

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ ЕКОНОМІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ СЕМЕНА КУЗНЕЦЯ



ЗАТВЕРДЖЕНО

на засіданні кафедри
економіко-математичного моделювання
Протокол № 16 від 29.08.2025 р.

ПОГОДЖЕНО

Проректор з навчально-методичної роботи

_____ Каріна НЕМАШКАЛО

ВИЩА МАТЕМАТИКА

робоча програма навчальної дисципліни (РПНД)

Галузь знань
Спеціальність
Освітній рівень
Освітня програма

Ф "Інформаційні технології"
Ф6 "Інформаційні системи і технології"
перший (бакалаврський)
"Штучний інтелект"

Статус дисципліни
Мова викладання, навчання та оцінювання

обов'язкова
українська

Розробник:
к.т.н., доцент

Тетяна ДЕНИСОВА

Завідувач кафедри
економіко-математичного
моделювання

Людмила МАЛЯРЕЦЬ

Гарант програми

Сергій УДОВЕНКО

Харків
2025

ВСТУП

Дедалі більшу роль у сучасній науці та техніці відіграють математичні методи дослідження, моделювання та проектування. Це обумовлено вдосконаленням обчислювальної техніки, завдяки якій істотно збільшилася можливість успішного застосування математики під час розв'язання конкретних задач. Математичні науки тісно пов'язані з розвитком інформаційних комп'ютерних технологій, які проникли практично в усі сфери людської діяльності і відіграють вирішальну роль в освіті сучасного конкурентоспроможного фахівця, надаючи йому апарат дослідження складних систем будь-якої природи і логіку побудови проектної діяльності. З іншого боку, високопродуктивні інформаційні технології перетворилися на найважливіший сегмент наукомісткого високотехнологічного виробництва, реалізувати який можуть тільки фахівці, що мають поглиблену підготовку в галузі математики й інформаційних технологій.

Навчальна дисципліна «Вища математика» є обов'язковою навчальною дисципліною, яка вивчається згідно з освітньою програмою «Штучний інтелект» підготовки бакалаврів галузі знань F «Інформаційні технології», спеціальності F6 «Інформаційні системи та технології» всіх форм навчання.

Мета навчальної дисципліни: ознайомити здобувачів вищої освіти з основами математичного апарату, необхідного для розв'язування теоретичних та практичних задач фахової спрямованості; виробити навички математичного дослідження прикладних задач і побудови економіко-математичних моделей; закласти у здобувачів уміння самостійно вивчати літературу з математики та прикладних питань; сформувати цілісну систему теоретичних і практичних знань, необхідну для професійної діяльності компетентного фахівця у галузі інформаційних технологій; розвинути навички аналітичного мислення та застосування математичного апарату до формалізації реальних процесів та явищ.

Основними завданнями вивчення навчальної дисципліни «Вища математика» є:

- засвоєння основних принципів побудови математичних моделей із використанням методів матричного і векторного аналізу, координатного методу;
- оволодіння навичками здійснення аналізу побудованої математичної моделі з використанням сучасної комп'ютерної техніки та програмно-математичних комплексів;
- формування системи знань для самостійного проведення необхідних розрахунків у рамках побудованих моделей з метою встановлення кількісних і якісних характеристик об'єктів для прогнозування та прийняття оптимальних рішень;
- набуття досвіду вільного оперування абстрактними математичними об'єктами та наочного подання результатів спостережень у різних областях знань за допомогою геометричних образів;
- засвоєння основних принципів побудови математичних моделей із використанням відомих засобів математичного аналізу;

– оволодіння навичками самостійного здійснення аналізу функціональних залежностей, якими описується побудована математична модель, з використанням комп'ютерної техніки та пакетів прикладних програм;

– формування у здобувачів вищої освіти аналітично-дослідницьких компетентностей щодо використання засобів математичного аналізу (методу границь, диференціального та інтегрального числення, числових і функціональних рядів, диференціальних рівнянь), лінійної та векторної алгебри й аналітичної геометрії у професійній діяльності.

Об'єктом вивчення навчальної дисципліни «Вища математика» є функціональні залежності між характеристиками різноманітних явищ і процесів, зокрема, економічних, що відбивають різні аспекти прийняття господарських рішень.

Предметом вивчення навчальної дисципліни «Вища математика» є: властивості функціональних залежностей, які описують явища і процеси навколишнього світу, їх дослідження засобами лінійної та векторної алгебри, аналітичної геометрії та математичного аналізу; побудова математичних моделей реальних явищ і процесів у різноманітних галузях людської діяльності.

Результати навчання та компетентності, які формує навчальна дисципліна визначено в табл. 1.

Таблиця 1

**Результати навчання та компетентності, які формує
навчальна дисципліна**

Результати навчання	Компетентності, якими повинен оволодіти здобувач вищої освіти
ПР 1	К31, К32, КС11, КС13
ПР 2	К35, КС13
ПР 3	КС13

де, ПР 1. Знати лінійну та векторну алгебру, диференціальне та інтегральне числення, теорію функцій багатьох змінних, теорію рядів, диференціальні рівняння для функції однієї та багатьох змінних, операційне числення, теорію ймовірностей та математичну статистику в обсязі, необхідному для розробки та використання інформаційних систем, технологій та інфокомунікацій, сервісів та інфраструктури організації;

ПР2. Застосовувати знання фундаментальних і природничих наук, системного аналізу та технологій моделювання, стандартних алгоритмів та дискретного аналізу при розв'язанні задач проектування і використання інформаційних систем та технологій;

ПР3. Використовувати базові знання інформатики й сучасних інформаційних систем та технологій, навички програмування, технології безпечної роботи в комп'ютерних мережах, методи створення баз даних та інтернет-ресурсів, технології розроблення алгоритмів і комп'ютерних програм мовами високого рівня із застосуванням об'єктно-орієнтованого програмування для розв'язання задач проектування і використання інформаційних систем та технологій;

К31. Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу;

К32. Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях;

К35. Здатність вчитися і оволодівати сучасними знаннями;

КС11. Здатність до аналізу, синтезу і оптимізації інформаційних систем та технологій з використанням математичних моделей і методів;

КС13. Здатність проводити обчислювальні експерименти, порівнювати результати експериментальних даних і отриманих рішень.

ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Зміст навчальної дисципліни

Змістовий модуль 1. Лінійна та векторна алгебри. Аналітична геометрія

Тема 1. Матриці та дії з ними

Матриця: основні означення, різновиди (квадратна, діагональна, трикутна, одинична, нульова, матриця-рядок (матриця-стовпець)). Арифметичні операції (дії) над матрицями та їх властивості. Елементарні перетворення та еквівалентність матриць.

Тема 2. Визначники квадратних матриць

Поняття визначника 2-го, 3-го, n -го порядків. Мінор і алгебраїчне доповнення елемента визначника. Властивості визначників. Методи обчислення визначників.

Тема 3. Системи лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР)

3.1. Системи n лінійних алгебраїчних рівнянь з n невідомими (СЛАР- $n \times n$): означення основних понять (СЛАР- $n \times n$, розв'язок системи, сумісна, несумісна, визначена, невизначена, еквівалентні системи, однорідна, неоднорідна). Правило Крамера для розв'язання СЛАР- $n \times n$. Обернена матриця: означення, теорема існування та способи відшукування. Розв'язання СЛАР- $n \times n$ за допомогою оберненої матриці. Розв'язання матричних рівнянь.

3.2. Системи m лінійних алгебраїчних рівнянь з n невідомими (СЛАР- $m \times n$): поняття рангу матриці та способи його відшукування (метод елементарних перетворень, метод обведення). Критерій сумісності СЛАР- $m \times n$ (теорема Кронекера – Капеллі). Дослідження СЛАР- $m \times n$ на сумісність, методи розв'язання (Гаусса, Жордана – Гаусса). Загальний, частинний, базисний та опорний розв'язки. Однорідні СЛАР- $m \times n$ та їх розв'язання.

Тема 4. Векторна алгебра. Лінійні m -вимірні простори

4.1. Вектори: означення основних понять (вектор, модуль вектора, нульовий (одиничний) вектор, рівні (протилежні) вектори, колінеарні (компланарні) вектори, координати). Форми задання векторів (геометрична, координатна, алгебраїчна), проекція вектора на вісь (геометрична, алгебраїчна), орт вектора, напрямні косинуси.

4.2. Лінійні операції над векторами (сума, різниця, множення на скаляр) та їх властивості. Нелінійні операції над векторами (скалярний, векторний, мішаний добуток векторів та їх властивості). Кут між двома векторами. Критерії ортогональності, колінеарності, компланарності векторів. Застосування векторів у задачах геометрії (відшукування відстані між двома точками, площі трикутника, поділ відрізка у заданому відношенні).

4.3. Лінійні m -вимірні простори. Основні поняття. Лінійна залежність і незалежність системи векторів. Базис лінійного m -вимірного простору. Розкладання вектора за базисом. Перехід до нового базису. Власні значення та власні вектори: означення, основні властивості. Характеристичне рівняння. Відшукування власних значень та власних векторів матриць 2-го та 3-го порядку.

Тема 5. Аналітична геометрія на площині

5.1. Поняття про рівняння лінії на площині. Різновиди рівнянь прямої на площині: канонічне, параметричні, через дві задані точки, через задану точку у заданому напрямі, з кутовим коефіцієнтом, у відрізках на осях, нормальне, із заданим нормальним вектором, загальне. Основні задачі на пряму, взаємне розташування двох прямих на площині. Кут між двома прямими. Відстань від точки до прямої.

5.2. Криві 2-го порядку: означення, загальне рівняння, умови належності до еліптичного, гіперболічного, параболічного типу. Центральні (нецентральні) криві 2-го порядку. Коло, еліпс, гіпербола, парабола: означення, канонічне рівняння, параметри, ексцентриситет, побудова. Зведення загального рівняння кривої 2-го порядку до канонічного вигляду.

Тема 6. Аналітична геометрія у просторі

6.1. Поняття про рівняння поверхні у просторі. Різновиди рівнянь площини: через задану точку із заданим нормальним вектором, загальне, через три задані точки, у відрізках на осях, нормальне. Умови перетину, паралельності, ортогональності, збігу двох площин. Кут між двома площинами. Відстань від точки до площини. Різновиди рівнянь прямої у просторі: канонічне, параметричні, через дві задані точки, загальне. Умови паралельності, перпендикулярності, збігу, перетину, перехрещування двох прямих. Кут між двома прямими у просторі. Відстань між паралельними (перехресними) прямими. Аналіз взаємного розташування прямої і площини. Кут між прямою і площиною.

6.2. Загальне рівняння поверхні 2-го порядку. Найважливіші поверхні 2-го порядку (циліндричні, тривісний еліпсоїд, сфера, одно- та двопорожнинний гіперболоїди, конічні, еліптичний і гіперболічний параболоїди). Дослідження форми поверхні 2-го порядку методом перерізів.

Змістовий модуль 2. Диференціальне числення функції однієї змінної

Тема 7. Границя функції

7.1. Числові функції: основні означення, способи задання. Основні елементарні функції, їхні властивості та графіки. Комплексні числа: означення, геометричне зображення, форми задання, операції (дії) над комплексними числами. Границя числової послідовності: означення, критерій існування, властивості, геометричний зміст. Нескінченно малі: означення, властивості. Нескінченно великі: означення, властивості, зв'язок із нескінченно малими. Невизначеності: означення, типи. Практичні рекомендації щодо відшукування границь.

