей проводили расчет значений функций полезности с моделями, представленными в виде следующего фрагмента полинома Колмогорова – Габора для размерности *n*=*7*:

$$P(x) = a_1 k_1(x) + a_2 k_2(x) + a_3 k_3^2(x) + a_4 k_1(x) k_4(x) + a_5 k_5(x) k_6(x) + \\ + a_6 k_7^2(x). \tag{25}$$

Исходные интервальные значения частных критериев приведены в табл. 14.

Таблица 14

Интервальные значения частных критериев

	k_1	k_2	k_3	k_4	k_5	k_6	k_7
1	[0; 0,15]	[0,78; 0,88]	[0,22; 0,36]	[0,47; 0,6]	[0,8; 1]	[0,5; 0,75]	[0,34; 0,47]
2	[0,68; 0,82]	[0,32; 0,54]	[0,88; 0,96]	[0,5; 0,68]	[0,22; 0,34]	[0,33; 0,47]	[0,11; 0,22]
3	[0,14; 0,26]	[0,12; 0,3]	[0,15; 0,2]	[0,84; 0,98]	[0,37; 0,63]	[0,1; 0,45]	[0,74; 0,94]
4	[0,55; 0,75]	[0; 0,22]	[0,8; 0,92]	[0,21; 0,33]	[0,1; 0,2]	[0,7; 0,86]	[0,23; 0,34]
5	[0,8; 1]	[0,45; 0,57]	[0; 0,21]	[0,26; 0,4]	[0,72; 0,84]	[0,44; 0,6]	[0,54; 0,7]
6	[0,23; 0,48]	[0,6; 0,77]	[0,4; 0,54]	[0,05; 0,2]	[0,05; 0,35]	[0,28; 0,32]	[0; 0,3]
7	[0,3; 0,57]	[0,8; 0,95]	[0,28; 0,43]	[0,58; 0,7]	[0,55; 0,67]	[0,67; 0,81]	[0,88; 1]
a_1=0.15, a_2=0.1, a_3=0.35, a_4=0.12, a_5=0.17, a_6=0.11							

Расчеты проводили по модели (25) на основе исходных данных.

2.1. Частные критерии, распределенные по нормальному закону

Результаты расчета представлены в табл. 15 и 16.

Таблица 15

Нормальный закон

№	M	D	Границы интервала		Δ
			левая	правая	
1	0,24216775	0,00008806	0,2140161	0,2703194	0,056303
2	0,52687475	0,00004762	0,50617307	0,5475764	0,041403
3	0,18454975	0,00002926	0,16832291	0,2007766	0,032454
4	0,41724475	0,00008750	0,38918174	0,4453078	0,056126
5	0,33673475	0,00018047	0,29643339	0,3770361	0,080603
6	0,217065	0,00011388	0,18505039	0,2490796	0,064029
7	0,40420075	0,00012904	0,37012213	0,4382794	0,068157

Отношение порядка на альтернативах по данным табл. 15 имеет вид

$$x_2 \succ x_4 \succ x_7 \succ x_5 \succ x_1 \succ x_6 \succ x_3.$$

Таблица 16

Сила предпочтений

S_{24}	S_{47}	S_{75}	S_{51}	S_{16}	S_{63}
0,10963	0,013044	0,067466	0,094567	0,0251028	0,0325153

2.2. Частные критерии, распределенные по закону равной вероятности

Результаты расчета представлены в табл. 17 и 18.

Таблица 17

Равновероятностный закон

№	M	D	Границы интервала		Δ
			левая	правая	
1	0,24216775	0,0000514114	0,22065723	0,2636783	0,043021
2	0,52687475	0,0000772506	0,50050705	0,5532425	0,052735
3	0,18454975	0,0000558299	0,16213392	0,2069656	0,044832
4	0,41724475	0,0001156310	0,38498519	0,4495043	0,064519
5	0,33673475	0,0001108533	0,30514868	0,3683208	0,063172
6	0,217065	0,0000630208	0,1932493	0,2408807	0,047631
7	0,40420075	0,0001560472	0,36672509	0,4416764	0,074951

Отношение порядка на альтернативах по данным табл. 17 имеет вид

$$x_2 \succ x_4 \succ x_7 \succ x_5 \succ x_1 \succ x_6 \succ x_3.$$

Таблица 18

Сила предпочтений

S_{24}	S_{47}	S_{75}	S_{51}	S_{16}	S_{63}
0,10963	0,013044	0,067466	0,094567	0,0251028	0,0325153

2.3. Частные критерии, заданные в виде нечетких чисел

Результаты расчета представлены в табл. 19 и 20.

