DOI: https://doi.org/10.32839/2304-5809/2026-4-141-3
УДК 336.717:330.322

Алексєєнко Інна Іллівна[1]
кандидат економічних наук, доцент,
доцент кафедри фінансів і кредиту
Харківський національний економічний університет імені Семена Кузнеця

ПРИКЛАДНИЙ ІНСТРУМЕНТАРІЙ ФІНАНСОВОЇ МАТЕМАТИКИ В СИСТЕМІ ПРИЙНЯТТЯ УПРАВЛІНСЬКИХ РІШЕНЬ

Анотація. У статті здійснено комплексне дослідження теоретичних та прикладних аспектів використання прикладного інструментарію фінансової математики у процесі обґрунтування та прийняття ефективних управлінських рішень у сучасних мінливих бізнес-умовах. Систематизовано базові концепції часової вартості грошей, зокрема операції компаундингу та дисконтування, а також застосування ануїтетних моделей для прогнозування довгострокових фінансових потоків. Особливу увагу приділено порівняльному аналізу динамічних методів оцінки інвестиційних проєктів (NPV, PI, IRR, MIRR) та вирішенню класичного конфлікту критеріїв за допомогою застосування модифікованої внутрішньої норми дохідності (MIRR). Обґрунтовано методичні підходи до інтеграції ймовірнісних методів оцінки ризику (аналіз чутливості, сценарне моделювання, метод Монте-Карло, концепція VaR) у загальну систему фінансового менеджменту підприємства. Сформульовано рекомендації щодо вдосконалення процесу оцінки вартості капіталу (WACC) як ставки дисконтування на основі ринкових оцінок.

Ключові слова: фінансова математика, часова вартість грошей, дисконтування, NPV, IRR, ануїтет, управління ризиками, інвестиційний аналіз, оптимізація.

Inna Aleksieienko
PhD in Economics, Associate Professor,
Associate Professor of the Department of Finance and Credit
Simon Kuznets Kharkiv National University of Economics

APPLIED FINANCIAL MATHEMATICS TOOLKIT IN THE MANAGEMENT DECISION-MAKING SYSTEM

Summary. The scientific article provides a comprehensive analysis of the theoretical and practical applications of financial mathematics tools in modern business practice. The author argues that, amid economic transformation, high market volatility, inflation, and geopolitical uncertainty, traditional intuitive management approaches must give way to rigorous quantitative analysis. The study explains the time value of money, the fundamental concept underpinning modern financial decisions. Key computational operations are examined, including compounding (determining future value) and discounting (calculating the present value of future cash flows). The article details the use of annuity models, which help businesses forecast debt service schedules and accurately evaluate long-term commitments. A significant portion of the work evaluates investment projects using the Discounted Cash Flow (DCF) methodology. The paper reviews key performance indicators, such as Net Present Value (NPV), Profitability Index (PI), and Internal Rate of Return (IRR). Special emphasis is placed on calculating the Weighted Average Cost of Capital (WACC) as the discount rate, which incorporates the Capital Asset Pricing Model (CAPM) to estimate the cost of equity. Furthermore, the paper addresses a classic methodological conflict in investment analysis between NPV and IRR rankings, which arises from differing cash flow patterns or unrealistic reinvestment rate assumptions inherent in the standard IRR model. The author advocates the use of the Modified Internal Rate of Return (MIRR), which separates financing and reinvestment rates, thereby resolving ranking conflicts and providing more realistic investment appraisals. This is demonstrated through a practical comparative case of two investment alternatives. Finally, the study discusses incorporating uncertainty and risk modeling using risk analysis tools, including sensitivity analysis, scenario planning, Monte Carlo simulation, and Value-at-Risk (VaR). The paper concludes that applying advanced financial mathematics tools mitigates subjectivity, ensures optimal capital allocation, and maximizes shareholder value.

Keywords: financial mathematics, time value of money, net present value, internal rate of return, modified internal rate of return, investment analysis, weighted average cost of capital, risk management.

