

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

**ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ ЕКОНОМІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ СЕМЕНА КУЗНЕЦЯ**

А. С. Гордєєв

ІНЖЕНЕРНА І КОМП'ЮТЕРНА ГРАФІКА

Навчальний посібник

**Харків
ХНЕУ ім. С. Кузнеця
2025**

УДК 744.4:004.92(075.034)
Г38

Рецензенти: завідувач кафедри інформаційних комп'ютерних технологій і математики ННІ "Українська інженерно-педагогічна академія", д-р фіз.-мат. наук, професор *О. П. Нечуйвітер*; завідувач кафедри комп'ютерних мультимедійних технологій Національного авіаційного університету, канд. техн. наук, доцент *О. А. Бобарчук*.

Рекомендовано до видання рішенням ученої ради Харківського національного економічного університету імені Семена Кузнеця.

Протокол № 14 від 03.12.2024 р.

Самостійне електронне текстове мережеве видання

Гордєєв А. С.

Г38 Інженерна і комп'ютерна графіка [Електронний ресурс] : навчальний посібник / А. С. Гордєєв. – Харків : ХНЕУ ім. С. Кузнеця, 2025. – 126 с.

ISBN 978-966-676-889-9

Розглянуто способи проєкціювання в інженерній графіці та ключові особливості побудови геометричних об'єктів у тривимірному просторі. Надано інформацію про перетворення комплексних креслень і побудову перерізу поверхонь.

Рекомендовано для здобувачів вищої освіти спеціальності 186 "Видавництво та поліграфія" освітньої програми "Технології електронних мультимедійних видань" першого (бакалаврського) рівня всіх форм навчання.

УДК 744.4:004.92(075.034)

ISBN 978-966-676-889-9

© Гордєєв А. С., 2025

© Харківський національний економічний університет імені Семена Кузнеця, 2025

Вступ

В основу навчальної дисципліни "Інженерна і комп'ютерна графіка" покладено теоретичні основи нарисної геометрії, яка є одним із розділів геометрії. Водночас просторові фігури, які є сукупністю точок, ліній, поверхонь, вивчають за їхніми проєкційними зображеннями на площині.

Інженерна і комп'ютерна графіка за своїм змістом посідає особливе місце серед інших наук: вона є найкращим засобом розвитку в людини просторової уяви, без якої є немислимою ніяка інженерна творчість.

Завдання інженерної графіки виконують графічним шляхом. Найпростішою геометричною операцією, яку доводиться виконувати в процесі виконання, є визначення точки перетину двох ліній. За допомогою проведення відрізків прямих і дуг кіл (у поодиноких випадках ділянок лекальних кривих) у певній послідовності, що встановлюють за теоремами та правилами нарисної геометрії, можна виконувати складні завдання з різних галузей науки та техніки.

Можливість розчленування процесу виконання елементарних, однотипних операцій дозволяє визначити ітераційні способи виконання завдань, які легко і природно можуть бути автоматизованими за допомогою обчислювальної техніки.

Використання нарисної геометрії є раціональним під час конструювання складних поверхонь технічних форм із наперед заданими параметрами. Проекційні методи, розроблені в нарисній геометрії, дозволяють створювати наочні зображення проєктованих об'єктів і комплексів.

Навчальна дисципліна "Інженерна і комп'ютерна графіка" є обов'язковою навчальною дисципліною, що вивчають, згідно з навчальним планом підготовки фахівців першого (бакалаврського) рівня спеціальності 186 "Видавництво та поліграфія" для всіх форм навчання.

Метою вивчення навчальної дисципліни є формування в здобувачів вищої освіти системи теоретичних знань, прикладних умінь і практичних навичок із виконання інженерних завдань графічними способами за допомогою комп'ютерних систем автоматизованого проєктування креслень.

Об'єктом навчальної дисципліни є методологія створення графічних об'єктів за допомогою програмного забезпечення.

Предметом навчальної дисципліни є методи створення 2D- та 3D-графіки за допомогою графічного редактора Adobe AutoCAD.

Завданнями навчальної дисципліни є:

- набуття навичок із застосування теорії та методів інженерних наук для розв'язання практичних проблем видавництва і поліграфії;
- здатність застосовувати відповідне комп'ютерне програмне забезпечення для виконання інженерних завдань видавництва та поліграфії;
- створювати й опрацьовувати 2D- та 3D-графіку.

У результаті вивчення навчальної дисципліни здобувач вищої освіти має набути таких **компетентностей**:

- Здатність вчитися і оволодівати сучасними знаннями.
- Знання та розуміння предметної зони та розуміння професійної діяльності.
- Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях.
- Здатність приймати обґрунтовані рішення.
- Здатність працювати автономно.
- Здатність працювати в команді.
- Здатність застосовувати відповідні математичні і технічні методи та комп'ютерне програмне забезпечення для вирішення інженерних завдань видавництва та поліграфії.
- Здатність ухвалювати ефективні техніко-економічні рішення стосовно реалізації конкретного проєкту видавничо-поліграфічної діяльності в рамках видавничих, виробничих планів підприємства; розроблення нормативної та технічної документації виробничого процесу виготовлення продукції.
- Здатність розробляти колірні рішення та формувати гармонійні кольорові сполучення для мультимедійної та поліграфічної продукції, здійснювати тонову та колірну корекцію зображень, працювати з системою керування кольором та керувати кольором в процесах комп'ютерного та друкарського кольоровідтворення.

У навчальному посібнику розглядають теми, відповідно до робочої програми навчальної дисципліни "Інженерна і комп'ютерна графіка", а саме: "Вступ у систему автоматизованого проєктування AutoCAD", "Побудова креслення в інженерній графіці", "Просторова система координат", "Способи проєкціювання в інженерній графіці", "Переріз поверхонь".

До кожної теми навчального посібника наведено практичну складову, яка містить методичні вказівки для виконання лабораторних робіт із відповідної теми.

Розділ 1

Технологія побудови графічних об'єктів

1. Вступ у систему автоматизованого проєктування AutoCAD

Мета – дати визначення основних відомостей про автоматизовану систему графічного проєктування AutoCAD.

Професійні компетентності: знання та розуміння предметної галузі та розуміння професійної діяльності; здатність застосовувати відповідні математичні й технічні методи та комп'ютерне програмне забезпечення для виконання інженерних завдань видавництва та поліграфії.

1.1. Основні відомості про автоматизовану систему AutoCAD

Для створення комп'ютерної графіки використовують спеціальні програми – графічні редактори. Серед величезної кількості апаратних і програмних комп'ютерних засобів створення комп'ютерної графіки потрібно вибирати ті, які оптимально підходять для виконання поставлених завдань.

Для роботи з векторною графікою в різних сферах діяльності сьогодні застосовують велику кількість векторних редакторів зі своїми форматами:

редактор Adobe Illustrator – формат .AI, .EPS;

редактор CorelDRAW – формат .CDR, .EPS;

редактор AutoCAD – формат .DWG, .DXF;

програма 3D Studio – формат .3DS, .PRG;

програма 3DsMax – формат .MAX;

програма Adobe Acrobat – формат .PDF;

Windows Metafile – формат .WMF, .EMF.

Умовно і формат .INDD програми Adobe InDesign можна назвати векторним форматом.

Формат .DWG є найбільш універсальним. Відкрити його тим або тим способом можна практично у всіх перелічених раніше програмах

векторної графіки та багатьох інших програмах для систем автоматичного проектування.

Можливості сучасних технічних і програмних засобів персональних комп'ютерів дозволяють ефективно автоматизувати й конструкторську, і технологічну підготовку виробництва. Нині як фактичний стандарт на програмне забезпечення для конструкторських креслень утвердили систему AutoCAD компанії Autodesk, яка є безперечним лідером на ринку програмного забезпечення для САПР.

AutoCAD – це графічний редактор, який підтримує процес створення креслень конструкторських документів на екрані ПК, ведення графічної бази даних і виведення документів на принтери. Програма також дозволяє будувати тривимірні моделі об'єктів будь-якої складності й розробляти їхні фотореалістичні зображення із широким висвітленням, сценами тощо.

Програма AutoCAD має неперевершені можливості, високу швидкість роботи, надійність, зручний інтерфейс, використовує найсучасніші технології проектування.

Проектування та креслення є сферою, що потребує використання точних графічних і нарисних правил. Правила виконання креслень перейшли із традиційного креслення на дошці в автоматизовані креслення. Програма AutoCAD реалізує ці правила з безліччю додаткових можливостей. Однак програма AutoCAD не вибирає автоматично правильний символ, розмір, тип лінії або інший аспект креслення, щоб застосувати його до поточного креслення. Користувач має знати, який імовірно мусить мати вигляд остаточний продукт.

Власним форматом для AutoCAD, як уже було зазначено, є формат .DWG, розроблений фірмою Autodesk спеціально для опису креслень.

Він підтримує обмін файлами інших векторних і деяких растрових форматів, як-от: .DXF, .EPS, .BMP, .PCX та багатьох інших.

Цю систему було створено на початку 80-х рр. XX ст. До сьогодні вона пройшла значний еволюційний шлях розвитку. Система працює на персональних і планшетних комп'ютерах під управлінням різних операційних систем Windows, Mac OS X, iOS, Android.

У сучасних версіях AutoCAD створено простий і зручний інтерфейс на основі меню й мови команд, він надає користувачеві зручні та ефективні засоби спілкування з комп'ютером під час виготовлення креслень.

AutoCAD – це багатозадачне середовище проектування (Multiple Design Environment), яке цілком відповідає стандартам MS Windows.

AutoCAD використовує багатовіконний інтерфейс, який дає змогу проектування безліч документів і спільно працювати з ними, тобто виконувати безліч завдань із необмеженою кількістю креслень.

1.2. Основи роботи в графічному редакторі AutoCAD

Після запуску відкривається вікно програми AutoCAD. Крім стандартних елементів вікна "Заголовок", "Рядок меню" тощо, у вікні є й інші елементи, властиві тільки програмі AutoCAD, – створюється так званий *робочий простір*.

Робочий простір – це набір меню палітри, панелей інструментів і панелей, налаштованих на виконання певних завдань, як-от креслення у дво- або тривимірному просторі.

Користувач легко може створювати власні робочі простори, пристосовані для виконання певних завдань.

Для зручності побудови програма AutoCAD може перемикатися в різні робочі простори – 2D-побудову (плоскі креслення), 3D-моделювання (побудову тривимірних моделей) і класичний AutoCAD (мінімальний набір найпотрібніших інструментів). Вивчення графічного редактора раціонально починати з робочого простору (рис. 1.1), який практично не змінюють, починаючи з версії AutoCAD 2004.

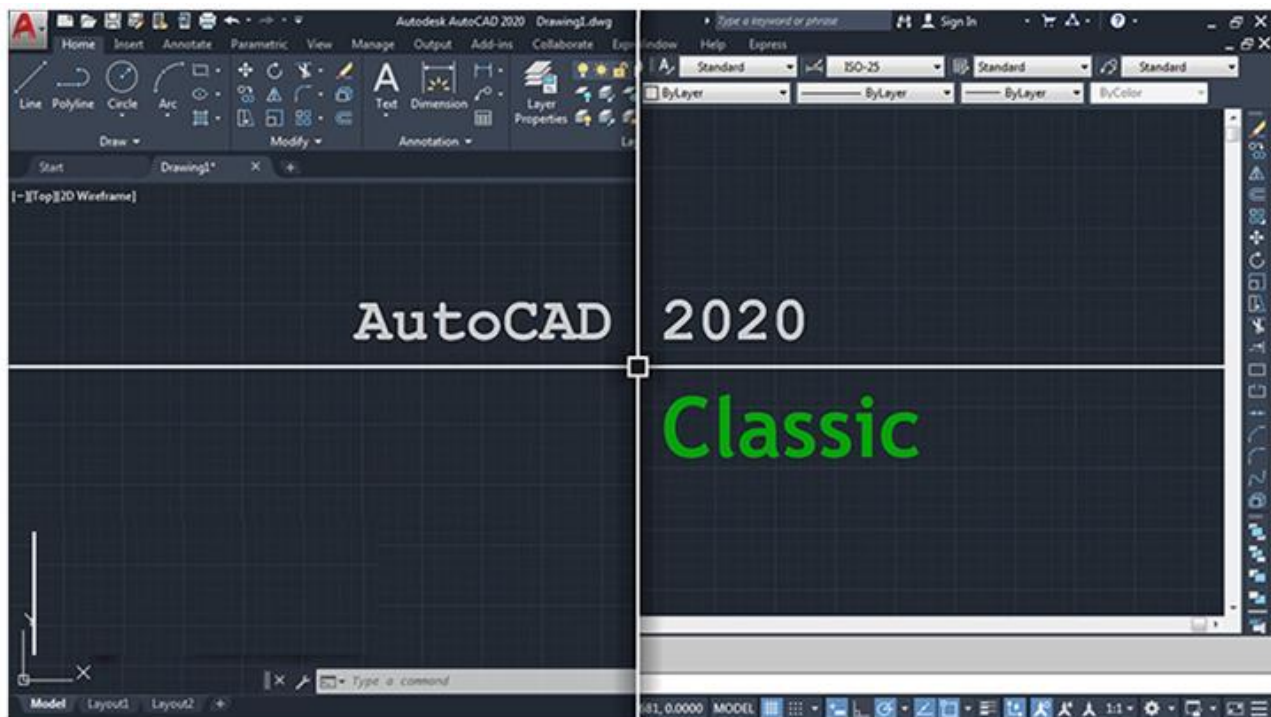


Рис. 1.1. Вікно графічного редактора AutoCAD після запуску

Починаючи з AutoCAD 2009, крім класичного інтерфейсу, у системі з'явився *стрічковий інтерфейс меню*, котрий реалізує концепцію FUI (Fluent User Interface – гнучкий інтерфейс, призначений для користувача), яку пропонує компанія Microsoft (рис. 1.2).

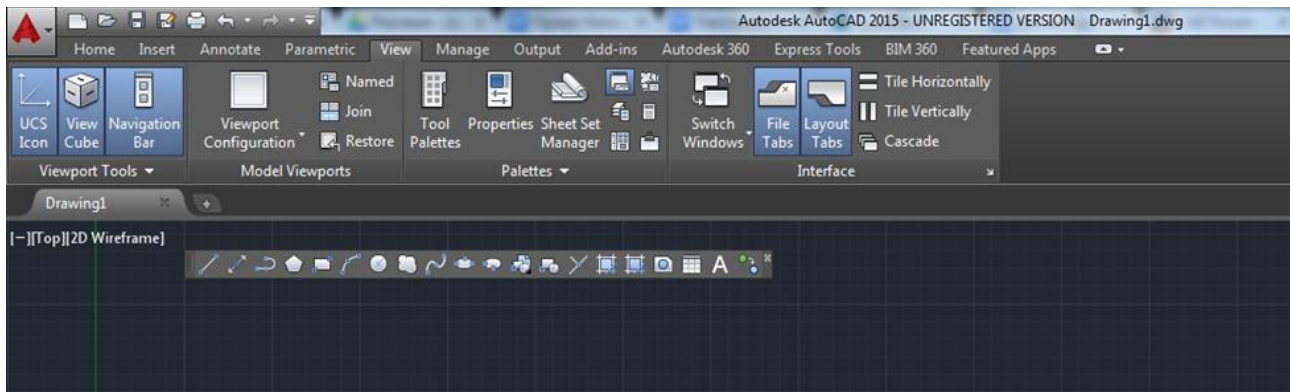


Рис. 1.2. Стрічковий інтерфейс меню AutoCAD

Пункти меню та панелі інструментів подано у вигляді стрічки, що складається з безлічі вкладок. Кожна із них має тематичні панелі, що містять набори відповідних інструментів. Такий підхід спрощує пошук потрібної команди й дозволяє адаптувати робочий простір для ефективної роботи користувача. Стрічку можна розширювати як завгодно, мінімізувати або взагалі закрити, якщо потрібно максимально збільшити робочий простір. Панелі відокремлено від стрічки, а також зроблено постійно розгорнутими, якщо потрібно багаторазовий і швидкий доступ до команд однієї або декількох із них.

1.3. Інтерфейс користувача

1.3.1. Панель швидкого доступу. На панелі швидкого доступу відображають команди, що дозволяють скасувати або повторити (відновити) зміни у файлі. Для скасування або повторення одного з останніх змін натисніть кнопку розкриття списку праворуч від кнопок "Скасувати" та "Повторити".

Інструменти, які не виходять на панелі максимальної довжини, відображають за допомогою кнопки контекстного меню. Для додавання кнопки стрічки на панель швидкого доступу клацніть правою кнопкою

миші на кнопці на стрічці та виберіть із контекстного меню команду "Додати на панель швидкого доступу". Кнопки додають праворуч від команд, наявних на панелі швидкого доступу. Розміщення панелі швидкого доступу над або під стрічкою можливо за допомогою кнопки "Адаптація".

1.3.2. Стрічка. Стрічка становить палітру, на якій відображають інструменти та елементи управління, призначені для виконання певного завдання (рис. 1.3). Стрічка виводиться на екран автоматично під час створення або відкриття файлу і є становлять компактною палітрою з усіма інструментами, потрібними для створення файлу.

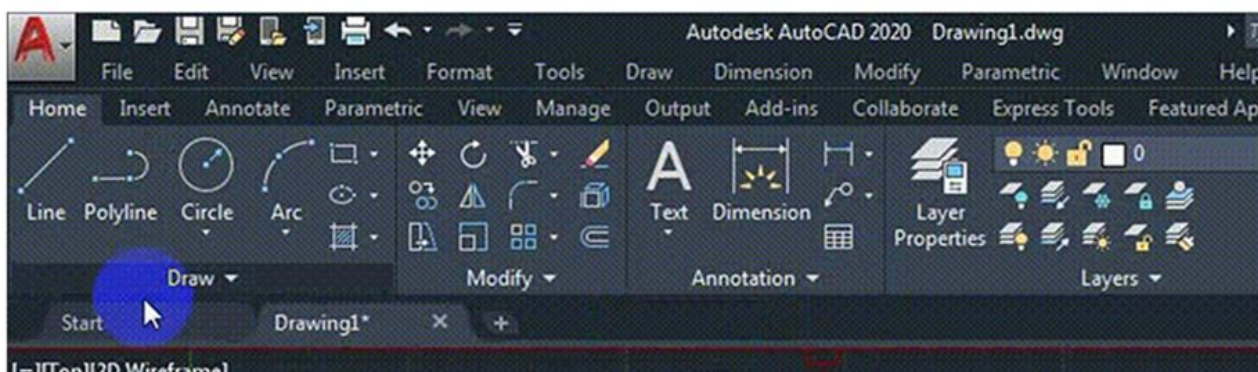


Рис. 1.3. Стрічка з відображенням інструментів та елементів управління

Горизонтальну стрічку відображають у верхній частині вікна файлу. *Вертикальну стрічку* можна закріпити ліворуч чи праворуч у вікні програми. *Вертикальна стрічка* також може бути змінною у вікні файлу або на додатковому моніторі.

Стрічка складається з ряду панелей, систематизовані у вигляді вкладок, позначених назвою завдання. Панелі стрічки містять багато з тих самих інструментів і елементів управління, які доступні на панелях інструментів і в діалогових вікнах.

Деякі панелі стрічки виводять на екран діалогове вікно, пов'язане із цією панеллю. На те, що панель може відображати пов'язане діалогове вікно, указує значок у нижньому правому кутку панелі. Для виклику пов'язаного діалогового вікна слід натиснути на значок.

Щоб указати, які вкладки й панелі слід відображати, клацніть на стрічці правою кнопкою миші та в контекстному меню встановіть або зніміть прапорці в назвах укладок або панелей.

Якщо панель витягнути зі вкладки стрічки в зону креслення або на інший монітор, така панель стає *змінною*. Змінна панель залишається відкритою до тих пір, поки не буде повернутою на стрічку, навіть у разі переходу до іншої вкладки стрічки.

Стрілка праворуч від заголовка панелі вказує, що можна розгорнути панель для виведення на екран додаткових інструментів та елементів управління. За замовчуванням розгорнута панель автоматично закривається під час вибору іншої панелі. Для збереження панелі в розгорнутому стані клацніть на значок канцелярської кнопки в нижньому лівому кутку розгорнутої панелі.

Для згортання стрічки натисніть кнопку праворуч від укладок. Процедуру згортання виконують циклічно через такі режими:

- Згортання до вкладок: стрічка згортається так, що видно тільки заголовки вкладок.
- Згорнути до назв панелей: стрічка згортається, залишаються видимими тільки заголовки вкладок і панелей.
- Відображення всієї стрічки: відображаються вкладки й повні панелі, серед них елементи управління.

Стрічку можна налаштувати, відповідно до потреб. Із кожною вкладкою на стрічці можна пов'язати групу інструментальних палітр. Після клацання на вкладки стрічки правою кнопкою миші з'явиться список доступних груп інструментальних палітр.

Порядок укладок можна змінити. Клацніть на вкладці, яку слід перемістити, перетягніть її в потрібне місце і відпустіть кнопку миші. Можна змінити порядок проходження панелей стрічки. Клацніть мишею на панелі, яку слід перемістити, перетягніть її в потрібне місце та відпустіть кнопку миші.

1.3.3. Рядок положення. Рядок положення надає корисні відомості, а також кнопки для увімкнення і вимкнення інструментів рисування (рис. 1.4). У рядку положення відображають значення координат курсора, інструментів рисування, а також інструментів масштабування, швидкого перегляду й анотацій.

Деякі команди мають також скорочені назви. Наприклад, замість того, щоб уводити слово "відрізок" для виконання команди "Відрізок", можна ввести "від".

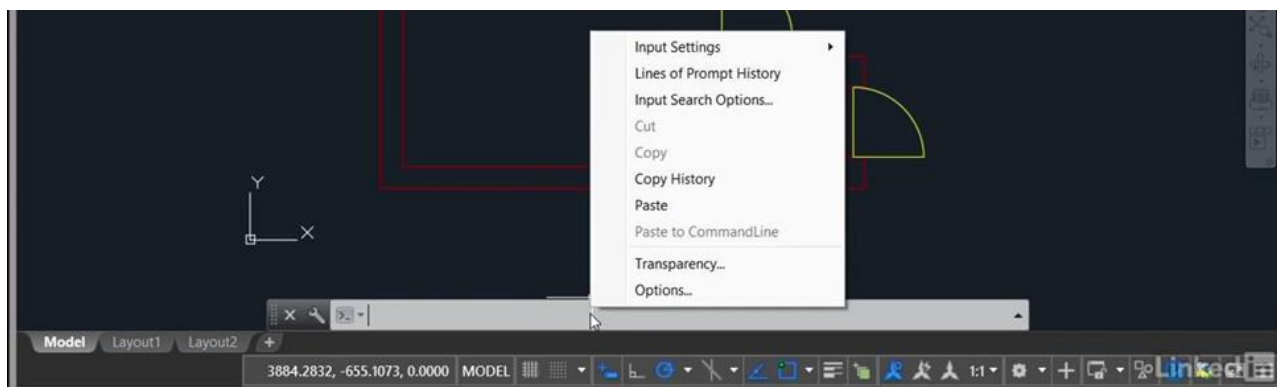


Рис. 1.5. Уведення команд у командному рядку

Під час введення команд у командному рядку відображають або набір параметрів, або діалогове вікно. Наприклад, під час введення команди "Коло" в командному рядку відображається підказка такого вигляду:

Центр кола або [3Т / 2Т / ККР (кас, кас, радіус)]:

Для задавання центра кола можна ввести значення координат X, Y або вказати потрібну точку на екрані за допомогою пристрою вказівки.

Вибір іншого параметра виконують введенням відповідних великих літер, перелічених у квадратних дужках. Ці літери можна вводити в будь-якому регістрі. Наприклад, для вибору параметра "три крапки" введіть (3Т).

Для виконання команди натисніть клавішу ПРОБІЛ чи ENTER або натисніть праву кнопку пристрою вказівки після введення назви команди або відповідей на запити. В інструкціях довідкової системи мають на увазі виконання цих дій користувачем і немає нагадування про потребу в натисканні клавіші ENTER після кожного введення.

Багато команд можна використовувати в прозорому режимі, тобто викликати їх у ході виконання іншої команди. Прозорі команди, наприклад СІТКА або ПОКАЗАТИ, зазвичай призначено для зміни параметрів креслення або параметрів відображення. У довіднику команд прозорі команди позначено апострофом перед назвою команди.

Для використання команди в прозорому режимі потрібно натиснути відповідну кнопку на панелі інструментів або перед введенням команди у відповідь на будь-яку з підказок програми ввести апостроф ('). У командному рядку перед підказками, які відображають для прозорих команд, виводять подвійні кутові дужки (>>). Після завершення прозорою команди поновлюють роботу вихідної. Наприклад, для увімкнення сітки з інтервалом в 1 одиницю в ході креслення відрізка потрібно ввести:

Команда: ВІДРІЗОК

Перша точка: СІТКА

>> Інтервал сітки (X) або [Увімкнути/Вимкнути/Крок] <0,000>: 1

Поновлення дії команди ВІДРІЗОК Перша точка:

Зазвичай, у прозорому режимі можна користуватися командами, які не виконують вибору об'єктів, не створюють нових об'єктів або не закінчують сеанс роботи. У прозорому режимі можна відкривати деякі з діалогових вікон, але вироблені з їхньою допомогою зміни не набирає чинності до завершення припиненої команди. Точно так само, якщо під час виконання деякої команди в прозорому режимі змінюють значення системної змінної, її нове значення виявляють тільки в наступній команді.

Допускають повторення будь-яких команд, використаних у поточному сеансі, через циклічний прохід командами у вікні команд за допомогою клавіш зі стрілками ВГОРУ, CTRL, УНИЗ і ENTER. За замовчуванням натисканням поєднання клавіш CTRL+C виконують копіювання виділеного тексту в буфер обміну. Під час натискання клавіш CTRL+V текст із буфера обміну вставляють у текстове або командне вікно.

Під час натискання правої кнопки миші в зоні вікна команд або текстового вікна, де відображено контекстне меню, у якому вміщено шість недавно використаних команд, можна скопіювати виділений текст або весь протокол команд, уставити текст, а також відкрити діалогове вікно "Налаштування".

1.3.5. Контекстне меню. Контекстні меню використовують для швидкого доступу до команд, що належать до поточних операцій (рис. 1.6). Контекстні меню викликають натисканням правої кнопки миші в різних зонах екрана.

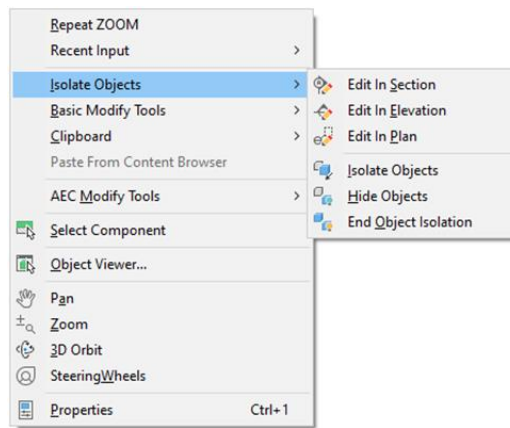


Рис. 1.6. Контекстне меню

Зазвичай, контекстні меню пропонують такі дії:

- повторення останньої команди;
- переривання поточної команди;
- відображення списку останніх команд, уведених користувачем;
- вирізання, копіювання і вставлення з буфера обміну;
- вибирання різних варіантів команди;
- викликання діалогових вікон, як-от "Налаштування" або "Адаптація";
- скасування результату дії останньої виконаної команди.

Є можливість налаштування реакції системи на тривалість натискання правої кнопки миші, щоб швидке натискання спрацьовувало так само, як натискання клавіші ENTER, а більш тривале натискання приводило до відображення контекстного меню.

Тип контекстного меню залежить від місцезнаходження курсора під час виклику меню. Якщо меню викликано в зоні побудови з виділеними об'єктами, то в контекстному меню запропоновано функції редагування. Контекстне меню можна викликати також під час роботи в режимі "Панорама" або "Зумування".

1.3.6. Інструментальні палітри. Інструментальні палітри подано окремими вкладками у вікні "Управління – інструментальні палітри – усі палітри" (рис. 1.7). Вони є ефективним засобом упорядкування, розподілу й розміщення блоків, штрихувань та інших інструментів. Палітри можуть містити інструменти, надані сторонніми розробниками.



Рис. 1.7. Інструментальні палітри

Інструмент може бути створено простим перетягуванням об'єктів із креслення в зону інструментальної палітри. За допомогою такого інструмента можна згодом швидко будувати об'єкти з тими самими властивостями, що й вихідний об'єкт.

Інструментальні палітри подано окремими вкладками в спеціальному вікні. Кожна інструментальна палітра містить один або більше інструментів. Інструменти можна створювати перетягуванням об'єктів (по одному об'єкту за одне перетягування).

Примітка. Під час перетягування об'єкта на інструментальну панель можна перейти на іншу вкладку, утримуючи курсор миші на потрібній укладці протягом декількох секунд.

Прикладом інструмента, створеного за допомогою перетягування об'єкта, може бути коло червоного кольору, яке має товщину лінії 0,05 мм. Так само можна створювати інструменти з наявних блоків і зовнішніх посилань.

Під час перетягування геометричного об'єкта або розміру на палітру автоматично створюється новий інструмент із відповідним *підменю*. Наприклад, інструменти, створені на основі розмірів, містять підменю, за допомогою якого можна наносити розміри різних типів. Підменю розкривають натисканням на символи стрілки праворуч від значка інструмента на палітрі. Під час використання інструмента з меню, що спливає, об'єкт креслення має ті самі властивості, що й вихідний інструмент на інструментальній палітрі.

Параметри й налаштування інструментальних палітр може бути змінено за допомогою контекстних меню. Слід зазначити, що вигляд контекстних меню залежить від того, у якій зоні інструментальної палітри натиснути кнопку миші.

Можна закріпити вікно інструментальних палітр біля правого або лівого краю вікна застосунку. Для того щоб уникнути закріплення вікна, у разі його переміщення потрібно тримати клавішу CTRL. Налаштування інструментальної палітри зберігають у профілі.

Після створення інструмента на палітрі його властивості можна змінювати. До таких властивостей, наприклад, належать масштаб блоку під час уставлення в креслення і кут повороту зразка штрихування.

Для зміни властивостей інструмента натисніть на ньому праву кнопку миші та в контекстному меню виберіть пункт "Властивості об'єкта". З'являється діалогове вікно "Властивості інструмента". Це діалогове вікно містить дві категорії *властивостей*:

1. Властивості вставки або зразка. Властивості, пов'язані з управлінням об'єктом, наприклад масштаб, поворот і кут.

2. Загальні властивості. Скасування поточних параметрів, пов'язаних із властивостями креслення, наприклад шар, колір і тип лінії.

Можна згортати й розгортати категорії властивостей, натискаючи на кнопках зі стрілками.

Практична складова до підрозділу 1

Створення, організація і збереження креслень у системі AutoCAD

Мета – ознайомлення з інтерфейсом графічного редактора та правилами побудови елементарних примітивів.

Завдання: ознайомтеся з інтерфейсом графічного редактора та правилами побудови елементарних примітивів.

Виконання завдання

Щоб створити нове креслення, потрібно вибрати в меню: СТВОРЕННЯ НОВОГО КРЕСЛЕННЯ → КРЕСЛЕННЯ і вибрати ВІДКРИТИ та в списку вказати ВІДКРИТИ БЕЗ ШАБЛОНА – МЕТРИЧНЕ.

У діалоговому вікні **СТВОРЕННЯ НОВОГО КРЕСЛЕННЯ** можна вибрати, які одиниці вимірювання будуть використовувати в новому кресленні – британські або метричні. Цим вибором установлюють значення за замовчуванням багатьох системних змінних, що відповідають за управління текстом, розмірами, сіткою, кроком і файлом типу ліній за замовчуванням і файлом зразків штрихування.

Британські. Створення нового креслення на основі британської системи вимірювань. Під час створення креслення використовують внутрішні значення за замовчуванням, а для контуру відображення сітки, названого межами сітки, установлюють значення, що дорівнюють 12 × 9 дюймів.

Метричні. Створення нового креслення на основі метричної системи вимірювань. Під час створення креслення використовують внутрішні значення за замовчуванням, а для контуру відображення сітки за замовчуванням установлюють значення, що дорівнюють 420 × 290 міліметрів.

Графічна система AutoCAD працює в діалоговому режимі. Це означає, що вона може спілкуватися з користувачем за наявності зрозумілою обом мови. Цю мову прийнято називати *системою команд*, а його складові – *командами*. Команда може складатися з окремого терміна або їхнього набору.

Команди AutoCAD мають кілька варіантів: виберімо команду КОЛО. Команда містить опції, відокремлені скісною рисою (/) й опцію за замовчуванням, завжди вкладену в дужках (<>) або (), а форма курсора змінюється, указуючи режим вибору.

Зверніть увагу на реєстр символів. Якщо відповідаєте на запрошення із клавіатури, досить увести літери, зазначені у верхньому реєстрі. За замовчуванням пропонують радіус (тут може бути будь-яке число, програма запам'ятовує останнє введенне), уведімо із клавіатури потрібне нам число. Якщо хочемо ввести діаметр, то виберімо ключ Д в команді КОЛО.

Команду може бути задано різними способами: використанням її інструмента, вибором із меню або введенням із клавіатури. У першому випадку достатньо клацання на інструменті. У другому – роблять вибір команди з переліку, який пропонують програмою. У третьому – назву команди набирають на клавіатурі.

Якщо потрібно дістати довідку щодо команди, наберіть її в командному рядку і натисніть клавішу F1. Якщо команда є зрозумілою, програма виводить у командному рядку підтвердження та запитує додаткові дані для її виконання.

Уведення даних на запит програми, як і команд, можна виконувати із клавіатури або мишею. У першому випадку це завдання виконують за допомогою набору їхніх числових значень.

Водночас дробову частину числа відокремлюють від цілої частини крапкою. Під час введення координат точок першим числом є значення координати x , другим – координати y , третім (під час роботи в тривимірному просторі) – координати z . Значення координат відокремлюють одне від одного комою. У другому випадку завдання виконують через безпосередню вказівку точок у межах графічної зони.

Шари. Шар – це потужний засіб для логічного групування даних, подібне накладанню одна на одну прозорих кальок із фрагментами креслення. Отже, креслення подають у вигляді необмеженої кількості шарів, на кожному з яких може бути розміщено різні об'єкти. Шар може відображатися на екрані монітора окремо або в комбінації з іншими шарами, він може бути увімкнутим, вимкнутим або заблокованим для редагування. Для побудови шарів використовують панель властивостей об'єкта.

Статусний рядок. Уведення координат точок здійснюють так: зазначенням положення точки з використанням графічного курсора миші; задаванням положення точки із клавіатури через введення числових значень координат; спільним використанням перших двох способів; зазначенням положення точки з використанням об'єктного прив'язування.

Крокове прив'язування – режим прив'язування координат до вузлів сітки. Цей режим умикають подвійним клацанням миші на напис КРОКОВЕ ПРИВ'ЯЗУВАННЯ або натисканням функціональної клавіші F9.

Використання відображення сітки. Сітка слугує тією самою метою, що й лінії або точки на аркуші паперу. Сітка складається з масиву точок, які відображають на екрані, але не є частиною файлу рисунка. Сітку можна виводити на екран або прибирати з екрану однією з таких дій: подвійним натисканням миші на напис відображення сітки; натисканням функціональної клавіші F7.

Використання режиму ортогональності. Якщо креслять лише тільки горизонтальні та вертикальні лінії, то можна перейти в режим ОРТО. Ортогональний режим обмежує рух курсора під прямим кутом відносно останньої точки. Цей режим умикають подвійним клацанням миші на напис ОРТО або натисканням функціональної клавіші F8.

Об'єктне прив'язування – режим прив'язування координат до різних точок уже створених об'єктів. Увімкнути або вимкнути цей режим можна однією з таких дій: натисканням функціональної клавіші F3; натисканням кнопки на панелі інструментів ОБ'ЄКТНЕ ПРИВ'ЯЗУВАННЯ.

У результаті однієї із цих дій на екран виводять вікно РЕЖИМ РИСУВАННЯ, який подано. У цьому вікні користувач має можливість установити різні об'єктні прив'язування. Найбільш використовуваними під час побудови креслень є такі прив'язування: ПЕРЕТИН, КОНТОЧКА, ЦЕНТР. Після вказівки потрібних прив'язувань для закриття вікна слід натиснути кнопку ОК.

Щоб зрозуміти, що таке об'єктне прив'язування, згадаймо, що такі об'єкти, як відрізки мають середні й кінцеві точки; кола мають центр, квадрант та точки дотику. Під час виконання креслення часто виникає потреба прикріпити лінії до цих точок.

Якщо потрібно нарисувати коло від перетину двох відрізків, виберімо команду КОЛО, потім укажімо вид прив'язування: ПЕРЕТИН і найближче місце перетину, тоді відбудеться прив'язування точно до точки перетину відрізків.

Система координат "Автокада". За замовчуванням системою координат "Автокада" є *Світова система координат*, яку в подальшому позначмо ССК. Коли розпочинаєте нове креслення, "Автокад" переводить вас у ССК. Координати в ССК є зміщенням по горизонтальній осі (осі X), що проходить зліва направо, і зміщенням по вертикальній осі (осі Y), що проходить від низу до гори. Зміщення відраховують від прийнятої нульової точки, початково розташованої в нижньому лівому кутку аркуша. Зміщення праворуч уздовж осі X і вгору вздовж осі Y уважають *додатними*. Нульову точку називають *початком координат* і описують координатами 0,0. Є ще зміщення по осі Z, перпендикулярне площині аркуша, яке використовують під час роботи із тривимірними об'єктами, тому його відображають трьома координатами.

Хоча за замовчуванням беруть Світову систему координат, можна створити власні координатні системи, які називають *Користувачеві*

системами координат, або КСК. Піктограма КСК є ідентичною ССК, за винятком того, що в піктограмі КСК немає квадратика.

Уведення координат точок. Майже всі креслення, які створюють у "Автокаді", починаючи від простих і до дуже складних, складаються з невеликої кількості базових об'єктів: відрізків, дуг, кіл і текстових елементів. Усі вони потребують введення точок, які вказують на їхнє положення, розмір і напрямок. Координати точок є основою для САПР так само, як слова під час роботи з текстом. Є кілька методів введення координат в "Автокаді".

Абсолютні декартові, або прямокутні координати, у двовимірному просторі сприймають введені до координати X і Y як зміщення від початку координат 0,0 поточної КСК.

Абсолютні полярні координати також трактують уведену координату як зміщення від точки 0,0, але це зміщення визначено відстанню і кутом. Значення відстані й кута позначають символом (<). Додатні кути вимірюють проти годинникової стрілки. У такій системі, кут 90° лежить на додатному напрямку осі Y, 180° – на від'ємному напрямку осі X.