Таблица 19

В виде нечетких чисел

№	Границы интервалов и мода			Δ
	левая	$\mu = 1$	правая	
1	0,175656	0,51059	0,57221	0,396556
2	0,459513	1,309538	1,37454	0,915024
3	0,121513	0,3888855	0,44623	0,324719
4	0,338079	1,00791	1,08408	0,746004
5	0,275892	0,7173	0,77192	0,496032
6	0,15426	0,42526	0,48224	0,32798
7	0,321149	0,917448	0,99645	0,6753

Отношение порядка на альтернативах по данным табл. 19 имеет вид

$$x_2 \succ x_4 \succ x_7 \succ x_5 \succ x_1 \succ x_6 \succ x_3.$$

Таблица 20

Сила предпочтений

S_{24}	S_{47}	S_{75}	S_{51}	S_{16}	S_{63}
0,301628	0,090462	0,200148	0,20671	0,08533	0,0363745

2.4. Частные критерии, заданные в виде интервальных величин

Таблица 21

В виде интервальных величин

№	Границы интервала		Центр интервала	Δ
	левая	правая		
1	0,175656	0,318459	0,24706	0,142803
2	0,459513	0,598962	0,52924	0,139449
3	0,121513	0,258967	0,19024	0,137454
4	0,338079	0,502396	0,42024	0,164317
5	0,275892	0,410015	0,34295	0,134123
6	0,15426	0,29152	0,22289	0,13726
7	0,321149	0,495354	0,40825	0,174205

Отношение порядка на альтернативах по данным табл. 21 имеет вид

$$x_2 \succ x_4 \succ x_7 \succ x_5 \succ x_1 \succ x_6 \succ x_3 .$$

Таблица 22

Сила предпочтений

S_{24}	S_{47}	S_{75}	S_{51}	S_{16}	S_{63}
0,109	0,011986	0,065298	0,095896	0,024168	0,03265

5. Заключение

По методике, аналогичной описанной выше, были протестированы полиномиальные нелинейные функции полезности вида:

$$P(x) = a_1 k_1(x) + a_2 k_2(x) + a_3 k_1(x) k_2(x),$$
$$P(x) = a_1 k_1(x) + a_2 k_2(x) + a_3 k_3^2(x) + a_4 k_2(x) k_4(x).$$

В силу громоздкости результаты численного моделирования здесь не приводятся, но необходимо отметить, что качественно они полностью соответствуют примерам, приведенным в статье. Следовательно, отношения порядка альтернатив во всех случаях соответствуют эталонным значениям. Это позволяет однозначно сделать следующие выводы.

1. При приведении к единому базису разнородных видов неопределенности, в качестве базисной может быть использована любая форма. Это обусловлено тем, что выбор формы представления не влияет на отношения порядка альтернатив: лучшая альтернатива во всех случаях остается экстремальной, а сила предпочтения изменяется незначительно (в среднем на 10%);

2. Очень важной характеристикой является величина интервала неопределенности полезности альтернатив. Во всех случаях минимальный интервал соответствует статистической форме представления исходной информации. При нормальном законе распределения возможных значений интервал на 70% меньше, чем при равновероятностном законе. Это легко объяснить, так как для нормального закона исходная информация получена на реальной экспериментальной выборке, в то время как все другие формы отражают субъективные представления экспертов. Неожиданным является тот факт, что самая большая интервальная неопределенность $P(x)$ соответствует нечеткой форме представления исходной информации. Это можно объяснить тем, что нечеткие множества не предназначены для формализации нечетких чисел, а ориентированы на формализацию качественной информации, представленной в виде нечетких лингвистических высказываний.

На третьем месте по точности находится интервал функции полезности, полученный при задании частных критериев в виде интервальных равновозможных величин.

При этом, указанные выводы, справедливы для всех полиномиальных форм (как линейных, так и нелинейных) модели функции полезности.