Постановка проблеми. Трансформація сучасної економіки, що супроводжується високим рівнем волатильності, інфляційними процесами та геополітичною невизначеністю, висуває жорсткі вимоги до якості управлінських рішень. Інтуїтивні методи менеджменту поступаються місцем обґрунтованим кількісним підходам. Провідну роль у цьому процесі відіграє фінансова математика – сукупність математичних методів, спрямованих на аналіз фінансових операцій, оцінку вартості капіталу та моделювання інвестиційних потоків.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Фундаментальні основи фінансової математики та інвестиційного моделювання закладені в працях таких класиків, як Г. Марковіц (теорія портфельного аналізу) [1], Ф. Блек та М. Шоулз (оцінка опціонів) [2], а також Ю. Брігхема,

[1] ORCID: https://orcid.org/0000-0002-8803-1615

© Алексеенко І.І., 2026

М. Ерхардта та Р. Фокса (дослідників фінансового менеджменту) [3]. У вітчизняній науковій думці питання застосування кількісних методів в управлінні фінансами підприємств активно досліджуються у контексті адаптації до умов транзитивної та кризової економіки, зокрема при обґрунтуванні методичного інструментарію оцінки ефективності інвестиційних проєктів у сфері банківського кредитування [5]. Проте швидка цифровізація бізнесу потребує постійного переосмислення прикладного інструментарію фінансових розрахунків.

Метою статті є систематизація ключових інструментів фінансової математики та обґрунтування методики їхнього прикладного застосування в аналізі інвестиційних проєктів, управлінні капіталом та мінімізації бізнес-ризиків.

Виклад основного матеріалу дослідження.

1. Концепція часової вартості грошей як базис фінансових розрахунків.

В основі будь-якого фінансового рішення лежить фундаментальний принцип: грошова одиниця, отримана сьогодні, має більшу цінність, ніж грошова одиниця, яка буде отримана в майбутньому. Це зумовлено трьома чинниками: інфляцією, ризиком неплатежу та можливістю альтернативного інвестування під позичковий відсоток [3].

Основними операціями фінансової математики є:

Нарощення (компаундинг), що передбачає визначення майбутньої вартості грошей (PV → FV) шляхом нарахування складних відсотків.

Дисконтування – визначення теперішньої (поточної) вартості майбутніх надходжень (FV → PV) для приведення їх до порівнянного вигляду.

Математично базовий зв'язок між теперішньою вартістю (PV) та майбутньою вартістю (FV) для n періодів за ставки відсотка r виражається класичним рівнянням:

$$FV = PV * (1 + r)^n.$$

При аналізі довгострокових контрактів, лізингових угод або кредитних ліній бізнес часто стикається з ануїтетами (A) – регулярними фінансовими потоками з рівними платежами через однакові проміжки часу. Теперішня вартість звичайного ануїтету (PVA) розраховується як:

$$\text{PVA} = A * \frac{(1 - (1 + r)^{-n}}{r}.$$

Використання ануїтетних моделей дозволяє компаніям точно прогнозувати графіки обслуговування боргу та оцінювати ефективність довгострокових зобов'язань.

2. Кількісний аналіз та оцінка інвестиційних проєктів

Ефективне управління капіталом передбачає вибір оптимальних об'єктів інвестування. Фінансова математика пропонує систему оціночних критеріїв, що базуються на методології дисконтування грошових потоків (Discounted Cash Flow, DCF).

Основним показником у цій системі виступає чиста теперішня вартість (Net Present Value, NPV), яка відображає абсолютний приріст капіталу (вартості підприємства) в результаті реалізації інвестиційного рішення:

$$NPV = \sum_{i=1}^{n} \frac{CF_i}{(1 + r)^i} - IC,$$

де: CF_i – прогнозований чистий грошовий потік (cash flow) у періоді *i*;

IC_j – обсяг початкових інвестиційних витрат (initial cost);

r – ставка дисконтування, яка відображає альтернативну вартість капіталу або бар'єрну ставку дохідності компанії.