Використання відносних координат. В "Автокаді" частіше відомі зміщення по осях X і Y або відстані й кут щодо раніше визначених точок. Координати, введені таким способом, називають *відносними*. У відносних координатах останню введену точку беруть як початок нової системи координат, тобто точки 0,0.

Для того щоб відрізнити абсолютні та відносні координати, усім відносним координатам передуює символ @.

Наприклад: якщо під час виконання команди ВІДРІЗОК потрібно додати лінійний сегмент, щоб продовжити лінію до точки, розташованої на відстані 30 у напрямку осі X і 10 у напрямку осі Y від останньої введенної точки, то у відповідь на підказку НАСТУПНА ТОЧКА: уведіть у командному рядку @ 30,10.

Відносні полярні координати точки @ $90 < 45$, указуючи на точку, яка міститься на відстані 90 од. під кутом 45° відносно останньої введенної координати точки. *Збереження креслення.* Щоб зберегти креслення потрібно вибрати: ФАЙЛ → ЗБЕРЕГТИ ЯК. Потім указати шлях, на якому носії будете записувати: диск або флешка й дати назву кресленням, наприклад: Креслення 1. Файли зберігають за замовчуванням із розширення *.dwg.

Контрольні запитання для самоперевірки

1. Яким спектром можливостей володіє система AutoCAD?
2. Як можна запустити систему AutoCAD?
3. У якому порядку слід виконувати креслення в системі AutoCAD?
4. Як виконують визначення формату аркуша, потрібної точності одиниць вимірювання?
5. Яким способом на робочий стіл виводять додаткові панелі інструментів та окремі кнопки, потрібні для роботи?
6. Що таке "робочий простір AutoCAD"?
7. Які команди управління екраном ви знаєте?
8. Як додати додаткові команди у стрічковому інтерфейсі?
9. Перелічіть усі засоби вибору інструмента "Відрізок". Який із них є найбільш функціональним?
10. Як вимкнути/увімкнути Панель *Tool Palettes* (Інструментальні палітри) під час запуску програми?
11. Що відбувається під час натискання функціональних клавіш F1, F2 і F7?
12. Які види систем координат використовують в AutoCAD?
13. Які методи введення координат точок ви знаєте?
14. Чи можна змішувати в одній команді абсолютні та відносні координати?
15. У якому меню містяться команди креслення?
16. Що є примітивом у системі AutoCAD?
17. Чим відрізняються полярні та прямокутні координати?

Рекомендована література: [1; 2; 5; 7; 14; 16].

2. Побудова креслення в інженерній графіці

Мета – дати визначення основних термінів та правил побудови креслень.

Професійні компетентності: знання та розуміння предметної галузі та розуміння професійної діяльності; здатність застосовувати відповідні математичні й технічні методи та комп'ютерне програмне забезпечення для виконання інженерних завдань видавництва та поліграфії.

2.1. Нарисна геометрія як один із розділів звичайної геометрії

Характерною особливістю просторових об'єктів є їхня форма. Вона становить практичний інтерес і тому потребує вивчення. Наука, що вивчає форми та взаємовідносини між ними, є розділом математики, яку називають *геометрією*. Залежно від аналітичного апарату, який для цього застосовують, геометрія охоплює ряд самостійних розділів, наприклад, розділ геометрії, який вивчає ці питання за допомогою алгебри, називають *аналітичною геометрією*; за допомогою апарату диференціального числення – *диференціальною геометрією*; за допомогою проєкційного методу – *нарисною геометрією*.

Отже, **нарисна геометрія** – це розділ геометрії, що вивчає форми та взаємовідносини між ними проєкційним методом. Інакше кажучи, нарисна геометрія вивчає правила побудови зображень просторових об'єктів на площині. Одночасно вона, як жоден інший предмет, розвиває логіку мислення загалом та просторове уявлення зокрема. Тому роль нарисної геометрії у створенні інженерної бази переоцінити неможливо.

Нарисна геометрія – це один із розділів звичайної геометрії, який займається розробленням наукових основ побудови й дослідження геометричних моделей спроектованих інженерних об'єктів і процесів їхнього графічного зображення. Тобто вивчає закони зображення просторових об'єктів на площині, що складаються із сукупності точок, прямих і поверхонь та відносин між ними на кресленні.

Основоположником сучасної нарисної геометрії є французький математик і громадський діяч Ґаспар Монж (1746 – 1818), який уперше систематизував і узагальнив практичні та теоретичні досягнення з питань побудови зображень просторових об'єктів на площині.

2.2. Види й особливості комп'ютерної графіки

Комп'ютерна графіка – це сфера діяльності, у якій комп'ютери використовують як інструмент для синтезу (створення) зображень, так і для опрацювання візуальної інформації, здобутої з реального світу.

Види комп'ютерної графіки розрізняють за технологіями створення й оброблення цифрових зображень. Це растрова графіка, векторна графіка та фрактальна графіка.

Фрактальна графіка – це форма алгоритмічного мистецтва, створена через обчислення фрактальних об'єктів, що подає результати обчислень як нерухомі зображення, анімацію й автоматично створювані мультимедійні дані (рис. 2.1).

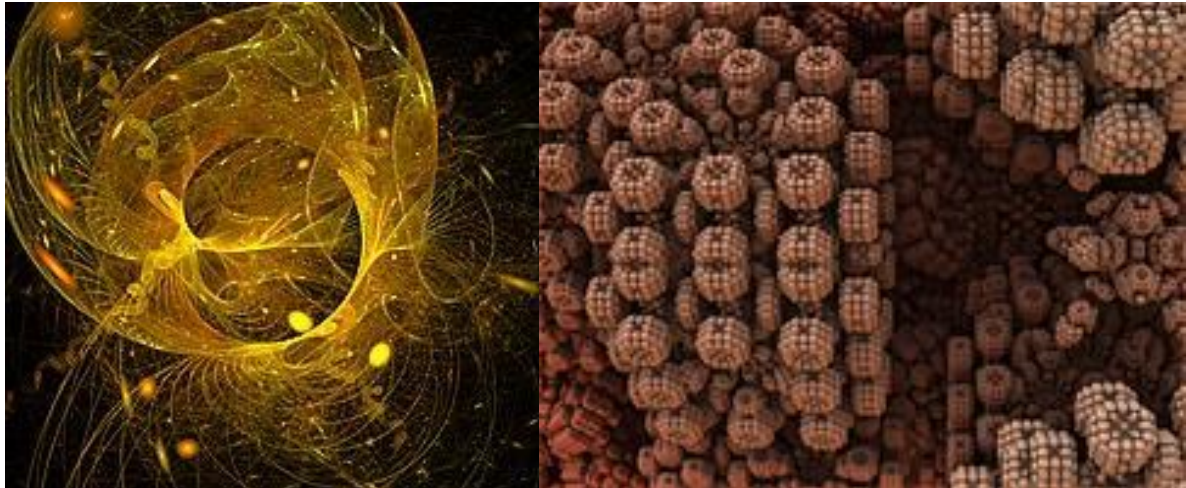


Рис. 2.1. **Фрактальна графіка**

Фрактальне мистецтво зародилося в середині 1980-х рр. Це жанр комп'ютерного мистецтва та цифрового мистецтва, які є частиною нового медіамистецтва. Фрактальне мистецтво рідко створюють уручну. Зазвичай його створюють побічно за допомогою програмного забезпечення, що генерує фрактали через три етапи:

- 1) установлення параметрів відповідного програмного забезпечення фрактала;
- 2) виконання довготривалих обчислень;
- 3) оцінювання продукту.

У деяких випадках для подальшого оброблення створених зображень використовують інші графічні програми.

Усі фрактальні зображення об'єднано такими ключовими якостями.

Самоподібність – фрактали мають бути точними, зразковими або статистично подібними.

Алгоритмічність – фрактали будують за допомогою простого рекурсивного алгоритму.

Багатовимірність – деталі фракталів є помітними за будь-якого масштабу спостережень.

Нерівномірність – фрактальні структури є занадто нерівномірними, тому їх не можна описати в термінах класичної геометрії.

Повторення – у фракталах одні й ті самі шаблони повторюють усюди, але всякий раз дещо по-різному. Ми постійно будемо бачити щось нове, але водночас знову і знову будуть виникати знайомі обриси.

Незавершеність – фрактали ніколи не дано у ясній завершеності. Візуальні образи фрактала завжди є сутністю незавершеності.

Програми для генерації фрактальної графіки: пакет Art Dabbler, Ultra Fractal, Fractal Explorer та ін.

Далі розглянемо деякі особливості *векторної графіки*, порівняно з *растровою*. Ці два види комп'ютерної графіки є найбільш поширеними в поліграфії та мультимедіа.

Графічні редактори, у яких використовують растрову графіку: *Paint*, *PhotoShop*.

Графічні редактори, у яких використовують векторну графіку: *Corel Draw*, *Adobe Illustrator*.

Растрову графіку застосовують під час розроблення електронних (мультимедійних) і поліграфічних видань. Зображення є мозаїкою з великої кількості окремих точок (пікселів), які не розрізняє людське око. У растровому вигляді можна подати будь-яке зображення, проте водночас потрібен великий обсяг пам'яті, необхідний для оброблення: зберігання зображень і розмір файлів для зберігання зображень може досягати кількох десятків мегабайт. Для растрової графіки є неминучими спотворення під час редагування і масштабування. Зокрема, збільшення геометричних розмірів зображень супроводжено збільшенням геометричних розмірів пікселів, і вони стають видимими, що призводить до появи "зубчиків" на зображенні. Для растрової графіки ускладнено операції редагування, оскільки об'єкти для редагування доводиться виділяти вручну.

Програмні засоби для роботи з *векторною графікою* призначено насамперед для створення ілюстрацій і меншою мірою для їхнього оброблення. Зображення векторної графіки складаються з набору геометричних примітивів, або таких об'єктів: точок, прямих, кривих, кіл, прямокутників і т. ін. (рис. 2.2).

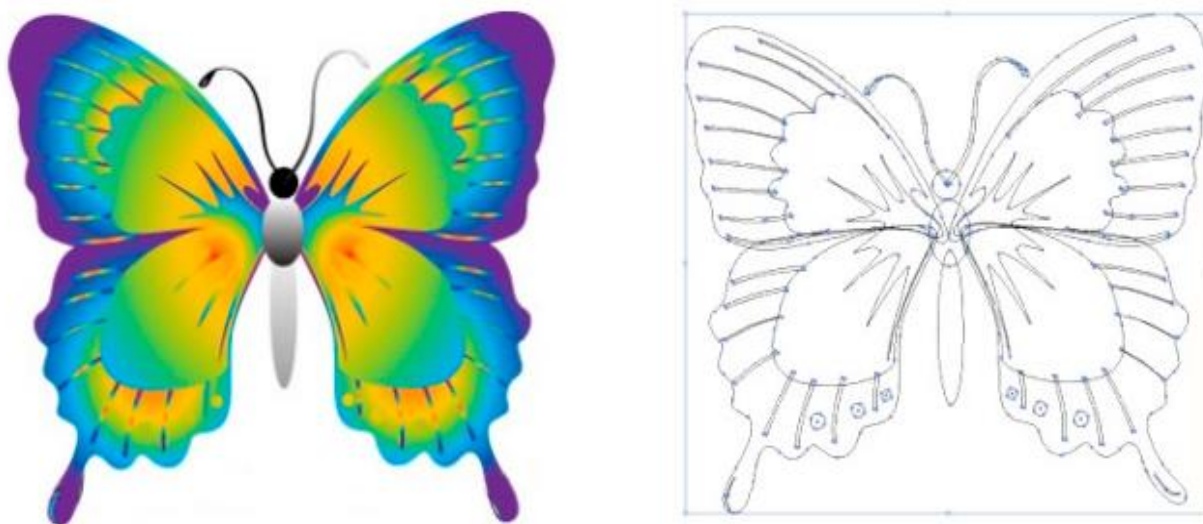


Рис. 2.2. **Векторне зображення і його складові**

На рис. 2.2 показано векторне зображення та понад 50 кривих, які загалом становлять основу векторного зображення. Форму кривих задають векторами – звідси і назва "векторна графіка".

Кожен із примітивів описано їхнім набором координат, векторів і атрибутів (товщиною ліній, кольором та ін.). Завдання дизайну, засноване на використанні шрифтів і найпростіших геометричних об'єктів, форму яких описано математично, виконують засобами векторної графіки набагато простіше. Потрібні елементи (примітиви) легко виділяти й тому зображення векторної графіки легко редагувати. Векторні об'єкти легко трансформують без погіршення якості, і зображення можна редагувати без утрат: масштабувати, повертати, деформувати тощо. Якщо для лінії задано деяку товщину, то вона буде залишатися незмінною, незважаючи на збільшення або зменшення зображення.

На рис. 2.3 показано одне й те саме зображення, створене засобами растрової та векторної графіки в різних масштабах. Якість друкування векторних зображень не пов'язано з розміром зображення. Зображення можуть бути надрукованими з максимальним точністю, яку мають різні пристрої друкування.

Растрова графіка



Векторна графіка



Рис. 2.3. Збільшення в растровій та векторній графіці

Для зберігання одного об'єкта потрібно всього 20 – 30 байтів пам'яті. Це означає, що складні композиції, які налічують тисячі об'єктів, займають лише десятки й сотні Кбайтів.

Хоча векторний формат є компактним, але він абсолютно не є пристосованим для зберігання якісних фотографічних зображень.

Векторну графіку і програми для її створення дуже широко використовують у сфері поліграфії та мультимедіа для оформлювальних, креслярських і проектно-конструкторських робіт – систем автоматизованого проєктування. Це креслення будь-якої складності, діаграми, схеми,

логотипи та шрифти, емблеми, фірмові знаки, зображення для упаковок, газетні й рекламні модулі, грошові знаки та цінні папери.

Окрема сфера векторної графіки – тривимірне моделювання – дозволяє створювати фотореалістичні статичні й динамічні моделі будь-яких машин і виробів, які ще містяться на етапі проектування.

Векторна графіка лежить в основі flash-технології, що використовують для створення вебзастосунків або мультимедійних презентацій (реklamних банерів, анімації, ігор тощо).

Принципи векторної графіки застосовують у мові розмічання масштабованої векторної графіки SVG (Scalable Vector Graphics), яка входить до підмножини розширюваної мови розмічання XML і підтримує як статичну, так і анімовану інтерактивну графіку на вебсторінках.

У зв'язку з тим, що екран монітора виводить зображення у вигляді набору точок (растра), то перед виведенням векторного зображення на екран програма виконує обчислення координат екранних точок, тому векторну графіку часто називають *обчислювальною графікою*. Такі самі обчислення виконують і під час виведення зображень на принтері.

Перетворення векторного зображення на растрове називають *раструванням*. Відкриття векторного формату в редакторі растрової графіки, наприклад в Adobe Photoshop, автоматично переводить зображення на растрове, виняток становлять шрифти (які, насправді, є векторними об'єктами) за умови, що їх встановлено на комп'ютері.

Отже, перетворення векторного зображення на растрове проходить достатньо легко.

Зворотний перехід є набагато важчим. Неможливо створити векторне зображення з растрового простим збереженням у векторному форматі. Векторні зображення можна або створювати від руки, або перетворити з растрових зображень програмами трасування, які, однак, не забезпечують належної якості. Крім того, метод трасування потребує достатнього досвіду роботи як у векторній графіці, так і растровій.

Отже, для векторних зображень можна виділити такі *переваги*:

- легке масштабування без утрати якості;
- величезна точність (до сотої частки мікрона);
- невеликий розмір файлу, порівняно з растровим зображенням;
- висока якість друкування;
- немає проблем з експортом векторного зображення в растрове;
- можливість редагування кожного елемента окремо.

Недоліки:

- створення складних художніх векторних зображень є важким завданням і потребує високих навичок і великих витрат часу;
- неможливість застосування великої бібліотеки ефектів, які можна використовувати під час роботи з растровими зображеннями.

2.3. Загальні правила побудови й оформлення креслення

Креслення деталі – це технічний документ, що містить всю потрібну для її виготовлення і контролю за нею інформацію. Тому креслення деталей зберігають в архівах конструкторської організації й підприємства, які спроектували та виготовили виріб, увесь період його експлуатації. Інакше кажучи, креслення деталей будь-якого виробу є документами постійного зберігання. Надходження виробу в експлуатацію супроводжено паспортом та інструкцією з експлуатації. Тому в разі виходу виробу з ладу через спрацювання або руйнування будь-якої деталі виникає потреба у зверненні до підприємства-виробника для отримання нової деталі.

Це, зазвичай, потребує деякого часу. Тому в разі, якщо слід відновити працездатність виробу протягом короткого періоду часу та є відповідні умови, удаються до самостійного виготовлення потрібної деталі. А оскільки креслення деталі в експлуатаційників немає, то його створюють самостійно. Таке креслення є необхідним тільки для виготовлення цієї деталі, тому потреби у його тривалому зберіганні немає. У такому разі державний стандарт дозволяє використовувати документ тимчасового зберігання, який називають *ескізом*. Водночас під ескізом розуміють креслення, яке виготовлено від руки, без дотримання масштабу, але з обов'язковим дотриманням пропорцій. Усі інші вимоги є аналогічними вимогам, що ставлять до креслення.

Креслення деталі містить значну кількість різноманітної інформації (про конструктивні форми, розміри, чистоти оброблення поверхонь, матеріали та ін.). Основною вимогою є подання на ньому достатньої для виготовлення і контролю за виробом кількості інформації. У деяких випадках цю вимогу можна виконати через подання мінімальної, але достатньої кількості інформації кожного типу окремо. Однак здебільшого настільки прямолінійний підхід не може привести до бажаного результату. Тому державними стандартами передбачено можливість виконання

цього завдання за допомогою об'єднання деяких типів інформації в інший більш ємний тип інформації.

Наприклад, відомо, що в загальному випадку для задавання циліндра достатньо двох видів, визначених проєкціюванням на паралельну і перпендикулярну його осі площини, і двох розмірів – висоти та діаметра кола основи (рис. 2.4).

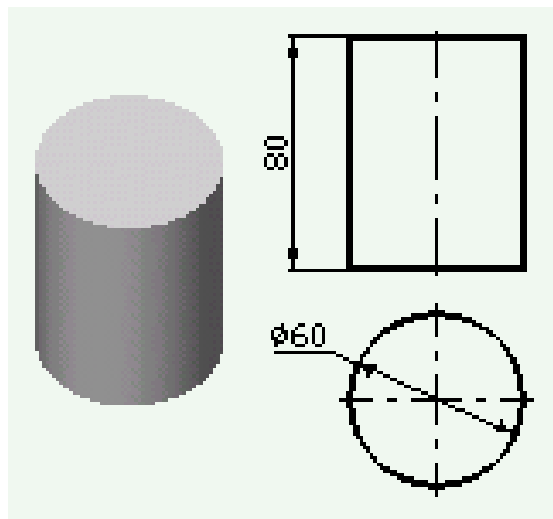


Рис. 2.4. Надлишкова інформація про форму об'єкта

Однак у цьому разі вигляд згори містить надлишкову інформацію про форму цього об'єкта. Дійсно, наявність кола свідчить про циліндричну форму зображуваного об'єкта, але про це, хоча й побічно, свідчить також умовний знак діаметра $\varnothing$. Отже, є дублювання інформації про форму розглянутого об'єкта. Усунути дублювання інформації можна за допомогою переходу до однокартинного задавання циліндра (рис. 2.5).

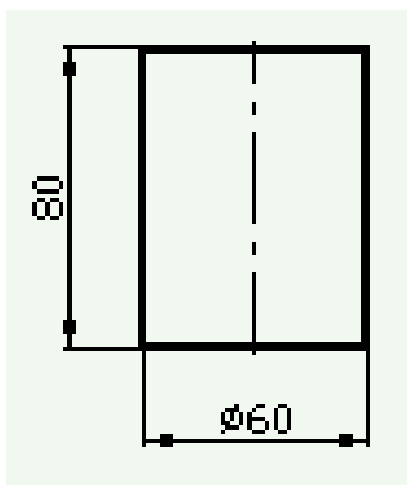


Рис. 2.5. Однокартинне задавання циліндра

Очевидно, що цей підхід можна поширити на будь-яку поверхню обертання. Для цього достатньо задати твірну й діаметри відповідних кіл (рис. 2.6).

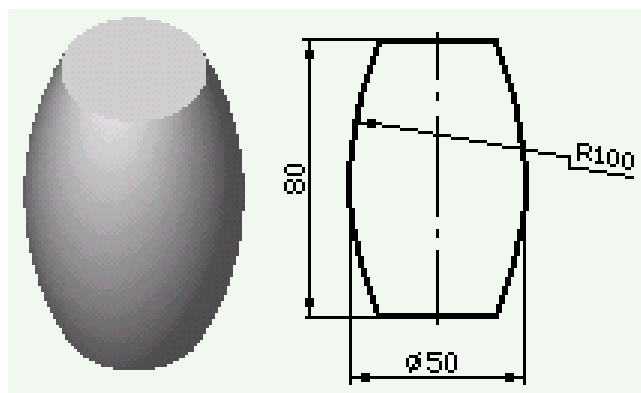


Рис. 2.6. Однокартинне задавання поверхні обертання

Крім умовного позначення діаметра, під час задавання форм просторових об'єктів використовують й інші умовні позначення різного роду умовності та спрощення.

Вимога до нанесення на кресленні деталі мінімальної, але достатньої для її виготовлення і контролю за нею інформації без будь-яких обмежень передбачає можливість виконання цього завдання різними способами. Однак вибір оптимального варіанта в ряді випадків потребує певного рівня підготовки. Крім того, державними стандартами не передбачено жорсткої регламентації порядку побудови креслення, що викликає додаткові труднощі в недостатньо досвідчених виконавців. Тому розгляньмо на прикладі загальний порядок побудови креслення.

Нехай потрібно побудувати креслення геометричної моделі, показаної на рис. 2.7. Це правильний п'ятикутник із двома наскрізними вирізами. Висота п'ятикутника 100 мм, діаметр описаного навколо його основи кола – 90 мм. Один із вирізів має загальну вісь із п'ятикутником (правильна чотиригранна призматична поверхня зі стороною квадрата 45 мм). Другим вирізом є циліндрична поверхня з діаметром основи 45 мм. Вісь циліндричної порожнини є перпендикулярною осі п'ятикутника й перетинає її на середині висоти.

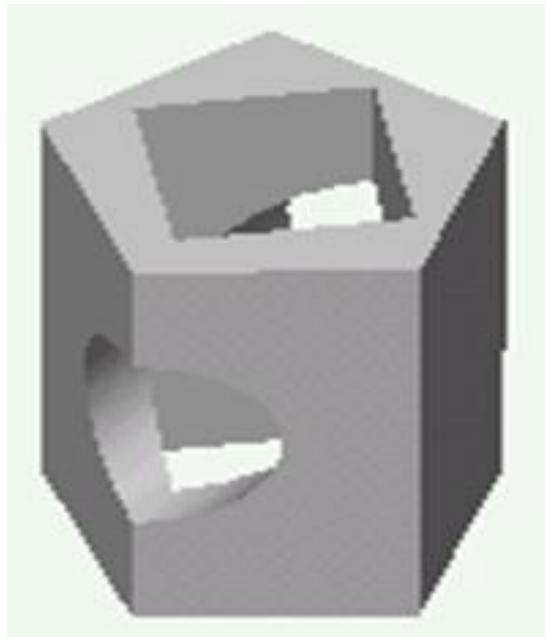


Рис. 2.7. **Вихідна деталь для побудови креслення**

Основою креслення деталі є її зображення. Тому першим етапом побудови креслення є розв'язання питання про кількість і склад потрібних зображень.

Усі питання, пов'язані з використанням зображень на технічних кресленнях, регламентують відповідні стандарти України. Відповідно до цих стандартів, зображення виробів мають виконувати за допомогою ортогонального паралельного проєкціювання. Водночас виріб має бути розташовано між спостерігачем і відповідною площиною проєкцій.

Залежно від змісту зображення на кресленні розподіляють на вигляди, розрізи та перерізи.

Вигляд – це зображення видимої спостерігачем частини поверхні деталі. Розрізняють основні, додаткові та місцеві вигляди. Під основним розуміють вигляд, побудований за допомогою проєкціювання на одну з основних площин проєкцій. За основні площини проєкцій беруть шість граней куба, у який повільно поміщають деталь (рис. 2.8).



Рис. 2.8. Основні площини проєкцій

Водночас деталь орієнтують таким способом, щоб якомога більша кількість її граней була паралельною площинам проєкцій і проєктувалася на них без спотворення.

Отже, у загальному випадку можна побудувати шість основних виглядів, назви яких визначають напрямком проєктування: спереду, ззаду, зліва, справа, згори, знизу.

У тих випадках, якщо будь-який елемент виробу неможливо показати на одному з основних виглядів без спотворення його форми й розмірів, удаються до побудови додаткових виглядів. Під додатковим розуміють вигляд, побудований за допомогою проєкціювання на додаткову площину проєкцій, тобто на площину, яка є непаралельною жодній з основних площин проєкцій (рис. 2.9). Із цього випливає, що додаткових виглядів може бути безліч.



Рис. 2.9. Додатковий вигляд

Місцевим виглядом називають зображення окремої ділянки поверхні об'єкта (рис. 2.10). У загальному випадку місцевий вигляд обмежують лінією обриву. На кресленні місцевий вигляд позначають аналогічно позначенню додаткового.

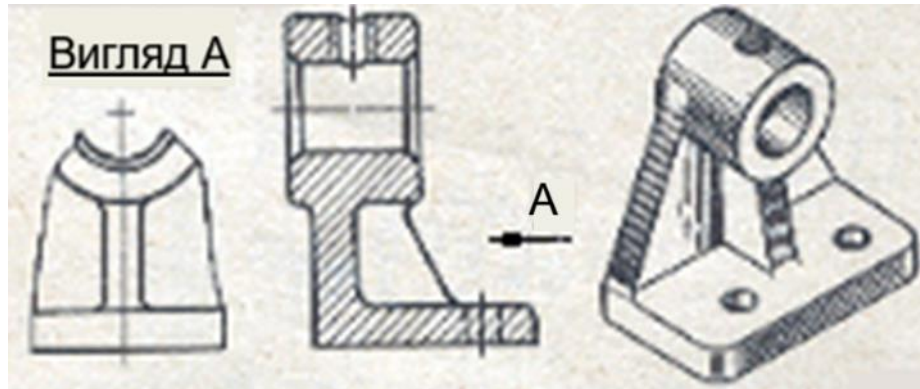


Рис. 2.10. **Місцевий вигляд**

Переріз – це зображення, побудоване в результаті уявного перерізу об'єкта однієї або декількома площинами. Водночас на перерізі показують тільки ту геометричну фігуру, яка міститься в січній площині. Якщо переріз побудовано за допомогою однієї січної площини, його називають *простим* (рис. 2.11), інакше – *складним*.

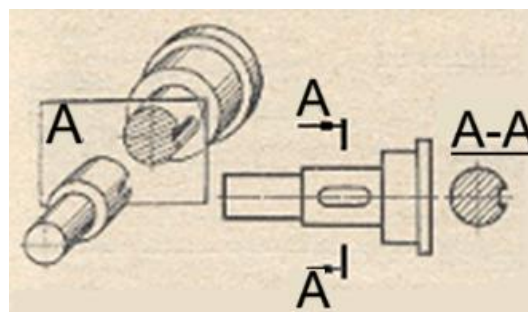


Рис. 2.11. **Побудова перерізу**

Розріз – це зображення, побудоване в результаті уявного розтину об'єкта однією або кількома площинами, водночас уявний розтин належить тільки до цього розрізу і не тягне за собою зміни інших зображень цього самого об'єкта. На розрізі показують те, що розміщено в січній площині й за нею.

Отже, розріз містить розтин. Якщо розріз побудовано за допомогою однієї січної площини, його називають *простим* (рис. 2.12), інакше – *складним*.

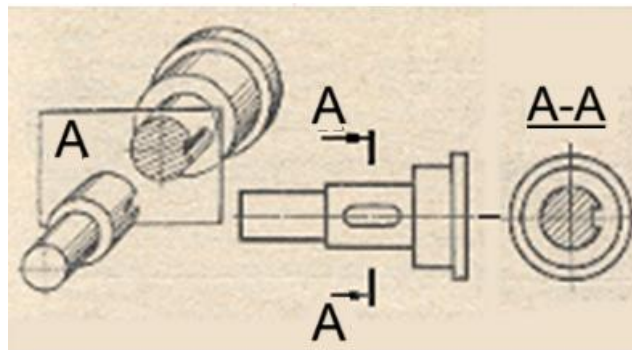


Рис. 2.12. Простий розріз

Є й поняття *місцевого розрізу*. Це розріз обмеженої ділянки об'єкта (рис. 2.13).

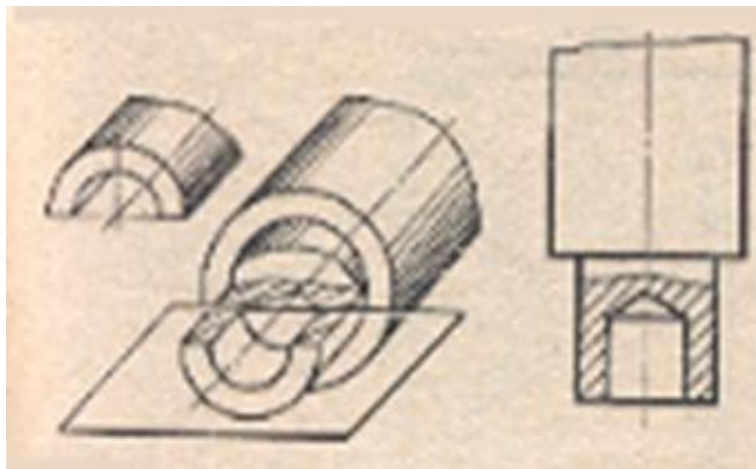


Рис. 2.13. Місцевий розріз

У ряді випадків деталі містять дрібні конструктивні елементи (пази, канавки та ін.), зображення яких у прийнятому масштабі креслення є занадто малими для їхнього зображення. Такі конструктивні елементи на основних зображеннях показують спрощено, а для задавання їхньої конфігурації й розмірів використовують окремі збільшені зображення, які називають *виносними* елементами. Виносний елемент може відрізнятися

від основного зображення за змістом (наприклад, основне зображення може бути виглядом, а виносний елемент – розрізом).

Установімо потрібну кількість і склад зображень для побудови креслення вихідної деталі, зображеної на рис. 2.7.

Сумарна кількість усіх зображень на кресленні (виглядів, розрізів, перерізів і виносних елементів) має бути мінімальною, але достатньою для створення повного уявлення про конструктивні форми об'єкта під час застосування встановлених, відповідно до стандарту, умовних позначень, знаків і написів.

Оскільки будь-яка деталь має деяку форму, то слід почати з визначення кількості та складу основних виглядів.

Головним з основних виглядів вважають вигляд *спереду*. Як головний вибирають такий вигляд, який дає найповніше уявлення про форму та розміри зображуваного об'єкта. Головний вигляд завжди наносять на кресленні. Що ж стосується інших виглядів, то їх наносять на кресленні тільки тоді, якщо в цьому виникає потреба. Стосовно до нашої моделі як головний можна вибрати вигляд, показаний на рис. 2.14. Однак за одним головним виглядом визначити конструктивну форму моделі не є можливим. Тому потрібно використовувати ще який-небудь з основних виглядів. У цьому разі доцільно використовувати вигляд *згори* чи *знизу*. Із погляду вмісту, на них інформації вони є рівноцінними. У цих випадках перевагу віддають вигляду згори.

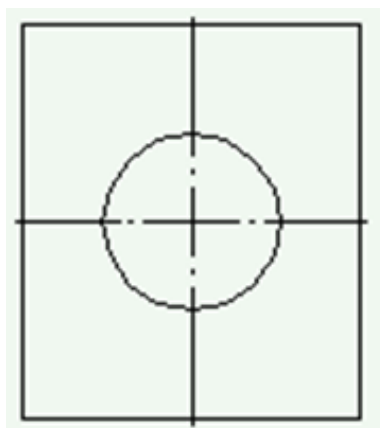


Рис. 2.14. Головний вигляд вихідної деталі

Основні вигляди наносять у проєкційному зв'язку з головним виглядом. У зв'язку із цим вони не мають позначень. Зважаючи на це, на кресленні моделі має бути показано два основні вигляди: *спереду і згори* (рис. 2.15).

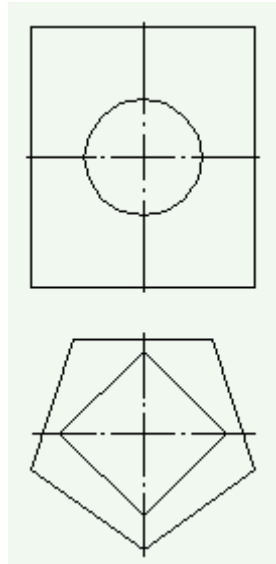


Рис. 2.15. **Два основні вигляди вихідної деталі:
спереду і згори**

Ці два вигляди повністю визначають конструктивні форми моделі й дають змогу нанести потрібні для її виготовлення розміри.

Отже, вимогу державного стандарту можна вважати виконаною. Однак, із метою більш докладного розгляду порядку побудови й оформлення інших типів зображень, доповнімо креслення ще виглядом зліва, а потім на кожному з виглядів виконаймо розрізи та на завершення побудуємо винесений переріз, який помістили під виглядом зліва.

Виберімо масштаб креслення. Під *масштабом* розуміють відношення лінійних розмірів виробу на кресленні до їхніх дійсних розмірів. Масштаб є фіксованою величиною, яку регламентовано державним стандартом. Стандарт рекомендує якомога ширше використовувати масштаб 1:1, а якщо він із яких-небудь міркувань є неприйнятним, використовувати інші масштаби. Оскільки це питання жорстко не регламентовано державними стандартами, то його розв'язують переважно на підставі досвіду виконавця. Водночас основним критерієм для вибору масштабу є вимога до креслення, щоб усю подану на ньому інформацію

(зокрема графічну) вільно й однозначно сприймали. Тому зображення, що подають на кресленні, мають бути розрахованими таким способом, щоб вони задовольняли цю вимогу. У цьому разі натуральний масштаб (1:1) ці вимоги задовольняє. Визначмо приблизні розміри поля креслення, потрібного для побудови вибраних зображень:

передня панель – 100×90 ;

вигляд згори – 90×90 ;

ліва частина – 100×90 ;

переріз (умовно) – 90×90 .

Разом по висоті – $100 + 90 = 190$;

разом по ширині – $90 + 90 = 180$.

На кресленні має бути нанесено також розміри моделі та її елементів. Для цього між зображеннями є потрібним вільний простір завширшки 30 – 40 мм. Крім того, між зображеннями й лініями рамки креслення також має бути вільний простір приблизно такий самий.

Отже, визначені розміри потрібно збільшити приблизно на 100 мм. Тому розміри поля креслення мають становити 290×280 мм.

Креслення кожної деталі виконують на окремому форматі. Цю вимогу пояснено тим, що в загальному випадку деталі виготовляють на будь-яких підприємствах.

Під *форматом* розуміють прямокутний аркуш креслярського паперу (або будь-якого іншого твердого носія інформації). Формати бувають основні й додаткові. Вихідним для *основних* беруть формат A0 із розмірами сторін $841 \times 1\,189$ мм, площа якого дорівнює 1 м^2 . Інші основні формати визначають за допомогою послідовного розподілу вихідного формату на дві однакові частини паралельно меншій стороні. Наприклад, діленням формату A0 на дві однакові частини мають два формати A1 із розмірами сторін 594×841 мм. Як основні передбачено формати A0, A1, A2, A3 і A4. Крім того, допускають використання формату A5 із розмірами сторін 148×210 мм.

Похідні формати створюють за допомогою збільшення коротких сторін основних форматів на величину, кратну їхнім розмірам. Позначення кратних форматів складається з позначень основних форматів і їхньої кратності. Наприклад, можна використовувати формат A4 $\times$ 3 з розмірами сторін 297×630 мм.

На формат наносять рамку креслення з таким розрахунком, щоб ліворуч було поле завширшки 20 мм (для підшивання), а з усіх інших

боків – по 5 мм. Водночас формат А4 використовують тільки у вертикальному положенні, а формат А5 – у горизонтальному. Товщину ліній рамки креслення беруть однаковою товщині суцільної товстої основної лінії.

У правому нижньому кутку (для форматів А4 і А5 – у нижній частині) наносять основний напис. Він становить таблицю для розміщення різної інформації. Таблицю основного напису виконують суцільними товстими основними й суцільними тонкими лініями.

Внутрішню частину формату, обмежена лініями рамки й основного напису, називають *робочим полем креслення*.

Виберімо потрібний для побудови креслення формат.

Порівняймо визначені потрібні розміри поля креслення з розмірами поля креслення ходових форматів:

розміри потрібного поля креслення – 290×280 ;

розміри поля креслення форматів:

А3 – 287×395 ;

А4 – 287×232 ;

А5 – 83×185 .

Із цього зіставлення випливає, що найбільше відповідає потрібним розмірами формат А3: по висоті він практично збігається з потрібною висотою поля креслення, а за шириною перевищує її приблизно на 115 мм. Відповідно до наявних рекомендацій, яку надають на робоче поле креслення, інформацію мають розміщувати рівномірно й вона має займати не менше ніж $\frac{3}{4}$ його площі. Однак ця рекомендація не має законодавчого характеру і не в усіх випадках може бути виконаною. Тому візьмімо формат А3.

Порядок побудови креслення практично не залежить від узяті технології (ручної або комп'ютерної).

Побудову виконують у тонких лініях і лише в кінці роботи після перевірки правильності виконаної роботи здійснюють обведення контурних ліній.

Усі лінії на кресленні мають певне смислове навантаження, для цього їхній стиль (зовнішній вигляд) і товщину регламентовано відповідними стандартами. Лінії рамки креслення, частина ліній таблиці основного напису, а також лінії видимого контуру зображують суцільною товстою основною лінією товщиною $s = 0,5 - 1,4$ мм. Конкретне значення товщини цієї лінії вибирає виконавець, залежно від величини та склад-

ності зображень, а також від формату креслення. В умовах розглянутого прикладу досить узяти товщину суцільної основної лінії приблизно 0,8 – 0,9 мм. Товщина всіх інших ліній залежить від пропорційної товщини цієї лінії. Наприклад, товщина тонких ліній (осьових, розмірних, ліній штрихування і ліній обриву, а також деяких інших) має становити від $s / 3$ до $s / 2$. Тоді в нашому випадку тонкі лінії мусять мати товщину приблизно 0,3 – 0,4 мм.

Побудову зображень починають із нанесення їхніх осьових ліній. Для цього використовують тонкі штрихпунктирні лінії з довжиною штриха від 5 до 30 мм і відстані між штрихами від 3 до 5 мм. Конкретні значення цих величин вибирає виконавець, залежно від величини та складності зображень, а також від формату креслення.