7.2. Границя функції: означення, геометричний зміст, односторонні границі, критерії існування. Основні властивості границь функції у точці. Перша і друга визначні границі та їх наслідки. Практичні рекомендації щодо обчислення границь. Порівняння нескінченно малих, застосування еквівалентних нескінченно малих до обчислення границь.

Тема 8. Неперервність функції

8.1. Означення неперервності функції у точці, неперервність основних елементарних функцій. Критерій неперервності та властивості функцій, неперервних у точці. Розриви функцій та їх класифікація, дослідження функцій на неперервність.

8.2. Неперервність функції на проміжку: означення, основні теореми про неперервні функції.

Тема 9. Похідна та диференціал функції

9.1. Похідна функції: означення, загальний порядок відшукування, зв'язок із неперервністю. Таблиця похідних основних елементарних функцій та основні правила диференціювання. Диференціювання складених функцій і функцій різних форм задання. Логарифмічне диференціювання. Геометричні, фізичні та економічні застосування похідної: рівняння дотичної та нормалі до кривої; швидкість, прискорення, собівартість продукції, продуктивність праці.

9.2. Диференціал функції: означення, геометричний зміст, правила відшукування, основні властивості, застосування до наближених обчислень. Похідні та диференціали вищих порядків.

Тема 10. Дослідження функцій та побудова графіків

10.1. Властивості диференційовних функцій. Теореми Ферма, Ролля, Коші та Лагранжа. Обчислення границь функцій за допомогою правила Лопітала. Формула Тейлора та її застосування.

10.2. Зростання та спадання функцій. Екстремуми функцій. Дослідження функцій на монотонність та екстремуми. Відшукування найбільшого та найменшого значення функції на відрізку.

10.3. Дослідження функцій на опуклість (угнутість), точки перегину. Асимптоти кривої (вертикальні, горизонтальні, похилі) та їх відшукування. Загальна схема дослідження функцій та побудова їх графіків.

Змістовий модуль 3. Функції кількох змінних

Тема 11. Функції кількох змінних

11.1. Означення функції кількох змінних. Область визначення функції двох змінних та її графічне зображення. Лінії та поверхні рівня. Границя та неперервність функції двох змінних.

11.2. Частинні похідні функції кількох змінних, їх геометричний та економічний зміст. Частинні диференціали та повний диференціал функції двох змінних, його застосування до наближених обчислень значень функції. Частинні похідні та диференціали вищих порядків. Похідна за напрямом. Градієнт та його властивості. Еластичність функції, її економічний зміст.

Тема 12. Екстремум функції двох змінних

12.1. Локальний екстремум функції двох змінних: означення основних понять, необхідна і достатня умови екстремуму. Найбільше та найменше значення функції двох змінних у замкненій області.

12.2. Умовний екстремум: постановка задачі, зведення задачі про умовний екстремум функції двох змінних до задачі про локальний екстремум функції однієї змінної. Метод множників Лагранжа. Побудова емпіричних формул методом найменших квадратів.

Змістовий модуль 4. Інтегральне числення функцій однієї та кількох змінних

Тема 13. Невизначений інтеграл

13.1. Первісна функція: означення, теорема про множину усіх первісних. Невизначений інтеграл: означення, основні властивості, таблиця основних невизначених інтегралів. Метод безпосереднього інтегрування. Метод інтегрування заміною змінної (підстановки). Метод інтегрування частинами. Поняття про інтеграли, що «не беруться».

13.2. Поняття раціонального дробу. Інтегрування найпростіших раціональних дробів. Інтегрування виразів, які містять квадратичний тричлен. Розклад правильного дробу на суму найпростіших. Інтегрування довільного раціонального дробу.

13.3. Інтегрування тригонометричних функцій за допомогою універсальної тригонометричної підстановки. Деякі особливості застосування заміни змінної у інтегралах, що містять тригонометричні функції. Інтегрування найпростіших ірраціональних функцій. Інтегрування квадратичних ірраціональних функцій за допомогою тригонометричних підстановок.

Тема 14. Визначений інтеграл

14.1. Визначений інтеграл: означення, геометричний зміст, теорема існування, основні властивості. Теорема про середнє. Теорема Ньютона – Лейбніца. Основні методи визначеного інтегрування: безпосереднє інтегрування, метод заміни змінної (підстановки), інтегрування частинами.

14.2. Геометричні застосування визначених інтегралів: обчислення площі плоскої фігури, об'єму тіла обертання, довжини дуги кривої, площі поверхні. Економічні застосування визначених інтегралів: обчислення об'єму виробництва, виробничих витрат. Наближене обчислення ВІ: формули прямокутників, трапецій та Сімпсона.

14.3. Поняття про невластні інтеграли з нескінченними межами інтегрування (1-го роду) та невластиві інтеграли від розривних функцій (2-го роду), умови їх збіжності. Інтеграл Ейлера – Пуассона та його застосування.

Тема 15. Кратні інтеграли

15.1. Задача про об'єм циліндричного тіла. Подвійний інтеграл: означення, умови існування, основні властивості, геометричний та фізичний зміст, способи обчислення у декартових координатах.

15.2. Полярна система координат. Обчислення подвійного інтеграла у полярних координатах. Заміна змінних у подвійному інтегралі.

15.3. Застосування подвійних інтегралів: геометричні (обчислення площ фігур, об'ємів тіл); фізичні (обчислення маси тіла, статичних моментів та інерції, координат центра тяжіння).

15.4. Потрійний інтеграл: означення, теорема існування, основні властивості, геометричний та фізичний зміст. Обчислення потрійних інтегралів в декартових, циліндричних та сферичних координатах.