На практиці ставку дисконтування r найчастіше визначають через середньозважену вартість капіталу (Weighted Average Cost of Capital, WACC), яка враховує частку та вартість власного (E) і позикового (D) капіталу підприємства:

$$WACC = \frac{E}{V} * r_e + \frac{D}{V} * r_d * (1 - T),$$

де: V = E + D – сукупна ринкова вартість капіталу;

r_e – вартість власного капіталу;

r_d – вартість позикового капіталу;

T – ставка податку на прибуток.

Теоретичне обґрунтування впливу структури капіталу на його вартість закладене в класичній роботі Ф. Модільяні та М. Міллера [10]. Для оцінки вартості власного капіталу (r_e) у сучасній практиці домінує модель оцінки капітальних активів (Capital Asset Pricing Model, CAPM), запропонована У. Шарпом [11]:

$$r_e = r_f + \beta * (r_m - r_f),$$

де: r_f – безризикова ставка дохідності,

r_m – очікувана дохідність ринкового портфеля,

β – коефіцієнт систематичного ризику активу.

Коректність визначення WACC є критично важливою передумовою якісного інвестиційного аналізу, оскільки навіть незначна похибка у ставці дисконтування здатна суттєво змінити знак і величину NPV, а отже – й управлінське рішення.

Для визначення відносної ефективності капіталовкладень розраховують індекс рентабельності інвестицій (Profitability Index, PI), який демонструє відношення дисконтованих грошових надходжень до вихідних витрат:

$$PI = \sum_{i=1}^{n} \frac{CF_i}{(1 + r)^i} / IC.$$

Якщо PI > 1, проєкт генерує додаткову вартість на кожну інвестовану грошову одиницю і вважається прийнятним.

Поряд із абсолютними та відносними показниками ефекту, ключове значення має внутрішня норма дохідності (Internal Rate of Return, IRR). Математично це значення ставки дисконтування (r = IRR), за якої інтегральний дисконтований ефект дорівнює нулю (NPV = 0):

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{CF_i}{(1 + IRR)^i} - IC = 0.$$

Економічна сутність IRR полягає в тому, що цей показник визначає граничний рівень вартості капіталу, який може бути залучений для фінансування проєкту без загрози збитковості для підприємства. Залежність показника NPV від зміни вартості капіталу графічно представ-

ляється у вигляді профілю чистої теперішньої вартості (спадаюча крива, де точкою перетину з віссю абсцис є значення IRR) (рис. 1).

У практичних розрахунках використання класичного показника IRR має низку суттєвих методологічних обмежень. Зокрема, якщо інвестиційний проєкт передбачає неординарні (нерегулярні) грошові потоки (коли в процесі реалізації виникає потреба у додаткових капіталовкладеннях, і знак грошового потоку змінюється з плюса на мінус), рівняння може мати кілька математичних коренів. Крім того, модель IRR за замовчуванням базується на припущенні, що всі вхідні грошові потоки негайно реінвестуються за тією самою ставкою IRR, що є нереалістичним в умовах ринку.

Для усунення цього недоліку у фінансовій математиці застосовують модифіковану внутрішню норму дохідності (Modified IRR, MIRR), концепцію якої вперше формалізовано у роботі С. Ліна [6]. Вона розділяє ставку залучення фінансування (r) та ставку реінвестування отриманих доходів (d):

$$MIRR = \sqrt[n]{\frac{\sum_{i=1}^{n} CF_i * (1+d)^{n-i}}{IC * (1+r)^{i}}} - 1.$$

Дана модифікація забезпечує отримання єдиного унікального значення ставки дохідності та дає значно точнішу оцінку ефективності реальних інвестиційних проєктів.

Розглянемо практичний приклад оцінки двох альтернативних інвестиційних проєктів за умови, що вартість капіталу компанії (r) становить 12% річних (табл. 1).