Побудову зображень мають виконувати, відповідно до правил нарисної геометрії. Порядок побудови зображень не має значення. Тому його визначає виконавець, з огляду на його досвід і конкретні особливості зображення. У розглянутому прикладі слід спочатку побудувати вигляд згори, потім спереду і в останню чергу – вигляд зліва. Зауважмо, що на всіх зображеннях виходи осьових ліній за контурні мають становити приблизно 2 – 3 мм.

Виконуймо побудову розрізів. Для побудови простого фронтального розрізу візьмімо площину, яка є паралельною фронтальній площині проєкцій і проходить через вісь призми. Вона не є площиною симетрії моделі, тому її положення на кресленні має бути фіксованим. Це виконують за допомогою штрихів розімкненої лінії завдовжки 8 – 20 мм і завтовшки $1,5s$, де s – товщина контурної лінії. Початковий і кінцевий штрихи розімкнутої лінії не мають перетинати ліній контуру відповідного зображення, а також розмірних та інших ліній і написів. Перпендикулярно до початкового і кінцевого штрихів на відстані 2 – 3 мм від їхніх кінців наносять стрілки, що вказують напрямок погляду.

На початку й кінці лінії перетину ставлять одну й ту саму велику букву українського алфавіту. Букви наносять близько до стрілок, що вказують напрямок погляду, паралельно нижній рамці креслення. А над розрізом наносять напис "А-А" (завжди двома буквами, через дефіс) і підкреслюють.

Контур зображення, яке міститься в січній площині, заповнюють штрихуванням, що позначає тип матеріалу, із якого має бути виготовлено деталь. Будемо вважати, що модель п'ятикутника має бути виготовлено

з металу. Метали та тверді сплави позначають штрихуванням тонкими паралельними лініями, які в загальному випадку наносять під кутом 45° до ліній рамки креслення.

Якщо напрямок ліній штрихування збігається з напрямком ліній контуру або осьовими лініями, то їх наносять під кутом 30° або 60° до ліній рамки креслення. Напрямок нахилу ліній штрихування на всіх зображеннях одного й того самого креслення має бути однаковим. Відстань між лініями штрихування має міститися в межах від 1 до 10 мм, залежно від площі штрихування, і бути однаковим на всіх зображеннях одного й того самого креслення. У підсумку зображення фронтального розрізу вихідної деталі набуде вигляду, який показано на рис. 2.16.

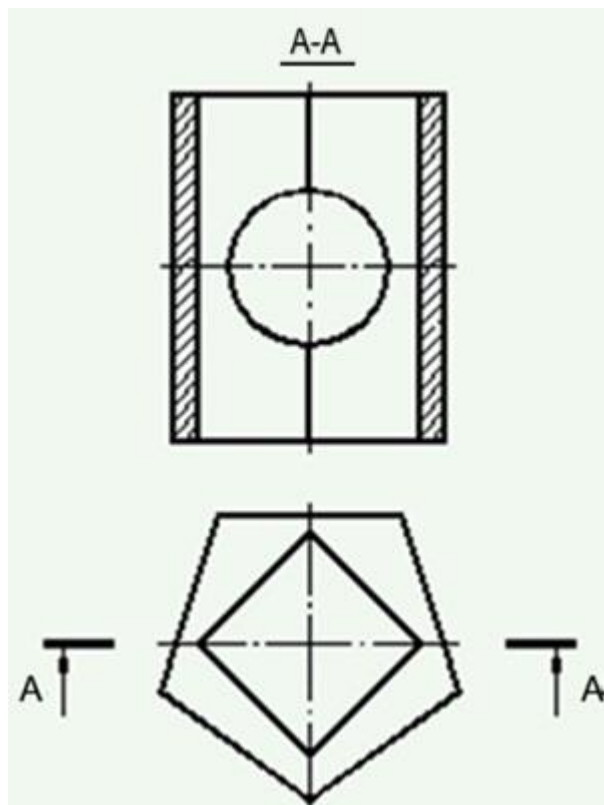


Рис. 2.16. Побудова фронтального розрізу

Із метою підвищення інформативності зображень, державний стандарт рекомендує об'єднувати на одному зображенні частину вигляду і частину розрізу. Як межу між ними наносять лінія обриву (тонку хвилясту лінію). У загальному випадку частку кожної із цих частин у комплексному зображенні не лімітовано. Приклад об'єднання довільних частин вигляду і розрізу показано на рис. 2.17.

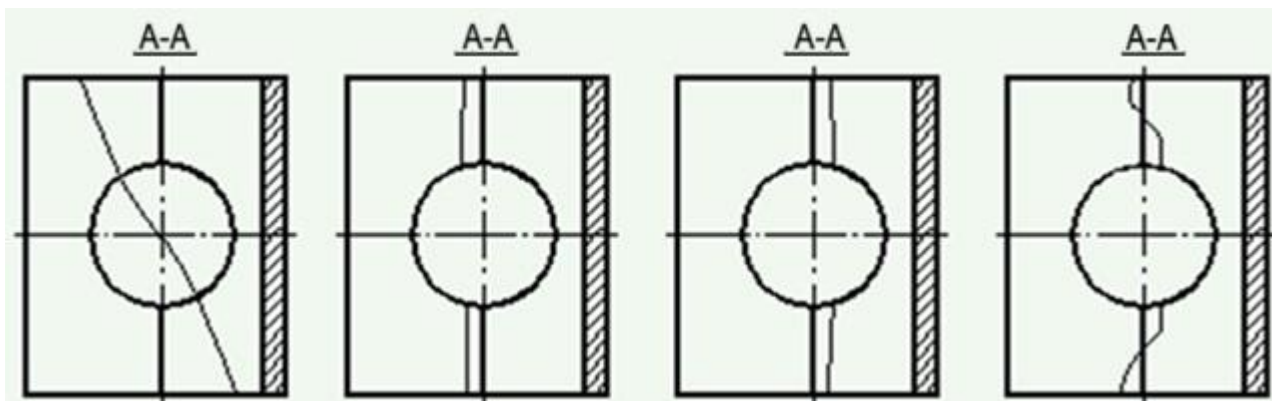


Рис. 2.17. Приклад об'єднання довільних частин вигляду і розрізу

Однак у випадках, якщо створений розріз має вертикальну вісь симетрії, рекомендують об'єднати половину вигляду і половину розрізу. Водночас вигляд показують ліворуч, а розріз – праворуч від осьової лінії, яка слугує межею між ними. Під час об'єднання половини вигляду і половини розрізу контурні лінії, які збігаються з осьовою лінією, мають бути збереженими. А для того, щоб можна було визначити належність контурної лінії внутрішній або зовнішній поверхні, із її відповідного боку на відстані 2 – 3 мм від контурної лінії проводять лінію обриву.

Для побудови *горизонтального розрізу* візьмімо горизонтальну площину рівня, що проходить через вісь циліндричної порожнини. Ця площина є площиною симетрії моделі, тому її положення на кресленні не фіксують, а створений розріз не позначають (рис. 2.18).

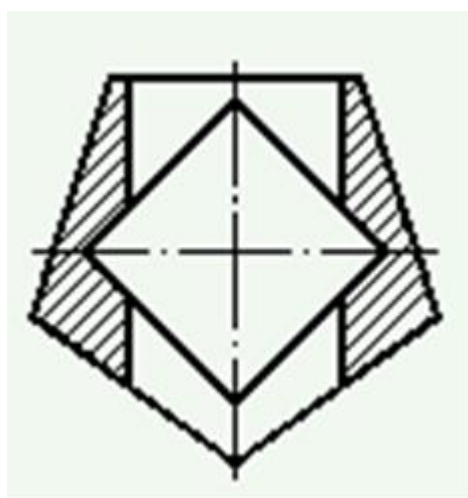


Рис. 2.18. Побудова горизонтального розрізу

У разі, якщо горизонтальний розріз має горизонтальну вісь симетрії, вигляд показують над нею, а розріз – під нею. У цьому разі такої осі симетрії немає, але є вертикальна вісь симетрії. У таких випадках вигляд показують ліворуч від неї, а розріз – праворуч.

Для побудови *профільного розрізу* візьмімо площину профільного рівня, що проходить через вісь призми. Ця площина є площиною симетрії моделі, тому її положення на кресленні не фіксують, а створений розріз не позначають.

Профільний розріз не має вертикальної осі симетрії, тому на рис. 2.19 показано його повне зображення.

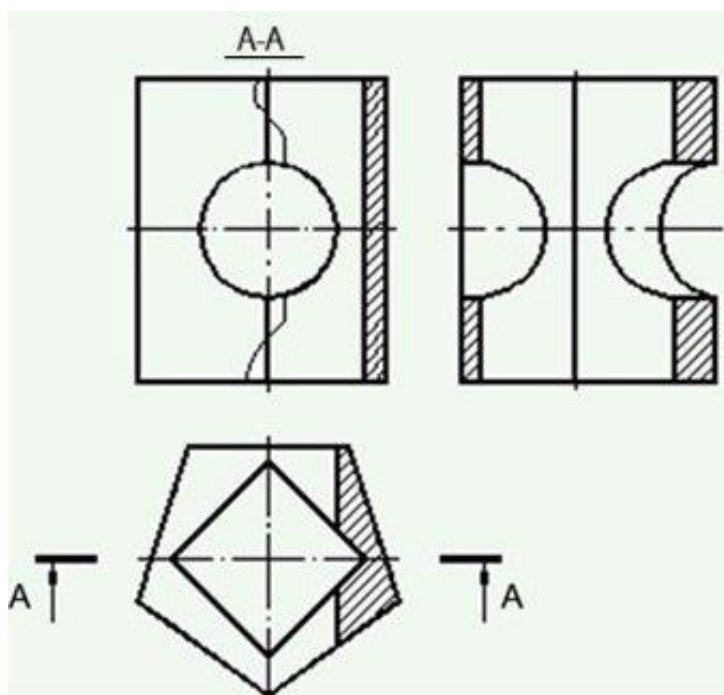


Рис. 2.19. Побудова профільного розрізу

Побудуємо винесений переріз площиною Б-Б (рис. 2.20). Положення січної площини фіксують аналогічно положенню січної площини під час побудови розрізів. Контур винесеного перерізу зображують суцільними основними лініями й заповнюють штрихуванням. Позначають переріз аналогічно розрізу. Якщо поздовжня вісь розрізу не є паралельною сліду січної площини, до позначення перерізу додають слово "повернуто", яка не підкреслюють.

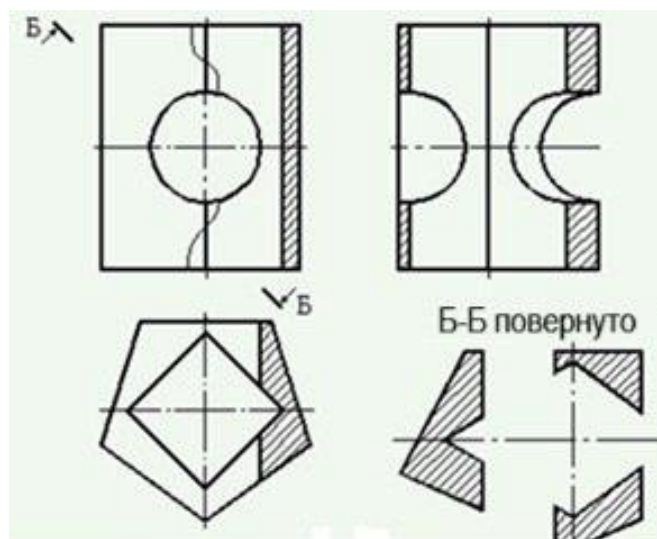


Рис. 2.20. Побудова винесеного перерізу площиною Б-Б

Наступним етапом побудови креслення є нанесення розмірів. У процесі конструювання визначають так звані номінальні розміри деталі та її елементів. Однак через низку причин витримати ці розміри в процесі виготовлення деталі не є можливим. Тому в процесі конструювання, з огляду на переважно технології виготовлення, призначають величини граничних відхилень від номінальних розмірів, за яких деталь залишається придатною до експлуатації. Для цього на кресленні має бути нанесено не тільки номінальні розміри, але й їхні граничні відхилення. Призначення розмірів і граничних відхилень і їхнє нанесення на кресленні є дуже відповідальною операцією.

Під час нанесення лінійного розміру розмірну лінію проводять паралельно лінії, розмір якої вказують. Водночас відстань між ними має бути не менше ніж 7 – 10 мм. У загальному випадку розмірну лінію закінчують стрілками, які впираються своїми кінцями у виносні лінії. Державним стандартом передбачено два стилі розмірних стрілок – закритий і відкритий. Їхню довжину вибирають, залежно від товщини з лінії видимого контуру. Виносні лінії мають бути перпендикулярними до розмірних ліній і виходити за кінці стрілок на 1 – 5 мм. Стил, величини елементів стрілок і величини виходу виносних ліній за кінці стрілок розмірних ліній мають бути приблизно однаковими на всьому кресленні.

Лінійні розміри на кресленнях вказують розмірними числами в міліметрах без позначення одиниці вимірювання. У загальному випадку розмірні числа наносять над розмірною лінією. Якщо розмірна лінія

займає вертикальне положення, то розмірне число наносять ліворуч від неї. Якщо кут нахилу розмірної лінії, відлічуваний від вертикальної лінії проти напрямку руху годинникової стрілки, не перевищує 30° , то розмірне число наносять на виносці. Водночас у всіх випадках основа числа має бути паралельною розмірній лінії або лінії винесення. У потрібних випадках перед розмірним числом наносять умовне позначення діаметра кола $\varnothing$, радіуса дуги кола R або квадрата $\square$.

Стиль і розмір шрифту для нанесення розмірних чисел вибирає виконавець з розрахунку, щоб значення розмірів ясно зчиталися і гармоніювали з іншими елементами креслення. У загальному випадку розмірні числа наносять над розмірною лінією якомога ближче до її середини. Однак у випадках, якщо ця вимога з тих чи тих причин є неможливою, положення розмірних чисел зміщують в той або той бік або взагалі задають над продовженням розмірної лінії.

З огляду на викладені вимоги, на кресленні достатньо вказати розміри, показані на рис. 2.21. Зауважмо, що для циліндричної та призматичної порожнин указано тільки розміри їхніх форм. Якщо немає розмірів положення їхніх форм, то це свідчить про те, що чотиригранна призматична порожнина є співвісною із шестигранником, а вісь циліндричної порожнини розташовано на середині висоти шестигранника.

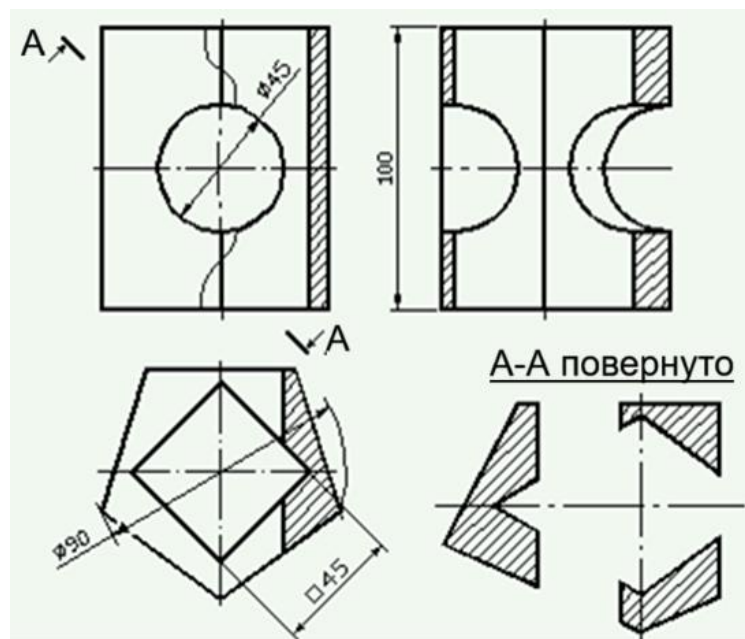


Рис. 2.21. Остаточний вигляд креслення вихідної деталі

У ряді випадків на вільному місці робочого поля креслення наносять різного типу текстову інформацію – технологічні вказівки, примітки та ін. Стиль і розмір шрифту для нанесення текстової інформації вибирає виконавець із міркувань, щоб її було зрозуміло читати та вона зовнішнім виглядом гармоніювала з іншими елементами креслення. Потім заповнюють граfi основного напису. На завершення виконують оформлення креслення (обведення контурних ліній, видалення непотрібних ліній побудови тощо).

Практична складова до підрозділу 2

Створення шаблону "Рамка" в графічному редакторі LibreCAD

Мета – ознайомлення з інтерфейсом графічного редактора та правилами побудови елементарних примітивів.

Завдання:

1. У графічному редакторі LibreCAD підготуйте шаблон у форматі A4 (297 × 210);
2. Нанесіть на креслення рамку (ліве поле – 20 мм, усі інші – по 5 мм);
3. Побудуйте основний напис за розмірами зазначеними на рис. 2.22.

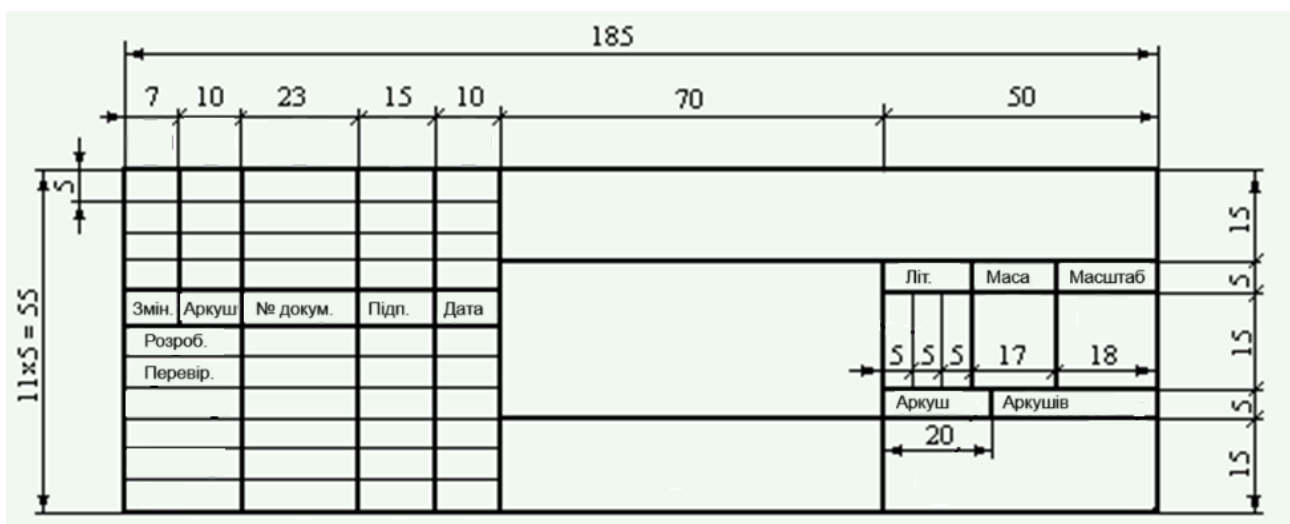


Рис. 2.22. Розміри основного напису

Виконання завдання

Перед початком роботи створімо два нові шари: *Допоміжний* та *Текст* (рис. 2.23).

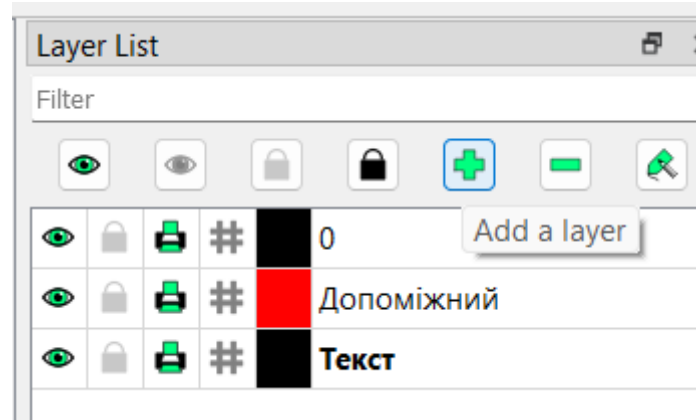


Рис. 2.23. Створення додаткових шарів

Налаштовуймо властивості шарів. *Допоміжний* шар – суцільна лінія, колір – червоний. *Текст* – колір синій (рис. 2.24).

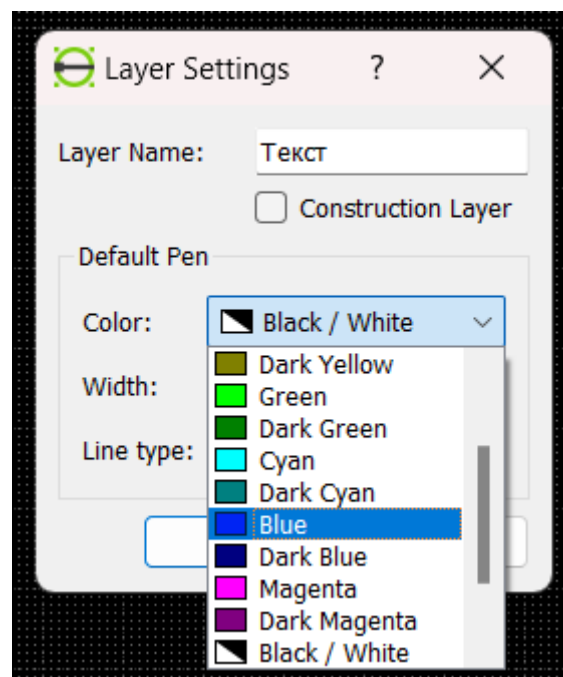


Рис. 2.24. Налаштування властивостей шарів

У робочому шарі за допомогою команди ВІДРІЗОК створімо рамку (рис. 2.25).

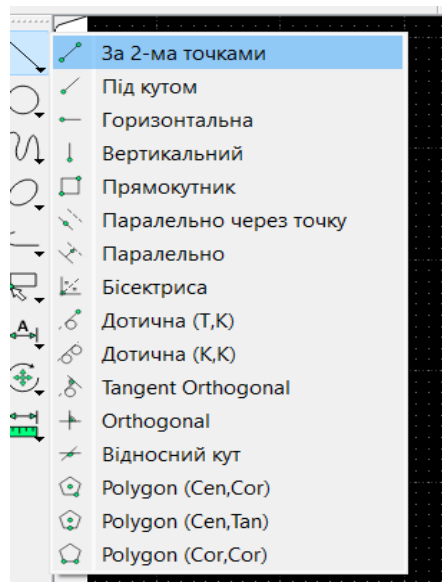


Рис. 2.25. Вибір інструмента ВІДРІЗОК для створення рамки

Під час обведення контурної лінії: товстої – 1,0 мм, тонкої – 0,5 мм, вимкнувши шар *Допоміжний* (лінії побудови), маємо рамку креслення (рис. 2.26).

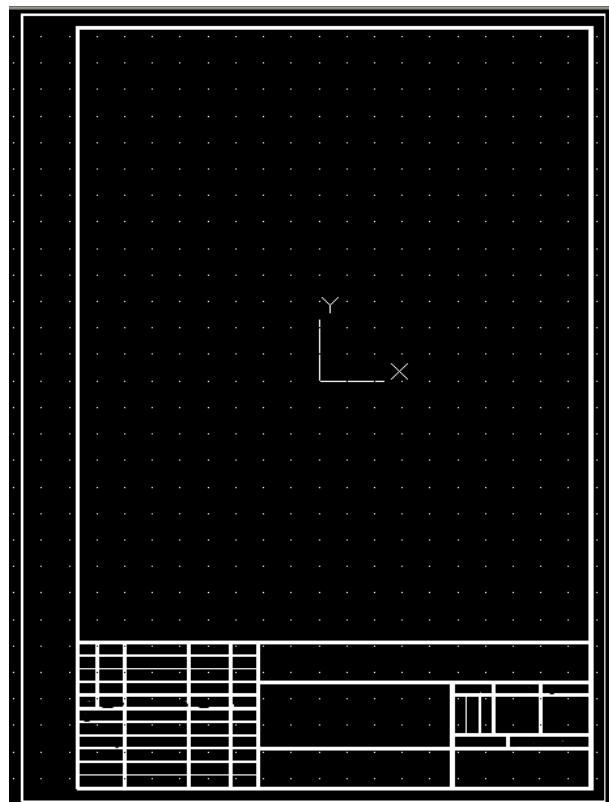


Рис. 2.26. Остаточний вигляд рамки

Тепер створімо текст у рамці.

Активізуймо команду **СТВОРЕННЯ БАГАТОРЯДКОВОГО ТЕКСТУ** (рис. 2.27).

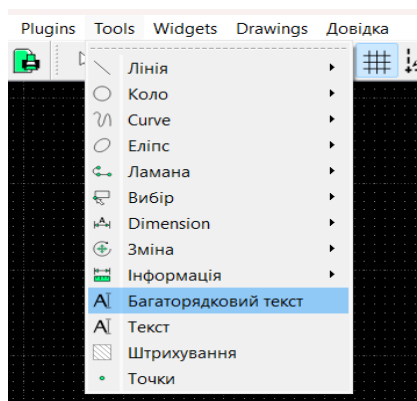


Рис. 2.27. Вибір інструмента **БАГАТОРЯДКОВИЙ ТЕКСТ**

За замовчуванням відкривається вкладка, у якій пропонують використовувати шрифт *unicod* розміром 3 мм (рис. 2.28).

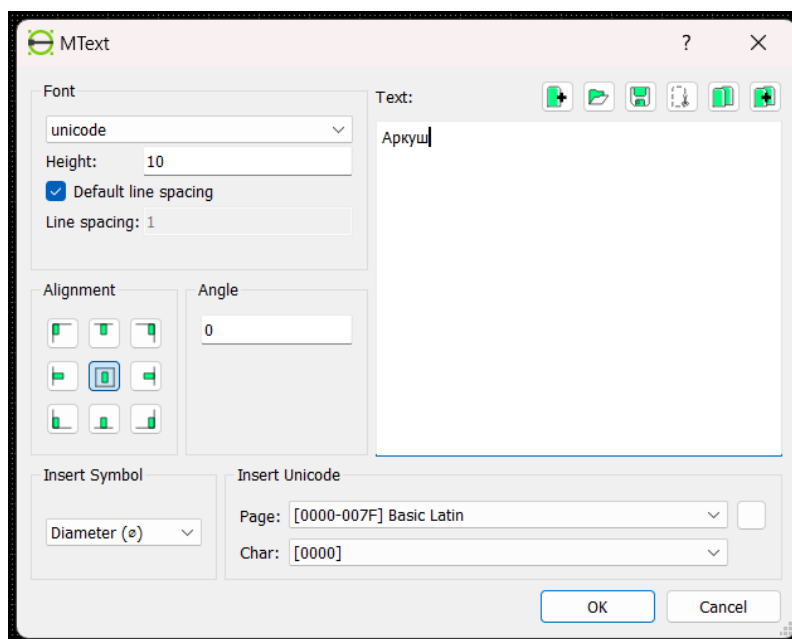


Рис. 2.28. Укладка для введення тексту

Уведімо покажчик у текстове поле і наберімо заданий текст. Перед початком введення зробімо пробіл, щоб напис було добре читати.

Контрольні запитання для самоперевірки

1. Як можна запустити систему LibreCAD?
2. Які робочі простори є в системі LibreCAD?
3. Дайте визначення основних елементів стрічкового інтерфейсу – стрічка, укладки, тематичні панелі, інструменти.
4. Назвіть режими відображення стрічки.
5. Яким способом на робочий стіл виводять додаткові панелі інструментів та окремі кнопки, потрібні для роботи?

Рекомендована література: [1; 2; 5; 7].

3. Просторова система координат

Мета – дати поняття загальних принципів побудови зображень, методів проєкціювання.

Професійні компетентності: знання та розуміння предметної галузі та розуміння професійної діяльності; здатність застосовувати відповідні математичні й технічні методи та комп'ютерне програмне забезпечення для виконання інженерних завдань видавництва та поліграфії.

3.1. Загальні принципи побудови зображень

Для побудови зображення потрібно мати *об'єкт (оригінал)*, *картинну площину* й *алгоритм (правило)* побудови зображення.

Під **об'єктом (оригіналом)** розуміють будь-який реальний чи уявний об'єкт (виріб, деталь). Із погляду побудови зображення, інтерес становить тільки його геометрична характеристика, яку прийнято називати *геометричний образ*.

Геометричний образ може бути різного ступеня складності. Тому для зручності вивчення його умовно розподіляють на більш прості геометричні образи – точки, лінії, поверхні. Найпростішим геометричним образом є *точка*. Геометричні образи більш високого рівня складності створюють кінематичним способом, тобто переміщенням простіших геометричних образів. Так, наприклад, *лінія* може бути утвореною рухом точки, поверхня – рухом лінії.

Для побудови зображення об'єкта його геометричний образ слід спочатку встановити, тобто описати таким способом, щоб можна було побудувати будь-яку його точку, а також зафіксувати його положення в просторі. Це двоєдине завдання виконують за допомогою визначника геометричного образу. Під *визначником* розуміють мінімальну сукупність незалежних умов, які однозначно задають геометричний образ. До цих умов належать геометричні елементи, за допомогою яких геометричний образ можна створити, а також алгоритм (правило) його формування із цих елементів.

Зрозуміло, що для кожного геометричного образу складові визначника мають наповнення, яке залежить від умов формостворення. У ряді випадків один і той самий геометричний образ може бути створеним різними способами. Наприклад, прямий круговий циліндр можна створити обертанням прямолінійної твірної навколо паралельної їй осі; плоскопаралельним переміщенням прямолінійної твірної по напрямній кола; переміщенням сфери, центр якої ковзає по прямій, тощо. А це означає, що в будь-якому із цих випадків будемо мати конкретний варіант визначника. Слід зауважити, що жоден із них не може мати переваг перед іншими й під час виконання завдань слід брати найбільш зручний із них. Більш того, між різними варіантами визначника одного й того самого геометричного образу є взаємозв'язки, які дають змогу перейти від одного варіанта до іншого або, як кажуть, перезадати геометричний образ.

Під **картинної площиною** розуміють будь-яку площину, на якій виконують побудову зображення. З огляду на те, що в нарисній геометрії побудову зображень виконують проєкційним методом, будемо надалі картинну площину називати *площиною проєкцій*.

Третьою потрібною умовою є **алгоритм (правило)** побудови зображення. В основу алгоритму покладено паралельну ортогональну проєкцію. Нехай задано деяку площину проєкцій Π_2 і точку A (рис. 3.1). Задаймося деяким напрямком проєкціювання s . Через точку A паралельно цьому напрямку проведемо пряму j , яку в подальшому будемо називати *проєкціювальною прямою*. Точку A_2 , у якій проєкціювальна пряма j перетинає площину проєкцій Π_2 , називають *проєкцією точки A на площині Π_2* .

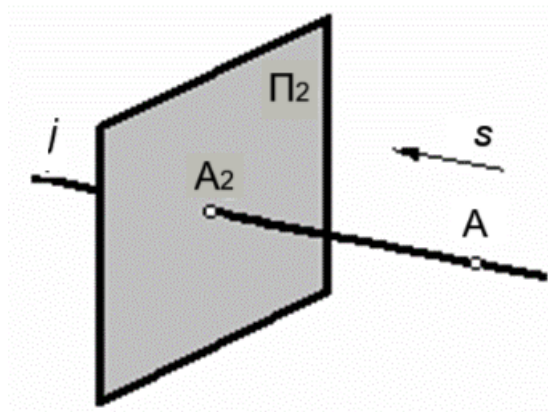


Рис. 3.1. Паралельна ортогональна проєкція

Оскільки будь-який геометричний образ можна розглядати як сукупність точок, то для побудови його зображення достатньо побудувати проєкції кожної з них, а потім з'єднати ці проєкції між собою. Якщо водночас поставити умову, щоб усі проєкціювальні прямі були паралельними напрямку s , а значить, і між собою, то створюють метод проєкціювання, який дістав назву *паралельної проєкції* (рис. 3.2).

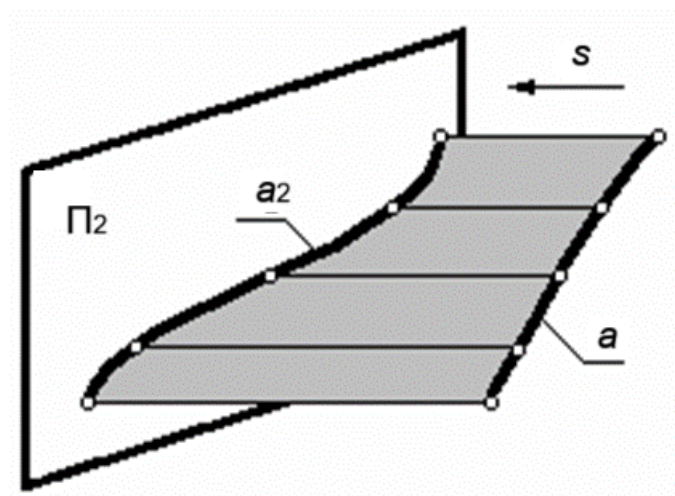


Рис. 3.2. Метод паралельної проєкції

Розгляньмо основні властивості паралельної проєкції:

1. Проєкцією точки є точка. Ця властивість впливає із самого методу проєкціювання.

2. Проєкцією прямої лінії є пряма лінія. Як відомо, через пряму a можна провести безліч площин. Серед них можна виділити площину T , паралельну заданому напрямку проєкціювання s (рис. 3.3). Відомо, що дві

площини перетинаються по прямій. Тому лінією перетину площин Π_2 і T буде пряма a_2 . А оскільки ця пряма одночасно належить обом згаданим площинам, то вона буде проекцією прямої a . Цю властивість називають *властивістю прямолінійності*.

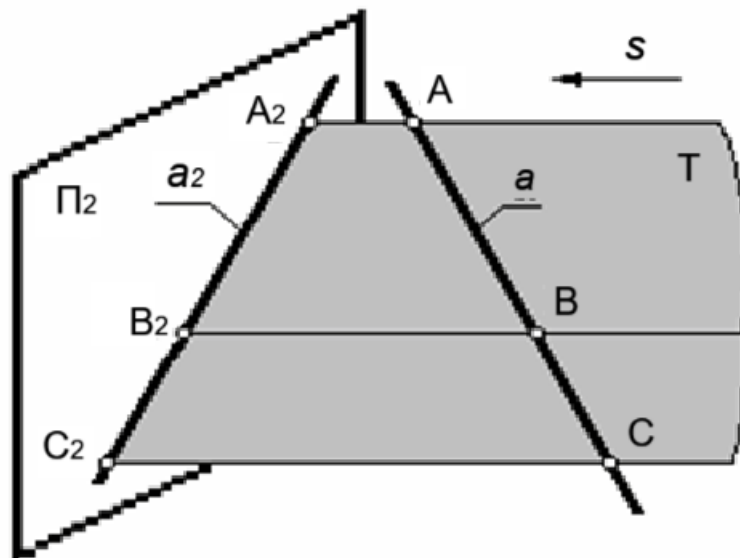


Рис. 3.3. **Властивість прямолінійності**

3. Проекцією точки, яка належить деякій прямій, є точка, яка належить проекції цієї прямої. На прямій a візьмімо точку B (рис. 3.3) і через неї проведемо проекціювальну пряму. Вона буде належати проекціювальній площині T . А оскільки проекція B_2 точки B одночасно буде належати площині проєкцій Π_2 і проекціювальній площині T , то вона буде належати лінії перерізу цих площин a_2 . Цю властивість називають *властивістю належності*.

4. Проекціями паралельних прямих є паралельні прямі. Якщо прямі a і b є паралельними (рис. 3.4), то паралельні і їхні проекціювальні площини T_1 і T_2 , оскільки січні прямі a і AA_2 площини T_1 , відповідно, є паралельними січним прямим b і DD_2 площини T_2 . Із цього випливає, що прямі a_2 і b_2 є паралельними як прямі, створені під час перерізу двох паралельних площин третьою. Ця властивість дістала назву *властивості збереження паралельності*.

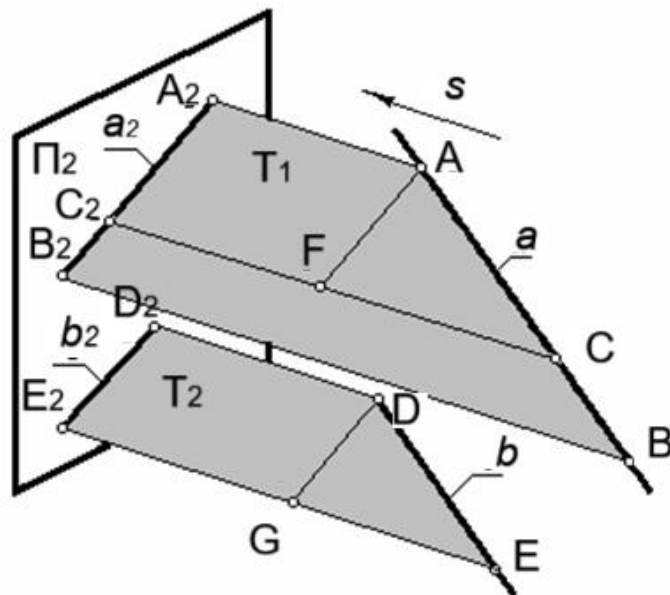


Рис. 3.4. Властивість збереження паралельності

5. Відношення проєкцій відрізків, які належать паралельним прямим або одній і тій самій прямій, дорівнює відношенню самих відрізків. Нехай AB і DE (див. рис. 3.4) – відрізки, які належать прямим a і b , а A_2B_2 і D_2E_2 – їхні проєкції. Проведемо в площинах T_1 і T_2 відрізки AF і DG , відповідно, паралельні відрізкам A_2B_2 і D_2E_2 . Тоді $AF = A_2C_2$, а $DG = D_2E_2$. Отже, трикутник ACF є подібним трикутнику DEG .

Але із цього випливає, що $A_2C_2 : D_2E_2 = AF : DG = AC : DE$.

Якщо задані відрізки належать одній і тій самій прямій, наприклад, AC і BC , то аналогічно можна визначити, що $A_2C_2 : B_2C_2 = AC : BC$.

Відповідно до цього спотворення для всіх паралельних відрізків є постійним і, зокрема, середина відрізка проєкціюється в середину проєкції відрізка.

6. Проєкція оригіналу не змінюється за паралельного перенесення площин проєкцій. Спроекуймо трикутник ABC в напрямку s на площині проєкцій Π_2^1 і Π_2^2 , паралельні одна одній (рис. 3.5).