Тема 16. Криволінійні інтеграли

16.1. Криволінійні інтеграли за довжиною дуги: означення, достатні умови існування, геометричний і фізичний смисл, основні властивості, обчислення зведенням до визначеного інтеграла для різних форм задання шляху інтегрування.

16.2. Криволінійні інтеграли за координатами: означення, достатні умови існування, основні властивості, фізичний смисл, обчислення зведенням до визначеного інтеграла для різних форм задання шляху інтегрування, зв'язок з подвійними інтегралами (формула Гріна), умови незалежності від форми шляху інтегрування.

16.3. Застосування криволінійних інтегралів: геометричні (обчислення довжини дуги кривої, площі фігури, площі циліндричної поверхні, об'єму циліндричного тіла), фізичні (обчислення маси дуги кривої, статичних моментів та моментів інерції, координат центра мас).

Змістовий модуль 5. Звичайні диференціальні рівняння. Ряди

Тема 17. Звичайні диференціальні рівняння 1-го порядку

17.1. Диференціальні рівняння 1-го порядку: означення основних понять (розв'язок, загальний і частинний розв'язки), теорема існування та єдиності розв'язку. Задача Коші: постановка та геометричний зміст.

17.2. Інтегрування основних типів диференціальних рівнянь 1-го порядку: найпростіших, з відокремлюваними змінними, однорідних, лінійних, Бернуллі, в повних диференціалах.

Тема 18. Диференціальні рівняння вищих порядків

18.1. Диференціальні рівняння вищих порядків: означення основних понять, теорема існування та єдиності розв'язку. Інтегрування диференціальних рівнянь, що припускають зниження порядку: які містять тільки старшу похідну; не містять похідних до $(k - 1)$ -го порядку; не містять явно незалежної змінної. Рівняння Ейлера.

18.2. Лінійні диференціальні рівняння 2-го порядку: означення, структура загального розв'язку. Визначник Вронського. Інтегрування однорідних лінійних диференціальних рівнянь 2-го порядку зі сталими коефіцієнтами. Інтегрування неоднорідних лінійних диференціальних рівнянь 2-го порядку зі сталими коефіцієнтами, що мають праву частину спеціального вигляду.

Тема 19. Системи лінійних диференціальних рівнянь (СЛДР)

СЛДР: означення основних понять (розв'язок системи, загальний і частинний розв'язки), теорема про існування й єдиність розв'язку. Задача Коші. Однорідні та неоднорідні СЛДР зі сталими коефіцієнтами: означення,

розв'язання зведенням до одного диференціального рівняння та методом Ейлера.

Тема 20. Числові ряди

20.1. Означення числового ряду, n -ї часткової суми, збіжного та розбіжного числового ряду. Властивості збіжних числових рядів. Гармонійний ряд. Необхідна умова збіжності числових рядів. Ряд геометричної прогресії.

20.2. Достатні ознаки збіжності числових рядів з додатними членами: ознака порівняння, ознака Даламбера, радикальна та інтегральна ознаки Коші.

20.3. Знакозмінні ряди: означення, достатня ознака збіжності. Абсолютна та умовна збіжності. Знакопереміжні ряди: означення, ознака Лейбніца.

Тема 21. Функціональні ряди

21.1. Означення функціонального ряду. Степеневі ряди: означення, теорема Абеля, радіус, інтервал та область збіжності. Ряди Тейлора та Маклорена: означення, розвинення основних елементарних функцій у степеневі ряди. Застосування степеневих рядів до наближених обчислень значень функції та визначених інтегралів.

21.2. Поняття про тригонометричні ряди Фур'є. Розкладання періодичних функцій в ряд Фур'є. Обчислення коефіцієнтів розкладання у випадку парних та непарних функцій. Комплексна форма ряду Фур'є. Застосування рядів Фур'є.

Перелік практичних занять за навчальною дисципліною наведено в табл. 2.

Таблиця 2

Перелік практичних занять

Назва теми	Зміст
1	2
1 семестр	
Тема 1. Матриці та дії з ними	Практичне заняття №1. Виконання арифметичних операцій (дій) з матрицями.
Тема 2. Визначники квадратних матриць	Практичне заняття №2. Обчислення визначників 2-го, 3-го та будь-якого порядку.
Тема 3. Системи лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР)	Практичне заняття №3. Розв'язання квадратних СЛАР. Практичне заняття №4. Розв'язання прямокутних та однорідних СЛАР.
Тема 4. Векторна алгебра. Лінійні m -вимірні простори	Практичне заняття №5. Виконання лінійних і нелінійних операцій над векторами.
Тема 5. Аналітична геометрія на площині	Практичне заняття №6. Розв'язання задач із використанням різновидів рівнянь прямої на площині. Зведення загального рівняння кривої 2-го порядку до канонічного вигляду та її побудова.
Тема 6. Аналітична геометрія у просторі	Практичне заняття №7. Розв'язання задач із використанням різновидів рівнянь прямої та площини у просторі.
Тема 7. Границя функції	Практичне заняття №8. Обчислення границь числових послідовностей. Практичне заняття №9. Обчислення границь функцій неперервного аргументу.

Тема 8. Неперервність функції	Практичне заняття №10. Дослідження функцій на неперервність. Класифікація точок розриву.
Тема 9. Похідна та диференціал функції	Практичне заняття №11. Диференціювання функцій однієї змінної. Розв'язання задач на застосування похідної.
Тема 10. Дослідження функцій та побудова графіків	Практичне заняття №12. Дослідження функцій та побудова їх графіків.
2 семестр	
Тема 11. Функції кількох змінних	Практичне заняття №1. Відшукування області існування, ліній рівня функцій двох змінних, частинних похідних та диференціалів функцій кількох змінних. Практичне заняття №2. Обчислення похідної за напрямом і градієнту функцій кількох змінних.