Аналіз даних таблиці виявляє класичний конфлікт критеріїв оцінки:

1. За показником IRR привабливішим є проєкт А (17,9% проти 16,7% у проєкту Б). Це пояснюється тим, що проєкт А генерує основну масу доходів на першому етапі (250 тис. грн у 1-й рік), що знижує негативний вплив часового фактору при дисконтуванні.

2. Проте за критеріями NPV та PI кращим є проєкт Б (додатковий приріст капіталу становить 29 844,7 грн проти 22 578,8 грн).

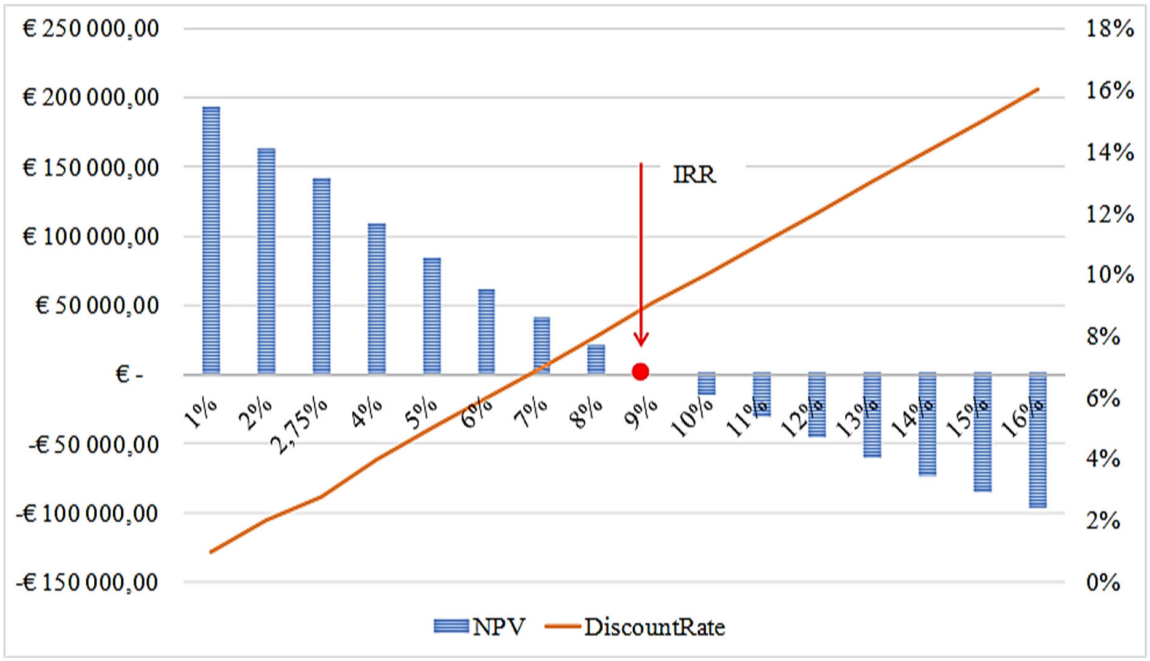

Рис. 1. **Залежність показника NPV від зміни вартості капіталу**

Джерело: розроблено автором

Таблиця 1

Практичний приклад оцінки двох альтернативних інвестиційних проєктів за критерія ефективності (NPV, PI, IRR, MIRR)

Показник	Проєкт А	Проєкт Б
Початкові інвестиції (IC), грн	-300 000	-300 000
Очікуваний грошовий потік, рік 1 (CF1), грн	250 000	70 000
Очікуваний грошовий потік, рік 2 (CF2), грн	80 000	130 000
Очікуваний грошовий потік, рік 3 (CF3), грн	50 000	230 000
Чиста теперішня вартість (NPV при r=12%)	22 578,8	29 844,7
Внутрішня норма дохідності (IRR)	17,9%	16,7%
Індекс рентабельності (PI)	1,08	1,10
Модифікована внутрішня норма дохідності (MIRR при r=12%, d=10%)	13,7%	15,1%