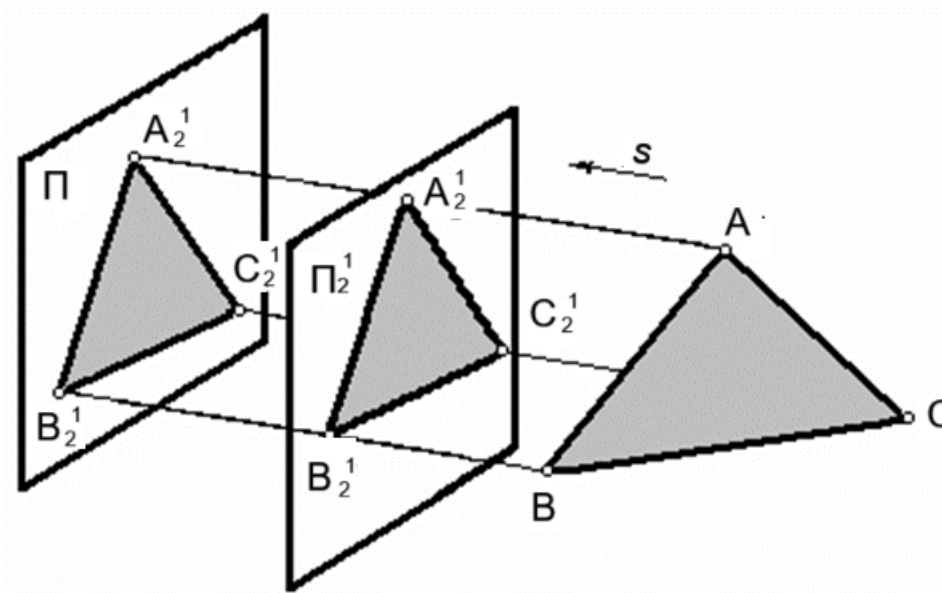


Рис. 3.5. Паралельне перенесення площин проєкцій

Оскільки відрізки $A_2^1 A_2^2 = B_2^1 B_2^2 = C_2^1 C_2^2$ є однаковими й паралельними один одному, то чотирикутники $A_2^1 B_2^1 B_2^2 A_2^2$, $B_2^1 C_2^1 C_2^2 B_2^2$ і $C_2^1 A_2^1 A_2^2 C_2^2$ є паралелограмами. Тому в трикутників $A_2^1 B_2^1 C_2^1$ і $A_2^2 B_2^2 C_2^2$ відповідні сторони є однаковими, і, отже, самі трикутники є однаковими один одному. Очевидно, що наведені міркування будуть справедливими й для будь-якої іншої геометричної фігури.

Якщо поставити умову, щоб напрямок проєкціювання s був перпендикулярним до площини проєкцій Π , то маємо так звану *паралельну ортогональну проєкцію* або просто – *ортогональну проєкцію*. У зв'язку із цим до перелічених раніше властивостей додають ще одну.

7. Якщо напрям проєкціювання s становить із площиною проєкцій Π_2 прямий кут, то довжина проєкції відрізка дорівнює довжині самого відрізка, помноженій на $\cos \delta$, де δ – кут нахилу відрізка до площини проєкцій. Дійсно, якщо через точку B (рис. 3.6) провести відрізок BC , паралельний відрізку $A_2 B_2$, то із трикутника ABC визначмо, що $BC = AB \cos \delta$. Але $A_2 B_2 = BC$, тому $A_2 B_2 = AB \cos \delta$.

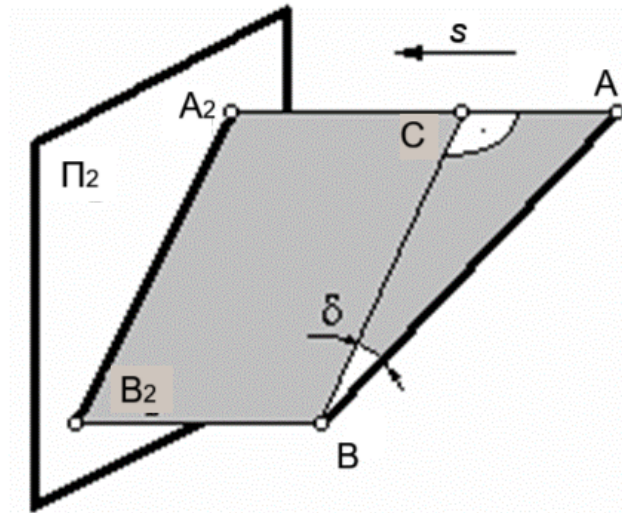


Рис. 3.6. **Визначення дійсної величини відрізка**

Із наведеного випливає, що якщо напрямок проєкціювання s становить із площиною проєкцій прямий кут, то відрізки прямих і відрізки площин, паралельних площині проєкцій, проєкціюються на неї в дійсну величину.

3.2. Просторова система координат

Оскільки побудову зображень виконують у просторі, то потрібно спочатку обумовити його властивості. Домовмося, що це буде евклідов простір. Під цим розуміють *тривимірний простір*, властивості якого описують системою аксіом Евкліда. Нагадаймо їх у формі, яка відображає належність елементів простору один одному.

1. Якщо точка A належить прямій a , а пряма a належить площині Π , то точка A належить площині Π .
2. Дві точки A і B завжди належать одній і тій самій і тільки одній прямій a чи будь-якій прямій a належать принаймні дві точки A і B .
3. Три різні точки A , B і C , які не належать одній прямій, належать одній і тій самій і тільки одній площині.
4. Якщо дві точки A і B , які належать прямій a , належать площині Π , то пряма a належить площині Π .
5. Дві прямі, які належать одній площині, можуть належати одній точці, але цього може й не бути.
6. Дві площини можуть належати одній і тій самій прямій, але цього може й не бути.
7. Площина і пряма, яка не належить їй, можуть належати одній точці, але цього може й не бути.

Паралельна ортогональна проєкція, із погляду техніки побудови зображень, має значні переваги перед іншими проєкціями. Основною з них є простота побудови проєкції за заданим оригіналом, тобто простота розв'язання прямої задачі. Але водночас ця проєкція має і суттєвий недолік: вона не дозволяє за заданою проєкцією однозначно відтворити (реконструювати) оригінал, тобто не дозволяє розв'язувати обернену задачу. Це пояснено тим, що проєкція точки не має інформації про відстані самої точки від площини проєкцій. Тому, щоб скористатися паралельною ортогональною проєкцією, треба якимось чином компенсувати цей дефект методу проєкціювання.

Однією з таких можливостей є проєкціювання об'єкта на кілька площин проєкцій. Очевидно, що їх має бути якомога менше, але достатньо для однозначного відтворення за ними оригіналу. Цій вимозі відповідає наявність трьох проєкцій оригіналу, розташованих у взаємно перпендикулярних площинах. А це приводить до висновку, що найбільш зручною буде прямокутна просторова система координат. Водночас логічно розташувати площини проєкцій у просторі так, як це зручно спостерігачеві. Домовмося, що першою з них буде площина, на якій перебуває спостерігач. Цю площину назвали *горизонтальною* і позначили Π_1 . Другу площину розмістили перед спостерігачем і назвали *фронтальною* (Π_2), третю *профільну* площину проєкцій Π_3 , розмістили праворуч від спостерігача.

Перелічені площини проєкцій взаємно перерізаються і створюють просторову систему координат із початком у точці О (рис. 3.7).

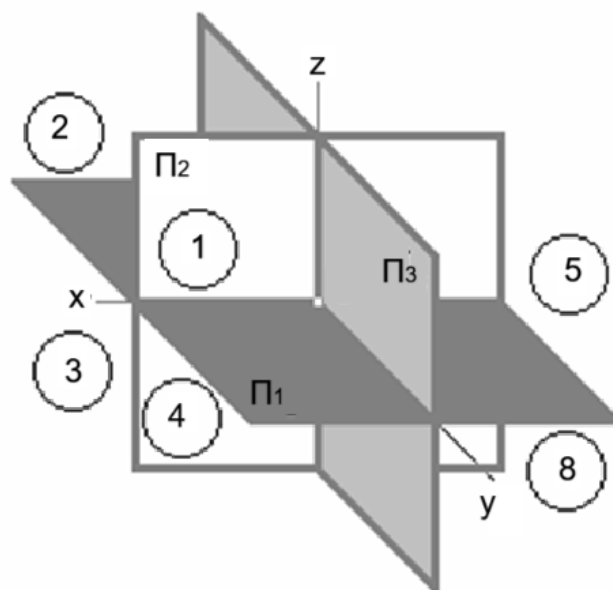


Рис. 3.7. Просторова система координат

Площини проєкцій, перерізаючись попарно, створюють координатні осі:

горизонтальна і фронтальна – вісь абсцис x ;

горизонтальна і профільна – вісь ординат y ;

фронтальна і профільна – вісь аплікату z .

Доданим для осі x домовилися вважати напрямок ліворуч від спостерігача, для осі y – до спостерігача, для осі z – угору.

Перерізаючись між собою, площини проєкцій розподіляють простір на вісім частин, які дістали назву *октантів*. Нумерацію октантів показано на рис. 3.7.

У ряді випадків можна обмежитися двома площинами проєкцій (водночас, зазвичай, вилучають профільну площину проєкцій). Тоді залишається реальною тільки одна координатна вісь – x (рис. 3.8), а простір розподілено на чотири частини, які дістали назву *чвертей*. Їхня нумерація збігається з нумерацією перших чотирьох октантів. Але оскільки положення точки в тривимірному просторі визначено трьома координатами, то початок системи координат вибирають довільно.

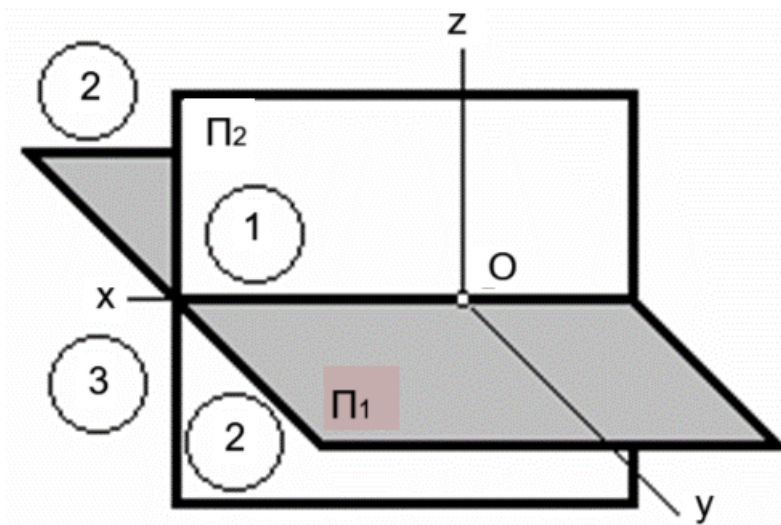


Рис. 3.8. Спрощена система координат

У зв'язку з наявністю октантів або чвертей простору, виникає запитання, у якому з них доцільно розташовувати оригінал для побудови його проєкцій. Із конструкції паралельної ортогональної проєкції випливає, що техніка побудови проєкцій не залежить від того, у якій частині простору розташовано оригінал. Тому розв'язання поставленого

запитання залишається за виконавцем. Здебільшого, з огляду на зручність побудови, оригінал розміщують у першому октанті або першій чверті простору.

3.3. Комплексне креслення

Розгляньмо процес побудови зображення. Спроекуймо якийсь оригінал на три площини проєкцій. Створімо горизонтальну, фронтальну та профільну проєкції оригіналу (рис. 3.9а).

Якщо зараз вилучити оригінал, то в нас залишиться його трикартинне просторове креслення (рис. 3.9б). Воно дає досить повне уявлення про оригінал, проте є незручним для практичного використання. Тому його перетворюють на плоске креслення.

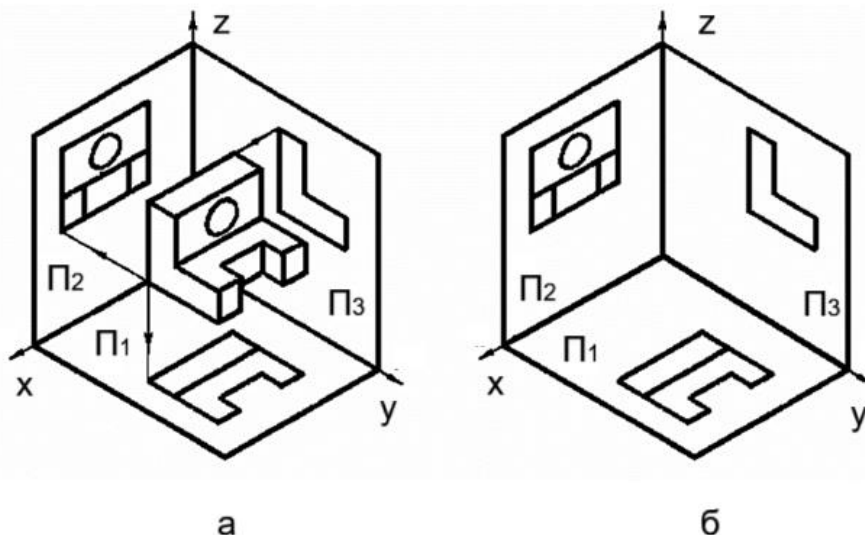


Рис. 3.9. Проєкції оригіналу на три площини

Для цього просторове креслення подумки розрізають уздовж осі y , потім горизонтальну площину проєкцій Π_1 повертають проти напрямку руху годинникової стрілки навколо осі x , а профільну площину проєкцій Π_3 – у напрямку руху годинникової стрілки навколо осі z до суміщення із продовженням фронтальної площини проєкцій (для спостерігача, що перебуває на початку координат). У підсумку створюють плоске трикартинне зображення (рис. 3.10), яке слід було б назвати комплексним. Однак у науковій літературі за цим зображенням закріпили назву *комплексного креслення*.

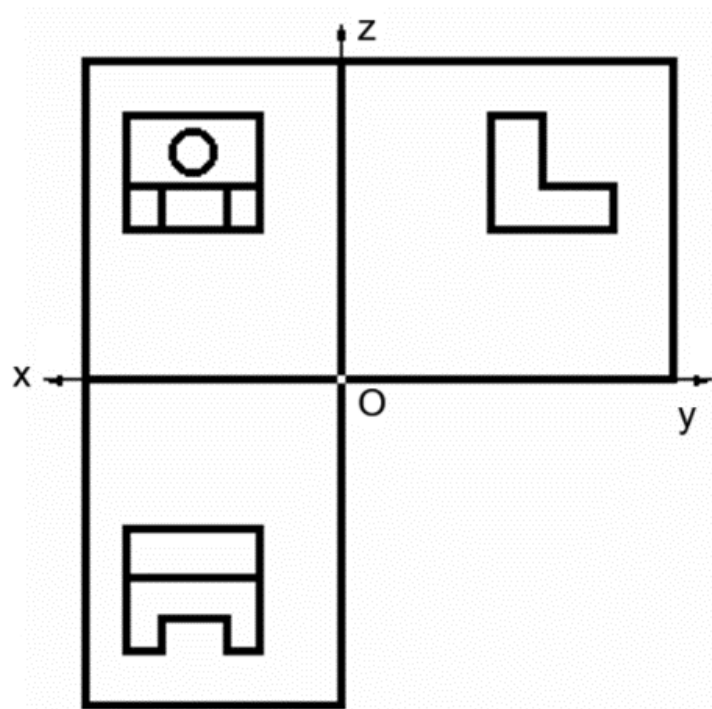


Рис. 3.10. **Комплексне креслення**

Якщо оригінал наближати або віддаляти від площин проєкцій без зміни його орієнтації в просторі або, що одне й те саме, наближати або віддаляти від нього площини проєкцій, то це буде впливати тільки на відстань між проєкціями. Тому в загальному випадку можна відмовитися від зображення координатних осей на комплексному кресленні.

Однак якщо геометричний образ задати в координатній формі, то можна відразу побудувати всі проєкції оригіналу, оскільки кожна з них є плоскою геометричною фігурою, усі точки якої визначено однією й тією самою парою координат.

3.4. Перетворення комплексного креслення

У ряді випадків виникає потреба в перетворенні заданого комплексного креслення на таке, у якому деякі геометричні образи займали б окреме положення, що істотно спростило б виконання завдань із їхньою участю. Це завдання можна виконати методом допоміжного проєкціювання (тобто проєкціювання на деяку допоміжну площину проєкцій).

Нехай у системі основних площин проєкцій $\Pi_1 : \Pi_2$ задано деякий оригінал (рис. 3.11). Його грань ABCD проєкціюють на фронтальну площину зі спотворенням, а на горизонтальну – вона вироджується в пряму. Для того щоб ця грань проєкціювалася на деяку площину проєкцій у дійсну величину, потрібно, щоб вона була паралельною згаданий межі. Тому паралельно заданій межі вводьмо додаткову площину проєкцій Π_4 . У результаті її перерізу з горизонтальною площиною проєкцій Π_1 створюють нову координатну вісь $S_{1,4}$.

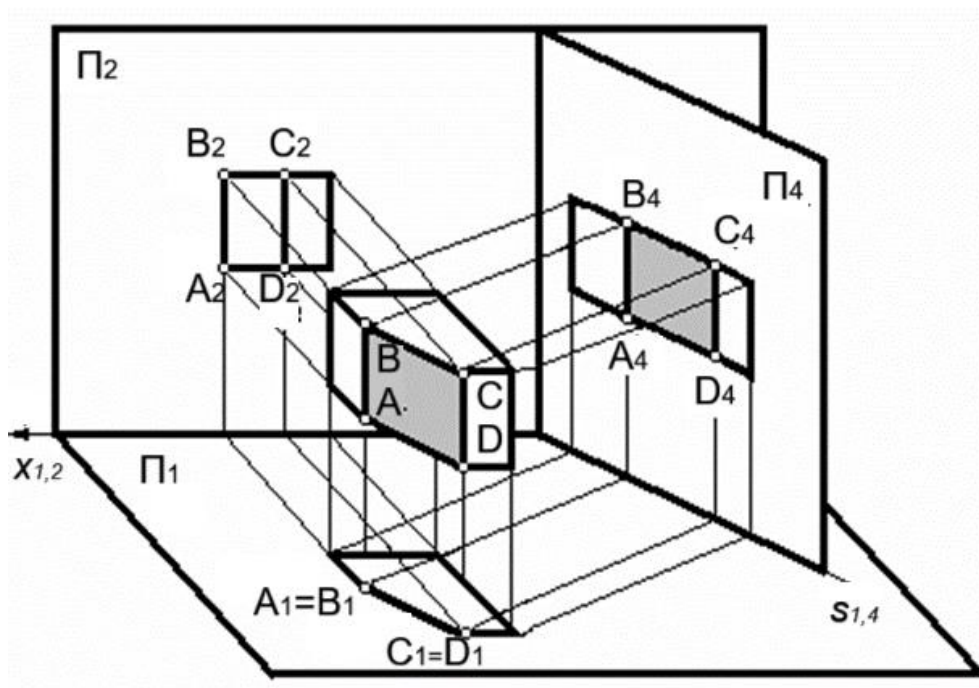


Рис. 3.11. Побудова комплексного креслення

Якщо після проєціювання додаткову площину проєкцій Π_4 повернути навколо координатної осі $S_{1,4}$ до суміщення із продовженням горизонтальної площини проєкцій Π_1 , то створимо його комплексне креслення в системі площин проєкцій $\Pi_1 : \Pi_4$ (рис. 3.12). Виконане перетворення є рівноцінним заміні фронтальної проєкції оригіналу на додаткову проєкцію.

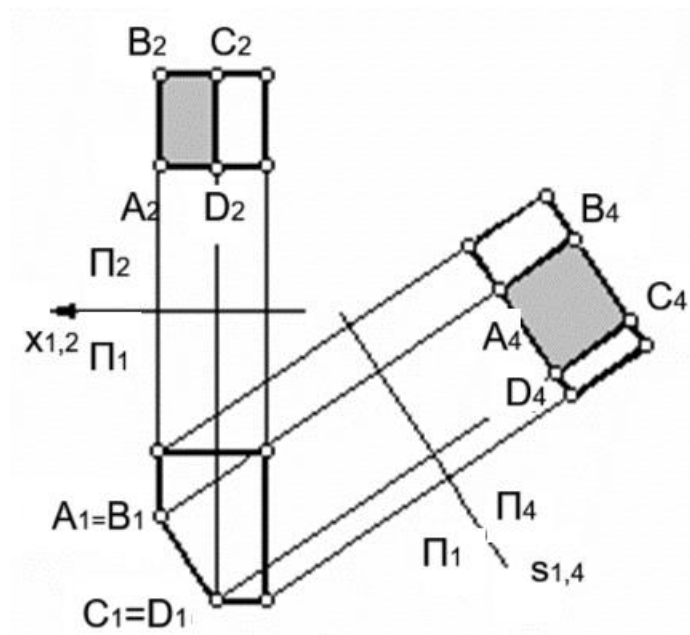


Рис. 3.12. Комплексне креслення оригіналу

Звідси й виникла назва способу перетворення: *спосіб заміни площин проєкцій*. Слід підкреслити, що це перетворення комплексного креслення стало можливим, завдяки наявності однозначної відповідності між проєкціями оригіналу на основну Π_2 і додаткову Π_4 площини проєкцій, яке визначено перпендикулярністю додаткової площини проєкцій Π_4 до горизонтальної площини проєкцій Π_1 .

Отже, перпендикулярність додаткової площини проєкцій до однієї з основних площин є обов'язковою вимогою розглянутого способу перетворення.

Практична складова до підрозділу 3 Креслення геометричного тіла

Мета – ознайомлення з державними стандартами побудови креслень та побудова комплексних креслень.

Завдання 1. Виконайте побудову трьох видів геометричного тіла за його наочним зображенням.

Задано: наочне зображення геометричного тіла.

Виконання завдання

(Приклад виконання завдання показано на рис. 3.13).

1. Побудуймо вигляд спереду, згори та зліва. Побудову виконаймо методом ортогонального проєкціювання. Під час вибору масштабу та розміщення виглядів слід зважати на таке:

- вигляди мають бути в проєкційному зв'язку;
- зображеннями має бути зайнято не менше ніж 75 % поля креслення;
- між виглядами мають бути розриви, достатні для встановлення розмірів.

2. Проставмо потрібні розміри.

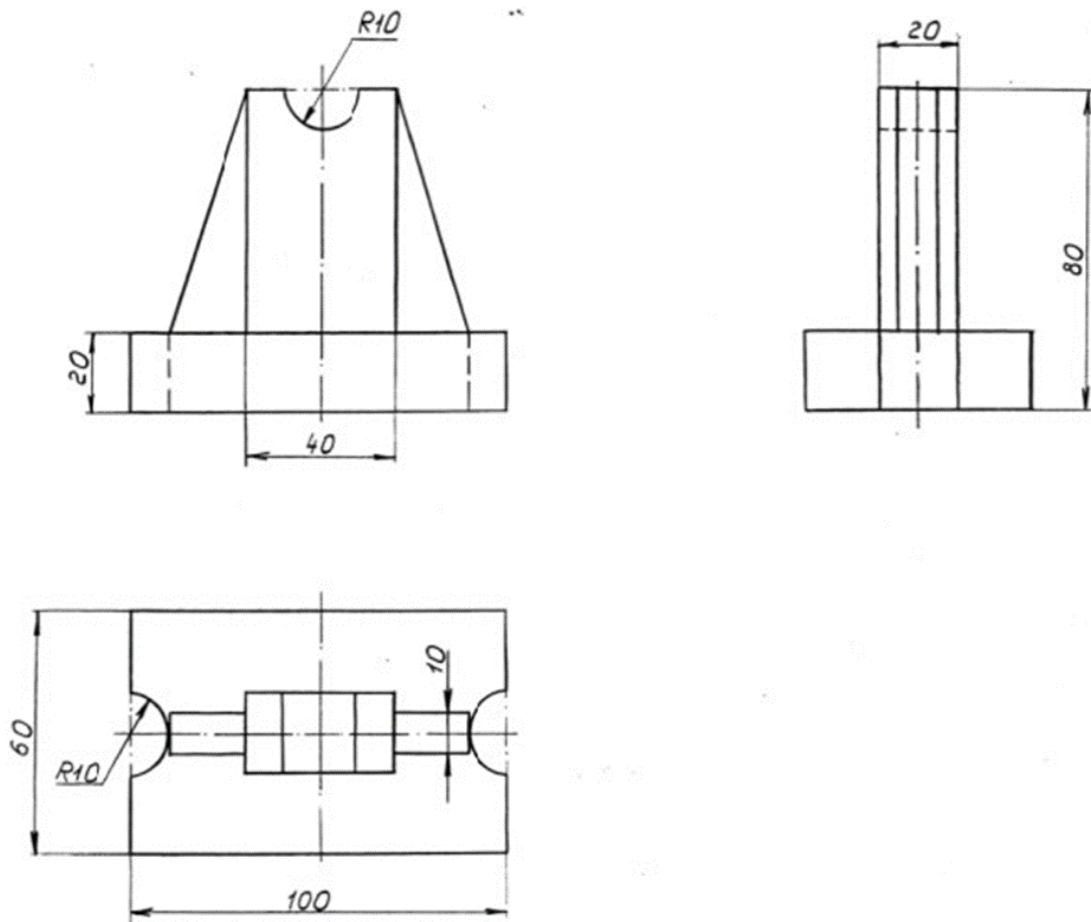


Рис. 3.13. Приклад виконання завд. 1

Завдання 2. Виконайте побудову комплексного креслення прямої.

Визначте:

- 1) довжину відрізка прямої АВ;
- 2) величину кутів α і β нахилу прямої АВ до площин проєкцій Π_1 та Π_2 ;
- 3) пряму l , що проходить через точку С і є паралельною прямій АВ;
- 4) пряму горизонтального рівня h , що проходить через точку С і перетинає пряму АВ.

Задано: координати точок А, В та С.

Виконання завдання

(Приклад виконання завдання показано на рис. 3.14)

1. Проєкції відрізка прямої АВ і точки С побудуємо за координатами точок, згідно з варіантом завдання, вибравши вісь Х, початок координат 0 і масштаб так, щоб зображення зайняло більшу частину поля креслення.

2. Довжину відрізка прямої A_0B_0 визначмо способом прямокутного трикутника, побудувавши його двічі – на горизонтальній і фронтальній площинах проєкцій – та порівнявши визначені результати. У наведеному прикладі на площині Π_1 різницю координат Z кінців відрізка відкладаймо під прямим кутом до проєкції відрізка A_1B_1 . У побудованому прямокутному трикутнику гіпотенуза є натуральною величиною відрізка АВ. Аналогічно на площині Π_2 відкладаймо різницю координат Y кінців відрізка під прямим кутом до проєкції відрізка A_2B_2 і в побудованому прямокутному трикутнику гіпотенуза є натуральною величиною відрізка АВ.

3. Кут нахилу прямої до горизонтальної площини Π_1 α дорівнює куту між гіпотенузою прямокутного трикутника A_0B_0 та проєкцією прямої A_1B_1 . Кут нахилу прямої до фронтальної площини Π_2 β дорівнює куту між гіпотенузою прямокутного трикутника A_0B_0 та проєкцією прямої A_2B_2 .

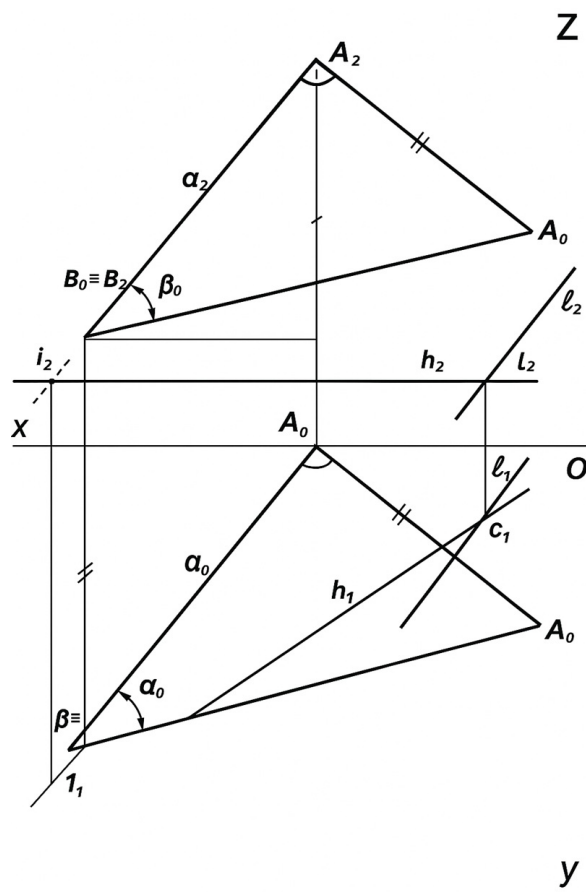


Рис. 3.14. Приклад виконання завд. 2

Контрольні запитання для самоперевірки

1. Перелічіть основні методи проєкції.
2. Які переваги є притаманними ортогональному проєкціюванню, порівняно з косокутним проєкціюванням?
3. Укажіть основні інваріантні властивості ортогонального проєкціювання.
4. Як просторову фігуру із трьох взаємно перпендикулярних площин перетворюють на плоску модель?
5. Який октант має від'ємний напрямок усіх осей?
6. Як позначають проєкції точки, прямої, площини на площинах проєкцій?
7. Які координати на кресленні визначають горизонтальну та фронтальну проєкції точки?
8. Як визначити положення третьої проєкції точки на безвісному кресленні, якщо відомі дві її проєкції та три проєкції іншої точки?

Рекомендована література: [1; 3; 6].

Розділ 2

Методи побудови тривимірних графічних об'єктів

4. Способи проєкціювання в інженерній графіці

Мета – дати визначення наявних методів проєкціювання просторових тіл на площину.

Професійні компетентності: здатність застосовувати знання в практичних ситуаціях; здатність ухвалювати ефективні техніко-економічні рішення стосовно реалізації конкретного проєкту видавничо-поліграфічної діяльності в межах видавничих, виробничих планів підприємства; розроблення нормативної та технічної документації виробничого процесу виготовлення продукції.

4.1. Способи проєкціювання

Геометричною фігурою називають будь-яку множину точок. Геометричних фігур є багато, але основних тільки три: *точка, пряма (лінія) і площа*.

У нарисній геометрії всі фігури та предмети відображають на площину двома основними способами: *центральною і паралельною проєкціюванням*.

4.1.1. Центральне проєкціювання. Нехай у просторі задано площину Π , яку викликають площиною проєкцій, і поза цією площиною точку S , яку названо центром проєкціювання. Щоб проєкціювати деяку точку A простору на площину Π потрібно через центр проєкціювання S і точку A провести пряму до перетину її із площиною Π в точці A_π . Точку A_π називають *центральною проєкцією точки A* (рис. 4.1).

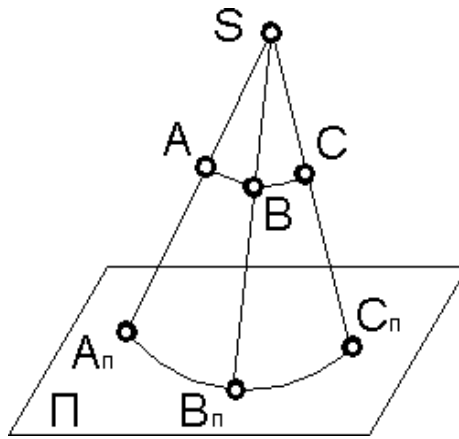


Рис. 4.1. Центральне проєкціювання

Якщо візьмемо вільну криволінійну фігуру, то всі промені створюють проєкційвальну конічну поверхню, тому цей спосіб проєкціювання називають ще *конічним способом*.

Однак для побудови проєкції фігури не обов'язково проєкціювати всі її точки. Наприклад, проєкцію відрізка або прямої лінії цілком визначено проєкціями двох точок; проєкцію трикутника або площини визначено проєкціями трьох точок; проєкцію багатогранника – проєкціями його вершин.

Метод центрального проєкціювання є достатньо складним і значною мірою спотворює форму й розміри оригіналу, тому що не зберігає паралельності прямих і відносини відрізків. Через це на практиці частіше користуються методом *паралельного проєкціювання*.

4.1.2. Паралельне проєкціювання. Значного поширення в практиці набув окремий випадок центрального проєкціювання, коли центр проєкціювання S іде в нескінченність від площини проєкцій Π . Проєкційвальні промені до того ж є практично паралельними між собою, а тому цей спосіб дістав назву *паралельного проєкціювання*, а побудовані з його допомогою зображення (проєкції) фігури на площині називають *паралельними проєкціями*.

Візьмімо в просторі будь-яку фігуру, наприклад лінію AD (рис. 4.2). Проєкціюймо її на площину проєкцій Π . Напрямок проєкціювання вкажімо

стрілкою S . Щоб проєкціювати точку A на площину Π треба провести через цю точку паралельно напрямку S пряму лінію до перетину із площиною проєкцій Π . Визначену точку A_{Π} називають *паралельною проєкцією точки A* . Аналогічно визначмо проєкції інших точок лінії AD .

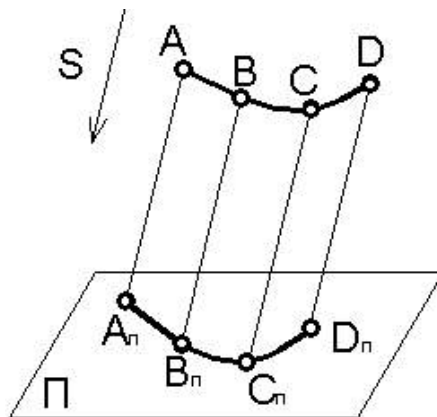


Рис. 4.2. Паралельне проєкціювання

Основні властивості паралельного проєкціювання (рис. 4.3).

1. Проєкцією точки є точка. $A \rightarrow A_{\Pi}$ (рис. 4.3а).

2. Проєкцією прямої є пряма (*властивість прямолінійності*).

Дійсно, за паралельного проєкціювання всі проєкціювальні промені будуть лежати в одній площині E . Цю площину перерізає площина проєкцій по прямій лінії l_{Π} (рис. 4.3б). Очевидно, якщо пряма буде перпендикулярною площині проєкцій, то її проєкція виродиться в точку.

3. Якщо в просторі точка належить лінії (лежить на ній), то проєкція цієї точки належить проєкції лінії (*властивість власності*) (див. рис. 4.3б, точка M).

4. Проєкції взаємно паралельних прямих також є взаємно паралельними.

5. Якщо відрізок прямої розподілено точкою в деякому відношенні, то проєкцію відрізка розподілено проєкцією цієї точки в тому самому відношенні.

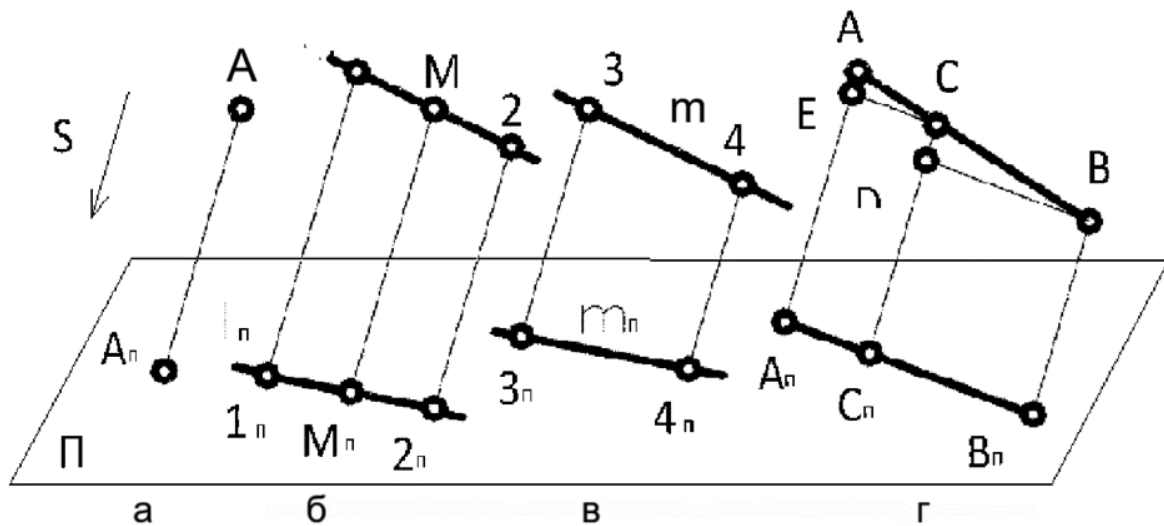


Рис. 4.3. Властивості паралельного проєкціювання

6. Паралельний перенос площини проєкцій або фігури (без повороту) не змінює вигляду і розміру проєкції фігури.

4.1.3. Прямокутне проєкціювання. Окремий випадок паралельного проєкціювання, за якого напрям проєкціювання S є перпендикулярним площині проєкцій Π , ще більше спрощує побудову креслення і його найбільш часто застосовують у конструкторській практиці. Цей спосіб називають *прямокутним*, або *ортогональним*, проєкціюванням.

Метод ортогональних проєкцій було вперше викладено французьким геометром Ґаспаром Монжем, тому іноді його називають *методом Монжа*. Цей метод є основним під час складання технічних креслень, оскільки дозволяє найбільш повно судити про розміри зображених предметів. У цьому разі не важко встановити співвідношення між довжиною деякого відрізка AB в просторі й довжиною його проєкції $A_n B_n$ (рис. 4.4).

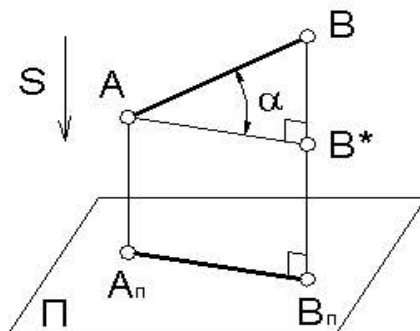


Рис. 4.4. Метод ортогональних проєкцій

Якщо відрізок утворює із площиною проєкцій кут α , то, провівши відрізок AB^* паралельно відрізку A_nB_n , маємо із прямокутного трикутника ABB^* : $AB^* = AB \cos \alpha$ або $A_nB_n = AB \cos \alpha$.

Розглянуті способи проєкціювання дозволяють однозначно виконувати пряме завдання – із заданого оригіналу будувати його проєкційні креслення. Однак зворотне завдання – із проєкційного креслення відтворити оригінал не виконується однозначно. За такого зображення (рис. 4.5) не можна визначити не тільки форму й розміри предмета, а і його положення в просторі, тобто паралельна проєкція не має властивості оборотності.

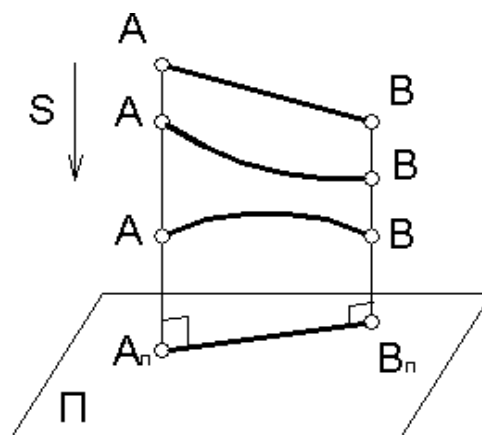


Рис. 4.5. Проблеми ортогональних проєкцій

Для побудови оборотних креслень проєкційне креслення доповнюють потрібними даними. Способи доповнення можуть бути різними. Ми будемо розглядати тільки два види оборотних креслень:

1. Комплексні креслення в ортогональних проєкціях.
2. Аксонометричні креслення.