На основе сказанного можно сделать вывод, что наиболее предпочтительной базовой формой является статистическая неопределенность с равномерным законом распределения. Это обусловлено тем, что приведение к реальному (нормальному) закону распределения требует информации, которая в большинстве случаев отсутствует. Кроме того, некоторые переменные принципиально не могут быть интерпретированы как случайные. В то же время равновероятностный закон распределения можно интерпретировать не как случайную величину, а как ситуацию, в которой отсутствует информация о предпочтениях конкретных значений, т.е. они все равновозможны (равновероятны).

Список литературы

1. Глушков В.М. Введение в АСУ/ В. М. Глушков. – К.: Техніка, 1972. – 312 с.
2. Петров Е.Г. Методи і засоби прийняття рішень у соціально-економічних системах/ Е.Г. Петров, М.В. Новожилова, І.В. Гребенник. – К.: Техніка, 2004. – 256 с.
3. Фишберн П. Теория полезности для принятия решений/ П. Фишберн. – М.: Наука, 1978. – 352 с.
4. Нейман Дж. Теория игр и экономическое поведение/Дж. Нейман, О. Моргенштерн. – М.: Наука, 1970. – 124 с.
5. Овезгельдыев А.О. Синтез и идентификация моделей многофакторного оценивания и оптимизации / А.О. Овезгельдыев, Э.Г. Петров, К.Э. Петров. –К: Наук. думка, 2002. –164 с.
6. Петров К.Э. Компараторная структурно-параметрическая идентификация моделей скалярного многофакторного оценивания/ К.Э. Петров, В.В. Крючковский. – Херсон: Олди-плюс, 2009. – 294 с.
7. Нариньяни А.С. НЕ-факторы: неоднозначность (доформальное исследование)/ А.С. Нариньяни // Новости искусственного интеллекта.– 2003.– №5. – С.58-69.
8. Стернин М.Ю. Метод представления знаний в интеллектуальных системах поддержки экспертных решений/ М.Ю. Стернин, Г.И. Шепелев// Новости искусственного интеллекта. –2003. – №4(58). – С.58-69.
9. Бідюк П.І. Методи прогнозування/ П.І. Бідюк, О.С.Менміленко, О.В. Половцев. – Луганськ: «Алма-матер». – 2008. – Т.1. – 302 с.
10. Вентцель Е.С. Теория вероятности и ее инженерное приложение/ Е.С. Вентцель, Л.А. Овчаров – М.: Высш. шк., 2000.– 480 с.
11. Раскин Л.Г. Нечеткая математика. Основы теории. Приложения/ Л.Г. Раскин, О.В. Серая. – Х.: Парус, 2008. - 352 с.
12. Борисов А.Н. Обработка нечеткой информации в системах принятия решений / А.Н. Борисов., А.В. Алексеев, Г.В. Меркурьев и др. – М.: Радио и связь, 1989. – 304 с.
13. Алефельд Г. Введение в интервальные вычисления: пер. с англ. / Г. Алефельд –М.: Мир, 1987. – 360 с.

Рецензент:

доктор технических наук, профессор,
зав. кафедрой Авиационные приборы и измерения
Кошевой Николай Дмитриевич

Поступила в редакцию 02.06.10

Дослідження коректності взаємної трансформації різних видів інтервальної невизначеності

Методом тестового моделювання досліджена коректність взаємної трансформації різних видів інтервальних невизначеностей (статистичних, нечітких, інтервальних) при обчислені інтервальної скалярної багатофакторної оцінки корисності альтернативних рішень в умовах невизначеності. Результати показали, що вибір базисної форми невизначеності значно впливає на величину інтервалу невизначеності, але незначно змінює силу переваги. При цьому, відношення порядку у всіх випадках залишається незмінним.

Ключові слова: інтервальна невизначеність, оптимізація, функція корисності, багатокритеріальність, нечіткі множини, вагомі коефіцієнти, поліном Коломогорова – Габора, альтернатива рішення

Investigation of the correctness of mutual transformation different types of interval uncertainty

Using the method of test simulations, investigated the correctness of mutual transformation of different types of interval uncertainty (statistical, fuzzy, interval-governmental) in the calculation of interval scalar multifactorial assess the utility of alternative decisions under uncertainty. The results showed that the choice of the basal forms of uncertainty significantly affects the magnitude of the uncertainty of the interval, but only slightly modifies the strength of preference. The ratio of the order in all cases remains unchanged.

Keywords: interval uncertainty, optimization, the function of usefulness, multicriteriality, fuzzy sets, weight coefficients, the polynomial of Kolmogorov – Gabor, alternative of solutions