Джерело: розроблено автором

У фінансовому менеджменті при виникненні суперечностей пріоритет завжди надається показнику NPV, оскільки він прямо відображає максимізацію добробуту акціонерів та абсолютне зростання ринкової вартості бізнесу. Таким чином, використовуючи кількісний інструментарій фінансової математики, менеджмент компанії має прийняти рішення на користь проєкту Б. В умовах високого прояву кризових явищ, при значній волатильності ринкових ставок на капітал, проєкт А визначається більш ефективним через вищій показник запасу фінансової міцності (вищій IRR). Тож, багатокритеріальний аналіз результатів реалізації інвестиційних проєктів, вагомий важель прийняття фінансових рішень з урахуванням обставин і вияву факторів, які супроводжують його протікання.

Практичну цінність показника MIRR демонструє його застосування до цього ж прикладу. Прийнявши ставку фінансування r = 12% та реалістичнішу ставку реінвестування проміжних надходжень d = 10% (нижчу за вартість капіталу, оскільки не всі отримані кошти можуть бути реінвестовані під ту саму дохідність). На відміну від класичного IRR, за яким проєкт А виглядав привабливішим, показник MIRR для проєкту Б перевищує показник проєкту А, тобто узгоджується з висновком за критерієм NPV і усуває характерну для IRR суперечність рейтингів [6].

3. Моделювання та оптимізація фінансових рішень в умовах ризику

У сучасній бізнес-практиці детерміновані моделі (де всі змінні відомі) є недостатніми через волатильність ринку. Фінансова математика інтегрує методи теорії ймовірностей та математичної статистики для оцінки ризиків. Додатковим інструментом хеджування цінових, валютних та процентних ризиків бізнесу виступають похідні фінансові інструменти, математичний апарат оцінювання яких докладно розроблено в [4].

Для формалізації невизначеності застосовують такі підходи:

1. Аналіз чутливості (Sensitivity Analysis). Оцінка того, як зміна одного параметра (наприклад, обсягу продажів або ціни на сировину) впливає на фінальний NPV.

2. Сценарний аналіз (Scenario Analysis). Розрахунок очікуваного NPV на основі ймовірнісного розподілу (оптимістичний, базовий та песимістичний сценарії).

3. Імітаційне моделювання Монте-Карло. Генерація тисяч випадкових варіацій факторів ризику для побудови щільності розподілу ймовірностей дохідності проєкту. Основи інтеграції ймовірнісних методів у практику капітального бюджетування закладені в класичній роботі Д. Герца [7], тоді як інструментарій сценарного аналізу та дерев рішень систематизовано у працях А. Дамодарана [8].

Для оцінки фінансових ризиків на макрота мікрорівнях широко використовується метрика Value at Risk (VaR), яка визначає максимальний розмір збитків з заданим рівнем довіри (наприклад, 95% або 99%) протягом певного часового горизонту [9].

Отже, застосування фінансової математики є невід'ємною умовою побудови ефективної системи менеджменту в сучасному бізнесі. Використання інструментів дисконтування, критеріїв NPV та IRR, а також методів ймовірнісного моделювання дозволяє компаніям:

– мінімізувати суб'єктивізм при прийнятті стратегічних рішень;

– коректно оцінювати альтернативні витрати та ефективність використання обмежених фінансових ресурсів;

– прогнозувати та структурувати грошові потоки з урахуванням часового чинника та ризиків.

За наявності конфлікту між критеріями NPV, IRR та PI пріоритет варто надавати NPV як показнику, що безпосередньо відображає приріст вартості бізнесу, доповнюючи його розрахунком MIRR за реалістичної (нижчої за вартість капіталу) ставки реінвестування;

для проєктів із високою невизначеністю вихідних параметрів доцільно поєднувати аналіз чутливості зі сценарним підходом та імітаційним моделюванням Монте-Карло, що дає змогу оцінити не лише точкове значення NPV, а й імовірність його від'ємного результату;

ставку дисконтування доцільно регулярно переглядати відповідно до змін структури капіталу та ринкової кон'юнктури, розраховуючи WACC на основі актуальних ринкових, а не історичних балансових оцінок вартості власного і позикового капіталу.