4.2. Комплексне креслення точки

Точка належить до основних понять геометрії, які вводять без визначення. Точка є найпростішим геометричним образом. Точка не має розмірів, тому її зображують умовним знаком – кружечком або перетином ліній. У просторі точка може бути заданою координатами, які становлять відстані від неї до відповідних площин проєкцій. На комплексному кресленні точку задають проєкціями.

Розгляньмо характерні *особливості* комплексного креслення точки. Нехай в першому октанті задано точку A (рис. 4.6а). Після її проєкціювання і подальшого вилучення маємо просторове трикартинне (рис. 4.6б), а потім і комплексне креслення (рис. 4.6в). Якщо відмовитися від обмеження і позначення площин проєкцій, то остаточно комплексне креслення точки A буде мати вигляд, показаний на рис. 4.6г.

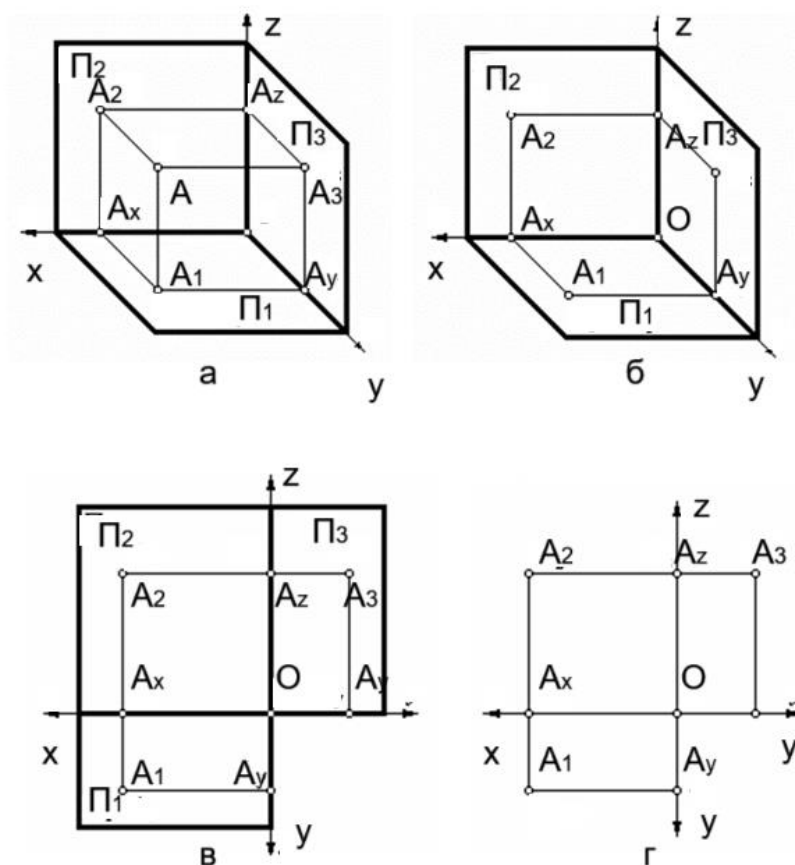


Рис. 4.6. Комплексне креслення точки

Якщо точка належить одній із площин проєкцій, то вона збігається з однією зі своїх проєкцій, а дві її інші проєкції належать відповідним координатним осям. Якщо точка одночасно належить двом площинам проєкцій або, що одне й те саме, належать одній із координатних осей, то дві її проєкції збігаються і належать цій координатній осі, а третя збігається з початком координат. Наприклад, точка A (рис. 4.7) належить фронтальній площині проєкцій, а точка B – осі x .

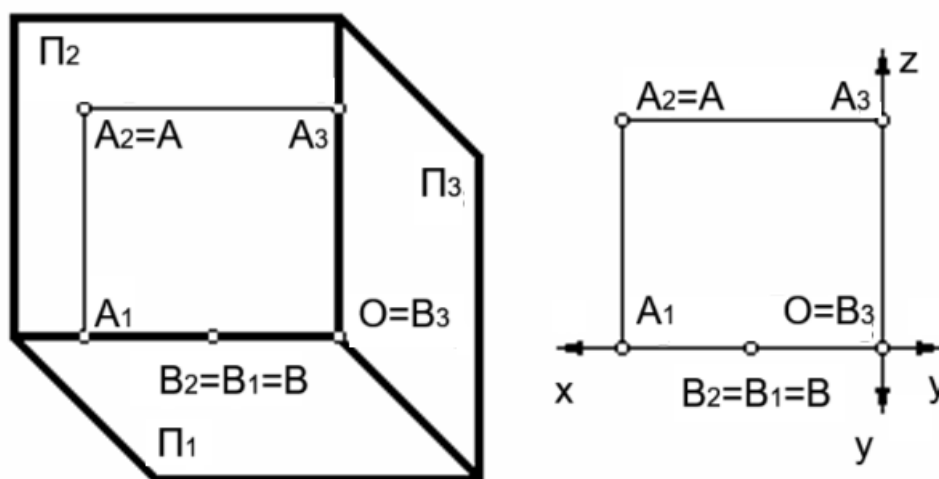


Рис. 4.7. Належність точки одній із площин проєкцій

Кожну пару проєкцій точки пов'язано прямою, яку називають *лінією зв'язку*. Лінію зв'язку горизонтальної та профільної проєкцій у разі перетворення просторового креслення на комплексне розривають на дві прямолінійні ділянки. Лінії зв'язку є паралельними відповідним координатним осям. Використовуючи лінії зв'язку, завжди можна за двома проєкціями точки побудувати третю.

Для визначення профільної проєкції A_3 за проєкціями A_1 і A_2 потрібно з точки A_2 провести лінію зв'язку, паралельну осі x , і відкласти на ній від осі z відстань $A_z A_3 = A_x A_1$. Для визначення A_1 за A_2 і A_3 слід із точки A_2 провести лінію зв'язку, паралельну осі z , і відкласти на ній від осі x відстань $A_x A_1 = A_z A_3$. А для визначення A_2 треба провести з точок A_1 і A_3 до взаємного перетину лінії зв'язку, паралельні, відповідно, осям x і z .

Із прийнятої системи проєкціювання випливає, що будь-яку із проєкцій точки визначено двома координатами: горизонтальну – x і y , фронтальну – x і z , профільну – y і z . Це дозволяє будувати проєкції точок безпосередньо за їхніми координатами.

Очевидно, що для побудови двокартинного комплексного креслення точки достатньо побудувати будь-які дві її проєкції. Найбільш часто використовують двокартинне комплексне креслення, яке складається з горизонтальної та фронтальної проєкцій.

4.3. Перетворення комплексного креслення точки

Нехай у системі площин проєкцій $\Pi_1 : \Pi_2$ задано комплексне креслення точки A (рис. 4.8а). Задане комплексне креслення потрібно перетворити на комплексне креслення в системі площин проєкцій $\Pi_1 : \Pi_4$.

Уведемо вільну, але перпендикулярну горизонтальній площині проєкцій Π_1 , додаткову площину проєкцій Π_4 . У результаті її перерізу із площиною проєкцій Π_1 створюється нова координатна вісь $s_{1,4}$. Проєкцуюмо точку A на площину Π_4 і маємо її проєкцію A_4 . Оскільки $\Pi_4 \perp \Pi_1$, то $A_4 A_s = A_2 A_x$. Повернімо площини Π_2 і Π_4 , відповідно, навколо осей x і $s_{1,4}$ до суміщення із площиною Π_1 .

Якщо відмовитися від обмеження площин проєкцій, то маємо комбіноване комплексне креслення точки A в системах площин проєкцій $\Pi_1 : \Pi_2$ і $\Pi_1 : \Pi_4$. Якщо далі вилучити проєкцію A_2 з її лінією зв'язку із проєкцією A_1 і координатну вісь x , то маємо комплексне креслення точки A в системі площин проєкцій $\Pi_1 : \Pi_4$ (рис. 4.8б).

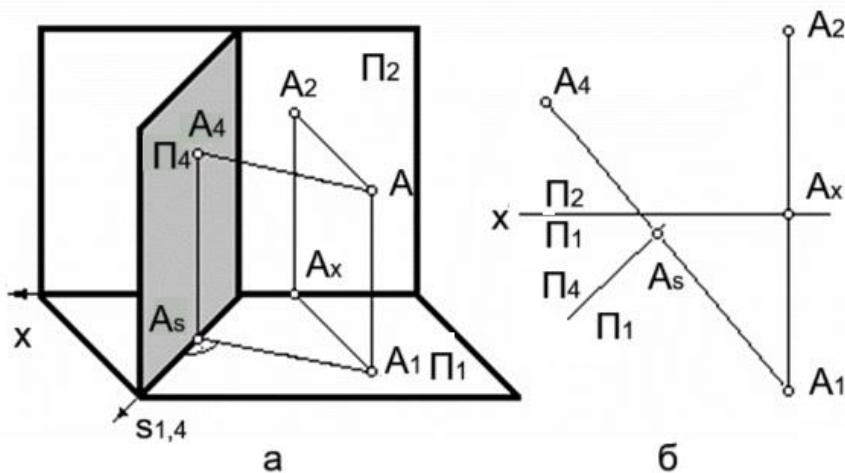


Рис. 4.8. Перетворення комплексного креслення точки

Із наведеного можна зробити кілька **висновків**:

1. Для перетворення комплексного креслення точки з однієї системи площин проєкцій на іншу потрібно провести нову координатну вісь. Із проєкції точки, яку зберігають, провести нову лінію зв'язку, перпендикулярну новій координатній осі, і відкласти на ній від нової координатної осі відстань, що дорівнює відстані від старої координатної осі до проєкції точки, яку вилучають.

2. Взаємне положення координатних осей x і $S_{1,4}$ не впливає на техніку перетворення. А із цього випливає, що нову координатну вісь можна завжди орієнтувати так, як це потрібно для виконання завдання.

3. Відстань від проєкції точки, яку зберігають, до нової координатної осі також не впливає на техніку перетворення. Із цього випливає, що нову координатну вісь можна проводити на будь-якій відстані від проєкції точки, яку зберігають.

4. Наведений спосіб перетворення комплексного креслення має *властивість оборотності*, тобто дозволяє відновити попереднє комплексне креслення, якщо відомо положення осі x .

5. Наведений спосіб дозволяє вести перетворення і в протилежному напрямку, тобто дозволяє перейти із системи площин проєкцій $\Pi_1 : \Pi_2$ аналогічним способом у систему площин проєкцій $\Pi_2 : \Pi_4$. Для цього достатньо було б у початковому положенні ввести площину проєкцій $\Pi_4 \perp \Pi_2$. Далі слід було б із проєкції A_2 провести лінію зв'язку, перпендикулярну новій координатній осі $S_{2,4}$, і на ній відкласти відрізок $A_s A_4 = A_1 A_x$.

6. Наведений спосіб допускає багаторазове перетворення комплексного креслення з однієї системи площин проєкцій на іншу. Дійсно, якщо останню систему площин проєкцій $\Pi_2 : \Pi_4$ вважати основною, то з неї можна перейти в систему площин проєкцій $\Pi_4 : \Pi_5$ тощо.

4.4. Взаємне положення точок

Дві точки в просторі можуть займати будь-яке взаємне положення, зокрема й збігатися. Якщо дві точки в просторі збігаються ($A \equiv B$), то їхню сукупність можна розглядати як деяку нову точку. Тоді проєкціями такої точки будуть також сукупності проєкцій точок, які її складають.

Отже, якщо дві точки в просторі збігаються, то збігаються і всі їхні однойменні проєкції. Очевидно також, що якщо дві точки в просторі не збігаються, то в загальному випадку не збігаються і всі їхні однойменні проєкції. Але можливі випадки, якщо точки в просторі не збігаються, а деякі пари їхніх однойменних проєкцій збігаються. Це можливо в тих випадках, якщо задані точки належать одній і тій самій проєкціювальній прямій, тобто, прямій, перпендикулярній будь-якій площині проєкцій. Такі точки дістали назву *конкурентних точок*. Оскільки є три сімейства

проекціювальних прямих, то є і три відповідних їм сімейства конкурентних точок: *горизонтально, фронтально і профільно конкурентних*. Наприклад, на рис. 4.9 показано горизонтально конкурентні точки А і В та фронтально конкурентні точки С і D.

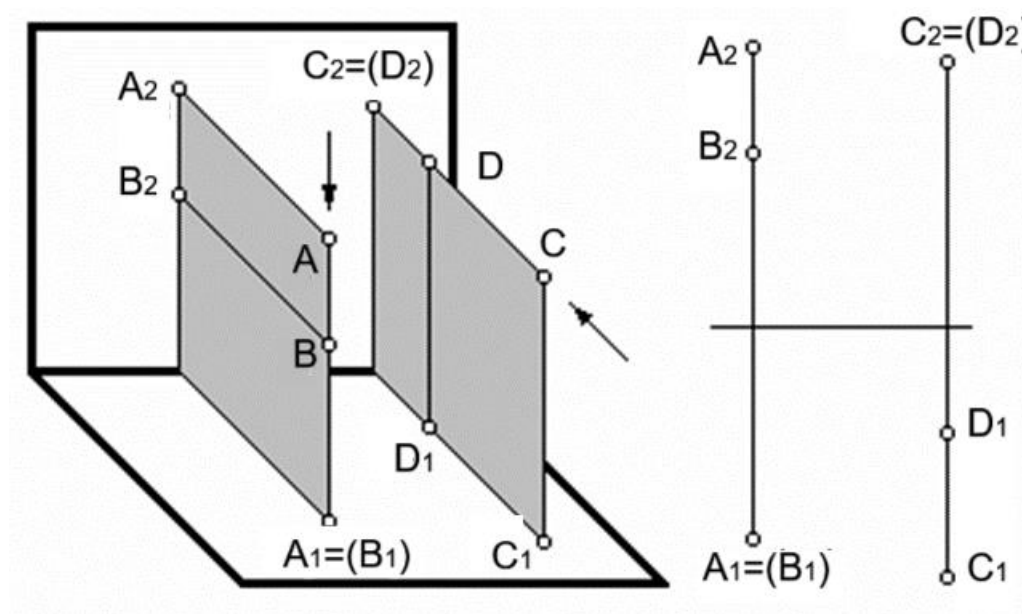


Рис. 4.9. Горизонтально і фронтально конкурентні точки

Із двох конкурентних точок на площині проєкцій *видимою* буде та яку розміщено далі від цієї площини (або, що те саме, ближче до спостерігача). Наприклад, у наведеному прикладі на горизонтальній площині проєкцій *видимою* буде точка А, а на фронтальній – точка С. Тому конкурентні точки використовують для визначення *видимості* на комплексному кресленні.

4.5. Комплексне креслення прямої

Пряма, як і точка, належить до основних невизначених понять геометрії. Пряма, порівняно з точкою, є геометричним образом більш високого рівня складності. Пряма є безмежною, тому під час виконання різних завдань часто використовують її частини – *промінь* і *відрізок*.

Промінь – це частина прямої, обмежена з одного боку, а **відрізок** – частина прямої, обмежена із двох боків.

Пряму можна розглядати як сукупність певним способом розташованих точок. Із цього випливає, що будь-яку із цих точок можна

вважати елементом прямої. Тоді, відповідно до властивості належності, проєкції такої точки будуть належати проєкції однойменної прямої.

У загальному випадку пряма є нахилоною до площин проєкцій під довільними кутами, тому її проєкції на комплексному кресленні будуть становити довільні кути з координатними осями. Тому її називають *прямою загального положення* (рис. 4.10). Прямі, перпендикулярні або паралельні площинам проєкцій, називають *прямими окремого положення*.

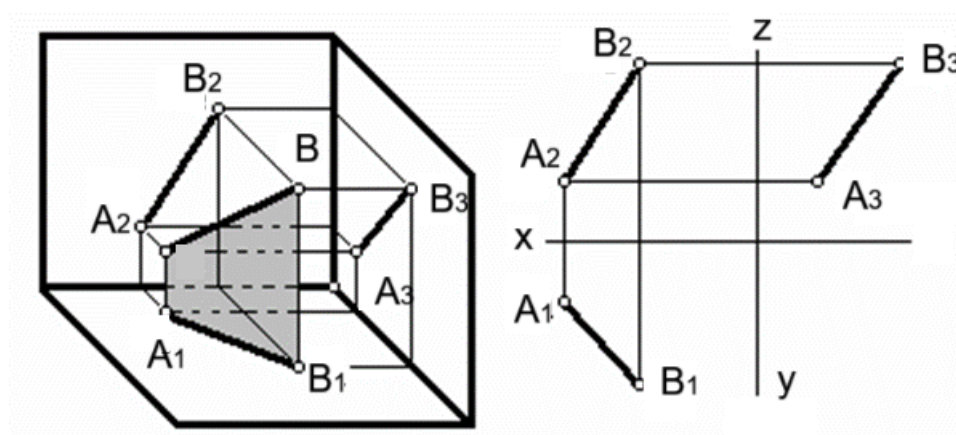


Рис. 4.10. Пряма загального положення

Прямі, перпендикулярні площинам проєкцій, називають *проєкціювальними*. Оскільки є три площини проєкцій, то є й три сімейства проєкціювальних прямих. Це *горизонтально*, *фронтально* і *профільно проєкціювальні* прямі, відповідно, перпендикулярні горизонтальній (рис. 4.11а), фронтальній (рис. 4.11б) і профільній площинам проєкцій.

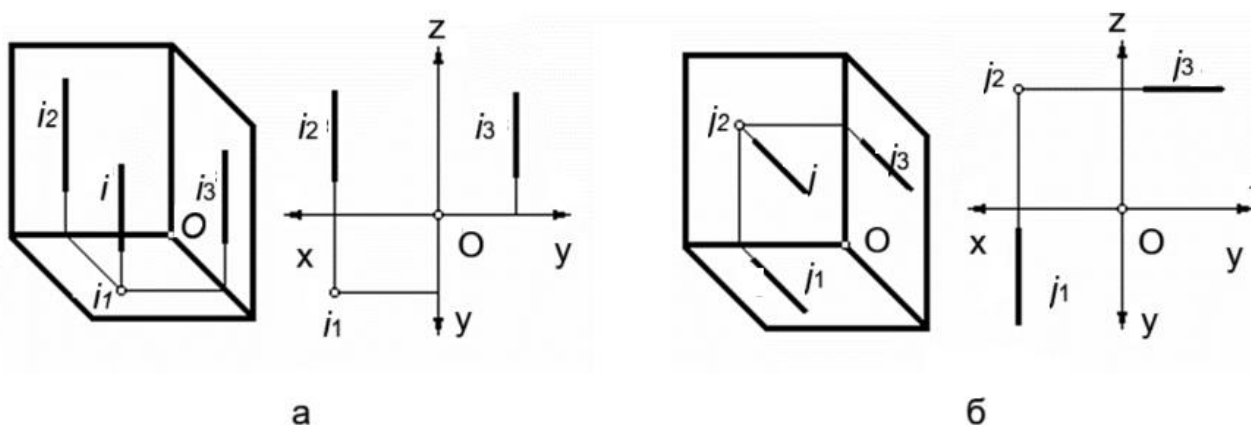


Рис. 4.11. Горизонтально і фронтально проєкціювальні прямі

Проекціювальну пряму на перпендикулярну їй площину проєкцій проєкціюють у точку. У цій точці, образно кажучи, збирають проєкції всіх точок прямої. Тому щодо перпендикулярної їй площини проєкцій проекціювальна пряма має *збірну властивість*. На паралельні їй площини проєкцій проекціювальну пряму проєкціюють у прямі, перпендикулярні відповідним координатним осям. Відрізок такої прямої проєкціюють у натуральну величину.

Прямі, паралельні площинам проєкцій, називають *прямими рівня*. Прямих рівня також є три сімейства: *горизонтального* (рис. 4.12), *фронтального* (рис. 4.13) і *профільного* рівня. Зазвичай, їх називають скорочено – *горизонтальними*, *фронтальними* та *профільними* прямими.

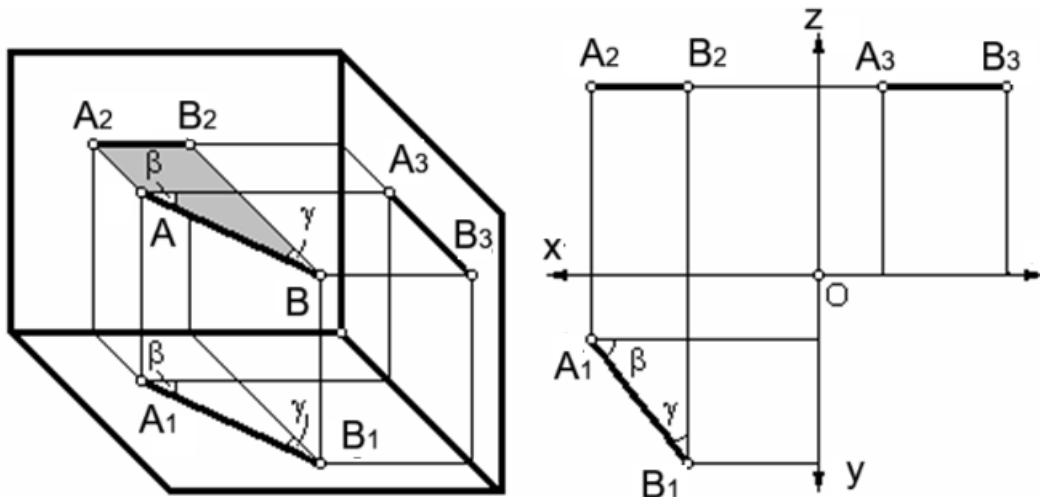


Рис. 4.12. Пряма горизонтального рівня

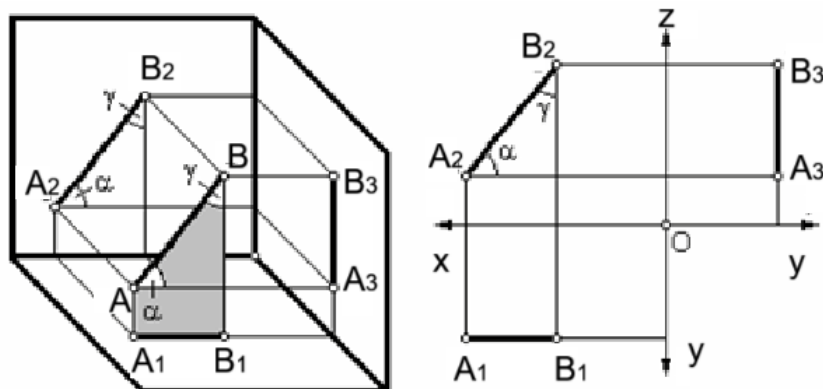


Рис. 4.13. Пряма фронтального рівня

Відрізок лінії рівня на паралельну їй площину проєкцій проєкціюють у натуральну величину, а на інші – у відрізки, паралельні відповідним координатним осям. Якщо проєкцію відрізка на паралельній площині проєкцій продовжити до перетину з координатними осями, то створюються кути нахилу цієї прямої до непаралельних їй площин проєкцій.

4.6. Сліди прямої

Слідом називають точку перетину (зустрічі) прямої із площиною проєкцій.

Оскільки пряма загального положення перетинає всі три площини проєкцій, то вона має три сліди: *горизонтальний* – М, *фронтальний* – N і *профільний* – Р (рис. 4.14). Відповідно, *пряма рівня* може мати тільки два сліди, а *проєкціювальна пряма* – тільки один.

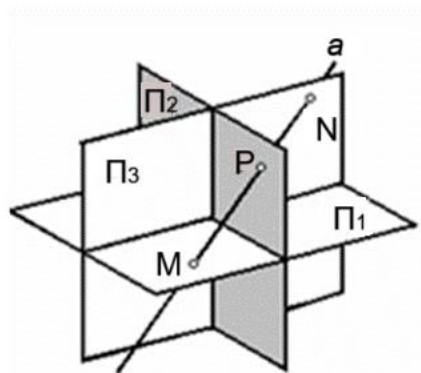


Рис. 4.14. Сліди прямої

Нехай у системі площин проєкцій $\Pi_1 : \Pi_2$ задано відрізок АВ (рис. 4.15). Продовжмо його в обидва боки до перетину із площинами проєкцій Π_1 і Π_2 і маємо, відповідно, горизонтальний М і фронтальний N сліди деякої прямої l , якій належить заданий відрізок. Оскільки слід – це точка, яка належить площині проєкцій, то одна її проєкція збігається із самим слідом, а друга міститься на координатній осі.

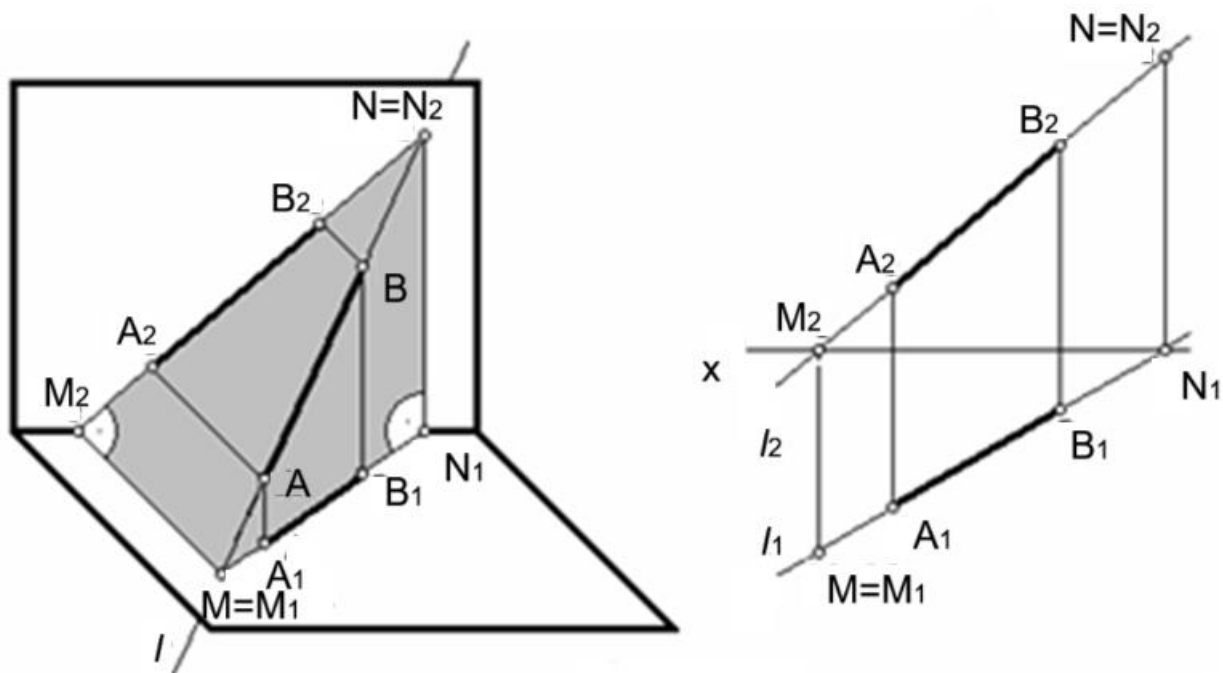


Рис. 4.15. Сліди кривої на комплексному кресленні

Безпосередньо з наведеного рис. 4.15 видно, що для визначення сліду на комплексному кресленні достатньо продовжити одну із проєкцій прямої до перетину з координатною віссю, а з точки провести перпендикуляр до координатної осі та визначити точку перетину цього перпендикуляра із продовженням другої проєкції прямої.

4.7. Дійсна величина відрізка і кути його нахилу до площин проєкцій

Якщо відрізок у просторі займає загальне положення, то він, а також і кути, які він створює із площинами проєкцій, проєкціюють із спотворенням. Тому розгляньмо порядок визначення дійсної величини цих кутів.

Нехай у системі площин проєкцій $\Pi_1 : \Pi_2$ задано відрізок АВ (рис. 4.16). Продовжмо його до перетину із площинами проєкцій. Маємо новий відрізок MN. Проєкціюймо його разом із належним йому відрізком АВ на площині проєкцій Π_1 і Π_2 . Маємо два прямокутні трикутники – $M_1N_1N_2$ і $M_1M_2N_2$.

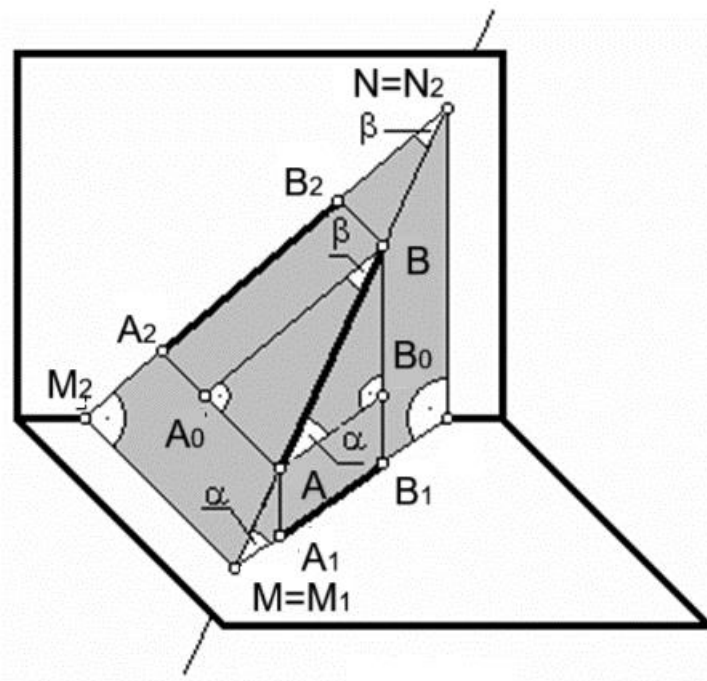


Рис. 4.16. **Визначення дійсної величини відрізка і кутів його нахилу до площин проєкцій**

У першому з них кут у точці M_1 буде кутом нахилу α відрізка MN до горизонтальної площини проєкцій Π_1 . Із точки A проведемо пряму, паралельну M_1N_1 , а з точки B – паралельну N_1N_2 . Маємо прямокутний трикутник ABV° , подібний трикутнику $M_1N_1N_2$. Тому в ньому кут у точці A буде дорівнювати куту α . А оскільки відрізок AB є частиною відрізка MN , то кут α буде кутом нахилу до горизонтальної площини проєкцій і відрізка AB . Гіпотенуза цього трикутника є дійсною величиною відрізка AB . Одним із катетів трикутника ABV° є відрізок AV° , що дорівнює відрізку A_1B_1 , тобто горизонтальній проєкції заданого відрізка. Другим катетом є різниця висот BB° точок A і B , тобто різниця відстаней цих точок від горизонтальної площини проєкцій.

Аналогічно в трикутнику $M_1M_2N_2$ кут у точці N_2 є кутом нахилу β відрізка MN до фронтальної площини проєкцій. Із точки B проведемо пряму, паралельну M_2N_2 , а з точки A – паралельну M_1M_2 . Маємо прямокутний трикутник ABA° , подібний трикутнику $M_1M_2N_2$. Тому в ньому кут у точці B буде дорівнювати куту β . А оскільки відрізок AB є частиною відрізка MN , то кут β буде кутом нахилу до фронтальної площини проєкцій і відрізка AB . Гіпотенуза цього трикутника є дійсною величиною відрізка AB . Одним із катетів трикутника ABA° є відрізок $A^\circ B$, що дорівнює відрізку A_2B_2 , тобто фронтальній проєкції заданого відрізка. Другим

катетом є різниця глибин $A^\circ A$ точок A і B , тобто різниця відстаней цих точок від фронтальної площини проєкцій.

Отже, для визначення дійсної величини відрізка прямої або кута його нахилу до горизонтальної або фронтальної площини проєкцій достатньо побудувати на комплексному кресленні трикутник, конгруентний трикутнику ABV° або ABA° .

4.8. Перетворення комплексного креслення прямої

Щоб у новій системі площин проєкцій відрізок загального положення займав положення відрізка рівня, потрібно, щоб додаткова площина проєкцій була йому паралельною. Водночас конструкція способу заміни площин проєкцій потребує, щоб додаткова площина проєкцій була перпендикулярною одній з основних площин проєкцій.

Нехай у системі площин проєкцій $\Pi_1 : \Pi_2$ (рис. 4.17) задано відрізок загального положення AB . Тоді для його перетворення на відрізок рівня додаткова площина проєкцій має бути одночасно паралельною відрізку і перпендикулярною площині проєкцій Π_2 або Π_1 . Для визначеності розглянемо другий випадок.

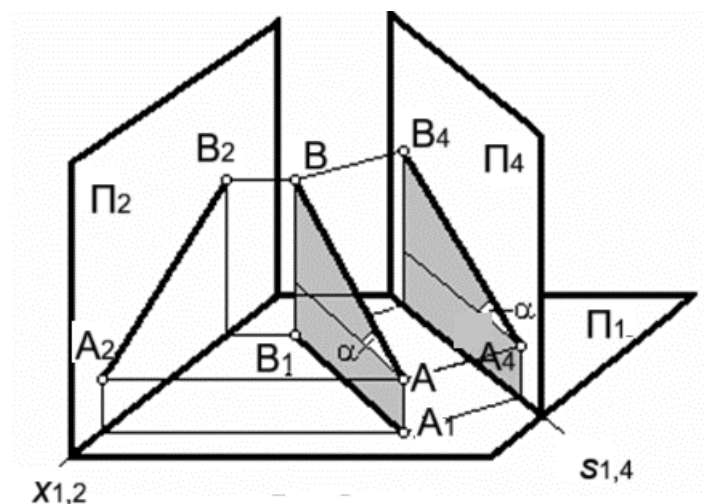


Рис. 4.17. Перетворення комплексного креслення прямої

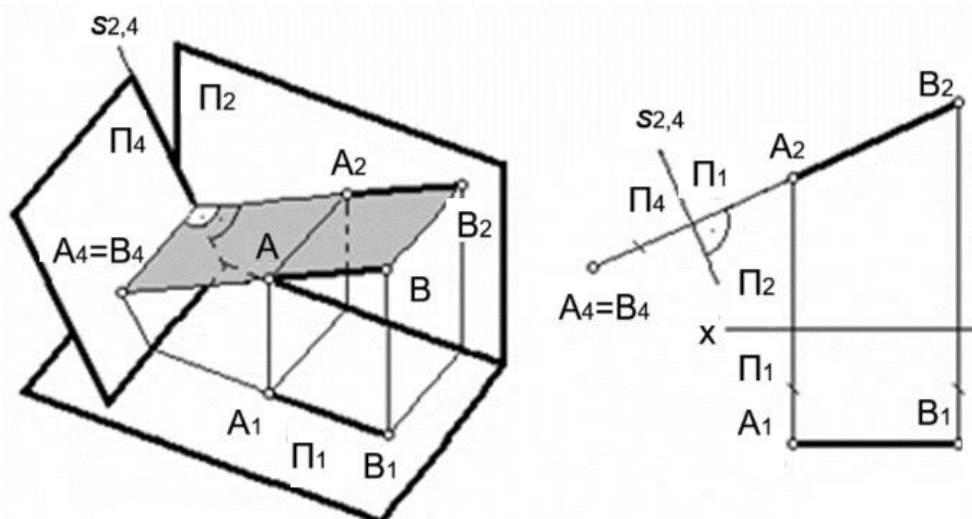
На будь-якій відстані від відрізка введемо паралельну йому і перпендикулярну Π_1 додаткову площину проєкцій Π_4 . Тепер у системі площин проєкцій $\Pi_1 : \Pi_4$ відрізок AB займає положення відрізка рівня.

Проекцуюмо відрізок АВ на площину Π_4 і, повернувши останню навколо новоствореної координатної осі $s_{1,4}$ до суміщення із площиною Π_1 , маємо комплексне креслення відрізка АВ в системі площин проєкцій $\Pi_1 : \Pi_4$. Водночас визначають і кут нахилу заданого відрізка до горизонтальної площини проєкцій.

Якщо ввести додаткову площину проєкцій Π_5 паралельно відрізку АВ і перпендикулярно фронтальній площині проєкцій Π_2 , то відрізок АВ буде займати положення відрізка рівня в системі площин проєкцій $\Pi_2 : \Pi_5$. Водночас визначають і кут нахилу заданого відрізка до фронтальної площини проєкцій.

Отже, для перетворення комплексного креслення прямої (або її відрізка) загального положення на комплексне креслення прямої рівня, достатньо на будь-якій відстані від однієї із проєкцій прямої провести паралельну їй нову координатну вісь і перетворити комплексне креслення будь-яких двох точок, які належать цій прямій.

Щоб у новій системі площин проєкцій пряма рівня займала положення проєкціювальної прямої, потрібно, щоб додаткова площина проєкцій була перпендикулярною заданій прямій та однією з основних площин проєкцій (рис. 4.18). Проекцуюмо відрізок АВ на площину проєкцій Π_4 і, повернувши останню навколо новоствореної координатної осі $s_{2,4}$ до суміщення із площиною Π_2 , маємо комплексне креслення відрізка АВ в системі площин проєкцій $\Pi_2 : \Pi_4$.



**Рис. 4.18. Перетворення комплексного креслення
прямої загального положення на комплексне креслення
прямої рівня**

Отже, для перетворення комплексного креслення прямої рівня на комплексне креслення проєкціювальної прямої достатньо ввести нову координатну вісь, перпендикулярну тій проєкції прямої, яка не є паралельною основній координатній осі, і перетворити комплексне креслення будь-яких двох точок, які належать їй.

4.9. Взаємне розміщення прямої й точки

Якщо точка належить прямій, то всі її проєкції, відповідно до властивості належності, належать однойменній проєкції прямої. Наприклад, усі проєкції точок А, В і С (рис. 4.19) належать однойменній проєкції прямої *a*, тому ці точки належать згаданій прямій.