Закінчення табл. 2

1	2
Тема 12. Екстремум функції двох змінних	Практичне заняття №3. Дослідження функції двох змінних на локальний екстремум. Найбільше та найменше значення функції в замкненій області. Практичне заняття №4. Дослідження функції двох змінних на умовний екстремум. Побудова емпіричних формул методом найменших квадратів.
Тема 13. Невизначений інтеграл	Практичне заняття №5. Відшукування первісної із застосуванням основних методів невизначеного інтегрування. Практичне заняття №6. Інтегрування раціональних алгебраїчних дробів, функцій, раціонально залежних від тригонометричних, та алгебраїчних ірраціональностей
Тема 14. Визначений інтеграл	Практичне заняття №7. Обчислення визначених інтегралів. Практичне заняття №8. Застосування визначених інтегралів. Дослідження невластних інтегралів на збіжність.
Тема 15. Кратні інтеграли	Практичне заняття №9. Подвійні та потрійні інтеграли: обчислення та застосування.
Тема 16. Криволінійні інтеграли	Практичне заняття №10. Криволінійні інтеграли: обчислення криволінійних інтегралів за довжиною дуги (I роду), за координатами (II роду) та їх застосування.
Тема 17. Звичайні диференціальні рівняння 1-го порядку	Практичне заняття №11. Інтегрування диференціальних рівнянь 1-го порядку.
Тема 18. Диференціальні рівняння вищих порядків	Практичне заняття №12. Інтегрування лінійних диференціальних рівнянь 2-го порядку зі сталими коефіцієнтами і правою частиною спеціального вигляду.
Тема 19. Системи лінійних диференціальних рівнянь (СЛДР)	Практичне заняття №13. Інтегрування систем лінійних диференціальних рівнянь.
Тема 20. Числові ряди	Практичне заняття №14. Дослідження знакосталих числових рядів на збіжність. Практичне заняття №15. Дослідження знакозмінних та знакопереміжних числових рядів на збіжність. Абсолютна та умовна збіжність.
Тема 21. Функціональні ряди	Практичне заняття №16. Розвинення функцій у степеневі ряди та ряди Фур'є.

Перелік лабораторних занять за навчальною дисципліною наведено в табл. 3.

Таблиця 3

Перелік лабораторних занять

Назва теми	Зміст
1	2
1 семестр	
Тема 1. Матриці та дії з ними	Лабораторне заняття №1. Дії з матрицями.
Тема 2. Визначники квадратних матриць	Лабораторне заняття №2. Обчислення визначників.
Тема 3. Системи лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР)	Лабораторне заняття №3. Розв'язання визначених СЛАР. Лабораторне заняття №4. Розв'язання невизначених СЛАР.
Тема 4. Векторна алгебра. Лінійні m -вимірні простори	Лабораторне заняття №5. Векторна алгебра.

Закінчення табл. 3

1	2
Тема 5. Аналітична геометрія на площині	Лабораторне заняття № 6. Пряма на площині. Лабораторне заняття № 7. Криві 2-го порядку.
Тема 6. Аналітична геометрія у просторі	Лабораторне заняття № 8. Пряма та площина у просторі.
Тема 7. Границя функції	Лабораторне заняття №9. Обчислення границь функцій.
Тема 8. Неперервність функції	Лабораторне заняття №10. Дослідження функцій на неперервність.
Тема 9. Похідна та диференціал функції	Лабораторне заняття №11. Диференціювання функцій.
Тема 10. Дослідження функцій та побудова графіків	Лабораторне заняття №12. Дослідження функцій та побудова їх графіків.
2 семестр	
Тема 11. Функції кількох змінних	Лабораторне заняття №1. Функції кількох змінних: графічне зображення, лінії рівня, частинні похідні. Лабораторне заняття №2. Диференціали функції кількох змінних, похідна за напрямом, градієнт.
Тема 12. Екстремум функції двох змінних	Лабораторне заняття №3. Дослідження функції двох змінних на локальний екстремум.
Тема 13. Невизначений інтеграл	Лабораторне заняття №4. Основні методи невизначеного інтегрування. Лабораторне заняття №5. Інтегрування раціональних алгебраїчних дробів і функцій, раціонально залежних від тригонометричних.
Тема 14. Визначений інтеграл	Лабораторне заняття №6. Обчислення визначених інтегралів. Лабораторне заняття №7. Застосування визначених інтегралів. Лабораторне заняття №8. Дослідження невластних інтегралів на збіжність.
Тема 15. Кратні інтеграли	Лабораторне заняття №9. Обчислення подвійних та потрійних інтегралів.
Тема 16. Криволінійні інтеграли	Лабораторне заняття №10. Обчислення криволінійних

	інтегралів.
Тема 17. Звичайні диференціальні рівняння 1-го порядку	Лабораторне заняття №11. Інтегрування диференціальних рівнянь 1-го порядку.
Тема 18. Диференціальні рівняння вищих порядків	Лабораторне заняття №12. Інтегрування диференціальних рівнянь 2-го порядку.
Тема 19. Системи лінійних диференціальних рівнянь (СЛДР)	Лабораторне заняття №13. Інтегрування систем лінійних диференціальних рівнянь.
Тема 20. Числові ряди	Лабораторне заняття №14. Дослідження числових рядів на збіжність.
Тема 21. Функціональні ряди	Лабораторне заняття №15. Степеневі ряди. Лабораторне заняття №16. Ряди Фур'є.

Перелік самостійної роботи за навчальною дисципліною наведено в табл. 4.