Список літератури:

1. Markowitz H. Portfolio Selection. *The Journal of Finance*. 1952. Vol. 7, No. 1. P. 77–91.
2. Black F., Scholes M. The Pricing of Options and Corporate Liabilities. *Journal of Political Economy*. 1973. Vol. 81, No. 3. P. 637–654. DOI: https://doi.org/10.1086/260062
3. Brigham E. F., Ehrhardt M. C., Fox R. Financial Management: Theory & Practice. 2nd EMEA ed. United Kingdom: Cengage, 2019. 638 p.
4. Hull J. C. Options, Futures, and Other Derivatives. 10th ed. Pearson, 2017. 896 p.
5. Чепелюк Г. М. Методи оцінки інвестиційного проекту, які використовуються при банківському інвестиційному кредитуванні. *Ефективна економіка.* 2017. № 10. URL: http://www.economy.nayka.com.ua/?op=1&z=5819
6. Lin S. A. Y. The Modified Internal Rate of Return and Investment Criterion. *The Engineering Economist*. 1976. Vol. 21, No. 4. P. 237–247. DOI: https://doi.org/10.1080/00137917608902796
7. Hertz D. B. Risk Analysis in Capital Investment. *Harvard Business Review*. 1964. Vol. 42, No. 1. P. 95–106.
8. Damodaran A. Investment Valuation: Tools and Techniques for Determining the Value of Any Asset. 3rd ed. Hoboken, NJ: Wiley, 2012. 992 p.
9. Jorion P. Value at Risk: The New Benchmark for Managing Financial Risk. 3rd ed. New York: McGraw-Hill, 2007. 602 p.
10. Modigliani F., Miller M. H. The Cost of Capital, Corporation Finance and the Theory of Investment. *American Economic Review*. 1958. Vol. 48, No. 3. P. 261–297.

11. Sharpe W. F. Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk. *Journal of Finance*. 1964. Vol. 19, No. 3. P. 425–442. DOI: https://doi.org/10.1111/j.1540-6261.1964.tb02865.x

References:

1. Markowitz, H. (1952). Portfolio Selection. *The Journal of Finance*, 7(1), 77–91.
2. Black, F., & Scholes, M. (1973). The Pricing of Options and Corporate Liabilities. *Journal of Political Economy*, 81(3), 637–654. https://doi.org/10.1086/260062
3. Brigham, E. F., Ehrhardt, M. C., & Fox, R. (2019). Financial Management: Theory & Practice (2nd EMEA ed.). Cengage.
4. Hull, J. C. (2017). Options, Futures, and Other Derivatives (10th ed.). Pearson.
5. Chepelyuk, H. M. (2017). Metody otsinky investytsiinoho proektu, yaki vykorystovuiutsia pry bankivskomu investytsiinomu kredytuvanni [Methods of investment project evaluation used in bank investment lending]. *Efektyvna Ekonomika*, (10). http://www.economy.nayka.com.ua/?op=1&z=5819.
6. Lin, S. A. Y. (1976). The Modified Internal Rate of Return and Investment Criterion. *The Engineering Economist*, 21(4), 237–247. https://doi.org/10.1080/00137917608902796
7. Hertz, D. B. (1964). Risk Analysis in Capital Investment. *Harvard Business Review,* 42(1), 95–106.
8. Damodaran, A. (2012). Investment Valuation: Tools and Techniques for Determining the Value of Any Asset (3rd ed.). John Wiley & Sons.
9. Jorion, P. (2007). Value at Risk: The New Benchmark for Managing Financial Risk (3rd ed.). McGraw-Hill.
10. Modigliani, F., & Miller, M. H. (1958). The Cost of Capital, Corporation Finance and the Theory of Investment. *American Economic Review*, 48(3), 261–297.
11. Sharpe, W. F. (1964). Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk. *Journal of Finance*, 19(3), 425–442. https://doi.org/10.1111/j.1540-6261.1964.tb02865.x