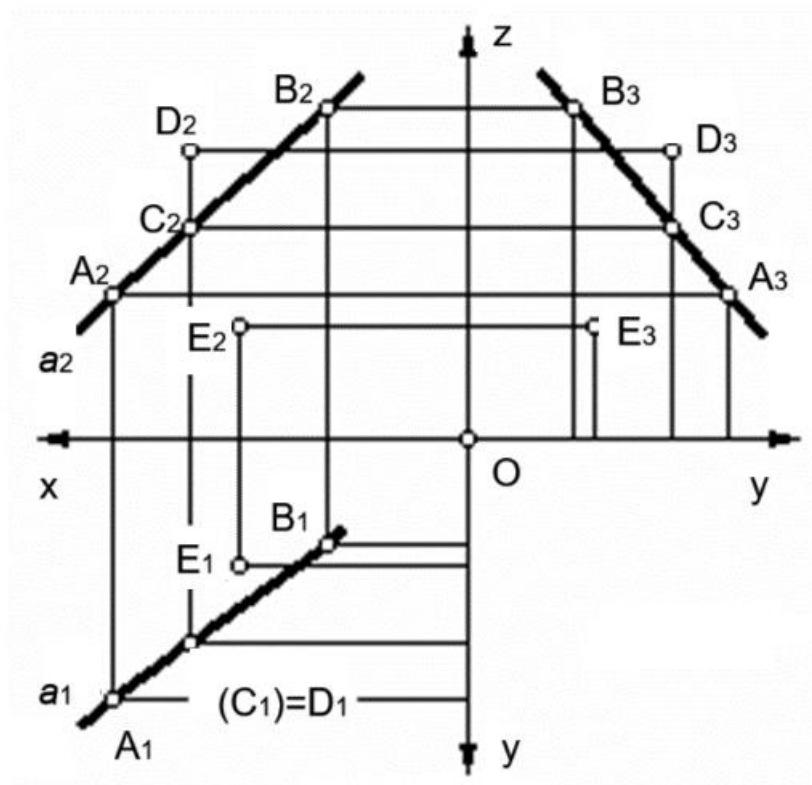


Рис. 4.19. Взаємне розміщення прямої й точки

Якщо точка не належить прямій, то в загальному випадку всі її проєкції не належать однойменній проєкції прямої (наприклад, точка Е). Однак у деяких випадках одна із проєкцій точки може належати однойменній проєкції прямої. Тоді ця точка конкурує з відповідною точкою прямої. Наприклад, точка D горизонтально конкурує з точкою С, яка належить прямій *a*.

Із наведеного раніше випливає, що для розв'язання питання про взаємне положення точки та прямої загального положення достатньо розгляду двох проєкцій, а для розв'язання питання про взаємне положення точки та прямої окремого положення потрібно розглянути три проєкції.

4.10. Взаємне положення прямих

Дві прямі в просторі можуть *перетинатися*, бути *паралельними* або *схрещуватися*.

Якщо дві прямі в просторі перетинаються, то є їхня загальна точка K , яку називають точкою *перетину прямих*. Відомо, що кожну пару проєкцій однієї й тієї самої точки пов'язано лінією зв'язку. А оскільки ця точка одночасно належить обом прямим, то її проєкції лежать на перетині однойменних проєкцій прямих.

Отже, ознакою січних прямих на комплексному кресленні є те, що точки перетину однойменних проєкцій прямих пов'язано лініями зв'язку.

За взаємного перетину прямих створюється деякий кут δ (рис. 4.20). Для визначення його дійсної величини достатньо перетворити комплексне креслення таким способом, щоб у новій системі площин проєкцій обидві задані прямі займали положення прямих одного й того самого рівня. Кут δ може бути в межах від 0 до 180° . Якщо δ дорівнює 0 або 180° , то прямі збігаються. А це означає, що на комплексному кресленні збігаються всі їхні однойменні проєкції.

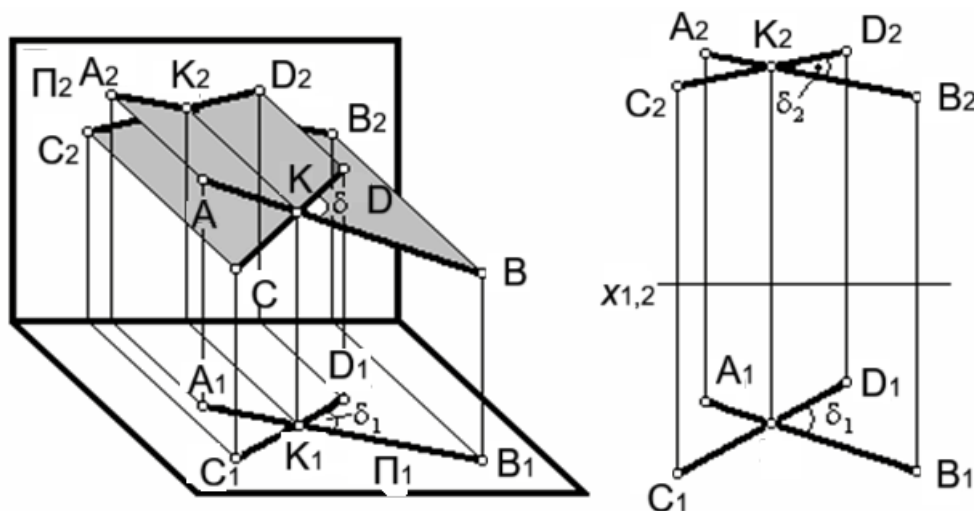


Рис. 4.20. Взаємний перетин прямих

Задані відрізки є відрізками одного й того самого профільного рівня і можуть або перетинатися, або бути паралельними. Побудуємо профільні проєкції заданих відрізків. Оскільки вони перетинаються, то в просторі перетинаються й самі відрізки. Якщо кут $\delta = 90^\circ$, то прямі є взаємно перпендикулярними. Водночас значний інтерес становлять умови, за яких цей кут проєкціюють у дійсну величину. Ці умови регламентовано теоремою: прямий кут проєкціюють у натуральну величину тільки в тому разі, якщо хоча б одна з його сторін є паралельною площині проєкцій.

Нехай заданий кут ABC (рис. 4.21) і його сторона AB є паралельною площині проєкцій Π_1 . За умовою, $AB \perp BC$ і $AB \perp BB_1$. Тому відрізок AB є перпендикулярним площині BCC_1B_1 . Але оскільки він є паралельним площині Π_1 , то $AB \parallel A_1B_1$ оскільки A_1B_1 належить цій площині. Але тоді A_1B_1 є перпендикулярним площині BCC_1B_1 , звідки випливає, що $A_1B_1 \perp B_1C_1$.

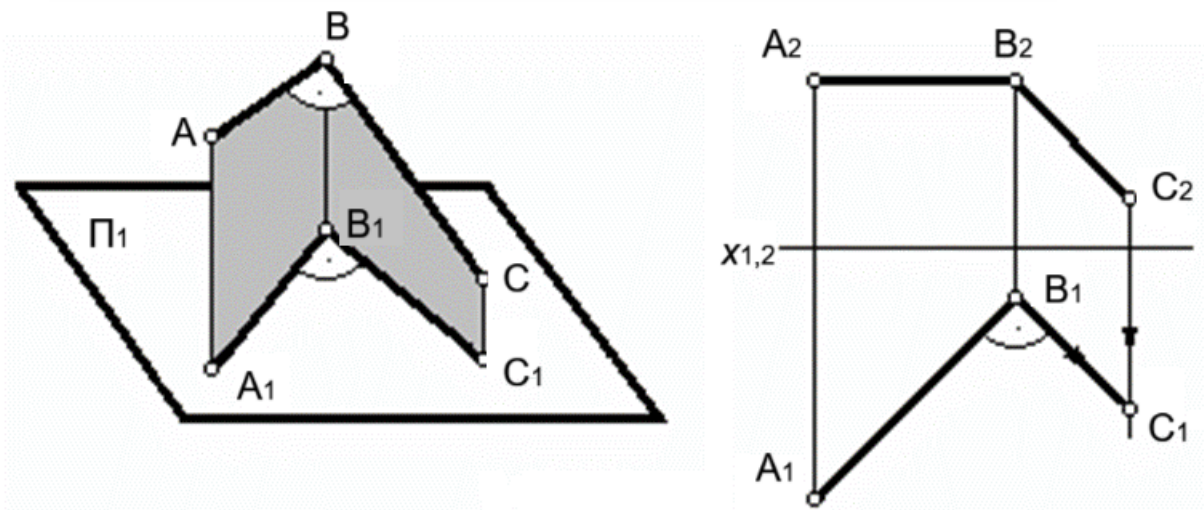


Рис. 4.21. Проєкціювання прямого кута

Наслідок: прямий кут проєкціюють у дійсну величину на ту площину проєкцій, якій є паралельною хоча б одна з його сторін.

Якщо прямі в просторі є паралельними, то, як впливає із властивості збереження паралельності, будуть паралельними і всі їхні однойменні проєкції. Водночас в окремому випадку деякі однойменні проєкції можуть збігатися. Це можливо тоді, коли обидві прямі розташовано в одній і тій самій проєкціювальній (тобто перпендикулярній площині проєкцій) площині.

Наприклад, відрізки AB і CD (рис. 4.22) належать площині Σ , перпендикулярній горизонтальній площині проєкцій Π_1 . Зауважмо, що із двох цих відрізків на Π_1 буде видимим відрізок AB , оскільки будь-яка його точка горизонтально конкурує з відповідною точкою відрізка CD і міститься водночас ближче до спостерігача.

Отже, ознакою паралельних прямих на комплексному кресленні в загальному випадку є взаємна паралельність усіх його однойменних проєкцій.

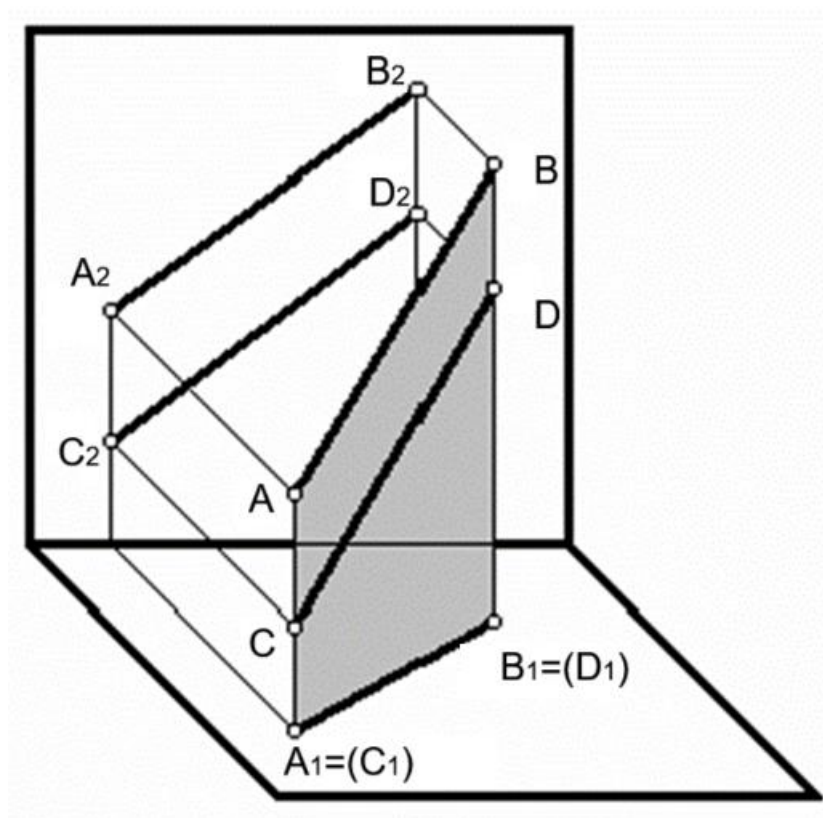


Рис. 4.22. Проєкції паралельних прямих

Для визначення відстані між паралельними прямими достатньо перетворити комплексне креслення таким способом, щоб у новій системі площин проєкцій задані прямі займали проєкціювальне положення.

Перехресними називають прямі, які не є паралельними і не перетинаються (рис. 4.23). На комплексному кресленні однойменні проєкції таких прямих можуть перетинатися, але точки їхнього перетину не лежать на одній лінії зв'язку. Побудуймо профільні проєкції заданих відрізків і переконаймося, що точки перетину фронтальних і профільних

проекцій заданих відрізків не лежать на одній лінії зв'язку. Із цього зробимо висновок, що задані відрізки є перехресними.

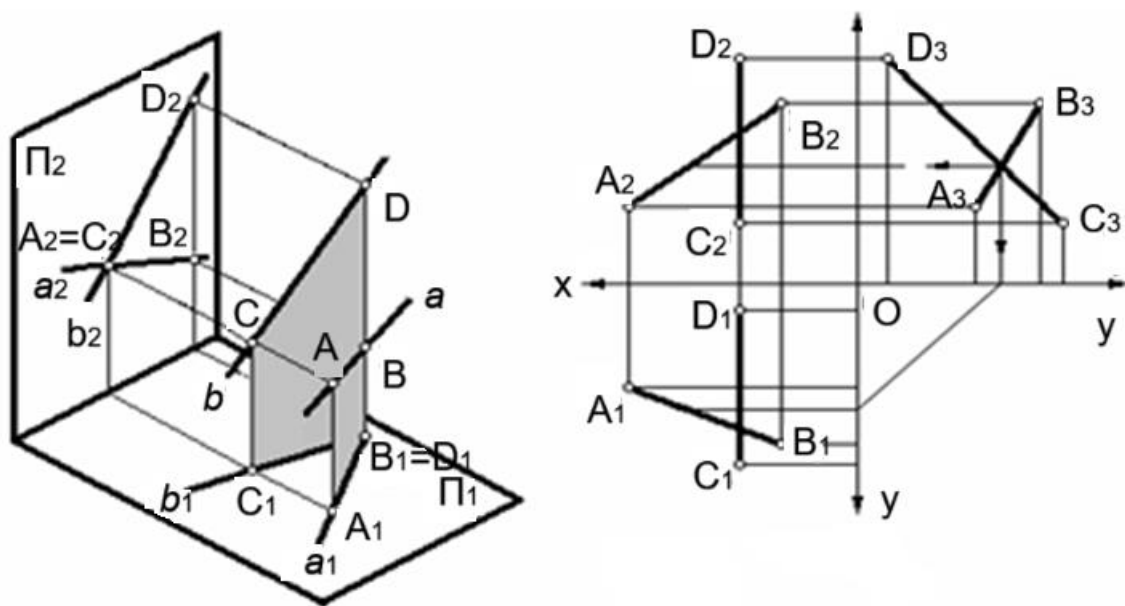


Рис. 4.23. Перехресні прямі

Зауважмо, що точки перетину однойменних проєкцій перехресних прямих є конкурентними точками щодо тієї чи тієї площини проєкцій і тому можуть бути використаними для визначення видимості.

Найкоротшою відстанню між перехресними прямими є їхній загальний перпендикуляр. Для його визначення достатньо перетворити комплексне креслення таким способом, щоб у новій системі площин проєкцій одна із заданих прямих займала проєкціювальне положення.

Практична складова до підрозділу 4

Відстань від точки до площини. Паралельність площин

Мета – набуття умінь визначення взаємного розташування прямих та площин.

Завдання 1. Визначте:

- 1) відстань від точки D до площини θ ABC;
- 2) площину Ω , паралельну площині θ ABC та віддалену від неї на відстань $d_0 / 2$;

3) видимість перпендикуляра α та площини Ω щодо площини θ , обмеженої трикутником ABC.

Задано координати точок A, B, C та D.

Виконання завдання

(Приклад виконання завдання показано на рис. 4.24)

1. Побудуймо площину θ ABC і точку D за координатами точок.

2. Для визначення відстані від точки до площини опустимо перпендикуляр l з точки D на площину θ ABC, використовуючи умову перпендикулярності прямої та площини, яка встановлює, що пряма, перпендикулярна площині, буде перпендикулярною двом прямим цієї площини, що перетинаються. Як дві прямі беремо горизонталь і фронталь, оскільки під час побудови перпендикуляра до горизонтальної площини прямі кути проєкціймо без спотворення. У наведеному прикладі l – перпендикуляр до площини ABC, отже – $l_1 \perp h_1$, а $l_2 \perp f_2$. Після того як перпендикуляр побудовано, потрібно визначити точку його перетину із площиною трикутника K, уводячи допоміжну площину Σ . Відстань від точки до площини $d = D_0K_0$ визначмо способом прямокутного трикутника.

3. Паралельну площину Ω задаймо двома січними прямими a і b , що проходять через точку L, розташовану посередині відрізка прямої DK. Використовувати умову паралельності двох площин, яка встановлює, що дві площини є паралельними, якщо дві прямі, що перетинаються, однієї площини, відповідно, є паралельними двом прямим, що перетинаються, другої площини. У цьому прикладі – $a_1 \parallel A_1B_1$; $a_2 \parallel A_2B_2$; $b_1 \parallel B_1C_1$; $b_2 \parallel B_2C_2$.

4. Видимість геометричних образів на кресленні визначмо способом конкурентних точок у прикладі завдання – точки N і C. Під час оформлення креслення слід уважати, що площина θ є обмеженою трикутником ABC, площина Ω – двома променями a і b , що виходять із точки L.

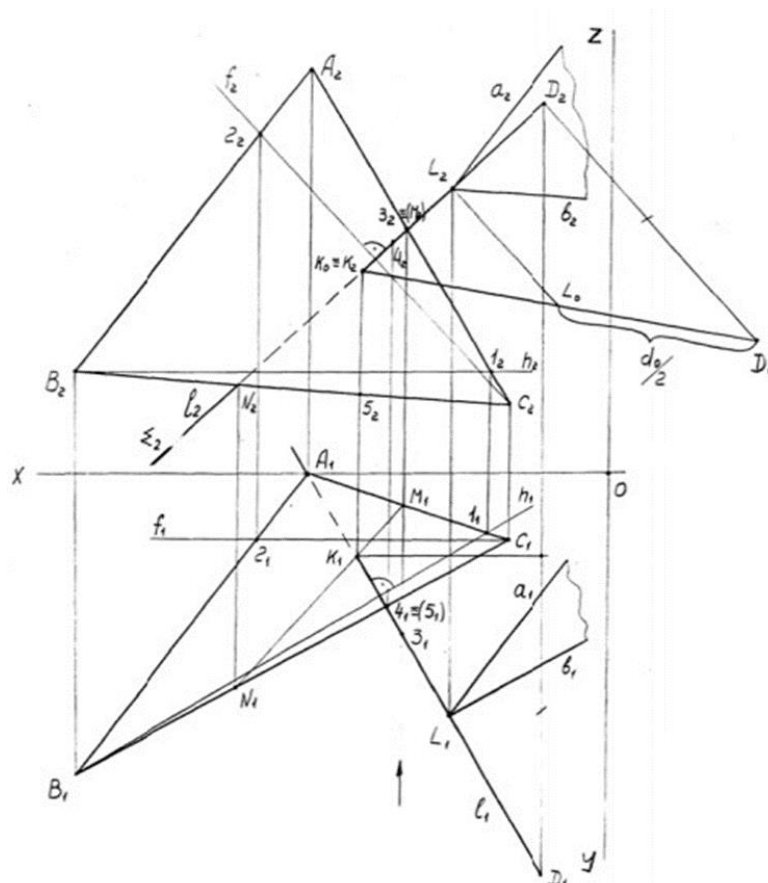


Рис. 4.24. Приклад виконання завд. 1

Завдання 2. Визначте:

- 1) багатогранник θ ABCD;
 - 2) відстань d_0 між двома ребрами багатогранника, що схрещуються, і його проєкції методом заміни площин проєкцій;
 - 3) величину кута ϕ_0 між суміжними гранями багатогранника.
- Задано координати точок A, B, C, D.

Виконання завдання

(Приклад виконання завдання показано на рис. 4.25)

1. Багатогранник ABCD побудуймо за координатами точок. Видимість ребер визначмо за допомогою конкурентних точок.
2. Для визначення відстані d_0 між ребрами, що схрещуються, комплексне креслення перетворимо так, щоб одне з них зайняло положення проєкціувальної прямої (у прикладі показано визначення відстані між ребрами, що схрещуються, AC і BD). Перетворення

креслення виконаймо так, щоб ребро BD після перетворення зайняло проєкціувальне положення. І тому вводьмо нову площину $\Pi_4 \parallel BD$ ($X_{14} \parallel B_1D_1$). Координати в нову площину Π_4 берімо із заміненої Π_2 . Потім уводьмо ще одну нову площину $\Pi_5 \perp BD$ ($X_{45} \perp B_4D_4$). Слід звернути увагу, що координати для нової площини Π_5 берімо із заміненої Π_1 .

3. Для визначення величини кута φ_0 між суміжними гранями комплексне креслення перетворімо таким способом, щоб грані зайняли проєкціувальне положення. Ребро, загальне для суміжних граней, має зайняти також проєкціувальне положення. Тому визначення кута φ_0 треба здійснити одночасно з визначенням відстані між схрещувальними ребрами. У прикладі виконання завдання показано визначення кута φ_0 між гранями BCD та ABD.

4. Проєкції відстані визначмо зворотним проєктуванням на Π_1 та Π_2 (N_4K_4 ; N_1K_1 ; N_2K_2).

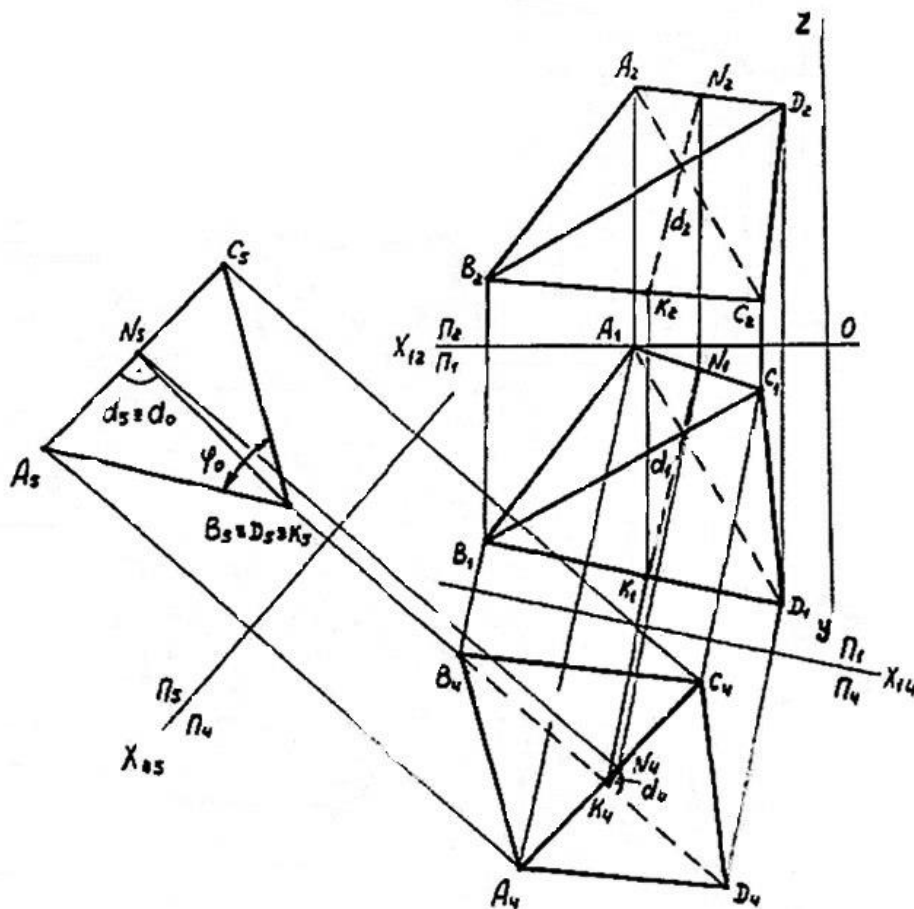


Рис. 4.25. Приклад виконання завд. 2

Контрольні запитання для самоперевірки

1. Які координати на кресленні визначають горизонтальну та фронтальну проєкції точки?
2. Як визначити положення третьої проєкції точки на безвісному кресленні, якщо відомі дві її проєкції та три проєкції іншої точки?
3. Дайте способи визначення слідів прямої та площини.
4. Які лінії площини називають головними, перелічіть характерні риси проєкцій цих ліній?
5. Які прямі та площини називають проєкціювальними, у чому полягає відмінна риса їхніх ортогональних проєкцій?

Рекомендована література: [4; 5; 7].

5. Переріз поверхонь

Мета – дати визначення наявних методів побудови ліній перерізу поверхонь площиною та перерізу поверхонь між собою.

Професійні компетентності: здатність застосовувати знання в практичних ситуаціях; здатність ухвалювати ефективні техніко-економічні рішення стосовно реалізації конкретного проекту видавничо-поліграфічної діяльності в межах видавничих, виробничих планів підприємства; розроблення нормативної та технічної документації виробничого процесу виготовлення продукції.

5.1. Переріз поверхні площиною

Під час перерізу поверхні площиною створюється *плоска лінія*, яка в загальному випадку може містити як прямолінійні, так і криволінійні ділянки й одночасно належати і поверхні, і площині. Цю лінію називають *лінією перерізу поверхні площиною*, а відрізок площини, обмежений нею – *перерізом поверхні* або *просто перерізом*. Як і будь-яку лінію, лінію перерізу поверхні площиною будують по окремих точках. Ці точки, зазвичай, визначають за допомогою площин-посередників. Серед таких

використовують площини, які під час перерізу з поверхнею дають графічно найбільш прості лінії. Найчастіше як площини-посередники використовують проєкціювальні площини та площини рівня. Порядок визначення спільних точок із допомогою площини-посередника такий. Переріжмо поверхню Θ (рис. 5.1) і задану площину Ψ площиною-посередником T .

Ця площина переріже поверхню Θ по деякій лінії m , а площину Ψ по прямій a . Точки K_1 і K_2 , які створюються під час перетину лінії m і прямої a , одночасно належать і поверхні Θ , і площині Ψ й тому належать їхні лінії перерізу l . Якщо описану процедуру повторити багаторазово (тобто взяти сімейство площин-посередників), то можна визначити таку кількість точок K^j , з'єднання яких плавною кривою лінією дозволить із достатнім ступенем точності побудувати шукану лінію l .

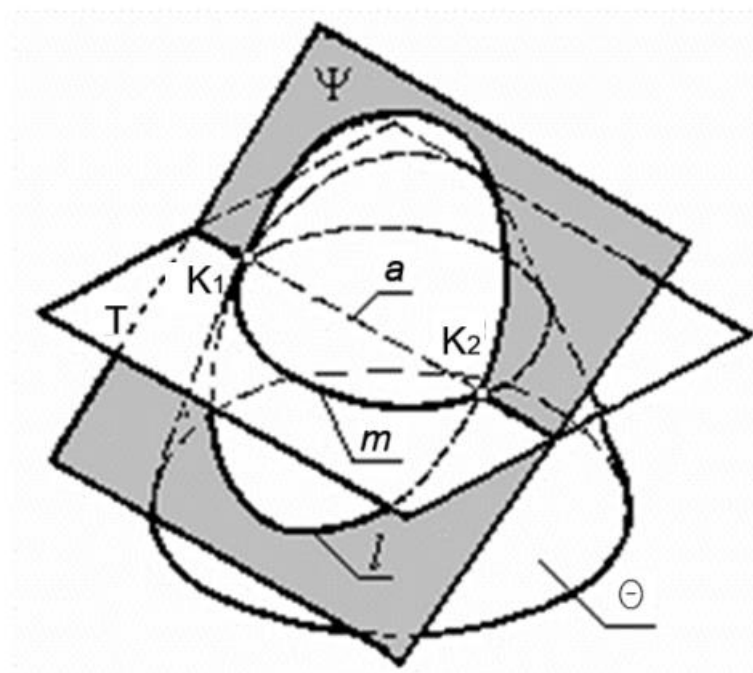


Рис. 5.1. Побудова лінії перерізу поверхні за допомогою площини-посередника

Якщо поверхня Θ або площина Ψ на комплексному кресленні займають проєкціювальне положення, то побудова лінії перерізу значно спрощується, оскільки відповідно до збірної властивості одна із проєкцій цієї лінії збігається з виродженою проєкцією поверхні або площини. У цьому разі всі інші проєкції лінії перерізу будують, використовуючи

властивість належності лінії поверхні. Тому, якщо і поверхня, і площина за умовою займають загальне положення, то перед побудовою лінії перерізу доцільно перетворити комплексне креслення таким способом, щоб у новій системі площин проєкцій хоча б один із заданих геометричних образів займав проєкціувальне положення.

Переріз є відсіком площини. Тому його дійсну величину визначають за допомогою перетворення комплексного креслення.

Розгляньмо побудову проєкції та визначення дійсної величини перерізу поверхні обертання Θ фронтально проєкціувальною площиною T (рис. 5.2).

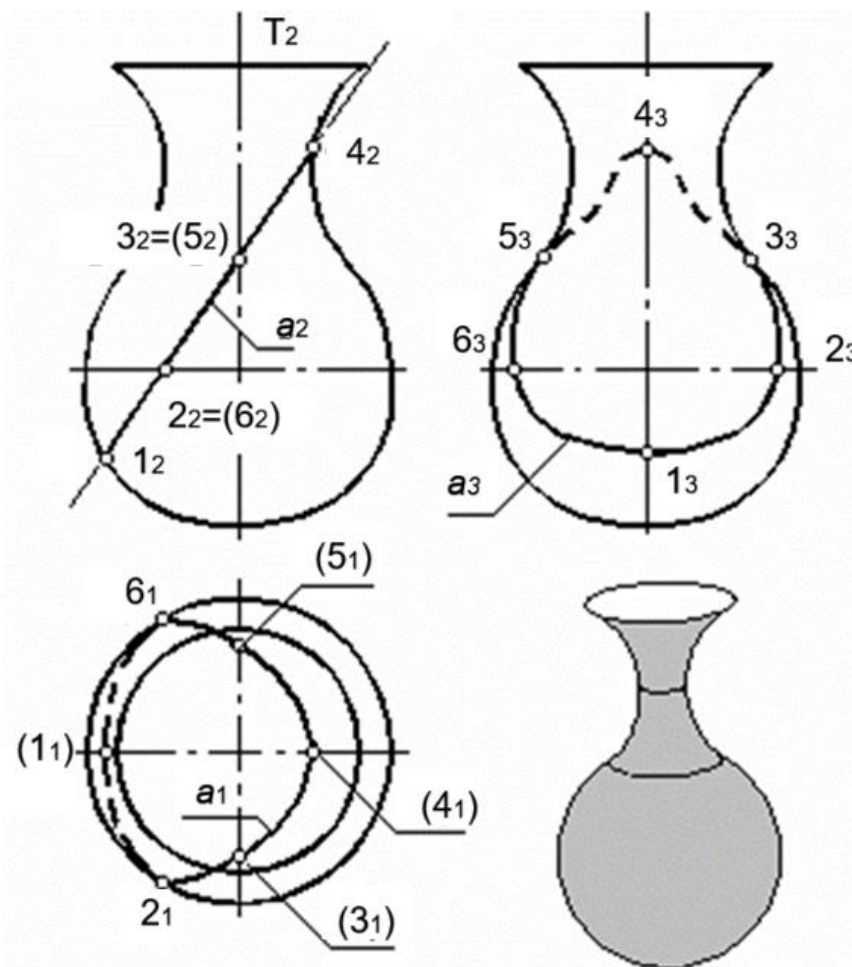


Рис. 5.2. Побудова перерізу поверхні обертання Θ фронтально проєкціувальною площиною T

Лінія перерізу поверхні площиною одночасно належить і поверхні, і площині. А оскільки вона належить проєкціувальній площині, то її фронтальна проєкція a_2 є відомою. Тому завдання зведено до побудови її горизонтальної та фронтальної проєкцій.

Результатом перерізу криволінійної поверхні площиною буде крива лінія. Тому її проєкції будують по окремих точках. Оскільки лінія **перерізу** a належить поверхні Θ , то для визначення горизонтальних проєкцій точок, що належать їй, доцільно використовувати паралелі поверхні. Для цього виберімо на фронтальній проєкції лінії ряд точок. Як опорні берімо екстремальні точки 1 і 4, точки на екваторі 2 і 6, а також точки 3 і 5 на осі симетрії фронтальної проєкції поверхні. Визначаймо їхні горизонтальні проєкції. Для уточнення лінії перерізу між опорними вибираймо довільні точки та визначаймо їхні горизонтальні проєкції (на рис. 5.2 ці точки не показано). Поєднавши однойменні проєкції всіх опорних і додаткових точок плавними кривими лініями, зважаючи на видимість, маємо горизонтальну проєкцію лінії перерізу a_1 . Будуймо профільну проєкцію a_3 шуканої лінії.

Дійсну величину перерізу визначаймо за допомогою перетворення комплексного креслення (рис. 5.3). Для цього через центр горизонтальної проєкції поверхні проведемо координатну вісь x , уводьмо нову координатну вісь $s_{2,4}$ і перетворімо комплексні креслення всіх опорних і додаткових точок. З'єднаймо визначені точки плавною кривою й маємо шуканий переріз.

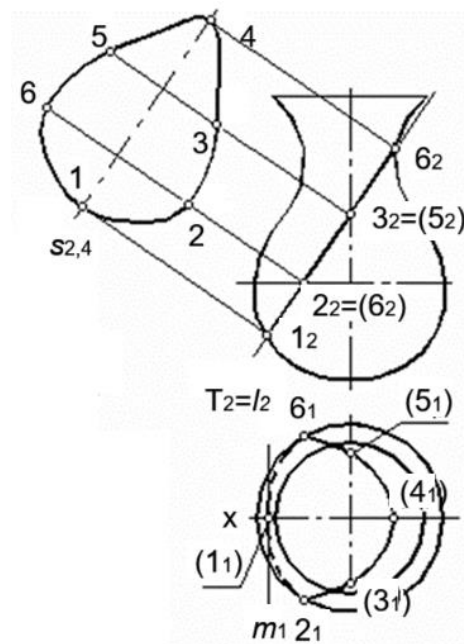


Рис. 5.3. Визначення дійсної величини перерізу

Побудоване комплексне креслення має невпорядкований характер. Цього здебільшого можна уникнути, якщо для побудови перерізу використовувати спосіб заміни площин проєкцій у неявному вигляді.

Поздовжні розміри перерізу проєкціюють у дійсну величину на фронтальну площину проєкцій, а поперечні – на горизонтальну. Тому в площині перерізу через точку 1 проведемо фронтально проєкціювальну пряму m і пряму фронтального рівня l . Вони створюють у площині перерізу прямокутну систему координат. Тепер переріз можна будувати загальновідомим координатним способом у будь-якому місці креслення з довільною орієнтацією.

Переріз є ефективним засобом вивчення внутрішньої структури комбінованих поверхонь, тобто складних поверхонь, які можна розглядати як сукупність простіших. Водночас істотну допомогу може надати знання типових перерізів простих поверхонь. Тому розглянемо переріз деяких поверхонь що найбільш часто трапляються. У всіх наведених далі прикладах січну площину задано в проєкціювальному положенні, оскільки завжди можна заздалегідь, використовуючи метод заміни площин проєкцій, перетворити комплексне креслення так, щоб у новій системі площин проєкцій січна площина зайняла саме це положення.

Перерізом сфери є коло (рис. 5.4). Переріжмо сферу Θ фронтально проєкціювальною площиною T . Із центра сфери O опустімо перпендикуляр на січну площину. Нехай його основою буде точка D . На лінії перетину a візьмемо довільну точку A . Якщо тепер з'єднати точки A , D і O , то маємо прямокутний трикутник ADO із прямим кутом у точці D . Його гіпотенузою буде радіус сфери R , одним катетом – відстань січної площини від центра сфери h , а другим – величина r . Відповідно до теореми Піфагора, $r^2 = R^2 - h^2$. Права частина наведеного рівняння залишається постійною для будь-якої точки лінії a . Але тоді й ліва частина рівняння для будь-якої її точки залишається постійною. А це означає, що всі точки лінії a розміщено на однаковій відстані від точки D , що є ознакою кола. Для її побудови достатньо визначити діаметр. Якщо січна площина T є проєкціювальною, то дійсну величину діаметра кола визначають як відстань між точками 1_2 і 2_2 перерізу сфери площиною.

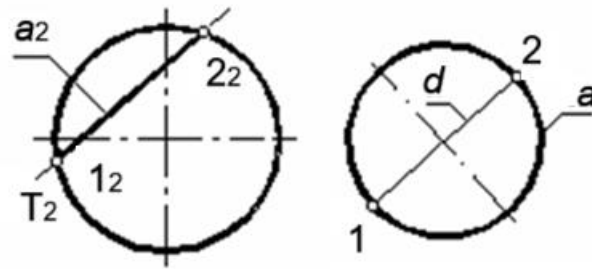


Рис. 5.4. Переріз сфери фронтально проєкціувальною площиною

Перерізом прямого кругового циліндра є коло, еліпс або прямокутник. Якщо січна площина є перпендикулярною його осі, то перерізом буде *коло*, діаметр якого дорівнює діаметру кола основи.

Бельгійським математиком Данделеном (1794 – 1847) доведено, що якщо січна площина перетинає всі твірні та водночас не є перпендикулярною і паралельною їм, то перерізом прямого кругового циліндра буде еліпс (рис. 5.5). Для його побудови достатньо визначити осі. Безпосередньо з рис. 5.5 видно, що велика вісь еліпса дорівнює відстані між точками 1_2 і 3_2 перерізу фронтального вигляду циліндра проєкцією площини, а мала – його діаметру.

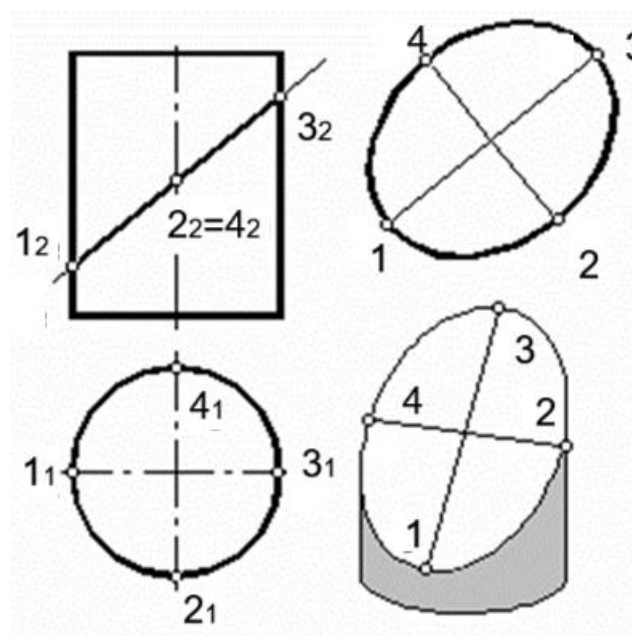


Рис. 5.5. Переріз прямого кругового циліндра площиною

Якщо площину не в повному обсязі перерізає циліндр, то його перерізом буде частина еліпса (рис. 5.6). У таких випадках доцільніше подумки доповнити циліндр до повного перерізу і побудувати еліпс, а потім відкинути його фіктивну частину, ніж будувати фактичну частину еліпса по окремих точках.

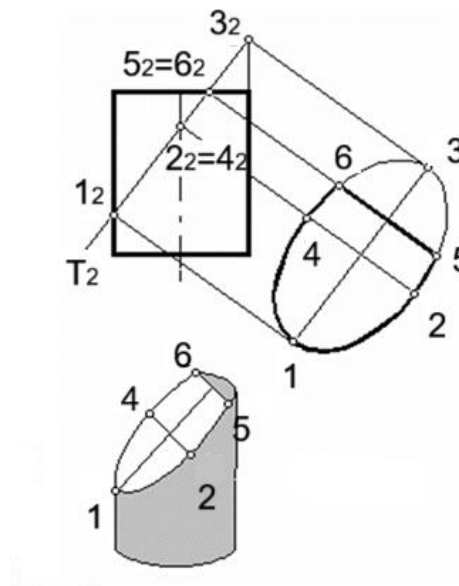


Рис. 5.6. Переріз циліндра площиною не в повному обсязі

Довжина великої осі еліпса залежить від кута нахилу січної площини до твірної. Під час зменшення цього кута велика вісь еліпса збільшується (рис. 5.7а), а мала вісь залишається незмінною. Якщо цей кут є прямим, еліпс вироджується в коло, якщо дорівнює нулю – у прямокутник (рис. 5.7б).