Таблиця 4

Перелік самостійної роботи

Теми	Зміст
Тема 1 – 21	Вивчення лекційного матеріалу, пошук, підбір та огляд літературних джерел за заданою тематикою.
Тема 1 – 21	Підготовка до практичних занять.
Тема 1 – 21	Виконання домашнього завдання.
Тема 5, 6, 15, 16	Виконання самостійної творчої роботи.
Тема 1 – 21	Підготовка звітів з виконання лабораторних робіт.
Тема 7, 9, 17, 18, 20, 21	Виконання індивідуальних навчально-дослідних завдань.
Тема 11 – 21	Підготовка до екзамену

Кількість годин лекційних, практичних і лабораторних занять та годин самостійної роботи наведено в робочому плані (технологічній карті) навчальної дисципліни.

МЕТОДИ НАВЧАННЯ

Під час викладання навчальної дисципліни «Вища математика» для набуття визначених результатів навчання, активізації освітнього процесу передбачено застосування таких методів навчання як:

- словесні: лекція (теми: 1, 3, 7, 9, 10, 13, 15, 16, 17, 19), проблемна лекція (теми: 2, 4, 5, 6, 10, 11, 12, 18, 20, 21), лекція-провокація (тема 8, 14), лекція-діалог (теми: 2, 3, 10, 12, 18);
- наочні (демонстрація (теми 1 – 21));
- практичні (практичні заняття (теми 1 – 21), лабораторні заняття (теми 1 – 21), презентація (тема 5, 6, 15, 16), робота в малих групах (теми: 1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 14, 15, 19, 21); мозкові атаки (теми: 7, 9, 17, 18, 20, 21).

ФОРМИ ТА МЕТОДИ ОЦІНЮВАННЯ

Університет використовує 100-бальну накопичувальну систему оцінювання результатів навчання здобувачів вищої освіти.

Поточний контроль здійснюється під час проведення лекційних, практичних та лабораторних занять і має на меті перевірку рівня підготовленості здобувача вищої освіти до виконання конкретної роботи і оцінюється сумою набраних балів:

- для дисциплін з формою семестрового контролю екзамен (іспит): максимальна сума набраних балів становить 60 балів; мінімальна сума, що дозволяє здобувачу вищої освіти скласти екзамен (іспит), – 35 балів;

- для дисциплін з формою семестрового контролю залік: максимальна сума – 100 балів; мінімальна сума – 60 балів.

Підсумковий контроль включає семестровий контроль та атестацію здобувача вищої освіти.

Семестровий контроль проводиться у формах семестрового екзамену (іспиту), диференційованого заліку або заліку. Складання семестрового екзамену (іспиту) здійснюється під час екзаменаційної сесії. Максимальна сума балів, яку може отримати здобувач вищої освіти під час екзамену (іспиту) – 40 балів. Мінімальна сума, за якою екзамен (іспит) вважається складеним – 25 балів.

Підсумкова оцінка з навчальної дисципліни визначається:

- для дисциплін з формою семестрового контролю залік – сумуванням всіх балів, отриманих під час поточного контролю;

- для дисциплін з формою семестрового контролю екзамен (іспит) – сумуванням балів за поточний та підсумковий контроль.

Під час викладання навчальної дисципліни «Вища математика» використовуються наступні контрольні заходи:

- поточний контроль у першому семестрі передбачає оцінювання під час виконання: домашніх завдань (35 балів), письмових контрольних робіт (14 балів), лабораторних робіт (24 бали), колоквіумів (20 балів), самостійної творчої роботи (7 балів); поточний контроль у другому семестрі передбачає оцінювання під час виконання: домашніх завдань (14 балів), письмових контрольних робіт (15 балів), лабораторних робіт (14 балів), колоквіумів (10 балів), самостійної творчої роботи (7 балів).

Семестровий контроль: у першому семестрі – залік; у другому семестрі – екзамен (40 балів).

Більш детальну інформацію щодо системи оцінювання наведено в робочому плані (технологічній карті) з навчальної дисципліни.

Приклад екзаменаційного білета та критерії оцінювання для навчальної дисципліни «Вища математика».

Приклад екзаменаційного білета

ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ ЕКОНОМІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ СЕМЕНА КУЗНЕЦЯ

Перший (бакалаврський) рівень вищої освіти

ЕКЗАМЕНАЦІЙНИЙ БІЛЕТ №1

Завдання 1 (евристичне). (10 балів)

Для заданої функції $z = 4x^3 + 4y^3 - 24xy + 7$ необхідно:

- 1) знайти її градієнт у точці $M_0(1, 2)$ та похідну за напрямом градієнта;
- 2) знайти її похідну у точці $M_0(1, 2)$ за напрямом вектора $\overrightarrow{M_0M_1}$, якщо $M_1(4, 5)$;
- 3) дослідити функцію на локальний екстремум.

Завдання 2 (стереотипне). (7 балів)

Знайти: $\int \frac{e^{2x}}{\sqrt[3]{e^{2x} - 5}} dx$.

Завдання 3 (діагностичне). (8 балів)

Знайти об'єм тіла, утвореного обертанням навколо осі Ox (Oy) фігури, що обмежена заданими лініями: $y = x^3$, $y - x = 0$ ($x \geq 0$).

Завдання 4 (стереотипне). (7 балів)

Знайти частинний розв'язок (або частинний інтеграл) диференціального рівняння: $(x^2 - 6xy) \cdot y' = x^2 + xy - 5y^2$, $y(1) = 0$.

Завдання 5 (діагностичне). (8 балів)

Знайти область збіжності степеневого ряду: $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n+1}{2n^2+9} (x+4)^n$.

Затверджено на засіданні кафедри економіко-математичного моделювання.

Протокол № ___ від «___» _____ 20__ р.

Екзаменатор

к.т.н., доц. Денисова Т. В.

Зав. кафедрою

д.е.н., проф. Малярець Л. М.