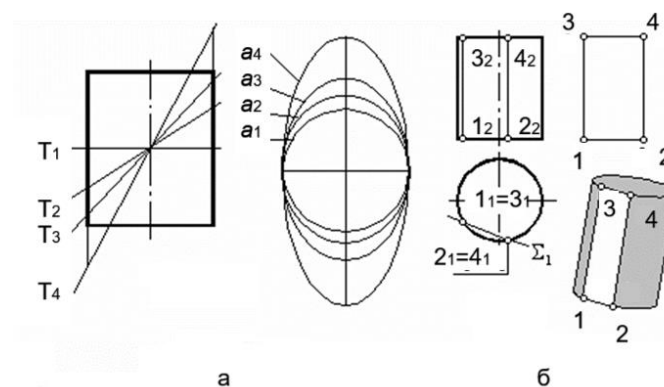


Рис. 5.7. Залежність величини еліпса від кута нахилу січної площини

Ширина прямокутника дорівнює відстані між точками 1_1 і 2_1 , у яких січна площина перерізає горизонтальний вигляд циліндра, а висота дорівнює висоті циліндра. Якщо січну площину переміщати паралельно самій собі, то ширина перерізу буде змінюватися в межах від діаметра циліндра (якщо січна площина буде проходити через його вісь) до нуля. В останньому випадку січна площина стає дотичною до циліндра, а переріз вироджується в пряму.

Перерізом прямої призми завжди буде багатокутник. Якщо січна площина перерізає всі ребра призми, то багатокутник буде мати кількість вершин, яка дорівнює кількості її ребер. Тому перерізом шестигранної призми фронтально проєкціовальної площини T (рис. 5.8а) буде витягнутий шестикутник.

Якщо січна площина в повному обсязі перерізає призму, то маємо тільки частину багатокутника. У таких випадках має сенс подумки доповнити призму до повного перерізу, побудувати переріз, а потім відкинути його фіктивну частину (рис. 5.8б).

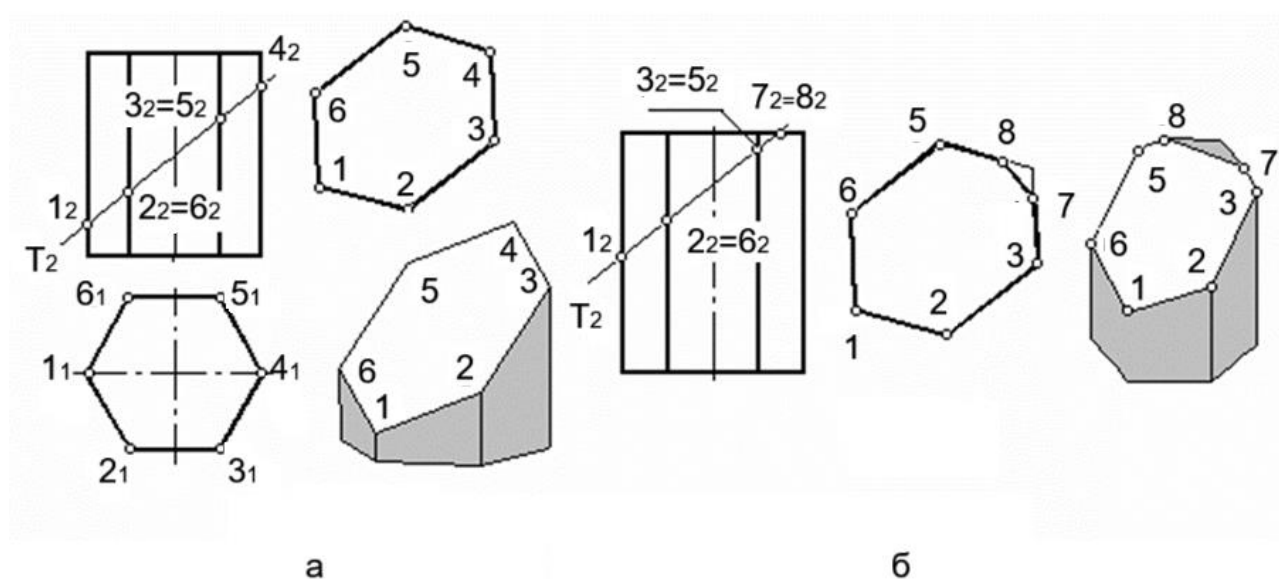


Рис. 5.8. Переріз прямої призми площиною

У результаті перерізу конуса площиною можна мати трикутник, коло, еліпс, параболу або гіперболу.

Якщо січна площина проходить через вершину конуса (рис. 5.9а), то вона його перерізає по двох твірних, у результаті чого ми маємо

трикутник. Параметри цього трикутника залежать від кута нахилу січної площини до осі конуса. Якщо цей кут є максимальним, то січна площина вироджується в дотичну площину, а трикутник – у твірну. Якщо цей кут дорівнює нулю, то січна площина проходить через вісь конуса і в перерізі маємо трикутник, конгруентний фронтальному вигляду конуса.

Якщо січна площина є перпендикулярною осі конуса, то його перерізом буде *коло*. Дійсно, у цьому разі січна площина Γ буде перерізати конус по паралелі (рис. 5.9б). Водночас діаметр кола буде залежати від положення січної площини по висоті та визначатися відстанню між точками 1_2 і 3_2 , у яких січна площина перерізає твірну конуса, і буде міститися в межах від нуля до величини, що дорівнює діаметру основи конуса.

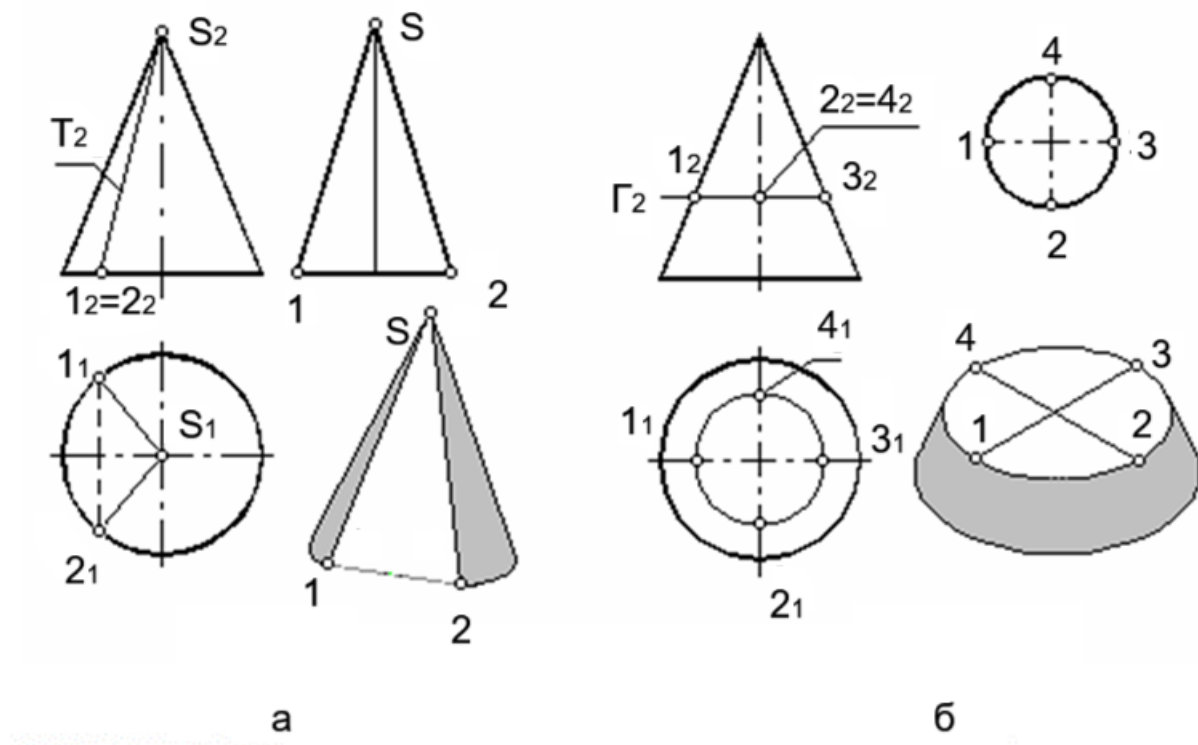


Рис. 5.9. Переріз конуса площиною

Данделеном доведено, що якщо січна площина перерізає всі твірні та водночас не є перпендикулярною його осі, а також не є паралельною одній або двом твірним, то перерізом конуса буде *еліпс*. Велика вісь еліпса є відрізком фронтального рівня, що визначають відстанню між

точками 1_2 і 3_2 , у яких січна площина перерізає твірні. Оскільки мала вісь еліпса належить січній площині та є перпендикулярною великій осі, то вона займає фронтально проєкціувальне положення.

Якщо кут нахилу січної площини до осі конуса збільшують, то параметри еліпса зменшують. Якщо січна площина є перпендикулярною осі, еліпс вироджується в *коло*.

Якщо кут нахилу січної площини до осі конуса зменшують, то параметри еліпса збільшують. Данделеном доведено, що якщо січна площина є паралельною одній твірній, еліпс вироджується в *параболу*.

Якщо січна площина є фронтально проєкціувальною (рис. 5.10), то фронтальна проєкція параболи вироджується у відрізок прямої, обмежений точками основи конуса $1_2 \equiv 5_2$ і вершини 3_2 . Параболу будують по окремих точках. Для цього на фронтальній проєкції вибирають проєкції ряду точок що належать їй. Визначають їхні горизонтальні проєкції, а потім будують переріз.

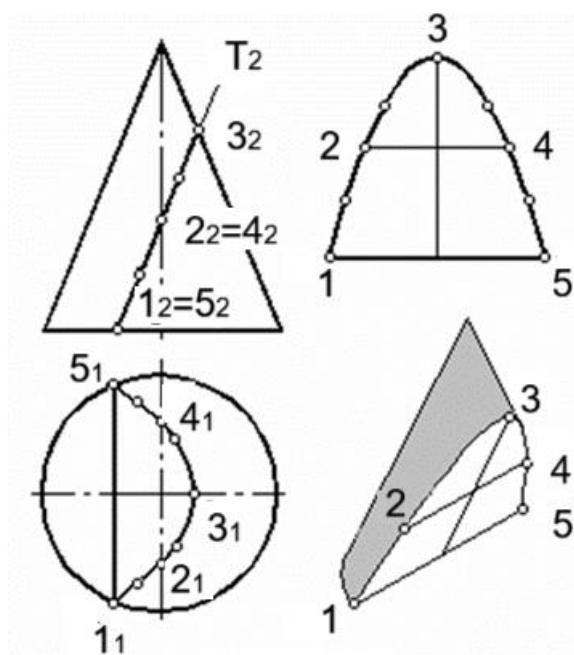
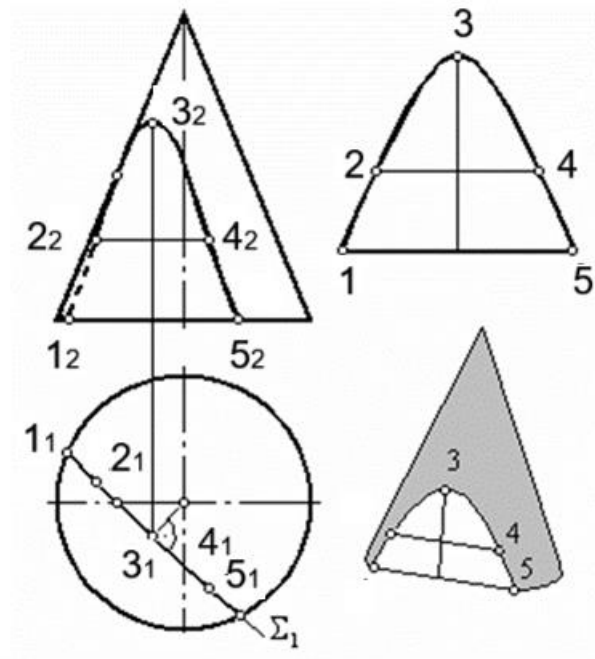


Рис. 5.10. Переріз конуса фронтально проєкціувальною площиною

Якщо *гіпербола* належить фронтально проєкціувальній площині, то порядок її побудови є аналогічним порядку побудови параболи. Якщо гіпербола належить горизонтально проєкціувальній площині Σ_1

(рис. 5.11), то її горизонтальна проекція є обмеженою точками 1_1 та 5_1 . Виберімо на ній проекції точок, визначмо їхні фронтальні проекції, а потім побудуємо переріз. Водночас в обов'язковому порядку потрібно вибрати вершину гіперболи 3, горизонтальну проекцію якої розміщено посередині між точками 1_1 та 5_1 .



**Рис. 5.11. Переріз конуса горизонтально
проекціовальною площиною**

Із розглянутого випливає, що перерізи конуса (крім перерізу через вершину) зі зміною кута нахилу січної площини до його осі плавно переходять з одного в інше. Якщо коло розглядати як вироджений еліпс, то зона всіх цих перерізів складається із зон гіпербол і еліпсів, що чергуються, межами між якими є параболи.

Перерізом піраміди є *багатокутник*. Для його побудови достатньо визначити точки перерізу січної площини з ребрами та з'єднати їх між собою відрізками прямих.

Якщо січна площина перерізає всі ребра, то перерізом піраміди буде багатокутник із кількістю вершин, що дорівнює кількості ребер (рис. 5.12а). Якщо січна площина перерізає не всі ребра, то перерізом

буде багатокутник із кількістю вершин, яка залежить від конкретного положення січної площини (рис. 5.126).

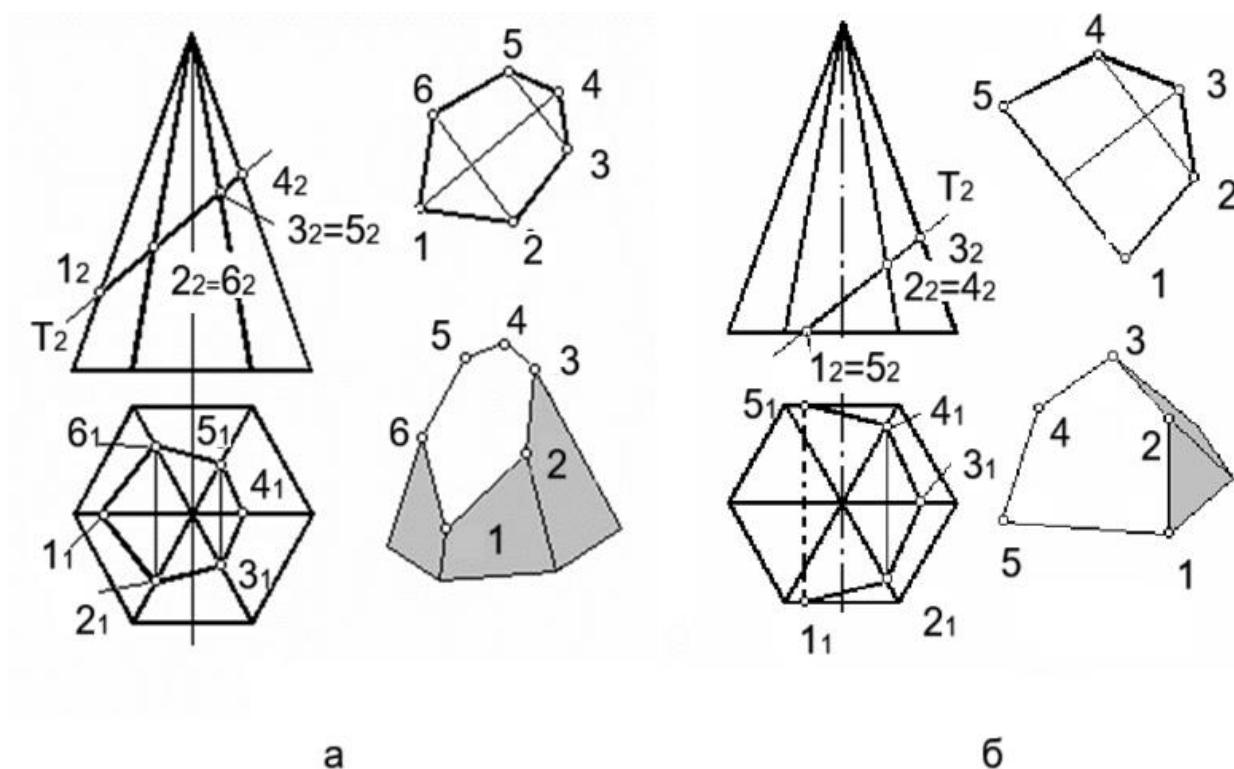


Рис. 5.12. Переріз піраміди площиною

Під час збільшення кута нахилу січної площини до висоти піраміди багатокутник буде змінюватися і, коли січна площина стане паралельною основі, буде йому подібним.

Тор є поверхнею обертання, тому його переріз площиною, перпендикулярний осі (на рис. 5.13 це горизонтальна площина рівня Г), буде *кільце*, діаметри зовнішнього і внутрішнього кіл якого визначають положенням січної площини. У граничних випадках вони збігаються (якщо січна площина вироджується в дотичну) або набирають значення екватора і горла (якщо січна площина проходить через центр твірного кола).

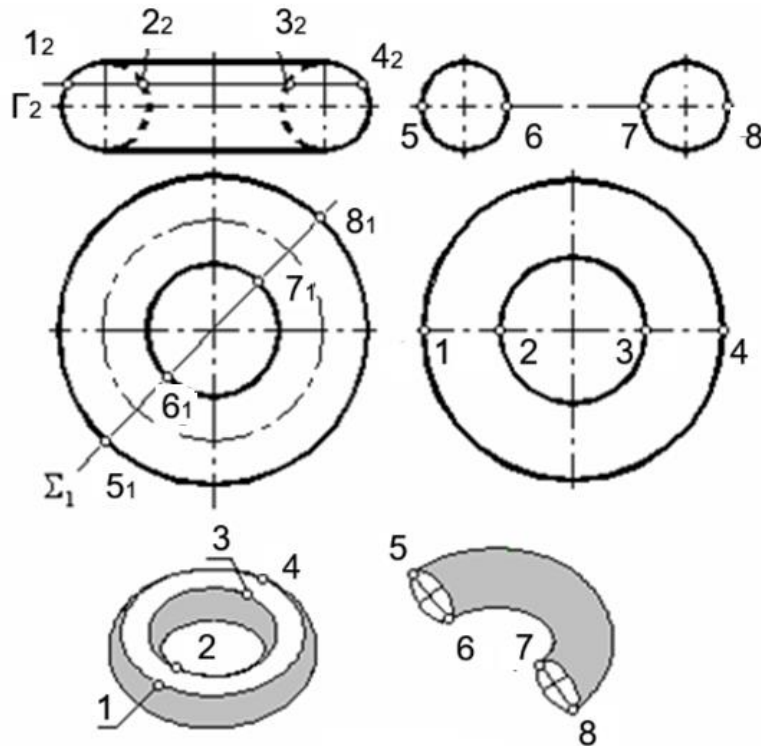


Рис. 5.13. Переріз тора площиною

Якщо січна площина проходить через вісь тора, то його перерізом буде два кола з діаметрами, що дорівнює діаметру твірного кола. Якщо січна площина Σ є паралельною осі тора, але не проходить через неї, то його перерізом будуть так звані *лінії Персея*.

Під час побудови перерізів комбінованих поверхонь доцільно спочатку побудувати повні перерізи всіх вхідних до їхнього складу простих поверхонь, а потім визначити контур шуканого перерізу. Якщо січна площина займає в просторі загальне положення, то доцільно спочатку перейти в систему площин проєкцій, у якій вона буде займати положення проєкціювальної, а потім уже будувати переріз.

5.2. Перетин поверхні прямою

Якщо пряма перетинає поверхню, то створюють їхні загальні точки. Ці точки називають *точками проникнення*, а пряму – *січною*. Кількість точок перетину залежить від характеру заданої поверхні та її взаємного положення із січною прямою. Загальний метод побудови точок проникнення полягає в тому, що через пряму l проводять січну площину Ψ , будують лінію перетину заданої поверхні Θ цієї площиною і визначають точки перетину прямої l із лінією a (рис. 5.14). Водночас, зазвичай, як січну беруть проєкціювальну площину T .

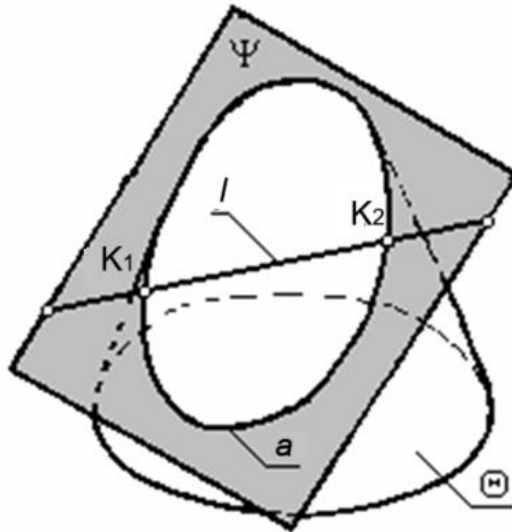


Рис. 5.14. Перетин поверхні прямою

Завдання: визначте точки проникнення поверхні обертання Θ прямої l (рис. 5.15). Через пряму l проводьмо фронтально проєкціювальну площину T . Визначаймо фронтальну проєкцію a_2 і будуймо горизонтальну проєкцію a_1 лінії перерізу a поверхні Θ площиною T .

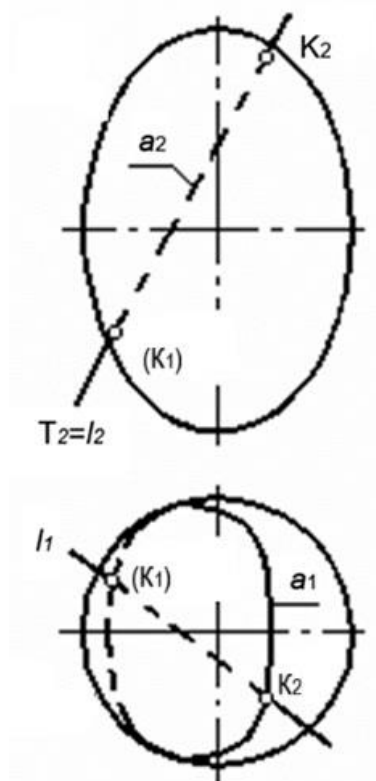


Рис. 5.15. Визначення точки проникнення поверхні обертання Θ прямою l

На перетині горизонтальних проєкцій a_1 і l_1 визначаймо горизонтальну проєкцію K_1 точки проникнення K . Скориставшись властивістю належності, визначаймо фронтальну проєкцію K_2 цієї точки.

Визначаймо видимість ділянок прямої l щодо поверхні Θ (водночас поверхню вважаймо непрозорою). Для цього встановлюймо видимість точок проникнення. Фронтальною межею видимості поверхні Θ є її головний меридіан. Точку K_2 розміщено перед головним меридіаном, а точку K_1 – за ним. Тому фронтальна проєкція K_2 точки K буде видимою, а фронтальна проєкція K_1 – невидимою.

Отже, фронтальна проєкція l_2 прямої l буде видимою праворуч згори тільки до точки K_2 , а ліворуч – лівіше від нарису поверхні. Горизонтальним кордоном видимості є екватор поверхні. Точка K_1 розташована під площиною екватора, а точка K_2 – над нею.

Тому горизонтальна проєкція K_1 точки K буде невидимою, а горизонтальна проєкція – видимою.

Отже, горизонтальна проєкція l_1 прямої l буде видимою ліворуч до горизонтального контуру поверхні, а також правіше від точки K_1 .

Розгляньмо визначення точок проникнення сфери прямою j (рис. 5.16). Пряма j є фронтально проєкціювальною прямою. Через неї проводьмо горизонтальну площину рівня Γ . Вона перерізає сферу по паралелі a . На перетині горизонтальних проєкцій паралелі й заданої прямої маємо горизонтальні проєкції точок проникнення K_1 і L_1 . Визначаймо їх фронтальні проєкції K_2 і L_2 .

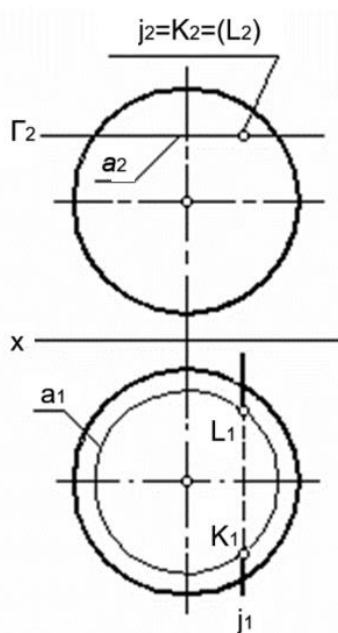


Рис. 5.16. Визначення точок проникнення сфери прямою j

Горизонтальною межею видимості є екватор сфери. Задану пряму розташовано над площиною екватора, тому горизонтальні проєкції обох точок проникнення є видимими.

Отже, невидимою буде тільки частина прямої, яка міститься всередині сфери. Оскільки задана пряма є фронтально проєкціювальною, то питання видимості її ділянок на фронтальній площині проєкцій не має сенсу.

Визначте точки проникнення тригранної піраміди прямої l (рис. 5.17).

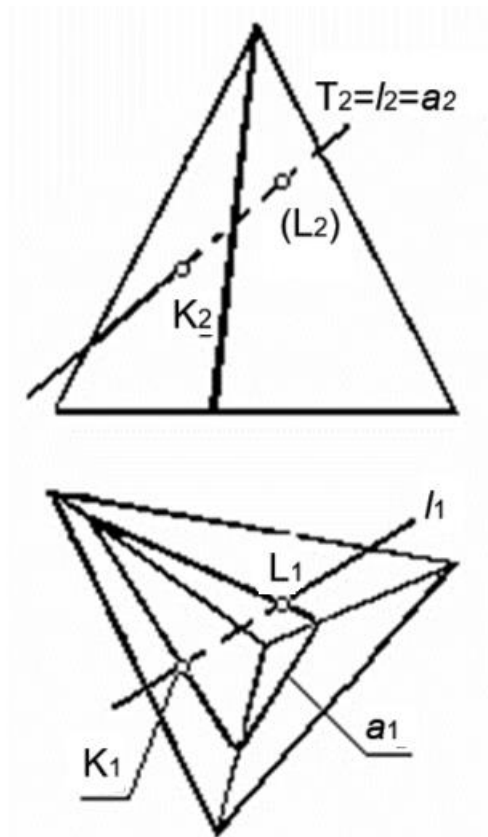


Рис. 5.17. **Визначення точок проникнення тригранної піраміди прямою l**

Через пряму проводимо фронтально проєкціювальну площину T . Вона перетинає піраміду по лінії a . На перетині горизонтальних проєкцій цієї та заданої ліній визначаймо горизонтальні проєкції точок перетину K_1 і L_1 . Визначаймо їхні фронтальні проєкції K_2 і L_2 .

Горизонтальною межею видимості є основа піраміди, тому горизонтальні проєкції обох точок перетину є видимими.

Отже, невидимим буде тільки ділянка горизонтальної проєкції прямої, яка міститься всередині піраміди. Фронтальною межею видимості є бічні ребра піраміди. Точка K належить лівій передній грані, а точка L –

задній грані. Тому фронтальна проекція першої з них буде видимою, а другої – невидимою.

Отже, фронтальна проекція прямої буде видимою лівіше від точки K_2 і правіше від фронтального контуру поверхні.

Аналогічно визначають і точки перетину прямої з комбінованою поверхнею.

У загальному випадку точність визначення точок проникнення визначено точністю побудови лінії перерізу поверхні допоміжною площиною. Підвищити цю точність в ряді випадків можна через перехід від лінії перетину довільної кривизни до графічно простої лінії, наприклад, кола. В окремих випадках реалізувати цю ідею можна через перехід в іншу систему площин проекцій.

Розгляньмо визначення точок проникнення сфери Θ прямої l (рис. 5.18). Перерізом сфери є *коло*. Але якщо відразу застосувати загальний метод, то проекція перерізу буде становити *еліпс*, для побудови якого з достатнім ступенем точності потрібно визначити ряд точок.

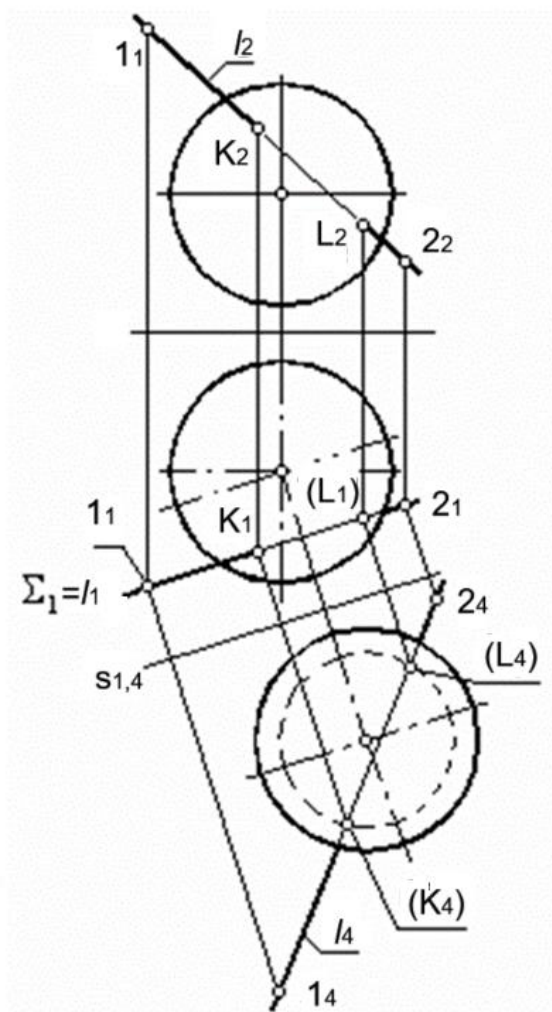


Рис. 5.18. Визначення точок проникнення сфери Θ прямою l

Цього можна уникнути, якщо попередньо перейти із системи площин проєкцій $\Pi_1 : \Pi_2$ в таку систему $\Pi_1 : \Pi_4$, у якій пряма l буде займати положення лінії рівня. Тепер у системі площин проєкцій $\Pi_1 : \Pi_4$ можна визначити точки проникнення загальним методом, а потім – їхні фронтальні проєкції.

Після перетворення комплексного креслення проведімо через горизонтальну проєкцію прямої l_1 горизонтально проєкціювальну площину Σ . Вона переріже задану сферу по колу, яка буде проєкціюватися на Π_4 в дійсну величину. Далі визначмо проєкції K_4 і L_4 , а потім горизонтальні та фронтальні проєкції точок проникнення K і L .

5.3. Перетин поверхні із кривою

За взаємного перерізу поверхонь у загальному випадку створюється складна просторова лінія, яку називають *лінією перерізу* поверхонь. Ступінь складності цієї лінії залежить від ступеня складності січних поверхонь і їхнього взаємного положення.

Лінію перерізу поверхонь будують по окремих точках. Загальний метод побудови цих точок полягає у використанні поверхонь посередників. Його сутність полягає в тому, що (рис. 5.19) обидві задані поверхні Θ і Ω одночасно перерізаються третьою поверхнею-посередником Ψ і дають, відповідно, лінії a і b з кожної з них. Ці лінії належать одній і тій самій поверхні Ψ , тому вони перетинаються в точках, що належать лінії перерізу заданих поверхонь. Багаторазово повторюючи описану процедуру зі зміною положення поверхні-посередника Ψ , можна мати безліч таких точок. Поєднавши їх плавною кривою, маємо шукану лінію перерізу.

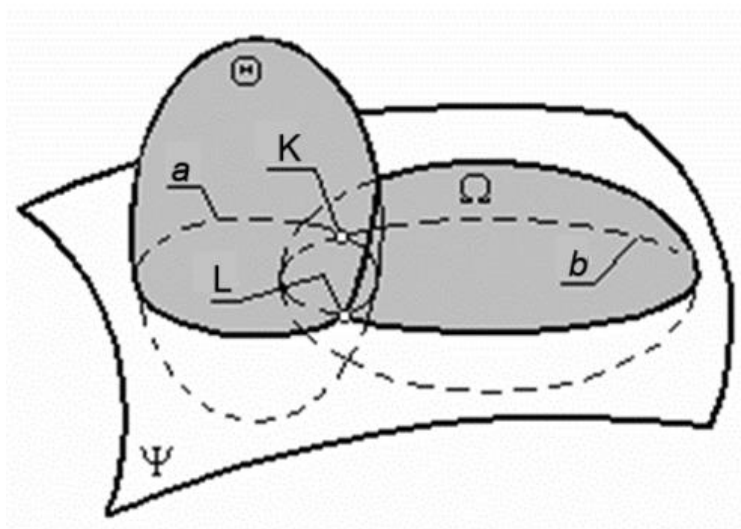


Рис. 5.19. Переріз двох поверхонь

Як поверхні-посередники може бути використано будь-які поверхні або площини, однак доцільно вибирати ті з них, які дозволяють мати, із погляду графіки, найбільш прості лінії перетину із заданими поверхнями. Тому найчастіше як поверхні-посередники використовують площини або сфери. У зв'язку із цим є кілька способів побудови лінії перерізу поверхонь.

Спосіб площин-посередників. Застосовують, якщо обидві поверхні можна одночасно перерізати сімейством площин по графічно простих лініях. Побудуйте дві проекції лінії перерізу півсфери та прямого кругового конуса (рис. 5.20).

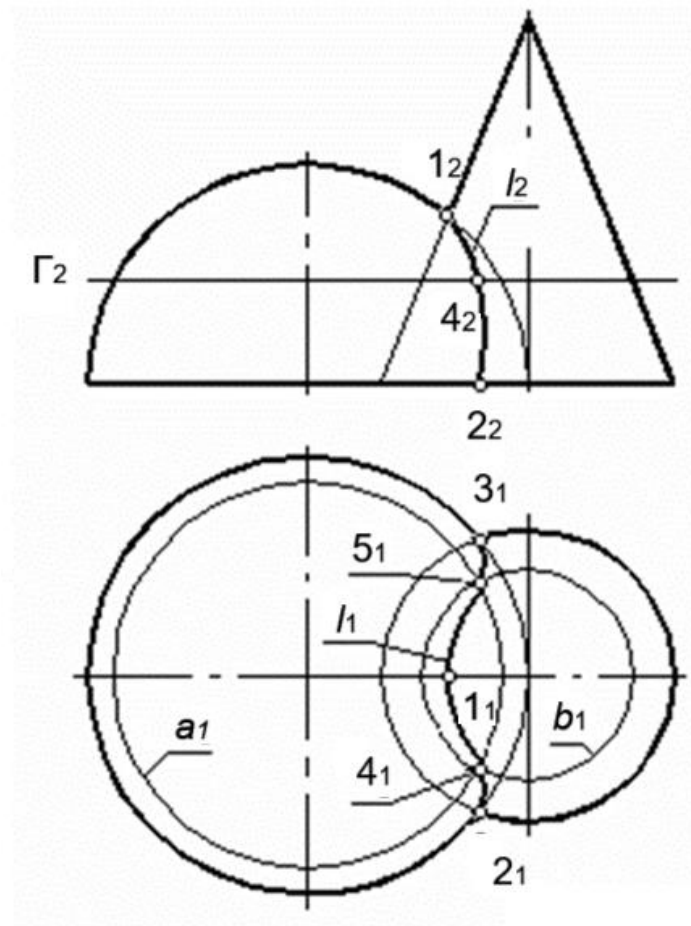


Рис. 5.20. Побудова лінії перерізу півсфери та прямого кругового конуса

Для побудови лінії взаємного перерізу заданих поверхонь доцільно використовувати сімейство площин-посередників горизонтального рівня:

вони будуть одночасно перерізати обидві поверхні по паралелях, на перерізі яких і будуть міститися шукані точки.

Вибираймо опорні точки. Оскільки обидві задані поверхні мають загальну площину симетрії, паралельну фронтальній площині проєкції, то їхні фронтальні меридіани будуть перетинатися в точці 1_2 , яку візьмімо як опорну. Основи обох заданих поверхонь належать одній і тій самій площині горизонтального рівня, тому вони будуть перерізатися в точках 2_1 і 3_1 , які також зарахуємо до опорних. Визначмо відсутні проєкції опорних точок.

Будьмо вважати, що для досягнення заданої точності побудови лінії взаємного перерізу між опорними точками по висоті достатньо визначити по одній додатковій точці.

Задаймо площину горизонтального рівня Γ_2 , яка проходить по висоті приблизно посередині між опорними точками. Вона перереже задані поверхні по паралелях a і b . На перетині їхніх горизонтальних проєкцій a_1 і b_1 маємо горизонтальні проєкції 4_1 і 5_1 додаткових точок 4 і 5. Визначмо фронтальні проєкції цих точок $4_2 \equiv (5_2)$. Аналогічно можна визначити будь-яку кількість додаткових точок.

З'єднуймо однойменні проєкції всіх опорних і додаткових точок плавними кривими й маємо відповідні проєкції лінії перетину заданих поверхонь.

Горизонтальною межею видимості для лінії перерізу є основи півсфери та конуса. А оскільки вся лінія перерізу l міститься вище від межі видимості, то вся її горизонтальна проєкція 1_1 буде видимою. Фронтальною межею видимості є головні меридіани заданих поверхонь. Тому видимою буде тільки половина фронтальної проєкції лінії перерізу від точки 2_2 до точки 1_2 .

Якби за умовою загальна площина симетрії заданих поверхонь була паралельною фронтальній площині проєкцій, то виникли б проблеми з визначенням найбільш високої опорної точки 1_2 . Тому спочатку слід було б перетворити комплексне креслення так, щоб звести умову завдання до розглянутого раніше випадку, а вже потім виконувати завдання.

Якщо одна із заданих поверхонь є проєкціювальною, то побудову лінії взаємного перерізу зведено до побудови лінії на поверхні.

Побудувати три проєкції лінії перерізу прямого кругового конуса з наскрізним призматичним отвором (рис. 5.21). Призма займає

фронтально проєкціювальне положення, тому фронтальна проєкція лінії взаємного перерізу конуса призмою є відомою: вона збігається з фронтальним контуром призми. Нагадаймо, що лінія взаємного перерізу одночасно належить обом поверхням. Тому для побудови її горизонтальної проєкції доцільно використовувати конус. Водночас як опорні слід узяти характерні точки фронтального контуру призми 1, 3 і 4 та точку 2, розташовану в площині профільного меридіана конуса, а також симетричні їм щодо головного меридіана невидимі точки.

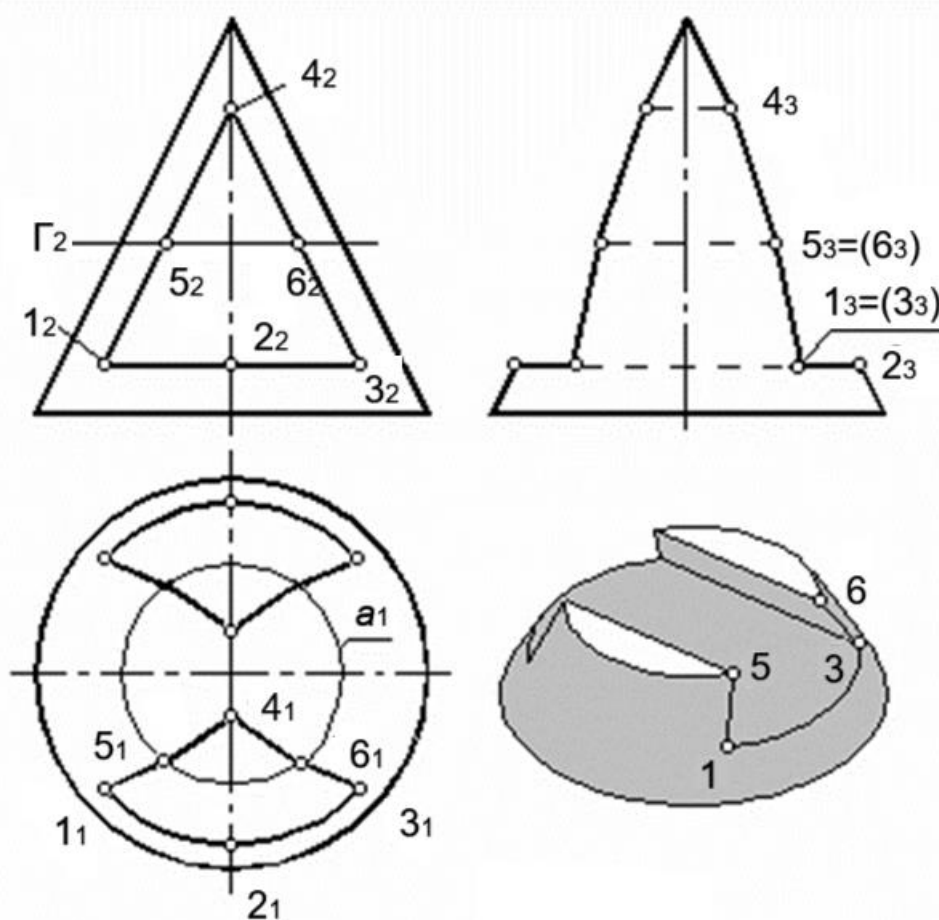


Рис. 5.21. Переріз прямого кругового конуса з наскрізним призматичним отвором

У нашому випадку має місце повний переріз конуса призмою, тому їхня лінія перерізу розпадається на дві симетричні гілки відносно площини головного меридіана.

Горизонтальною межею видимості для лінії перерізу є основа конуса. Тому вся горизонтальна проєкція лінії взаємного перерізу є видимою. Фронтальною межею видимості є головний меридіан конуса, тому

на фронтальній площині проєкцій видимою буде лише передня гілка лінії перерізу. Профільною межею видимості є профільний меридіан конуса. Тому на профільній площині проєкцій видимою будуть тільки частини обох гілок лінії перерізу, які містяться перед площиною профільного меридіана.

Завдання істотно спрощується, якщо обидві задані поверхні є гра-
нями. Тоді їхні межі перерізаються по прямих і тому для побудови лінії
їхнього взаємного перерізу достатньо визначити тільки опорні точки.

У ряді випадків неможливо підібрати таке сімейство проєкціюваль-
них площин-посередників або сімейство площин-посередників рівня,
площини якого одночасно перерізають б обидві задані поверхні по гра-
фічно простих лініях. Однак можна підібрати таке сімейство площин-
посередників загального положення, яке відповідало б заданій умові.
Особливо є ефективним цей підхід під час побудови ліній взаємного
перерізу конічних і циліндричних поверхонь.

Щоб площину одночасно перерізали два конуси по твірних, потріб-
но, щоб вона проходила через їхні вершини. Якщо конуси перерізаються,
то твірні одного конуса, які лежать у цій площині, будуть перетинатися
із твірними іншого конуса і мати точки, що належать їхній лінії перерізу.
Задати таку площину можна двома січними прямими. Водночас одна
з них має проходити через вершини конусів, а друга – перерізати їхні
основи. Тому основи конусів мають належати одній і тій самій площині.
Нехай це буде горизонтальна площина проєкцій Π_1 (рис. 5.22).

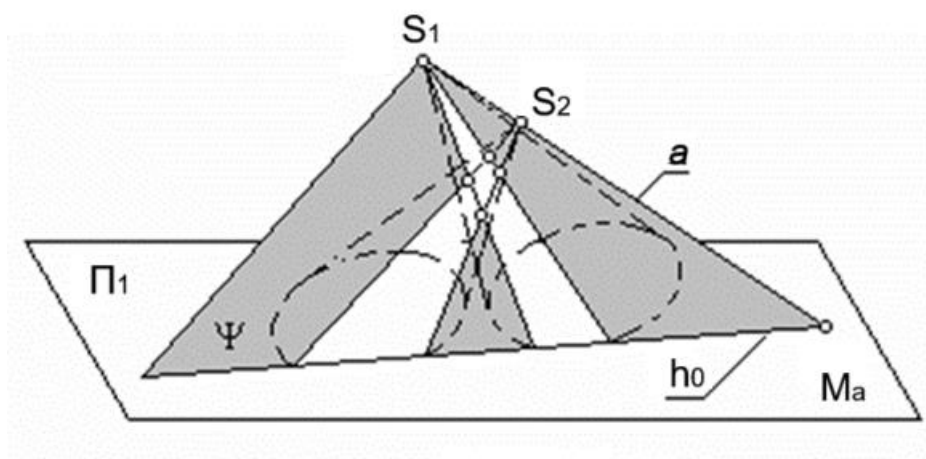


Рис. 5.22. Використання сімейств площин-посередників
загального положення

Через вершини конусів проведено пряму a і визначимо її горизонтальний слід M_a . Через нього в площині проєкцій Π_1 проведено пряму h_0 , яка перетинає основи обох конусів. Ця пряма буде горизонтальним слідом січної площини Ψ . Визначмо точки перетину прямої h_0 з основами конусів і з'єднаймо їх із вершинами. На перетині твірних одного конуса із твірними другого конуса маємо точки, що належать їхній лінії взаємного перетину.

Через точку M_a можна провести безліч слідів i , отже, мати безліч загальних для обох конусів точок. Водночас пряма a залишається нерухомою, а пряма h_0 змінює напрямок. Це створює ілюзію обертання січної площини Ψ навколо прямої a , тому цей спосіб побудови лінії взаємного перерізу поверхонь дістав назву *способу площини, що обертається*.

Із конструкції способу впливає, що його можна використовувати для побудови лінії перерізу конічних, пірамідальних, циліндричних і призматичних поверхонь у будь-якій комбінації. Якщо однією з них є конічна або пірамідальна, а другою – циліндрична або призматична поверхня, то пряма a січною площині Ψ має проходити через вершину конічної (пірамідальної) поверхні паралельно твірним циліндричної поверхні або ребрам призми.

5.4. Побудова ліній перерізу способами концентричних і ексцентричних сфер

Спосіб концентричних сфер. Уже сама назва способу говорить про те, що сімейство січних сфер мусить мати загальний центр. А це можливо тільки в тому разі, якщо осі заданих поверхонь перетинаються. Тоді центр січних сфер буде міститися на їхньому перетині. Січні сфери мають перерізати будь-яку з поверхонь по колах. А це можливо тільки тоді, коли обидві поверхні будуть поверхнями обертання. Оскільки осі заданих поверхонь мають перетинатися, то ці поверхні будуть мати загальну площину симетрії. Очевидно, що кола, за якими сфера буде перерізати задані поверхні, будуть вироджуватися у відрізки прямих тільки в тому разі, якщо ця площина буде площиною рівня.

Отже, спосіб концентричних сфер використовують тоді, якщо обидві задані поверхні є поверхнями обертання, їхні осі перетинаються і належать площині, паралельній площині проєкцій.

Нехай задано прями́й круговий конус і циліндр обертання, їхні осі перетинаються в точці O і створюють загальну площину симетрії, паралельну фронтальній площині проєкцій (рис. 5.23а).

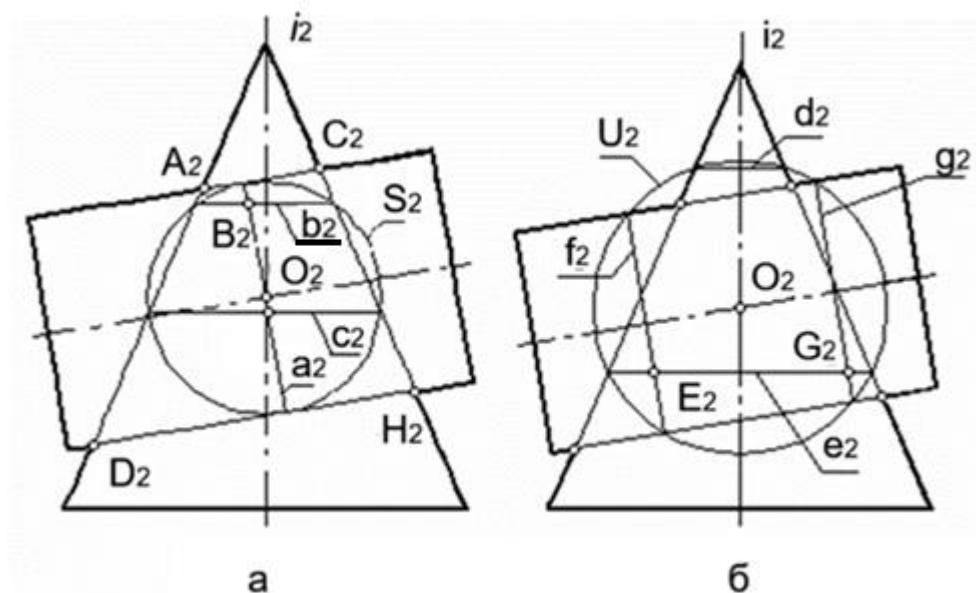


Рис. 5.23. **Визначення лінії перерізу прямого кругового конуса і циліндра обертання**

Очевидно, що екстремальні точки лінії перерізу заданих поверхонь будуть належати їхній загальній площині симетрії. Тому як опорні візьмімо точки A_2 , C_2 , D_2 і H_2 перетину фронтальних проєкцій головних меридіанів.

Визначмо межі, у яких може перебувати радіус січних сфер. Якщо він буде меншим від нижньої межі, то така сфера не буде перерізати жодну із заданих поверхонь, або буде перерізати тільки одну з них. Тому мінімальним має бути радіус сфери, яка перерізає одну з поверхонь і стикається із другою (тобто, буде вписаною в неї). Для його визначення потрібно з точки O_2 опустити перпендикуляри до контурів обох поверхонь і взяти більший із них. Сфера мінімального радіуса дає граничне положення точок лінії перетину, тому її використання є обов'язковим в усіх випадках. Якщо взяти радіус сфери, що перевищує відстань від їхнього центра до найбільш віддаленої опорної точки, то така сфера буде перерізати кожен із заданих поверхонь окремо. Тому максимальний радіус січних сфер дорівнює відстані від центра січних сфер до найбільш

віддаленої точки перерізу контурів заданих поверхонь (у цьому разі від точки O_2 до точки D_2).

Упишімо сферу мінімального радіуса S_2 . У цьому разі мінімальним радіусом січної сфери є перпендикуляр до контуру циліндра. Ця сфера стикається із циліндром по колу a_2 і перерізає конус по колах b_2 і c_2 . На перерізі першого з них із двома останніми маємо точки B_2 і F_2 , що належать лінії перерізу заданих поверхонь. Водночас зауважмо, що є й симетричні їм невидимі точки, розташовані за загальною площиною симетрії.

Упишімо сферу U_2 довільного (у розглянутих межах) радіуса (рис. 5.23б). Вона переріже конус по колах d_2 і e_2 , а циліндр – по колах f_2 і g_2 . Коло d_2 не перетинається з колами f_2 і g_2 і тому не створює належні лінії перетину точок. Коло e_2 перетинається з ними та створює загальні для обох поверхонь точки E_2 і G_2 .

Змінюючи радіус січної сфери в обумовлених раніше межах, можна визначити потрібну для побудови лінії перетину із заданою точністю кількість точок.

Сконструйємо перехідні конічні поверхні Ψ і Φ для з'єднання циліндричних елементів Θ , Ω і Σ у єдину систему (рис. 5.24).

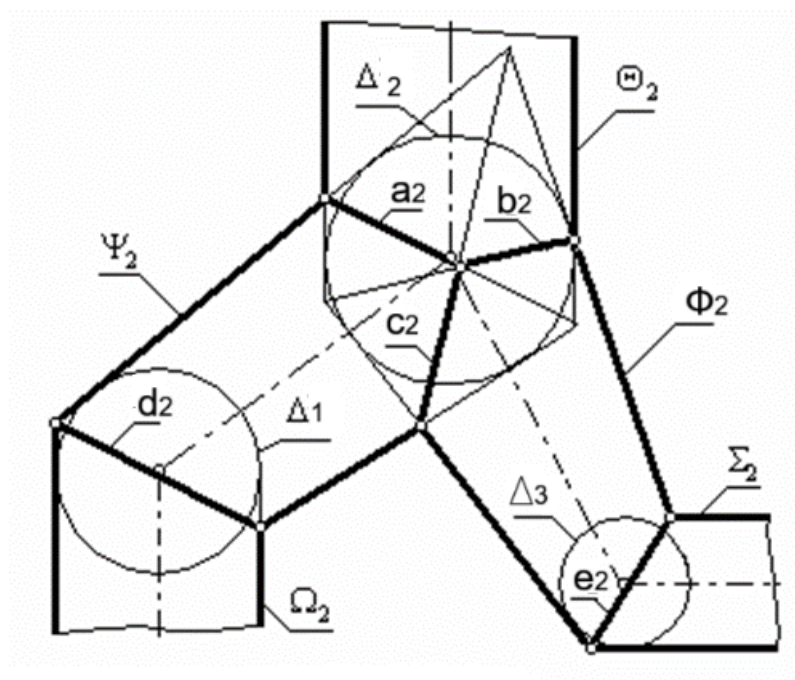


Рис. 5.24. Побудова перехідних конічних поверхонь Ψ і Φ для з'єднання циліндричних елементів Θ , Ω і Σ у єдину систему

Для виконання завдання використаємо теорему Монжа. Упишімо в циліндри Θ , Ω і Σ , відповідно, сфери Δ^1 , Δ^2 , Δ^3 так, щоб їхні центри містилися на осях майбутніх поверхонь Ψ і Φ . Проведемо контурні твірні конічних поверхонь як дотичні до цих сфер. Тоді циліндричний трубопровід Θ буде перерізатися з конічною вставкою Ψ по еліпсу a , із конічною поверхнею Φ – по еліпсу b , а конічні вставки між собою – по еліпсу c . Частини цих еліпсів і визначають конфігурацію трубопроводу Θ і поверхонь Ψ і Φ . А еліпси d і e визначають конфігурацію трубопроводів Ω і Σ і другий кінець трубопроводів Ψ і Φ .

Спосіб ексцентричних сфер. На відміну від попереднього, у цьому способі січні сфери-посередники проводять із різних центрів, положення яких визначено побудовою. Одночасно із цим визначають і їхній радіус. Водночас одна із заданих поверхонь може не бути поверхнею обертання, однак вона мусить мати колові перерізи. Збережено й умову наявності загальної площини симетрії, паралельної площині проєкцій.

Нехай задано усічений конус обертання і чверть відкритого тора (рис. 5.25). Вісь конуса займає в просторі положення профільної проєкціувальної прямої p , а вісь тора – фронтально проєкціувальної прямої j .

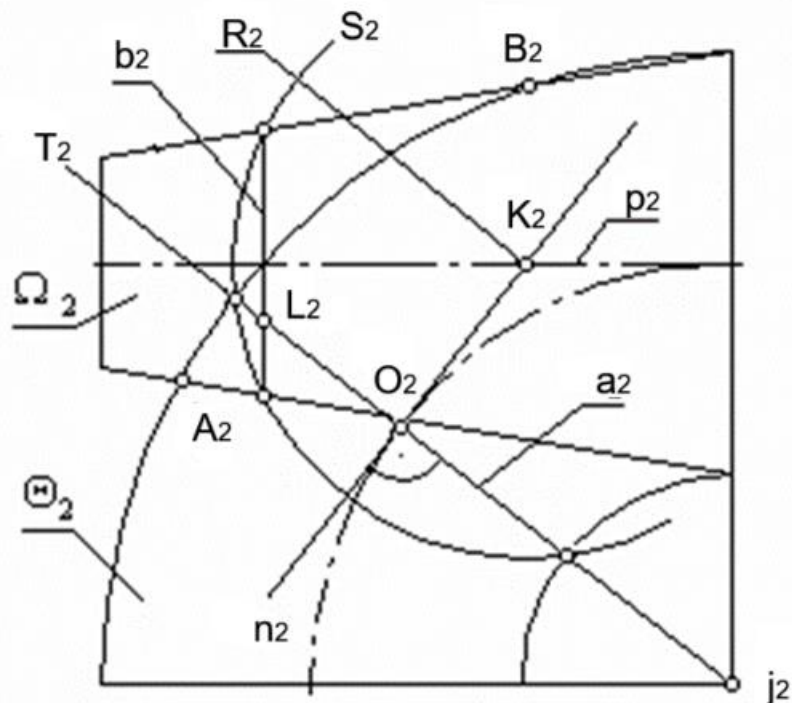


Рис. 5.25. Побудова лінії перерізу усіченого конуса обертання і чверті відкритого тора

Отже, осі заданих поверхонь є перехресними прямими.

Оскільки задані поверхні мають загальну площину симетрії, паралельну фронтальній площині проєкцій, то побудуємо фронтальну проєкцію лінії перерізу. Її опорні точки містяться на перетині фронтального меридіана конуса й екватора тора, які належать їхній загальній площині симетрії. Це точки A_2 і B_2 .

Переріжмо задані поверхні фронтально проєкціовальною площиною T_2 , що проходить через вісь тора між опорними точками. Вона переріже його по колу a_2 . Щоб перерізати тор по цьому самому колу сферою, потрібно, щоб її центр містився на перпендикулярі n_2 до площини цього кола, що проходить через її центр O_2 . З іншого боку, ця сама сфера має перерізати конус по колу. А для цього її центр має міститися на осі конуса.

Отже, щоб ця сфера одночасно перерізала тор і конус по колах, її центр має міститися на перетині перпендикуляра n_2 й осі конуса p , тобто в точці K_2 . Цим самим визначено й радіус січної сфери R_2 : він дорівнює відстані від центра сфери K_2 до точки перерізу контуру тора січною площиною T_2 .

Уписуємо сферу визначеного радіуса. Вона перерізає тор по колу a_2 , а конус – по колу b_2 . На їхньому перерізі маємо точку L_2 (а також невидиму симетричну їй), що належить лінії перерізу.

Змінюючи положення січної площини, можна мати безліч точок, що належать лінії перерізу. Водночас, у зв'язку зі зміною кута нахилу січної площини до осі конуса, буде змінюватися й кут нахилу нормалі. А це призводить до зміщення центра січної сфери та зміни її радіуса. Ця обставина і є підставою для назви способу.

Практична складова до підрозділу 5

Побудова проєкції та дійсної величини перерізу тригранної піраміди фронтально проєкціовальною площиною

Мета – набуття умінь визначення взаємного розташування прямих та поверхонь.

Завдання 1. Побудуйте проєкції та дійсну величину перерізу тригранної піраміди Θ фронтально проєкціовальною площиною T .

Виконання завдання

(Приклад виконання завдання показано на рис. 5.26)

У цьому прикладі задано гранну поверхню. Оскільки має місце повний переріз піраміди площиною, то лінією перерізу буде трикутник. Його фронтальна проекція є відомою. А для побудови горизонтальної проекції достатньо визначити горизонтальні проекції точок перерізу ребер піраміди площиною і з'єднати їхні відрізками прямою.

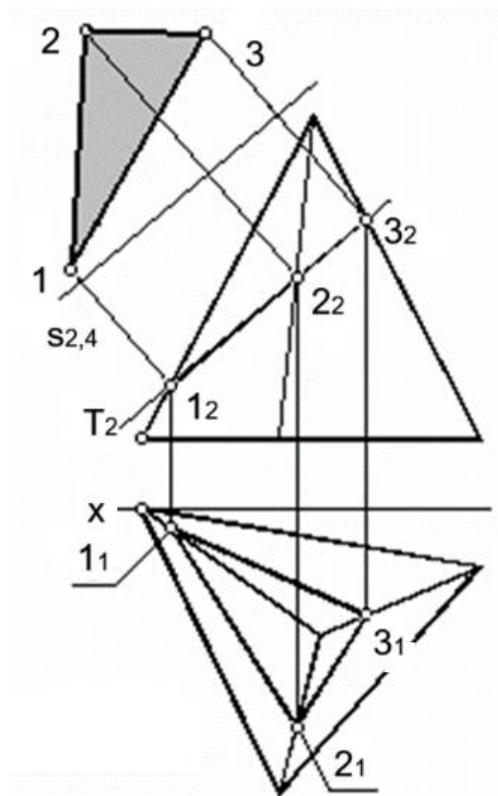


Рис. 5.26. Побудова проєкції та дійсної величини перерізу тригранної піраміди Θ фронтально проєкціювальною площиною T

Завдання 2. Побудуйте переріз прямої тригранної призми з наскрізними чотиригранним призматичним і циліндричним отворами фронтально проєкціювальною площиною T .

Виконання завдання

(Приклад виконання завдання показано на рис. 5.27)

Позначмо точки перерізу січної площини T з ребрами тригранної призми (1, 5, 8), із ребрами чотиригранного отвору (10, 11, 12, 13) і точки

перетину твірної циліндричного отвору із гранями тригранної призми, які належать січній площині (2, 3, 7, 9).

Уведемо в площині перерізу прямокутну систему координат $m : l$ так, щоб її початок збігався з точкою перерізу лівого ребра тригранної призми, вісь m була паралельною фронтальній площині проєкцій, а вісь l – спрямованою до спостерігача. Тоді відстані між відповідними точками вздовж осі m будуть проєкціюватися в дійсну величину на фронтальну площину проєкцій, а від осі m – на горизонтальну площину проєкцій.

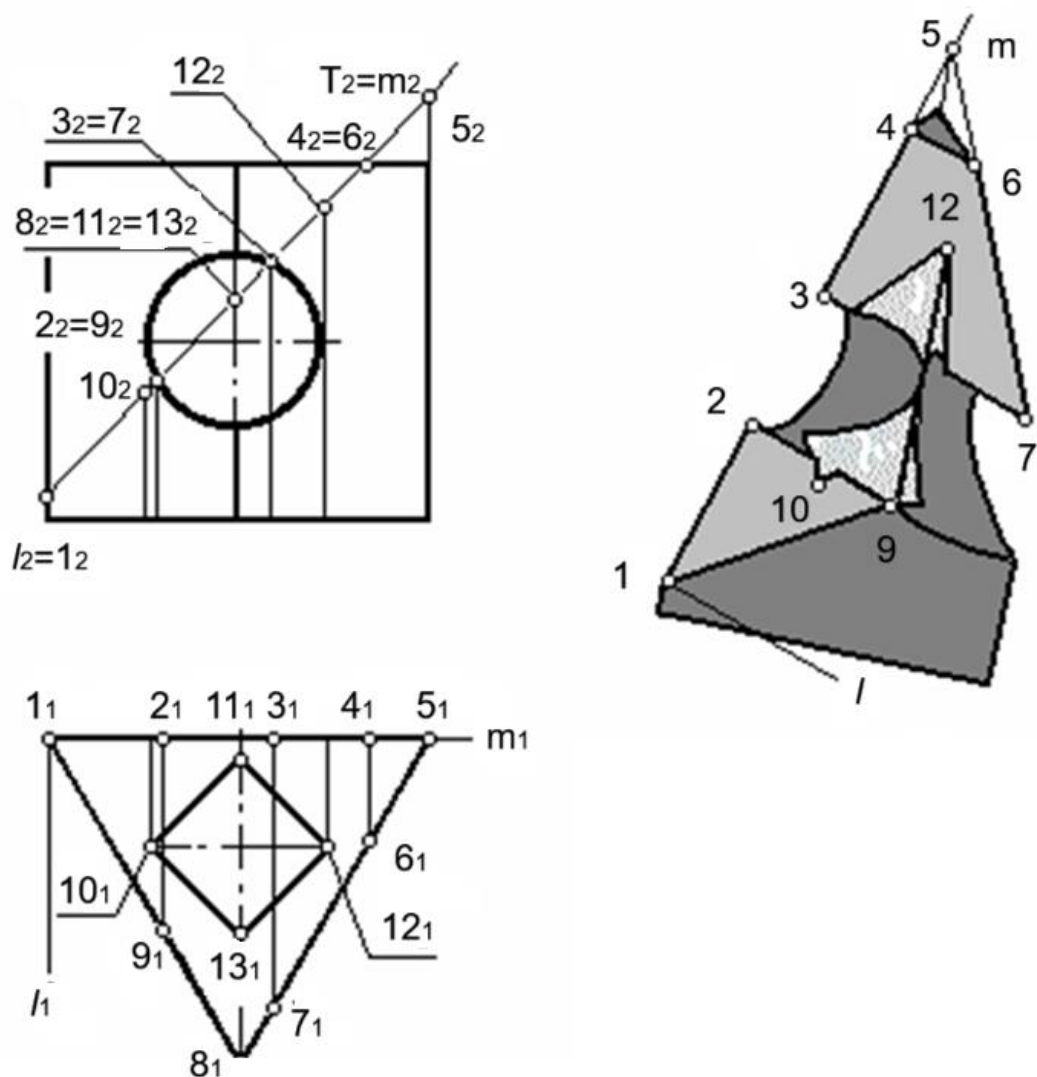


Рис. 5.27. Переріз прямої тригранної призми з наскрізними чотиригранним призматичним і циліндричним отворами фронтально проєкціувальною площиною T

Переріз тригранної призми дає чотирикутник 1, 4, 6, 8; чотиригранної призми – чотирикутник 10, 11, 12, 13; циліндричного отвору – два відрізки: 2 – 9 і 3 – 7. У результаті накладення цих геометричних фігур, зважаючи на їхнє взаємне положення на одному зображенні, маємо шуканий переріз.

Завдання 3. Побудуйте фронтальну і горизонтальну проєкції лінії перерізу тригранних піраміди та призми.

Виконання завдання

(Приклад виконання завдання показано на рис. 5.28)

Призма є проєкціювальною поверхнею, проте за цих умов вона займає в просторі загальне положення і, щоб застосувати розглянутий у попередньому прикладі підхід, потрібно було б перетворити комплексне креслення на таку систему площин проєкцій, у якій призма займала б проєкціювальне положення. Однак є й інший спосіб. Він полягає в тому, що для визначення лінії взаємного перерізу заданих поверхонь достатньо визначити точки перетину однієї поверхні (піраміди) ребрами другої поверхні (призми) і з'єднати їх між собою відрізками прямих.

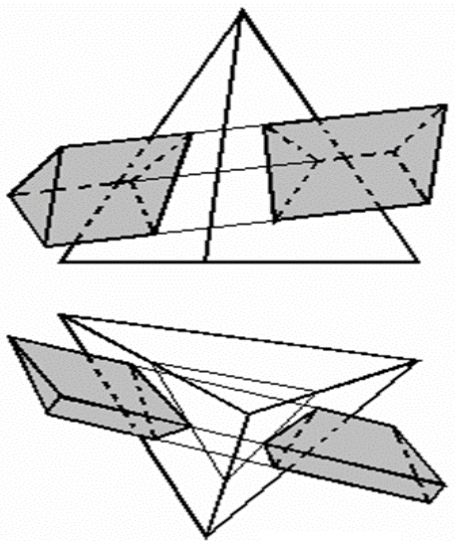


Рис. 5.28. Побудова фронтальної й горизонтальної проєкцій лінії перерізу тригранних піраміди та призми

У нашому випадку має місце повний переріз піраміди призмою, тому їхня лінія перетину розпадається на дві гілки. Оскільки лінії перетину, належать як граням призми, так і граням піраміди, то їхню видимість

повністю визначено видимістю цих граней. Наприклад, якщо б призма була прозорою, то горизонтальна проєкція обох гілок лінії перетину була б видимою, а оскільки це не так, то видимими будуть лише відрізки гілок лінії перетину, які належать двом верхнім граням призми. Зовсім просто виконують завдання з побудови лінії перетину гранних поверхонь, якщо одна з них є проєкціювальною.

Завдання 4. Побудуйте дві проєкції лінії перерізу прямої тригранної призми із тригранної пірамідою.

Виконання завдання

(Приклад виконання завдання показано на рис. 5.29)

За умовою має місце повний переріз призми пірамідою, тому лінія їхнього взаємного перерізу розпадається на дві гілки. Призма займає горизонтально проєкціювальне положення, тому як опорні візьмімо точки перетину горизонтальних проєкцій ребер піраміди з горизонтальним контуром призми. Фронтальні проєкції опорних точок визначають із використанням властивості належності.

Горизонтальною межею видимості є верхня основа призми. Лінія перетину належить бічній поверхні призми, тому вся її горизонтальна проєкція є невидимою. А на фронтальній площині проєкцій видимою буде лише частина гілок лінії перетину, яка одночасно належить видимим граням піраміди та призми.

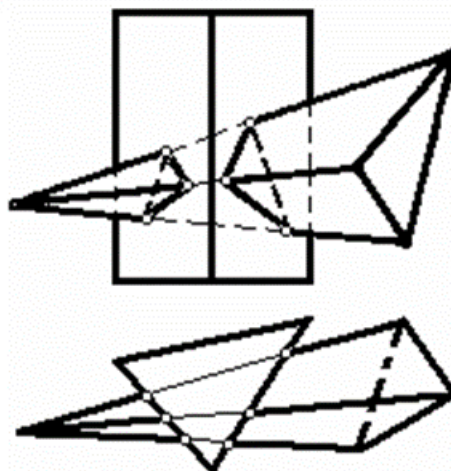


Рис. 5.29. Побудова лінії перерізу прямої тригранної призми із тригранної пірамідою

Контрольні запитання для самоперевірки

1. Викладіть загальний принцип побудови узагальненого алгоритму для виконання завдання визначення лінії перерізу поверхонь.
2. Сформулюйте можливі варіанти розв'язання завдання визначення лінії перерізу багатогранника площиною.
3. У яких випадках для визначення лінії перерізу двох поверхонь можна застосовувати спосіб:
 - а) площин, що обертаються;
 - б) концентричних сфер;
 - в) ексцентричні сфери?
4. Які точки лінії перерізу поверхонь називають опорними?
5. Напишіть і дайте пояснення алгоритму виконання завдання визначення точки зустрічі прямої із площиною.
6. У чому полягає виконання завдання щодо визначення перерізу поверхні площиною за допомогою способу граней та способу ребер?
7. У яких випадках площина перерізає поверхню прямого кругового конуса: по двох прямих, що перетинаються; по колу, еліпсу, параболі, гіперболі?
8. Що є фронтальними проєкціями лінії перерізу двох поверхонь обертання другого порядку, які мають загальну площину симетрії, паралельну площині P_2 ?
9. Яка є залежність між порядком поверхонь, що перерізаються, і порядком лінії, визначеної в результаті їхнього перерізу?
10. У чому полягає зміст алгоритму виконання завдання для визначення точок перетину лінії з поверхнею?
11. Чим слід послуговуватися під час вибору допоміжної січної поверхні в ході визначення точок перетину лінії з поверхнею?

Рекомендована література: [2; 3; 7].

Рекомендована література

1. Волошкевич П. П. Нарисна геометрія, інженерна та комп'ютерна графіка / П. П. Волошкевич. – Львів : Вид-во Львівської політехніки, 2022. – 364 с.
2. Гарячок С. В. Інженерна графіка. Практичний курс / С. В. Гарячок. – Вінниця : ВНТУ, 2019. – 358 с.
3. Губрій В. В. Нарисна геометрія та інженерна графіка / В. В. Губрій. – Харків : ХНУМГ ім. О. М. Бекетова, 2021. – 158 с.
4. Євсєєв О. С. Створення інтерактивних медіа [Електронний ресурс] : навч. посіб. / О. С. Євсєєв ; Харківський національний економічний університет ім. С. Кузнеця. – Електрон. текстові дані (75,2 МБ). – Харків : ХНЕУ ім. С. Кузнеця, 2020. – 138 с.
5. Єресько Н. М. Комп'ютерна графіка : навч. посіб. / Н. М. Єресько, В. П. Коваленко. – Київ : Центр учбової літератури, 2022. – 257 с.
6. Ковальчук С. М. Автоматизовані системи проектування. Теорія та практика / С. М. Ковальчук. – Вінниця : ВНТУ, 2020. – 280 с.
7. Кривенко В. П. Основи комп'ютерної графіки / В. П. Кривенко. – Дніпро : ДНУ, 2019. – 159 с.
8. Мацюк О. І. Сучасні методи комп'ютерної графіки : навч. посіб. / О. І. Мацюк. – Харків : НТУ "ХПІ", 2019. – 284 с.
9. Пушкар О. І. Культура цифрових медіа [Електронний ресурс] : навч. посіб. / О. І. Пушкар, Є. М. Грабовський ; Харківський національний економічний університет ім. С. Кузнеця. – Електрон. текстові дані (20,7 МБ). – Харків : ХНЕУ ім. С. Кузнеця, 2022. – 163 с.
10. Сидоренко В. М. Інженерна і комп'ютерна графіка : навч.-метод. посіб. / В. М. Сидоренко. – Київ : КНЕУ, 2020. – 161 с.
11. Соколов В. П. Комп'ютерна графіка в машинобудуванні : підручник / В. П. Соколов. – Одеса : ОНАХТ, 2020. – 298 с.
12. Шевченко О. М. Інженерна та комп'ютерна графіка. Практикум / О. М. Шевченко. – Київ : Центр учбової літератури, 2021. – 312 с.

13. Bertoline G. R. Fundamentals of Graphics Communication / G. R. Bertoline. – S. I. : McGraw-Hill Education, 2019. – 821 p.
14. Chirag S. AutoCAD 2020: A Problem-Solving Approach / S. Chirag. – S. I. : Pearson Education, 2019. – 1104 p.
15. Duff J. M. Engineering Design Graphics / J. M. Duff, W. J. Ross. – S. I. : Peachpit Press, 2021. – 268 p.
16. Lamit L. B. Engineering Graphics Essentials / L. B. Lamit. – S. I. : SDC Publications, 2021. – 948 p.
17. Planchard D. Engineering Graphics with SOLIDWORKS 2021 / D. Planchard. – S. I. : SDC Publications, 2020. – 800 p.
18. Shih R. H. AutoCAD 2023 Tutorial First Level: 2D Fundamentals / R. H. Shih. – S. I. : SDC Publications, 2023. – 44 p.
19. Slocum M. Exploring DraftSight / M. Slocum. – S. I. : Packt Publishing, 2021. – 468 p.
20. Vallance R. Graphics for Engineers / R. Vallance, S. Dook. – S. I. : Routledge, 2019. – 135 p.

Зміст

Вступ	3
Розділ 1. Технологія побудови графічних об'єктів	5
1. Вступ у систему автоматизованого проектування AutoCAD	5
1.1. Основні відомості про автоматизовану систему AutoCAD	5
1.2. Основи роботи в графічному редакторі AutoCAD	7
1.3. Інтерфейс користувача	8
Практична складова до підрозділу 1. Створення, організація і збереження креслень у системі AutoCAD	16
Контрольні запитання для самоперевірки	21
2. Побудова креслення в інженерній графіці	21
2.1. Нарисна геометрія як один із розділів звичайної геометрії	22
2.2. Види й особливості комп'ютерної графіки	22
2.3. Загальні правила побудови й оформлення креслення	28
Практична складова до підрозділу 2. Створення шаблону "Рамка" в графічному редакторі LibreCAD	45
Контрольні запитання для самоперевірки	49
3. Просторова система координат	49
3.1. Загальні принципи побудови зображень	49
3.2. Просторова система координат	55
3.3. Комплексне креслення	58
3.4. Перетворення комплексного креслення	59
Практична складова до підрозділу 3. Креслення геометричного тіла	61
Контрольні запитання для самоперевірки	64
Розділ 2. Методи побудови тривимірних графічних об'єктів	65
4. Способи проєкціювання в інженерній графіці	65
4.1. Способи проєкціювання	65
4.2. Комплексне креслення точки	69
4.3. Перетворення комплексного креслення точки	72
4.4. Взаємне положення точок	73
4.5. Комплексне креслення прямої	74
4.6. Сліди прямої	77

4.7. Дійсна величина відрізка і кути його нахилу до площин проєкцій	78
4.8. Перетворення комплексного креслення прямої	80
4.9. Взаємне розміщення прямої й точки.....	82
4.10. Взаємне положення прямих	83
Практична складова до підрозділу 4. Відстань від точки до площини. Паралельність площин	86
Контрольні запитання для самоперевірки	90
5. Переріз поверхонь	90
5.1. Переріз поверхні площиною	90
5.2. Перетин поверхні прямою	102
5.3. Перетин поверхні із кривою.....	107
5.4. Побудова ліній перерізу способами концентричних і ексцентричних сфер	112
Практична складова до підрозділу 5. Побудова проєкції та дійсної величини перерізу тригранної піраміди фронтально проєкціювальною площиною	116
Контрольні запитання для самоперевірки	121
Рекомендована література	122

НАВЧАЛЬНЕ ВИДАННЯ

Гордєєв Андрій Сергійович

ІНЖЕНЕРНА І КОМП'ЮТЕРНА ГРАФІКА

Навчальний посібник

Самостійне електронне текстове мережеве видання

Відповідальний за видання *О. І. Пушкар*

Відповідальний редактор *О. С. Вяткіна*

Редактор *О. Г. Доценко*

Коректор *О. Г. Доценко*

План 2025 р. Поз. № 12-ЕНП. Обсяг 126 с.

Видавець і виготовлювач – ХНЕУ ім. С. Кузнеця, 61165, м. Харків, просп. Науки, 9-А

*Свідоцтво про внесення суб'єкта видавничої справи до Державного реєстру
ДК № 4853 від 20.02.2015 р.*