Критерій оцінювання екзаменаційної роботи

Кожний білет містить п'ять практичних завдань: два завдання першого рівня – *стереотипні* – визначають ступінь засвоєння здобувачем вищої освіти початкових теоретичних основ дисципліни; два завдання другого рівня –

діагностичні – виявляють здатність здобувача вищої освіти до вирішення типових завдань і одне завдання третього рівня – *евристичне* – ставить за мету оцінити глибину знань і творчі можливості здобувача вищої освіти (табл. 5).

Таблиця 5

Структура екзаменаційного білета

Рівень завдання	Зміст завдання за рівнем
Перший (стереотипні)	Задачі на відшукування первісної заданої функції; відшукування загального (або частинного) розв'язку (або інтеграла) диференціального рівняння 1-го або 2-го порядку, або системи диференціальних рівнянь.
Другий (діагностичні)	Задачі на дослідження числових рядів на збіжність та відшукування області збіжності степеневих рядів; задачі на геометричні застосування визначеного інтеграла (обчислення площі плоскої фігури, об'єму тіла обертання, довжини дуги, координат центра тяжіння плоскої фігури).
Третій (евристичне)	Задачі на обчислення градієнта функції кількох змінних та похідної за напрямком; дослідження функції кількох змінних на локальний екстремум.

Бездоганне виконання завдань оцінюються таким чином: 1-й рівень – 7 балів; 2-й рівень – 8 балів; 3-й рівень – 10 балів.

Оцінка за виконання кожного завдання білета знижується залежно від недоліків і допущених помилок, перелік яких наведено в табл. 6.

Таблиця 6

Зниження оцінки за виконання завдання залежно від недоліків і допущених помилок

Рівень завдання	Бали зниження оцінки	Відповідні недоліки та помилки
1	2	3
Перший	1	Розв'язання задачі виконано правильно, але низька культура математичних записів або коментарі наведені не для всіх кроків розв'язання.
	2	Задачу розв'язано частково: є суттєва помилка в обчисленнях, яка вплинула на отримання правильного результату, або неправильно виконано геометричні побудови
	3	У процесі розв'язання допущена смислова помилка: неправильно підібрана розрахункова формула або геометричне подання не відповідає числовим розрахункам
	4	Наведено лише початкові правильні міркування щодо розв'язання задачі, але є помилки, що суттєво вплинули на процес правильного розв'язання.
	5	Розпочато розв'язання задачі, теоретичний матеріал використано лише на рівні початкових понять, обрано й записано правильні формули для розрахунків, але не здійснено їх застосування
	6	Вибрано алгоритм розв'язання, який не відповідає умові задачі
Другий	1	Розв'язання задачі виконано правильно, але низька культура математичних записів або коментарі наведені не для всіх кроків розв'язання

	2	У процесі розв'язання задачі правильно використано відповідні факти, формули і залежності, але допущено 1 – 2 несуттєві помилки, які не вплинули на правильність подальшого розв'язання і остаточну відповідь
	3	Розв'язання задачі виконано не повністю: розрахункові формули обрані правильно, але процес обчислення виконано з помилками, що вплинуло на отримання правильного кінцевого результату
	4	Розв'язання задачі виконано лише частково: розрахункові формули обрані правильно, але остаточний числовий результат не отриманий
	5	Розпочато розв'язання задачі, але допущено суттєву помилку, що призвело до подальших помилкових розрахунків і остаточний числовий результат не отримано
	6	Є суттєві помилки: при правильному алгоритмі розв'язання неправильно реалізовані певні кроки або розрахункові формули не відповідають умові задачі
	7	Розпочато розв'язання задачі, теоретичний матеріал використано лише на рівні початкових понять, обрано й записано правильні формули для розрахунків, але не здійснено їх застосування

Закінчення табл. 6

Третій	1	Розв'язання задачі виконано правильно, але низька культура математичних записів, або коментарі наведені не для всіх кроків розв'язання
	2	Розв'язання задачі виконано правильно, але коментар наведено не для всіх кроків розв'язання але допущено несуттєві помилки, які не вплинули на правильність подальшого розв'язання і остаточну відповідь
	3	Розв'язання задачі виконано правильно в цілому, але допущено несуттєві помилки, які не вплинули на правильність подальшого розв'язання і остаточну відповідь
	4	У процесі розв'язання задачі правильно використано відповідні факти, формули і залежності, але допущено 1 – 2 несуттєві помилки, які не вплинули на правильність подальшого розв'язання і остаточну відповідь
	5	Розпочато розв'язання задачі, але допущено суттєву помилку, що призвело до подальших помилкових розрахунків і неправильний остаточний результат
	6	Розв'язання задачі виконано не повністю: розрахункові формули і алгоритм розв'язання обрані правильно, але остаточний числовий результат не отриманий
	7	Розв'язання задачі розпочато, але не доведено до логічного кінця: реалізовані лише окремі кроки алгоритму розв'язання, записано правильно деякі формули (без подальших відповідних розрахунків)
	8	Процес розв'язання задачі розпочато, але допущено суттєву помилку, яка вплинула на подальший процес розв'язання
	9	Хід розв'язання завдання викладено неправильно, однак окремі його кроки свідчать про наявність деяких базових знань, теоретичний матеріал використано лише на рівні початкових понять, обрано й записано правильні формули для розрахунків, але не здійснено їх застосування

РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА

Основна

1. Вища математика [Електронний ресурс] : підручник / В. С. Пономаренко, Л. М. Малярець, Т. В. Денисова та ін. ; за заг. ред. В. С. Пономаренка. 2-ге вид. випр. та допов. – Харків : ХНЕУ ім. С. Кузнеця, 2025. – 988 с.
2. Вища математика : базовий підручник для вузів / під ред. В. С. Пономаренка. – Харків : Фоліо, 2014. – 669 с.
3. Вища математика в GNU Octave [Електронний ресурс] : навч.-практ. посіб. / Е. Ю. Железнякова, Л. О. Норік ; Харківський національний економічний університет ім. С. Кузнеця. – Електрон. текстові дан. (4,51 МБ). – Харків : ХНЕУ ім. С. Кузнеця, 2024. – 275 с. – Режим доступу : <http://repository.hneu.edu.ua/handle/123456789/32499>.
4. Сенчуков В.Ф. Вища математика. Загальні розділи: навчальний посібник. Ч. 1 / В. Ф. Сенчуков, Т. В. Денисова. – Харків : Вид ХНЕУ, 2013. – 444 с. – Режим доступу : <http://www.repository.hneu.edu.ua/handle/123456789/6037>.
5. Сенчуков В.Ф. Вища математика. Загальні розділи: навчальний посібник. Ч. 2 / В. Ф. Сенчуков, Т. В. Денисова. – Харків : Вид ХНЕУ, 2013. – 296 с. – Режим доступу : <http://www.repository.hneu.edu.ua/handle/123456789/6042>.
6. Сенчуков В.Ф. Вища математика. Загальні розділи: навчальний посібник. Ч. 3 / В. Ф. Сенчуков, Т. В. Денисова. – Харків : Вид. ХНЕУ ім. С. Кузнеця, 2014. – 356 с. – Режим доступу : <https://repository.hneu.edu.ua/handle/123456789/9075>.

Додаткова

7. Дудкін М. Є. Вища математика [Електронний ресурс] : підручник для здобувачів ступеня бакалавра за інженерними спеціальностями / М. Є. Дудкін, О. Ю. Дюженкова, І. В. Степахно ; КПІ ім. Ігоря Сікорського. – Електронні текстові дані (1 файл: 10,96 Мбайт). – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2022. – 449 с. – Режим доступу : <https://ela.kpi.ua/handle/123456789/51064>.
8. Вища математика. Методичні рекомендації до самостійної роботи за темою «Диференціальні рівняння» для студентів усіх спеціальностей першого (бакалаврського) рівня [Електронний ресурс] / уклад. А. В. Воронін, О. В. Гунько; Харківський національний економічний університет ім. С. Кузнеця. – Електрон. текстові дан. (6,03 МБ). – Харків : ХНЕУ ім. С. Кузнеця, 2018. – 75 с. – Режим доступу : <http://www.repository.hneu.edu.ua/handle/123456789/26217>.
9. Вища математика. Методичні рекомендації до самостійної роботи за темою «Кратні інтеграли» для студентів спеціальності 122 «Комп'ютерні науки» освітньої програми «Комп'ютерні науки» першого (бакалаврського) рівня [Електронний ресурс] / уклад. Т. В. Денисова; Харківський національний економічний університет ім. С. Кузнеця. – Електрон. текстові дан. (8,72 МБ). –

Харків : ХНЕУ ім. С. Кузнеця, 2023. – 64 с. – Режим доступу : <http://www.repository.hneu.edu.ua/handle/123456789/29940> .

10. Вища математика. Методичні рекомендації до самостійної роботи за темою «Ряди» для студентів усіх спеціальностей першого (бакалаврського) рівня [Електронний ресурс] / уклад. А. П. Рибалко, К. В. Степанова ; Харківський національний економічний університет ім. С. Кузнеця. – Електрон. текстові дан. (2,40 МБ). – Харків : ХНЕУ ім. С. Кузнеця, 2019. – 63 с. – Режим доступу : <http://www.repository.hneu.edu.ua/handle/123456789/22151> .

11. Вища математика : навчальний посібник в 2 частинах. Частина І. Лінійна алгебра і аналітична геометрія / І. П. Стороженко. – Харків, 2019. – 80 с.

12. Вища математика : навчальний посібник в 2 частинах. Частина ІІ. Математичний аналіз / І. П. Стороженко. – Харків, 2019. – 156 с.

13. Математичний аналіз. Методичні рекомендації для самостійної роботи за темою «Диференціальне числення функцій багатьох змінних» для студентів галузі знань 12 «Інформаційні технології» першого (бакалаврського) рівня [Електронний ресурс] / уклад. А. П. Рибалко, К. В. Степанова ; Харківський національний економічний університет ім. С. Кузнеця. – Електрон. текстові дан. (3,36 МБ). – Харків : ХНЕУ ім. С. Кузнеця, 2018. – 64 с. – Режим доступу : <http://www.repository.hneu.edu.ua/handle/123456789/25159>.

Інформаційні ресурси в Інтернеті

14. Розміщення навчально-методичного забезпечення навчальної дисципліни «Вища математика» на сайті ПНС навчальної дисципліни для денної форми навчання. – Режим доступу : <https://pns.hneu.edu.ua/course/view.php?id=5410> (1 семестр) ; <https://pns.hneu.edu.ua/course/view.php?id=5637> (2 семестр).

15. Вища математика : мультимедійні методичні рекомендації до самостійної роботи з теми «Невизначені інтеграли» [Електронний ресурс] / Л. М. Афанасьєва, А. В. Воронін, О. В. Гунько. – Мультимедійне інтерактивне електрон. вид комбінованого використ. (89 Мб). – Харків : ХНЕУ ім. С. Кузнеця, 2019. – Режим доступу : <http://library.hneu.edu.ua/departments>.

16. Вища математика : методичні рекомендації до самостійної роботи з теми «Визначений інтеграл» для студентів усіх спеціальностей [Електронний ресурс] / Л. М. Малярець, Л. М. Афанасьєва, К. О. Ковальова. – Мультимедійне інтерактивне електронн. вид. комбінованого використ. (100 Мб). – Харків : ХНЕУ ім. С. Кузнеця, 2018. – Загл. з тит. екрана. – Режим доступу : <http://library.hneu.edu.ua/departments>.